

## Posudek bakalářské práce

Pavel Kouba: Periodická řešení pro systém dvou ODR 2. řádu

Obor: Matematika

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Přírodovědecká fakulta

Ústav matematiky a biomatematiky

Pavel Kouba se ve své práci zabývá systémem 2 rovnic 2. řádu, který popisuje kmitání dvou hmotných bodů na pružinách v sériovém zapojení. Studuje dva případy zapojení. V prvním případě se třemi pružinami, kdy jsou oba konce systému uchyceny pevně, ve druhém případě se dvěma pružinami, kdy je pevně uchycena pouze jedna koncová pružina a druhý hmotný bod je na druhém volném konci — třetí pružina “chybí”.

Vzhledem k tomu, že jedním z cílů bakalářské práce bylo ukázat situace, ve kterých existuje periodické řešení, zaměřil se student na existenci a tvar řešení a na diskusi vzhledem k vybraným parametrům. Problémy existence i tvaru řešení i jednoznačnosti řešení počáteční úlohy systému dvou rovnic druhého řádu převedl na problém existence, tvaru řešení a jednoznačnosti řešení počáteční úlohy systému čtyř rovnic prvního řádu. Pro ekvivalentní systém 1. řádu (který není obecného tvaru, ale odpovídá právě původnímu systému 2 rovnic 2. řádu) použil známých poznatků o existenci a jednoznačnosti řešení. Ukázal, že funkce tvaru  $e^{\alpha t}v$ , kde  $(\alpha^2, v)$  jsou vlastní číslo a příslušný vlastní vektor příslušné matice  $2 \times 2$  původního systému 2. řádu, řeší tento systém. Navíc, pokud je tato matice tvaru  $\begin{pmatrix} - & + \\ + & - \end{pmatrix}$ , má tato matice 2 různá vlastní čísla, obě záporná. Ty nám dají 4 různé ryze imaginární hodnoty parametru  $\alpha$  ve vybraném tvaru řešení a tedy i 4 lineárně nezávislé prvky fundamentálního systému. (To mj. umožňuje neřešit potíže případné násobnosti vlastních čísel a degenerace vlastních vektorů, což by bylo nutné v případě obecné matice).

V praktické části bakalářské práce Pavel Kouba diskutuje modelový případ 2 hmotných bodů na 3 pružinách s obecně různými hmotnostmi, resp. tuhostmi. Otázku periodičnosti řešení počáteční úlohy v tomto případě vyřešil implicitně, tj. uvedl podmínku, kdy je řešení periodické, vyjádřenou vzhledem k vlastním číslům matice soustavy. Tato implicitní podmínka by šla ekvivalentně přepsat explicitně pomocí dat úlohy, ale nikoliv v jednodušší formě, jak to jde ve speciálních případech, které byly v práci rozebrány v další kapitole. A to při zjednodušení počátečních podmínek, kdy 2 ze 4 parametrů byly zvoleny nulové.

Student při sepisování své bakalářské práce prokázal, že dané problematice rozumí, přestože systémy vyššího řádu nebyly v kurzu UMB-572-MA4 procvičovány.

Do teoretické kapitoly, která slouží jako podklad pro získání obecného řešení modelového systému a řešení počáteční úlohy, se nedostal předpoklad o znaménkách prvků matice  $2 \times 2$  zaručující dvě různá záporná vlastní čísla, bez kterého je jako samostatná kapitola neúplná,

protože tvrzení o tvaru řešení je neúplné a tudíž bez zmíněného předpokladu a kontextu chybné. Uvedeme-li znaménkový předpoklad již zde, bude jasný smysl tvrzení o tvaru řešení a vysvětlí se tím i na první pohled prapodivný způsob zápisu samotné matice  $A$  ve (2.9) na straně 6.

Pavel Kouba počítal, jaké počáteční podmínky pro jednotlivé vybrané případy vedou na periodické řešení včetně toho, že v mnoha případech bude řešení systému chaotické.

Přesto, že v textu přežily jak typografické, tak některé formulační nedostatky a chyby, rád bych nakonec ocenil i fakt, že práce je vysázena v  $\text{\TeX}$ u včetně několika obrázků vzniklých v Geogebře, jejichž zvládnutí student rovněž prokázal.

Přes výše zmíněné nedostatky práci hodnotím kladně, doporučuji ji k obhajobě a navrhuji hodnocení A (výborně).

V Českých Budějovicích, 23.5.2013, Jan Eisner

