



Posudek na diplomovou práci

Bc. Pavla Kouby: Existence netriviálního řešení pro systémy reakce-difúze typu aktivátor-inhibitor v závislosti na parametru

Tématem práce je nalézt podmínky pro existenci netriviálních prostorově nehomogenních řešení pro systém reakce-difúze. Jedná se o příklad Turingova modelu samovolného vzniku prostorového uspořádání. V práci se zkoumají jak klasické okrajové podmínky, kdy lze nalézt srozumitelné analytické vzorce pro popis množin v rovině difuzních parametrů s prostorově netriviálními řešeními, tak i další okrajové podmínky, kde se popis hledaných křivek značně komplikuje.

Z textu práce je patrné, že student Pavel Kouba věnoval značné úsilí jak práci na tématu, tak i sepisování. Kvůli zpřehlednění hlavní části práce a zvýraznění opakujících se argumentů jsou v práci nejprve zařazeny pomocné kapitoly, které se následně hojně využívají v hlavní části práce. Ta pojednává nejprve o klasických výsledcích ohledně křivek v parametrickém prostoru, kdy Turingův model s homogenními Neumannovými okrajovými podmínkami vede k existenci netriviálních prostorově nehomogenních řešení. Následně se student v práci zabývá složitější situací, kdy je systém reakčně-difuzních rovnic doplněn o kombinaci Neumannových a Dirichletových podmínek. Nakonec je analyzována situace, kdy jsou zadány Neumannovy homogenní podmínky na okraji ale doplněné o předepsanou hodnotu uvnitř oblasti. V obou těchto složitějších situacích bylo nutné přijít s nápadem, který by umožnil hledání podmínek pro nalezení netriviálních řešení, jelikož analýza parciálních rovnic pomocí rozvoje do vlastních funkcí Laplaceho by vedla na spočetný ale nekonečný systém provázaných obyčejných diferenciálních rovnic pro vlastní funkce. Student předkládá jiný způsob vyšetření hledaných stacionárních řešení a doprovází ho o převod soustavy transcendentálních rovnic na jedinou, která popisuje hledané křivky. Rád bych též poznamenal, že práce představuje příspěvek do oblasti výzkumu, kde jsou stále otevřené problémy.

Práce psaná srozumitelně a strukturovaně, odkud je patrné autorovo porozumění i, dle mého názoru, zápal pro zpracovávané téma. Věcné chyby jsem nenašel, pouze formální připomínky malého významu, které studentovi předám. Předkládanou diplomovou práci považuji za povedenou a doporučuji aby byla přijata k obhajobě. Navrhuji Bc Koubovi hodnocení výborné s přihlédnutím k reakcím na komentáře a otázky u obhajoby. Níže připojuji ještě několik svých poznámek k práci.

V Praze 24.5.2015

Václav Klika
KM FJFI, ČVUT v Praze



Poznámky/otázky:

1. Ocenil bych trochu více motivace pro studovaný problém (rovnice) a zejména pak pro volbu okrajových podmínek (kap 4,5). Matematicky lze volit okrajové podmínky téměř libovolné (stačí aby úloha byla dobře formulována), ale fyzikálně relevantní jich bude pouze pár. Ještě více situace vynikne při zobecnění fyzikálního modelu, kdy začnete uvažovat další děje nežli pouze difuzi a reakce.
2. V kapitole 3.2 i 4.2 tvrdíte, že řešení jsou hladká na uzavřeném intervalu, ale argumentace je založená pouze na opakovaném užívání diferenciálních rovnic. Jsou tedy řešení vskutku hladká na $[0,1]$?
3. Je hledaný tvar řešení (3.10) předpokladem či víte, že je tomu tak vždy?
4. Může mít parciální diferenciální rovnice s okrajovými podmínkami, kde všechny koeficienty jsou reálné, komplexní řešení (jak naznačují obrázky v kapitole 6 pro úlohu např z kap 5, 6)? Uměl byste to zdůvodnit?
5. Proč nejsou hledaná netriviální řešení vlastními funkcemi Laplaceova, jak je vidět např z obrázku 6.4 pro úlohu z kapitoly 4?

Posudek diplomové práce

Autor/ka: Pavel Kouba

Název práce: Existence netriviálního řešení pro systémy reakce-difúze typu aktivátor-inhibitor v závislosti na parametru

Jméno a tituly oponenta: Doc. RNDr. Iva Dostálková, Ph. D.

Pracoviště: Ústav matematiky a biomatematiky PŘF JU

Kontaktní e-mail: dost@prf.jcu.cz

Slovní vyjádření, komentáře a připomínky oponenta:

Diplomová práce pracuje se systémem diferenciálních rovnic typu reakce-difúze. Přidává různé okrajové a počáteční podmínky. Autor hledá netriviální řešení těchto úloh vzhledem k parametrům difúze. Množina hodnot těchto parametrů tvoří kritické body systému.

V některých případech je možno tuto množinu nalézt analyticky, pro smíšené okrajové úlohy je množina kritických bodů vyjádřena implicitně.

V předložené práci jsem našla je několik drobných formálních nedostatků, například na stranách

5-6 není jasné, v jakých hodnot může nabývat $r_{1,2}$,

v Tvzení 2.6.4 se píše „jestliže platí $-\omega_1 = k_n$, při tom se ale jedná o značn z Poznámky 2.6.3.

Doporučovala bych, aby příště autor označil předpoklady, které se budou v práci opakovat, na počátku práce čísly a odkazoval se na ně, kdykoliv se používají. Text tak bude čtivější.

Není mi jasné, co vedlo autora ke zpracování tohoto typu rovnic.

Práci doporučuji hodnotit stupněm výborně.

V Českých Budějovicích 18.5.2015

Doc. RNDr. Iva Dostálková, Ph.D.