

JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

KATEDRA FYZIKY

# Bakalářská práce

## Přístroje pro měření elektrických veličin

Knihovna JU - PF



3115172526

**Autor:** Zdeněk Podskalský

**Vedoucí práce:** Mgr. Ladislav Karel

2006

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně a že jsem všechny použité zdroje uvedl v Seznamu použité literatury na konci této práce. Zároveň povolují Katedře fyziky PF JU v Č. Budějovicích libovolné využití této práce.

V Přísečné dne 25.3. 2006

Zdeněk Podskalský



.....

## **Poděkování**

Tímto bych chtěl poděkovat Mgr. Ladislavu Karlovi za vedení a pomoc při vypravování mé bakalářské práce.

# Obsah

<b>Úvod</b> .....	<b>6</b>
<b>1 Základní vlastnosti elektronických měřicích přístrojů</b> .....	<b>7</b>
1.1 Chyby měření .....	7
1.2 Chyby analogových měřicích přístrojů .....	8
1.3 Třída přesnosti analogových přístrojů .....	11
1.4 Chyby digitálních měřicích přístrojů .....	12
1.5 Chyby nepřímého měření .....	14
<b>2 Elektrotechnické měřicí přístroje</b> .....	<b>16</b>
2.1 Statické charakteristiky .....	16
2.2 Dynamické charakteristiky .....	18
2.3 Značení elektromechanických přístrojů .....	21
2.4 Magnetoelektrická měřicí ústrojí .....	21
2.4.1 Magnetoelektrické galvanometry .....	24
2.4.2 Magnetoelektrický přístroj s usměrňovačem .....	24
2.4.3 Magnetoelektrický přístroj s termoelektrickým článkem .....	26
2.5 Feromagnetické měřicí ústrojí .....	27
2.6 Elektrodynamické měřicí ústrojí .....	39
2.7 Elektrodynamické a ferodynamické wattmetry .....	31
2.8 Přístroje s indukčním ústrojím .....	34
2.9 Rezonanční měřicí přístroje .....	36
2.10 Poměrová měřicí ústrojí .....	36
2.11 Měřicí transformátory .....	38
2.11.1 Měřicí transformátory proudu .....	38
2.11.2 Měřicí transformátory napětí .....	42
<b>3 Měření aktivních elektrických veličin</b> .....	<b>43</b>
3.1 Měření stejnosměrných napětí .....	44
3.1.1 Měření voltmetrem .....	44
3.1.2 Zvýšení rozsahu voltmetru předřadníkem .....	46
3.2 Měření střídavých napětí .....	48
3.3 Měření stejnoměrných proudů .....	49
3.3.1 Měření ampérmetrem .....	49
3.3.2 Zvýšení rozsahu ampérmetru bočníkem .....	52
3.4 Měření střídavých proudů .....	53
3.5 Měření výkonu elektrického proudu .....	55
3.5.1 Měření výkonu stejnosměrného proudu .....	55
3.5.2 Měření činného výkonu jednofázového proudu .....	57
3.5.3 Měření činného výkonu v trojfázové zátěži .....	61

3.5.3.1 V souměrné soustavě se souměrnou zátěží .....	62
3.5.3.2 V souměrné soustavě s nesouměrnou zátěží .....	63
3.5.3.3 V souměrné třívodičové soustavě s nesouměrnou zátěží .....	64
3.5.3.4 V Aronově zapojení .....	65
3.5.4 Měření jalového výkonu .....	65
3.5.4.1. V třívodičové soustavě se dvěma wattmetry .....	67
3.6 Měření frekvence .....	67
3.6.1 Měření frekvence čítačem .....	68
<b>4 Měření odporů .....</b>	<b>69</b>
4.1 Ohmova metoda .....	69
4.1.1 Měření malých odporů .....	70
4.1.2 Měření velkých odporů .....	72
4.2 Můstkové metody měření odporu .....	73
4.2.1 Wheatstonův můstek .....	73
4.2.2 Thomsonův můstek .....	75
<b>Závěr .....</b>	<b>77</b>
<b>Použitá literatura .....</b>	<b>78</b>

## Úvod

Tato bakalářská práce vznikla z mého zájmu o elektrická měření a měření všeobecně. Věnuji se převážně analogovým měřicím systémům, protože lze na nich jednoduše pochopit a vysvětlit jejich princip a vhodné použití. Na následujících stránkách najdete v jednoduchosti popsány základní vlastnosti a rozdělení měřicích přístrojů. Nejdříve vysvětluji důležité postupy měření, na co si dát pozor a co si musíme uvědomit, než začneme nějakou veličinu měřit. V dalších kapitolách se již věnuji popisu konkrétních měřicích soustav. Uvádím zde jejich přednosti a nedostatky a příklady použití. Dále se věnuji už konkrétním měřením elektrických veličin, u nich uvádím způsoby jakými mohou být měřeny, klady a zápory jednotlivých použitelných metod, pro konkrétní měření. Cílem této práce je alespoň zčásti nastínit problematiku měřicích přístrojů a měřicích metod a ucelit je do jedné přehledné knihy.

# 1 Základní vlastnosti elektronických měřících přístrojů

## 1.1 Chyby měření

Při měření musíme vzít v úvahu možné chyby měření a jejich vznik. Jejich znalost nám umožňuje zvolit takové podmínky měření, aby velikost chyby byla minimální nebo se dala snadno určit a vyhodnotit. Jednoduchý příklad měřicí úlohy s vyznačením míst vzniku a příčin chyb je uveden na obr. 1.1.

Z hlediska místa působení rozlišujeme tři základní chyby znázorněné na obr. 1.2.

**Chyby metody**  $\Delta_M, \delta_m$  vznikají vzájemným působením měřicího přístroje a měřeného objektu. Měřicí přístroje odebírají energii z měřeného obvodu. Tím vnáší do měření chybu. Když tuto chybu známe lze ji korigovat. Z těchto znalostí určíme správnou metodu měření. Pro měření jedné veličiny existuje více metod měření. My vždy musíme vybrat tu správnou. Chyby metody jsou chybami soustavnými.

**Chyby měřících přístrojů**  $\Delta_P, \delta_P$  vznikají výrobní a technologickou nedokonalostí provedení přístrojů sestávajících ze značného množství součástí, které jsou samy o sobě zatíženy nepřesnostmi (např. výrobní tolerancí). Chyby měřících přístrojů je třeba znát v celém měřicím rozsahu. Základní chybu vykazuje měřicí přístroj při měření ustálených hodnot za referenčních podmínek, které představují soubor normovaných vnějších veličin ovlivňujících činnost přístroje. Referenční podmínky zahrnují klimatické veličiny, mechanické veličiny, veličiny ovlivňující napájení, magnetické pole a záření, např. teplotu okolí ( $23\text{ °C} \pm 1\text{ °C}$ ), vnější magnetické pole ( $B_e < 5 \cdot 10^{-4}\text{ T}$ ), kmitočet a tvar měřeného signálu. Všechny tyto podmínky jsou uvedeny v normách ČSN. Měřicí přístroje s vysokou přesností nejsou zárukou přesného měření. Při překročení referenčních podmínek může způsobit chybné měření a zcela znehodnotit výsledek měření vznikem přídavných chyb. Když požadujeme zaručení požadované přesnosti, musíme dodržet požadavky, které jsou dané pro každý přístroj.

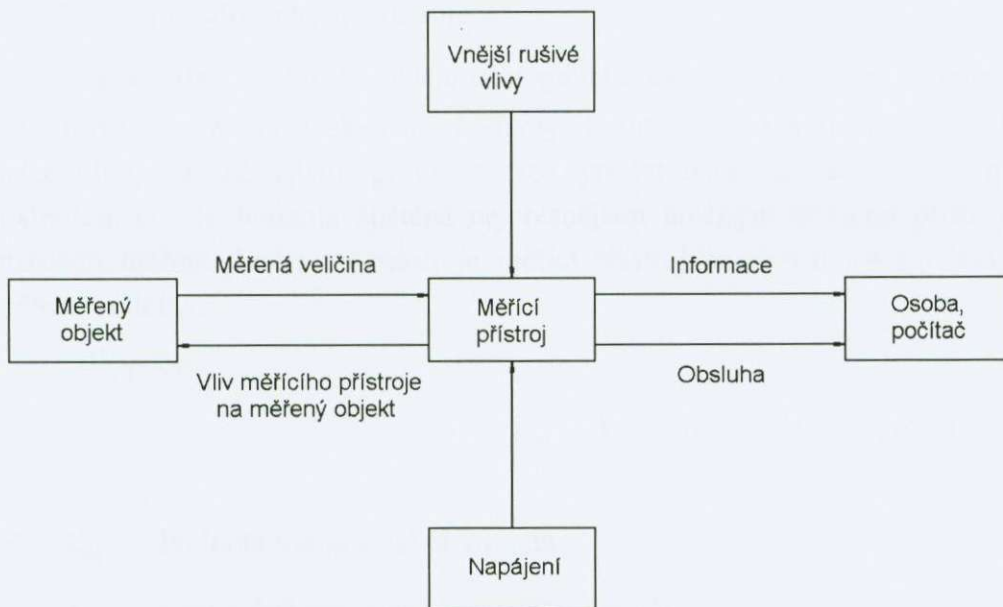
**Chyby experimentátora** významně ovlivňují kvalitu měření. Příčinou jejich vzniku jsou volba nevhodné metody, nesprávné připojení přístrojů, chybná obsluha přístrojů, nedostatečná pečlivost při měření, přehlédnutí rušivých vlivů, chyba čtení hodnot a chybné vyhodnocení výsledků. V souhrnu se jedná o chyby způsobené nepředvídatelným lidským faktorem. Proto je vhodné každé měření několikrát zopakovat.

**Maximální (celková) chyba měření**  $\Delta_{\max}$  je teoretická největší možná chyba měření. Celková chyba měření udává tolerance, ve kterých leží skutečná hodnota měřené veličiny:

$$\Delta_{\max} = \Delta_M + |\Delta_P| \cdot \text{sign} \Delta_M, \quad [\text{jednotka veličiny X}] \quad (1.1)$$

kde:  $\Delta_M$  ... chyba metody,

$\Delta_P$  ... největší možná absolutní chyba stanovená z chyb prvků měřicího obvodu.



Obr.1.1 Místa a příčiny vzniku chyb měření

Chyba metody	Chyba měřicího přístroje		Chyba experimentátora
	Základní	Přídavná	

Obr.1.2 Základní typy chyb při měření

## 1.2 Chyby analogových měřících přístrojů

Hodnota měřené veličiny určená měřicím přístrojem se vlivem jeho nedokonalosti liší od hodnoty pravé, přivedené na vstup přístroje. Chybou údaje přístroje je rozdíl údaje přístroje a měřené veličiny přivedené na jeho vstup.



Nejčastější příčiny chyb:

- nepřesnost výroby, kalibrace,
- rušivé síly a momenty (tření v ložiskách),
- vnitřní rušivá magnetická a elektrická pole,
- oteplení vlastní spotřebou,
- stárnutí materiálu a součástek,
- opotřebení a poškození měřícího přístroje,
- časová stálost chyby přístroje.

**Absolutní chyba**  $\Delta_p$  údaje analogového měřícího přístroje je definována jako rozdíl naměřené a skutečné hodnoty. Skutečnou hodnotu měřené veličiny nelze nikdy přesně zjistit, proto se pro výpočet nahrazuje konvenčně pravou hodnotou, což je hodnota zjištěná nejpřesnějším možným měřícím přístrojem a metodou měření. Další možností je měřící přístroj cejchovat s normálem dané měřené veličiny.

Výpočet:

$$\Delta_p = X_M - X_p, \quad [\text{jednotka veličiny X}] \quad (1.2)$$

kde:  $X_M$  ... hodnota indikovaná přístrojem,

$X_p$  ... konvenčně pravá hodnota měřené veličiny.

**Relativní chyba**  $\delta_p$  údaje analogového měřícího přístroje je dána podílem absolutní chyby a naměřené nebo konvenčně pravé hodnoty:

$$\delta_p = \frac{\Delta_p}{X_M} \cdot 100, \quad [\%] \quad \delta_p = \frac{\Delta_p}{X_p} \cdot 100. \quad (1.3)$$

Při malých chybách jsou obě definice téměř rovnocenné. Čím je měření přesnější, tím je rozdíl výsledků obou vztahů menší. Při posuzování měření se dává obvykle přednost relativní chybě.

Z charakteru změn údaje lze soudit na určité příčiny vzniku chyb přístroje. Na následujících obrázcích je znázorněno několik základních typů chyb měřících přístrojů. Ve všech je vyznačena ideální a skutečná převodní charakteristika měřícího přístroje, převádějícího měřenou veličinu  $X_M$  na výstupní veličinu  $Y_M$  v celém měřícím rozsahu  $X_R$ .

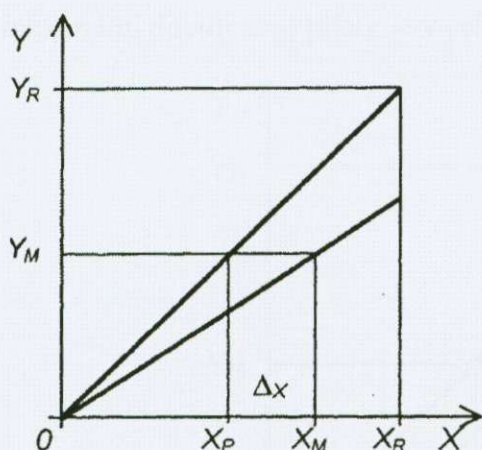
**Absolutní multiplikační chyba** se lineárně zvětšuje se vzrůstající měřenou hodnotou. Tato chyba vzniká nejčastěji nedostatečně přesným nastavením hlavních měřících prvků přístroje.

**Relativní multiplikativní chyba** je konstantní po celém rozsahu přístroje.

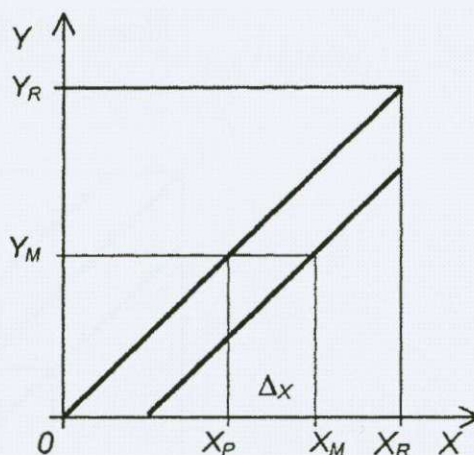
**Aditivní chyba** může mít příčiny v chybně nastavené nulové poloze nebo chybovém napětí (offsetu) zesilovače. Absolutní hodnota aditivní chyby nezávisí na velikost měřené veličiny. Je konstantní po celém rozsahu přístroje. Relativní hodnota aditivní chyby hyperbolicky klesá se vzrůstající hodnotou měřené veličiny, má tedy nejmenší hodnotu na konci měřicího rozsahu přístroje.

**Chyba linearity** je způsobena nepřesností montáže, nelineární charakteristiky použitých materiálů a součástek. Mění se v průběhu měřicího rozsahu nerovnoměrně. Absolutní chyba linearity může měnit znaménko. U přesných přístrojů se odchylky od linearity zachycují korekční křivkou přístroje.

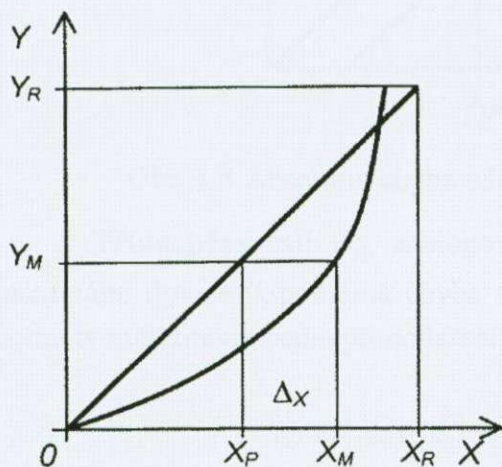
Chyby multiplikativní, aditivní a linearity mají charakter soustavných chyb viz obr. 1.3 , obr. 1.4.



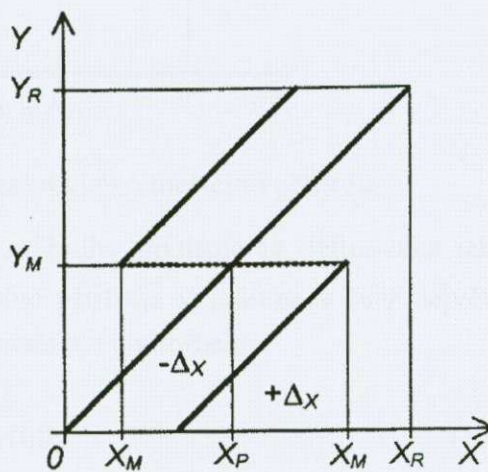
Obr.1.3 a) Multiplikativní chyba



b) Aditivní chyba



Obr. 1.4. a) Chyba linearity



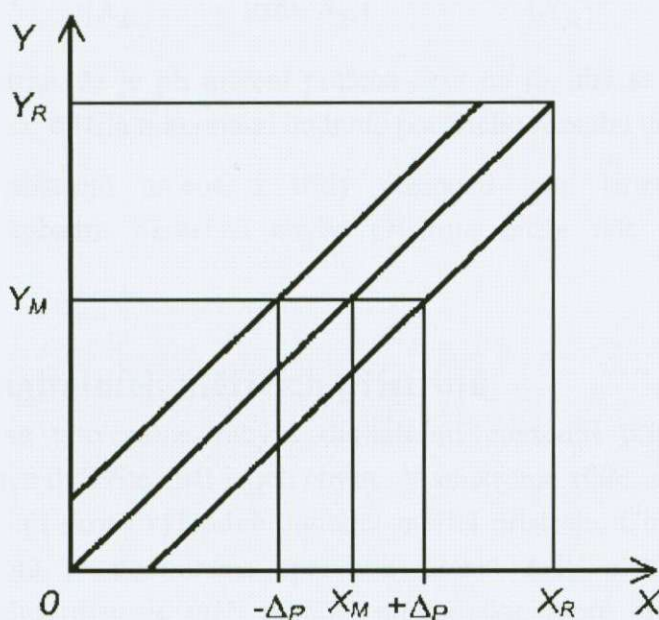
b) Chyba reverzibility

**Chyba reverzibility** je znakem rušivých vlivů majících náhodný charakter (obr.1.4.b). Chyba reverzibility se projevuje rozdílnými údaji přístroje při

zvyšování a snižování měřené veličiny. Příčinou vzniku tohoto rozdílu je tření vznikající ve stykové ploše otočné a pevné části měřicího ústrojí, hystereze atd.

### 1.3 Třída přesnosti analogových přístrojů

Měřicí přístroje jsou ovlivňovány řadou rušivých vlivů soustavného i náhodného charakteru, které určují jeho chybu. Abychom mohli srovnat přesnost různých měřicích přístrojů byla pro praktickou potřebu zvolena a normována charakteristika analogových přístrojů nazývaná třída přesnosti (TP). Základem definice třídy přesnosti je předpoklad, že absolutní hodnota kombinace jakýchkoliv soustavných a nahodilých chyb nepřekročí v průběhu celého měřicího rozsahu konstantní meze  $\pm \Delta_p$ , které představují mezní absolutní chybu údaje (obr. 1.5). Třída přesnosti zahrnuje všechny dílčí chyby a definuje tak mezní relativní chybu (maximální dovolenou) přístroje v celém měřicím rozsahu.



Obr. 1.5 Absolutní chyba údaje analogového měřicího přístroje

**Třída přesnosti**  $\delta_{TP}$  analogového měřicího přístroje je definována jako maximální dovolená poměrná chyba měřicího přístroje vyjádřená v % z největší hodnoty měřicího rozsahu při dodržení referenčních podmínek:

$$\delta_{TP} = \frac{|\Delta_p|}{X_R} \cdot 100, \quad (1.4)$$

kde:  $\Delta_p$  ... mezní absolutní chyba údaje měřicího přístroje,

$X_R$  ... měřicí rozsah přístroje.

Třída přesnosti je mezinárodně normována IEC (International Electrical Committee) v řadě:

0,05 – 0,1 – 0,2 – 0,5 – 1,0 – 1,5 – 2,5 – 5,0.

Používání třídy přesnosti pro popis mezní chyby přístrojů je výhodné v tom, že je mezinárodně normována a přesnost přístrojů lze přehledně posoudit.

**Absolutní chyba**  $|\Delta_p|$  údaje analogového měřicího přístroje:

$$|\Delta_p| = \frac{\delta_{TP} \cdot X_R}{100}. \quad (1.5)$$

**Relativní chyba**  $|\delta_p|$  údaje analogového měřicího přístroje:

$$|\delta_p| = \left| \frac{\Delta_p}{X_M} \right| \cdot 100 = \left| \frac{\delta_{TP} \cdot X_R}{100 \cdot X_M} \right| \cdot 100 = |\delta_{TP}| \cdot \left| \frac{X_R}{X_M} \right|. \quad [\%] \quad (1.6)$$

Ze vztahu je patrné, že je při měření potřeba dbát na to, aby se hodnota měřené veličiny co nejvíce blížila maximální hodnotě použitého rozsahu přístroje.

Chyby přístrojů určené z třídy přesnosti jsou teoreticky možnými maximálními chybami. Skutečná chyba přístroje může mít podstatně menší hodnotu.

## 1.4 Chyby digitálních měřicích přístrojů

I když se tato práce zabývá digitálními měřicími přístroji jen velice okrajově, je velice důležité znát jejich chyby. V soukromé sféře, alespoň podle mé praxe, se používají skoro výhradně digitální měřicí přístroje. Činnost číslicových měřicích přístrojů je podmíněna správnou funkcí řady elektronických částí přístroje. Digitální přístroje měří pomocí převodníků, které převádějí měřenou veličinu na stejnosměrné napětí. Tyto převodníky pak zanášejí do měření další chybu. Nedokonalost funkce těchto základních obvodů způsobuje chyby různého charakteru, které můžeme řadit mezi chyby multiplikativní, aditivní a linearity. Chyby číslicových přístrojů nejsou vyjádřeny třídou přesnosti, ustálila se forma vyjádření základní chyby při referenčních podmínkách. Pokud nejsou referenční podmínky dodrženy, vznikají přídatné chyby.

**Základní chyba**  $|\delta|$  číslicových měřicích přístrojů se vyjadřuje součtem dvou složek:

$$|\delta| = |\delta_M| + |\delta_R|, \quad [\%] \quad (1.7)$$

kde:  $\delta_M$  ... chyba z měřené hodnoty,

$\delta_R$  ... chyba z rozsahu.

Chyba, z měřené hodnoty  $\delta_M$  zahrnuje zejména nedokonalost nastavení hlavních měřicích prvků, má charakter multiplikační chyby.

**Chyba rozsahu** má charakter chyby aditivní, zahrnuje zejména chybu způsobenou posunutím nuly vstupního zesilovače (driftem), zbytkovým napětím spínačů a kvantováním.

Někteří výrobci udávají chyby číslicových přístrojů ve tvaru:

$$|\delta| = |\delta_M| + |d|, \quad [\%] \quad (1.8)$$

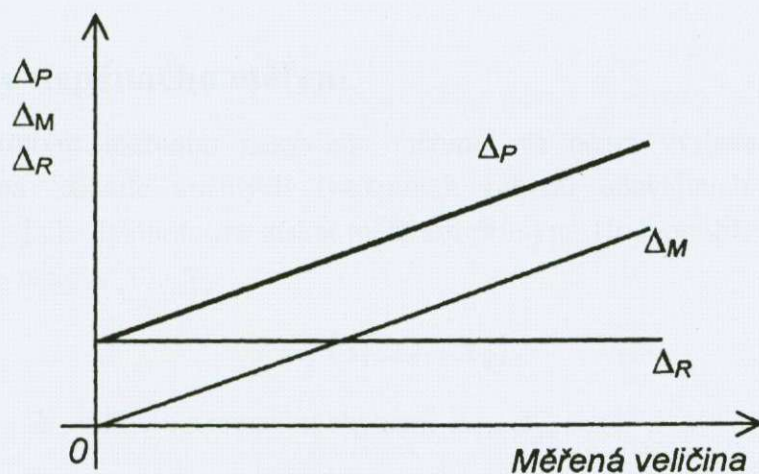
kde:  $d$  je chyba udaná v počtu jednotek posledního místa zobrazovače; její hodnota, v jednotkách měřené veličiny, závisí na zvoleném měřicím rozsahu a počtu  $D$  indikovaných míst zobrazovače – jde tedy o počet kvantovacích kroků přístroje. Přepočítání  $d$  na chybu v procentech je jednoduché:

$$\delta_R = \frac{d}{D} \cdot 100. \quad [\%] \quad (1.9)$$

**Absolutní chyba z měřené veličiny** roste s měřenou veličinou – má multiplikační charakter.

**Absolutní chyba z rozsahu** je po celém měřicím rozsahu konstantní – má aditivní charakter.

Průběhy absolutní chyby údaje číslicového měřicího přístroje a jejich obou složek jsou znázorněny na obr.1.6.

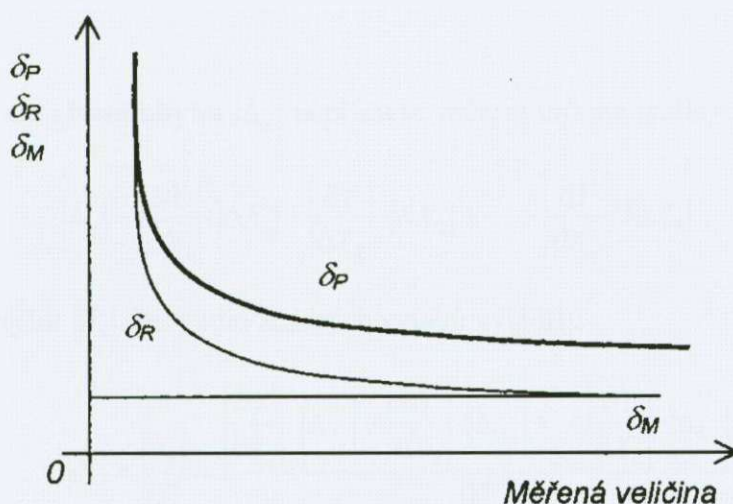


Obr. 1.6 Absolutní chyba údaje číslicového měřicího přístroje

**Relativní chyba údaje**  $|\delta_p|$  číslicového měřicího přístroje je opět dána součtem dvou chyb:

$$|\delta_p| = \left| \frac{\Delta_p}{X_M} \right| \cdot 100 = |\delta_M| + \left| \delta_R \cdot \frac{X_R}{X_M} \right|. \quad (1.10)$$

Na ověřovací listině každého přístroje má být kromě údajů o chybách a všech charakteristických vlastnostech přístroje uveden i údaj o době platnosti, po níž výrobce zaručuje uvedenou přesnost. Po uplynutí této doby musí být přístroj znovu ověřen. Moderní číslicové přístroje jsou opatřeny testovacími obvody umožňujícími samočinné testování funkce přístroje.



Obr. 1.7 Relativní chyba údaje číslicového měřicího přístroje

## 1.5 Chyby nepřímého měření

Nepřímým měřením nazýváme měření, při němž výsledek stanovíme výpočtem na základě známých fyzikálních zákonů udávajících vztah mezi veličinami, jejichž hodnotu lze získat měřením přímým. Hodnota hledané veličiny  $Y$  je funkcí  $n$  veličin  $X_1 \dots X_n$

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n), \quad (1.11)$$

Veličiny  $X_1 \dots X_n$  měříme s mezními chybami  $\Delta_{x1} \dots \Delta_{xn}$ .

**Absolutní chyba** ( $\Delta_y$ ) je při chybě  $\Delta_x$  jedné nezávisle proměnné  $X$  dána:

$$\Delta_y = \gamma(X + \Delta_x) - Y(X). \quad (1.12)$$

Dále platí:

$$\frac{\Delta_Y}{\Delta_X} \approx Y' = \lim_{\Delta_X \rightarrow 0} \frac{Y(X + \Delta_X) - Y(X)}{\Delta_X}. \quad (1.13)$$

$$\Delta_Y \approx Y' \cdot \Delta_X, \quad (1.14)$$

kde:  $Y'$ ... derivace funkce v bodě  $X$ .

Výraz (1.14) na pravé straně je diferenciálem funkce  $Y$  v bodě  $X$ . Je-li o funkci několika nezávisle proměnných, nahradí se pravá strana vztahu (1.14) úplným diferenciálem funkce  $Y$  (1.15). Přírůstky jednotlivých proměnných volíme takového smyslu (znaménka), jaký odpovídá nejméně příznivému případu.

**Maximální absolutní chybu**  $|\Delta_Y|$  nepřímého měření určíme podle vztahu:

$$|\Delta_Y| \approx \left| \frac{\partial Y}{\partial X_1} \right| \cdot |\Delta X_1| + \left| \frac{\partial Y}{\partial X_2} \right| \cdot |\Delta X_2| + \dots + \left| \frac{\partial Y}{\partial X_n} \right| \cdot |\Delta X_n|. \quad (1.15)$$

**Relativní chybu**  $|\delta_Y|$  lze podle známých vztahů vyjádřit:

$$|\delta_Y| = \frac{|\Delta_Y|}{|Y|} \approx \frac{\left| \frac{\partial Y}{\partial X_1} \right| \cdot |\Delta X_1| + \left| \frac{\partial Y}{\partial X_2} \right| \cdot |\Delta X_2| + \dots + \left| \frac{\partial Y}{\partial X_n} \right| \cdot |\Delta X_n|}{|Y|}. \quad (1.16)$$

Je-li funkce  $Y$  dána složitým výrazem, nemusíme vždy počítat její úplný diferenciál. Funkci rozložíme na několik částí, z nichž je každá tvořena některým jednoduchým početním vztahem (součtem, rozdílem, součinem, podílem, mocninou, logaritmem). Při výpočtu pak postupujeme tak, že vypočteme chyby jednotlivých částí, a z nich potom chybu celé funkce. Při každém kroku si převedeme vypočtené chyby do takové formy, která je pro další výpočet výhodnější. Pro základní matematické operace lze vypočítat odpovídající chyby podle následujících pravidel:

$$Y = X_1 + X_2, \quad |\Delta_Y| = |\Delta_{X_1}| + |\Delta_{X_2}|, \quad (1.17)$$

$$Y = X_1 - X_2, \quad |\Delta_Y| = |\Delta_{X_1}| + |\Delta_{X_2}|,$$

$$Y = X_1 \cdot X_2, \quad |\delta_Y| = |\delta_{X_1}| + |\delta_{X_2}|,$$

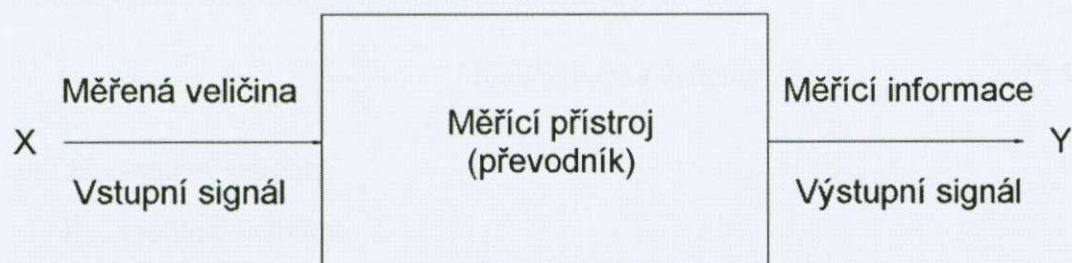
$$Y = \frac{X_1}{X_2}, \quad |\delta_Y| = |\delta_{X_1}| + |\delta_{X_2}|.$$

Tento výpočet je přehlednější a rychlejší, než pomocí úplného diferenciálu. Lze z něj také usoudit, s jakou přesností musíme znát jednotlivé členy, chceme-li získat výsledek s určitou přesností. Je třeba zdůraznit, že výše uvedené chyby jsou největšími možnými chybami, které mohou nastat za nejméně příznivých podmínek měření. Je málo pravděpodobné, že všechny dílčí chyby dosáhnou svých maximálních hodnot.

## 2 Elektrotechnické měřicí přístroje

### 2.1 Statické charakteristiky

Analogové měřicí přístroje jsou elektromechanická měřicí ústrojí převádějící a využívající magnetických, tepelných, a dynamických účinků elektrického proudu. V podstatě převádějí elektrickou veličinu  $X$  na výchylku ukazatele  $\alpha$ . Výchylka se mění spojitě (v celém rozsahu nemusí být lineární), úměrně se změnou veličiny  $X$  a je vázána na měřenou veličinu určitou zákonitostí. Ta je dána druhem měřicího přístroje respektive měřicí soustavou, kterou použijeme. Analogový měřicí přístroj, případně převodník, můžeme zjednodušeně znázornit jak je uvedeno na obr. 2.1.



Obr. 2.1 Blok měřicího přístroje/převodníku

Převodová charakteristika udává vztah mezi měřenou veličinou a údajem:

$$Y = F(X). \quad (2.1)$$

Nejčastěji se setkáváme s lineárními převodními charakteristikami:

$$Y = G \cdot X, \quad (2.2)$$

kde:  $G$  ... konstanta nazývaná převod,

$X$  ... měřená veličina.



Ve speciálních případech, zejména u převodníků realizujících různé matematické operace, se užívají následující převodní charakteristiky:

$$Y = G \cdot X^2, \quad Y = G \cdot X_1 \cdot X_2, \quad Y = G \cdot \frac{X_1}{X_2}, \quad Y = G \cdot \ln X. \quad (2.3)$$

**Rozsah stupnice** analogového měřicího přístroje je vymezen krajními hodnotami na stupnici (rozdíl mezi koncovou a počáteční hodnotou stupnice).

**Měřicí rozsah** je část rozsahu stupnice, v němž platí metrologické vlastnosti přístroje, tedy ta část stupnice, na které lze měřit se zaručenou přesností. U většiny měřicích přístrojů je měřicí rozsah totožný s rozsahem přístroje. Pokud tomu tak není, je měřicí rozsah viditelně vyznačen. Většina měřicích přístrojů má více rozsahů na jedné stupnici.

**Přetížitelnost** je násobek maximální hodnoty měřicího rozsahu, který může být na přístroj připojen, aniž by v přístroji vznikly trvalé změny jeho vlastností. Je-li přístroj připojen na vyšší napětí nebo protéká-li jím vyšší proud hrozí tepelné či mechanické poškození. Trvale musí snést přístroje s třídou přesnosti 1 až 5 1,2 násobek jmenovité hodnoty měřicího rozsahu, aniž by se změnily jejich vlastnosti.

**Citlivost**  $C$  měřicího přístroje je důležitou vlastností analogových přístrojů, zvláště nulových indikátorů a převodníků. Je určena poměrem změny údaje ke změně měřené veličiny, která ji vyvolala:

$$C = \frac{dY}{dX}. \quad [\text{dílek/jednotka veličiny } X] \quad (2.4)$$

V praxi vycházíme z konečných změn, potom je citlivost:

$$C \approx \frac{\Delta_Y}{\Delta_X}, \quad [\text{dílek/jednotka veličiny } X] \quad (2.5)$$

kde:  $X$ ... vstupní veličina,

$Y$ ... výstupní veličina.

U přístrojů s lineární převodní charakteristikou je citlivost v celém rozsahu stálá a odpovídá konstantě  $G$ , tedy převodu.

**Konstanta**  $K_R$  měřicího přístroje je používána u přístrojů, u kterých dělení a číslování stupnice neodpovídá přímo měřené veličině. Konstanta je definována jako podíl největší hodnoty rozsahu přístroje a počtu dílků na stupnici. Je to tedy převrácená hodnota citlivosti:

$$K_R = \frac{X_R}{\alpha_R}, \quad [\text{jednotka veličiny } X/\text{dílek}] \quad (2.6)$$

kde:  $X_R$ ... rozsah měřicího přístroje,  $\alpha_R$  [jednotka  $X$ ]

$\alpha_R$  ... výchylka měřícího přístroje. [dílků]

Chceme-li zjistit hodnotu měřené veličiny, musíme výchylku přístroje udanou v dílcích násobit konstantou přístroje.

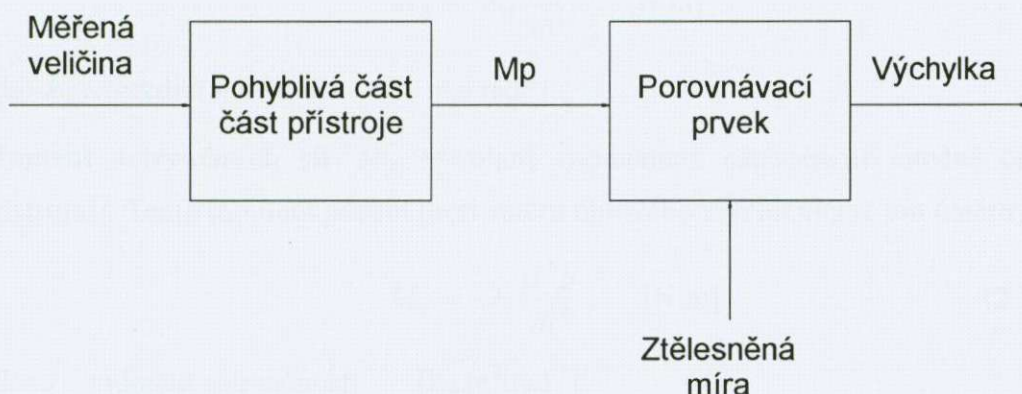
**Rozlišitelnost** je schopnost měřícího přístroje zřetelně rozlišit blízké hodnoty měřené veličiny. U analogových přístrojů se udává prahem necitlivosti, což je hodnota měřené veličiny, kterou musíme přivést na vstup přístroje, aby učinil pozorovatelnou výchylku.

**Spotřeba** měřícího přístroje je vlastnost udávající příkon, který přístroj potřebuje k dosažení plné výchylky. Většina měřících přístrojů odebírá energii potřebnou pro svoji činnost z měřeného obvodu. Tato spotřeba zatěžuje měřený obvod a způsobí v něm určité změny napětí a proudu, vzniká chyba metody. U přístrojů měřících stejnosměrné veličiny se udává ve W, u střídavých ve VA. Vlastní spotřeba se udává u voltmetrů a napěťových cívek wattmetrů a to jako velikost odporu měřící cívky. U ampérmetrů a proudových cívek wattmetrů se odpor měřících cívek neuvádí a chceme-li zjistit vlastní spotřebu, musíme si odpor (u stejnosměrných) nebo impedanci (u střídavých) změřit. Se spotřebou měřícího přístroje musíme vždy počítat.

## 2.2 Dynamické charakteristiky

Pro praktické použití analogových přístrojů je důležitá nejen třída přesnosti a citlivost, ale i rychlost ustálení výchylky při náhlé změně měřené veličiny a schopnost sledovat rychlé změny.

Při měření veličin proměnných s časem musíme znát dynamické charakteristiky přístrojů.



Obr. 2.2 Momenty působící v elektromechanickém měřícím přístroji

Na pohyblivou část ústrojí přístroje působí mechanický pohybový moment vyvolaný měřenou veličinou. V důsledku tohoto momentu mění pohyblivá část ústrojí, spojená s ukazovacím zařízením (nejčastěji ručkou), svoji polohu.

Výchylka ručky indikuje na stupnici přístroje hodnotu měřené veličiny. U elektromechanických přístrojů je základním principem porovnávání pohybového momentu vyvolaného měřenou veličinou s řídicím (direktivním) momentem spirálových pružin nebo jiných způsobů tlumení upevněných na ose pohyblivé části ústrojí, ztělesňujících míru. V ustáleném stavu platí rovnost obou výše uvedených momentů:

$$M_p + M_D = 0, \quad [\text{N.m}] \quad (2.7)$$

kde.  $M_p$  ... pohybový moment,  $[\text{N.m}]$

$M_D$  ... direktivní moment.  $[\text{N.m}]$

**Pohybový moment**  $M_p$  je vyvolán měřenou veličinou  $X$ :

$$M_p = k_p \cdot X, \quad [\text{N.m}] \quad (2.8)$$

kde:  $k_p$  ... pohybová konstanta  $[\text{N.m/jednotka veličiny } X]$

**Direktivní (řídicí) moment**  $M_D$  působí proti směru výchylky a je přímo úměrný výchylce:

$$M_D = -k_D \cdot \beta, \quad [\text{N.m}] \quad (2.9)$$

kde:  $k_D$  direktivní konstanta,  $[\text{N.m.rad}^{-1}]$

$\beta$  úhlová výchylka.  $[\text{rad}]$

Při pohybu otočné části přístroje působí na otočnou část přístroje dva další momenty.

**Moment brzdící**  $M_B$  působí proti směru výchylky a je úměrný její rychlosti:

$$M_B = -k_B \frac{d\beta}{dt}, \quad [\text{N.m}] \quad (2.10)$$

kde:  $k_B$  ... brzdící konstanta.  $[\text{N.m.s.rad}^{-1}]$

**Moment setrvačných sil**  $M_J$  vyvolaný momentem setrvačnosti otočné části přístroje  $J$ . Tento moment působí proti směru úhlového zrychlení a je mu úměrný:

$$M_J = -J \cdot \frac{d^2\beta}{dt^2}, \quad [\text{N.m}] \quad (2.11)$$

kde:  $J$  ... moment setrvačnosti.  $[\text{kg.m}^2.\text{rad}^{-1}]$

**Pohybová rovnice ústrojí**, podle d'Alembertova principu, je součet těchto momentů v každém okamžiku roven nule:

$$M_J + M_B + M_D + M_p = 0. \quad [\text{N.m}] \quad (2.12)$$

Po dosazení vztahů (2.8) až (2.11) získáme diferenciální rovnici druhého řádu nazývanou pohybovou rovnicí ústrojí

$$J \cdot \frac{d^2 \beta}{dt^2} + k_b \cdot \frac{d\beta}{dt} + k_D \cdot \beta = k_p \cdot X. \quad [\text{N.m}] \quad (2.13)$$

Úplné řešení této rovnice se skládá ze dvou částí: z obecného řešení homogenní rovnice – což je rovnice harmonických tlumených kmitů – a z partikulárního integrálu úplné rovnice.

Řešení homogenní rovnice vyjadřuje vlastní pohyb ústrojí, tedy přechodný jev vyvolaný časovou změnou měřené veličiny  $X$ . Z obecného řešení lze odvodit rychlost ustálení výchylky – dobu, za kterou po skokové změně měřené veličiny nastane rovnováha mezi momenty  $M_p$  a  $M_D$ .

**Činitelem poměrného tlumení**  $a$  je charakterizována rychlost pohybu otočné části ústrojí:

$$a = \frac{k_B}{2\sqrt{J \cdot k_D}}. \quad [-] \quad (2.14)$$

Mohou nastat následující případy :

- $a = 0$  jde o netlumený periodický pohyb,
- $a = 1$  jde o pohyb na mezi aperiodicity (kritické tlumení),
- $a < 1$  jde o tlumený periodický pohyb, amplituda kmitů postupně klesá,
- $a > 1$  jde o pohyb aperiodický (přetlumený).

Pro měřicí ústrojí se obvykle volí  $a = 0,7$ , kdy dojde k mírnému překmitnutí a potom k rychlému ustálení výchylky. Ústrojí je tedy lehce podtlumeno.

**Doba trvání kmitu**  $T_n$  jedné periody netlumeného ústrojí:

$$T_n = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{k_D}}. \quad [\text{s}] \quad (2.15)$$

Charakter pohybu otočné části ústrojí (přechodného děje) neurčují absolutní velikosti konstant  $J$ ,  $k_B$  a  $k_D$ , ale jejich vzájemný poměr. Ze vztahu (2.14) vyplývá, že chceme-li dosáhnout rychlého ustálení výchylky, mělo by ústrojí mít co nejmenší moment setrvačnosti otočné části  $J$  a co největší direktivní konstantu  $k_D$ . Tyto dva požadavky ale odporují třetímu, a to co největší citlivosti ústrojí, neboť pohybová konstanta  $k$  je závislá na rozměrech otočné části. Zvětšováním direktivního momentu se zmenšuje citlivost ústrojí. Z uvedených důvodů se při konstrukci otočné části přístroje hledá kompromis mezi  $k_p$ ,  $J$ ,  $k_D$  a citlivostí  $C$ .

## 2.3 Značení elektromechanických přístrojů

Na elektromechanickém měřicí přístroji musí být na stupnici nebo na přední straně krytu výrobcem vyznačeny následující údaje:

- jméno nebo logo výrobce,
- výrobní číslo přístroje,
- jednotka měřené veličiny [A, mA, V, W,  $\Omega$  atd.],
- druh měřené veličiny (stejnoseměrná, střídavá, stejnosměrná i střídavá),
- třída přesnosti, (bývá uvedena nad označením druhu veličiny),
- typ ústrojí, viz obr. 2.3,
- poloha přístroje pro měření (vodorovná, svislá nebo šikmá),
- zkušební napětí,
- značení polohy stupnice,

případně další údaje, například u voltmetru jeho vnitřní odpor.

magnetoelektrické 	magnetoelektrické s usměrňovačem 	magnetoelektrické s termočlánkem 	feromagnetické 	indukční 	rezonanční 
elektrodynamické 	ferodynamické 	magnetoelektrické poměrové 	elektrodynamické poměrové 	ferodynamické poměrové 	

Obr. 2.3 Značky nejčastěji používaných elektromechanických měřicích ústrojí.

## 2.4 Magnetoelektrická měřicí ústrojí

Základním prvkem magnetického obvodu magnetoelektrických měřicích systémů je permanentní magnet. Na něj dosedají dva pólové nástavce, jejich konce jsou vhodně vytvarovány. Ve válcové dutině je uložen váleček z magneticky měkkého materiálu (železo). Ve vzduchové mezeře mezi válečkem a polovými nástavci je otočně uložena cívka s mnoha závity tenkého měděného drátu. Funkce magnetoelektrického ústrojí je založena na působení magnetického pole na vodič, kterým protéká proud. Ručka přístroje je připevněna k hřídelce, tvořící osu otočné

části, uložené v ložiskových kamenech, u moderních konstrukcí odpružených. Citlivé měřicí přístroje mají otočnou část upevněnu mezi napjatými bronzovými vlákny. Do cívky je spirálovými pružinami, vyvozujícími potřebný direktivní moment, přiváděn proud. Má-li měřicí cívka  $N$  závitů, působí na jednu stranu cívky síla  $F$ :

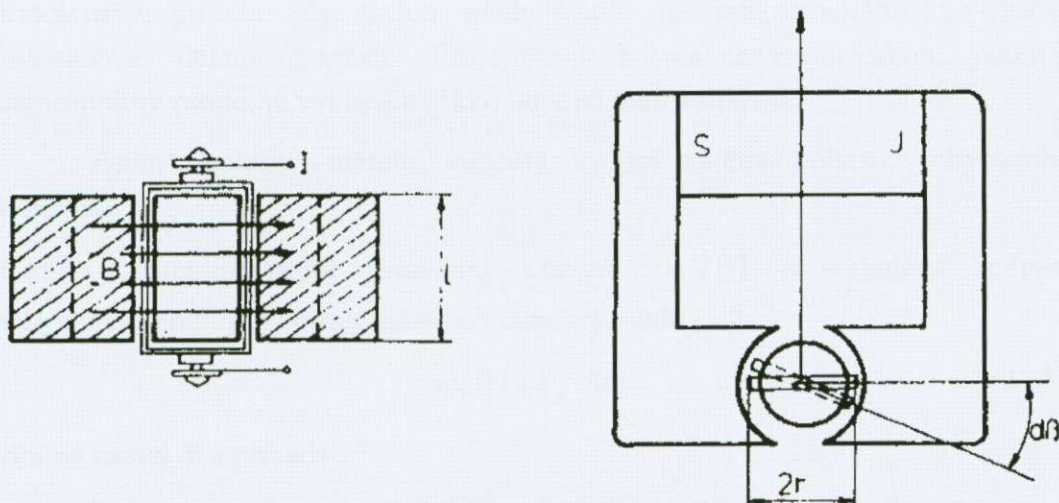
$$F = B \cdot I \cdot l \cdot N, \quad [\text{N}] \quad (2.16)$$

kde:  $B$  ... magnetická indukce v mezeře magnetu, [T]

$I$  ... proud protékající cívkou, [A]

$l$  ... aktivní délka vodiče, [m]

$N$  ... počet závitů. [-]



Obr. 2.4 Princip magnetoelektrického měřicího ústrojí.

Pohybový moment  $M_p$  magnetoelektrického ústrojí je vyjádřen:

$$M_p = 2 \cdot F \cdot r = 2 \cdot B \cdot I \cdot l \cdot N \cdot r = k_p \cdot I, \quad [\text{N.m}] \quad (2.17)$$

kde:  $r$  ... poloměr cívky. [m]

Ze vztahu pro pohybový moment lze vyjádřit pohybovou konstantu  $k_p$ , která zahrnuje všechny konstrukční veličiny ústrojí:

$$k_p = 2 \cdot B \cdot l \cdot N \cdot r, \quad [\text{N.m.A}^{-1}] \quad (2.18)$$

Pohybový moment je přímo úměrný proudu procházejícímu měřicí cívkou. Moment direktivní je úměrný úhlové výchylce ústrojí. Ústrojí se ustálí, budou-li pohybový a direktivní moment v rovnováze.

$$M_p + M_D = I \cdot k_p - \beta \cdot k_D. \quad [\text{N.m}] \quad (2.19)$$

Ze vztahu pro rovnováhu momentů můžeme vyjádřit ustálenou výchylku  $\beta$ , která je úměrná proudu procházejícímu měřicí cívkou.

$$\beta = \frac{k_p}{k_D} \cdot I = C_i \cdot I, \quad [\text{rad}] \quad (2.20)$$

kde:  $C_i$  ... proudová citlivost. [rad/A]

Brzdící moment je u magnetoelektrických přístrojů vyvolán proudem, který se indukuje v měřicí cívce a jejím hliníkovém rámečku, představujícím závit na krátko.

Jsou-li pohybová a direktivní konstanta nezávislé na výchylce přístroje a je-li převod „napětí-proud“ lineární, je výchylka ústrojí přímo úměrná velikosti připojeného proudu. Za těchto předpokladů má magnetoelektrický přístroj rovnoměrné dělení stupnice. Připojíme-li k magnetoelektrickému přístroji stejnosměrný proud, je výchylka přímo úměrná jeho velikosti.

Změna polarity měřené veličiny vyvolá změnu polarity pohybového momentu.

Pokud je měřený proud proměnný s časem  $i = f(t)$ , je okamžitá hodnota pohybového momentu přímo úměrná hodnotě proudu:

$$m_p(t) = k_p \cdot i(t). \quad [\text{N.m}] \quad (2.21)$$

Mohou nastat dva případy :

Rychlost změny proudu je tak malá, že otočná část ústrojí stačí změnu sledovat – výchylka přístroje udává okamžitou hodnotu měřeného proudu.

Rychlost změny proudu je taková, že ji otočná část ústrojí nestačí sledovat; setrvačnost a tlumení znemožní otočné části sledování okamžitých hodnot, a výchylka přístroje se ustálí na průměrné hodnotě pohybového momentu  $M_p$ , která je úměrná střední hodnotě proměnného proudu  $I_S$

$$M_p = \frac{1}{T} \int_0^T m_p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T k_p \cdot i(t) dt = k_p \cdot \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = k_p \cdot I_S, \quad [\text{N.m}] \quad (2.22)$$

potom výchylka  $\beta$  ústrojí bude:

$$\beta = \frac{k_p}{k_D} \cdot I_S. \quad [\text{rad}] \quad (2.23)$$

Při měření střídavého proudu, který má nenulovou střední hodnotu, je výchylka přístroje úměrná střední hodnotě měřeného proudu. Střední hodnota harmonického proudu je nulová, potom i výchylka magnetoelektrického přístroje, ke kterému připojíme takový proud, bude nulová. K měření střídavých proudů

(napětí), jejichž střední hodnota je rovna nule, je u magnetoelektrického ústrojí nutno použít převodníku, který převede měřenou střídavou veličinu na stejnosměrnou. Leží-li kmitočet změn měřeného proudu mezi oběma případy, nelze magnetoelektrický přístroj použít. Otočná část kmitá, přitom okamžitá výchylka neodpovídá okamžité hodnotě měřené veličiny, neboť ústrojí nestačí změny sledovat. Běžné magnetoelektrické přístroje nelze použít v kmitočtovém pásmu od několika desetin Hz do 20 Hz.

Magnetoelektrické přístroje patří k nejčastěji používaným typům přístrojů, zejména pro stejnosměrná měření. Vyznačují se malou vlastní spotřebou. Běžné voltmetry mívají vnitřní odpor  $r_i = 5 \text{ k}\Omega/\text{V}$ , přístroje s malou spotřebou až  $100 \text{ k}\Omega/\text{V}$ . Přístroje jsou vyráběny v celé škále tříd přesnosti od 0,1. Vyrábějí se v provedení laboratorním i provozním.

### 2.4.1 Magnetoelektrické galvanometry

Galvanometry jsou citlivé přístroje pro měření velmi malých stejnosměrných proudů a napětí, výhradně konstruovány s magnetoelektrickým měřicím ústrojím (žádná jiná soustava nemá při tak malých proudcích dostatečný pohybový moment). Jejich stupnice má obvykle pouze dělení na dílky s nulou uprostřed nemá žádné označení jednotky či měřené veličiny. Ústrojí je zavěšeno mezi tenkými bronzovými vlákny zajišťujícími nejen polohu ústrojí a direktivní moment, ale i přívod proudu do cívky. Galvanometry jsou značně choulostivé přístroje. Vysoké citlivosti galvanometrů, až  $10^{10} \text{ d/A}$ , je dosaženo optickým zvětšením úhlových výchylek pomocí světelného ukazatele. Ručkové přístroje dosahují citlivosti  $10^7 \text{ d/A}$ . Galvanometry nemají přídavné tlumení, jsou tlumeny napětím indukovaným v cívce, jak je to typické pro magnetoelektrické ústrojí. Tlumení, a tedy i doba kmitu ústrojí, jsou značně závislé na velikosti odporu obvodu, ke kterému je galvanometr připojen. Pro správnou funkci přístroje je třeba dodržet takzvaný kritický odpor vnějšího obvodu. To je odpor, při kterém se výchylka přístroje bez překmitnutí co nejrychleji blíží k ustálené hodnotě.

V dnešní době se používají pro měření velmi malých proudů a napětí elektronické měřicí přístroje (pikoampérmetry, nanovoltmetry), které plně galvanometry nahradily. Galvanometry jsou do dnešní doby používány jako indikátory u Wheatsonova a Thompsonova můstku, při kompenzačních metodách (velmi přesná měření napětí).

### 2.4.2 Magnetoelektrický přístroj s usměrňovačem

Magnetoelektrický přístroj vyniká malou spotřebou, velkou citlivostí a vysokou přesností. Připojíme-li přístroj k obvodu s proměnným proudem (napětím)



takového kmitočtu, že ústrojí nestačí sledovat jeho změny, ustálí se výchylka přístroje na hodnotě odpovídající stejnosměrné složce měřeného signálu. Stejnosměrná složka je u většiny běžně se vyskytujících střídavých signálů nulová. Pokud přístroj doplníme vhodným převodníkem, který změní měřený střídavý signál na průběh mající nenulovou střední hodnotu, je možno magnetoelektrickými přístroji měřit i střídavé proudy a napětí. Takovými převodníky jsou měřicí usměrňovače. Výchylka magnetoelektrického přístroje s usměrňovačem, odpovídající střední hodnotě měřeného signálu, je vynásobena činitelem tvaru harmonického signálu  $k_{th} = 1,11$  a takto je cejchována stupnice. Přístroj tedy ukazuje 1,11 násobek toho, co ve skutečnosti měří. Na stupnici přístroje čteme přímo efektivní hodnotu proudu (napětí). Cejchování však platí pouze pro veličiny harmonického průběhu. Při měření veličin jiných průběhů se dopouštíme hrubých chyb měření. V praxi se často chybí používáním magnetoelektrických přístrojů s usměrňovačem pro měření neharmonických signálů.

Nelineární odpor měřicího usměrňovače s pasivními prvky v propustném směru způsobuje nelinearitu stupnice celého přístroje. Vliv nelineárního odporu usměrňovače je různý podle toho, jak velký je odpor obvodu, v němž je usměrňovač zapojen, a v které části charakteristiky usměrňovač pracuje. Přístroje bývají realizovány jako vícerozsahové s několika stupnicemi. Vzhledem k značné nelinearitě stupnice (vlivem VA charakteristiky diody) nelze pasivní usměrňovač pro napětí menší než 1,2 V prakticky použít. Nejnižší rozsah magnetoelektrických voltmetrů určených k měření střídavých signálů bývá 2,4 V. Měřicí rozsah přístroje se rozšiřuje zvětšením předřadného rezistoru a tím se průběh stupnice současně linearizuje.

Magnetoelektrické přístroje s usměrňovačem jsou konstruovány pro signály v kmitočtovém rozsahu  $20 \div 10^4$  Hz, omezujícím činitelem jsou nežádoucí kapacity rezistorů předřadníku.

Vstupní odpor voltmetrů bývá v rozmezí  $10^2 \div 10^4 \Omega/V$ . Ke zvýšení citlivosti a vstupní impedance, případně zvýšení kmitočtového rozsahu střídavých voltmetrů, je potřeba použít aktivní usměrňovače (kap. 4.2.1). Předřazením kompenzovaných děličů a střídavého zesilovače získáme napětí dostatečné úrovně aby bylo možno dosáhnout linearizace charakteristiky pasivního usměrňovače v propustném směru. Další možností linearizace usměrňovače je použití zpětnovazebního zapojení (kap. 4.2.1). Takový voltmetr lze použít pro měření napětí od 1 mV, do kmitočtu 1 MHz.

Magnetoelektrické ampérmetry s usměrňovačem používají pro změnu rozsahu bočníky, případně měřicí transformátory proudu. Ve druhém případě má přístroj menší spotřebu a jeho stupnice je téměř lineární.

### 2.4.3 Magnetoelektrický přístroj s termoelektrickým článkem

Termoelektrický článek (termočlánek) je používán k přeměně střídavého proudu na stejnosměrné napětí, které lze snadno měřit magnetoelektrickým ústrojím. Termoelektrický měnič je složen, z termočlátku tvořeného dvěma vodiči z různých kovů (např. měď – konstantan, nikl – niklchrom), a z topného vodiče, protékaného měřeným proudem. Drátky termočlátku, přímo spojené svařením nebo spájením, tvoří teplý spoj zahříváný topným vodičem. Spoj druhých dvou konců drátků je tvořen obvodem měřicího přístroje – nejčastěji magnetoelektrického milivoltmetru – a je nazýván srovnávacím (studeným) spojem. Zahřívá-li se teplý spoj proudem  $i(t)$  procházejícím topným vodičem, potom se na koncích článku objeví termoelektrické napětí:

$$U_t = k_t \cdot (\vartheta - \vartheta_0) = k_t \cdot \Delta\vartheta, \quad [\text{V}] \quad (2.24)$$

$$\Delta\vartheta = f(R_t \cdot i^2(t)), \quad [\text{K}] \quad (2.25)$$

kde:  $\vartheta$  ...teplota teplého spoje,  $[\text{°C}]$

$\vartheta_0$  ...teplota srovnávacího spoje,  $[\text{°C}]$

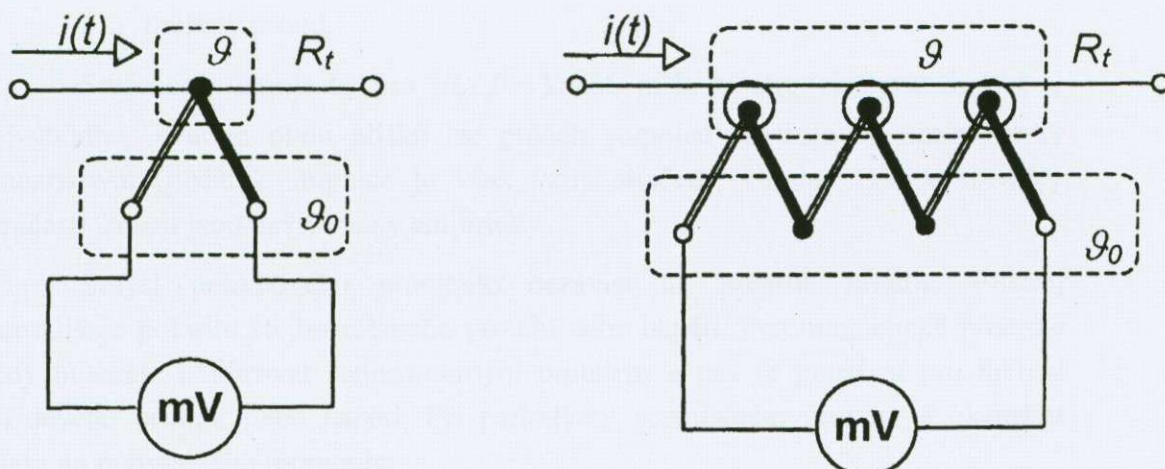
$k_t$  ... konstanta daná materiály termočlátku,  $[\text{V.K}^{-1}]$

$R_t$  ...odpor topného vodiče,  $[\Omega]$

$i$  ... měřený proud.  $[\text{A}]$

Termoelektrické měniče se vyrábějí v provedení neizolovaném obr. 2.5 a nebo v provedení izolovaném obr. 2.5 b, kde je termočlánek spojen s topným vodičem malou skleněnou perličkou, zajišťující dobrý převod tepla, ale elektricky izolující. Izolované měniče mohou být spojovány do série, čímž se termoelektrické napětí zvýší.

Termoelektrické napětí je úměrné efektivní hodnotě proudu tekoucího topným drátem a je prakticky, až do vysokých kmitočtů, nezávislé na jeho časovém průběhu. Omezujícím vlivem je kmitočtová závislost odporu topného drátu způsobená povrchovým jevem a vlivem parazitních kapacit mezi přívody topného vodiče. Voltmetry s termočlánkem jsou použitelné do kmitočtů řádově 10 kHz, ampérmetry až do jednotek MHz.



Obr. 2.5 a) Neizolované provedení termočlánu

b) Izolované provedení

Měříme-li napětí na termočlánu magnetoelektrickým milivoltmetrem, má jeho stupnice kvadratický průběh. Termočlánu mají tepelnou setrvačnost, což zpomaluje měření. Navíc jsou choulostivé na přetížení. Již při přetížení o 50 % lze článek poškodit. Stupnice přístrojů je cejchována pro konkrétní termočlánek. Při jeho poškození a výměně je nutné přístroj znovu kalibrovat. V dnešní době jsou přístroje s termočlánu používány pouze ve výjimečných případech. Lze je použít pro kmitočty až 1 MHz. Třída přesnosti bývá obvykle v rozmezí 1,5 až 2,5.

## 2.5 Feromagnetické měřicí ústrojí

Feromagnetické (elektromagnetické) měřicí přístroje patří k nejvíce používaným přístrojům určeným k měření střídavých proudů a napětí. Vyznačují se jednoduchou konstrukcí, dobrou přesností a odolností. Funkce feromagnetického měřicího ústrojí je založena na působení sil v magnetickém poli cívky protékané měřeným proudem na feromagnetické tělíčko umístěné v její dutině.

Nejběžnější provedení feromagnetického ústrojí má v dutině válcové cívky uloženy dva plíšky z feromagnetického materiálu. Jeden plíšek je připevněn k cívce, druhý otočný je spojen s osou otáčení a ukazatelem. Po připojení proudu se plíšky souhlasně zmagnetují a otočný plíšek se vzdaluje od pevného. Pohybový moment vyvolaný vzájemným odpuzováním plíšků je úměrný změně energie magnetického pole cívky (2.26), tedy druhé mocnině efektivní hodnoty proudu:

$$M_p = \frac{\partial W_M}{\partial \beta} = \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{dL}{d\beta} \cdot I^2, \quad [\text{N.m}] \quad (2.26)$$

kde:  $W_M$  ... energie magnetického pole cívky, [J]

$L$  ... vlastní indukčnost cívky ústrojí, [H]

$\beta$  ... natočení pohyblivé části ústrojí, [rad]

$I$  ... měřený proud.

[A]

Stupnice přístroje by pro  $dL/\beta = \text{konst.}$  měla kvadratický průběh, což je nevýhodné. Tvarem obou plíšků lze průběh stupnice přístroje do značné míry linearizovat (počátek stupnice je však vždy stlačen); vhodný tvar a rozměry součástí ústrojí jsou navrhovány empiricky.

Smysl pohybového momentu nezávisí na polaritě proudu. Přístroj nerozlišuje polaritu stejnosměrného proudu nebo napětí. Feromagnetické přístroje tedy můžeme kalibrovat stejnosměrným proudem a pak je používat pro měření střídavého proudu nebo napětí. Při periodicky proměnném proudě je okamžitá hodnota pohybového momentu:

$$m_p = \frac{1}{2} \cdot \frac{dL}{d\beta} \cdot i^2(t) = k_p(\beta) \cdot i^2(t). \quad [\text{N.m}] \quad (2.27)$$

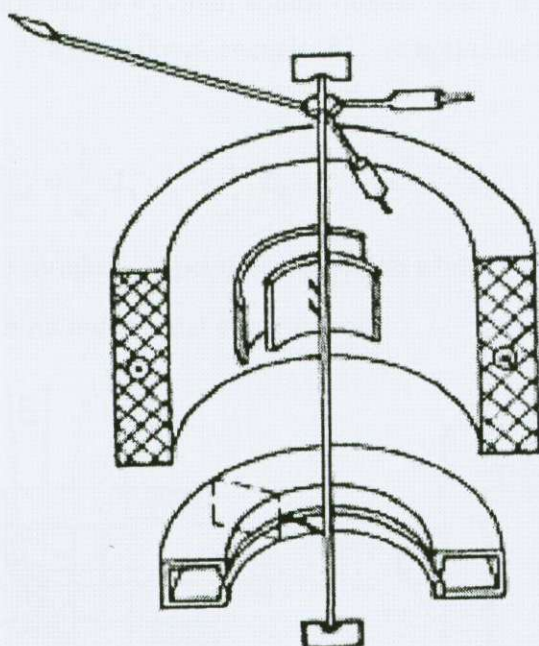
Probíhají-li změny momentu tak rychle, že je otočná část přístroje nestačí sledovat, je výchylka daná střední hodnotou pohybového momentu ústrojí:

$$M_p = \frac{1}{T} \int_0^T m_p dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{dL}{d\beta} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{dL}{d\beta} \cdot I^2 = k_p(\beta) \cdot I^2. \quad [\text{N.m}] \quad (2.28)$$

Ideální feromagnetické ústrojí udává efektivní hodnotu střídavého proudu bez ohledu na kmitočet a tvar křivky měřeného proudu. Ve skutečnosti v důsledku vířivých proudů v kovových částech ústrojí měří feromagnetické přístroje správně efektivní hodnotu proudu jen v určitých mezích. Výpočet pohybového momentu podle vztahu (2.28) je prakticky nemožný, neboť je z rozměrů plíšků a cívky velmi obtížné stanovit závislost indukčnosti cívky na výchylce  $\beta$ .

Otočná část ústrojí může být uložena buď v hrotech, potom je direktivní moment vyvozován pružinami připojenými k otočné části ústrojí nebo na napjatých vláknech vyvíjejících současně direktivní moment. Tlumení feromagnetických přístrojů bývá téměř výhradně vzduchové, vyvozované odporem vzduchu při pohybu lehkého hliníkového křídélka, které je spojené s osou otáčení ústrojí a umístěné v uzavřené komůrce, viz obr. 2.6.

Spotřeba samotného ústrojí, u kterého celý měřený proud protéká cívkou, je 0,5 až 1,5 VA. To platí pro hrotové uložení otočné části ústrojí. Při uložení v napjatých vláknech klesá spotřeba o řád a u přístrojů na napjatých vláknech se světelným ukazatelem až o řády dva. S klesající spotřebou roste citlivost i dosažitelná přesnost. Přístroje na napjatých vláknech se světelným ukazatelem mohou mít třídu přesnosti 0,1. Nejrozšířenější provedení feromagnetických přístrojů je rozváděčové, běžně určené pro měření signálů síťového kmitočtu. Moderní laboratorní přístroje speciálních konstrukcí mohou pracovat až do kmitočtu 1,5 kHz



Obr. 2.6 Princip feromagnetické ho měřicího přístroje

Feromagnetické přístroje měří efektivní hodnotu proudu a napětí, používají se téměř výhradně pro měření střídavých veličin (měření stejnosměrných veličin je možné, ale přístroje mají nižší přesnost). Běžně se vyrábějí pro proudy 0,1 až 100 A a napětí do 600 V. Mají vyšší spotřebu a nižší přesnost než magnetoelektrické měřicí ústrojí. Laboratorní feromagnetické přístroje lze vyrobit i jako velmi přesné s třídou přesnosti 0,1 až 0,2. Jsou jednoduché, levné, odolné. Mají velkou přetížitelnost, protože proud se přivádí pouze do pevné cívky, která je dobře chlazena, proto jsou to nejpoužívanější přístroje pro měření střídavých veličin. Změna rozsahu ampérmetru se provádí změnou počtu závitů měřicí cívky, u voltmetru se rozsah mění předřadníky. Používají se pro kmitočty do několika set Hz. Pracují se slabým vlastním polem, proto je vliv cizích elektromagnetických polí velký a měřicí ústrojí je nutno stínit.

## 2.6 Elektrodynamické měřicí ústrojí

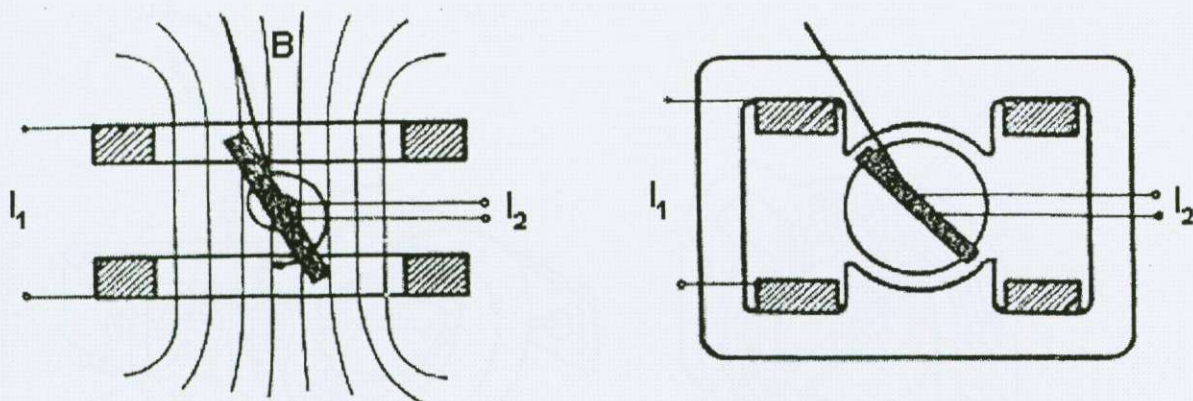
Princip elektrodynamických přístrojů je podobný magnetoelektrickým. Elektrodynamické měřicí ústrojí využívají sil působících mezi dvěma cívkami protékajícími proudem. Ústrojí je tvořeno pevnou cívkou, v jejímž magnetickém poli se pohybuje cívka otočná. Pevná cívka bývá buď vzduchová, potom ústrojí nazýváme elektrodynamické, nebo navinutá na feromagnetický obvod; takové ústrojí nazýváme ferodynamické. Direktivní moment je vyvozován pružinami, které zároveň přivádějí proud do otočné cívky, tlumení je vzduchové.

Pohybový moment je vyvolán silami působícími v magnetickém poli cívek protékanych proudy  $I_1$  a  $I_2$ . Celková energie  $W_M$  magnetického pole soustavy dvou cívek je:

$$W_M = \frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot I_1^2 + \frac{1}{2} \cdot L_2 \cdot I_2^2 + M \cdot I_1 \cdot I_2, \quad [\text{J}] \quad (2.31)$$

kde:  $L_1, L_2 \dots$  vlastní indukčnost pevné a pohyblivé cívky, [H]

$M \dots$  vzájemná indukčnost cívek ústrojí. [H]



Obr. 2.8 Princip elektrodynamickeho a ferodynamickeho mericiho ustrojı

Velikost pohybového momentu určíme ze změny energie soustavy při změně výchylky. Protože s výchylkou se mění pouze vzájemná a nikoliv vlastní indukčnost cívek, platí:

$$M_p = \frac{dW_M}{d\beta} = \frac{dM}{d\beta} \cdot I_1 \cdot I_2. \quad [\text{N.m}] \quad (2.32)$$

Dosazením (2.32) a (2.9) do (2.7) dostaneme vztah pro výchylku ústrojí:

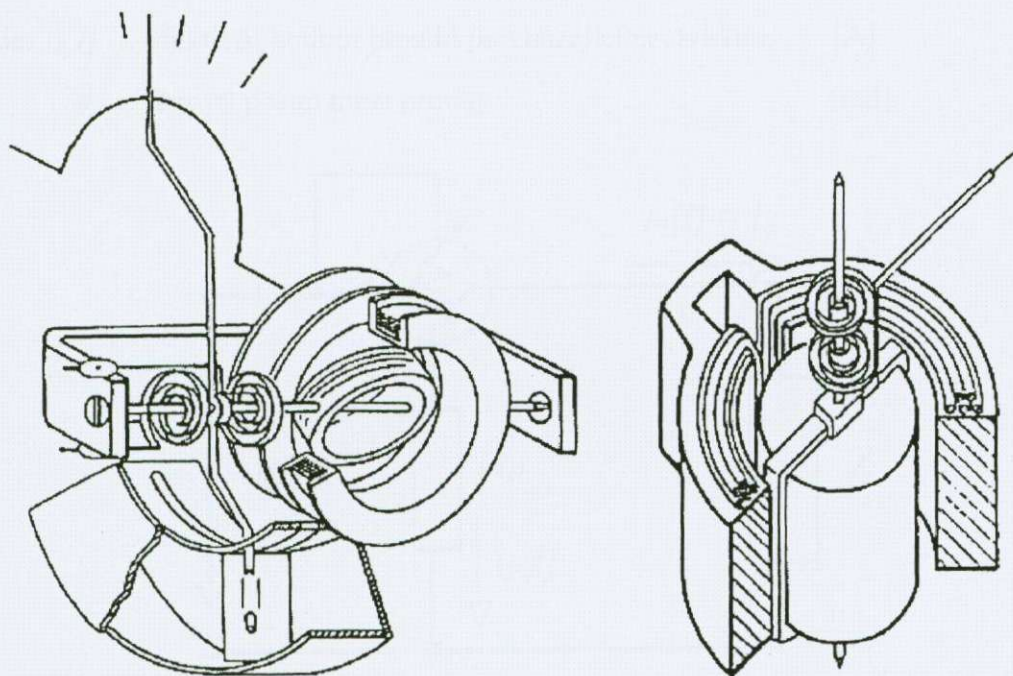
$$\beta = \frac{1}{k_D} \cdot \frac{dM}{d\beta} \cdot I_1 \cdot I_2, \quad [\text{rad}] \quad (2.33)$$

ze kterého je zřejmé, že pohybový moment elektrodynamickeho přıstroje je úměrný součinu proudů procházejících oběma cívkami a je závislý na směru proudů. Průběh stupnice elektrodynamickeho přıstroje je ovlivněn změnou vzájemné indukčnosti cívek  $M$  při změně úhlu natočení  $\beta$ . Funkce  $M(\beta)$ , je závislá na geometrických rozměrech obou cívek a na jejich vzájemné poloze. Při vhodném poměru výšky pevné cívky k poloměru otočné cívky lze vytvořit přıstroj s lineární stupnicı, pro který podle (2.33) platı:

$$\frac{dM}{d\beta} = \text{konst.} \quad (2.34)$$

Připojíme-li k elektrodynamickému měřicímu ústrojí periodicky proměnný signál bude okamžitá hodnota pohybového momentu  $m_p$ :

$$m_p = \frac{dM}{d\beta} \cdot i_1(t) \cdot i_2(t) = k_p \cdot i_1(t) \cdot i_2(t). \quad [\text{N.m}] \quad (2.35)$$



Obr. 2.9 a) Elektrodynamické měřicí ústrojí      b) Ferodynamické měřicí ústrojí

Střední hodnota pohybového momentu za jednu periodu je úměrná střední hodnotě součinu proudů protékajícími oběma cívkami:

$$M_p = \frac{1}{T} \int_0^T m_p dt = k \cdot \frac{1}{T} \int_0^T (i_1(t) \cdot i_2(t)) dt. \quad [\text{N.m}] \quad (2.36)$$

Proudy  $i_1$  a  $i_2$  mohou být:

- stejnosměrné,
- střídavé harmonické,
- střídavé neharmonické.

## 2.7 Elektrodynamické a ferodynamické wattmetry

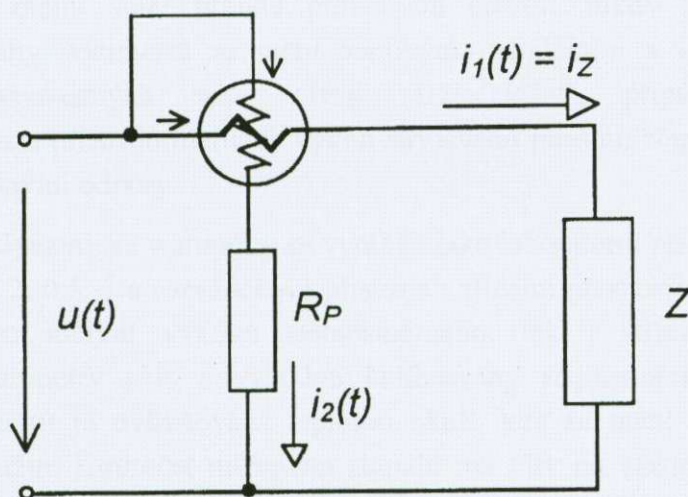
Elektrodynamické i ferodynamické měřicí ústrojí lze použít ke konstrukci ampérmetrů a voltmetru ve všech třídách přesnosti, hlavně přesných přístrojů, určených ke kontrole jiných měřicích přístrojů. V současné době se oba typy ústrojí používají téměř výhradně ke konstrukci wattmetrů, pro měření výkonu

stejnoseměrného a hlavně střídavého harmonického proudu. Pevná cívka proudová je zapojena v sérii se spotřebičem, pohyblivá cívka napěťová je přes předřadný odpor připojena ke spotřebiči paralelně, viz obr. 2.10. Střední hodnota pohybového momentu pro střídavé harmonické proudy je:

$$M_p = k \cdot \frac{1}{T} \int_0^T I_{1M} \cdot \cos(\omega t) \cdot I_{2M} \cdot \cos(\omega t + \varphi) dt = k \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi, \quad [\text{N.m}](2.37)$$

kde:  $I_1, I_2 \dots$  efektivní hodnot proudů procházejících cívkami, [A]

$\varphi \dots$  fázový posun mezi proudy . [rad]



Obr. 2.10. Jednoduché zapojení wattmetru pro měření činného výkonu

Předpokládáme-li, že obvod napěťové cívky je čistě ohmický, prochází napěťovou cívkou proud:

$$i_2(t) = \frac{u(t)}{R_{C2} + R_P} = \frac{u(t)}{R_{WU}}, \quad [\text{A}] \quad (2.38)$$

kde:  $u(t) \dots$  okamžitá hodnota napětí na spotřebiči, [V]

$R_{C2} \dots$  odpor napěťové cívky ústrojí, [Ω]

$R_{WU} \dots$  celkový odpor obvodu napěťové cívky wattmetru. [Ω]

Střední hodnota pohybového momentu je úměrná činnému výkonu  $P$  spotřebiče  $Z$ :

$$M_p = k \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi = k \cdot I_1 \cdot \frac{U}{R_{WU}} \cdot \cos \varphi = \frac{k}{R_{WU}} \cdot P, \quad [\text{N.m}] \quad (2.39)$$

kde:  $P \dots$  činný výkon spotřebiče, [W]

$U \dots$  efektivní hodnota napětí, [V]

$I \dots$  efektivní hodnota proudu, [A]



$\varphi$  ... fázový posuv mezi proudem a napětím. [rad]

Běžné elektrodynamické wattmetry dosahují plné výchylky při účinníku  $\cos \varphi = 1$  a při jmenovité hodnotě proudu a napětí. K měření výkonu střídavého proudu při účinníku menším než 1 jsou používány speciální wattmetry, které dosahují plné výchylky při  $\cos \varphi = 0,5; 0,2$  nebo  $0,1$ . Hodnota účinníku je v tomto případě uvedena na stupnici přístroje.

Změníme-li směr proudu v jedné cívce wattmetru, změní se směr výchylky přístroje; proto jsou začátky a konce jednotlivých cívek označeny hvězdičkou, případně šipkou. Není-li přístroj opatřen komutátorem napět'ové cívky, je v případě potřeby nutno měnit směr proudu proudovou cívkou, nikdy ne napět'ovou. Proudové rozsahy wattmetrů se mění sériovým, paralelním a kombinovaným zapojením rovnocenných sekcí cívek (1:2; 1:2:4), případně měřicím transformátorem u přístrojů měřících výkon střídavého proudu. Napět'ové rozsahy se mění předřadnými odpory.

Elektrodynamické wattmetry se vyrábějí jako laboratorní přístroje s třídami přesnosti 0,1; 0,2; 0,5; 1 a rozváděčové přístroje s třídami přesnosti 1,5 a 2,5. Jsou určeny jak pro měření výkonu stejnosměrného, tak i střídavého proudu. Laboratorní wattmetry jsou s výhodou kalibrovány stejnosměrným proudem. Přesnost wattmetrů je ovlivňována teplotou okolí, kdy se mění odpor cívek a direktivních pružin. Kmitočet měřeného signálu má vliv na vlastní i vzájemnou indukčnost cívek a na vznik vířivých proudů ve vodivých částech ústrojí. Tyto vlivy způsobují chybu fáze. Elektrodynamické wattmetry lze použít do kmitočtu 1 kHz.

Trvalá přetížitelnost proudového i napět'ového obvodu je 20 % (120 % jmenovitého proudu a napětí). U wattmetrů může snadno dojít ke značnému přetížení, které nepozorujeme na výchylce přístroje, a to zejména je-li malý účinník, nebo je-li přetížen pouze jeden z obvodů. Proto při měření wattmetrem vždy zařazujeme do obvodu kontrolní voltmetr a ampérmetr. Potom musíme podle způsobu zapojení wattmetru vzít v úvahu nejen spotřebu cívky wattmetru, ale i spotřebu příslušného kontrolního přístroje.

Magnetické pole pevných vzduchových cívek je poměrně slabé a pokud nejsou wattmetry stíněny, mohou vnější magnetická pole způsobit velké chyby (změny údaje). Vliv na údaj přístroje má jen ta složka indukce, která má shodný kmitočet s některou složkou proudu otočné cívky. Měříme-li výkon harmonického proudu, nemůže změnu údaje způsobit stejnosměrné magnetické pole.

U feromagnetických wattmetrů je cesta magnetického toku pevné cívky usnadněna feromagnetickým obvodem. Otočná cívka se pohybuje ve vzduchové mezeře feromagnetického obvodu, tím se zvětší magnetická indukce a pohybový moment. Této vlastnosti je s výhodou použito při konstrukci registračních přístrojů.

Feromagnetický obvod působí jako účinné stínění, proto jsou tyto přístroje méně citlivé na vnější magnetické pole. Přesnost ferodynamických přístrojů je menší než elektrodynamických. Nelineární charakteristika ferodynamického materiálu se projevuje závislostí údaje přístroje na tvaru měřeného signálu. Ferodynamické wattmetry se vyrábějí jako rozvaděčové přístroje s třídou přesnosti 1, určené pro měření výkonu proudu o průmyslovém kmitočtu 50/60 Hz.

## 2.8 Přístroje s indukčním ústrojím

Princip činnosti indukčního ústrojí spočívá v silovém působení střídavého magnetického pole jednoho pevného elektromagnetu na vířivé proudy indukované střídavým magnetickým polem druhého pevného elektromagnetu ve vodivém pohybovém kotoučku.

Pevnou část ústrojí tvoří dva magnetické obvody  $M_1$  a  $M_2$  napájené střídavými proudy, v jejichž vzduchových mezerách se otáčí hliníkový kotouček. Součástí ústrojí je také brzdící permanentní magnet  $BM$ .

Vzájemným působením střídavého magnetického pole v mezerách a vířivých proudů v kotoučku vzniká pohybový moment  $M_p$ , který uvádí kotouček do pohybu. Jsou-li signály připojené k ústrojí harmonické, lze střední hodnotu pohybového momentu vyjádřit:

$$M_p = k' \cdot \omega \cdot \Phi_{1m} \cdot \Phi_{2m} \cdot \sin \psi = k \cdot \omega \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \sin \psi, \quad [\text{N.m}] \quad (2.40)$$

kde:  $\omega$  ..... kruhový kmitočet magnetických toků a proudů, [rad.s<sup>-1</sup>]

$k', k$  ..... konstanty závislé na konstrukci přístroje, [-]

$\psi$  ..... fázový rozdíl fázorů proudů  $I_1$  a  $I_2$ , [rad]

$\Phi_{1m}, \Phi_{2m}$  ... maximální magnetické toky magnetických obvodů, [Wb]

$I_1, I_2$  ..... efektivní hodnoty proudu. [A]

Indukční přístroje jsou využívány k měření spotřeby elektrické energie jako elektroměry. V podstatě jsou to integrační wattmetry. Pro integraci výkonu je potřeba, aby byl pohybový moment  $M_p$  přístroje úměrný činnému výkonu zátěže. Je tedy třeba, aby platilo:

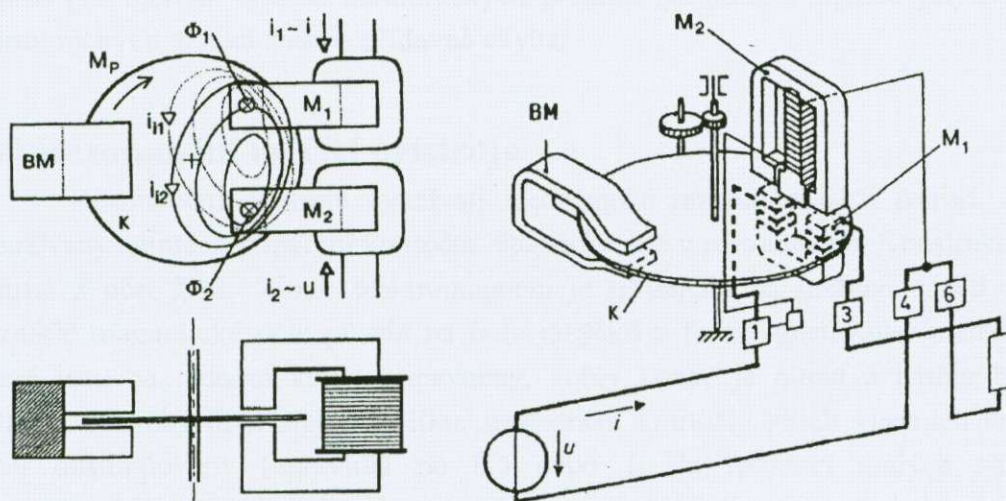
$$\phi_1 \approx I, \quad \phi_2 \approx U, \quad \sin \psi = \cos \varphi, \quad \text{tedy } \psi = 90 - \varphi, \quad (2.41)$$

kde:  $\varphi$  ... fázový posun mezi napětím  $U$  a proudem  $I$  zátěže.

Tyto podmínky se v praxi realizují tak, že reaktance napěťové cívky je vysoká, čímž dojde k fázovému posunutí proudu  $I_2$  a tím i magnetického toku  $\phi_2$  přibližně 90° za napětím  $U$ . Fázový posuv se přesně dostavuje pomocí nastavovacích prvků přístroje – magnetickým bočником a závitem nakrátko na

magnetickém obvodu napětové cívky. Při splnění výše uvedených podmínek je pohybový moment úměrný činnému výkonu střídavého harmonického proudu:

$$M_p = k_p \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = k_p \cdot P. \quad [\text{N.m}] \quad (2.42)$$



Obr. 2.11 Princip indukčního měřicího ústrojí a schéma elektroměru pro měření spotřeby energie

Cívka jednoho z elektromagnetů, zhotovená z mnoha závitů tenkého drátu, většinou umístěná nad kotoučkem, je připojena na napětí měřeného obvodu. Druhou cívku, vinutou s méně závity silného drátu, umístěnou pod kotoučkem, prochází měřený proud. Kotouček nemá žádné přívody proudu. Indukční ústrojí se v současné době používá výhradně pro měření elektrické energie. V tomto případě je pohybový moment porovnán dynamicky s brzdícím momentem vyvozeným permanentním magnetem. Indikačním zařízením je mechanické počítadlo otáček kotoučku s převodem, aby odebranou energií bylo možno odečítat přímo v kilowatthodinách. Energie  $E$  spotřebovaná za dobu  $t$  je:

$$E = k_E \cdot \Delta_N = \int_0^T u_z(t) \cdot i_z(t) dt, \quad [\text{W.h}] \quad (2.43)$$

kde:  $k_E$  ..... konstanta elektroměru, [W.h/ot.]

$\Delta_N$  ..... změna údaje elektroměru, [ot.]

$u_z(t)$  ... okamžitá hodnota napětí na zátěži, [V]

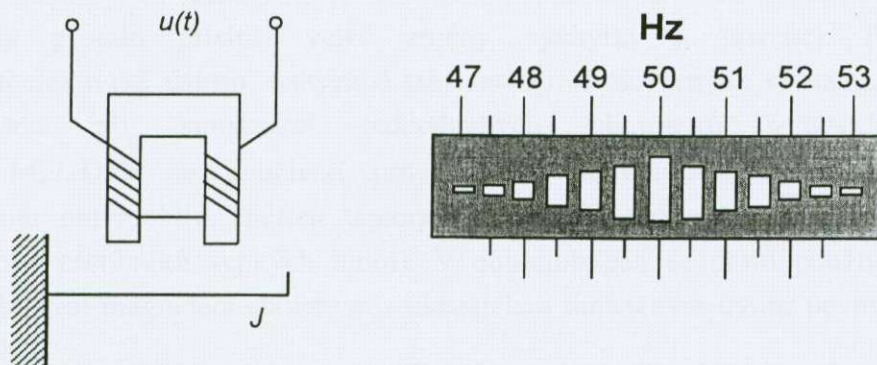
$i_z(t)$  ... okamžitá hodnota proudu procházejícího zátěží. [A]

Elektroměry jsou jedny z nejrozšířenějších měřicích přístrojů a vyrábějí se pro jednofázový i třífázový proud. Spotřeba proudového obvodu je přibližně 1 VA a napětového 5 VA. Elektroměry mohou být značně odolné, vydrží trvale 100 % přetížení, krátkodobě i podstatně více. Dovolené chyby běžných elektroměrů pro

domácnost jsou  $\pm 3 \%$ , pro měření velkých odběrů  $\pm 0,2 \%$ . Změna okolní teploty způsobí přídatnou chybu  $0,1 \%/K$ . Stejnoseměrná složka signálu neindukuje žádné vířivé proudy, proto elektroměr nelze použít pro měření stejnosměrných signálů a neměří ani stejnosměrné složky signálů periodických. Elektroměry jsou určeny pouze pro měření výkonu harmonických proudů, při měření signálů jiných než harmonických vzniká značná přídatná chyba.

## 2.9 Rezonanční měřicí přístroje

Rezonanční přístroje využívají mechanické rezonance části ústrojí. Jsou používány zejména k měření kmitočtu elektrické sítě v rozvaděčích. Konstrukce je patrná z obr. 2.12. Vinutí elektromagnetu je připojeno na měřené napětí  $u(t)$ . Vzniklé magnetické pole působí na řadu jazýčků z feromagnetického materiálu, které jsou na jednom konci připevněny, volný konec je ohnut a natřen bílou barvou. Jazýčky mají stejnou délku, rezonanční kmitočty jejich vlastních kmitů jsou odstupňovány (zpravidla po  $0,5$  nebo  $1$  Hz) pomocí malých závaží upevněných k jejich volnému konci. Působením střídavého magnetického pole se jazýčky rozkmitají. S největší amplitudou kmitá ten jazýček, jehož rezonanční kmitočet je nejbližší ke kmitočtu měřeného napětí, ohnutá část kmitajících jazýčků se pozorovateli jeví jako bílý obdélníček. Jazýčkové kmitoměry měří s přesností asi  $0,2 \%$ . Spotřeba ústrojí je kolem  $0,5$  VA. Mez použití je asi  $1000$  Hz, běžně se však vyrábějí do  $120$  Hz.



Obr. 2.12 Princip rezonančního měřicího ústrojí

## 2.10 Poměrová měřicí ústrojí

Poměrové přístroje měří poměr dvou elektrických veličin, nejčastěji proudů, teoreticky nezávisle na jejich velikosti. Jejich charakteristickým znakem je to, že nemají žádné pružinky ani jiná zařízení k vyvozování direktivního momentu. Otočná část poměrového ústrojí (obr. 2.13) je tvořena dvěma pevně spojenými cívkami, svírajícími určitý úhel. Každá z měřených veličin vyvozuje svůj vlastní pohybový moment  $M_{p1}$  a  $M_p$ , oba momenty působí na otočnou část. Otočná část ústrojí se ustálí v okamžiku, kdy nastane rovnováha obou pohybových momentů:

$$M_{p1} + M_{p2} = 0. \quad [\text{N.m}] \quad (2.44)$$

Aby rovnováha momentů nastala při určité výchylce  $\beta$ , musí být velikost obou momentů závislá na výchylce otočné části ústrojí a jejich závislosti musí být různé:

$$M_{P1} = f_1(\beta, I_1), \quad [\text{N.m}] \quad (2.45)$$

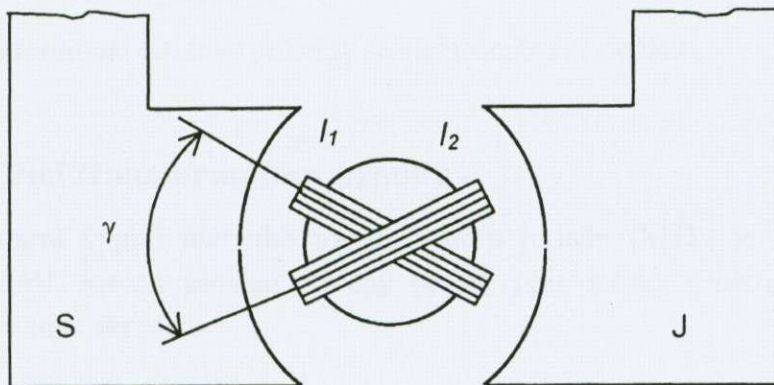
$$M_{P2} = f_2(\beta, I_2). \quad [\text{N.m}] \quad (2.46)$$

Z rovnováhy pohybových momentů (2.44) lze vyjádřit vztah pro výchylku  $\beta$ :

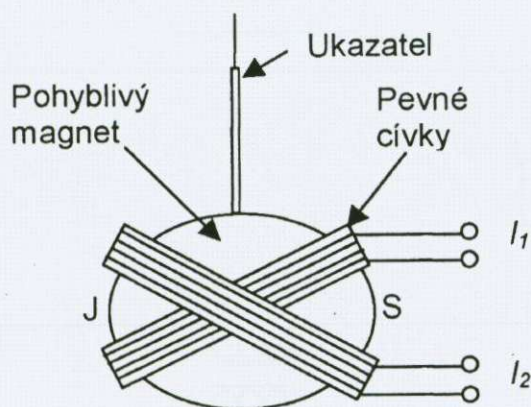
$$\beta = f\left(\frac{I_1}{I_2}\right). \quad [\text{rad}] \quad (2.47)$$

Z předchozího vztahu je patrné, že ustálená výchylka je skutečně funkcí poměru dvou měřených veličin. Při napájení obou cívek ze stejného zdroje se při změně velikosti napájecího napětí poměr proudů nemění. Poměr proudů zůstává stejný i při změně teploty okolí. V poměrovém provedení jsou konstruovány přístroje s různými principy měřicích ústrojí.

Magnetoelektrické poměrové ústrojí má otočnou část tvořenu dvěma vzájemně pevně spojenými zkříženými cívkami svírajícími malý úhel  $\gamma$ . Zakřivení pólových nadstavců je větší než poloměr otočné části. Vzduchová mezera je nerovnoměrná, čímž je dosaženo nehomogenního magnetického pole a potřebné závislosti momentů cívek na výchylce. Konstrukčními úpravami je ovlivňován rozsah měřených proudů a průběh dělení stupnice (je-li nerovnoměrnost vzduchové mezery malá, jsou malé rozdíly indukce v různých místech mezery a malým změnám proudu přísluší velké změny výchylky a opačně). Poměrové magnetoelektrické ústrojí, nazývané také ústrojí se zkříženými cívkami, je často používáno při konstrukci jednoduchých ohmmetrů v rozsazích od  $\text{m}\Omega$  do  $\text{M}\Omega$ . Dále se používají pro dálková měření neelektrických veličin palivoměr automobilů, měření teploty odporovými teploměry, dálkové měření hmotnosti zásobníků sypkých hmot). V automobilech se často používá ústrojí s pohyblivým magnetem spojeným s ukazatelem umístěným uvnitř pevných cívek (obr.2.14).



Obr. 2.13 Princip magnetoelektrického poměrového ústrojí



Obr. 2.14 Princip poměrového ústrojí s otočným magnetem

Elektrodynamické poměrové ústrojí lze použít jako fázoměr. Proud spotřebiče prochází pevnou cívkou, jedna ze zkřížených pohyblivých cívek je zapojena na napětí sítě přes odpor a druhá přes indukčnost, která posouvá fázi. Výchylka otočné části je úměrná fázovému posunu o měřené napětí a přístroj je kalibrován přímo v  $\cos \varphi$ . Lze je použít i k měření frekvence.

## 2.11 Měřicí transformátory

Měřicí transformátory jsou používány k převodu měřené veličiny na velikost vhodnou k měření, a také ke galvanickému oddělení měřicích obvodů a přístrojů od vysokého napětí, kupříkladu při výrobě a rozvodu elektrické energie.

Výhody měřicích transformátorů:

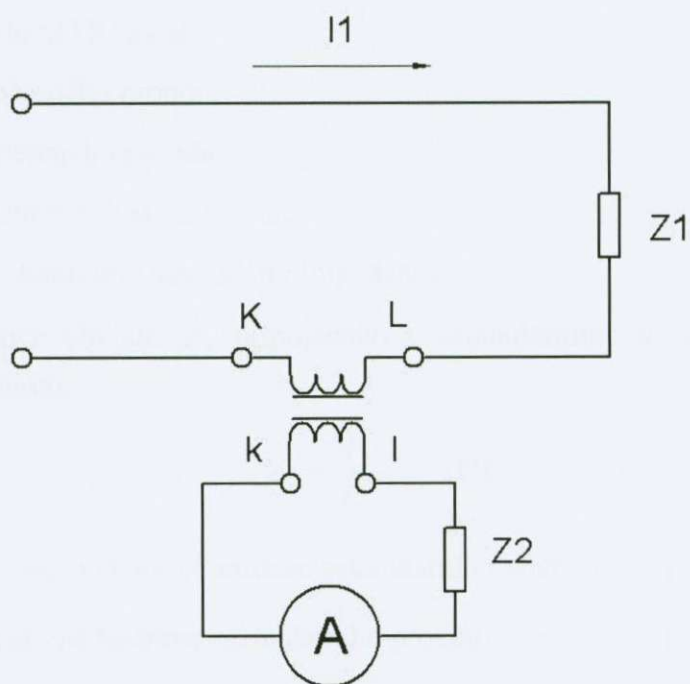
- lze transformovat nejen z větší hodnoty na menší, ale i obráceně, což bočníky ani předřadné odpory neumožňují,
- spotřeba měřicích obvodů s měřicími transformátory se nemění se změnou rozsahu, zvětší se jen o ztráty v transformátoru, které jsou většinou malé.

Nevýhoda měřicích transformátorů:

- nelze transformovat střídavé průběhy se stejnosměrnou složkou.

### 2.11.1 Měřicí transformátory proudu

Primární vnutí měřicího transformátoru proudu (MTP) je zapojeno do série se zátěží, kterou protéká měřený proud, přes měřicí přístroj se uzavírá sekundární vnutí obr. 4.1.



Obr. 2.15 Připojení měřicího transformátoru proudu

Transformační poměr (převod)  $p_I$  ideálního měřicího transformátoru proudu:

$$p_I = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}, \quad [-] \quad (2.48)$$

kde:  $I_1$  ... primární proud, [A]

$I_2$  ... sekundární proud, [A]

$N_1$  ... počet primárních závitů, [-]

$N_2$  ... počet sekundárních závitů. [-]

Reálný MTP uskutečňuje převod proudů s určitou chybou (amplitudovou a fázovou), danou rozptylovou indukčností primárního a sekundárního vinutí transformátoru, magnetizací feromagnetického obvodu transformátoru a jeho ztrátami.

Přesnost proudového transformátoru je specifikována třídou přesnosti, která udává povolenou poměrnou amplitudovou chybu proudu v %:

$$\delta_1 = \frac{p_I \cdot I_2 - I_1}{I_1} \cdot 100, \quad [\%] \quad (2.49)$$

kde je  $p_I I_2$  hodnota skutečného sekundárního proudu přepočítaná na primární proud.

Přesnost převodu MTP závisí:

- na velikosti měřeného proudu,
- na kmitočtu měřeného proudu,
- na tvaru a vlastnostech jádra a vinutí,
- na velikosti a charakteru sekundární impedance.

Impedance obvodu  $Z_2$  připojeného k sekundárnímu vinutí MTP nesmí přesáhnout hodnotu:

$$Z_2 = \frac{P_2}{I_{2n}^2}, \quad [\Omega] \quad (2.50)$$

kde:  $P_2$  ... povolené výkonové zatížení sekundárního obvodu, [VA]

$I_{2n}$  ... jmenovitá hodnota sekundárního proudu. [A]

Výkonové zatížení a jmenovitý proud sekundární strany MTP jsou uvedeny na štítku přístroje.

Měřicí transformátor proudu musí vždy pracovat v blízkosti stavu nakrátko — před odpojením měřicího přístroje je nutné sekundární vinutí zkratovat. Protéká-li primárním vinutím proud, nesmí být sekundární vinutí rozpojeno. Rozpojením sekundárního vinutí výrazně vzroste impedance transformátoru a tím i napětí na jeho svorkách (vzniká nebezpečí průrazu vinutí a nebezpečí úrazu vysokým napětím).

K důležitým charakteristickým údajům MTP patří kromě převodního poměru, jmenovité hodnoty sekundárního proudu a povolené sekundární zátěže dále:

Dynamický proud měřicího transformátoru proudu je dán vrcholovou hodnotou největší amplitudy zkratového proudu, kterou MTP vydrží při sekundárním vinutí spojeném nakrátko, aniž se poškodí kterákoliv jeho část mechanicky nebo elektricky dynamickým účinkem zkratového proudu nebo přepětím. Velikost dynamického proudu závisí na konstrukci a mechanickém provedení transformátoru.

Tepelný proud měřicího transformátoru proudu je efektivní hodnota primárního proudu, který MTP vydrží po dobu 1 s při sekundárním vinutí spojeném nakrátko, aniž se vzniklým teplem poškodí kterákoliv část transformátoru. Velikost tepelného proudu závisí na průřezu primárního vinutí, neboť vzniklé teplo nelze v tak krátké době odvádět chlazením, ale je celé spotřebováno na oteplení vinutí. Sekundární vinutí měřicího transformátoru proudu je při zkratu namáháno méně, protože při přesycení magnetického obvodu už sekundární proud neroste úměrně proudu primárnímu.



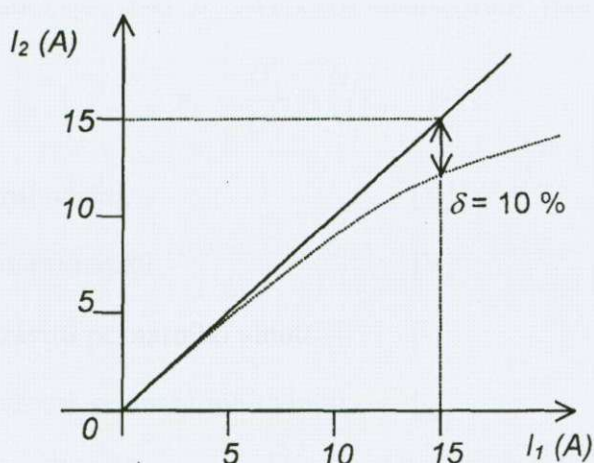
Nadproudové číslo udává násobek jmenovitého proudu, při němž chyba převodu dosáhne 10 %, je-li MTP zatížen jmenovitou zátěží při jmenovitém účinníku. Se vzrůstajícím vstupním proudem neroste výstupní proud přímo úměrně, růst se zpomaluje. Nadproudové číslo charakterizuje chování MTP při přetížení. Měřicí transformátory proudu, na něž připojujeme jen měřicí přístroje (ampérmetry, watmetry, registrační přístroje), volíme s malým nadproudovým číslem, čímž chráníme měřicí přístroje před možným přetížením. U MTP pro připojení ochranného zařízení proti zkratům (nadproudové, distanční ochrany apod.) se naopak volí měřicí transformátor proudu s velkým nadproudovým číslem.

Laboratorní měřicí transformátory proudu mívají primární vinutí přepínatelné pro více rozsahů. obr. 4.29.

Podle ČSN mají měřicí transformátory proudu:

- třídu přesnosti z řady 0,1; 0,2; 0,5; 1; 3,
- primární jmenovité proudy: 0,5; 1; 2; 5; 10; 100;....7500A,
- sekundární jmenovitý proud 1 nebo 5 A,
- jmenovité sekundární zátěže: 5; 10; 15; 30; 45; 60; 90 nebo 120 VA.

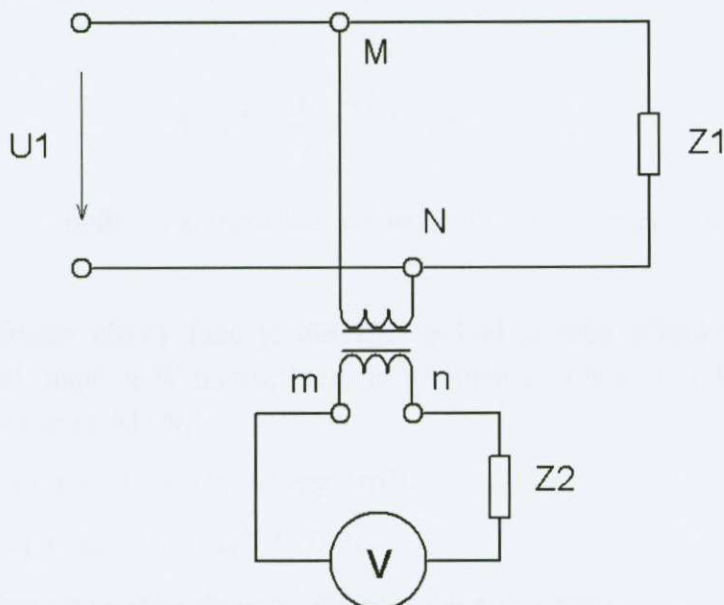
Sekundární vinutí MTP představuje zdroj proudu, takže se nemohou uplatnit nelineární vlastnosti usměrňovacích diod a stupnice ampérmetru s magnetoelektrickým ústrojím s usměrňovačem a s předřazeným MTP je prakticky lineární. Některé takové ampérmetry mají proudové transformátory vestavěné, lze s nimi měřit proudy od  $10^{-3}$  – 10 A.



Obr. 2.16 Převodová charakteristika MTP s nadproudovým číslem 15

## 2.11.2 Měřicí transformátory napětí

Primární vinutí měřicího transformátoru napětí (MTN) se připojuje do obvodu paralelně (obr. 4.3). Na sekundární vinutí se připojuje měřicí obvod představující velkou impedanci. Měřicí transformátor napětí musí pracovat v blízkosti stavu naprázdno. Měřicí transformátor napětí se chová jako zdroj s malým vnitřním odporem, proto je nutno dávat pozor na případný zkrat sekundárního vinutí. Je-li primární vinutí pod napětím, zkrat zpravidla MTN poškodí.



Obr.2.17 Připojení měřicího transformátoru napětí

Transformační poměr (převod)  $p_U$  MTN pro idealizovaný stav je:

$$p_U = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}, \quad (-) \quad (2.51)$$

kde:  $U_1$  ... primární napětí, [V]

$U_2$  ... sekundární napětí, [V]

$N_1$  ... počet závitů primárního vinutí, [-]

$N_2$  ... počet závitů sekundárního vinutí. [-]

Impedance obvodu  $Z_2$  připojeného k sekundárnímu vinutí nesmí klesnout pod hodnotu

$$Z_2 = \frac{U_{2n}^2}{P_2}, \quad [\Omega] \quad (2.52)$$

kde:  $P_2$  ..... povolené výkonové zatížení sekundárního obvodu, [VA]

$U_{2n}$  ... jmenovitá hodnota sekundárního napětí. [V]

Podobně jako u měřicího transformátoru proudu je u reálného měřicího transformátoru napětí převod zatížen chybou  $\delta_u$  danou konstrukcí transformátoru i charakterem vstupního napětí. Reálný MTN musí mít co nejmenší rozptyl magnetického toku mezi oběma vinutími a co nejmenší ztráty v jádře transformátoru. Přesnost převodu napěťového transformátoru se udává třídou přesnosti  $\delta_u$ , která udává povolenou poměrnou amplitudovou chybu převodu napětí v %.

$$\delta_u = \frac{p_u \cdot U_2 - U_1}{U_1} \cdot 100, \quad [\%] \quad (2.53)$$

kde je  $p_u \cdot U_2$  ... hodnota skutečného sekundárního napětí přepočtená na primární napětí.

Specifikace chyby fáze je důležitá, pokud je údaj připojených přístrojů závislý na fázi, např. u W-metru, který je připojen proudovou cívkou na MTP a napěťovou cívkou na MTN.

Podle ČSN mají měřicí transformátory napětí:

- třídu přesnosti z řady 0,1; 0,2; 0,5; 1; 3,
- primární jmenovitá napětí shodná s řadou izolačních napětí,
- sekundární jmenovité napětí 100 V,
- jmenovité sekundární zátěže: 15; 30; 120; 240; 360 a 480 VA.

V laboratořích jsou často pro oddělení měřicích obvodů používány transformátory s převodem  $p_U = 1$ .

### 3 Měření aktivních elektrických veličin

V následujících kapitolách se budeme zabývat způsoby měření aktivních elektrických veličin, mezi které řadíme:

- napětí,
- proud,
- výkon elektrického proudu,
- u střídavých veličin kmitočty a fáze.

V této práci se seznámíme pouze se základními měřicími metodami. Měřicí metodou rozumíme postup užitý při měření. Je-li výsledkem přímý údaj, nazýváme

metody výchylkové. Nulové měřicí metody jsou založeny na stanovení rovnosti dvou veličin, která se zjišťuje indikátorem vyvážení. Použitím přímé měřicí metody získáme hodnotu měřené veličiny jako údaj přístroje, u nepřímé měřicí metody získáme hledanou hodnotu výpočtem na základě známých fyzikálních zákonů z údajů měření jiných veličin.

Při volbě vhodné měřicí metody je důležité znát základní údaje o časovém průběhu měřené veličiny. Pro měření časově neproměnných (stejnoseměrných) a proměnných veličin (střídavých) volíme různé přístroje a metody. U časově proměnných veličin je důležité mít informace o tom, zda je veličina proměnná s časem neperiodicky nebo periodicky. V druhém případě je nutno mít odhad kmitočtu, s jakým se veličina mění. Dalšími důležitými informacemi pro výběr měřicí metody jsou: řádová velikost měřené veličiny, požadovaná přesnost měření, impedance měřeného obvodu.

### 3.1 Měření stejnosměrných napětí

#### 3.1.1 Měření voltmetrem

K přímému měření napětí používáme elektromechanické a číslicové voltmetry, které vždy zapojujeme paralelně k měřenému obvodu. Z elektromechanických měřicích ústrojí je při konstrukci stejnosměrných voltmetrů užíváno zejména ústrojí magnetoelektrické, vyráběné v celé řadě tříd přesnosti. Číslicové voltmetry jsou vybaveny vhodným analogově-číslcovým převodníkem, udávajícím v rozhodující míře vlastnosti přístroje. Použitelnost číslicových přístrojů roste, jsou-li vstupní obvody přístroje i převodník odstíněny a galvanicky odděleny od země. To dovoluje připojit přístroje k obvodům, které mají vůči zemi určitý potenciál, a současně potlačuje účinek rušivých napětí. Jednou ze základních vlastností voltmetrů je vysoký vstupní odpor vůči odporu měřeného obvodu. Nelze-li odpor měřeného obvodu vůči odporu voltmetru zanedbat, napětí v obvodu připojením voltmetru klesne a vznikne chyba metody.

Poměr napětí měřeného zdroje a voltmetru (obr. 3.1) je úměrný odporům:

$$\frac{U_i}{U_V} = \frac{R_i + R_V}{R_V}, \quad [-] \quad (3.1)$$

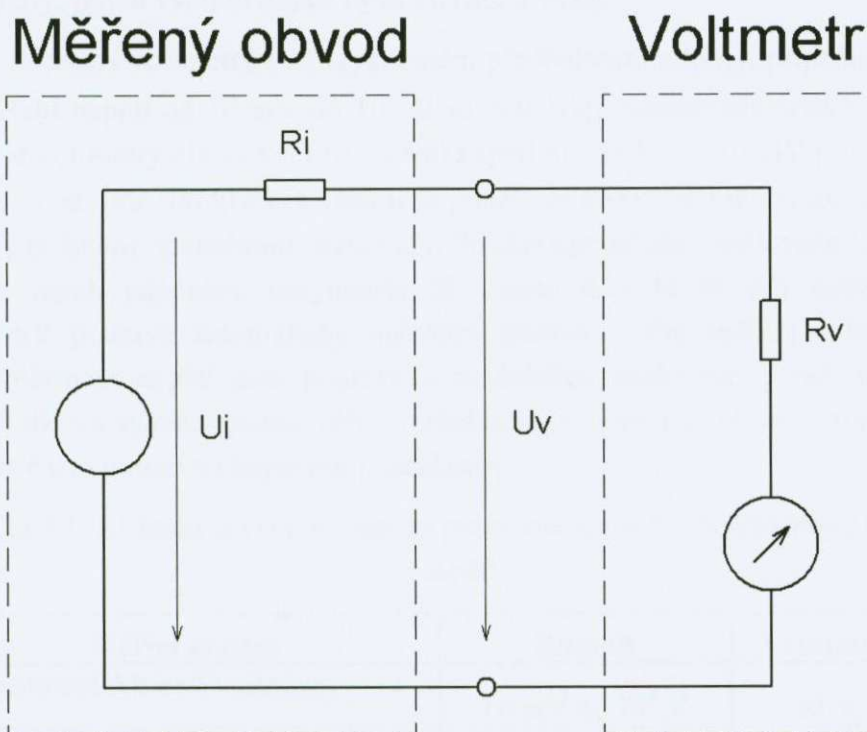
kde:  $U_i$  ... napětí měřeného zdroje naprázdno, [V]

$U_V$  ... napětí indikované voltmetrem, [V]

$R_i$  ... vnitřní odpor měřeného obvodu, [ $\Omega$ ]

$R_V$  ... vstupní odpor voltmetru.

[ $\Omega$ ]



Obr. 3.1 Chyba metody vzniklá zatížením měřeného zdroje voltmetrem

Absolutní chyba metody  $\Delta_U$  podle obr. 4.4 je:

$$\Delta_U = U_V - U_i = -U_i \frac{R_i}{R_i + R_V}, \quad [\text{V}] \quad (3.2)$$

pokud je  $R_i \ll R_V$ , (3.2) se zjednoduší:

$$\Delta_U \approx -U_i \frac{R_i}{R_V}. \quad [\text{V}] \quad (3.3)$$

Relativní chyba metody  $\delta_U$  je:

$$\delta_U = \frac{\Delta_U}{U_i} = -\frac{R_i}{R_i + R_V} \approx -\frac{R_i}{R_V}. \quad [-] \quad (3.4)$$

Někdy potřebujeme znát také výkon spotřebovaný voltmetrem  $P_V$ :

$$P_V = I_V \cdot U_V = \frac{U_V}{R_V} \cdot U_V = \frac{U_V^2}{R_V}. \quad [\text{W}] \quad (3.5)$$

Ze vztahů (3.4) pro chyby metody a (3.5) pro vlastní spotřebu voltmetru plyne, že čím bude odpor voltmetru  $R$  větší oproti odporu měřeného obvodu  $R$ , tím

menší bude chyba metody. Uvedenou podmínku lépe splňují číslicové voltmetry a multimetry, jejich vstupní odpor bývá 10 MΩ a vyšší.

Rozsahy voltmetrů se obvykle mění předřadnými odpory, případně děličem. Pro měření napětí od 10 mV do 10<sup>3</sup> V se používají magnetoelektrické voltmetry, případně voltmetry číslicové. Pro měření napětí menších než 10 mV při požadavku vstupního odporu 100 kΩ/V a větším se používají stejnosměrně vázané zesilovače, osazené běžnými operačními zesilovači. Použití operačního zesilovače je omezeno driftem jejich napěťové nesymetrie. Z tohoto důvodu se pro měření napětí 0,1÷1 mV používá automaticky nulovaný zesilovač. Pro měření velmi malých stejnosměrných napětí jsou používány modulační zesilovače. Jejich nevýhodou jsou zbytková napětí spínačového modulátoru a poměrně nízký vstupní odpor, proto se často používají kapacitní modulátory.

Tabulka 3.1 Rozsahy a vstupní odpory pro různé způsoby měření stejnosměrných napětí

Měřicí systém	Rozsah	Vstupní odpor
Magnetoelektrické voltmetry	10 mV až 10 <sup>3</sup> V	1 až 50 kΩ/V
Stejnoseměrně vázané zesilovače	1 mV až 10 <sup>3</sup> V	10 MΩ/V
Modulační zesilovače	100 nV až 10 mV	10 kΩ/V
Číslicové multimetry	20 mV až 10 <sup>3</sup> V	> 10 MΩ

### 3.1.2 Zvýšení rozsahu voltmetru předřadníkem

Nejčastěji zvyšujeme rozsah voltmetru předřadníkem. Tento způsob se hodí pro všechny soustavy s výjimkou soustavy elektrostatické.

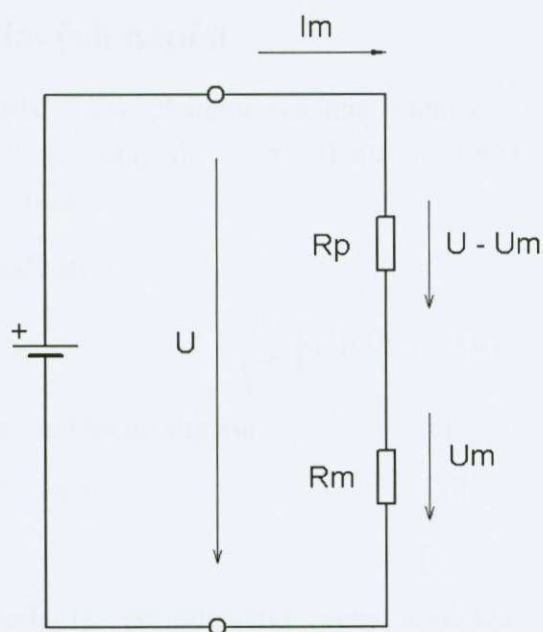
Pro maximální napětí  $U_m$ , které můžeme měřit magnetoelektrickou měřicí ústrojí platí:

$$U_m = R_m \cdot I_m, \quad [\text{V}] \quad (3.6)$$

kde:  $R_m$  ... odpor měřicí cívky [Ω]

$I_m$  ... maximální proud, který může protékat měřicí cívkou. [A]

Měřicí cívka magnetoelektrického přístroje je navinuta z tenkého vodiče, který má maximální dovolený proud (100 μA až 5 mA). Odpor měřicí cívky je zpravidla několik set ohmů, proto má magnetoelektrická soustava malý základní rozsah (jednotky voltů), proto zařazujeme do série s měřicí cívkou předřadný odpor  $R_p$  viz obr. 3.2.



Obr. 3.2 Idealizované schéma magnetoelektrického voltmetru s předřadníkem

Rezistor  $R_m$  představuje odpor otočné cívky. Protéka-li obvodem na (obr. 3.2) dovolený proud  $I_m$ , vznikne na  $R_p$  úbytek napětí  $U_p$ , jehož velikost je dána rozdílem celkového napětí obvodu a úbytku napětí na měřící cívce.

Tedy:

$$U_p = R_p \cdot I_m = U - U_m. \quad [\text{V}] \quad (3.7)$$

Pro maximální dovolený proud  $I_m$  tekoucí obvodem tedy platí:

$$I_m = \frac{U - U_m}{R_p} = \frac{U_m}{R_m} \Rightarrow \frac{R_p}{R_m} = \frac{U - U_m}{U_m}. \quad [\text{A}] \quad (3.8)$$

Z toho lze vyjádřit odpor předřadníku  $R_p$ :

$$R_p = R_m \left( \frac{U}{U_m} - 1 \right). \quad [\Omega] \quad (3.9)$$

Zavedeme si veličinu poměrné zvětšení rozsahu (poměr předřadníku)  $n$ :

$$n = \frac{U}{U_m}, \quad [-] \quad (3.10)$$

kde velikost  $n$  nám udává, kolikrát se zvětší napěťový rozsah voltmetru.

Pro odpor předřadníku  $R_p$  potom platí vztah:

$$R_p = R_m \cdot (n - 1). \quad [\Omega] \quad (3.11)$$

### 3.2 Měření střídavých napětí

Střídavá napětí jsou charakterizována efektivní, střední a maximální hodnotou. Nejčastěji požadujeme měřit efektivní hodnotu  $U$ , protože udává výkonové vlastnosti signálu.

Definice efektivní hodnoty  $U$  :

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}, \quad [\text{V}] \quad (3.12)$$

kde:  $T$  ..... perioda měřeného signálu, [s]

$u(t)$  ... měřené napětí, [V]

$t$  ..... čas. [s]

Efektivní hodnota periodického neharmonického signálu může být vyjádřena součtem harmonických složek:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2}, \quad [\text{V}] \quad (3.13)$$

Kde:  $U_0$  ..... stejnosměrná složka napětí, [V]

$U_1 \dots U_n$  ... harmonické složky napětí. [V]

Přístroje určené pro měření efektivní hodnoty napětí neharmonických signálů musí měřit efektivní hodnotu všech jejich harmonických složek (3.13), proto musí mít dostatečný kmitočtový rozsah. Elektromechanické přístroje, jejichž pohybový moment je úměrný druhé mocnině okamžité hodnoty měřené veličiny a jejíž dynamické vlastnosti umožňují současně vytvořit střední hodnotu v čase, měří efektivní hodnotu. Mezi taková ústrojí patří feromagnetické a elektrodynamické ústrojí. Voltmetry s ferodynamickým ústrojím měří efektivní hodnotu napětí v rozsahu  $10 - 6 \cdot 10^2$  V. Pro měření napětí vyšších hodnot je třeba ke změně rozsahu přístroje použít měřicí transformátory napětí. Feromagnetické voltmetry jsou určeny zejména pro měření napětí síťového kmitočtu 50/60 Hz. Speciálně konstruované přístroje lze použít až do kmitočtu 1,5 kHz. Kmitočet je proto omezujícím faktorem pro použití feromagnetických přístrojů k měření efektivní hodnoty neharmonických signálů. Elektrodynamické voltmetry mají podobné vlastnosti jako feromagnetické, jsou však používány jen zřídka.

Dalším elektromechanickým ústrojím pro měření střídavých napětí je magnetoelektrické ústrojí, kterému je předrazen usměrňovač. Ručka přístroje se ustálí na střední hodnotě měřeného napětí, ale stupnice je cejchována v efektivních hodnotách. K přepočtu je použit činitel tvaru harmonického signálu  $K_T = 1,11$ , tyto přístroje nelze použít k měření jiných napětí než s harmonickým průběhem. Magnetoelektrické přístroje jsou použitelné pro měření napětí od 1,5 V v kmitočtovém rozsahu  $20 - 10^4$  Hz.



Magnetoelektrické voltmetry s termočlánkem určují efektivní hodnotu napětí prakticky nezávisle na tvaru křivky měřeného napětí až do kmitočtu 10 MHz. Měření s těmito přístroji je pomalé a jsou velice choulostivé na přetížení.

### 3.3 Měření stejnosměrných proudů

#### 3.3.1 Měření ampérmetrem

K přímému měření stejnosměrných proudů můžeme použít elektromechanické i číslicové ampérmetry zapojené do série s měřeným obvodem. Ampérmetr by měl mít co nejmenší vstupní odpor  $R_A$  (v ideálním případě nulový). Ve skutečnosti tomu tak není a zařazením ampérmetru do obvodu se změní velikost proudu procházejícího obvodem. Vzniká tedy chyba metody, která je dána rozdílem proudu indikovaného ampérmetrem a proudem, který by protékal měřeným obvodem bez zařazeného ampérmetru. Náhradní schéma obvodu zatíženého ampérmetrem je na obr. 4.7. Proud  $I_K$  dodávaný zdrojem se rozdělí v nepřímém poměru velikostí odporů zdroje a ampérmetru  $R_A$ :

$$\frac{I_A}{I_i} = \frac{R_A}{R_i} \quad [-] \quad (3.14)$$

Proud zdroje je

$$I_K = I_i + I_A, \quad [A] \quad (3.15)$$

z toho pak proud tekoucí ampérmetrem:

$$I_A = I_K \cdot \frac{R_i}{R_i + R_A}, \quad [A] \quad (3.16)$$

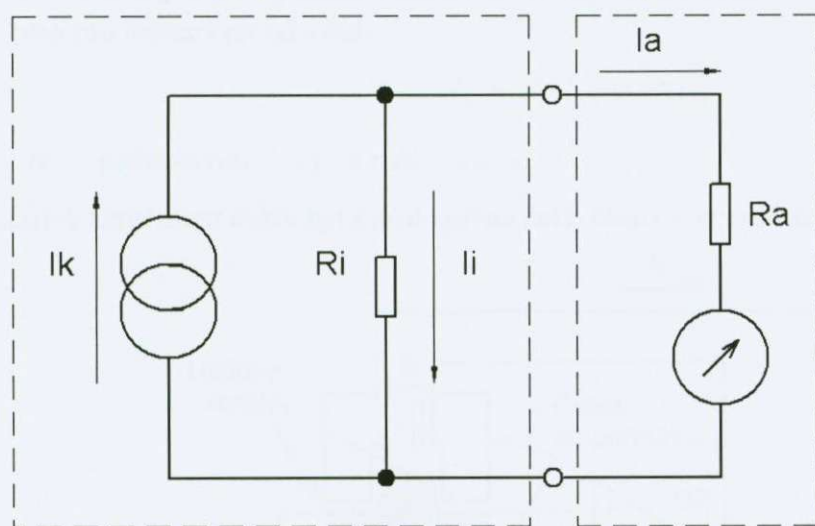
kde:  $I_A$  ... proud tekoucí ampérmetrem, [A]

$I_K$  ... proud zdroje, [A]

$R$  ... vnitřní odpor měřeného obvodu, [ $\Omega$ ]

$R_A$  ... vstupní odpor ampérmetru. [ $\Omega$ ]

## Zdroj proudu      Ampérmetr



Obr. 3.3 Chyba metody vzniklá zatížením měřeného zdroje ampérmetrem

Absolutní chyba metody  $\Delta_M$  je:

$$\Delta_M = I_A - I_K = -I_K \cdot \frac{R_A}{R_A + R_i}, \quad [\text{A}] \quad (3.17)$$

pokud je  $R_A \ll R_i$  potom se vztah (3.17) zjednoduší:

$$\Delta_M \approx -I_K \cdot \frac{R_A}{R_i}. \quad [\text{A}] \quad (3.18)$$

Relativní chyba metody  $\delta_M$  je:

$$\delta_M = \frac{\Delta_M}{I_K} = -\frac{R_A}{R_A + R_i} \approx -\frac{R_A}{R_i}, \quad [-] \quad (3.19)$$

Výkon  $P_A$  spotřebovaný ampérmetrem je:

$$P_A = R_A \cdot I_A^2. \quad [\text{W}] \quad (3.20)$$

Z elektromechanických ústrojí se pro měření stejnosměrných proudů téměř výhradně používá ústrojí magnetoelektrické. Magnetoelektrickými ampérmetry bez bočníků lze měřit proudy v rozmezí  $10^{-5} - 10^{-2}$  A, s pomocí bočníků  $10^{-2} - 10^4$  A.

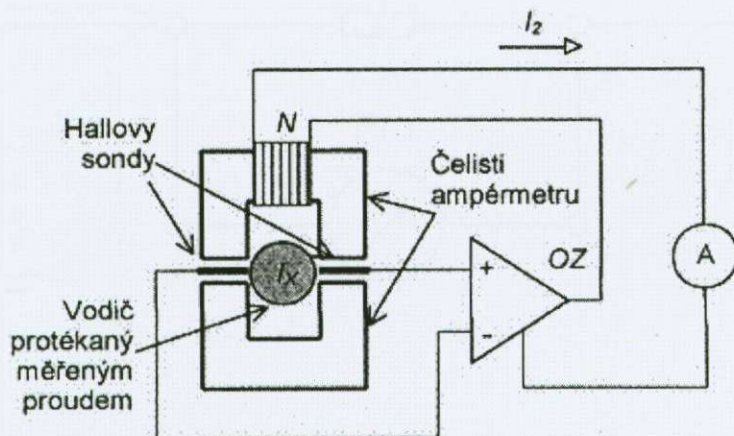
Velké proudy jsou obvykle měřeny nepřímou metodou klešťovým ampérmetrem. Princip klešťového ampérmetru je na obr. 3.4. Vodič protékající měřeným proudem  $I_x$  je obklopen rozevíratelnými čelistmi přístroje, na kterých jsou umístěny dvě Hallovy sondy. Na jedné z čelistí je navinuta kompenzační cívka s  $N$  závitů.

Použitím dvojice sond se eliminuje vliv vnějšího magnetického pole. Převodník je linearizován zápornou zpětnou vazbou. Za předpokladu velkého zesílení zesilovače OZ platí pro měřený proud vztah:

$$I_x = N \cdot I_2, \quad [A] \quad (3.21)$$

kde:  $N$  ... počet závitů cívky ve zpětné vazbě.

Klešťový ampérmetr může být s analogovou nebo číslicovou indikací.



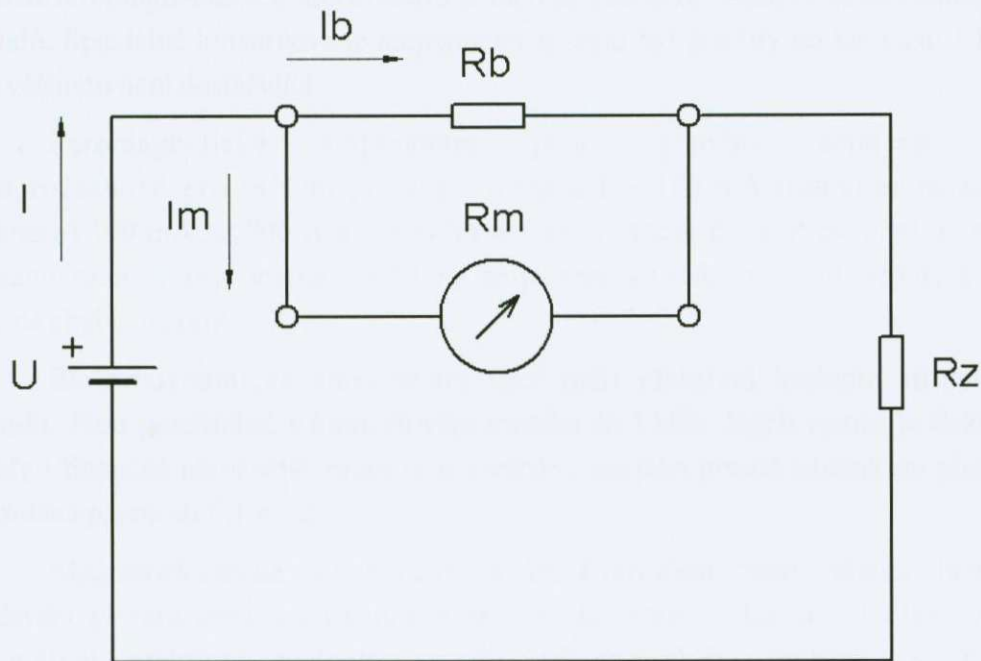
Obr. 3.4 Princip klešťového ampérmetru pro měření stejnosměrných proudů

Tabulka 3.2 Rozsahy a úbytky napětí pro různé způsoby měření stejnosměrných proudů

Měřicí systém	Rozsah	Úbytek napětí na svorkách přístroje
magnetoelektrický ampérmetr s bočníkem	10 $\mu$ A až 100 A	10 mV až 1 V
magnetoelektrický ampérmetr s bočníkem a zesilovačem	1 $\mu$ A až 10A	1 mV až 100 mV
ampérmetr s převodníkem I/I	1 nA až 10 mA	< 100 $\mu$ V
převodníky s Hallovými sondami	10 A až 1000 A	<1 mV

### 3.3.2 Zvýšení rozsahu ampérmetru bočником

Nejčastěji se používá ke zvýšení rozsahu ampérmetru bočník, který jen zařazen paralelně. Používá se nejčastěji ke zvýšení rozsahu u magnetoelektrické měřicí soustavy. Je použitelný jen pro stejnosměrné proudy.



Obr. 3.6 Zvětšení měřícího rozsahu ampérmetru bočником

Měření proudu pomocí bočníku v podstatě znamená změření úbytku na bočníku. Magnetoelektrické ampérmetry jsou v podstatě milivoltmetry měřící úbytek napětí na bočníku.

Pro velikost napětí  $U$  na měřící cívce platí:

$$U = R_m \cdot I_m = R_b \cdot I_b, \quad [\text{V}] \quad (3.22)$$

$$I_b = I - I_m. \quad [\text{A}] \quad (3.23)$$

Pro velikost odporu bočníku  $R_b$  platí:

$$R_m \cdot I_m = R_b \cdot (I - I_m) \Rightarrow R_b = R_m \cdot \frac{I - I_m}{I_m} = \frac{R_m}{\frac{I}{I_m} - 1}. \quad [\Omega] \quad (3.24)$$

Zavedeme si veličinu poměrné zvětšení rozsahu (poměr předřadníku)  $n$ :

$$n = \frac{I}{I_m}. \quad [-] \quad (3.25)$$

Pro odpor předřadníku  $R_b$  potom platí vztah:

$$R_b = \frac{R_m}{n - 1}. \quad [\Omega] \quad (3.24)$$

### 3. 4 Měření střídavých proudů

Střídavé ampérmetry určené k měření efektivní hodnoty střídavého proudu jsou většinou konstruovány s feromagnetickým měřicím ústrojím a jsou vhodné pro měření proudů s kmitočtem do 100 Hz. Kmitočtový rozsah je limitujícím faktorem pro použití feromagnetických ampérmetrů k měření efektivní hodnoty neharmonických proudů. Speciálně konstruované ampérmetry mohou být použity do kmitočtu 1 kHz, což většinou není dostačující.

Feromagnetické ampérmetry jsou vyráběny zejména jako jednorozsahové pro měření proudů v rozsahu 1 – 100 mA (ústrojí na napjatých vláknech) 100 mA až 200 A s hrotovým uložením otočné části. Provedení menších rozsahů brání velký úbytek napětí na ampérmetru (velký vstupní odpor) a tedy značná chyba metody.

Elektrodynamické ampérmetry také měří efektivní hodnotu střídavého proudu. Jsou použitelné v kmitočtovém rozsahu do 1 kHz. Jejich výroba je složitější a tedy i finančně náročnější, proto jsou vyráběny jen jako přesné laboratorní přístroje ve třídách přesnosti 0,1 a 0,2.

Magnetoelektrické ampérmetry s usměrňovačem měří střední hodnotu střídavého proudu, cejchovány jsou pro harmonické proudy v hodnotách efektivních. K měření efektivní hodnoty proudu neharmonického průběhu lze použít magnetoelektrický ampérmetr s termočlánkem, přístroj měří až do kmitočtu 1 MHz.

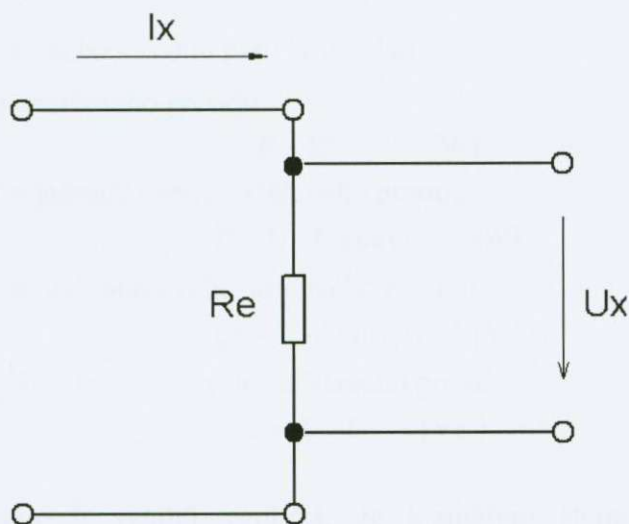
K měření proudů 10 A a větších se používají měřicí transformátory proudu, které současně slouží ke galvanickému oddělení měřicího a měřeného obvodu. MTP jsou vyráběny jako samostatné, případně vestavěné, nebo ve formě klešťových ampérmetrů s analogovou i číslicovou indikací.

Číslicové měřiče proudu pro měření proudů do 1 A měří úbytek napětí na bezindukčním bočníku, pro větší rozsahy jsou používány externí převodníky  $I/U$ .

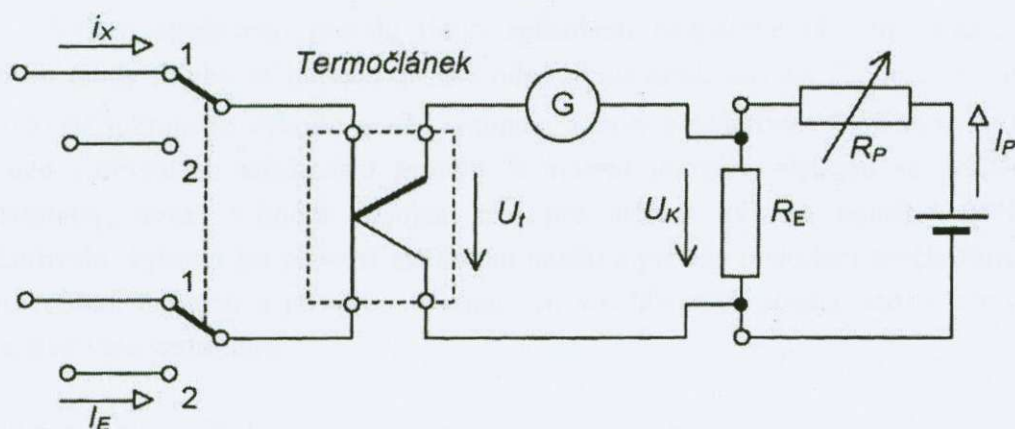
K přesnému měření stejnosměrných proudů používáme s výhodou napěťové kompenzátory, proud měříme jako úbytek napětí  $U_X$  na přesném odporu  $R_E$ . Schéma převodníku  $I/U$  je na obr. 3.7. Platí:

$$U_X = R_E \cdot I_X \Rightarrow I_X = \frac{U_X}{R_E}. \quad (3.27)$$

Pokud požadujeme vysokou přesnost měření střídavých proudů, musíme použít proudový komparátor (obr. 3.8) pracující na principu srovnávání tepelných účinků stejnosměrného  $I_E$  a střídavého  $i_x$  proudu na vhodný objekt. Srovnávacím objektem je obvykle termočlánek, v poslední době nahrazovaný termoelektrickým měničem se speciální polovodičovou strukturou.



obr. 3.7 Převodník I/U



Obr. 3.8 Proudový komparátor

Měření probíhá ve dvou krocích. V prvním kroku (přepínač v poloze 1) prochází topným drátem měniče měřený střídavý proud  $i_x$ , napětí  $U_t$  na výstupu termoměniče kompenzujeme změnou napětí  $U_k$ . V druhém kroku přepneme přepínače do polohy 2, k topnému drátu měniče připojíme stejnosměrný proud  $I_E$  a změnou jeho velikosti obnovíme vyvážení obvodu. Za předpokladu, že pomocný proud  $I_P$  zůstane během měření konstantní, bude termoelektrické napětí vyvolané stejnosměrným proudem stejné jako napětí vyvolané proudem střídavým. Přesné komparátory dosahují chyby 0,001 % v kmitočtovém rozsahu 10 Hz až 1 MHz.

### 3.5 Měření výkonu elektrického proudu

Pro měření elektrického výkonu platí tyto vztahy:

- výkon stejnosměrného proudu

$$P = U \cdot I, \quad [\text{W}] \quad (3.28)$$

- činný výkon jednofázového střídavého proudu

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi, \quad [\text{W}] \quad (3.29)$$

- jalový výkon jednofázového střídavého proudu

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi, \quad [\text{VAr}] \quad (3.30)$$

- zdánlivý výkon jednofázového střídavého proudu

$$S = U \cdot I. \quad [\text{Va}] \quad (3.31)$$

Z uvedených vztahů vyplývá, že k změření stejnosměrného výkonu nepotřebujeme nutně watmetr, ale stačí pouze změřit napětí na zátěži a proud, který jí protéká. Prostým dosazením do vzorce dostaneme proud protékající obvodem.

Výkon střídavého proudu tímto způsobem nezjistíme (šlo by pouze, ale jenom tehdy kdyby se jednalo o čistě odporovou zátěž  $\cos \varphi = 1$ ), proto je nutné pro zjištění činného výkonu použít watmetr. Jalový a zdánlivý výkon se vyskytuje pouze v obvodech střídavého proudu. K měření jalového výkonu se používají wattmetry, avšak v jiném zapojení než pro měření výkonu činného. Měření zdánlivého výkonu lze provést změřením napětí a proudu obvodem procházejícím. Pro měření činného a jalového výkonu ve vícefázových soustavách se obvykle používá více wattmetrů.

#### 3.5.1 Měření výkonu stejnosměrného proudu

Protože, v obvodech stejnosměrného proudu nejsou napětí a proud vázány fázovými vztahy jako v obvodech střídavých, lze měřit výkon pouze voltmetrem a ampérmetrem.

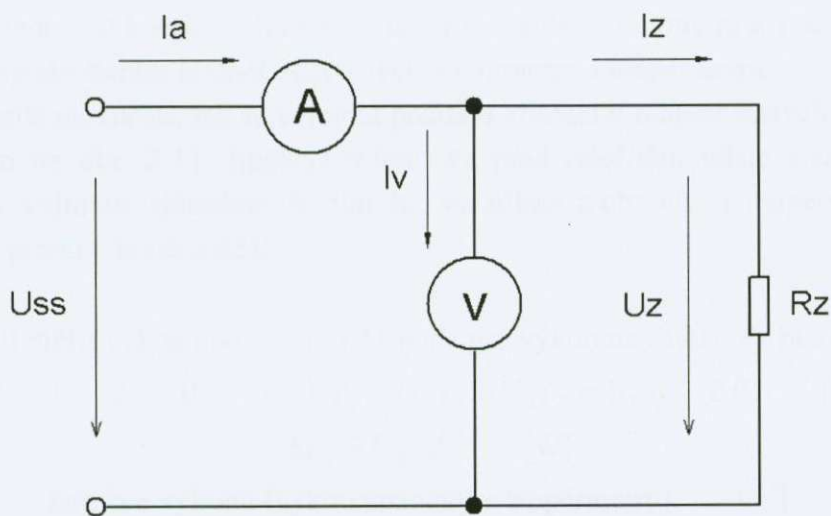
Zapojíme-li obvod podle obrázku 3.9, vidíme, že ampérmetr měří nejen proud tekoucí zátěží  $I_Z$ , ale i proud tekoucí voltmetrem  $I_V$ . Proud tekoucí voltmetrem je malý, ale při některých měřeních ho nelze zanedbat. Voltmetr měří přímo na zátěži  $U_Z$ .

Pro výkon na zátěži  $P$  platí:

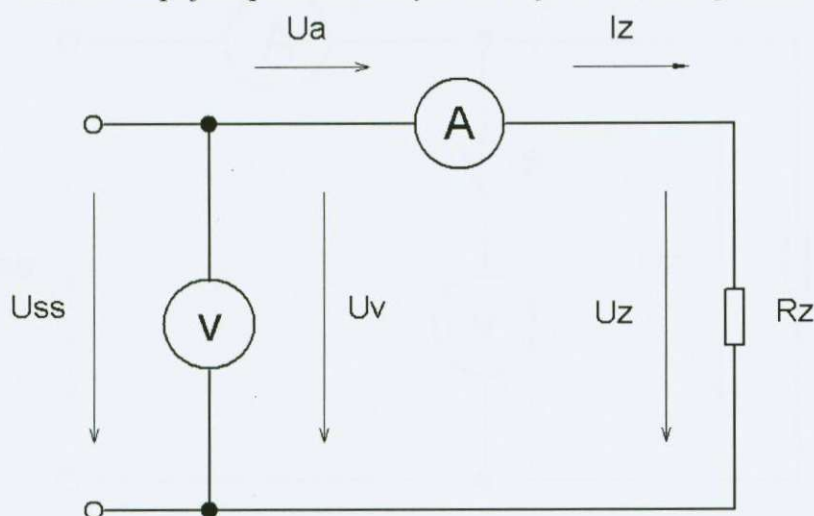
$$P = U_Z \cdot I_Z = U_Z \cdot (I_A - I_V) = U_Z \cdot I_A - U_Z \cdot I_V = U_Z \cdot I_A - \Delta P_V, \quad [\text{W}] \quad (3.32)$$

$$\Delta P_V = U_Z \cdot I_V. \quad [\text{W}] \quad (3.33)$$

kde:  $\Delta P_V$  ... korekce výkonu (výkon ztracený ve wattmetru).



Obr.3.9 Zapojení pro měření výkonu stejnosměrného proudu



Obr. 3.10 Další možné zapojení pro měření výkonu stejnosměrného proudu

Proud tekoucí voltmetrem  $I_V$  vypočítáme z podílu napětí voltmetru a velikosti jeho vnitřního odporu pro daný rozsah měřícího přístroje.

Pro proud voltmetrem  $I_V$  platí:

$$I_V = \frac{U_Z}{R_V} \quad [\text{A}] \quad (3.34)$$

Pro korekci výkonu  $\Delta P_V$  tedy platí:

$$\Delta P_V = U_Z \cdot I_V = \frac{U_Z^2}{R_V} \quad [\text{W}] \quad (3.35)$$

Měření podle obr. 3.10 je pro měření výkonu tím přesnější, čím větší je velikost proudu tekoucí zátěží. Je-li celkový proud v obvodu malý, má již proud procházející voltmetrem značný vliv na velikost celkového výkonu. Je-li však proud procházející zátěží mnohonásobně vyšší než proud procházející voltmetrem,



můžeme zanedbat korekci výkonu vzniklou ztrátami ve voltmetru a výkon spočítat prostým vynásobením hodnot odečtených z voltmetru a ampérmetru.

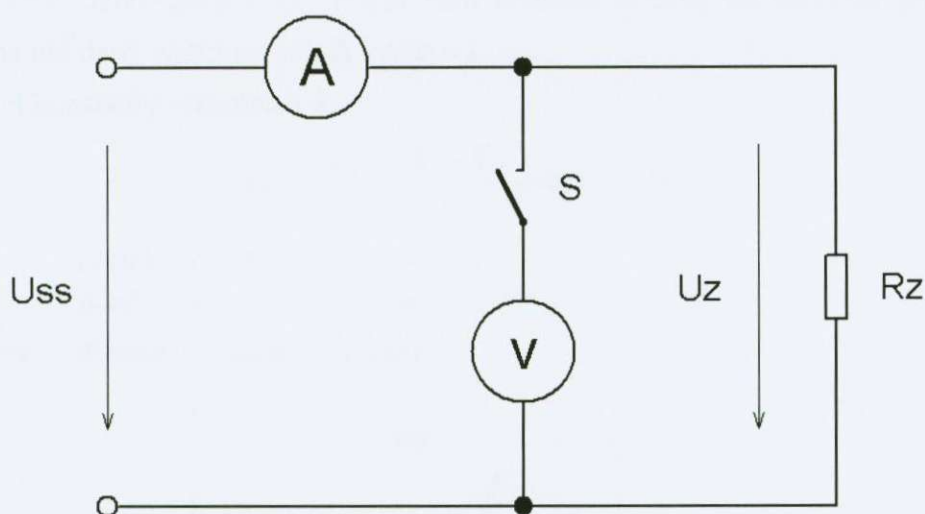
Další možností, jak se vyhnout počítání korekcí u měření malých výkonů je zobrazeno na obr. 3.11. Spočívá v tom, že před odečítání údaje z ampérmetru odpojíme voltmetr spínačem S, tím ho vyřadíme z obvodu a ampérmetr bude ukazovat proud tekoucí zátěží.

Budeme-li měřit výkon podle obr. 3.11 bude pro výkon na zátěži  $P_Z$  platit:

$$P_Z = U_Z \cdot I_Z = (U_V - U_A) \cdot I_Z = U_V I_Z - U_A I_Z = U_V I_Z - \Delta P_A, \quad [\text{W}] \quad (3.36)$$

$$\Delta P_A = U_Z \cdot I_A. \quad [\text{W}] \quad (3.37)$$

kde:  $\Delta P_A$  ... korekce výkonu (výkon ztracený v ampérmetru). [W]



Obr. 3.11 Zapojení s vyloučením vlivu voltmetru

V tomto případě voltmetr neměří přímo napětí na zátěži, ale současně s ním i úbytek napětí na ampérmetru. Ztráty, neboli korekce výkonu jsou úměrné velikosti vnitřního odporu ampérmetru. Pro korekci výkonu  $\Delta P_A$  tedy platí:

$$\Delta P_A = U_A \cdot I_Z = R_A \cdot I_Z \cdot I_Z = R_A \cdot I_Z^2, \quad [\text{W}] \quad (3.38)$$

kde:  $R_A$  ... vnitřní odpor ampérmetru. [ $\Omega$ ]

Porovnáme-li oba možné způsoby měření stejnosměrného výkonu, je zřejmé, že zapojení na obr.3.9 použijeme při měření zátěže, kterou protéká velký proud, to znamená, že se toto zapojení hodí pro měření výkonu s malým odporem. Druhý způsob viz. obr. 3.10 je vhodný pro velké napětí na zátěži, tedy pro měření výkonu zařízení s velkým odporem.

### 3.5.2 Měření činného výkonu jednofázového proudu

Činný výkon střídavého proudu obvykle měříme wattmetry, elektromechanickými s elektrodynamickým ústrojím, v dnešní době

i elektronickými. Z údajů wattmetru nepoznáme jaký proud protéká proudovým obvodem a jaké napětí prochází v napěťovém obvodu. Proto do série s proudovou cívku wattmetru musíme připojit ampérmetr a paralelně s napěťovou cívku wattmetru, tímto opatřením můžeme zabránit přetížení některé z měřících cívek. Zejména napěťová cívka je náchylná na přetížení, protože je vinutá z tenkého vodiče. Vzhledem k tomu, že výkon  $P$  wattmetru je dán

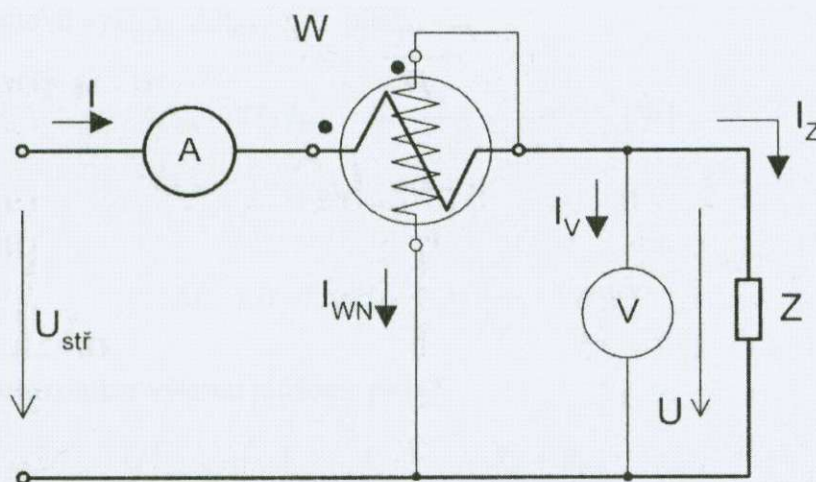
$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi. \quad [\text{W}] \quad (3.39)$$

Je umístění kontrolního voltmetru a ampérmetru do obvodu namístě, protože při nízkém účinníku zátěže hrozí i při malé výchylce wattmetru přetížení některé z měřících cívek. Abychom wattmetrem mohli měřit i výkon zátěže s malým účinníkem, vyrábějí se wattmetry, které dosahují plné výchylky při jmenovitém proudu a napětí, ale při nižším účinníku měřené zátěže, a to zpravidla  $\cos \varphi = 0,2$  nebo  $\cos \varphi = 0,1$ . Pokud není hodnota účinníku na měřícím přístroji uvedena má daný wattmetr účinník  $\cos \varphi = 1$ .

Výpočet konstanty wattmetru  $k_w$ :

$$k_w = \frac{X_w}{\alpha_s} = \frac{X_I \cdot X_U}{\alpha_s} \cos \varphi, \quad [-] \quad (3.40)$$

kde:  $X_I$ ..... proudový rozsah wattmetru,  
 $X_U$ ..... napěťový rozsah wattmetru,  
 $\cos \varphi$  ... jmenovitý účinník wattmetru .



Obr. 3.12 Měření činného výkonu

Wattmetry, elektrodynamické i elektronické, můžeme do měřeného obvodu zapojit dvěma způsoby, obě zapojení jsou zatížena chybami metod. Měříme-li příkon zátěže podle zapojení obr. 3.12. V tomto zapojení je napěťová cívka připojena přímo na zátěž a také voltmetr udává přímo napětí na zátěži. Ampérmetr neměří pouze proud zátěží, ale i proud napěťovou cívku wattmetru a měřící

cívkou voltmetru, tedy platí:

$$I = I_Z + I_{WN} + I_V \quad [\text{A}] \quad (3.41)$$

Tentýž proud protéká i proudovou cívkou wattmetru. Wattmetr tedy neměří příkon zátěže, ale i ztrátový výkon voltmetru a napěťové cívky wattmetru.

Skutečný příkon zátěže je:

$$P_Z = P - \Delta P_{WN} - \Delta P_V = P - \Delta P_{kor}, \quad [\text{W}] \quad (3.42)$$

kde:  $P$  ..... výkon měřený wattmetrem, [W]

$\Delta P_{kor}$  ..... korekce výkonu ( celkový ztrátový příkon přístrojů ). [W]

Pro korekci výkonu tedy platí

$$\Delta P_{kor} = \Delta P_{WN} + \Delta P_V, \quad [\text{W}] \quad (3.43)$$

kde:  $\Delta P_{WN}$  ... spotřeba napěťové cívky wattmetru, [W]

$\Delta P_V$  ..... spotřeba ( ztrátový výkon ) voltmetru. [W]

Ztrátový výkon jednotlivých měřících cívek si můžeme vypočítat, protože odpor napěťové cívky wattmetru stejně jako vnitřní odpor voltmetru je vždy uveden na číselníku přístroje.

Pro ztrátové výkony  $\Delta P_{WN}$ ,  $\Delta P_V$  platí:

$$\Delta P_{WN} = U \cdot I_{WN} = U \cdot \frac{U}{R_{WN}} = \frac{U^2}{R_{WN}}, \quad [\text{W}] \quad (3.44)$$

$$\Delta P_V = U \cdot I_V = U \frac{U}{R_V} = \frac{U^2}{R_V}. \quad [\text{W}] \quad (3.45)$$

Tedy pro korekci výkonu můžeme psát

$$\Delta P_{kor} = \frac{U^2}{R_{WN}} + \frac{U^2}{R_V} = U^2 \left( \frac{1}{R_{WN}} + \frac{1}{R_V} \right) = U^2 \frac{R_V + R_{WN}}{R_V R_{WN}}. \quad [\text{W}] \quad (3.46)$$

Korekce výkonu je rovna velikosti absolutní chyby platí tedy:

$$\Delta m = P - P_Z = \Delta P_{kor}. \quad (3.47)$$

Pro relativní chybu metody tedy platí:

$$\delta_m \cdot \frac{\Delta_m}{P} \cdot 100 = \frac{P - P_Z}{P} = \frac{\Delta P_{kor}}{P_Z} \cdot 100. \quad (3.48)$$

Pokud budeme měřit příkon zátěže v zapojení podle obr. 3.13. Je vstup napěťové cívky připojen na vstupní svorku cívky proudové. Ampérmetr měří přímo proud protékající zátěží. Voltmetr však měří napětí zdroje, které je větší než skutečné napětí na zátěži, voltmetr měří součet napětí na zátěži a úbytky napětí na ampérmetru a proudové cívce wattmetru.

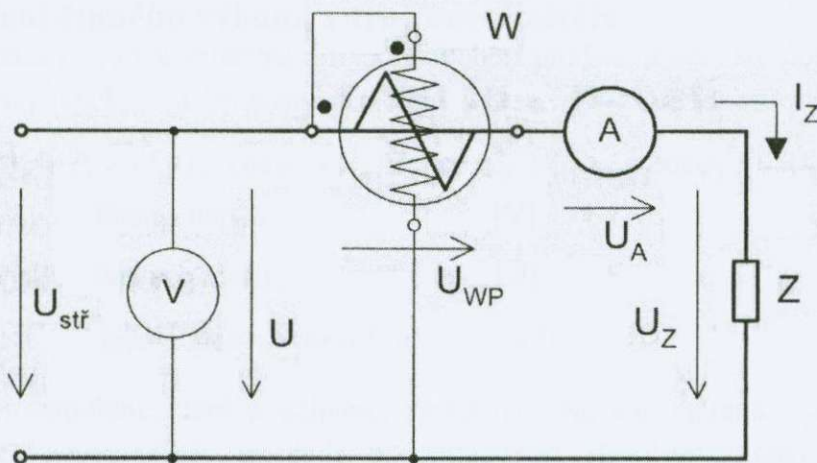
Pro napětí  $U$  měřené voltmetrem platí podle II. Kirchhoffova zákona:

$$U = U_Z + U_{WP} + U_A. \quad [W] \quad (3.49)$$

Stejné napětí jako měří voltmetr je ovšem i na napěťové cívce wattmetru, proto wattmetr neměří skutečný příkon zátěže, ale jeho výchylka je větší o ztrátové výkony ampérmetru a proudové cívky wattmetru.

Pro příkon  $P_Z$  zátěže tedy můžeme psát:

$$P_Z = P - \Delta P_{WP} - \Delta P_A = P - \Delta P_{kor}. \quad [W] \quad (3.50)$$



Obr. 3.12 Druhá metoda měření činného výkonu

Pro korekci výkonu  $\Delta P_{kor}$  při měření v tomto zapojení platí:

$$\Delta P_{kor} = \Delta P_{WP} + \Delta P_A, \quad [W] \quad (3.51)$$

kde:  $\Delta P_{WP}$  ... příkon proudové cívky wattmetru,  $[W]$

$\Delta P_A$  ... příkon (ztráty) ampérmetru.  $[W]$

Ztrátové výkony ampérmetru a proudové cívky wattmetru lze snadno vypočítat, známe-li velikosti vnitřních odporů obou měřících cívek. Ty však na číselnících měřících přístrojů na rozdíl od odporů cívek napěťových uvedeny nebývají, proto je třeba zjistit jejich velikost měřením.

Pro ztrátové výkony  $\Delta P_{WP}$ ,  $\Delta P_A$  platí:

$$\Delta P_{WP} = U_{WP} \cdot I_Z = R_{WP} \cdot I_Z \cdot I_Z = R_{WP} \cdot I_Z^2, \quad [\text{W}] \quad (3.52)$$

$$\Delta P_A = U_A \cdot I_Z = R_A \cdot I_Z \cdot I_Z = R_A \cdot I_Z^2. \quad [\text{W}] \quad (3.53)$$

Pro celkový korekční výkon  $\Delta P_{kor}$  platí:

$$\Delta P_{kor} = \Delta P_{WP} + \Delta P_A = R_{WP} \cdot I_Z^2 + R_A \cdot I_Z^2 = (R_{WP} + R_A) \cdot I_Z^2. \quad [\text{W}] \quad (3.54)$$

Relativní chyba metody  $\delta_m$  se zjistí podobně jako u prvního zapojení její velikost je dána:

$$\delta_m = \frac{\Delta_m}{P} \cdot 100 = \frac{P - P_Z}{P} = \frac{\Delta P_{kor}}{P_Z} \cdot 100. \quad (3.55)$$

Ze vztahů pro výpočet korekcí pro jednotlivá zapojení je zřejmé, že první typ zapojení se hodí pro měření příkonu zátěže s malou impedancí ( malé napětí, velký proud ). U druhého typu zapojení se počítá korekční příkon zátěže z proudu zátěže, toto zapojení je tedy vhodné pro měření příkonu zátěže s velkou impedancí ( velké napětí, malý proud ). Korekce výkonu je třeba provést, měříme-li zátěž s malým účinníkem, i když použijeme wattmetr s  $\cos \varphi = 0,1$ .

### 3.5.3 Měření činného výkonu v trojfázové zátěži

Trojfázovou síť si můžeme pro jednoduchost představit jako síť složenou ze tří sítí jednofázových, proto můžeme pro činný výkon trojfázové soustavy psát:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 + U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 + U_3 \cdot I_3 \cdot \cos \varphi_3, \quad [\text{W}] \quad (3.56)$$

kde:  $U_1, U_2, U_3 \dots$  fázová napětí, [V]

$I_1, I_2, I_3 \dots$  fázové proudy, [A]

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \dots$  fázové posuvy mezi  $U$  a  $I$ . [rad]

Volba zapojení, které použijeme, závisí na tom, zda měřená soustava je souměrná či nesouměrná, a jde-li o trojfázovou síť čtyřvodičovou, nebo třívodičovou. Počet wattmetrů, kterých musíme použít, udává Blondelův teorém. Ten stanoví, že v  $n$ -vodičové soustavě můžeme činný výkon zátěže správně měřit nejméně  $n - 1$  wattmetry. Měření je správné při obecné zátěži i obecné soustavě napětí a je zatíženo pouze chybou způsobenou spotřebou kontrolních měřících přístrojů.

Všechna zapojení pro měření činného a jalového výkonu vyžadují znát sled fází. K určení sledu fází slouží indikátory, u kterých správný sled fází indikuje doutnavka zapojená v obvodu, který obsahuje rezistor a kondenzátor a které způsobují fázový posun. Pokud je sled fází správný, je napětí na doutnavce větší než její zapalovací napětí na doutnavce svítí.

Symetrická soustava má fázory napětí fází stejně velké a je mezi nimi fázový rozdíl  $120^\circ$ .

Symetrická zátěž má fázory proudů tekoucích jednotlivými fázemi stejně velké a mají stejný fázový rozdíl proti příslušným fázovým napětím.

Pro měření výkonu v trojfázových sítích se používají elektrodynamické nebo ferodynamické wattmetry, v poslední době i wattmetry elektronické. Zapojení jsou shodná pro všechny druhy přístrojů.

### 3.5.3.1 V souměrné soustavě se souměrnou zátěží

V symetrické soustavě napětí se souměrnou zátěží je činný výkon ve všech třech fázích stejný:

$$P_1 = P_2 = P_3, \quad [\text{W}] \quad (3.57)$$

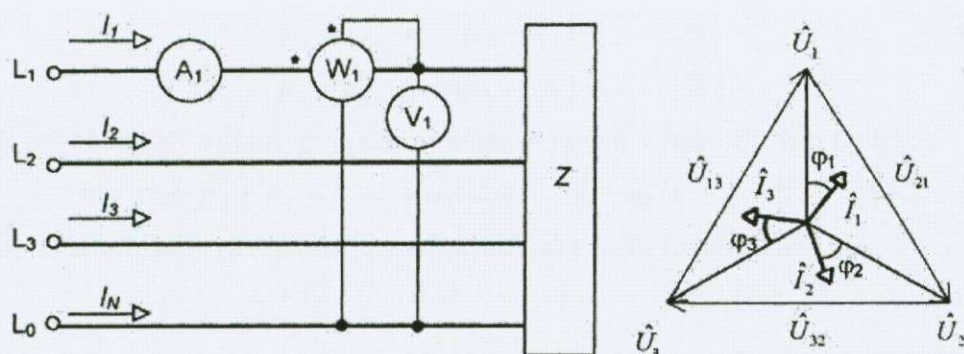
$$U_1 = U_2 = U_3, \quad [\text{V}] \quad (3.58)$$

$$I_1 = I_2 = I_3, \quad [\text{A}] \quad (3.59)$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3. \quad [\text{rad}] \quad (3.60)$$

z tohoto důvodu můžeme měřit výkon jen v jedné fázi a celkový činný výkon určit jako jeho násobek:

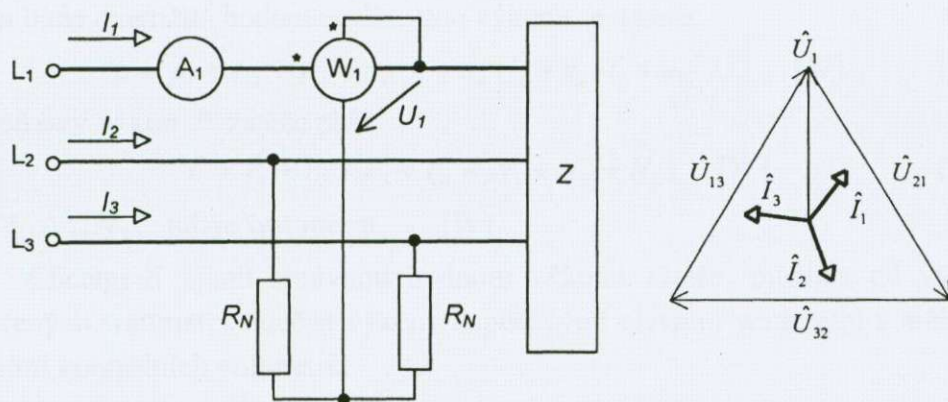
$$P = 3P_1. \quad [\text{W}] \quad (3.61)$$



Obr. 3.12 Měření činného výkonu souměrné zátěže ve čtyřvodičové souměrné soustavě a tomu odpovídající fázorový diagram

Měření činného výkonu v souměrné třívodičové soustavě se souměrnou zátěží je uvedeno ve schématu obr. 3.12.

V síti bez středového vodiče musí být vytvořen nulový bod pomocí rezistorů, jejichž velikost je rovna napěťové cívice wattmetru  $R_N = R_{WU}$ .



Obr.3.13 Měření činného výkonu v souměrné zátěži ve třívodičové soustavě a odpovídající fázorový diagram.

### 3.5.3.2 V souměrné soustavě s nesouměrnou zátěží

V zapojení s nesouměrnou zátěží musíme měřit výkon ve všech fázích. Měření činného výkonu v souměrné čtyřvodičové soustavě je zobrazeno a obr. 3.14.

Při odvozování vztahů vycházíme z okamžitých hodnot napětí a proudů. Okamžité hodnoty výkonů v jednotlivých fázích jsou:

$$p_1 = u_{10} \cdot i_1 = (u_1 - u_0) \cdot i_1, \quad [\text{W}] \quad (3.62)$$

$$p_2 = u_{20} \cdot i_2 = (u_2 - u_0) \cdot i_2, \quad [\text{W}] \quad (3.63)$$

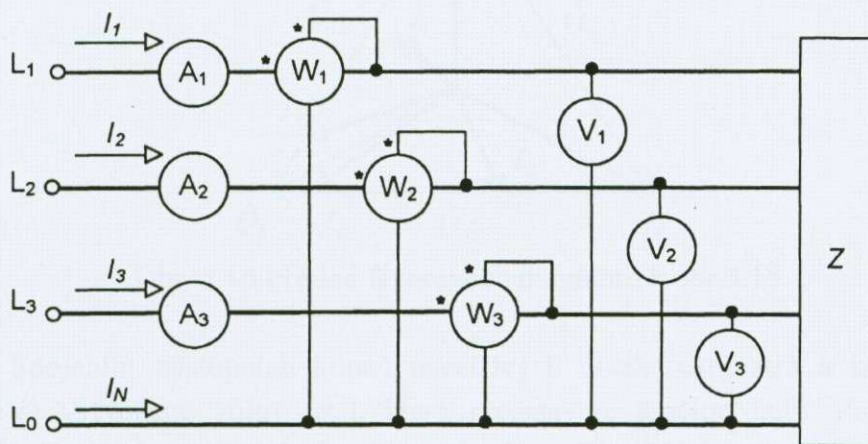
$$p_3 = u_{30} \cdot i_3 = (u_{31} - u_0) \cdot i_3. \quad [\text{W}] \quad (3.64)$$

Celkový okamžitý výkon  $p$  je dán součtem výkonů v jednotlivých fázích:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = u_1 \cdot i_1 + u_2 \cdot i_2 + u_3 \cdot i_3 - u_0(i_1 + i_2 + i_3). \quad [\text{W}] \quad (3.65)$$

Podle 1. Kirchhoffova zákona je součet proudů v uzlu roven nule:

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \Rightarrow i_1 + i_2 + i_3 = -i_0. \quad [\text{A}] \quad (3.66)$$



Obr.3.14 měření činného výkonu nesouměrné zátěže ve čtyřvodičové symetrické soustavě

potom bude okamžitá hodnota celkového výkonu  $p$  rovna:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = u_1 \cdot i_1 + u_2 \cdot i_2 + u_3 \cdot i_3 + u_0 \cdot i_0. \quad [\text{W}] \quad (3.67)$$

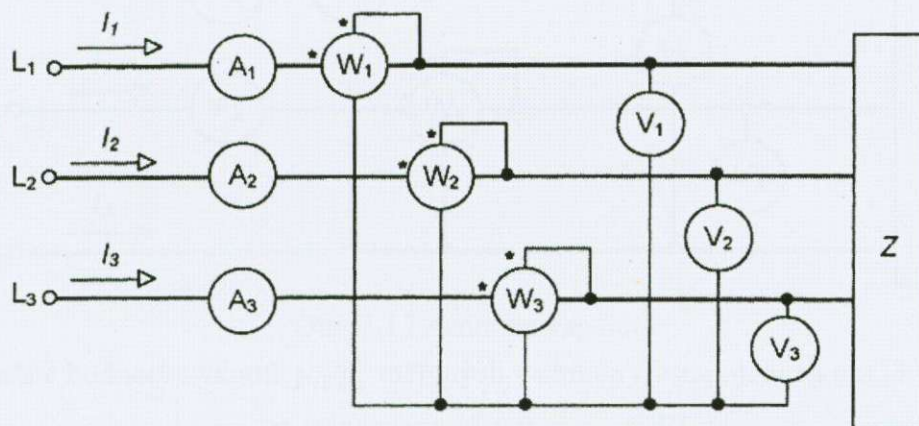
Pro celkový výkon  $P$  zátěže platí:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_0 = N_1 + N_2 + N_3, \quad [\text{W}] \quad (3.68)$$

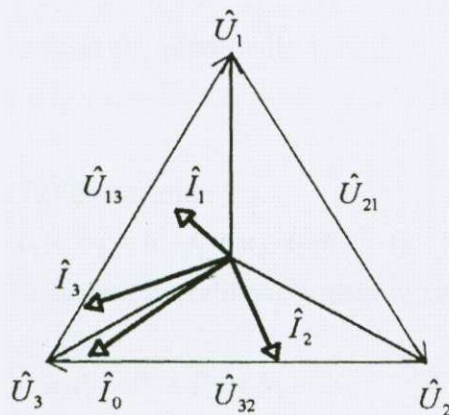
kde:  $N_1, N_2, N_3 \dots$  údaje wattmetrů.  $[\text{W}]$

Chceme-li zjistit správnou hodnotu výkonu zátěže, musíme od výkonů naměřených wattmetry odečíst výkony napěťovými cívkami wattmetrů a měřícími ústrojími kontrolních voltmetrů.

### 3.5.3.3 V souměrné třívodičové soustavě s nesouměrnou zátěží



Obr. 3.15 Měření činného výkonu nesouměrné zátěže v třívodičové symetrické soustavě



Obr. 3.16 Příklad fázorového diagramu k obr.3.15

Spojením výstupních konců napěťových cívek wattmetrů a kontrolních voltmetrů vytvoříme volný uzel, který představuje umělou nulu. Pro správné měření výkonu jednotlivých fází, musí mít napěťové cívky všech tří wattmetrů odpory stejně velké, to platí i pro odpory voltmetrů.



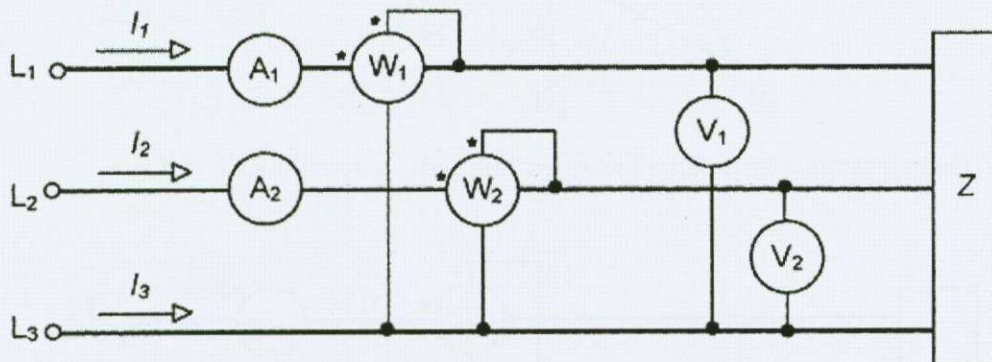
Pro celkový výkon  $P$  zátěže platí:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_0 = N_1 + N_2 + N_3, \quad [\text{W}] \quad (3.69)$$

kde:  $N_1, N_2, N_3 \dots$  údaje wattmetrů.  $[\text{W}]$

### 3.5.3.4 V Aronově zapojení

K měření výkonu v trojfázové síti bez středového vodiče se používá Aronovo zapojení se dvěma wattmetry. Napětové obvody wattmetrů jsou připojeny na sdružená napětí.



Obr. 3.17 Aronovo zapojení

Okamžité hodnoty výkonů  $p_1, p_2$  měřených wattmetry v zapojení na obr. 3.17.

$$p_1 = u_{13} \cdot i_1 = u_1 \cdot i_1 - u_3 \cdot i_1, \quad [\text{W}] \quad (3.70)$$

$$p_2 = u_{23} \cdot i_2 = u_2 \cdot i_2 - u_3 \cdot i_2. \quad [\text{W}] \quad (3.71)$$

Součet těchto hodnot je:

$$p = p_1 + p_2 = u_1 \cdot i_1 + u_2 \cdot i_2 + u_3(-i_1 - i_2), \quad [\text{W}] \quad (3.72)$$

protože se jedná o třívodičovou síť, platí podle 1. K.Z.:

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \Rightarrow i_3 = -i_1 - i_2. \quad [\text{A}] \quad (3.73)$$

Dosazením do vztahu (3.72) dostaneme:

$$p = p_1 + p_2 = u_1 \cdot i_1 + u_2 \cdot i_2 + u_3 \cdot i_3. \quad [\text{W}] \quad (3.74)$$

Celkový činný výkon  $P$  třífázové třívodičové soustavy změřený dvěma wattmetry je:

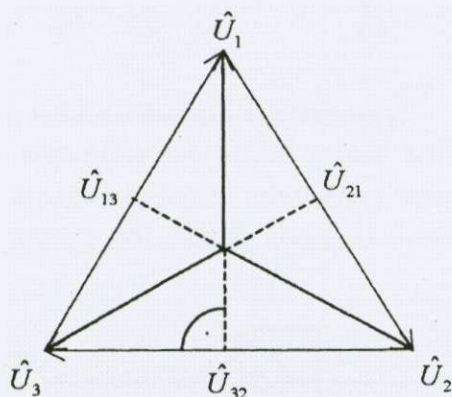
$$P = P_1 + P_2 + P_3 = N_1 + N_2. \quad [\text{W}] \quad (3.75)$$

Vztah (3.75) platí rovněž pro další dvě možná zapojení wattmetrů (v 1. a 3. fázi nebo 2. a 3. fázi).

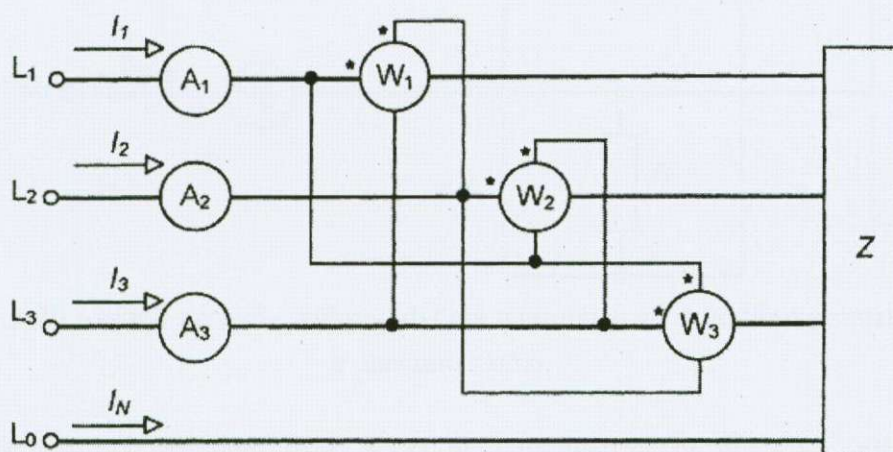
### 3.5.4 Měření jalového výkonu

Zpoždění fázoru napětí na napětové cívice každého wattmetru o  $90^\circ$  oproti fázoru napětí při měření činného výkonu zajistíme tak, že napětové cívky wattmetrů připojíme na sdružená napětí. Musí být splněn požadavek symetrické

soustavy napětí, u které lze najít dvojici napětí se vzájemným fázovým posunem  $90^\circ$  (např.  $U_1$  a  $U_{32}$ ), viz fázorový diagram obr. 3.18.



Obr. 3.18 Názorový diagram třífázové souměrné soustavy napětí



Obr. 3.19 Měření jalového výkonu ve čtyřvodičové soustavě s obecnou zátěží

V souměrné soustavě napětí platí mezi sdruženými a fázovými napětími vztahy:

$$U_{12} = \sqrt{3} \cdot U_3, \quad U_{23} = \sqrt{3} \cdot U_1, \quad U_{31} = \sqrt{3} \cdot U_2, \quad [\text{V}] \quad (3.76)$$

přičemž vzájemný fázový posun příslušných napětí je  $90^\circ$ .

Wattmetry proto měří fázové jalové výkony:

$$N_1 = \sqrt{3} \cdot Q_1, \quad N_2 = \sqrt{3} \cdot Q_2, \quad N_3 = \sqrt{3} \cdot Q_3, \quad [\text{Var}] \quad (3.80)$$

kde:  $N_1, N_2, N_3 \dots$  údaje wattmetrů. [Var]

Jalové výkony  $Q_1, Q_2, Q_3$  v jednotlivých fázích jsou:

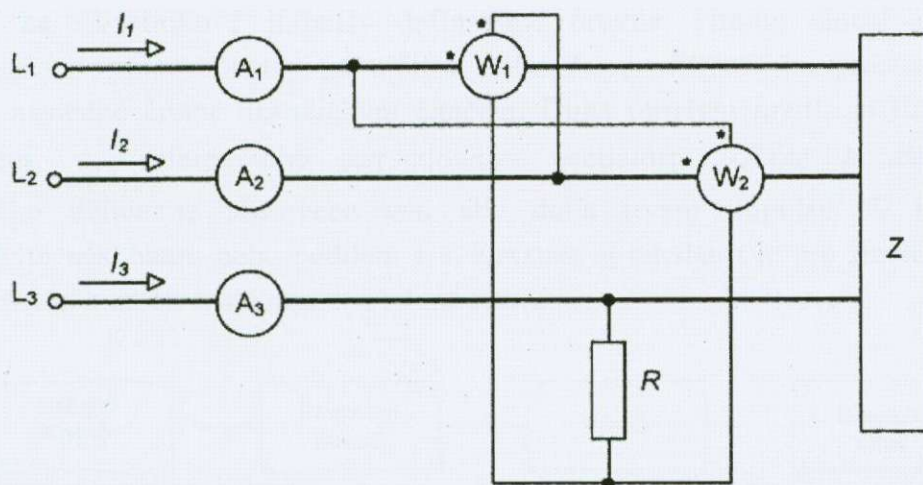
$$Q_1 = \frac{N_1}{\sqrt{3}}, \quad Q_2 = \frac{N_2}{\sqrt{3}}, \quad Q_3 = \frac{N_3}{\sqrt{3}}. \quad [\text{Var}] \quad (3.81)$$

Celkový jalový výkon  $Q$  zátěže je dán součty jalových výkonů v jednotlivých fázích:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \frac{N_1}{\sqrt{3}} + \frac{N_2}{\sqrt{3}} + \frac{N_3}{\sqrt{3}} = \frac{N_1 + N_2 + N_3}{\sqrt{3}}. \quad [\text{Var}] \quad (3.82)$$

### 3.5.4.1 V třívodičové soustavě se dvěma wattmetry

Zapojení se dvěma wattmetry lze použít pouze v třívodičové symetrické soustavě napětí. Vychází z Aronova zapojení pro měření činného výkonu. Podobně jako při měření činného výkonu v třívodičové soustavě vytvoříme pomocí odporu  $R = R_{WU}$  umělou nulu sítě.



Obr. 3.20 Měření jalového výkonu dvěma wattmetry ve třívodičové soustavě s obecnou zátěží.

V Aronově zapojení (obr. 3.17) byla na wattmetry  $W_1$  a  $W_2$  přivedena sdružená napětí  $U_{13}$  a  $U_{23}$ . Zapojení na obr. 3.20 se liší tím, že na wattmetry jsou připojena fázová napětí  $U_2$  a  $U_1$ , která jsou proti původním napětím fázově pootočena o  $-90^\circ$  resp.  $+90^\circ$ . Wattmetry tedy měří jalový výkon, přitom pro celkový jalový výkon  $Q$  platí:

$$Q = \sqrt{3}(N_1 - N_2), \quad [\text{Var}] \quad (3.83)$$

kde:  $N_1, N_2 \dots$  údaje wattmetrů zapojených podle obr. 3.20.  $[\text{Var}]$

## 3.6 Měření frekvence

Frekvence (kmitočet) je jednou s charakteristických veličin periodicky proměnných signálů, je definována jako počet period sledovaného signálu za sekundu.

Frekvenční spektrum rozdělujeme:

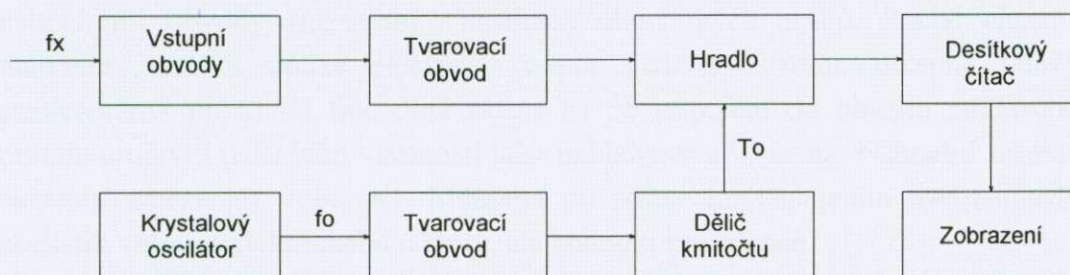
- velmi nízké kmitočty  $10^{-3}$  až 10 Hz
- technické kmitočty 10 až 1000 Hz
- střední kmitočty 20 Hz až 20 kHz

- vysoké kmitočty  $< 20 \text{ kHz}$

V dnešní době se již minimálně využívá k měření frekvence analogových měřicích přístrojů, místo toho se využívá k měření frekvence různě zapojených čítačů.

### 3.6.1 Měření frekvence čítačem

Číslicové měření frekvence je dnes nejrozšířenější metodou používanou v laboratořích. K měření se používá čítačů. Blokové schéma čítače v režimu měření kmitočtu je na obr. 3.21, Měřený signál prochází vstupními obvody tvořenými děličem, a případně předzesilovačem, do tvarovacího obvodu, kde je upraven na obdélníkové impulsy definované úrovně. Hradlo slouží jako elektronický vypínač spínaný na určitou dobu  $T_0$ , po kterou jím procházejí impulsy následně čítané dekadickým čítačem. Doba otevření hradla je řízena kmitočtem  $f_0$  referenčního krystalového oscilátoru. Dělicí konstanta číslicového děliče je nastavena tak, aby doba trvání impulsu  $T_0$  byla dekadickým násobkem nebo podílem 1 s. Krystalový oscilátor je pro zmenšení vlivu teplotních změn často umístěn v termostatu.



Obr. 3.21 Blokové schéma čítače pro měření frekvence

Pro údaj čítače  $N$  platí:

$$N = f_x \cdot T_0 \quad [-] \quad (3.74)$$

Přesnost měření je dána zejména rozlišovací schopností čítače  $\Delta_{f_x}$  (jednotkou nejnižšího řádu displeje):

$$\Delta_{f_x} = \frac{1}{T_0}, \quad [\text{Hz}] \quad (3.75)$$

dále chybou referenčního kmitočtu krystalového oscilátoru a chybou spouštění, která závisí na velikosti rušivého napětí na měřeném užitečném signálu a na strmosti signálu v okamžiku jeho průchodu spouštěcí úrovní. U velmi přesných měření je třeba uvažovat i chybu hystereze.

Celková relativní chyba měření kmitočtu  $|\delta_{f_x}|$  je:

$$|\delta_{f_x}| = |\delta_{f_0}| + \frac{\Delta_{f_x}}{f_x} \cdot 100 = |\delta_{f_0}| + \frac{1}{f_x + T_0} \cdot 100, \quad [\%] \quad (3.76)$$

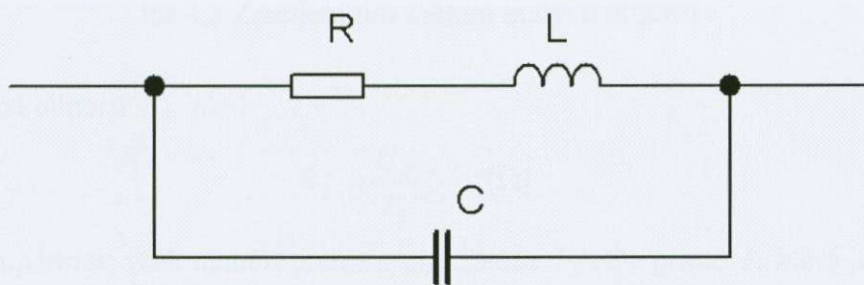
kde:  $\Delta_{f_x}$  ... rozlišovací schopnost čítače, [Hz]

$\delta_{f_0}$  ..... poměrná chyba kmitočtu krystalového oscilátoru. [%]

Číslicové měřiče kmitočtu měří kmitočty v rozsahu od  $\mu\text{Hz}$  do GHz s přesností  $10^{-3}$  až  $10^{-5}$  (%).

## 4 Měření odporů

Elektrický odpor je jedna ze základních vlastností všech pasivních i aktivních prvků. Při měření pasivních veličin na rozdíl od aktivních veličin, je potřeba použít zkušební signálu. U rezistorů je nejčastěji stejnosměrné napětí. Reálné prvky mají vždy kromě svých základních vlastností také vlastnosti nežádoucí ( zbytkové, parazitní ) a ztráty. Skutečné vlastnosti prvků se vyjadřují náhradními obvody složenými s ideálních obvodových prvků. Pokud chceme měřením stanovit pouze elektrický odpor daného obvodu, musíme použít stejnosměrný proud. U libovolné zátěže se po připojení do obvodu střídavého proudu projeví i další jeho vlastnosti jako indukčnost a kapacita. Náhradní schéma skutečné zátěže je obr. 4.1. Měření při střídavém napájení bychom tedy nezjistili velikost elektrického odporu, ale hodnotu impedance.



Obr.4.1 Náhradní schéma skutečné zátěže

Z hlediska měřících metod dělíme odpory na:

- malé  $< 10^{-1} \Omega$
- střední  $10 - 10^6 \Omega$
- velké  $> 10^6 \Omega$

### 4.1 Ohmova metoda

Ohmova metoda je jediná metoda, která je vhodná pro měření lineárních i nelineárních odporů . Velikost odporu vypočítáme přímo z Ohmova zákona.

Pro velikost odporu  $R_x$  tedy platí:

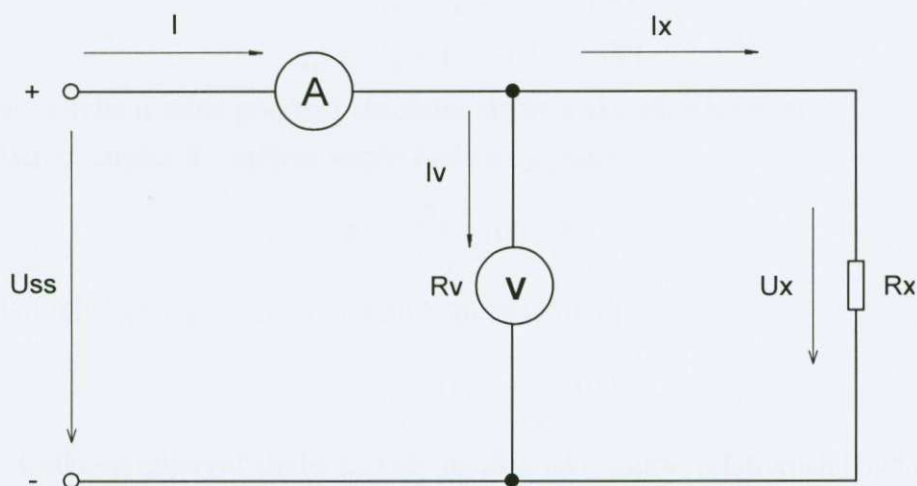
$$R_x = \frac{U_x}{I_x}, \quad [\Omega] \quad (4.1)$$

kde:  $U_x$  ... úbytek napětí na měřeném odporu, [V]

$I_x$  ... proud protékající měřeným odporem, [A]

K měření lze zvolit ze dvou variant měření a to zapojení pro malé odpory obr. 4.2 a zapojení pro velké odpory obr. 4.3. Měření se provádí při napájení stejnosměrným proudem.

#### 4.1.1 Měření malých odporů



Obr.4.2 Zapojení pro měření malých odporů

Pro velikost odporu  $R_x$  platí:

$$R_x = \frac{U_x}{I_x}. \quad [\Omega] \quad (4.2)$$

Ampérmetr však neměří pouze proud zátěže  $I_x$ , ale proud  $I$ , který je dán součtem proudů tekoucích zátěží a tekoucích voltmetrem:

$$I = I_x + I_v. \quad [A] \quad (4.3)$$

Voltmetr měří přímo napětí na zátěži  $U_x$ , po dosazení za proud  $I_x$  tedy dostaneme odpor  $R_x$ :

$$R_x = \frac{U_x}{I - I_v}. \quad [A] \quad (4.4)$$

Pro proud  $I_V$  tekoucí voltmetrem platí:

$$I_V = \frac{U_X}{R_V}, \quad [\text{A}] \quad (4.5)$$

kde:  $R_V$  ... vnitřní odpor voltmetru pro daný napěťový rozsah.  $[\Omega]$

Jestliže bychom počítali odpor zátěže pouze jako podíl hodnot naměřených voltmetrem a ampérmetrem, dopustili bychom se určité chyby metody.

Absolutní chyba měření je definována jako rozdíl naměřené a skutečné hodnoty dané veličiny. Při měření napětí je její velikost nulová, protože naměřená hodnota napětí je zároveň její skutečnou hodnotou. Při měření proudu není chyba nulová, protože skutečná hodnota proudu je  $I_X$ , zatímco naměřená hodnota je  $I$ .

Absolutní chyby měřených veličin tedy budou:

$$\Delta_I = I - I_X, \quad [\text{A}] \quad (4.6)$$

$$\Delta_U = U_X - U_X = 0. \quad [\text{V}] \quad (4.7)$$

Relativní chyba je dána podílem absolutní chyby a skutečné hodnoty.

Pro relativní chybu  $\delta_U$  měření napětí bude tedy platit:

$$\delta_U = \frac{\Delta_U}{U_X} \cdot 100 = 0. \quad (4.8)$$

Pro relativní chybu  $\delta_I$  měření proudu bude tedy platit:

$$\delta_I = \frac{\Delta_I}{I_S} \cdot 100 = \frac{I_V}{I_X} \cdot 100 \quad (4.9)$$

Celková relativní chyba metody je dána jako součet relativních chyb měření napětí a proudu. Pro celkovou relativní  $\delta_R$  chybu měření odporu v tomto zapojení platí:

$$\delta_R = |\delta_U| + |\delta_I| = \frac{I_V}{I_X} \cdot 100. \quad (4.10)$$

Dosadíme-li za  $I_V$  a  $I_X$  dostaneme také celkovou relativní  $\delta_R$  chybu:

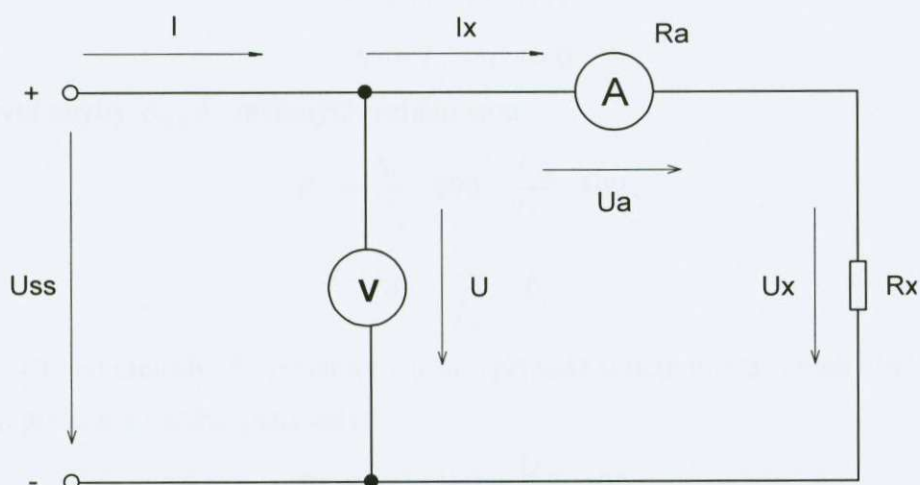
$$\delta_R = \frac{\frac{U_X}{R_V}}{\frac{U_X}{R_X}} \cdot 100 = \frac{R_X}{R_V} \cdot 100. \quad (4.11)$$

Z odvozeného vztahu pro velikost chyby metody vyplývá, že čím bude mít měřený odpor  $R_X$  menší hodnotu, tím bude chyba měření menší a měření bude a přesnější. Budeme-li chtít dosáhnout chyby měření 0.1 %, bude muset platit:

$$R_V > 10^3 R_X. \quad (4.12)$$

Metoda je tedy vhodná pro měření malých odporů. Je-li  $R_V$  značně větší než  $R_X$ , lze  $\delta_R$  zanedbat a velikost odporu přímo počítat z naměřených hodnot napětí a proudu.

## 4.1.2 Měření velkých odporů



Obr.4.3 Zapojení pro měření velkých odporů

Pro velikost měřeného odporu  $R_X$  platí:

$$R_X = \frac{U_X}{I_X} \quad [\Omega] \quad (4.13)$$

Ampérmetr měří v tomto zapojení přímo proud tekoucí zátěží  $I_X$ , voltmetr však neměří pouze úbytek napětí na měřeném rezistoru, ale součet úbytků  $U$  napětí na ampérmetru a na zátěži:

$$U = U_X + U_A \quad [\text{V}] \quad (4.14)$$

Tedy:

$$R_X = \frac{U - U_A}{I_X} \quad [\Omega] \quad (4.15)$$

Pro úbytek napětí na ampérmetru  $U_A$  platí:

$$U_A = R_A \cdot I_X, \quad [\text{V}] \quad (4.16)$$

kde:  $R_A$  ... vnitřní odpor ampérmetru pro zvolený rozsah.  $[\Omega]$

Pro velikost měřeného odporu tedy můžeme psát výsledný vztah:

$$R_X = \frac{U - R_A \cdot I_X}{I_X} = \frac{U}{I_X} - R_A \quad [\Omega] \quad (4.17)$$

Pokud bychom počítali velikost odporu  $R_X$  z hodnot měřených voltmetrem a ampérmetrem, dopustili bychom se tedy i v tomto případě určité metodické chyby.



Absolutní chyby  $\Delta_U, \Delta_I$  měřených veličin jsou:

$$\Delta_U = U - U_X = U_A, \quad (4.18)$$

$$\Delta_I = I_X - I_X = 0. \quad (4.19)$$

Relativní chyby  $\delta_U, \delta_I$  měřených veličin jsou:

$$\delta_U = \frac{\Delta_U}{U_X} \cdot 100 = \frac{U_A}{U_X} \cdot 100, \quad (4.20)$$

$$\delta_I = \frac{\Delta_I}{I_X} = 0. \quad (4.21)$$

Chyba metody  $\delta_R$  je dána i v tomto případě součtem relativních chyb měření proudu a napětí, platí tedy:

$$\delta_R = |\delta_U| + |\delta_I| = \frac{U_A}{U_X} \cdot 100. \quad (4.22)$$

Dosadíme-li za napětí  $U_A$  a  $U_X$ , dostaneme  $\delta_R$ :

$$\delta_R = \frac{R_A I_X}{R_X I_X} \cdot 100. \quad (4.23)$$

Z odvozeného vztahu pro velikost chyby metody vyplývá, že čím bude mít měřený odpor  $R_X$  větší hodnotu, tím bude chyba měření menší a měření bude a přesnější. Budeme-li chtít dosáhnou chyby měření 0.1 %, bude muset platit:

$$R_X > 1000 R_A. \quad (4.24)$$

Metoda je tedy vhodná pro měření velkých odporů. Je-li  $R_X$  značně větší než odpor ampérmetru  $R_A$ , lze  $\delta_R$  zanedbat a velikost odporu přímo počítat z naměřených hodnot napětí a proudu.

## 4.2 Můstkové metody měření odporu

U výchylkových měřících metod odporů je výsledek měření (kromě metody substituční, která v této práci není uvedena) ovlivněn přesností použitých měřících přístrojů. U můstkových metod se měřící ústrojí (obvykle galvanometr) používá pouze k indikaci stavu můstku. Při měření činného výkonu pomocí můstkové metody dosahujeme přesnosti až 0,01 %. Tento způsob měření je náročnější a proto se používá především pro přesná laboratorní měření. Používají se dva typy zapojení - Wheatstonův a Thomsonův můstek.

### 4.2.1 Wheatstonův můstek

Tento můstek je vhodný k měření odporů v rozsahu  $10^{-1}$  až  $10^6$  ( $\Omega$ ) s chybou 0,01 % u laboratorních můstků a 1 % u můstků technických. Nulový indikátor bývá nahrazen analogovým nebo číslicovým voltmetrem. Je tvořen čtyřmi rezistory a citlivým nulovým indikátorem (galvanometrem). Napájen může

být ze zdroje napětí nebo proudu. Pokud je můstek vyvážen, jsou úbytky napětí v sousedních dvojicích větví můstku shodné velikosti, současně galvanometrem neteče proud.

$$\begin{aligned} I_G &= 0 & I_1 &= I_2 & I_3 &= I_4 & [\text{A}] \\ U_1 &= U_3 & U_G &= 0 & U_2 &= U_4 & [\text{V}] \end{aligned}$$

S pomocí Ohmova zákona můžeme vyjádřit:

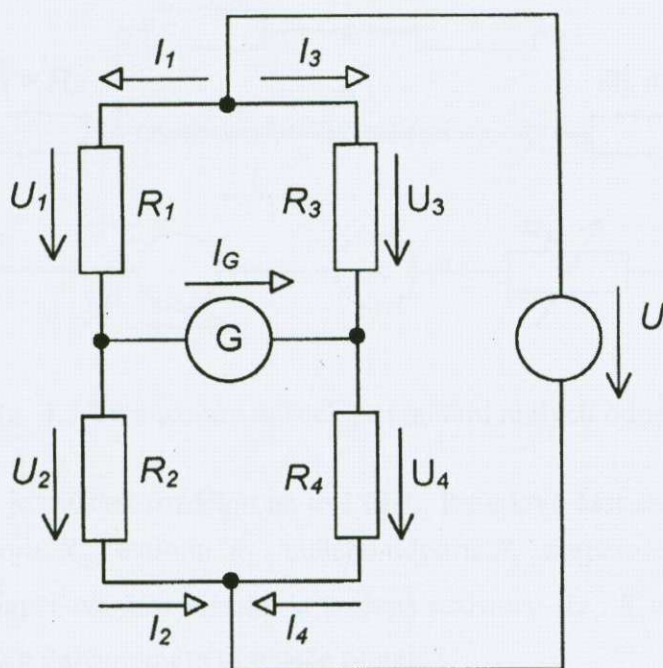
$$R_1 \cdot I_1 = R_3 \cdot I_3, \quad [\text{V}] \quad (4.25)$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + R_2}, \quad I_3 = \frac{U}{R_3 + R_4}, \quad [\text{A}] \quad (4.26)$$

$$R_1 \cdot \frac{U}{R_1 + R_2} = R_3 \cdot \frac{U}{R_3 + R_4}. \quad [\Omega] \quad (4.27)$$

Ze vztahu můžeme vyjádřit podmínku rovnováhy můstku:

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3. \quad [\Omega] \quad (4.28)$$



Obr. 4.4 Wheatstonův můstek

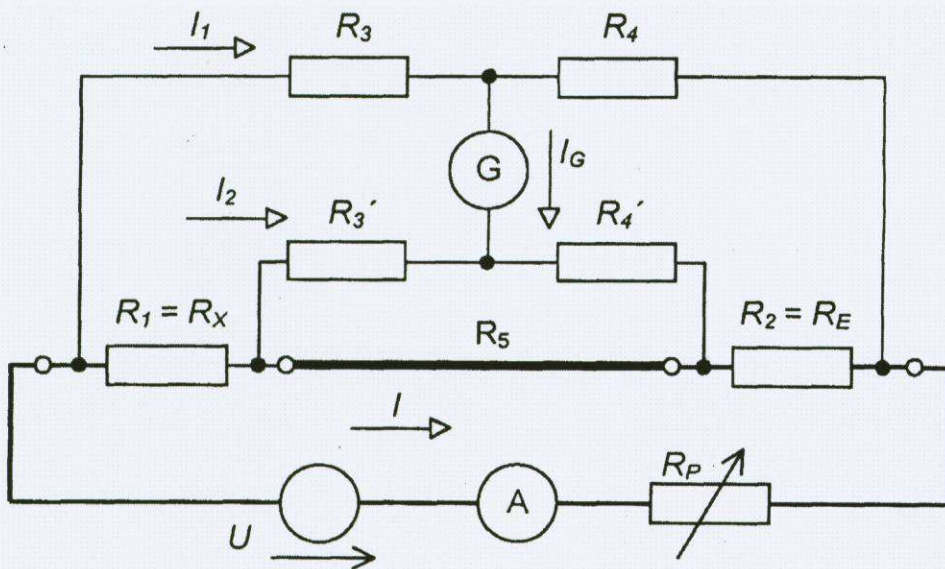
Rezistor  $R_1$  obvykle nahrazujeme měření rezistorem  $R_x$ , jeho velikost pak můžeme vypočítat ze vztahu:

$$R_x = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}. \quad [\Omega] \quad (4.29)$$

Můstek vyvažujeme pomocí rezistoru  $R_2$ , obvykle odporové dekády. Rezistory  $R_3$  a  $R_4$  bývají realizovány jako etalony odporu. Jejich poměr volíme v dekadických hodnotách. Tento poměr určuje měřící rozsah můstku.

#### 4.2.2 Thomsonův můstek

Whatstonův můstek nelze použít pro měření malých a velmi malých odporů, neboť odpory přívodů a přechodové odpory svorek mohou způsobit značné chyby měření. Malé odpory se musí měřit čtyřsvorkově. K tomuto měření je určen dvojitý Thomsonův můstek, s kterým můžeme, v případě laboratorních můstků, měřit s přesností až 0,1 %, u technických s přesností 1 %.



Obr. 4.5 Thomsonův můstek pro měření malých odporů

Podle schématu je můstek rozdělen na dvě části. Proudová část se stává ze zdroje, měřeného rezistoru  $R_X$ , etalonu  $R_E$ , malého odporu  $R_5$ , ampérmetru s pomocným odporem  $R_P$ . Napěťová část můstku je tvořena rezistory  $R_3$ ,  $R_3'$  a  $R_4$ ,  $R_4'$ . Pokud je můstek vyvážen galvanometrem neteče proud.

$$I_G = 0 \quad [\text{A}]$$

$$U_G = 0 \quad [\text{V}]$$

Pro velikost odporu  $R_1$  měřeného Thomsonovým můstkem platí:

$$R_1 = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4} \quad [\Omega] \quad (4.30)$$

za podmínky:

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{R'_3}{R'_4} \quad [-] \quad (4.31)$$

Splnění této podmínky je dosaženo tím že rezistory  $R_3 = R'_3$  jsou realizovány jako dvojitá dekáda a odpory  $R_4 = R'_4$  jsou rezistory stejných hodnot. Pro přesnost můstku je nutné, aby odpor spojky  $R_5$  byl co nejmenší, nanejvýš roven  $R_1$ . Popsaným můstkem lze měřit malé odpory v rozmezí  $10^{-6}$  až  $1 \Omega$  s přesností 0,1 %.

## Závěr

Při vypracování bakalářské práce jsem se nesetkal s žádnými problémy, které by znesnadňovaly nebo sťažovaly její vypracování. K dané problematice bylo již vydáno značné množství publikací, z kterých jsem mohl čerpat. Dané téma jsem zpracoval do jedné ucelené přehledné publikace a dále jsem tuto publikaci zpracoval ve formátu HTML. Věřím, že pomůže dalším studentům k pochopení a zvládnutí dané problematiky.

## Seznam použité literatury

- [1] Haberle H. a kol.: *Průmyslová elektronika a informační technologie*, Europa - Sobotáles, Praha 2003, 80-86706-04-4
- [2] Vlček J.: *Měření elektrických veličin*, BEN, Praha 2000,
- [3] *Elektrotechnická měření*, BEN, Praha 2002, 80-7300-022-9
- [4] Gescheidtová E.: *Měření v elektrotechnice*, VUTIUM, Brno 2002, 80-214-1990-3
- [5] Slavík M.: *Měřicí přístrojová technika*, Vysoká škola strojní a textilní v Liberci, Liberec 1994, 80-7083-146-4
- [6] Bejček J. a kol.: *Měření v elektrotechnice*, Vysoké učení technické v Brně
- [7] Bezoušek P. a kol.: *Elektrotechnika*, Univerzita Pardubice dopravní fakulta Jana Penera, Pardubice 2003, 80-7194-621-6
- [8] Čejka M.: *Elektrotechnické měřicí systémy*, Vysoké učení technické v Brně, Brno 2002

## Internetové stránky

- [9] <http://www.a4.webzdarma.cz>
- [10] <http://www.sweb.cz/jjohnyk/elektrotechnika>
- [11] [http://www.sous.cz/struna/info\\_em1.htm#em302](http://www.sous.cz/struna/info_em1.htm#em302)