

**Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích**  
**Přírodovědecká fakulta**



# **Fyzikální praktikum z elektřiny a magnetismu – tvorba výukového materiálu**

Bakalářská práce

**Lukáš Dvořák**

školitel: RNDr. Vítězslav Straňák, Ph.D.

**České Budějovice 2011**

Dvořák L.( 2011): Fyzikální praktikum z elektřiny a magnetismus – tvorba výukového materiálu. (Introductory to laboratory courses from electricity and magnetism - preparation of learning material.) – 68 p., Faculty of Science, The University of South Bohemia, České Budějovice, Czech Republic.

**Anotace:**

Bakalářská práce se zabývá vytvořením nového výukového materiálu pro fyzikální praktika z elektřiny a magnetismu a zlepšení jejich dostupnosti v adekvátní formě. Bakalářská práce obsahuje 10 tematických úloh. Každá úloha se skládá z úvodu se stručným teoretickým popisem fyzikálního jevu s praktickým využitím, seznamu použitých měřících přístrojů a pomůcek a samotné úlohy se zadáním, el. schémata zapojení a tabulek pro záznam naměřených hodnot.

Závěrečná část této práce je věnována obecným zásadám měření, vyhodnocování dat, výpočtu a eliminaci chyb při měření. Celá tato část je uzavřena základními pravidly bezpečnosti práce při měření a první pomoci při úrazu el. proudem.

**Annotation:**

This bachelor work deals with preparation of the new education material for physical practicum from electricity and magnetism and improves its availability in appropriate form. The bachelor work consists of ten thematic tasks (measurements of thematic phenomena). Each task contains an introduction with brief theoretical description of a physic phenomenon with practical uses, list of employed instruments, aids to be done supplemented by electrical schemes and tables for obtained data.

One chapter is also devoted to the general rules of physical measurements, data processing and estimation of calculation error. Last chapter deals with basic safety rules during measurement and the first aid for accident with electrical current.

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě – v úpravě vzniklé vypuštěním vyznačených částí archivovaných Přírodovědeckou fakultou - elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích 7.12.2011

.....  
Lukáš Dvořák

### **Poděkování**

Děkuji panu RNDr. Vítězslavu Straňákovi, Ph.D., vedoucímu mé bakalářské práce, za jeho odborné vedení, cenné rady a připomínky, kterými mi pomohl při jejím vypracování.

Mé poděkování patří také ing. Janu Švehlovi, se kterým jsem jednotlivé příklady konzultoval.

## Obsah

Úvod.....	1
1 Měření odporů přímou metodou a měření měrného elektrického odporu.....	3
2 Měření odporu Wheatstoneovým můstem a substituční metodou.....	9
3 Měření indukčnosti přímou metodou a měření vzájemné indukčnosti.....	14
4 Měření kapacity přímou metodou a pomocí RLC můstku.....	20
5 Měření vnitřního odporu galvanických článků a vnitřního odporu ampérmetru.....	26
6 Měření elektromotorického napětí a výstupního napětí potenciometru.....	32
7 Měření teplotního součinitele elektrického odporu a charakteristiky vlákna žárovky.....	39
8 Měření intenzity a indukce magnetického pole.....	44
9 Měření rezonanční křivky paralelního a sériového RLC obvodu.....	49
10 Měření fázového posunu.....	55
11 Chyby měření a vyhodnocování experimentálních dat.....	60
12 Bezpečnost práce při praktiku z elektřiny a magnetismu.....	64
Závěr.....	67

## Úvod

Předložená bakalářská práce přináší základní studijní materiál pro praktikum z Elektřiny a magnetismu. Jejím hlavním cílem je zlepšení dostupnosti studijních podkladů v adekvátní formě. Dosavadní praktikum vycházelo ze skript (P. David, Fyzikální praktikum II-Elektřina a magnetismus, skriptum, PF JU, České Budějovice, 1985). Tato skripta jsou k dispozici v knihovně Jihočeské univerzity pouze v omezeném počtu a vzhledem k datu nákladu (více než 25 let) i v neodpovídající technické kvalitě. Od doby vydání došlo k mnohým změnám: změnila se časová dotace, skladba měřených úloh, technické vybavení praktika. *Hlavní přínos této práce tedy tkví v inovaci studijních materiálů pro praktikum z elektřiny a magnetismu s ohledem na zmíněné aspekty.* Některé úlohy jsou vynechány, některé zkráceny, používají se jiné pomůcky. Při aktualizaci byl zohledněn stav laboratoří a časové dotace přidělené pro praktická měření. Některé ze stávajících úloh byly vynechány kompletní (například „Cejchování měřících přístrojů a stanovení korekční křivky“) a jiné jdou zcela nové, např. Měření fázového posunu.

Bakalářská práce tedy vychází ze skript P. Davida, který bere za stěžejní referenční materiál. Ovšem samotnou práci nelze považovat za jejich doslovný přepis. Hlavním smyslem a přínosem této práce je aktualizace uvedených skript při zachování původní kvality a vysoké odborné úrovně. Při zpracování byly použity i jiné zdroje, které jsou důsledně citovány a uváděny v referencích.

Samotná práce je rozdělena do několika částí. První část je věnována měření, která jsou prováděna v předmětu Fyzikální praktikum II-Elektřina a magnetismus. Těchto měření je celkem deset, a jsou rozděleny do kapitol č.1. až 10. Každá kapitola sestává z:

- úvodu,
- teoretické části,
- seznamu použitých pomůcek,
- vlastní praktické části.

V úvodu je stručný popis konkrétního fyzikálního jevu s praktickým využitím. V následující části jsou matematické formule a potřebná teorie vztahující se k danému měření.

Dále následuje seznam použitých pomůcek a samotný pracovní úkol, ve kterém jsou shrnuty: cíle měření, detailní popis úlohy, obrázky, schémata zapojení a prázdné tabulky pro zapisování změřených hodnot.

Závěrečná část této práce je věnována obecným zásadám měření a vyhodnocování dat. Shrnutí je

teorie chyb, které mohou při měření nastat a zároveň je zde uveden postup jak chyby určit, vypočítat a jak je co nejlépe eliminovat. Dále se zde setkáme s praktickou ukázkou vyhodnocování experimentálních dat při nepřímém měření. Kapitola č.12. je věnována bezpečnosti práce v praxi. Kapitola obsahuje základní seznámení s vyhláškou č.50/1978 Sb., pokyny jak se chovat v laboratořích a postup poskytování první pomoci při úrazu elektrickým proudem.

Celá tato práce by měla sloužit všem zájemcům, kteří se chtějí o měření elektrických a magnetických veličin dozvědět více a chtějí si tak prohloubit pomocí praktických ukázek měření své znalosti z teoretické části fyziky „Elektřina a magnetismus“. Především je pak určena pro studenty, kteří absolvují zmíněné praktikum na Jihočeské univerzitě, jako základní studijní materiál k jednotlivým úlohám.

Pozn: V několika úlohách je čerpáno i z knihy ISBN 80-7300-022-9: Elektrotechnická měření, (BEN- technická literatura, Praha, 2002). Autor této knihy není na vlastní žádost uveden a tak pro její citace uvádím ISBN na prvním místě.

# 1 Měření odporů přímou metodou a měření měrného elektrického odporu

## 1.1 Měření Ohmovou metodou

Jednou z metod používaných k měření elektrického odporu je metoda přímá, která vychází z Ohmova zákona

$$R = \frac{U}{I}, \quad (1.1.1)$$

kde  $U$  je úbytek napětí na měřeném odporu,  $I$  je proud protékající odporem a  $R$  je měřený odpor. Ke zjištění neznámého odporu  $R_x$  lze použít dvou variant zapojení obr. 1a a obr. 1b. U těchto zapojení se měří přesně vždy jen jedna z veličin  $U$  nebo  $I$ . Jestliže je požadavek měřit  $R_x$  s velkou přesností je nutné předem zvážit změny v obvodu způsobené měřicími přístroji.

Při použití zapojení na obr.1a měří voltmetr přesně napětí  $U_v$  na  $R_x$ . tj.  $U_v = U_x$  a proud protékající ampérmetrem  $I_a$  je dán vztahem

$$I_a = I_x + I_v = \frac{U_v}{R_x} + \frac{U_v}{R_v}, \quad (1.1.2)$$

kde po dosazení do (1.1.1) a úpravě dostaneme

$$\frac{U_v}{I_a} = \frac{R_x \cdot R_v}{R_x + R_v} = \frac{R_x}{1 + \frac{R_x}{R_v}}, \quad (1.1.3)$$

přičemž platí

$$\frac{U_v}{I_x} > \frac{R_x}{1 + \frac{R_x}{R_v}}, \quad (1.1.4)$$

kde  $I_v$  je proud procházející voltmetrem,  $R_v$  odpor voltmetru a  $I_x$  je proud procházející měřeným odporem. Z uvedených rovnic vyplývá, že  $R_x$  nelze určit přesně z poměru měřených hodnot  $U_v$  a  $I_a$ , pokud poměr  $R_x$  a  $R_v$  není zanedbatelný vůči 1, tzn. že  $R_v \gg R_x$ . Z tohoto důvodu je toto zapojení vhodné pro měření malých hodnot odporu. Další úpravou rovnice (1.1.3) získáme konečný vztah pro  $R_x$ :

$$R_x = \frac{U_v R_v}{I_a R_v - U_v}. \quad (1.1.5)$$

Naopak při použití zapojení měřících přístrojů podle obr. 1b, měří ampérmetr přesně proud protékající odporem, tj.  $I_a=I_x$  a napětí měřené voltmetrem je dáno vztahem

$$U_v=U_a+U_x=I_a R_a+I_x R_x . \quad (1.1.6)$$

Po dosazení do vztahu (1.1.1) a po úpravě dostaneme

$$\frac{U_v}{I_a}=R_x \left(1+\frac{R_a}{R_x}\right), \quad (1.1.7)$$

přičemž platí

$$\frac{U_x}{I_a}<R_x \left(1+\frac{R_a}{R_x}\right). \quad (1.1.8)$$

Z této rovnice je zřejmé, že  $R_x$  nelze přesně určit přímo podílem z naměřených hodnot napětí  $U_x$  a proudu  $I_a$ . Pokud poměr  $R_a$  a  $R_x$  není zanedbatelný vůči 1, tzn.  $R_a \ll R_x$ . Z uvedené podmínky vyplývá, že zapojení je vhodné pro měření velkých odporů. Po úpravě rovnice (1.1.7) dostaneme vztah pro určení  $R_x$

$$R_x=\frac{U_v}{I_a}-R_a . \quad (1.1.9)$$

Ke zjištění velikosti odporu  $R_x$  je nutné znát hodnoty vnitřních odporů použitých měřících přístrojů pro zvolený rozsah. Elektronické měřící přístroje, které se dnes běžně používají dosahují hodnot  $R_v=10^4-10^6 \Omega$ , viz [2]. Ohmova metoda má široký rozsah použití, lze s ní měřit odpory všech velikostí, od  $10^{-5}$  až do  $10^9 \Omega$  [3].

## 1.2 Měření měrného elektrického odporu

V běžné praxi se měrný elektrický odpor (materiálová konstanta) určuje z tabulek a počítá se výsledný odpor daný délkou a průřezem vodiče. V této úloze je opačný postup, kdy ze změřených hodnot se určuje měrný elektrický odpor.

Obecně platí, že měrný elektrický odpor  $\rho$  je definován jako podíl elektrické intenzity  $\vec{E}$  a proudové hustoty  $\vec{j}$

$$\rho=\frac{\vec{E}}{\vec{j}} . \quad (1.2.1)$$

Elektrická intenzita je dána vztahem

$$\vec{E}=\frac{U}{\Delta l} . \quad (1.2.2)$$

Kde  $U = \varphi_1 - \varphi_2$ , tj. rozdíl velikostí elektrického potenciálu na začátku a konci vodiče a  $\Delta l$  je posuzovaná délka vodiče.



Pak proudová hustota se vypočte jako,

$$\vec{j} = \frac{I}{S}, \quad (1.2.3)$$

kde  $I$  je proud procházející vodičem, a  $S$  je jeho průřez. Průřez  $S$  musí být v celé délce vodiče konstantní.

Dosazením za el. intenzitu (1.2.2) a proudovou hustotu (1.2.3) do (1.2.1) dostaneme vztah pro výpočet měrného elektrického odporu

$$\rho = \frac{\frac{U}{l}}{\frac{I}{S}} = \frac{U \cdot S}{I \cdot l}. \quad (1.2.4)$$

Poměr  $U$  a  $I$  určuje odpor  $R$  celého měřicího obvodu, který v sobě navíc zahrnuje i odpory propojovacích vodičů a vnitřní odpory měřících přístrojů. Proto aby nedocházelo ke zkreslení výsledku vlivem těchto odporů, je nutné tyto odpory odečíst dle následujícího vztahu

$$R_x = R - R_s - R_a. \quad (1.2.5)$$

Zapojení je zde obdobné jako u obr 1a, takže i výsledný odpor  $R$  se zde zjistí z (1.1.5), pokud je zde splněna podmínka, že  $R_v \gg R_x$ . Tehdy můžeme považovat odpor  $R$  za podíl  $U$  a  $I$ , viz [3].  $R_s$  je odpor propojovacích vodičů, a  $R_a$  je vnitřní odpor ampérmetru.

Výsledný vztah pro zjištění měrného elektrického odporu je

$$\rho = R_x \frac{S}{l}. \quad (1.2.6)$$

### **Seznam použitých pomůcek**

#### 1. Měření Ohmovou metodou

Zdroj napětí, ampérmetr, voltmetr, měřený odpor  $R_x$ , propojovací vodiče a tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

#### 2. Měření měrného elektrického odporu.

Zdroj napětí (proudu), ampérmetr, voltmetr, ohmmetr pro proměření propojovacích šňůr, čtyři vodiče u kterých zjišťujeme jejich měrný odpor, propojovací vodiče a tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

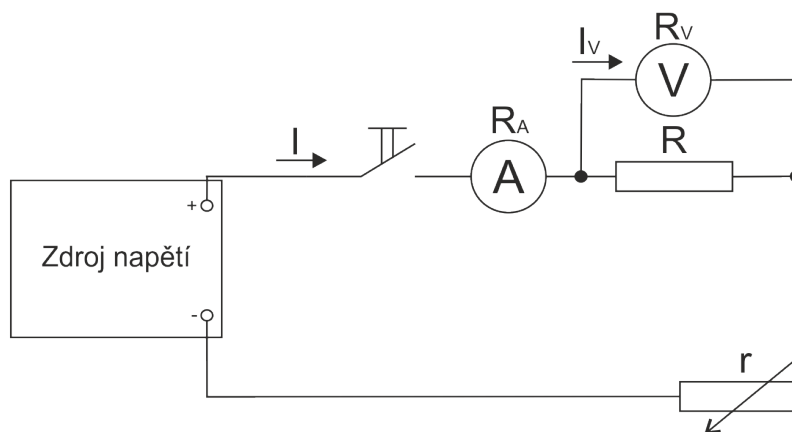
### Pracovní úkol

1. Proměřte všechny neznámé odpory  $R_x$  dle zapojení obr. 1a a obr 1b.
2. Zjistěte měrný elektrický odpor materiálů, použijte zapojení podle obr. 2.

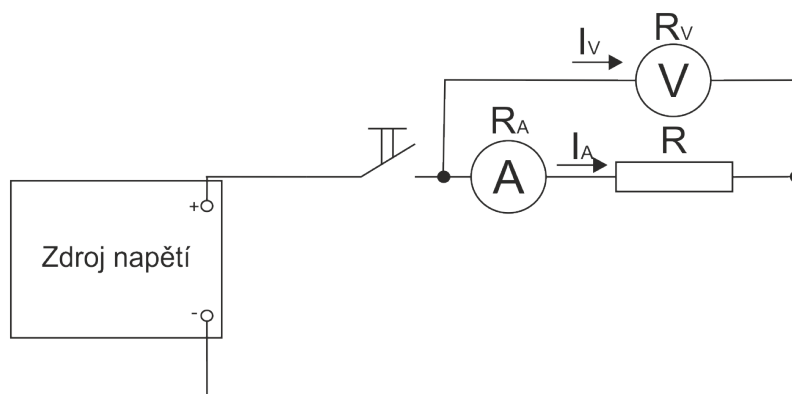
### Pokyny k úloze

1. U měření přímou metodou proměřte každý neznámý odpor  $R_x$  při deseti různých hodnotách napětí. Toto napětí nastavujte na napěťovém zdroji. Měření začněte při 1 V a postupně zvyšujte až na 10 V. Pro každý odpor  $R_x$  použijte oba dva způsoby zapojení. Ve vyhodnocení zdůvodněte, které zapojení bylo pro daný odpor vhodnější.
2. Pro měření měrného elektrického odporu použijte zapojení obr 2. Zapojení použijte postupně pro čtyři různé vodiče vyrobené z neznámého materiálu. Na proudovém zdroji nastavte malý proud a tento proud postupně zvyšujte než budete mít deset různých hodnot proudu a napětí pro každý materiál. Z těchto hodnot vypočtete hodnotu měrného elektrického odporu. Zjištěný měrný elektrický odpor následně vyhledejte v elektrotechnických tabulkách a ve vyhodnocení napište z jakého materiálu byly zjišťované vodiče.

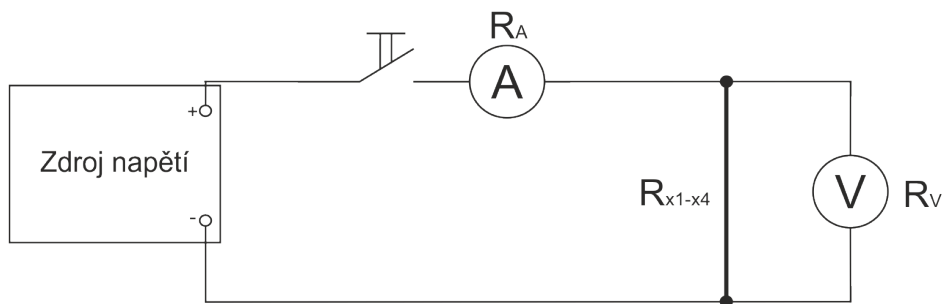
### Obrázky, schémata zapojení



obr 1a.



obr 1b.



obr. 2.

### Tabulky k měření

Měření odporů Ohmovou metodou											
č. měření		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
O d p o r	Proud I										
	Napětí U										
R x 1	Proud I										
	Napětí U										
č. měření		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
O d p o r	Proud I										
	Napětí U										
R x 2	Proud I										
	Napětí U										

Měření měrného elektrického odporu										
<b>Materiál č.1</b>	<b>Délka l =</b>		<b>Průměr d =</b>		<b>Odpor vodičů <math>R_s</math> =</b>		<b>Vnitřní odpor ampérmetru <math>R_a</math> =</b>			
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud I										
Napětí U										
<b>Materiál č.2</b>	<b>Délka l =</b>		<b>Průměr d =</b>		<b>Odpor vodičů <math>R_s</math> =</b>		<b>Vnitřní odpor ampérmetru <math>R_a</math> =</b>			
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud I										
Napětí U										
<b>Materiál č.3</b>	<b>Délka l =</b>		<b>Průměr d =</b>		<b>Odpor vodičů <math>R_s</math> =</b>		<b>Vnitřní odpor ampérmetru <math>R_a</math> =</b>			
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud I										
Napětí U										
<b>Materiál č.4</b>	<b>Délka l =</b>		<b>Průměr d =</b>		<b>Odpor vodičů <math>R_s</math> =</b>		<b>Vnitřní odpor ampérmetru <math>R_a</math> =</b>			
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud I										
Napětí U										

[1] P. David: Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus, (skriptum, PF. JCU. České Budějovice, 1985).

[2] P. Adámek: Obvody a části měřících přístrojů, (skriptum, PF. JCU. České Budějovice, 2010).

[3] ISBN 80-7300-022-9: Elektrotechnická měření, (BEN- technická literatura, Praha, 2002).

[4] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker: Fyzika, vysokoškolská učebnice obecné fyziky, (Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství Vutium, 2000).

## 2 Měření odporu Wheatstoneovým můstem a substituční metodou

### 2.1 Měření Wheatstoneovým můstkem

Jedním z častých způsobů měření el. veličin je měření pomocí můstků. V praxi se můžeme setkat s nejrůznějšími typy můstkových zapojení, kde se konkrétní můstek volí podle druhu měřené el. veličiny. V našem případě se budeme zabývat můstkou pro měření el. odporů. K tomuto účelu se používá můstek Wheatstoneův nebo Thomsonův. Velkou předností můstkové metody je, že měření není ovlivňováno samotným měřicím přístrojem. Je to dáno tím, že při správném vyvážení můstku neprochází přes měřicí přístroj žádný proud. Měřicí přístroj zde slouží jen jako indikátor nulového proudu. Díky tomuto jsou můstková zapojení velmi přesná.

V této úloze je použito zjednodušené zapojení Wheatstoneova můstku, viz obr. 1. Zapojení, které se skládá z neznámého odporu  $R_x$ , známého odporu  $R$ , ampérmetru, kalibrovaného odporového drátu a zdroje napětí. Kalibrovaný drát je rozdělen jezdcem na dvě části  $l_1$  a  $l_2$ . Za předpokladu, že je můstek vyvážen, tj. ampérmetrem neprochází žádný proud,  $I_0 = 0$  A platí, že elektrický potenciál mezi uzly 2 a 4 je stejný. Podle II. Kirchhoffova zákona pro naznačené smyčky, viz obr1 platí:

smyčka I

$$R_x I_1 - R_{11} I_2 = 0, \quad (2.1.1)$$

smyčka II

$$R I_1 - R_{12} I_2 = 0. \quad (2.1.2)$$

Kde  $R_{11}$  a  $R_{12}$  je odpor kalibrovaného drátu dané délkou  $l_1$  a  $l_2$ . Po dosazení do (2.1.1) a (2.1.2) dostaneme pro smyčku I

$$R_x I_1 - \frac{\rho l_1}{S} I_2 = 0 \quad (2.1.3)$$

a pro smyčku II

$$R I_1 - \frac{\rho l_2}{S} I_2 = 0. \quad (2.1.4)$$

Tyto dvě rovnice se řeší jako soustava rovnic o dvou neznámých. Z rovnice (2.1.4) se vyjádří  $l_2$  a dosadí do rovnice (2.1.3). Získáme tak

$$R_x I_1 - \frac{\rho l_1}{S} \frac{R I_1}{\rho l_2} = 0, \quad (2.1.5)$$

z které se po formální úpravě se dostane výsledný vztah pro výpočet

$$R_x = R \frac{l_1}{l_2} . \quad (2.1.6)$$

Závěrem lze tedy konstatovat, že měření velikosti odporu je převedeno na měření délky.

## 2.2 Měření odporu substituční metodou

Substituční metoda je pro svou jednoduchost velmi často používána. Metoda spočívá v tom, že do elektrického obvodu, viz obr. 2. se zapojí měřený rezistor  $R_x$  a potenciometrem se nastaví proud  $I_x$  (měřený ampérmetrem) na požadovanou velikost. Pak se měřený rezistor  $R_x$  nahradí zpravidla odporovou dekádou a nastaví se taková hodnota odporu  $R_d$ , aby procházející proud obvodem  $I_d$  měl stejnou velikost jako proud  $I_x$ . Za podmínky, že platí  $I_x = I_d$ , musí platit, že měřený odpor se rovná odporu nastavenému

$$R_d = R_x . \quad (2.2.1)$$

Aby byla metoda dostatečně citlivá, je nutné, aby odpor ampérmetru  $R_a$  a potenciometru  $R_d$  byl co nejmenší, tj  $R_a$  a  $R_d \ll R_x$ . Z tohoto důvodu je tato metoda omezena jen pro měření větších hodnot odporů. Vlastní přesnost měření není dána jen přesností odporu  $R_x$  a přesností měření proudu v obvodu, ale i teplotní závislostí odporů  $R_x$  a  $R_d$ . Dále by se při měření měly používat stejné délky vodičů mezi uzly 1-2 a 1-3 a to z toho důvodu, že i délka  $l$  ovlivňuje odpor vodiče. V případě, že nelze na odporové dekádě nastavit  $R_d$  tak, aby výchylka na ampérmetru byla stejná, tj.  $I_x \neq I_d$ , musí se  $R_x$  určit lineární interpolací. Na dekádě se nastaví odpor  $R_{d1}$  tak, že velikost výchylky na ampérmetru  $n_1$ , počet dílků na ampérmetru, (v dnešní době se již k měření používají převážně přístroje digitální, tyto přístroje nemají stupnici, ale jen displej ukazující přímo hodnotu) je jen o málo menší než výchylka  $n$ , která byla změřena s  $R_x$ . V dalším kroku následuje zvětšení odporu dekády na hodnotu  $R_{d2} > R_x$ , a odečtení výchylky  $n_2$  na ampérmetru. Výsledný odpor  $R_x$  se pak určí z rovnice:

$$R_x = R_{n1} + \frac{n_1 - n}{n_1 - n_2} (R_{d1} - R_{d2}) . \quad (2.2.2)$$

### Seznam použitých pomůcek

#### 1. Měření Wheatstonovým můstkem

Zdroj napětí, propojovací vodiče, kalibrovaný drát, rezistor  $R$ , potenciometr, neznámé rezistory  $R_{x1}$ ,  $R_{x2}$ , svorka pro pohyb po kalibrovaném drátu a tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

## 2. Měření odporu substituční metodou

Zdroj napětí, ampérmetr, potenciometr  $P$ , odporová dekáda, vodiče, měřený odpor  $R_{x1}$ ,  $R_{x2}$  a tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

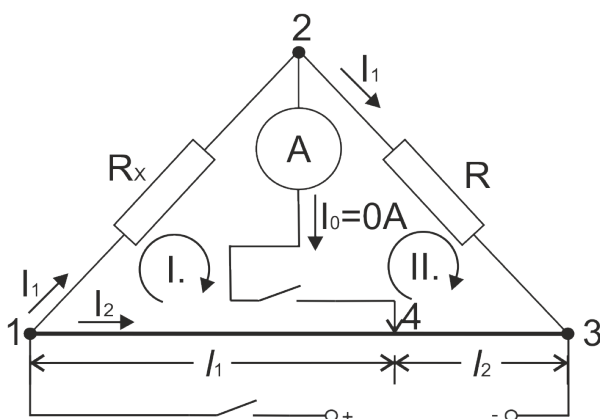
### Pracovní úkol

1. Zjistěte pomocí můstkové metody velikost elektrického odporu dvou rezistorů  $R_{x1}$  a  $R_{x2}$ , dále zjistěte velikost el. odporu v případě kdy  $R_{x1}$  a  $R_{x2}$  jsou zapojeny sériově a pak paralelně.
2. Pomocí substituční metody zjistěte velikost elektrického odporu neznámých rezistorů  $R_{x1}$ ,  $R_{x2}$ , dále zjistěte velikost el. odporu v případě kdy  $R_{x1}$  a  $R_{x2}$  jsou zapojeny sériově a pak paralelně.

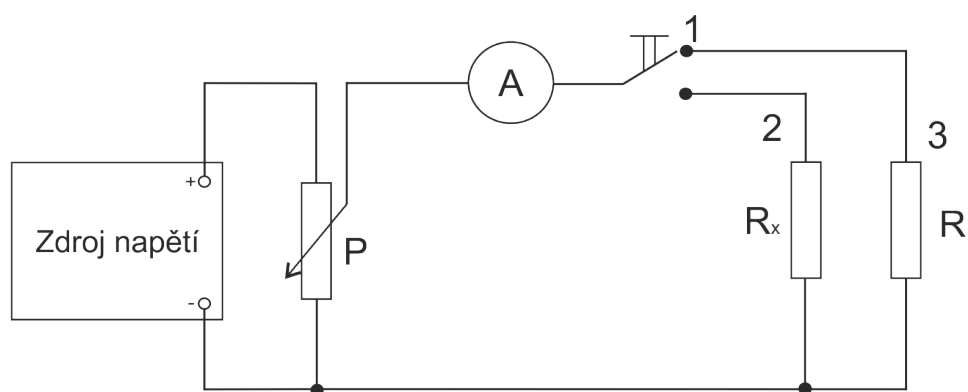
### Pokyny k úloze

1. Při použití můstkové metody změřte rezistory  $R_{x1}$ ,  $R_{x2}$  a jejich sériovou a paralelní kombinaci při deseti různých hodnotách napětí. Toto napětí nastavujte na napěťovém zdroji. Měření začněte při 1 V a postupně zvyšujte až na 10 V. Pro měření použijte zapojení dle obr. 1.
2. Zjistěte substituční metodou, viz obr. 2., hodnoty neznámých rezistorů. Měření proveďte pro každý rezistor  $R_x$  a jejich kombinaci, jak sériovou tak, paralelní, pro 10 různých hodnot proudu. Nastavení proudu se provádí potenciometrem.

### Obrázky, schémata zapojení



obr. 1.



obr. 2.



## Tabulky k měření

Měření odporu Wheatstonovím můstkem										
Odpor $R_{x1}$		Známy odpor $R =$								
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Délka drátu $l_1$ [mm]										
Úsečka $l_2$ [mm]										
Odpor $R_{x2}$		Známy odpor $R =$								
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Délka drátu $l_1$ [mm]										
Úsečka $l_2$ [mm]										
Odpor $R_{x1}, R_{x2}$ sériová kombinace		Známy odpor $R =$								
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Úsečka $l_1$ [mm]										
Úsečka $l_2$ [mm]										
Odpor $R_{x1}, R_{x2}$ paralelní kombinace		Známy odpor $R =$								
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Úsečka $l_1$ [mm]										
Úsečka $l_2$ [mm]										
Měření odporů metodou substituční										
Odpor $R_{x1}$										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Hodnota $R_x$ při $l_x=l_s$										
Odpor $R_{x2}$										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Hodnota $R_x$ při $l_x=l_s$										
Odpor $R_{x1}, R_{x2}$ sériová kombinace										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Hodnota $R_x$ při $l_x=l_s$										
Odpor $R_{x1}, R_{x2}$ paralelní kombinace										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Hodnota $R_x$ při $l_x=l_s$										

[1] ISBN 80-7300-022-9: Elektrotechnická měření, (BEN- technická literatura, Praha, 2002).

[2] P. David: Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus, (skriptum, PF. JCU. České Budějovice, 1985).

### 3 Měření indukčnosti přímou metodou a měření vzájemné indukčnosti

#### 3.1 Měření indukčnosti přímou metodou

Indukčnost  $L$  je fyzikální veličina, která je definována jako podíl magnetického indukčního toku  $\phi$  procházejícího plochou ohraničenou vodičem a proudem  $I$  procházejícím tímto vodičem. Pokud vezmeme vodič, na kterém jsme vytvořili smyčky a necháme jim protékat proud, zvětší se jeho indukčnost. Takovýto vodič představuje jednoduchou cívku. Indukčnost cívky vyjadřuje schopnost vodiče měnit elektrickou energii na energii magnetického pole. Tzn. čím bude indukčnost cívky větší, tím silnější magnetické pole kolem cívky vznikne při stejné velikosti proudu procházejícího cívku. Indukčnost cívky lze dále ovlivňovat tvarem smyček, rozměrem, tím jestli cívka má nebo nemá jádro, z jakého materiálu je jádro vyrobeno atd.

Za předpokladu, že je zapotřebí určit velikost indukčnosti  $L$  cívky, využije se jejích fyzikálních vlastností. Každá reálná cívka má svůj vnitřní odpor  $R_L$  činný odpor. Tento odpor zjistíme když cívku zapojíme do obvodu se stejnosměrným proudem a je dán vztahem:

$$R_L = \frac{U_{DC}}{I_{DC}}, \quad (3.1.1)$$

respektive:

$$\bar{R}_L = \frac{\sum_{i=1}^n U_{DC}}{\sum_{i=1}^n I_{DC}}, \quad (3.1.2)$$

kde  $U_{DC}$  a  $I_{DC}$  představují stejnosměrné napětí a proud,  $n$  je počet měření.

Při zapojení cívky do obvodu se střídavým harmonickým proudem, je její odpor dán impedancí  $Z$ , která je rovna:

$$Z = \frac{U_{AC}}{I_{AC}}, \quad (3.1.3)$$

respektive:

$$\bar{Z} = \frac{\sum_{i=1}^n U_{AC}}{\sum_{i=1}^n I_{AC}}, \quad (3.1.4)$$

kde  $U_{AC}$  je střídavé efektivní napětí a  $I_{AC}$  je střídavý efektivní proud,  $n$  představuje počet měření. Impedance  $Z$  je dále dána vektorovým součtem činného odporu  $R_L$ , induktance  $X_L$  a kapacitance  $X_C$  z obr.1. platí:

$$Z = \sqrt{R_L^2 + (X_L - X_C)^2} . \quad (3.1.5)$$

Pro obvod reálné cívky můžeme kapacitanci  $X_C$  zanedbat a to z důvodu, že cívka má převážně jen indukční odpor - induktanci  $X_L$ ,

$$X_L = 2 \pi f L , \quad (3.1.6)$$

kde  $f$  je frekvence a  $L$  je indukčnost cívky. Po vložení vztahu (3.1.6) do (3.1.5) a následné úpravě při zanedbání kapacity  $X_C$  se dostane vztah pro zjištění vlastní indukčnosti cívky:

$$L = \frac{I}{2 \pi f} \sqrt{Z^2 - R_L^2} . \quad (3.1.7)$$

Tento vztah lze použít jen při měření vlastní indukčnosti cívky bez jader, nebo pokud jsou změny proudu v cívce tak malé, že neovlivní  $L$ . U měření cívky s uzavřeným jádrem lze při přesném měření zjistit závislost indukčnosti na proudu procházejícím cívkou. Tyto změny jsou způsobeny závislostí permeability jádra na velikosti magnetické indukce v jádře. Pro solenoid (ideálně nekonečně dlouhá cívka) s jádrem platí:

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 S}{l} , \quad (3.1.8)$$

kde  $\mu_0$  permeabilita vakua,  $\mu_r$  relativní permeabilita,  $N$  počet závitů solenoidu,  $S$  průřez solenoidu a  $l$  je proud solenoidem.

### 3.2 Měření vzájemné indukčnosti

Zapojíme-li dvojici cívek o vlastní indukčnosti  $L_1$  a  $L_2$  do série, je jejich výsledná vlastní indukčnost rovna:

$$L_{12} = L_1 + L_2 + 2 M , \quad (3.2.1)$$

nebo:

$$L_{21} = L_1 + L_2 - 2 M , \quad (3.2.2)$$

kde  $L_{12}$  a  $L_{21}$  je výsledná vlastní indukčnost,  $L_1$ ,  $L_2$  jsou indukčnosti cívky 1 a 2,  $M$  je vzájemná indukčnost cívek. Použití vztahu (3.2.1) nebo (3.2.2) záleží na zapojení cívek. Pokud se cívky zapojí tak, že při průchodu proudu mají souhlasně orientované magnetické pole, použije se vztah (3.2.1). V opačném případě použijeme vztah (3.2.2). Ke zjištění vzájemné indukčnosti  $M$  je potřeba znát  $L_{12}$  a  $L_{21}$ . Úpravou rovnic (3.2.1) a (3.2.2) získáme vztah pro vzájemnou indukčnost  $M$ :

$$M = \frac{1}{4} (L_{12} - L_{21}) . \quad (3.2.3)$$

### Seznam použitých pomůcek

#### 1. Měření vlastní indukčnosti

Rozkladný transformátor s cívkami  $L_1=12000$  závitů/1A a  $L_2=1200$  závitů/1A, AC/DC ampérmetr a voltmetr, AC a DC zdroj napětí, potenciometr, sada propojovacích vodičů a tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

#### 2. Měření vzájemné indukčnosti $M$

Rozkladný transformátor s cívkami  $L_1=12000$  závitů/1A a  $L_2=1200$  závitů/1A, AC ampérmetr a voltmetr, AC zdroj napětí, potenciometr, sada propojovacích vodičů, ohmmetr a tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

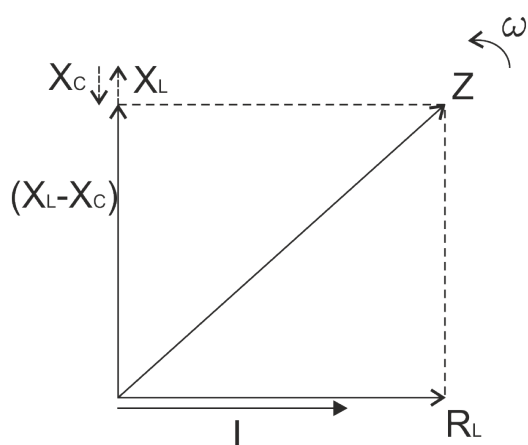
### Pracovní úkol

1. Určete vlastní indukčnost  $L$  u dvojice cívek z rozkladného transformátoru, se vzduchovým a s uzavřeným železným jádrem.
2. Zjistěte vzájemnou indukčnost  $M$  cívek se vzduchovým jádrem zapojené do série.

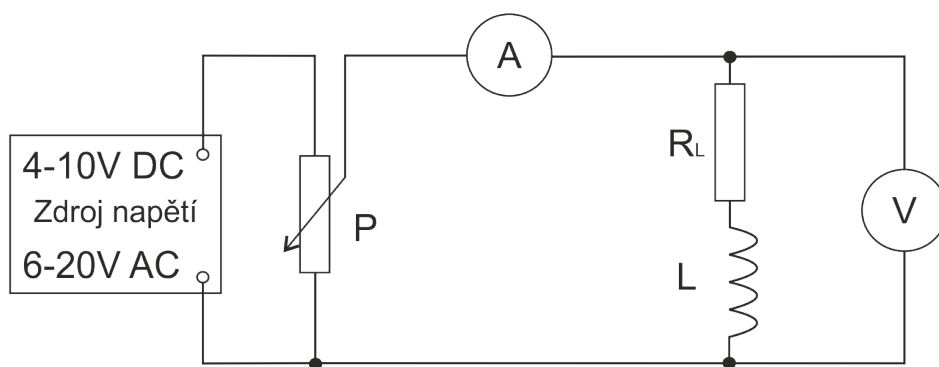
### Pokyny k úloze

1. Zjistěte vlastní indukčnost cívek  $L_1$  a  $L_2$  bez jádra a s železným jádrem. Měření proved'te podle obr.2. nebo obr.3. Volba zapojení závisí na impedanci (odporu) cívek, protože přesnost měření je ovlivňována vnitřními odpory měřících přístrojů podobně jako u měření odporů Ohmovou metodou. Pro obr.2. platí, že odpor voltmetru  $R_V \gg \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$ , zatímco zapojení podle obr.3. se použije při splnění podmínky, mnohonásobně menšího vnitřního odporu ampérmetru oproti impedanci cívky  $R_A \ll \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$ . Není-li možné uvedené podmínky splnit je nutné v měření zohlednit vnitřní odpory měřících přístrojů. Každou z cívek proměřte deseti hodnotami stejnosměrného a střídavého proudu a napětí. Změnu parametrů proudu a napětí provádějte pomocí potenciometru.
2. Změřte vzájemnou indukčnost  $M$  cívek  $L_1$  a  $L_2$  které jsou zapojeny do série a zároveň cívky umístěny tak, že mají společnou osu  $x$ , která prochází jejich středy (dotýkají se čely). K zjištění velikosti  $L_{12}$  a  $L_{21}$  použijte metodu pro měření indukčnosti přímou metodou. Činný odpor  $R_L$  zjistěte ohmmetrem. Měření proved'te pro deset hodnot střídavého napětí a proudu.

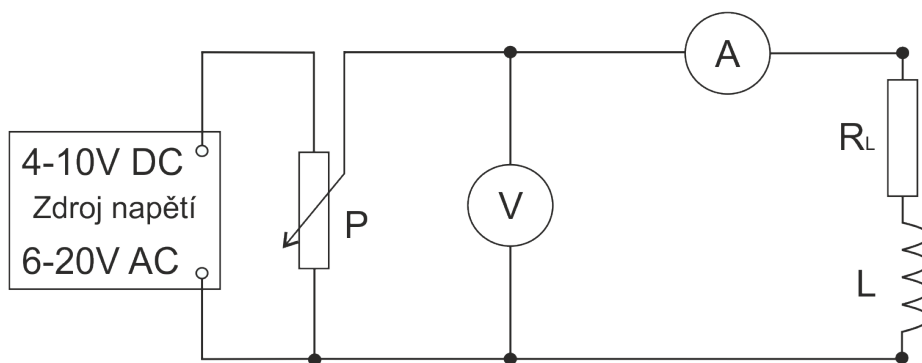
## Obrázky, schémata zapojení



obr. 1.



obr. 2. zapojení pro  $R_V \gg \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$ .



obr. 3. zapojení pro  $R_A \ll \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$ .

### Tabulky k měření

Měření indukčnosti přímou metodou ( z Ohmova zákona )										
<b>Cívka L<sub>1</sub> bez železného jádra.</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud I [A]										
Npětí U [V]										
<b>Cívka L<sub>2</sub> bez železného jádra.</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud I [A]										
Npětí U [V]										
<b>Cívka L<sub>1</sub> s železným jádrem.</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud I [A]										
Npětí U [V]										
<b>Cívka L<sub>2</sub> s železným jádrem.</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud I [A]										
Npětí U [V]										
Měření vzájemné indukčnosti										
<b>Vazba těsná..</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud I [A]										
Npětí U [V]										
<b>Vazba volná.</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud I [A]										
Npětí U [V]										
Odpor cívky 1. měřený ohmetrem R[Ω]										
Odpor cívky 2. měřený ohmetrem R[Ω]										

- [1] P. David: Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus, (skriptum, PF. JCU. České Budějovice, 1985).
- [2] ISBN 80-7300-022-9: Elektrotechnická měření, (BEN- technická literatura, Praha, 2002).
- [3] J. Brož, Elektřina a magnetismus I. a II. (skriptum, SPN, Praha 1976).
- [4] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker: Fyzika, vysokoškolská učebnice obecné fyziky, (Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství Vutium, 2000).

## 4 Měření kapacity přímou metodou a pomocí RLC můstku

### 4.1 Měření kapacity metodou přímou

Elektrická kapacita  $C$  je fyzikální veličina, která je obecně definována jako množství elektrického náboje ve vodiči s jednotkovým elektrickým potenciálem. Velikost kapacity  $C$  závisí na tvaru, velikosti a vzdálenosti elektrod a je vždy kladná. Nezávisí na náboji  $Q$  ani na napětí  $U$  ke kterému je připojena. Soustavu dvou vodičů upravených tak, že při malých rozměrech mají velkou kapacitu nazýváme kondenzátor.

Ke zjištění neznámé kapacity  $C$  kondenzátoru lze využít jeho elektrických vlastností. Zapojí-li se ideální kondenzátor do obvodu se střídavým harmonickým napětím

$$u = U_{\max} \sin \omega t , \quad (4.1.1)$$

v případě použití komplexní symboliky

$$u = u_{\max} \exp(\sin j \omega t) , \quad (4.1.2)$$

prochází kondenzátorem posuvný proud  $i_p$

$$i_p = j \omega C u , \quad (4.1.3)$$

kde  $u$  je okamžitá hodnota napětí,  $\omega$  úhlová frekvence,  $C$  představuje kapacitu kondenzátoru a  $j$  je imaginární jednotka.

Reálným kondenzátorem prochází kromě proudu posuvného  $i_p$  i proud vodivostní  $i_v$

$$i_v = \frac{U}{R} , \quad (4.1.4)$$

kde  $R$  je svodový odpor kondenzátoru. Proud  $i$  procházející reálným kondenzátorem je tedy roven,

$$i = i_p + i_v = (j \omega C + \frac{1}{R}) u , \quad (4.1.5)$$

tento proud je posunut vzhledem k napětí o úhel  $\varphi$ , který se liší od ideálního posunu  $\pi/2$  o ztrátový úhel  $\delta$ , tj.  $\pi/2 = \varphi + \delta$ . Ztrátový úhel  $\delta$  vyjadřuje ztráty způsobené vodivostí dielektrika, ionizací, polarizací a související hysterezí. Ztrátový činitel  $\operatorname{tg} \delta$  vyjádřený z rovnice (4.1.5) je roven:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{\omega CR} . \quad (4.1.6)$$

U kondenzátorů používaných v elektrotechnice a měřící technice je ztrátový činitel malý, řádově  $10^{-4}$ . Při použití kondenzátorů se dá říci, že jimi neprotéká žádný stejnosměrný proud, za předpokladu zanedbání výše uvedených ztrát. Pokud ztráty nelze zanedbat, pak můžeme kondenzátor nahradit paralelním zapojením ideálního kondenzátoru  $C$  a rezistoru  $R$  s velkým elektrickým odporem. Komplexní impedance  $Z$  vyjádřená z rovnice (4.1.5) se rovná:



$$\hat{Z} = \frac{I}{\left(\frac{I}{R} + j\omega C\right)}. \quad (4.1.7)$$

Při použití kvalitních kondenzátorů lze zanedbat vliv vodivostního proudu  $i_v$  a tedy i svodového odporu  $R$ . V takovém případě se impedance  $Z$  rovná:

$$\hat{Z} = \frac{I}{j\omega C} = \frac{I}{j2\pi f C}, \quad (4.1.8)$$

nebo

$$Z = \frac{I}{\omega C} = \frac{I}{2\pi f C} = \frac{U_{ef}}{I_{ef}}, \quad (4.1.9)$$

kde  $U_{ef}$  a  $I_{ef}$  jsou hodnoty efektivního napětí a proudu,  $f$  je frekvence střídavého harmonického proudu. Po úpravách rovnice (4.1.9) je kapacita kondenzátoru:

$$C = \frac{I_{ef}}{U_{ef} \omega} = \frac{I_{ef}}{U_{ef} 2\pi f}. \quad (4.1.10)$$

## 4.2 Měření kapacity multimetrem

Jako Multimetr je označován měřící přístroj určený pro měření více fyzikálních veličin. Základní číslicový voltmetr je schopen měřit pouze stejnosměrné napětí. Pokud ho doplníme vhodnými převodníky měří také střídavé napětí, stejnosměrné a střídavé proudy, odpory, někdy i prahové napětí diod, kmitočet a kapacitu. Při použití multimetru pro měření kapacity se obvykle používá Ohmova metoda. Zjištěné hodnoty kapacity při použití digitálního multimetru mají často jen informativní charakter. Ke zjištění přesné hodnoty kapacity se používají specializované přístroje založené na principu tzv. RLC můstku.

### Seznam použitých pomůcek

#### 1. Měření kapacity za použití přímé metody

Měřené kondenzátory, ampérmetr a voltmetr na stejnosměrné i střídavé napětí, zdroj střídavého i stejnosměrného napětí, potenciometr, propojovací vodiče, tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

#### 2. Měření kapacity multimetrem

Digitální multimetr schopný měřit kapacitu, propojovací vodiče, měřené kondenzátory a tabulka pro zapisování zjištěných hodnot.

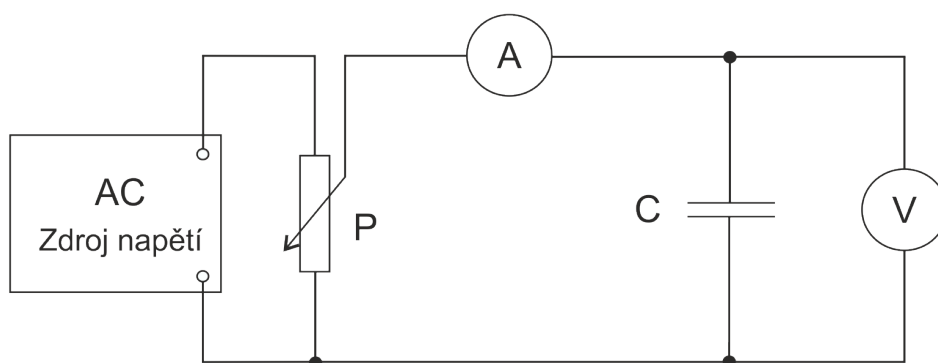
### Pracovní úkol

1. Určete kapacitu dvou daných kondenzátorů přímou metodou. Změřte kapacitu sériové a paralelní kombinace těchto kondenzátorů. Výslednou kapacitu porovnejte s kapacitou vypočítanou dle vztahu pro řazení kondenzátorů.
2. Určete kapacitu dvou kondenzátorů pomocí multimetru. Poté změřte kapacitu sériové a paralelní kombinace těchto kondenzátorů. Výslednou kapacitu porovnejte s kapacitami z úkolu 1.

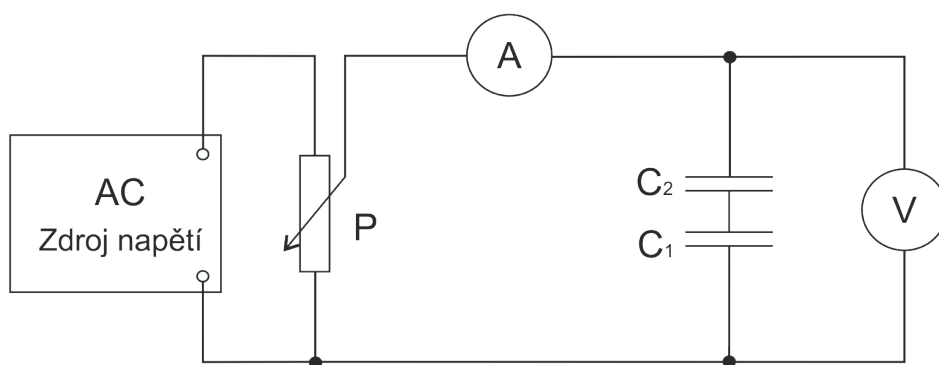
### Pokyny k úloze

1. Zjistěte neznámou kapacitu kondenzátorů  $C_1$  a  $C_2$  pomocí přímé metody (voltmetr a ampérmetr). Měření proveďte podle zapojení, obr. 1. Dále zjistěte kapacitu těchto kondenzátorů v sériovém a paralelním zapojení, viz obr. 2. a 3. Pro každé měření zaznamenejte deset hodnot proudu a napětí. Změnu napětí provádějte pomocí napěťového zdroje nebo pomocí potenciometru vřazeném v obvodu jako napěťový dělič. Před samotným měřením ověřte pomocí ohmmetru, že je u konkrétního kondenzátoru možno zanedbat svodové proudy. Předpokládejte, že impedance kondenzátoru je mnohem menší než vnitřní odpor ohmmetru.
2. Pomocí multimetru zjistěte neznámou kapacitu kondenzátorů  $C_1$  a  $C_2$ , dále zjistěte výslednou kapacitu těchto kondenzátorů zapojených v kombinaci sériové a paralelní. Pro měření použijte zapojení obr. 4.

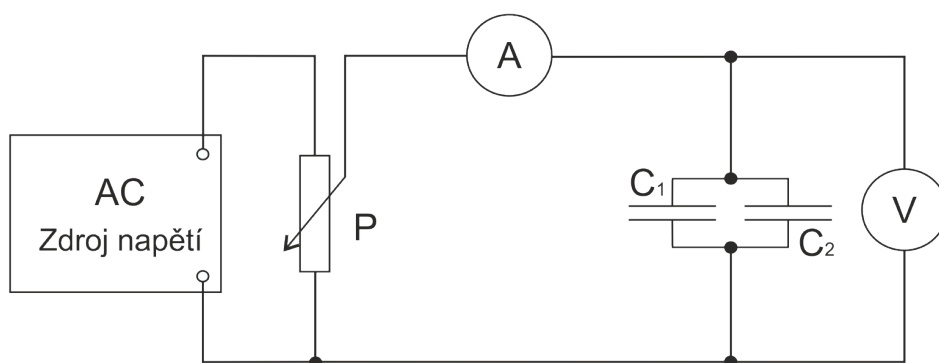
### Obrázky, schémata zapojení



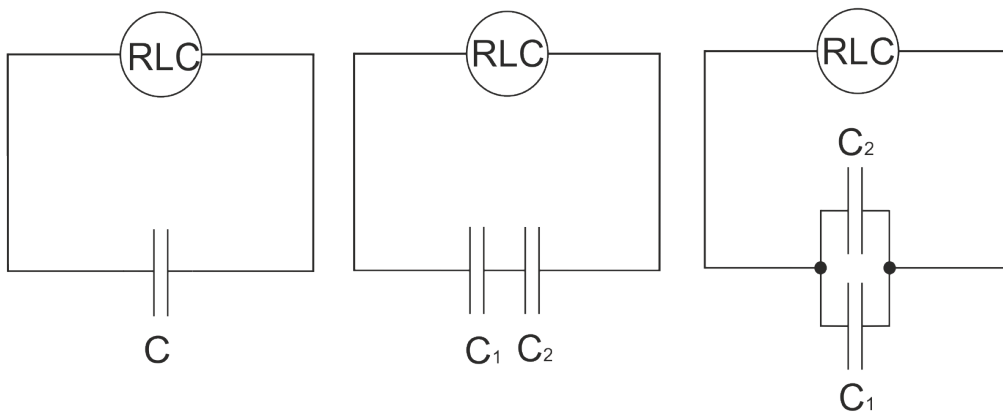
obr. 1.



obr. 2.



obr. 3.



obr. 4.

### Tabulky k měření

Měření kapacity přímou metodou										
<b>Měření kapacity kondenzátoru.</b>										
<b>Naměřené hodnoty pro C<sub>1</sub></b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud C <sub>1</sub> I [A]										
Napětí C <sub>1</sub> U [V]										
<b>Naměřené hodnoty pro C<sub>2</sub></b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud C <sub>2</sub> I [A]										
Napětí C <sub>2</sub> U [V]										
<b>Měření kapacity pro sériové zapojení.</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud I [A]										
Napětí U [V]										
<b>Měření kapacity pro paralelní zapojení.</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud I [A]										
Napětí U [V]										
Měření kapacity pomocí multimetru										
<b>Měření kapacity kondenzátoru.</b>										
<b>Naměřená hodnota pro C<sub>1</sub></b>					<b>Naměřená hodnota pro C<sub>2</sub></b>					
č. měření					č. měření					
Kapacita C <sub>1</sub>					Kapacita C <sub>2</sub>					
<b>Měření kapacity pro sériové zapojení.</b>										
č. měření					č. měření					
Kapacita C					Kapacita C					

- [1] P. David: Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus, (skriptum, PF. JCU. České Budějovice, 1985).
- [2] J. Brož, Elektřina a magnetismus I. a II. (skriptum, SPN, Praha 1976).
- [3] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker: Fyzika, vysokoškolská učebnice obecné fyziky, (Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství Vutium, 2000).
- [4] J. Vlček: Moderní elektronika, (Doplněk k publikaci, BEN- technická literatura, 2003).

## 5 Měření vnitřního odporu galvanických článků a vnitřního odporu ampérmetru

### 5.1 Měření vnitřního odporu galvanických článků

Zdroje elektrického napětí jsou charakterizovány svým elektromotorickým napětím  $\varepsilon$  a vnitřním odporem  $R_i$ . Vnitřní odpor ovlivňuje chování zdroje v obvodu a je příčinou nižšího napětí na spotřebiči než je uvedené elektromotorické napětí. Tento napěťový úbytek je roven  $R_i I$  kde  $I$  je proud procházející obvodem. Velikost vnitřního odporu záleží na složení zdroje (zdroj se skládá z elektrod a elektrolytu). Na počátku svého vybíjecího cyklu je tento vnitřní odpor malý a postupně se zvyšuje. Články s malým vnitřním odporem se označují jako tvrdé zdroje, zatímco články s velkým vnitřním odporem se označují jako měkké zdroje.

K zjištění vnitřního odporu zdroje  $R_i$  se použije zapojení dle obr. 1. V tomto zapojení platí pro II. Kirchhoffův zákon, že:

$$\varepsilon = I(R_i + R_e) = IR_e U, \quad (5.1.1)$$

kde  $\varepsilon$  představuje elektromotorické napětí článku,  $I$  proud protékající tímto obvodem,  $R_i$  vnitřní odpor článku,  $R_e$  vnější odpor a  $U = IR_e$  svorkové napětí (napětí naměřené na svorkách zdroje  $S_1$  a  $S_2$ ). Při měření předpokládáme, že elektromotorické napětí a vnitřní odpor se během měření nemění, proměnnou veličinou závislou na zatížení zdroje je svorkové napětí. Pokud se připojí na svorky  $S_1$  a  $S_2$  voltmetr, který splňuje podmínku, že  $R_e \gg R_i$  bude svorkové napětí prakticky rovno elektromotorickému napětí zdroje. Tato podmínka je snadno splněna při použití elektronického voltmetru, jehož vnitřní odpor se často pohybuje v rozmezí od  $10^6$ - $10^7 \Omega$ . V ostatních případech, jak plyne z rovnice (5.1.1), bude vždy svorkové napětí menší než elektromotorické. Při zapojení zdroje na krátko  $R_e = 0$  poteče tímto spojením maximální proud. Tento zkratový proud  $I_z$  je závislý pouze na elektromotorickém napětí a vnitřním odporu zdroje  $R_i$ . Pro  $I_z$  platí, že:

$$I_z = \frac{\varepsilon}{R_i}. \quad (5.1.2)$$

Každý zdroj je při dlouhodobějším spojení nakrátko ničen zkratovým proudem. Proto se pro výpočet vnitřního odporu nepoužije zapojení na krátko, ale zapojení, viz obr. 2., který využívá spínacích prvků v obvodu. Proud procházející obvodem je dán vztahem:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_i + R + R_A}, \quad (5.1.3)$$

kde  $\varepsilon$  je elektromotorické napětí článku,  $R_i$  vnitřní odpor měřeného zdroje,  $R$  je odpor potenciometru a  $R_A$  vnitřní odpor ampérmetru. Po úpravě rovnice (5.1.3) dostaneme

vztah pro zjištění vnitřního odporu článku:

$$R_i = \frac{\varepsilon - I(R + R_A)}{I}. \quad (5.1.4)$$

## 5.2 Zjištění vnitřního odporu ampérmetru

Každý měřicí přístroj má svůj vnitřní odpor  $R_i$ , který je u analogových přístrojů dán ohmickým odporem otáčivé cívky, vnitřní konstrukcí převodů přístroje, předřadnými odpory a bočníky podle druhu a použití přístroje. U digitálních přístrojů je vnitřní odpor dán vnitřním odporem OZ a také bočníky a předřadníky. K zjištění vnitřního odporu měřicího přístroje se používají různé metody měření odporu. Vždy se volí taková metoda, která je jednoduchá a bezpečná.

1. Zjištění vnitřního odporu ampérmetru ohmovou metodou.

Ke zjištění vnitřního odporu ampérmetru lze použít Ohmovu metodu měření odporu, viz obr. 3. Výsledný odpor ampérmetru je dán vztahem:

$$R_i = \frac{U}{I}, \quad (5.2.1)$$

kde  $R_i$  je vnitřní odpor ampérmetru,  $U$  napětí na ampérmetru a  $I$  proud procházející ampérmetrem.

2. Zjištění vnitřního odporu ampérmetru pomocí ohmmetru.

Dnes už lze vnitřní odpor orientačně měřit i multimetrem. Před samotným měřením musíme zkontrolovat, že baterie multimetru nejsou vybité, aby nedošlo ke zkreslení výsledku měření.

### Seznam použitých pomůcek

1. Měření vnitřního odporu galvanických článků

Měřené zdroje stejnosměrného napětí, multimetry, potenciometr (reostat), spínací prvky  $K_a$  a  $K_v$ , vodiče, tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

2. Měření vnitřního odporu ampérmetru

Ampérmetr, voltmetr, potenciometr, vodiče, zdroj napětí, ohmmetr, tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

### Pracovní úkol

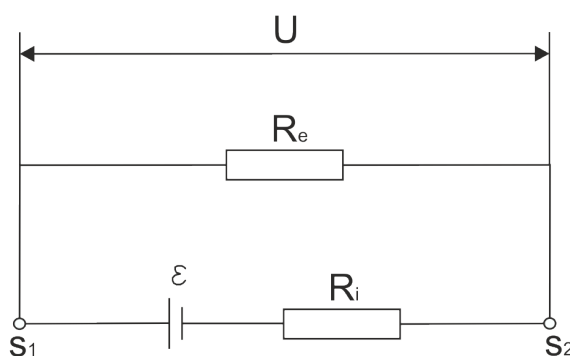
1. Zjistěte vnitřní odpor galvanického článku.
2. Zjistěte vnitřní odpor ampérmetru.

### Pokyny k úloze

1. Pomocí zapojení, viz obr. 2., zjistěte vnitřní odpor galvanického článku. Nejdříve ověřte, že je splněna podmínka,  $R_v \gg R_i$  (vnitřní odpor voltmetru je mnohonásobně větší než vnitřní odpor zdroje) a to tak, že po sepnutí kontaktu  $K_v$ , a následného krátkého sepnutí  $K_a$  voltmetr stále indikuje stejnou výchylku. V případě stejné naměřené hodnoty je napětí elektromotorické rovno napětí svorkovému. Zjištění proudu v obvodu provedeme současným sepnutím spínačů  $K_a$  a  $K_v$ . Zjištěné hodnoty proudu a napětí zapište do tabulky. Provedte deset měření, začněte při maximálním odporu nastaveném na reostatu. Pracujte s krátkodobými proudy max. do 3 A u akumulátoru a 0,5 A u ploché baterie. Vypočítejte střední hodnotu vnitřního odporu a pravděpodobnou odchylku aritmetického průměru.
2. Zjistěte pomocí zapojení, viz obr. 3., vnitřní odpor ampérmetru. Provedte celkem deset měření vždy s jinými hodnotami proudu a napětí. Tyto změny provádějte potenciometrem. Zjištěné hodnoty zapište do tabulky. Vypočítejte střední hodnotu vnitřního odporu a pravděpodobnou odchylku aritmetického průměru.

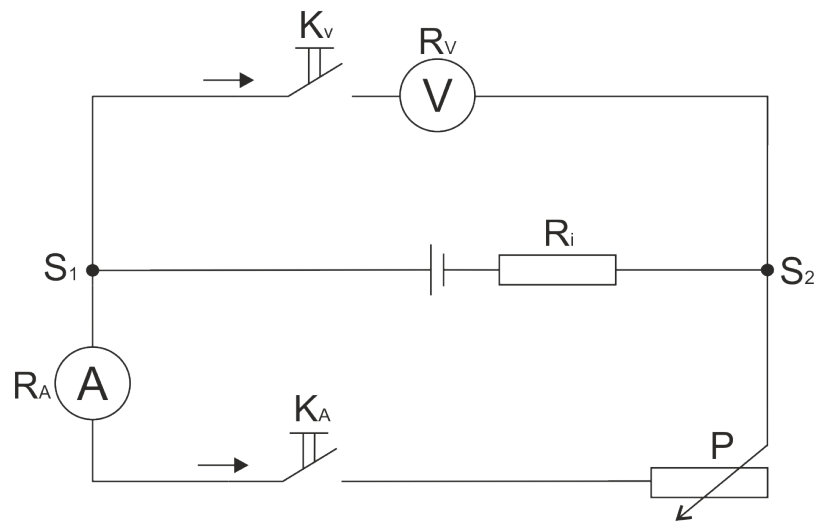
Pomocí ohmmetru zjistěte vnitřní odpor ampérmetru. Zjištěné hodnoty porovnejte s předchozími a s hodnotami výrobce.

### Obrázky, schémata zapojení

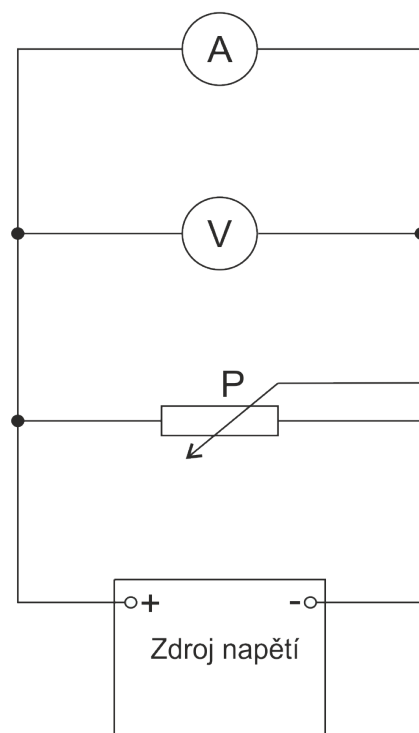


obr.1.





obr.2.



obr.3.

## Tabulky k měření

<b>Měření vnitřního odporu galvanických článků</b>										
<b>Naměřené hodnoty sepnutí <math>K_v</math></b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Napětí U [V]										
<b>Naměřené hodnoty sepnutí <math>K_v</math> a <math>K_a</math></b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud I [A]										
Napětí U [V]										
Reostat R [ $\Omega$ ]										
<b>Měření vnitřního odporu ampérmetru</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud I [A]										
Napětí U [V]										
<b>Měření vnitřního odporu ampérmetru pomocí ohmetru</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Odpor R [ $\Omega$ ]										

[1] P. David: Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus, (skriptum, PF. JCU. České Budějovice, 1985).

[2] J. Vlček: Moderní elektronika, (Doplněk k publikaci, BEN- technická literatura, 2003).

## 6 Měření elektromotorického napětí a výstupního napětí potenciometru

### 6.1 Měření elektromotorického napětí

Elektromotorické napětí zdroje je rovné svorkovému napětí jen při nezatíženém zdroji. Při připojení jakékoli zátěže, nebo i jen samotného voltmetru, je svorkové napětí menší než elektromotorické z důvodu napěťového úbytku na vnitřním odporu zdroje. Rozdíl je dán vnitřním odporem zdroje a odporem zátěže. Čím je odpor zátěže menší, tím je větší rozdíl svorkového a elektromotorického napětí. K zjištění přesné hodnoty elektromotorického napětí zdroje se používá kompenzační metoda.

Základem kompenzační metody je zapojení zdrojů souhlasnými póly k sobě mající za příčinu vykompenzování proudu tekoucího obvodem, viz obr. 1. Vykompenzování proudu se provádí pomocí proměnného odporu, který nejčastěji představuje lineární odporový vodič (drát) o známém průřezu  $S$ , délce  $l$  a rezistivitě  $\rho$ . Vynulování proudu indikuje galvanometr zapojený sériově s měřeným zdrojem o elektromotorickém napětí  $\varepsilon_x$ . V případě, že galvanometr neindikuje žádný procházející proud, lze poměr elektromotorických napětí nahradit poměrem známých odporů vřazených do obvodu. Na obrázku 1. symbolizuje  $R_0$  odpor mezi body A a B, tedy celkový odpor zapojeného vodiče. Odpor  $R_0$  je celkový odpor lineárního odporového vodiče. Odpor  $R_x$  je mezi body A a C. Dále jsou v obvodu ještě odpory  $r_0$  vnitřní odpor známého zdroje,  $r_x$  vnitřní odpor neznámého zdroje a  $r_g$  vnitřní odpor galvanometru. Z Kirchhoffových zákonů platí pro smyčky ABC:

$$\varepsilon_0 = IR_x + I_1(R_0 - R_x) + I_1 r_0 = IR_x + I_1(R_0 - R_x + r_0), \quad (6.1.1)$$

a pro smyčku AC:

$$\varepsilon_x = I_2 r_g + IR_x + I_2 r_x = IR_x + I_2(r_g + r_x), \quad (6.1.2)$$

kde  $\varepsilon_0$  je známé elektromotorické napětí dodávající do obvodu proud  $I_1$  a  $\varepsilon_x$  představuje neznámé elektromotorické napětí dodávající do obvodu proud o velikosti  $I_2$ . Dále pro bod A podle Kirchhoffových zákonů platí:

$$I = I_1 + I_2. \quad (6.1.3)$$

Po vykompenzování je  $I_2 = 0$  a následně platí rovnice pro bod A:

$$I = I_1, \quad (6.1.4)$$

pro smyčku ABC:

$$\varepsilon_0 = I(R_0 + r_0), \quad (6.1.5)$$

a pro smyčku AC:

$$\varepsilon_x = IR_x . \quad (6.1.6)$$

Z rovnic pro smyčku ABC a AC po úpravách vyplývá, že neznámé elektromotorické napětí  $\varepsilon_x$  je:

$$\varepsilon_x = \frac{R_x \varepsilon_0}{R_0 + r_0} . \quad (6.1.7)$$

Velikost odporů  $R_x$  a  $R_0$  je dána jejich délkou  $l$ , průřezem  $S$  a rezistivitou  $\rho$ . Platí tedy :

$$R_x = \frac{\rho l_x}{S} , R_0 = \frac{\rho l_0}{S} \quad (6.1.8)$$

kde  $l_x$  je délka lineárního odporového drátu od bodu A do bodu C,  $l_0$  je délka od bodu A do B, rezistivita  $\rho$  se určí z tabulek a průřez  $S$  výpočtem z průměru drátu. Po dosazení těchto veličin do (6.1.7) dostaneme pro výpočet neznámého elektromotorického napětí:

$$\varepsilon_x = \frac{\rho l_x \varepsilon_0}{\rho l_0 + r_0 S} . \quad (6.1.9)$$

## 6.2 Měření závislosti výstupního napětí potenciometru na poloze jezdce při různých hodnotách zatěžovacího odporu

K regulaci proudu a napětí v obvodu se může použít měnitelných odporů tzv. (reostatů). Regulační reostat se zapojuje do série se spotřebičem tak, aby bylo možné regulovat celkový odpor v obvodu, napětí na spotřebiči a proud procházející spotřebičem. K tomu aby regulační odpor mohl dobře regulovat napětí a proud v obvodu je nutné splnit podmínku, že velikost regulačního odporu je několikrát větší než odpor zbývající části obvodu.

Posuvný reostat zapojený jako potenciometr, viz obr. 2., se zde používá k regulaci napětí. Celkový odpor  $R$  je připojen na napětí  $U$ . Odebírané napětí  $U_x$  je měřeno na odporu  $R_x$ , který je částí celkového odporu  $R$ . Pokud neprotéká proud  $I_x=0$ , platí:  $U=RI$  a  $U_x=IR_x$ , a tedy

$$\frac{U_x}{U} = \frac{R_x}{R} . \quad (6.2.1)$$

Z rovnice (6.2.1) je zřejmé, že na potenciometru se rozděluje napětí v poměru příslušných odporů. Z tohoto důvodu se někdy potenciometru říká dělič napětí. Celkový odpor  $R$  je dán délkou  $l$ , rezistivitou  $\rho$  a průřezem  $S$ ,

$$R = \frac{\rho l}{S} . \quad (6.2.2)$$

Po úpravě vztahu (6.2.2) a dosazení do rovnice (6.2.1) dostaneme vztah pro zjištění velikosti napětí pomocí jednotlivých délek lineárního odporového vodiče:

$$U_x = \frac{U l_x}{l} . \quad (6.2.3)$$

Odebírané napětí je tedy lineární funkcí délky odporu, nad kterým jej odebíráme. Vztah (6.2.3) platí jen při  $I_z = 0$  tj.  $R_z \rightarrow \infty$ .

Při zapojení zátěže  $R_z$  na napětí  $U_x$ , viz obr. 3. dochází k paralelní kombinaci odporu  $R_z$  a  $R_x$ . Vzhledem k paralelnímu řazení je výsledný odpor menší. Z tohoto důvodu je i měřené napětí  $U_x$  nižší než by odpovídalo prostému napět'ovému děliči (jinými slovy napět'ový dělič platí pouze pro nekonečně velkou zátěž). Použitím Kirchhoffových zákonů pro obr. 2. získáme vztah pro celkové napětí  $U$ :

$$U = IR_x + I(R - R_x) , \quad (6.2.4)$$

protože pro napětí  $U_x$  platí  $U_x = I_x R_x$  můžeme následně psát:

$$0 = I_z R_z - I_x R_x , \quad (6.2.5)$$

a pro celkový proud  $I$ :

$$I = I_x + I_z . \quad (6.2.6)$$

Vyjádřením  $I$  a  $I_z$  z rovnic (6.2.4) a (6.2.5) a dosazením do (6.2.6) získáme po úpravách vztah:

$$I_x = U \frac{R_z}{(R_z + R_x) \cdot (R - R_x) + R_x R_z} . \quad (6.2.7)$$

Z Ohmova zákona platí, že:

$$U_x = I_x R_x = U \frac{R_z R_x}{(R_z + R_x) \cdot (R - R_x) + R_x R_z} . \quad (6.2.8)$$

Dosazením vztahu  $R_x/R = l_x/l$  do rovnice získáme vztah:

$$U_x = U \frac{R_z \frac{l_x}{l}}{R_z + R \frac{l_x}{l} - R \left(\frac{l_x}{l}\right)^2} . \quad (6.2.9)$$

Úpravou rovnice (6.2.9) získáme zjednodušený vztah pro výpočet napětí  $U_x$ :

$$U_x = U \frac{l_x}{l - \frac{R}{R_z} \left(l - \frac{l_x}{l}\right)} . \quad (6.2.10)$$

## Seznam použitých pomůcek

### 1. Měření elektromotorického napětí

Měřené zdroje elektromotorického napětí, normálový Wheatstonův článek s definovaným elektromotorickým naměřením, měrný odporový drát s jezdcem, multimetr, tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

### 2. Měření závislosti výstupního napětí potenciometru na poloze jezdce při různých hodnotách zatěžovacího odporu

Zdroj stejnosměrného napětí, reostat, měřicí přístroje (ampérmetr, voltmetr, ohmmetr), zatěžovací odpor, vodiče, tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

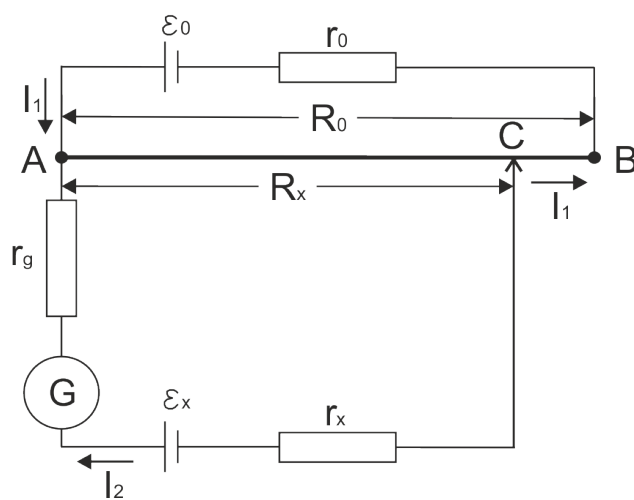
## Pracovní úkol

1. Zjistěte pomocí kompenzační metody elektromotorické napětí akumulátoru, ploché baterie a monočlánku. K měření použijte zapojení, viz obr. 1.
2. Určete závislost napětí  $U_x$  na výstupu potenciometru jako funkci  $l/l_x$ , tj. funkci polohy jezdce při různých hodnotách zátěžového odporu. Pro hodnoty  $R_z$  použijte:  $R_z \rightarrow \infty$ ,  $R_z = R$ ,  $R_z = 0,1 R$ . K měření použijte zapojení, viz obr. 2.

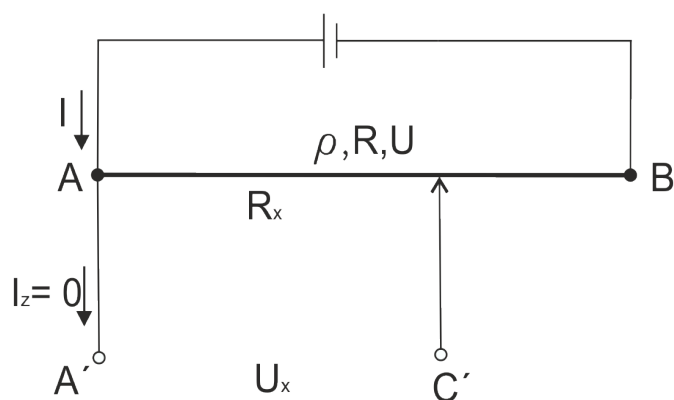
## Pokyny k úloze

1. Pomocí zapojení, viz obr. 1., zjistěte velikost elektromotorického napětí u monočlánku, akumulátoru a ploché baterie. Snažte se, aby procházející proud byl vykompenzován v krátké době, jinak hrozí že dojde ke změně parametrů v obvodu z důvodu zahřátí vodičů a odporů. Dále je nutné uzavřít obvod ACB dříve než obvod s galvanometrem. Pro každý měřený zdroj elektromotorického napětí proveďte deset měření. Vypočtěte střední hodnotu elektromotorického napětí každého zdroje a chybu aritmetického průměru.
2. Pomocí zapojení, viz obr. 3., změřte závislost výstupního napětí z potenciometru na zatížení odporem  $R_z$ . Měření proveďte na 3 hodnotách zatěžovacího odporu  $R_z \rightarrow \infty$ ,  $R_z = R$ ,  $R_z = 0,1 R$ . Pro každou hodnotu odporu  $R_z$  proveďte deset měření s různou vzdáleností  $l_x$ . Požadované hodnoty zátěže na reostatu  $R_z$  se nastaví pomocí ohmmetru. Naměřené a teoretické závislosti zpracujte do grafu a porovnejte.

## Obrázky, a schémata zapojení

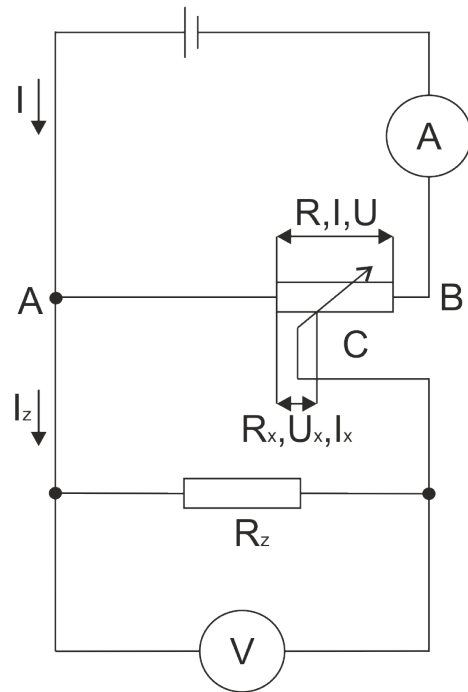


obr. 1.



obr. 2.





obr. 3.

## Tabulky k měření

Měření elektromotorického napětí										
<b>Měření elektromotorického zdroj č.1.</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Vzdálenost $l_k$ [mm]										
<b>Měření elektromotorického zdroj č.2.</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Vzdálenost $l_k$ [mm]										
<b>Měření elektromotorického zdroj č.3.</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Vzdálenost $l_k$ [mm]										
Pro všechny měření vzdálenost $l_0$			Pro všechny měření velikost normálového napětí			Velikost vnitřního odporu normálového napětí				
Vzdálenost $l_0$ [mm]			$\epsilon_n$ [V]			$r_0$ [ $\Omega$ ]				
<b>Měření závislosti výstupního napětí potenciometru na poloze jezdce při různých hodnotách <math>R_z</math></b>										
<b>Měření <math>R_z \rightarrow \infty</math></b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Vzdálenost $l_k$ [mm]										
Napětí změř. $U_x$ [V]										
<b>Měření <math>R_z \rightarrow R</math></b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Vzdálenost $l_k$ [mm]										
Napětí změř. $U_x$ [V]										
<b>Měření <math>R_z \rightarrow 0,1R</math></b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Vzdálenost $l_k$ [mm]										
Napětí změř. $U_x$ [V]										
Pro všechny měření vzdálenost $l$			Pro všechny měření velikost odporu $R$			Připojeno na napětí $U$				
Vzdálenost $l$ [mm]			$R$ [ $\Omega$ ]			$U$ [V]				

[1] P. David: Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus, (skriptum, PF. JCU. České Budějovice, 1985).

[2] J. Brož, Elektřina a magnetismus I. a II. (skriptum, SPN, Praha 1976).

## 7 Měření teplotního součinitele elektrického odporu a charakteristiky vlákna žárovky

### 7.1 Měření teplotního součinitele elektrického odporu

V průmyslové praxi se k měření teplot velmi často používají polovodičové, nebo kovové odporové senzory. Jak u polovodičových, tak i u kovových, senzorů se využívá jejich teplotní závislosti, která je vyjádřena teplotním součinitelem odporu  $\alpha$ . Elektrický odpor u většiny polovodičů se vzrůstající teplotou klesá, zatímco u kovových vodičů vzrůstá. Výjimku u kovů tvoří některé slitiny jako např. konstantan, který má prakticky konstantní odpor nezávislý na teplotě. Teplotní závislost kovů, i polovodičů lze vyjádřit exponenciální funkcí,

$$R = R_0 \exp \left\{ k \left[ \left( \frac{1}{T} \right) - \left( \frac{1}{T_0} \right) \right] \right\}, \quad (7.1.1)$$

kde  $R$  představuje odpor vodiče, který má teplotu  $T$  v Kelvinech,  $R_0$  je odpor vodiče při teplotě  $T_0$ ,  $k$  je konstanta jejíž velikost je  $k < 0$  pro kovy, a  $k > 0$  pro polovodiče. Po rozvinutí výrazu (7.1.1) a zanedbání mocnin vyšších řádů dostaneme vztah:

$$R = R_0 (1 + at + bt^2 + ct^3), \quad (7.1.2)$$

kde  $a, b, c$  jsou materiálové konstanty,  $t$  je teplota ve stupních Celsia. V případě, že se teplota u kovových materiálů pohybuje v rozmezí 0 - 100 °C, lze zanedbat také druhou a třetí mocninu. V takovém případě získáme vztah:

$$R = R_0 (1 + \alpha \Delta t), \quad (7.1.3)$$

kde  $\alpha = a$  teplotní součinitel odporu,  $\Delta t$  rozdíl teplot. Teplotní součinitel odporu je definován vztahem:

$$\alpha = \frac{1}{R_0} \frac{dR}{dt}. \quad (7.1.4)$$

Teplotní součinitel je možné zjistit měřením odporu při dvou rozdílných teplotách, tj.  $t$  a 0°C. Pomocí vztahu:

$$\alpha = \frac{R - R_0}{R_0 t}, \quad (7.1.5)$$

kde  $t$  je velikost teploty při hodnotě odporu  $R$ ,  $R_0$  je velikost odporu při 0 °C. Pokud nelze z nějakého důvodu měřit  $R_0$  pro teplotu 0 °C, lze po úpravě a zobecnění vztahu (7.1.5) použít pro výpočet teplotního součinitele odporu vztah:

$$\alpha = \frac{R - R_t}{R_t (t - t_t)}, \quad (7.1.6)$$

kde  $R$  je velikost odporu při teplotě  $t$ ,  $R_t$  je odpor při teplotě  $t_t$ .

## 7.2 Měření charakteristiky vlákna žárovky

Charakteristikou vodiče se nazývá grafické vyjádření závislosti protékajícího proudu na napětí  $I = f(U)$ . Podle této závislosti má vodič lineární závislost jen tehdy, když má konstantní odpor  $R$ . V takovém případě je závislost zobrazena přímkou, která prochází počátkem souřadnic, jak to vyplývá z Ohmova zákona. V praxi se takovýto případ vyskytuje jen zřídka, většinou jen v určitém teplotním intervalu a u speciálních slitin.

Každý vodič se při průchodu proudu zahřívá a následkem toho závislost protékajícího proudu vodičem na napětí na vodiči není dána Ohmovým zákonem. Takovýto vodič je nelineární a platí, že  $R = f(I)$ . Nelinearita vodičů není způsobena jen teplotní závislostí, ale například i vnitřní stavbou látky, viz polovodiče.

Kovové vodiče mají svou závislost odporu na teplotě danou exponenciální funkcí, viz rovnice (7.1.1). Pouze v malém teplotním intervalu můžeme exponenciální závislost nahradit lineárním vztahem, viz (7.1.3). V případech, kdy je rozdíl teplot velký, např. klasické žárovky s vláknem, nelze uvedený vztah použít, a proto je nutné změřit celou charakteristiku. Vlákna žárovek se vyrábějí z těžko tavitelných slitin Osmia a Wolframu, a při běžném provozu mohou dosahovat teplot až 1000°C. Měření se provádí dle zapojení, viz obr. 2., pro který platí vztah:

$$I = \frac{U}{R + R_A}, \quad (7.2.1)$$

kde  $I$  je proud procházející obvodem,  $U$  představuje napětí na které je žárovka připojena,  $R_A$  je vnitřní odpor ampérmetru a  $R$  je odpor vlákna žárovky. Z tohoto pro samotný odpor žárovky dostaneme vztah:

$$R = \frac{U}{I} - R_A. \quad (7.2.2)$$

### Seznam použitých pomůcek

#### 1. Měření teplotního součinitele elektrického odporu

Dva ohmmetry, elektrický vaříč, souprava kádinky s měřenými vodiči, olejovou lázní a teploměrem, tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

#### 2. Měření charakteristiky vlákna žárovky

Zdroj stejnosměrného napětí, ampérmetr, voltmetr, žárovky, potenciometr, klíč, vodiče a tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

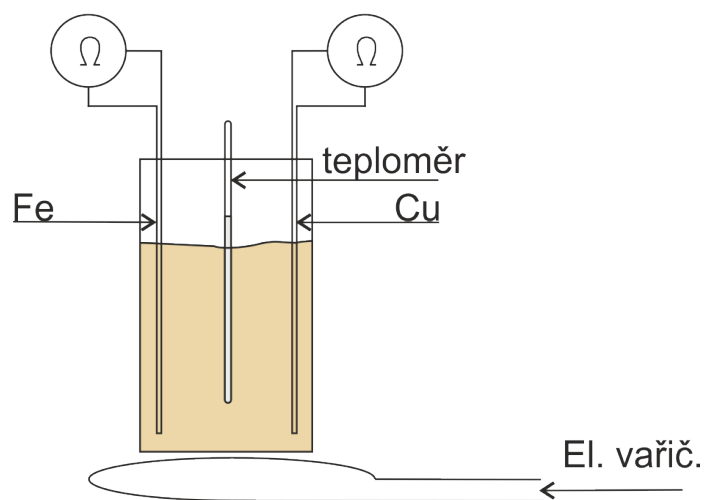
### **Pracovní úkol**

1. Zjistěte teplotní součinitele odporu dvou neznámých vodičů a určete z jakého jsou materiálu. K měření použijte schéma zapojení, viz obr. 1.
2. Změřte odporovou charakteristiku dvou žárovek. K měření použijte schéma zapojení, viz obr. 2.

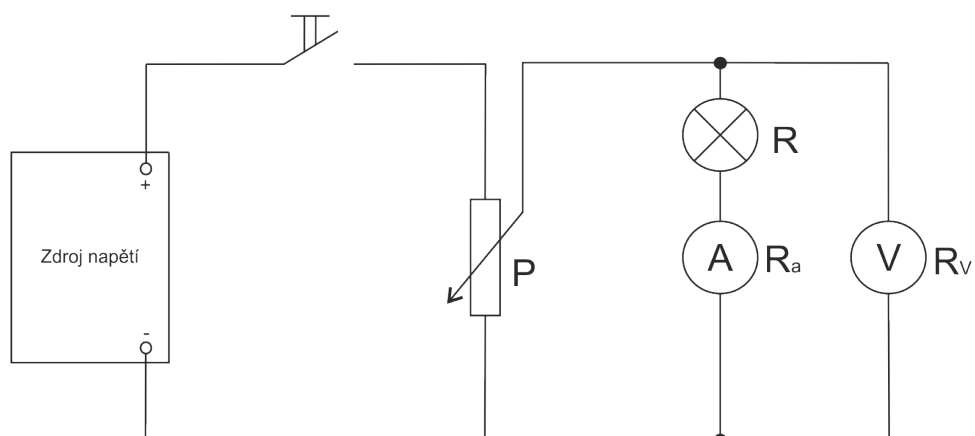
### **Pokyny k úloze**

1. Zjistěte teplotní součinitele odporu u dvou neznámých materiálů (vodičů). Použijte schéma zapojení, viz obr. 1. Měření provádějte tak, že zahřejete olejovou lázeň, ve které jsou ponořeny oba vodiče. Teplotu olejové lázně zvětšujte z pokojové teploty postupně po 5°C až do 90°C. Po každém změně je nutné nechat ustálit teplotu olejové lázně, a pak změřit několikrát odpor vodiče, abychom mohli stanovit průměrnou hodnotu odporu. Získané hodnoty odporů vynesete do grafu a z vypočtené hodnoty měrného elektrického odporu zjistíte z tabulek, z jakého materiálu jsou měřené vodiče.
2. Změřte odporovou charakteristiku dvou žárovek. Použijte schéma zapojení, viz obr. 2. Měření provádějte tak, že nastavíte na potenciometru maximální zatížení. V tomto případě je žárovka připojena na minimálním napětí. Postupně snižujte hodnotu odporu na potenciometru, až bude žárovka připojena na maximální napětí. Naměřené hodnoty proudu a napětí zaznamenejte do tabulky. Získaná data vynesete do grafu.

## Obrázky, a schémata zapojení



obr. 1.



obr. 2.

## Tabulky k měření

Měření teplotního součinitele elektrického odporu										
<b>Měření materiál č.1.</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Teplota $t$ [°C]										
Odpor $R$ [Ω]										
<b>Měření materiál č.2.</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Teplota $t$ [°C]										
Odpor $R$ [Ω]										
Měření charakteristiky vlákna žárovky										
<b>Měření žárovky č.1.</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud $I$ [A]										
Napětí $U$ [V]										
<b>Měření žárovky č.2.</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud $I$ [A]										
Napětí $U$ [V]										
Vnitřní odpor Ampermetru $R$ [Ω]										

[1] P. David: Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus, (skriptum, PF. JCU. České Budějovice, 1985).

[2] Marcel Kreidl: Senzory neelektrických veličin I. Měření teploty-senzory a měřicí obvody, (BEN- technická literatura, Praha, 2005).

## 8 Měření intenzity a indukce magnetického pole

### 8.1 Měření horizontální složky intenzity zemského magnetického pole pomocí tangentové busoly

Magnetické pole Země je na povrchu určeno třemi magnetickými souřadnicemi a to deklinací, inklinací a horizontální složkou intenzity zemského magnetického pole. K zjištění velikosti intenzity horizontální složky magnetického pole Země se používá feromagnetická sonda, nebo Tangentová buzola. Tangentová buzola je tvořena z jednoho kruhového závitu silného vodiče, nebo z malého počtu  $N$  závitů kruhové cívky. Závity kruhové cívky jsou uspořádány v úzký svazek tak, že jejich střední průměr je velký  $2r$ . Cívka tangentové buzoly je otáčivá okolo svislé osy a ve středu cívky je malá magnetka (kompas). U přesných přístrojů je tato magnetka upevněna pomocí tenkého vlákna, které má zanedbatelnou torzi. Pomocí ukazatele odečítáme natočení magnetky vlivem magnetického pole indukovaného cívkou na děleném kruhu.

Pokud neprochází cívkou žádný proud je magnetka natočená svou podélnou osou stejným směrem jako horizontální složka magnetického pole  $H_z$ , tj. směrem magnetického poledníku daného místa. Cívku v tomto případě natočíme tak, aby rovina magnetického poledníku a cívky byly shodné. Začne-li cívkou protékat proud  $I$ , vytvoří se ve středu cívky, v místě kde je magnetka, magnetické pole. Velikost intenzity vzniklého magnetického pole cívky  $H_K$  je dána vztahem:

$$H_K = \frac{N I}{2r}, \quad (8.1.1)$$

kde  $N$  je počet závitů kruhové cívky a  $r$  je průměr cívky. Intenzita magnetického pole cívky  $H_K$  je kolmá k intenzitě magnetického pole Země  $H_z$ . Směr výsledné intenzity  $H$  ukazuje rameno magnetky, které je vychýleno z původní polohy o úhel  $\varphi$ , viz obr. 1. Pro velikost vychýlení platí:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{H_K}{H_z}. \quad (8.1.2)$$

Po dosazení za  $H_K$  a upravení dostaneme pro výpočet horizontální složky zemského magnetického pole:

$$H_z = \frac{N I}{2r \operatorname{tg} \varphi}. \quad (8.1.3)$$

### 8.2 Měření indukce magnetického pole

Každý permanentní magnet, či elektromagnet (dočasný magnet) vytváří kolem sebe v prostoru magnetické pole. K popisu magnetického pole využíváme čtyř základních veličin, které charakterizují pole jak celkově, tak i v každém místě. Jedná se o dvě skalární veličiny a to magnetické napětí  $U_m$  a magnetický indukční tok  $\Phi$  a dva vektory, magnetická indukce  $B$  a intenzita magnetického pole  $H$ . Magnetické pole můžeme měřit pomocí kteréhokoli z jeho účinků (např.



silové nebo indukční). Protože el. proud a jeho magnetické pole jsou dva vzájemně svázané jevy, je výhodné měřit magnetické pole pomocí účinků na vodič s elektrickým proudem vloženým do tohoto pole.

Magnetickou indukci  $B$  je možné měřit teslametrem. Teslametr je přístroj, jehož funkce je založena na Hallově jevu. Sonda teslametru je složena z tenké polovodičové destičky. Při vložení polovodičové destičky, kterou prochází el. proud, do magnetického pole  $B$  změříme na jejich hranách potenciálový rozdíl  $U_H$ . V destičce došlo k přeskupení el. nábojů, kladné náboje jsou na jedné straně a záporné na druhé. Takto vzniklé Hallovo napětí  $U_H$  je dáno vztahem.

$$U_H = kIB, \quad (8.2.1)$$

kde  $k$  je konstanta zahrnující typ materiálu a sílu destičky,  $I$  je proud procházející destičkou,  $B$  je magnetická indukce.

Magnetickou indukci lze zjistit i teoreticky pomocí výpočtu. Uvažujeme-li, že uvnitř v toroidální cívce je magnetické pole homogenní, jsou magnetická indukce  $B$  a intenzita mag. pole  $H$  určeny vztahy:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{l}; H = \frac{N I}{l} \quad (8.2.2)$$

kde  $N$  je počet závitů cívky,  $I$  je proud procházející cívkou,  $\mu_0$  je permeabilita vakua a  $l$  délka střední kružnice toroidu.

Pro magnetické pole toroidu s feromagnetikem je indukce ( $\mu_r$  krát větší)

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r N I}{l}, \quad (8.2.3)$$

kde  $\mu_r$  je relativní permeabilita magnetika vloženého do magnetického pole.

Pro indukční tok  $\phi$  toroidu, který má plochu závitů  $S$  platí:

$$\phi = BS = \frac{\mu_0 \mu_r N I S}{l} = \frac{E_m}{R_m}, \quad (8.2.4)$$

kde magnetomotorické napětí  $E_m$  a magnetomotorický odpor  $R_m$  jsou dány vztahy  $E_m = NI$  a  $R_m = l/\mu_0 \mu_r S$ .

Pro toroid se železným jádrem o střední délce  $l_s$  a vzduchové mezeře  $l_0$  je magnetický odpor dán vztahem:

$$R_m = \left( \frac{l_s}{\mu_0 \mu_r S} \right) + \frac{l_0}{\mu_0 S} = \frac{(l_s + \mu_r l_0)}{\mu_0 \mu_r S}. \quad (8.2.5)$$

Relativní permeabilita železa nabývá velkých hodnot (pokud není železo magneticky nasycené). Platí, že  $\mu_r l_0 \gg l_s$ , a tehdy lze u toroidu se železným jádrem jeho odpor zanedbat. Pro magnetický

odpor pak platí:

$$R_m = \frac{l_0}{\mu_0 S} . \quad (8.2.6)$$

Výsledný vztah pro magnetickou indukci toroidu se železným jádrem dostaneme po dosazení  $R_m$  ze vztahu (8.2.6) do rovnice (8.2.4). Po úpravách dostaneme pro magnetickou indukci vztah:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{l_0} . \quad (8.2.7)$$

### **Seznam použitých pomůcek**

1. Měření horizontální složky intenzity zemského magnetického pole pomocí tangentové busoly

Tangentová buzola, akumulátor 6V, regulační odpor, ampérmetr, propojovací vodiče, tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

2. Měření indukce magnetického pole

Teslametr, akumulátor 6V, regulační odpor, ampérmetr, dvě cívky se železným jádrem, propojovací vodiče, pólové nastavce, tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

### **Pracovní úkol**

1. Určete horizontální složku intenzity zemského magnetického pole pomocí tangentové buzoly. K měření použijte schéma zapojení, viz obr. 2.
2. Pomocí Teslametru zjistěte velikost indukce magnetického pole mezi pólovými nastavci elektromagnetu při dvou různých vzdálenostech těchto nastavců. Hodnoty z Teslametru porovnejte s teoretickými výsledky. K měření použijte schéma zapojení, viz obr. 3.

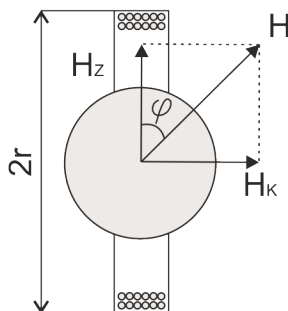
### **Pokyny k úloze**

1. Změřte velikost horizontální složky magnetického pole Země. K měření použijte schéma zapojení, viz obr. 2. Na začátku měření nastavte tangentovou buzolu tak, že nebude mít žádnou výchylku, když obvodem neprochází žádný proud. Po připojení napětí a průchodu proudu obvodem dojde k vychýlení ukazatele tangentové buzoly. Nastavte pomocí reostatu výchylku na  $5^\circ$  a запиšte do tabulky hodnotu proudu. Postupně zvyšujte výchylku tangentové buzoly vždy o  $5^\circ$  a запиšte příslušné hodnoty. Měření proveďte pro kladnou i zápornou výchylku magnetky, každý směr po deseti krocích. Ze všech naměřených hodnot

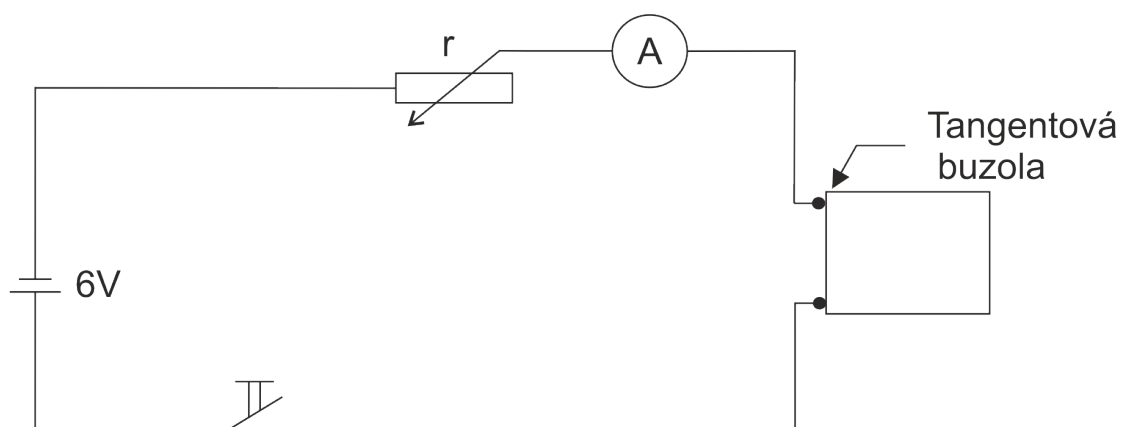
určete střední hodnotu a pravděpodobnou chybu aritmetického průměru. Výsledek porovnejte s hodnotou z tabulek.

2. Změřte pomocí Teslametru závislost magnetické indukce mezi pólovými nastavci elektromagnetu na proudu protékajícím cívkami. Měření proved'te pro dvě různé vzdálenosti pólových nastavců. Proved'te celkem deset měření pro každou vzdálenost nastavců. Hodnotu proudu nastavte pomocí reostatu. Z hodnot proudu vypočtete velikost magnetické indukce pro danou mezeru. Ze změřených a vypočtených hodnot sestrojte graf a porovnejte výsledky. Vzniklé rozdíly zdůvodněte.

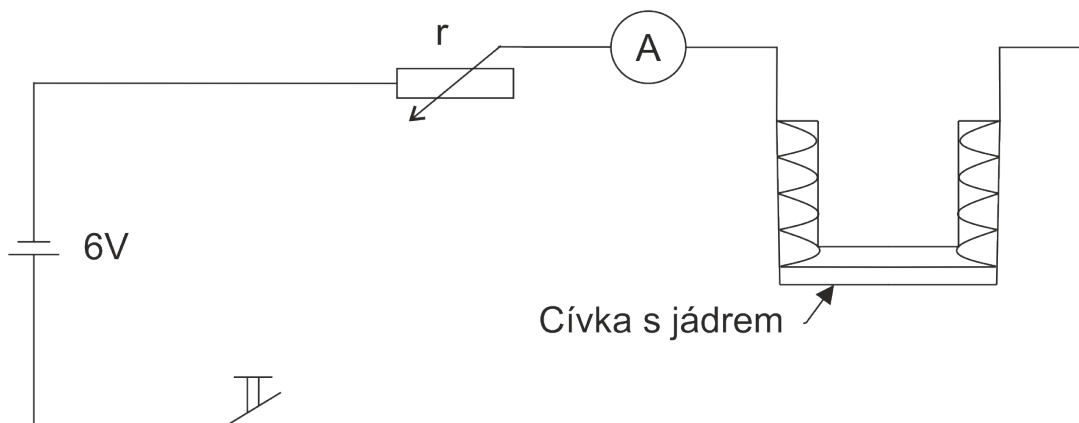
### Obrázky, a schémata zapojení



obr. 1. Tangentová buzola (princip).



obr. 2.



obr. 3.

### Tabulky k měření

Měření horizontální složky zemského magnetického pole pomocí Tangentové buzoly										
Kladná výchylka magnetky.										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Úhel $\varphi$ [°]										
Proud I [A]										
Záporná výchylka magnetky.										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Úhel $\varphi$ [°]										
Proud I [A]										
Počet závitů cívky N [Z]										
Měření indukce magnetického pole										
Měření pro mezeru pólových nastavců: $l_1 =$										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud I [A]										
Teslametr B [T]										
Měření pro mezeru pólových nastavců: $l_2 =$										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proud I [A]										
Teslametr B [T]										
Počet závitů cívky N [Z]										

[1] J. Brož, Elektřina a magnetismus I. a II. (skriptum, SPN, Praha 1976).

[2] P. David: Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus, (skriptum, PF. JCU. České Budějovice, 1985).

[3] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker: Fyzika, vysokoškolská učebnice obecné fyziky, (Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství Vutium, 2000).

## 9 Měření rezonanční křivky paralelního a sériového RLC obvodu

### 9.1 Měření rezonanční křivky a rezonanční frekvence v paralelním RLC obvodu statickou metodou

Vyskytují-li se v obvodu sinusového střídavého proudu indukčnosti a kapacity společně, může nastat případ, že výsledná reaktance obvodu je při určitém kmitočtu rovna nule, jde o tzv. vlastní kmitočet obvodu. Bude-li obvod o jistém vlastním kmitočtu připojen ke zdroji střídavého napětí o shodném frekvenci nastane rezonance.

Podle způsobu zapojení prvků  $R$ ,  $L$  a  $C$  v obvodu rozdělujeme obvody na paralelní a sériové. Rezonance v paralelních obvodech nastane, když se jalové složky proudů ve všech paralelních větvích navzájem rovnají tj.  $\sum I_L = \sum I_C$ .

Schéma paralelního rezonančního obvodu je na obr. 1. Celková impedance  $Z$  a fázový posuv  $\varphi$  jsou dány vztahem:

$$\frac{I}{Z} = \frac{I}{U} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = -R\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right), \quad (9.1.1)$$

kde  $I$  je proud protékající obvodem,  $U$  je napětí na paralelním obvodu a  $\omega$  je úhlová rychlost pro níž platí:  $\omega = 2\pi f$ , kde  $f$  je frekvence.

V obvodu nastane rezonance pokud je velikost fázového posunutí  $\varphi = 0$  a paralelní obvod se chová jako obvod, ve kterém je zapojen jen činný odpor  $R$ . Rezonanční frekvence obvodu je pak dána vztahem:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (9.1.2)$$

Předešlý vztah (9.1.2) platí pouze při úvaze, že v obvodu je zapojen ideální kondenzátor a ideální cívka. Při vytvoření obvodu z reálných součástí, viz obr. 2., budou cívka i kondenzátor mít oproti zapojení s ideálními prvky vnitřní činný odpor  $r_L$  a  $r_C$ . Odpory  $r_L$  a  $r_C$  charakterizují činné ztráty v jednotlivých prvcích obvodu. Při praktické realizaci lze zanedbat činné ztráty způsobené kondenzátorem  $r_C$ . Za předpokladu, že se činný odpor  $R \rightarrow \infty$ , lze obvod nahradit zapojením, viz obr. 3. Celková impedance obvodu je pak dána:

$$Z = \frac{Z_C Z_L}{Z_C + Z_L} = \frac{\frac{1}{\omega C} (r_L + \omega L)}{\frac{1}{\omega C} + r_L + \omega L}, \quad (9.1.3)$$

kde  $Z_C$  je celková impedance kondenzátoru a  $Z_L$  celková impedance cívky.

Po upravení vztahu (9.1.3) dostaneme zjednodušený vztah pro celkovou impedanci v obvodu:

$$Z = \frac{L}{Cr_L} \cdot \frac{1 - \frac{r_L}{\omega L}}{1 + \left( \frac{\omega L}{r_L} - \frac{1}{\omega Cr_L} \right)} . \quad (9.1.4)$$

Dojde-li v obvodu k rezonanci, je napětí na obvodu a celkový proud v obvodu ve fázi, tzn. výraz pro impedanci je reálný. Proto budou imaginární části komplexního čitatele a komplexního jmenovatele ve zlomku výsledného vztahu impedanci stejné:

$$\frac{-r_L}{\omega L} = \frac{1}{\omega L r_L} - \frac{1}{\omega Cr_L} , \quad (9.1.5)$$

odkud pro rezonanční frekvenci  $f_r$  reálných součástí platí:

$$f_r = \frac{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r_L^2}{L^2}}}{2\pi} . \quad (9.1.6)$$

## 9.2 Měření rezonanční křivky a rezonanční frekvence v sériovém RLC obvodu při změně velikosti činného odporu

Úloha 9.1 se zabývala paralelní rezonancí. Rezonanci lze pozorovat, ale i u sériového zapojení RLC prvků. Rezonance v sériovém obvodu nastane tehdy, když je fázový posun mezi proudem a napětím roven nule, obvod se chová tak, jakoby byl připojen jen činný odpor  $R$ . Stejně jako v případě paralelní rezonance platí pro sériový obvod vztah (9.1.2).

Okamžitá hodnota proudu  $I$  procházející sériovým rezonančním obvodem je dán vztahem:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} , \quad (9.2.1)$$

kde  $U$  je napětí v obvodu,  $R$  činný odpor,  $L$  indukce,  $C$  kapacita a  $\omega$  úhlová rychlost.

Pokud v sériovém obvodu nastane rezonance platí, že

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 , \quad (9.2.2)$$

v takovém případě platí pro celkový proud  $I_{\text{rez}}$  v obvodu RLC vztah :

$$I_{\text{rez}} = \frac{U}{R} . \quad (9.2.3)$$

### Seznam použitých pomůcek

1. Měření rezonanční křivky a rezonanční frekvence v paralelním RLC obvodu statickou

metodou

Frekvenční generátor, předřadný odpor, cívka, kondenzátory, digitální voltmetr, ohmmetr, vodiče, tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

2. Měření rezonanční křivky a rezonanční frekvence v sériovém RLC obvodu při změně velikosti činného odporu

Frekvenční generátor, cívka, kondenzátor, tři odpory, ampérmetr, voltmetr, tabulka pro zapisování naměřených hodnot.

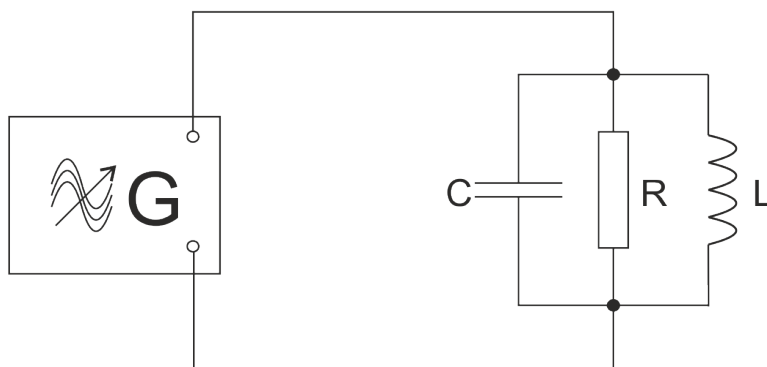
### **Pracovní úkol**

1. Změřte rezonanční křivky dvou paralelních LC obvodů, porovnejte vypočtené hodnoty rezonanční frekvence s naměřenými. K měření použijte zapojení, viz obr. 3.
2. Změřte rezonanční křivku u třech sériových RLC obvodů, porovnejte vypočtené hodnoty proudu při rezonanci s naměřenými. K měření použijte zapojení, viz obr. 4.

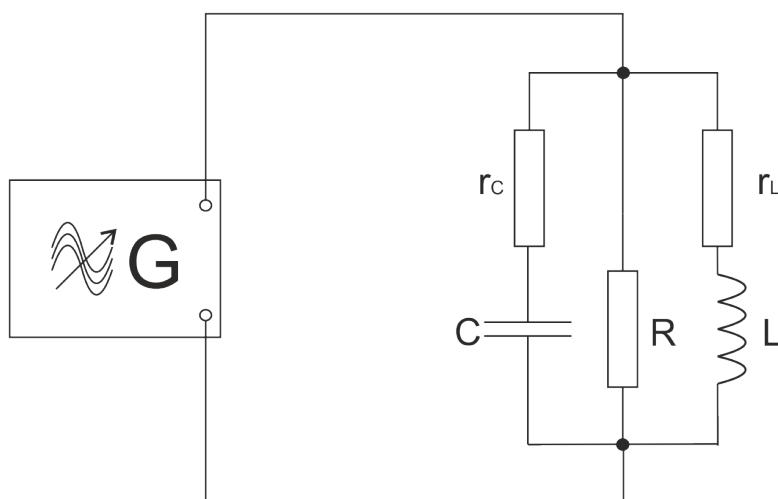
### **Pokyny k úloze**

1. Proměřte rezonanční křivku u dvou paralelních LC obvodů, měření proveďte pro 15 hodnot. Postupujte tak, aby na začátku měření nebyl obvod v rezonanci a postupně zvyšujte frekvenci, až se dostane do rezonance. Po dosažení rezonance opět zvyšujte frekvenci až jsou hodnoty napětí stejné jako na začátku měření. Z naměřených hodnot sestavte graf závislosti napětí na frekvenci, dále vypočtete rezonanční frekvenci a porovnejte ji s naměřenými údaji. Za tímto účelem změřte ohmmetrem vnitřní odpor cívky a přímou metodou její vlastní indukčnost, viz vztah (3.1.7).
2. Proměřte rezonanční křivku u třech sériových RLC obvodů, pro každý obvod zaznamenejte 15 hodnot proudu. Postup je obdobný jako u předchozího měření s rozdílem maximálního proudu při rezonanci. Z naměřených hodnot vytvořte graf závislosti proudu na frekvenci. Dále vypočtete ze známých hodnot rezonanční proud a porovnejte s naměřenými hodnotami. Případné rozdíly zdůvodněte.

## Obrázky, a schémata zapojení

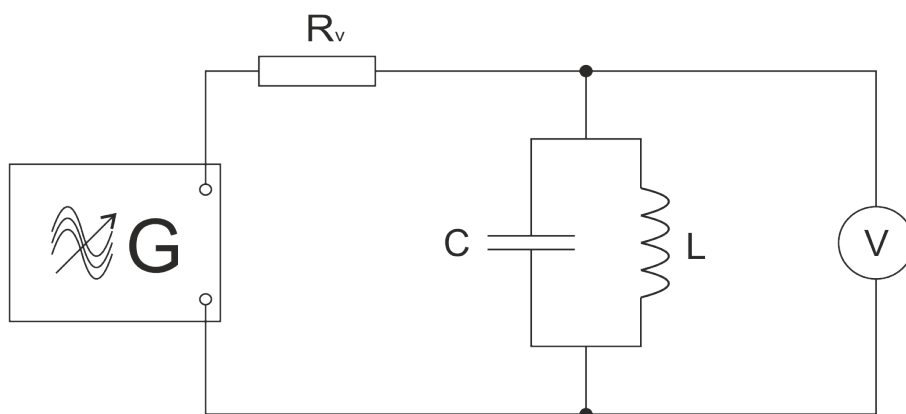


obr. 1.

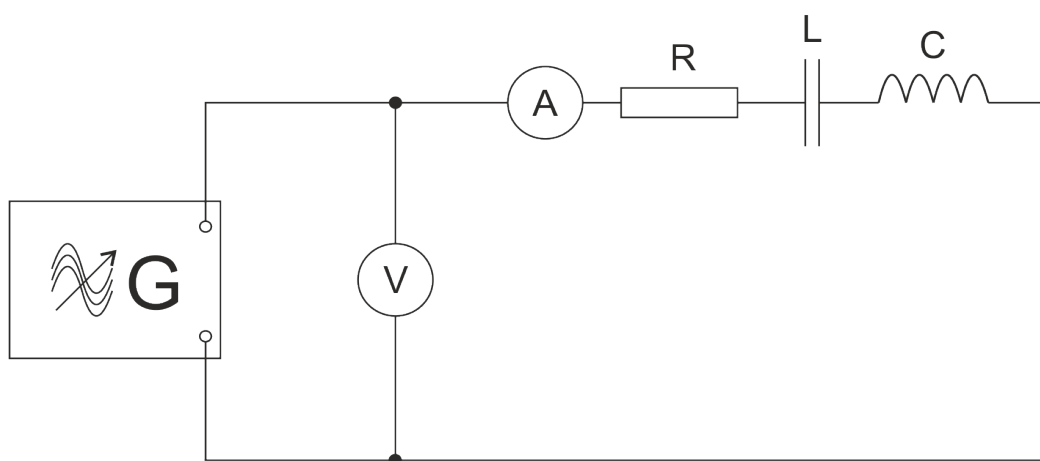


obr. 2.





obr. 3.



obr. 4.

## Tabulky k měření

Měření rezonanční křivky a rezonanční frekvence v paralelním RLC obvodu statickou Metodou										
<b>Paralelní LC obvod č. 1.</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frekvence f [Hz]										
Napětí U [V]										
č. měření	11	12	13	14	15					
Frekvence f [Hz]										
Napětí U [V]										
<b>Paralelní LC obvod č. 2.</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frekvence f [Hz]										
Napětí U [V]										
č. měření	11	12	13	14	15					
Frekvence f [Hz]										
Napětí U [V]										
Vnitřní odpor cívky L r [Ω]										
Měření rezonanční křivky a rezonanční frekvence v sériovém RLC obvodu při změně velikosti činného odporu										
<b>Sériový RLC obvod č. 1. R1=</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frekvence f [Hz]										
Proud I [A]										
č. měření	11	12	13	14	15					
Frekvence f [Hz]										
Proud I [A]										
<b>Sériový RLC obvod č. 2. R2=</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frekvence f [Hz]										
Proud I [A]										
č. měření	11	12	13	14	15					
Frekvence f [Hz]										
Proud I [A]										
<b>Sériový RLC obvod č. 3. R3=</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frekvence f [Hz]										
Proud I [A]										
č. měření	11	12	13	14	15					
Frekvence f [Hz]										
Proud I [A]										

[1] J. Brož, Elektřina a magnetismus I. a II. (skriptum, SPN, Praha 1976).

[2] P. David: Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus, (skriptum, PF. JCU. České Budějovice, 1985).

[3] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker: Fyzika, vysokoškolská učebnice obecné fyziky, (Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství Vutium, 2000).

## 10 Měření fázového posunu

### 10.1 Měření fázového posunu pomocí osciloskopu

Běžné měřicí přístroje jako je voltmetr, nebo ampérmetr, nejsou schopny o měřeném signálu dát více informací než jen jejich efektivní hodnotu. Potřebujeme-li zjistit konkrétní průběh celého měřeného signálu, použijeme k tomu osciloskop. Osciloskop je měřicí přístroj, který zobrazuje časový průběh napětí přivedeného na vstup. Základní rozdělení osciloskopů je analogové a digitální.

Použití analogového jednokanálového osciloskopu k měření fázového posunu  $\varphi$  využívá vzájemné závislosti vstupů v režimu X-Y. Při měření přivedeme jeden signál na horizontální X a druhý na vertikální Y vstup osciloskopu. Na obrazovce se vytvoří Lissajousův obrazec. Z obrazce obr. 2. lze zjistit velikost fázového posunu  $\cos \varphi$ . Z rozměrů obrazce určíme hodnoty  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $Y_1$  a  $Y_2$ . Velikost fázového posunu je pak dán vztahem:

$$\varphi = \arcsin \frac{X_1}{X_2} = \arcsin \frac{Y_1}{Y_2}, \quad (10.1.1)$$

nebo

$$\varphi = 2 \operatorname{arctg} \frac{Y_2}{X_1}. \quad (10.1.2)$$

Výsledky měření jsou pouze orientační a nejpřesnější jsou v rozmezí fázového posunu  $\varphi = 10-45^\circ$ . Při jiných rozmezích se jen s obtížemi odečítají hodnoty z obrazovky osciloskopu.

Měření fázového posunu lze provést i digitálním osciloskopem. Použití digitálního vícekanálového osciloskopu k měření fázového posunu je snadné. Na vstupy osciloskopu přivedeme napětí, viz obr. 3. Na obrazovce osciloskopu se zobrazí průběh obou napětí najednou, viz obr. 4. Fázový posun v takovém případě určíme z přímé úměrnosti. Pro fázový posun pak platí vztah:

$$\varphi = 360 \frac{l_1}{l_2}. \quad (10.1.3)$$

Ani tento způsob měření není zcela přesný. Je však jednoznačný. Používá se převážně u větších fázových posunů.

### 10.2 Měření fázového posunu pomocí činného wattmetru

Fázový posuv  $\cos \varphi$  je možné zjistit z nepřímého měření pomocí činného wattmetru, ampérmetru a voltmetru. Měřicí přístroje jsou zapojeny do obvodu, viz obr. 5. Wattmetr zde měří činný výkon  $F$ , ampérmetr měří efektivní hodnotu proudu  $I_{\text{ef}}$  a voltmetr měří efektivní hodnotu napětí  $U_{\text{ef}}$ . Pro efektivní hodnoty platí:

$$I_{\text{ef}} = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}}; U_{\text{ef}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}}, \quad (10.2.1)$$

$I_{\max}$  a  $U_{\max}$  jsou hodnoty, které představují maximální hodnoty proudu a napětí v obvodu se střídavým proudem. Zdánlivý výkon  $S$  je dán součinem efektivních hodnot proudu a napětí. Platí že:

$$S = I_{\text{ef}} U_{\text{ef}} . \quad (10.2.2)$$

Takový výkon by byl v obvodu se stejnosměrným proudem. Skutečný činný výkon  $P$  v obvodu se střídavým proudem je dán vztahem:

$$P = U_{\text{ef}} I_{\text{ef}} \cos \varphi . \quad (10.2.3)$$

Z rovnic (9.2.2) a (9.2.3) po úpravě dostaneme vztah pro zjištění fázového posunu  $\cos \varphi$ :

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} . \quad (10.2.4)$$

### Seznam použitých pomůcek

1. Měření fázového posunu pomocí osciloskopu

Zdroj střídavého napětí, kondenzátor  $C = 100 \text{ pF}$ , odpor  $R = 50 \text{ } \Omega$ , analogový osciloskop, digitální osciloskop.

2. Měření fázového posunu pomocí činného wattmetru

Zdroj střídavého napětí, kondenzátor  $C = 100 \text{ pF}$ , odpor  $R = 50 \text{ } \Omega$ , činný wattmetr, ampérmetr, voltmetr.

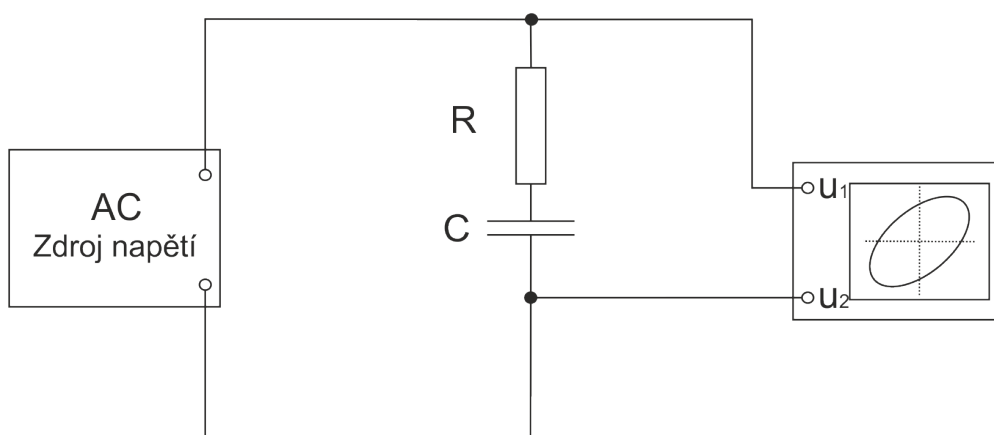
### Pracovní úkol

1. Změřte pomocí analogového a digitálního osciloskopu fázový posun  $\cos \varphi$ . K měření použijte zapojení, viz obr. 1 a 3.
2. Změřte pomocí činného wattmetru, ampérmetru a voltmetru fázový posun  $\cos \varphi$ . K měření použijte zapojení, viz obr. 5.

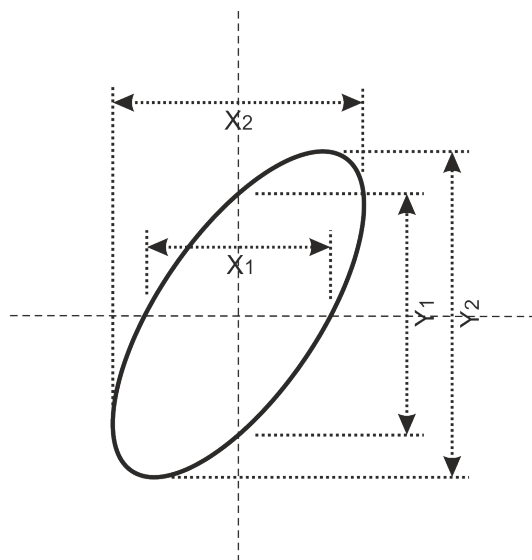
### Pokyny k úloze

1. Změřte pomocí analogového osciloskopu hodnotu fázového posunu  $\cos \varphi$ . K měření použijte zapojení, viz obr. 1. Měření proved'te pro deset hodnot napětí v obvodu. Po změření pomocí analogového osciloskopu připojte do obvodu digitální osciloskop, viz obr. 3. Tímto osciloskopem změřte, při stejných hodnotách napětí jako v předešlém případě, velikost  $\cos \varphi$ . Výsledky z obou měření porovnejte a zdůvodněte případné rozdíly.
2. Změřte pomocí činného wattmetru, ampérmetru a voltmetru velikost fázového posunu  $\cos \varphi$ . K měření použijte zapojení, viz obr. 5. Měření proved'te pro deset hodnot napětí. Změřené hodnoty vyhodnoťte a výsledný fázový posun vynesete do grafu.

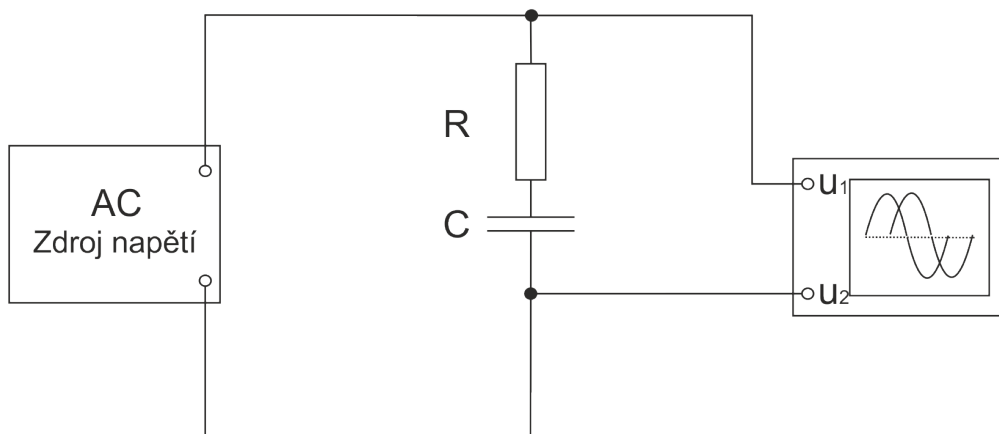
## Obrázky, a schémata zapojení



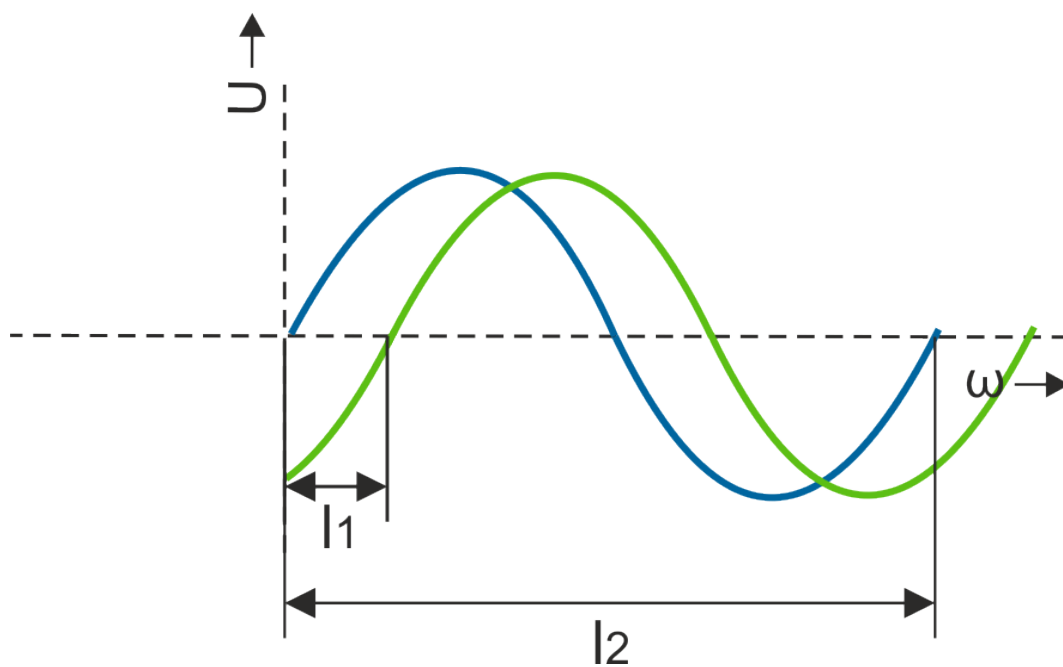
obr. 1.



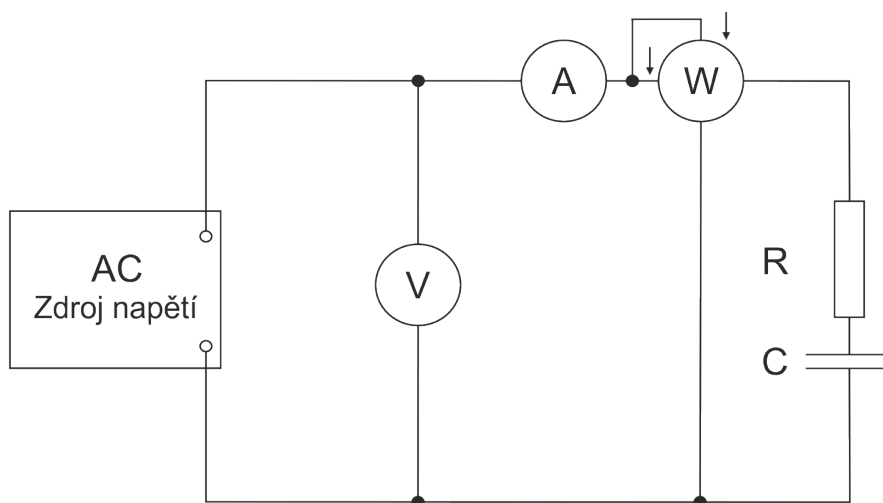
obr. 2.



obr. 3.



obr. 4.



obr. 5.

### Tabulky k měření

<b>Měření fázového posunu pomocí jednokanálového analogového osciloskopu</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X <sub>1</sub>										
X <sub>2</sub>										
Y <sub>1</sub>										
Y <sub>2</sub>										
<b>Měření fázového posunu pomocí vícekanálového digitálního osciloskopu</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I <sub>1</sub>										
I <sub>2</sub>										
<b>Měření fázového posunu pomocí činného wattmetru</b>										
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Výkon P [W]										
Proud I [A]										
Napětí U [V]										

[1] M. Vůjtek, P. Krchňák, I. Dvořáková: Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus, (skriptum, VUP Olomouc, 2006).

[2] ISBN 80-7300-022-9: Elektrotechnická měření, (BEN- technická literatura, Praha, 2002).

[3] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker: Fyzika, vysokoškolská učebnice obecné fyziky, (Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství Vutium, 2000).

## 11 Chyby měření a vyhodnocování experimentálních dat

### 11.1 Chyby měření

1. Chyby, které mohou během měření vzniknout, dělíme podle místa vzniku na:

- chyby metody
- chyby měřících přístrojů
- chyby pozorovatele

2. Podle charakteru chyby :

- systematické chyby
- náhodné chyby
- hrubé chyby

### 11.2 Vyhodnocování experimentálních dat

1. Chyby přímých měření veličin

Při přímém měření lze veličinu měřit přímo, např. proud ampérmetrem, napětí voltmetrem. Měření veličiny je opakováno  $n$ -krát za myslitelně stejných podmínek. Ze získaných dat určíme hodnotu aritmetického průměru  $\bar{x}$  :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (11.2.1)$$

kde  $n$  je počet uskutečněných měření a  $\sum x_i$  je součet všech platných hodnot po vyloučení hrubých chyb.

Z vypočteného aritmetického průměru je možné určit střední kvadratickou chybu  $\sigma$  daného měření, která vychází ze vztahu:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}. \quad (11.2.2)$$

Výsledná chyba měření je pak dána součinem střední kvadratické chyby  $\sigma$  a koeficientu, který je závislý na počtu opakování měření. Pro naše měření nám bude s dostatečnou



přesností určení chyby postačovat vztah:

$$\vartheta = \frac{2}{3} \sigma . \quad (11.2.3)$$

Výsledek celého měření poté zapisujeme ve tvaru:  $(\bar{x} \pm \vartheta)$ .

## 2. Chyby nepřímých měření veličin

Celá řada fyzikálních veličin se nedá měřit přímo, a proto je musíme získat z vícero přímých měření veličin na základě příslušných závislostí. Například z velikosti proudu a napětí lze zjistit odpor nebo výkon.

Za předpokladu, že máme zjistit fyzikální veličinu  $W$ , která je funkcí  $n$  veličin  $X, Y, Z, \dots$  tj.  $W=f(X,Y,Z,\dots)$ .

Chyby, s kterými jsou jednotlivé veličiny naměřeny označíme jako  $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \dots$ . Mohou to být jak chyby veličin odhadnuté před měřením, tak i střední nebo pravděpodobné chyby měřených veličin. Pro chybu měřené veličiny  $\Delta w$  (střední i pravděpodobnou) platí vztah:

$$\Delta w = \sqrt{\Delta x^2 \left(\frac{\partial W}{\partial X}\right)_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}^2 + \Delta y^2 \left(\frac{\partial W}{\partial Y}\right)_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}^2 + \Delta z^2 \left(\frac{\partial W}{\partial Z}\right)_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}^2 + \dots} , \quad (11.2.4)$$

Výsledná hodnota měření se zapíše ve tvaru:  $(\bar{W} \pm \Delta w)$ .

### 11.3 Příklad výpočtu chyby z nepřímých měření

Bylo provedeno měření elektrického odporu pomocí rezistivity materiálu. Měření délky  $l$  bylo provedeno svinovacím metrem. Tedy měříme přesně jednotky mm a odhadujeme polovinu mm. K zjištění velikosti poloměru  $d$  byl použit mikrometr. Mikrometr je opatřen 50 dílky na obvodu hlavice a umožňuje nám odečítat s přesností na setiny mm a odhadem až na tisícinny mm. Změřené hodnoty byly zaznamenána do následující tabulky.

Zjištění velikosti odporu pomocí rezistivity $\rho$										
Rezistivita $\rho$ [ $\mu\Omega \cdot m$ ]	0,0172									
č. měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Délka $l$ [mm]	102,0	100,0	101,0	101,0	100,0	102,0	102,0	101,0	100,0	100,0
Poloměr $d$ [mm]	2,251	2,252	2,250	2,253	2,252	2,251	2,250	2,252	2,251	2,250

Ze změřených dat se nejdříve vypočítá hodnota aritmetického průměru  $\bar{l}, \bar{d}$ . K výpočtu se použije vzorec pro výpočet aritmetického průměru, viz (11.2.1). Po dosazení se dostane pro hodnotu délky:

$$\bar{l} = \frac{\sum_1^{10} 1009,0}{10} = 100,9 \text{ mm} \quad (11.3.1)$$

a pro hodnotu průměru:

$$\bar{d} = \frac{\sum_1^{10} 22,512}{10} = 2,2512 \text{ mm} . \quad (11.3.2)$$

Dále se pokračuje výpočtem chyby příslušného měření dle rovnic (11.2.2) a (11.2.3). Po dosazení a výpočtu dostaneme pro  $\vartheta_l$ :

$$\vartheta_l = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\sum_1^{10} (l_{1-10} - 100,9)^2}{10(10-1)}} = 0,2 \text{ mm} \quad (11.3.3)$$

a

$$\vartheta_d = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\sum_1^{10} (d_{1-10} - 2,2512)^2}{10(10-1)}} = 0,0002 \text{ mm} . \quad (11.3.4)$$

Velikost odporu  $R$  je dána vztahem:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{4 \rho l}{\pi d^2} , \quad (11.3.5)$$

kde  $R = f(l, d)$ . Celková velikost chyby vypočteného odporu  $\vartheta_R$  se zjistí z rovnice (11.2.4). Pro  $\vartheta_R$  se dostane:

$$\vartheta_R = \sqrt{\vartheta_l^2 \left(\frac{\partial R}{\partial l}\right)^2 + \vartheta_d^2 \left(\frac{\partial R}{\partial d}\right)^2} , \quad (11.3.6)$$

po úpravách:

$$\vartheta_R = \sqrt{\vartheta_l^2 \left(\frac{4 \rho}{\pi d^2}\right)^2 + \vartheta_d^2 \left(-\frac{8 \rho l}{\pi d^3}\right)^2} . \quad (11.3.7)$$

Po dosazení:

$$\vartheta_R = \sqrt{0,0002^2 \left(\frac{4 \cdot 1,72 \cdot 10^{-5}}{\pi \cdot 2,2512^2}\right)^2 + 0,2^2 \left(-\frac{8 \cdot 1,72 \cdot 10^{-5} \cdot 100,9}{\pi \cdot 2,2512^3}\right)^2} = 7,15 \cdot 10^{-5} \Omega . \quad (11.3.8)$$

Výpočet odporu materiálu se provede pomocí rovnice (11.3.5), kde po dosazení:

$$R = \frac{4 \cdot 1,72 \cdot 10^{-5} \cdot 100,9}{\pi \cdot 2,2512^2} = 11,20 \text{ m}\Omega . \quad (11.3.9)$$

Výsledek se запиše ve tvaru:

$$R=(11,20 \pm 0,07) \text{ m}\Omega . \quad (11.3.10)$$

[1] ISBN 80-7300-022-9: Elektrotechnická měření, (BEN- technická literatura, Praha, 2002).

[2] M. Meloun, J. Militký: Statistické zpracování experimentálních dat, (East Publishing Praha, 1998).

[3] E. Procházková: Úvod do teorie a praxe fyzikálního měření I, (skriptum, PF. JCU., České Budějovice 1984).

## 12 Bezpečnost práce při praktiku z elektřiny a magnetismu

K základním předpisům, které se věnují problematice bezpečnosti práce na elektrických zařízeních, patří vyhláška č. 50/1978 Sb. „O odborné způsobilosti v elektrotechnice“. Ta jednak rozděluje pracovníky podle jejich kvalifikace na pracovníky:

- §3. Seznámené, tj. ti kteří byli seznámeni s předpisy o zacházení s elektrickými zařízeními a upozorněni na možné ohrožení.
- §4. Poučené, tj. ti kteří byli seznámeni s předpisy pro činnost na elektrických zařízeních, jsou v této činnosti školeni, byli seznámeni s možností ohrožení a s poskytováním první pomoci. Do této kategorie patří i studenti, kteří absolvovali přednášku o bezpečnosti práce a první pomoci při úraze elektrickým proudem a kteří o tom podepsali zápis.
- §5. Znalé, tj. ti kteří mají příslušné odborné vzdělání a po zaškolení složili zkoušku ve stanoveném rozsahu.
- §6-9 Znalé s vyšší kvalifikací.

Dále definuje povinnosti organizací ohledně kvalifikace a zkoušení pracovníků. Další významné předpisy jsou normy ČSN 33 1310, ČSN EN 50110-1 a ČSN EN 50110-1 ed.2.

Studenti, jakožto osoby poučené, v laboratoři mohou:

- samostatně obsluhovat jednoduchá elektrická zařízení všech napětí;
- pracovat na vypnutých a zajištěných částech nízkého napětí;
- pracovat v blízkosti nekrytých částí pod napětím, pro zařízení nízkého napětí ve vzdálenosti větší než 20 cm s dohledem.
- na částech vysokého a velmi vysokého napětí, které je vypnuto a zajištěno, mohou pracovat s dohledem a v blízkosti těchto částí pod napětím mohou pracovat pod dozorem ve vzdálenosti podle ČSN EN 50110-1. Na zařízeních pod napětím pracovat nesmějí.

### 12.1 Bezpečnostní pokyny pro práce v praktiku z elektřiny a magnetismu

- Zapojovat přístroje do síťových zásuvek a zapínat smí jen vyučující.
- Při měření je zakázáno používat jiné zdroje než určené vyučujícím.
- Je zakázáno používat nechráněných zásuvek, tj. zásuvek mimo rozvody na pracovním stole.
- Jestliže si student není jist svým zdravotním stavem nebo svými schopnostmi, neprodleně to

oznáme vedoucímu praktik a dále nesmí pracovat.

- Vedoucímu praktik je nutno hlásit jakékoliv úrazy, i ty nezpůsobené elektrickým proudem. U všech úrazů musí být pořízen zápis.
- Před samotným měřením se provede kontrola stavu přírodních vodičů a přístrojů, jakékoliv poškození nebo podezřelé chování se hlásí vedoucímu.
- Práce se řídí pokyny k zacházení s přístroji a postupuje podle návodů.
- Do laboratoří se nosí vhodný oděv, bez volných částí, používá se oblečení s dlouhými rukávy. Nenosí se volně vodivé předměty (např. řetízky).
- Na pracovním místě se udržuje pořádek, vybavení se svévolně nepřemísťuje.

## 12.2 První pomoc při úraze elektrickým proudem

Postup při poskytování první pomoci vždy záleží na konkrétní situaci. K úrazu dochází dvěma způsoby.

- Jednorázovým elektrickým výbojem, po němž už postižený není dále ve styku s elektrickým zařízením. V tomto případě nemusíme postiženého vyprošťovat, můžeme okamžitě zahájit resuscitaci a další úkony k oživení pokud jsou potřebné.
- Ve druhém případě je před poskytnutím pomoci nutno přerušit průchod proudu skrze tělo postiženého. Pokud je to možné tak toto zajistíme vypnutím elektrického zařízení. Nastane-li situace, že elektrické zařízení nelze vypnout, tak přistoupíme k vyproštění zasaženého. V obou těchto případech je nutné zajistit, aby přerušením proudu nedošlo k dalšímu, mechanickému úrazu, například upadnutím.

### 1. Postup při vyproštění.

- Vypnutí přívodu el. proudu hlavním vypínacím tlačítkem nebo jističem.
- Přerušeni přívodu el. proudu (jakýkoli izolovaný předmět př. izolované kleště, apod.).
- Odtahování postiženého z dosahu el. proudu za pomoci suchých dřevěných tyčí, prknem, s použitím suchých rukavic, ručníků nebo vytvořením izolační plošiny z koberce, pneumatik apod. Při přímém kontaktu se doporučuje odtahovat jen jednou rukou.

### 2. Postup při poskytování první pomoci.

- Postižený je při vědomí - zajistíme odborné vyšetření, do jeho provedení nenecháváme postiženého bez dohledu.

- Postižený je v bezvědomí a dýchá - uložíme ho do stabilizované polohy na bok a do příchodu odborné lékařské pomoci sledujeme jeho dech a tep.
- Postižený je v bezvědomí, nedýchá, tep je hmatný.

Postiženého uložíme na záda a zajistíme průchodnost dýchacích cest. Zakloníme hlavu a předsuneme dolní čelist, umožníme mírné otevření úst, prsty stlačíme nos, abychom znemožnili průchod vzduchu. Zhluboka se nadechneme a plynule vdechujeme svůj vydechovaný vzduch do úst postiženého tak, aby vdech trval přibližně 2 vteřiny. Tento postup opakujeme 10 až 12x za minutu. Současně sledujeme zvedání a pokles hrudníku. V minutových intervalech kontrolujeme tep na krkavici. Pokud má postižený tendenci k občasnému nadechnutí, sladíme umělé dýchání s tímto pokusem, v dýchání nepřestáváme!

- Nepřímá srdeční masáž - provádíme při nehmatném tepu na krční tepně.

Pokud je pouze jeden záchránce je postup následující. Postiženého uložíme rovně na záda, uvolníme dýchací cesty. Obnažíme hrudník postiženého, zakloníme jeho hlavu a předsuneme dolní čelist. Provedeme dva vdechy z plic do plic. Zápěstí ruky položíme dolním okrajem dlaně na střed hrudní kosti postiženého v místě, kde se pod úhlem setkávají žebra obou polovin hrudníku. Na zápěstí této ruky položíme dlaňovou plochu zápěstí své druhé ruky a zaklesneme prsty obou rukou. Nakloníme se nad postiženým a stlačujeme hrudní kost do hloubky 3 až 8 cm patnáctkrát za sebou, poté opět dvakrát vdechneme do úst postiženého.

Pokud jsou alespoň dva záchránci lze stlačení hrudní kosti provést 60 - 80 x za minutu. Uvedený postup opakujeme do obnovení tepu nebo do příchodu lékaře. Po 10 cyklech nepřímou srdeční masáží zkontrolujeme, zda se na krkavici neobnovil tep.

[1] M. Vůjtek, P. Krchňák, I. Dvořáková: Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus, (skriptum, VUP Olomouc, 2006).

[2] Vyhláška č. 50/1978 Sb.

[3] ČSN 33 1310, ČSN EN 50110-1 a ČSN EN 50110-1 ed.2.

[4] ČES 00.02.94, ČSN IEC 479-1, nařízení vlády č.494/2001 Sb.

## **Závěr**

Celá tato bakalářská práce je pojata jako základní zdroj informací pro fyzikální praktikum z elektřiny a magnetismu. Základem této práce byla skripta (P. David, Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus, skriptum, PF. JCU. České Budějovice, 1985), která byla přepracována tak, aby reflektovala současný stav v laboratořích, a dále splňovala celkovou hodinovou dotaci s ohledem na studenty kombinovaného studia. Bakalářská práce však také obsahuje i zcela novou úlohu či nové úkoly. Veškeré zdroje ze kterých jsem při psaní čerpal informace jsou na konci každé úlohy uváděny v referencích.

Práce obsahuje dále část o možných chybách měření, kde je také zpracováno vyhodnocování experimentálních dat pro konkrétní příklad. Závěrečná kapitola patří bezpečnosti práce v praktiku a postupu při úrazu elektrickým proudem. Nedílnou součástí je pracovní řád s pokyny pro studenty.

K celé práci jsem vyhotovil internetovou prezentaci. Prezentace obsahuje základní popis všech úloh tak, aby byly široce dostupné. Tuto část jsem vypracoval pomocí HTML, CSS a Javascriptu v editorech PSPad, TopStyle-litle a NetBeans. Tato internetová prezentace je uložena na přenosné médium, které je nedílnou součástí přiložené práce.