

Jihočeská univerzita v českých Budějovicích  
Pedagogická fakulta



Návrh metodické příručky  
ke geometrickému náčrtníku Geone<sub>xt</sub>

Diplomová práce

David Kubů

České Budějovice, duben 2006

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval.



V Českých Budějovicích 2006

Děkuji své vedoucí diplomové práce paní RNDr. Heleně Binterové, Ph.D. za odborné vedení, trpělivost a cenné rady při vypracování diplomové práce.

Děkuji panu Mgr. Miroslavu Kůsovi, řediteli ZŠ L. Kuby za podporu a poskytnutí technického zázemí.

## Anotace

Diplomová práce se skládá ze pěti částí. První část je teoretická, zamýšlel jsem se nad výukou geometrie podporovanou počítačem. V druhé části uvádím důvody, které mě vedly k výběru programu Geonext. Třetí část popisuje mé první pokusy učit pomocí programu Geonext. Čtvrtá část je věnována popisu manuálu a uvádím zde mé zkušenosti při práci s programem Geonext. Poslední část jsem věnoval experimentálnímu vyučování s využitím manuálu. Popisuji zkušenosti získané při výuce žáků šestých a sedmých ročníků na ZŠ L. Kuby v Českých Budějovicích.

Zájem vytvořit manuál ke geometrickému náčrtníku Geonext byl podnícen hlavně díky předmětu *Využití výpočetní techniky při výuce matematiky* a *Didaktika matematiky* a s nimi spojenými semináři na naší fakultě. Program Geonext mě zaujal svým grafickým zpracováním a intuitivním ovládáním. Možnosti programu mě vedly k myšlence využití geometrického náčrtníku při výuce na ZŠ.

## Obsah

1.	Úvod.....	7
2.	Didaktické zásady .....	8
	2.1 Motivace.....	8
	2.2 Umíme se učit?.....	9
	2.3 Učení je dřina .....	10
	2.4 Jak na tento problém?.....	11
	2.5 Heuristická metoda.....	11
3.	Geometrie .....	13
	3.1 Prameny geometrie.....	13
4.	Počítačem podporovaná výuka .....	15
	4.1 Přínos počítačů pro výuku a učení .....	15
	4.2 Využití počítače ve výuce .....	16
	4.3 Výuka v počítačové učebně .....	16
	4.4 Přístupy učitelů k výuce .....	17
	4.5 Výuka s využitím jednoho počítačem .....	17
5.	Proč jsem si vybral Geonext ?.....	18
	5.1 Indoš.....	18
	5.2 Dotazníky .....	18
	5.3 Vybavení počítačových učeben .....	19
	5.4 Učitelé .....	20
	5.5 Školení .....	20
	5.6 Geonext .....	21
6.	Manuál.....	22
	6.1 Instalace.....	22
	6.2 Prostředí programu.....	23
	6.3 Konstrukční úlohy .....	24
	6.4 Použití v praxi .....	25
7.	Experiment .....	26
	7.1 Mikroexperiment.....	27
	7.1.1 Motivace – úloha s názvem Motýl.....	28
	7.1.2 Mnohoúhelníky – souměrnost, osy souměrnosti.....	30
	7.1.3 Zavedení osově souměrnosti - příklad $\triangle ABC, EFG$ .....	32

7.1.5 Opakování a upevňování poznatků .....	36
7.1.6 Konstrukce osově souměrnosti v programu Geonext .....	37
7.1.10 Poznámky žáků .....	42
7.1.11 Závěr .....	44
7.2 Projekt experimentu .....	45
7.2.1 Vymezení zkoumané problematiky .....	45
7.2.2 Zhodnocení dosavadních poznatků .....	45
7.2.3 Stanovení hypotézy, cíle a výstupu experimentu .....	46
7.2.3.1 Hypotéza .....	46
7.2.3.2 Cíl .....	46
7.2.3.3 Výstup .....	46
7.2.4 Popis metod a charakteristika skupiny respondentů .....	47
7.2.5 Časový harmonogram experimentu .....	47
7.2.6 Organizační a materiální zabezpečení experimentu .....	47
7.2.7 Způsob využití a publikování výsledků experimentu .....	47
7.3 Protokol .....	48
7.3.1 Záznam přípravy experimentu .....	48
7.3.3 První postřehy .....	57
7.3.4 Závěr .....	57
8. Webové stránky .....	58
9. Závěr .....	59
10. Literatura .....	60

# 1. Úvod

Ve své práci jsem se snažil uplatnit mé znalosti práce s programem a vytvořit manuál, který bude žákům i učitelům pomáhat při výuce matematiky na druhém stupni ZŠ. Respektive výuce geometrie pomocí dynamického programu Geonext. Jednotlivé části jsem se snažil zpracovat do podoby, která je žákům co nejsrozumitelnější. Zároveň jsem chtěl žáky i učitele motivovat k použití dynamické konstrukce při výuce geometrie a s tím spjaté využití počítače ve výuce matematiky.

Pokud výuka probíhá na počítači, který je sám o sobě již motivačním faktorem pro žáky. Dochází ihned k několika změnám ve vyučovacím procesu. Žáci mohou pracovat samostatně a mají sklony k objevování všeho nového. Výuka již nemusí být nutně frontálního charakteru, ale je možné se žákům věnovat individuálně. S tím jde ruku v ruce možnost žáků pracovat podle vlastního tempa, které jim nejvíce vyhovuje. Dalším někdy opomínaným faktorem je, že pokud žáci řeší danou úlohu pomocí počítače, věnují jí více času než při rýsování na papíře. Hraje zde významnou roli program, kde pokud se žák dopustí konstrukční chyby, je možno vrátit se o libovolný počet kroků zpět v konstrukci. Následně chybu opravit a celý příklad úspěšně dorýsovat. Při práci na počítači může vyniknout i žák, který je při klasické výuce průměrný či podprůměrný.

Žáky je nutné neustále motivovat. Proto jsem se rozhodl uvést v části pro učitele příklady, které se mi při výuce velmi osvědčily. Pokud žák pracuje z vlastní iniciativy a s chutí, jistě dosáhne lepších výsledků než jeho spolužáci, kteří pracují jen z donucení. Snažil jsem se používat úlohy, které odpovídají znalostem žáků z geometrie na druhém stupni a upevňují jejich vědomosti.

Pokud se žáci naučí program ovládat a používat jednotlivé konstrukční nástroje, je možné použít dynamickou konstrukci nejenom ve škole, ale i doma. Doufám, že se manuál stane vítaným pomocníkem a usnadní využívání dynamické konstrukce na našich základních školách.

## 2. Didaktické zásady

Má práce se týká hlavně využití IT v praxi, ve výchovně vzdělávacím procesu. Ve výuce se musíme držet určitých tzv. didaktických zásad, které v ucelené formě formuloval již J. A. Komenský. Na ukázkou uvádím některé z nich:

Jan Ámos Komenský: Analytická didaktika, 10. kapitola knihy „Nejnovější metoda jazyková“, obsahuje 187 axiomů – pravidel ke správnému vyučování a úvah o správném vyučování, například:

- Žáku náleží práce, učiteli její řízení.
- Co se má dělat, ukazujeme nejlépe tím, že to sami děláme. V souboru věcí, které se mají žáci učit, musíme vždy začínat snadnějšími a postupovat k nesnadnějším.
- Všeho se máme zmocňovati tolika smysly, kolika jen možno.
- Nejvíce se musíme vystříhati znechucení, neboť to je nejzřejmější jed při učení.
- Všem se uč pro užití.
- Každý žák necht' si navykne vystupovat zároveň jako učitel atd.

Uplatňování didaktických zásad (principů) je podmínkou efektivního vyučování.

### 2.1 Motivace

Ano, učení je dřina a zabírá náš čas, energii a často i peníze. To všechno známe dobře ze školy, i tu vnucovanou učební disciplinu a pocity mučené oběti, když je kázeň prosazována na nás. Netvrdím, že kázeň není nutná, ale rozhodně sama nestačí. Kde nám zůstala Komenského "škola hrou", pro kterou ho zná celý svět? Ne, nejde o to udělat učení zajímavé či napínavé, jako třeba jsou některé filmy, mluvím o něčem jiném, o tak zvané motivaci. To je jediná síla, která nás může nejen nastartovat, ale i udržet v pohybu.



Dítě chce poznávat věci, které se objevují kolem něho, je zvědavé. Motivace je pro žáka velice důležitá. Ve vyučování se stále častěji prosazuje koncept „školy hrou“- ta by měla využívat spontánnost dětí a z toho plynoucí úsilí, aby žáci vyřešili daný problém.

Motivace je sice podmínka nutná, ale rozhodně ne postačující. Učíme se tím, že studiem nabýváme teoretické znalosti a zkušenosti pak získáváme jejich aplikací v praxi. To abychom nejen "znali", ale také "uměli", protože obojího je stejně potřeba. Já s oblibou říkám, že znalost bez zkušenosti je jako automobil bez volantu a zkušenost bez znalosti je jako volant bez automobilu. Vědět, že za takových a takových podmínek se něco stane, ale nevědět proč se to stane, nám většinou nemůže stačit. Nezáskáme totiž informaci, jak něčemu zabránit. Případně, jak chyby opravit a už vůbec ne, jak chyby využít k něčemu smysluplnému. Je třeba se vrátit k teorii a najít ty pravé příčiny.

Údajné příčiny pak musíme ještě otestovat v praxi, případně, když se přitom vyskytnou nové problémy, zpracovat je zase nejprve teoreticky a pak prakticky vyzkoušet. Je to prostě nekonečný běh v kruhu. U počítače se tomu říká iterace a tu, která vede k řešení, pak nazývají hezkým slovem "sbíhavá".

## **2.2 Umíme se učit?**

Tato otázka se může leckomu zdát zbytečná, jenže každodenní zkušenost nás přesvědčuje o dvojitě opak. Ne, není zbytečná a ne, učit se většinou opravdu neumíme.

Vzhledem k tomu, že se rodíme vcelku nevinní a "nezkažení věděním", musíme se, už od začátku, učit vše, co později potřebujeme k našemu životu. Často ovšem i to, co potřebujeme jen nepřímo a někdy i to, co vůbec nepotřebujeme.

Nejprve se učíme většinou povinně, hlavně ve škole. Teprve později i dobrovolně, míněno z naší iniciativy, pokud chceme zůstat "na úrovni" či případně ještě "růst".

## 2.3 Učení je dřina

Proč se nestačíme učit tak, jak bychom měli nebo dokonce chtěli? V tom je problém, učení je totiž dřina a zabírá náš čas, energii a často i peníze. Proto chceme v naší uspěchané době opravdu správně investovat čas a prostředky. Jindy se snažíme vymlouvat, že v učení "nevidíme žádný účel". Jistě, všichni bychom raději dělali něco jiného, co nás více zajímá nebo alespoň neunavuje naše mozkové závity. Řečeno lidově, nemáme na to "chut' ". Učení je opravdu jedna z nejtěžších prací – ano prací, vytváříme přece v našem mozku nové hodnoty. Mozek se, jak známo, "unaví" rychleji než svaly.

Na rozdíl od svalů netrpí mozek nedostatkem energie, ale zato vyžaduje pro učení plné soustředění, uvažování několika věcí najednou, organizování myšlenek, užívání logiky, usuzování a také dlouhodobé zatěžování paměti. Jedním slovem, chce to vše, co je potřeba k myšlení. Jak si dále ukážeme, není to zdaleka vše.

Správné učení (se) je tedy mentální činnost, která plně využívá energie a inteligenčních schopností toho, kdo se učí. Na rozdíl od jiných činností, ale také musíme často překonávat odpor k učení. Řekli bychom jakousi "setrvačnost" v nevědomosti. To lze docílit jen tak, že se dotyčná osoba naučí celý proces řídit sama, prostě se ujme vedení.

Je znám fakt, že děti rok od roku stále méně rády chodí do školy, právě pro nezájem o učení, strachu z neoblíbených předmětů a svého neúspěchu. Na konci prázdnin se na školu těší snad jen prvňáčci. Škola je „práce“ dětí, trvajících hodně hodin denně. Zkusme to přirovnat k dospělým, kteří chodí neradi do práce.

Můžeme od nich čekat dobré výsledky?

A co radost z práce, obejdeme se bez ní?

Jako dospělí, tak i děti si pak vyhledávají různé "náhražky". U dětí může dojít třeba až k šikaně, kterou si některé z nich „zpříjemňují“ školu.

## 2.4 Jak na tento problém?

Především učinit školu zajímavější, přizpůsobit učení dnešním požadavkům a preferovat u dětí a studentů jejich vlastní tvořivou práci. Všechny průzkumy ukazují, že k nezajímavým a obávaným předmětům se řadí právě matematika.

## 2.5 Heuristická metoda

Při použití heuristické metody žák prochází, zčásti za vedení učitele a zčásti samostatně, procesem objevování poznatku.

V použití heuristické metody je základním principem snaha vyučovat matematiku tak, aby žáci byli aktivními činiteli v procesu poznávání. Aby se ve škole alespoň částečně vrátili k tomu, co dělali jako malé děti – pomocí vlastní aktivity objevovat svět kolem sebe, nebýt pouze objektem vyučování. Jsem přesvědčen o tom, že výuka matematiky podporovaná počítačem, je výborná pro využití heuristické metody ve vyučování. Dětem se předvede problém a řekne se: „snaž se sám přijít na princip!“

Heuristická metoda je, jak ukazují dlouholeté a četné zkušenosti učitelů, velmi účinná, je-li ovšem dobře připravena a dobře provedena.

Učitel řídí proces objevování poznatků prostřednictvím otázek a instrukcí. Tím žákům tento proces rozděluje do větších či menších kroků, v nichž žáci pracují aktivně a samostatně. Délku a obtížnost kroků učitel volí v závislosti na věku a úrovni žáků, na jejich předchozí zkušenosti se samostatnou prací, na druhu učiva ap.

Vedeme žáky k tomu, aby si matematické principy a zákonitosti objevovali samy pomocí vlastních či demonstračních experimentů a řešení problémů. V průběhu diskuse mezi sebou, či s učitelem, vytvářejí vlastní hypotézy, obhajují je či zjišťují, v čem tyto hypotézy neodpovídají skutečnosti.

Poznávají také, že chyba je zcela normální a zákonitou součástí každého objevování, a tedy není nutné se za ni stydět. Při běžné výuce se žáci ve škole často bojí projevit svůj názor, zvláště pokud si s ním nejsou jisti, neboť očekávají negativní, posměšnou či odsuzující reakci spolužáků (a bohužel někdy i učitele). Počítač, lépe řečeno interaktivní program, jim pomůže při řešení a mnohdy i odhalí chyby, které by při běžném vyučování učitel neodhalil.

Úkoly, které žáci dostávají k samostatnému zpracování, musí být žákům zcela jasné a srozumitelné. Velká většina žáků musí být schopna úkoly splnit (žáci musí mít všechny vědomosti a dovednosti potřebné k jejich zvládnutí), aniž by na druhé straně tyto úkoly byly tak jednoduché, že by mnoho žáků znalo odpověď předem, bez podílu vlastní práce.

Mění se přitom i role učitele. Ten se stává spíše režisérem. Není již tím, kdo stojí u tabule a sděluje dětem moudra. O to je samozřejmě jeho role obtížnější. Musí být na výuku velmi dobře připraven. Musí mít v hlavě celou „mapu krajiny“, po které se s dětmi pohybuje, neboť nikdy neví, kudy se bude ubírat myšlení dětí, po které „cestičce k poznání“ se děti vydají.

Učitel musí být schopen sledovat práci žáků, poznat, kdy si neví rady, či octnou-li se ve slepé uličce, ve které nedokáží rozpoznat svoji chybu a vrátit se ke správnému postupu. Učitel v takovém případě řídí práci žáků dodatečnými otázkami či instrukcemi. Na druhé straně je třeba žákům nechat na zvládnutí otázky či úkolu dostatek času, "nepopostrkovat" je dodatečnými otázkami tam, kde jsou schopni práci samostatně zvládnout.

My bychom měli učit geometrii zajímavě a logicky na příkladech ze života. K motivaci dětí jsem využil právě příklady z běžného života. Všichni žijeme v souladu s přírodou. Děti si to mnohdy neuvědomují, ale kolem nás je spousta matematických zákonitostí a problému, na jejichž otázky odpovídá právě matematika.

## 3. Geometrie

### 3.1 Prameny geometrie

Prameny geometrie popisuje Hejný [1].

První geometrické zkušenosti začali lidé získávat při praktických činnostech. Při stavbě obydlí, zhotovování nástrojů, zbraní nebo oděvů, při orientaci v náročném terénu. Geometrické znalosti Mezopotámie a Egypta dovolovali realizovat náročné stavební práce (zavlažovací kanály, opevnění, pyramidy), stavět lodě a vozy. Zhotovovat různé nástroje, vyměřovat obsah polí nebo vytesat z kamenného kvádrů sfingu. Hvězdáři uměli na základě pohybu planet zhotovit kalendář a určovat místa na Zemi.

Základem poznání geometrie byly zkušenosti, které získal člověk mnohonásobným opakováním činnosti rukou, očí a dovedností. Opakovaná činnost je základem poznání.

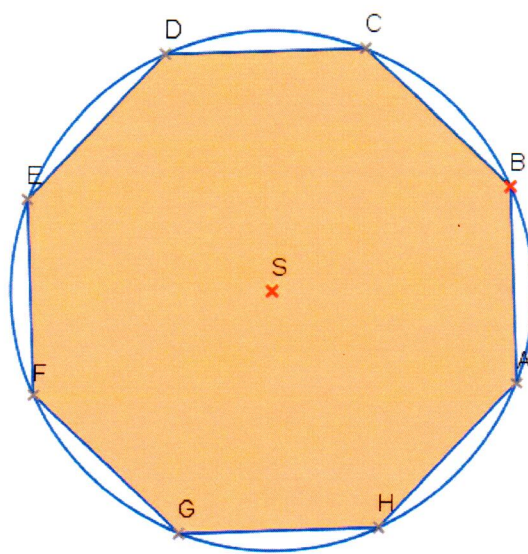
Základy matematického myšlení byly položeny okolo roku 300 př. n. l. Hlavní příčinou byla touha pochopit a ovládnout kosmické dění. Objevitelská činnost začala formovat psychiku člověka. Už v dávných dobách bylo jasné, že geometrie naučila lidi myslet. To platí stále. V našich školách se tento moudrý citát nevyužívá. Geometrie je ve škole pramálo, ačkoli by, především v nižších třídách, měla vládnout matematice. Často, když nezbývá čas v důsledku nějakého časového narušení výuky, vynechává se právě geometrie.

Geometrie je velmi důležitá pro další disciplíny, představivost a tvořivost. Vědomosti se lépe zafixují, pokud jsou podpořeny grafickou představou. Ve vyšších třídách, a především na vysoké škole, je velmi častý výrok studentů "nemám prostorovou představivost". Má to být obhajoba, proč to nebo ono student nezvládá. Je to jasný důkaz toho, že se to nenaučil, neboť prostorové představivosti se dá naučit. Začít se musí už v první třídě ZŠ. Prostorová představivost usnadní žákům studium na každém typu školy, ZŠ, nebo na vysoké škole. Způsoby zlepšení výuky

mohou být různé. Od kreslení od ruky až po užití interaktivních počítačových programů.

Geometrie - jednoduchá s kreslením rozborů, i ta složitější s přesnými konstrukčními prvky, se musí stát důležitou součástí matematiky. Ne jenom jejím doplňkem, jak je často chápána. Děti potřebují k učení ten správný impuls, aby dokázaly porozumět a vytvořit práci, ze které by měly radost. Tento impuls snadno vytvoříme, pokud si ke své práci vezmeme pomocníka – počítač.

Dnešní mládež bere techniku jako samozřejmost a práce na PC je baví. Většina žáků má počítač doma a je připojena k internetu. Pro žáky není problém stáhnout si a nainstalovat jednoduchý program. Program jim usnadní a mnohdy i urychlí práci, pokud se s ním naučí dobře pracovat. Když totiž mají z činnosti vnitřní prožitek, věc a látku si lépe zapamatují.



Obrázek 1: Osmiúhelník

## 4. Počítačem podporovaná výuka

Jak počítače vnímáme a jak je využít ve výuce popisuje Černochová [2].

Pro část učitelů se stalo samozřejmostí používat počítač při své každodenní práci a s dětmi už dosáhli zajímavých výsledků. Mnoho dětí však chápe počítač jen jako elektronickou hračku. Ne všichni rodiče, ale i učitelé tuší, co vše se dá na počítači dělat. Přitom mnozí učitelé bez ohledu na věk a svou aprobaci mají odvalu vyučovat nově a rádi by začali počítače smysluplně využívat při své práci. Počítače se stávají stále více samozřejmostí ve škole i doma, a tak bychom se rádi spolu se čtenáři zamysleli nad tím, jak by děti ve společnosti počítače mohly trávit tvůrčím způsobem a užitečně svůj volný čas.

### 4.1 Přínos počítačů pro výuku a učení

Abychom byli připraveni na výukové aplikace počítačových systémů, na život s počítačem doma v rodinách s dětmi, uvádíme některé dosavadní zkušenosti a poznatky a vliv počítačů na výchovu, výuku a učení.

Počítače vytvářejí spolehlivé a přitažlivé prostředí pro učení, které dětem nevyhrožuje ani neubližuje, naopak je láká a přitahuje.

Děti mohou při práci s počítačem o problému přemýšlet, nemusejí mít strach, že se před třídou zesměšní. Počítače nejsou netrpělivé jako řada učitelů, nevysmívají se žakovu úsilí, což rádi činí někteří spolužáci. Počítače mohou pomoci i žákům, kteří nemají dobrou paměť a dlouho neudrží pozornost, poskytují jim pozitivní zpětnou vazbu, mohou jim i poradit při řešení úkolu.

Počítačové systémy respektují individuální požadavky žáka, jeho tempo učení a dovednosti. Každý člověk se učí různým způsobem a odlišným tempem. Dobří učitelé se snaží nalézat metody, jak srozumitelně učební látku vysvětlit různým žákům. A to není vůbec jednoduché! Počítač však může pracovat rychlostí

vyhovující potřebám žáka, dovoluje mu vrátit se\_ zpět a žádá po něm vysvětlení, dovoluje mu začít a končit práci v různých místech, může mu dát okamžitě zpětnou vazbu. Počítač mohou používat i handicapovaní žáci.

Děti, které učení nebaví, se díky počítačům mohou pro učení nadchnout, a to může přispět k jejich školnímu úspěchu. Sledování informací na počítači vyvolá u dětí větší zájem o učení a příjemné zážitky z vyučování.

Prostředky výpočetní techniky se v posledních letech staly jedním z nejvýraznějších symbolů technického pokroku. Rozhodujícím procesem se stala elektronizace a miniaturizace, která je perspektivním faktorem současné etapy vědeckotechnického pokroku. Vzhledem k tomu, že rozvoj výpočetní techniky a rozvoj elektronizace jsou v hospodářsky vyspělých státech mimořádné dynamické, je nutné, připravit dnešní mladou generaci na její každodenní využívání.

## **4.2 Využití počítače ve výuce**

Výuka s počítači může probíhat v počítačové učebně nebo v běžné učebně vybavené aspoň jedním počítačem. Učitel si také může přinést do třídy notebook a přenosný dataprojektor s plátnem. Tato možnost se dá použít zejména v případě kdy je ve stejnou hodinu obsazena učebna informatiky a je vhodné zařadit názornou ukázkou na PC. Ukázka může sloužit jako prvek motivační, nebo pro lepší vhled do problému.

## **4.3 Výuka v počítačové učebně**

Počítačovou učebnu zpravidla spravuje některý z učitelů. Při práci v počítačové učebně je zapotřebí počítat s tím, že mohou nastat zcela nečekané momenty: děti budou potřebovat různou pomoc, radu, pokyn. Učitel by měl mít připraveno několik variant úkolů, promyslet organizaci výuky, měl by být připraven na to, že různé děti se budou potýkat s rozdílnými problémy.



#### **4.4 Přístupy učitelů k výuce**

Počítače v řadě našich škol už nejsou novinkou. Na školách se setkáváme s učiteli, kteří už mají bohaté zkušenosti s využíváním počítačů ve výuce a s úspěchem je využívají v různých etapách výuky a k různým účelům (při testování, při přípravě materiálů, ke zpracování dat, při tvorbě textů, prezentacích, k hledání informací, ke komunikaci atd.). Nezřídka učitelé kombinují výuku svého předmětu se základním poučením o principech činnosti počítačů a jejich obsluhy podle svých aktuálních znalostí a potřeb výuky.

Optimální situace nastává, když znalosti a dovednosti, jak pracovat s počítačem, získané v některých k tomu určených vyučovacích předmětech zaměřených na počítačové technologie, mohou žáci využívat v ostatních vyučovacích předmětech. To předpokládá, že i ostatní učitelé budou s počítačovými systémy umět zacházet a že vše okolo počítačů ve škole (jejich údržbu, obsluhu, výuku žáků v programování) bude přenecháno odborníkovi, zatímco ostatní učitelé budou s počítači učit svůj aprobační předmět. Učitelé jednotlivých předmětů by měli přijít do učebny k fungujícím počítačům, spustit uživatelský program a pracovat se svými žáky. K základní přípravě učitelů na výuku by tedy měla patřit školení, kurzy a semináře pro učitele zaměřené především na výměnu zkušeností s prací s programy užívanými v jejich oboru.

#### **4.5 Výuka s využitím jednoho počítačem**

Pokud není možné v hodinách matematiky pravidelně navštěvovat učebnu informatiky, je zde stále možnost jak využít dynamický program. Většina základních škol je vybavena jednou učebnou informatiky. Snahou vedení škol je vybavit učitele notebooky a přenosným dataprojektorem s plánem. Této kombinace se dá velmi dobře využít. Učitel si může doma na notebooku připravit motivační úlohy, nebo příklady na kterých je vhodné ukázat specifické možnosti konstrukce. Ve škole za pomoci dataprojektoru a plátna žákům zařadí do běžné výuky tyto předem připravené příklady. Situace na našich školách se jistě časem změní a nebude již problém navštěvovat učebnu informatiky i v jiných předmětech.

## 5. Proč jsem si vybral Geonext ?

### 5.1 Indoš

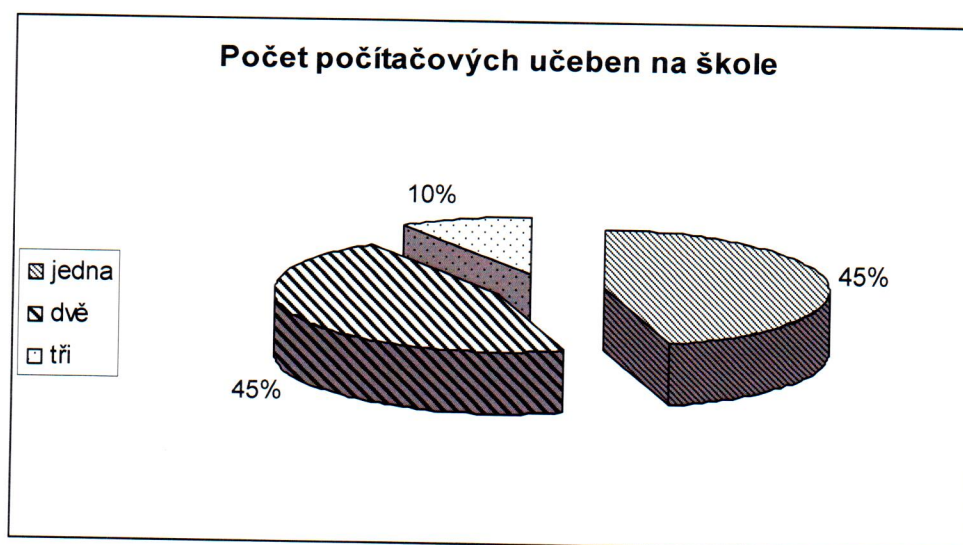
Ve školách proběhl v roce 2002 celorepublikový projekt INDOŠ - tedy Internet do škol. Pro mne, jako pro budoucího učitele na základní škole, to znamená jediné. Využít tohoto projektu a možností které poskytl školám. Dnes mají všechny školy počítačovou učebnu vybavenou stejnými počítači. Tento projekt je, byl, a vždy bude kontroverzní. Pro školy vždy znamenal pokrok. Školy již nejsou omezovány smlouvou a mohou si na počítače instalovat libovolný výukový software.

### 5.2 Dotazníky

Ještě než jsem se rozhodl využít Geonextu pro výuku na 2. stupni ZŠ, položil jsem si několik základních otázek a hledal na ně odpovědi pomocí dotazníků. Tento dotazník vyplňovali učitelé matematiky na 2. stupni v deseti českobudějovických základních školách (viz příloha). Velmi mě zajímalo, jaké mají školy zázemí, kolik mají učeben, jak jsou tyto učebny vybaveny, nejen po stránce počítačové (hardware), ale i programové (software). Zda lze v dnešní době využít stávající vybavení škol k výuce matematiky podporované počítači?

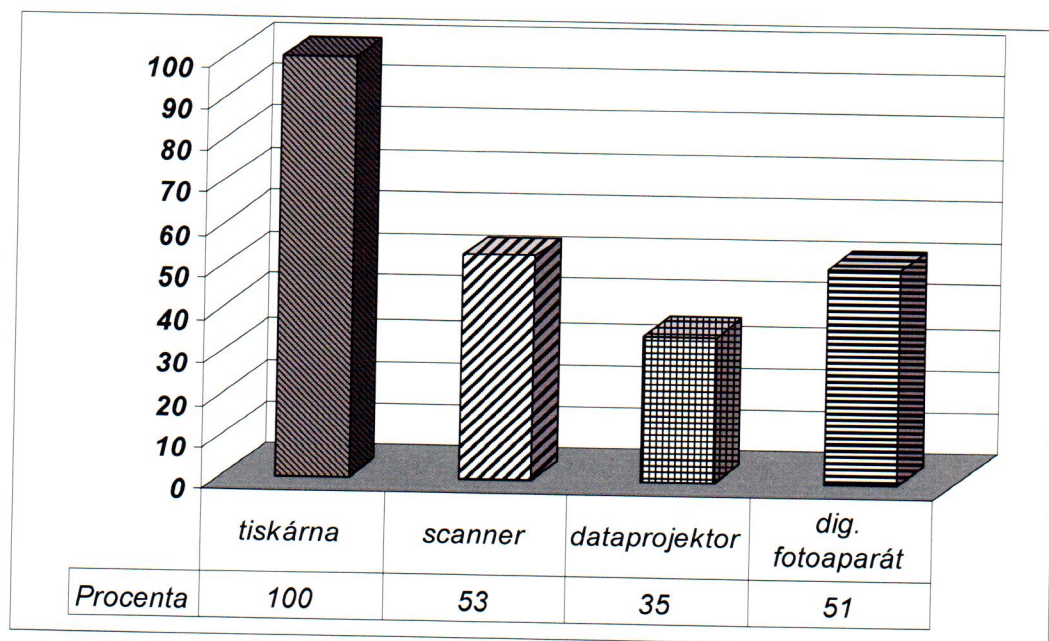
Následující grafy ukazují zjištěný stav k 1.4.2005

Počet PC učeben na škole



Z grafu vyplývá, že každá škola je vybavena minimálně jednou učebnou díky projektu INDOŠ. Školy se v dnešní době snaží rozšířit výuku informatiky, proto kromě této učebny zavádějí na školách ještě další počítačové učebny a rozšiřují výuku informatiky do nižších ročníků (6. – 9. ročník). Většina učeben je vybavena třinácti až šestnácti počítači. V dnešní době rozvoje IT některé školy vybavují počítačem i učebny odborných předmětů (fyzika, chemie, atd.).

### 5.3 Vybavení počítačových učeben

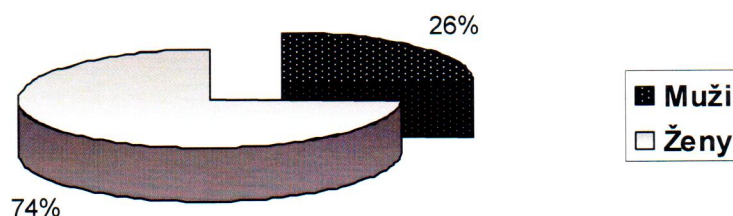


V dnešní době je zcela standardní, že každá učebna je vybavena tiskárnou, díky tomu si žáci mohou své práce odnést domů v tištěné podobě. Většina škol investovala peníze do zakoupení digitálního fotoaparátu a scanneru. Dalším velkým pomocníkem ve výuce se pomalu, ale jistě stává dataprojektor.

Snižování cen výpočetní techniky umožnilo školám nákup dataprojektorů a jejich umístění v PC učebnách. Práce s dataprojektorem je snadná, tento přístroj umožňuje všem žákům sledovat předváděné postupy práce a návody. Učitel už nemusí vysvětlovat problémy a ukazovat řešení jednotlivým žákům. Při použití dataprojektoru ve výuce se učivo stává názorným, co učitel vysvětluje, žáci okamžitě sledují na plátně (tabuli). Děti si látku lépe zapamatují, protože je spojena vizuální stránka se stránkou sluchovou. Některé školy vlastní přenosné dataprojektory a notebooky. Pro učitele není problém si připravit podklady pro vyučování na PC

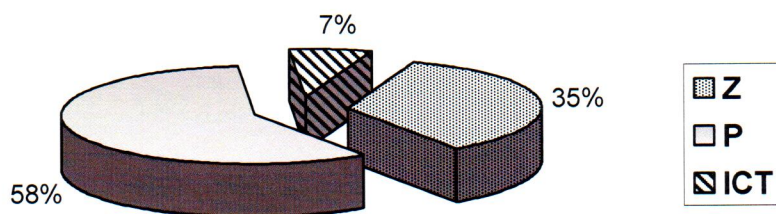
a začlenit počítač do běžné výuky. Pomocí dataprojektoru můžeme využít nepřehledného množství encyklopedií, výukových programů, CD i DVD a motivovat žáky.

## 5.4 Učitelé



Dlouholetým trendem ve školství je převaha žen nad muži, která je ve většině případů způsobena tím, že muž je ve společnosti vnímán jako živitel rodiny.

## 5.5 Školení

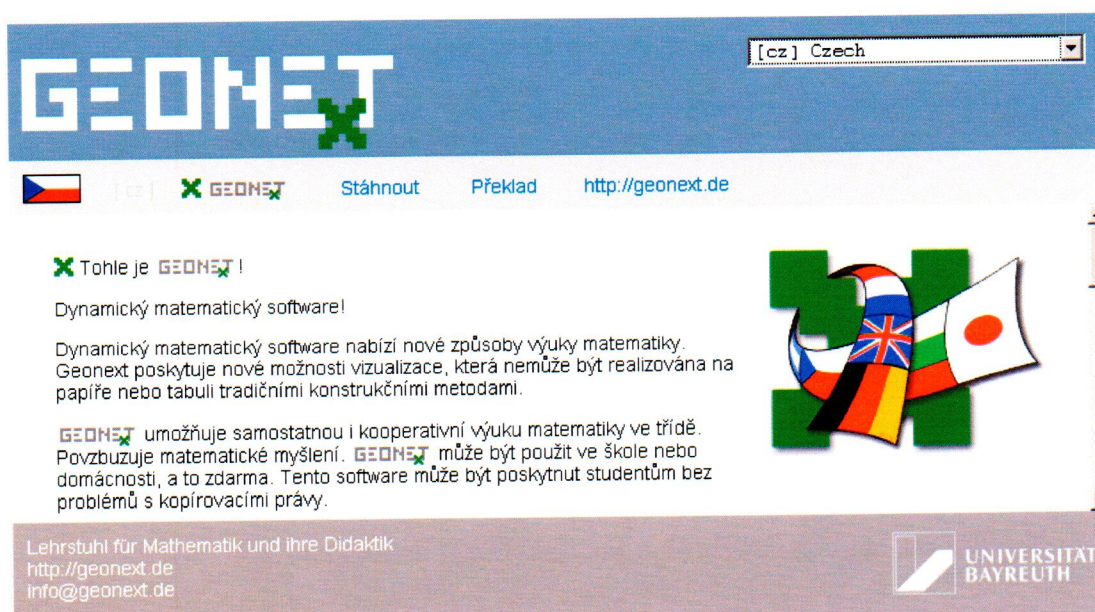


Státní informační politika ve vzdělávání nařizuje, že do roku 2010 by mělo 25% učitelů úspěšně absolvovat školení **Z** (základní uživatelské znalosti) a 75% školení **P** (vzdělávání poučených uživatelů). Samostatně stojí příprava **ICT** koordinátorů, kteří zastávají dvě základní role: roli správce infrastruktury a roli metodického poradce.

Na prvním stupni se často geometrie bere jenom okrajově a proto se stává pro hodně žáků obtížnou. Přemýšlel jsem nad způsobem, jak výuku geometrie zpříjemnit a také jak žáky motivovat k jejímu studiu. Jelikož je trendem dnešní doby využití výpočetní techniky ve školství, začal jsem se zajímat o programy, které by bylo možné využít při výuce. Důležité pro mě bylo, aby práci s programem zvládl i žák, který nemá specifické znalosti výpočetní techniky. Výuka podporovaná počítačem je pro žáky velmi motivující. Nejen prostředí v počítačové učebně, ale i práce na počítači je pro žáky zábavnější, což napomáhá tomu, že věnují dané úloze více času.

## 5.6 Geonext

Geonext mne zaujal již brzy po vydání první verze (pouze v německém jazyce) v prosinci 2002, kdy jsem jej našel na webových stránkách <http://geonext.uni-bayreuth.de/>. S postupem času a vývojem tohoto programu se objevila i česká verze, která přinesla mnoho výhod. Odbourala problém jazykové bariéry a umožnila využít tento program pro širokou veřejnost. Velkou výhodou programu Geonext je bezesporu to, že je zcela zdarma a může si jej nainstalovat nejenom škola, ale i žáci doma na svých počítačích. Pokud žák umí pracovat s myší a okny, zvládne i ovládání programu, což je bezesporu výhodné.



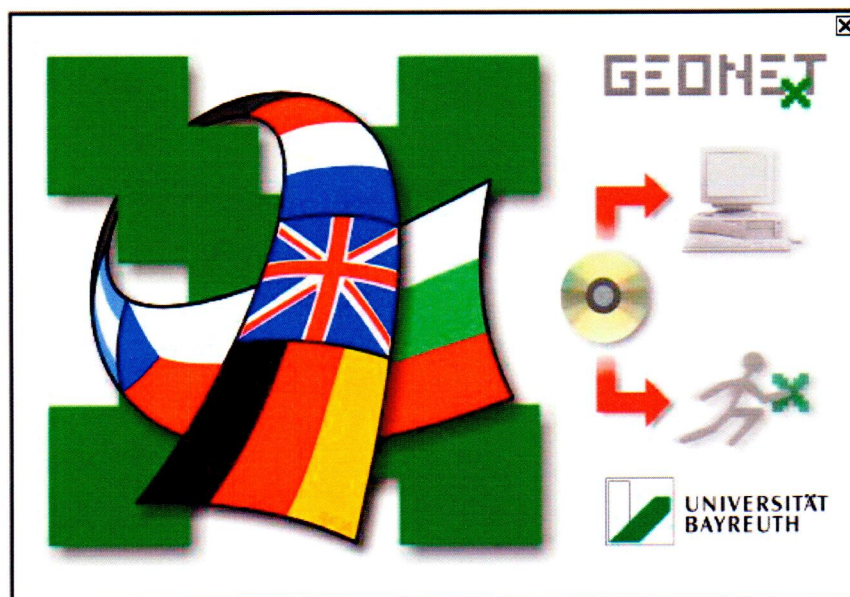
Obrázek 2: Webové stránky Geonextu

## 6. Manuál

Manuál je určen především žákům a učitelům na ZŠ. Při jeho vytváření jsem se snažil srozumitelnou formou přiblížit prostředí programu Geonext. Mým cílem bylo usnadnit výuku geometrie vyučujícím a hlavně žákům. Hlavní důraz je kladen na jednoduché a srozumitelné využití výpočetní techniky při výuce matematiky. Dalším hlediskem bylo, aby s manuálem mohl pracovat i žák, který nevyniká při práci s počítačem. o srozumitelný popis jednotlivých konstrukcí. Rozdělil jsem manuál do několika částí, tak aby byl srozumitelný začátečníkům ale i žákům, kteří se s výukou matematiky pomocí počítače setkávají poprvé, i pokročilým, kteří znají jiné výukové programy, např. Cabri. Manuál se skládá ze čtyř částí.

### 6.1 Instalace

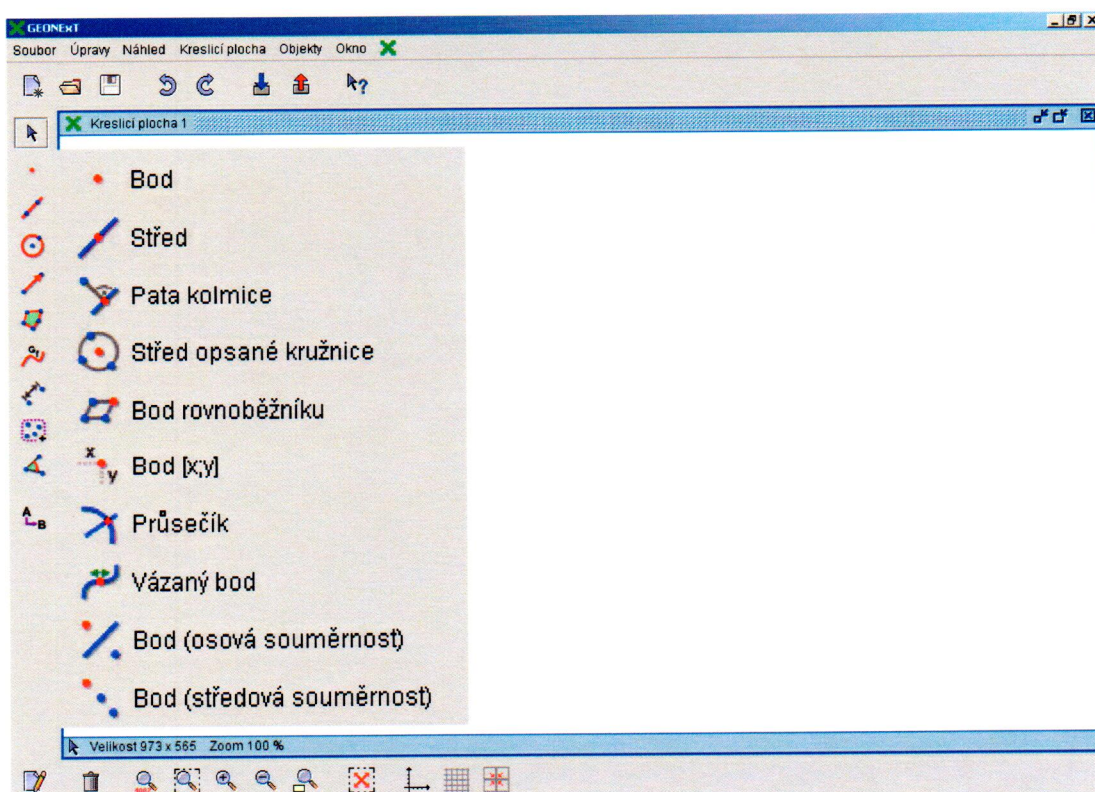
V první z nich je čtenář postupně, krok za krokem, proveden instalací programu, Popis instalace obsahuje názorné obrázky jednotlivých kroků, tak, aby instalaci zvládl i žák druhého stupně. Uvedl jsem i řešení problémů, ke kterým může dojít při instalaci programu.



Obrázek 3: Instalace z CD Geonextu

## 6.2 Prostředí programu

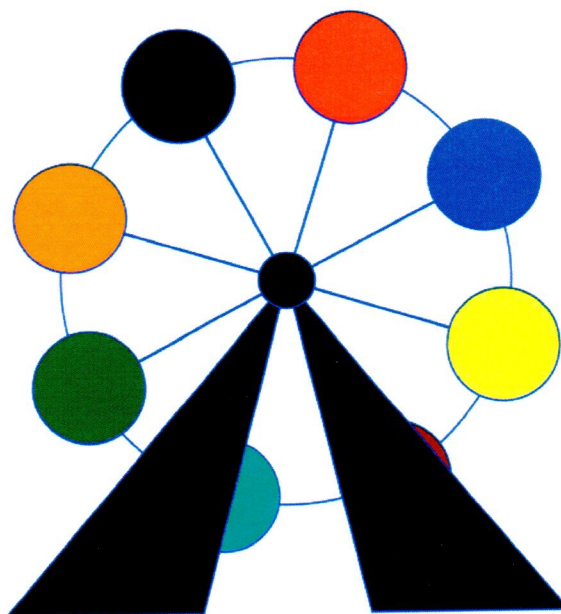
Druhá část manuálu seznámí čtenáře s prostředím programu Geonext a vysvětlí mu použití jednotlivých nástrojů. Nespornou výhodou je bezesporu české prostředí programu. Bohužel nápověda programu je pouze v německém jazyce. Proto jsem věnoval této části značnou pozornost. Konstrukční nástroje jsou popisovány tak, jak jsou v programu seskupeny do jednotlivých skupin. Snažil jsem se vysvětlit nejenom konstrukční nástroje, ale i další možnosti programu jako vlastnosti kreslicí plochy, export a další. V programu jsou nástroje seskupeny do logických skupin, čímž je usnadněna práce nejenom žáka, ale i učitele. Kládl jsem důraz na jednoduchost a srozumitelnost při popisu použití nástrojů. Tuto část bych doporučil více učitelům, než žákům. Pro žáky jsem připravil větší množství jednodušších úloh, kterým se budu věnovat v následující části.



Obrázek 4: Okno programu s rozbalenou nabídkou bodů

### 6.3 Konstrukční úlohy

Třetí část obsahuje příklady, pomocí kterých se žáci naučí pracovat s jednotlivými nástroji. Příklady jsou uspořádány od nejjednodušších až po nejsložitější. Je zde kladen důraz na postupné seznámení s nástroji a upevňování získaných dovedností. Pokud je v příkladu použit nový nástroj, je v popisu konstrukce krok za krokem vysvětleno jak nástroj správně použít. Následně pro lepší zapamatování, je tento nástroj použit i v následujícím příkladu. Příklady jsem se snažil vybírat tak, aby odpovídaly znalostem žáků na druhém stupni základní školy. Specifickou část tvoří příklady kde je využit pohyb bodu po úsečce, nebo kružnici. Tyto příklady umožňují sestavit jak klasické konstrukce, tak je zde možno využít tvořivosti žáků. Pro názornost přikládám obrázek ruského kola, který vytvořili žáci sedmého ročníku.

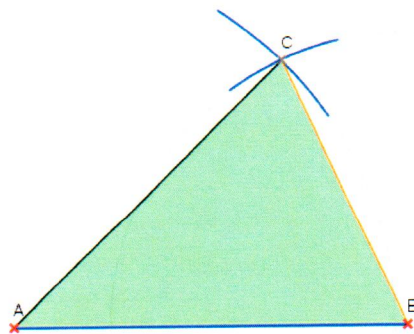
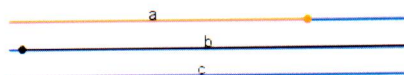


Obrázek 5: Ruské kolo



## 6.4 Použití v praxi

Poslední, tedy čtvrtá část, je věnována především učitelům. Jsou zde uvedeny příklady, které může vyučující použít například při zavádění nové látky, nebo k motivaci žáků. Většinu příkladů jsem použil v hodinách a žákům se velmi líbily. Ke každému příkladu uvádím, kdy je vhodné zařadit jej do výuky. Při vytváření příkladů jsem vycházel z toho, že žáci umí velmi brzy ovládat pohyb myši. Připravil jsem jim tedy úlohy, kde je využívána právě myš a její pohyb. Žáci mohou sami pohybovat jednotlivými body, obkreslovat danou předlohu nebo bodem pohybovat po posuvníku. Úlohy vždy měli za úkol také žáky pobavit a zaujmout. Při vytváření těchto příkladů mě z části inspirovali sami žáci svými nápady a pokusnými konstrukcemi. Z části jsem čerpal z literatury a z mé praxe.



Obrázek 6: Trojúhelníková nerovnost

## 7. Experiment

Kubínová, M.: Metodika experimentu. Vzdělávací program INICIATIVA, Praha 1995. ([3], str.54)

Obecně je experiment definován jako pokus, zkouška nebo nevyzkoušená činnost s nejistým výsledkem. A právě onen nejistý výsledek podle mého názoru mnoho učitelů odrazuje od toho, aby ve vyučování experimentovali, zkoušeli nové přístupy, pokoušeli se hledět na postavení žáka ve vyučování jinak než tradičně.

Příprava, realizace a vyhodnocení každého experimentu jsou intelektuálně náročné činnosti, předpokládají jisté předchozí (třeba i negativní) zkušenosti, časově i energeticky zatěžují učitele, ale na druhé straně umožňují učitelům proniknout pod povrch věcí, které se odehrávají ve vyučování, a hlouběji nahlédnout do myšlenkových procesů žáka. Učitel tak pouze nepřejímá pedagogické zkušenosti zakódované v pedagogických dokumentech (např. učebnicích) nebo vázané na jeho vlastní předchozí pedagogické působení či jeho učitelské vzory, ale inovuje na základě vlastních zkušeností svoje přístupy k vyučování a zvyšuje tak svou pedagogickou kompetenci.

Pro mne bylo velmi důležité si všechny své teoretické poznatky v praxi. Zjistit jakým způsobem budou žáci, kteří ještě nikdy nepracovali s dynamickou konstrukcí, reagovat a spolupracovat. Připravil jsem si sadu úloh. Zajímalo mě, jakým způsobem budou žáci pracovat a jak je prostředí počítačové učebny ovlivní.

## 7.1 Mikroexperiment

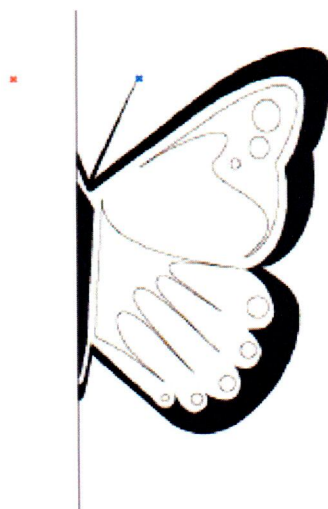
Hlavním cílem mé práce je vyzkoušet své poznatky v praxi. Ano, snažím se využít možností, které mi skýtá internet a geometrické programy a pokusit se je začlenit do hodin výuky matematiky.

Prvním pokusem byla ucelená výuka žáků 6. ročníku ZŠ Nerudova v Českých Budějovicích na téma OSOVÁ SOUMĚRNOST. Vzhledem k rozvrhu nebylo možné v hodinách matematiky využít počítačovou učebnu na ZŠ (probíhala zde výuka informatiky jiné třídy). Výuka probíhala v počítačové učebně na katedře matematiky Pedagogické fakulty v ČB. Druhým důvodem byl malý počet počítačů v učebně (INDOŠ – 10 počítačů) vzhledem k počtu žáků. Látku jsem rozčlenil do dvou vyučovacích jednotek po 45 minutách, které na sebe navazovaly. Postupné zavádění úloh bylo od nejjednodušších po nejsložitější. Blok byl ukončen samostatnou tvořivou prací žáků s programem Geonext.

Celý blok jsem si rozdělil podle didaktických kritérií do těchto fází:

1. fáze – motivační úloha s názvem Motýl
2. fáze – mnohoúhelníky – souměrnost, osy souměrnosti
3. fáze – zavedení osové souměrnosti - příklad  $\triangle ABC, EFG$
4. fáze – osa souměrnosti prochází geometrickými útvary, splývání útvarů
5. fáze – opakování
6. fáze – konstrukce osové souměrnosti v programu Geonext
7. fáze – konstrukce osově souměrných geometrických útvarů
8. fáze – samostatná práce žáků

### 7.1.1 Motivace – úloha s názvem Motýl



Obrázek 7: Motivační úloha Motýl

Žáci měli v programu zakreslenou pravou část těla motýla, měli jí pomocí myši táhnout za modrý křížek umístěný na obvodu „půlky“ motýla, obkreslit a zkoumat, co se stalo. Tato úloha byla poměrně náročná na práci s myší, protože žáčci ještě nemají nacvičenou jemnou manipulaci a dalo jim dost práce přesně se držet předlohy. Nakonec to ale všichni zvládli a zjistili, že při obtahování se dokreslovala levá polovina těla motýla, která je souměrná podle osy rozdělující motýla na dvě shodné poloviny. Žáci samozřejmě nedefinovali osu ani souměrnost.

Jejich odpovědi zněly takto:

„Zrcadlově se to obkresluje na druhou stranu.“

„Když pohybujeme modrým křížkem, červený se pohybuje stejně.“

„Obě poloviny jsou úplně stejné.“

Děti se vlastním poznáváním s pomocí počítače naučí fakta a to trvale a lépe, než když jim to předloží v sebelepším výkladu učitel jen s pomocí tabule a křídly! Učitel je samozřejmě musí usměrňovat, řídit jejich „samovýuku“. Tento způsob není usnadněním práce učitele, je naopak náročnější, ale výsledky jsou nepoměrně lepší. V konečném důsledku to znamená i rychlejší a efektivnější výuku.

Děti mají rády činnost, aktivitu. Získají dojem, že něco dělají. Mým úkolem bylo, aby byli žáci sami schopni definovat ještě nějaké jiné útvary než je motýl, které jsou také osově souměrné. Přišli samozřejmě na spoustu dalších možností, kde je využito právě osově souměrnosti:

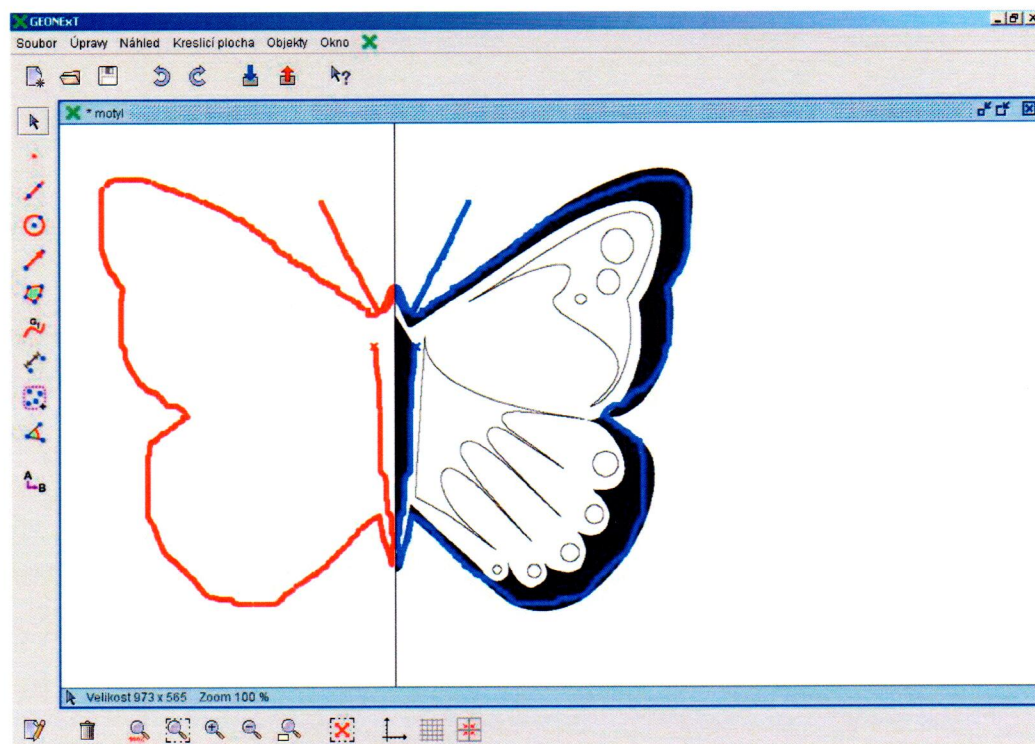
lísteček, otevřená kniha, vlajky některých států ( Polsko, Německo), cd disk, květy, někteří tvrdili, že i domy jsou osově souměrné, ale v tomto případě se mezi žáčky našli tací, kteří hned začali svým spolužákům oponovat v tom smyslu, že domy nemusí být souměrné, jelikož na jedné straně střechy mají vybudovaný například komín a na druhé straně jim chybí a začali vyjmenovávat i další odlišnosti. S takovýmito reakcemi jsem souhlasil a byl jsem rád, že děti uvažují.

Úkol: Obkresli tažením myši za modrý bod pravou polovinu motýla.

Co se stalo s obrázkem? Co platí pro oba body? Co platí pro obě poloviny?

Oba body zanechávají stopu pohybu a je zde krásně vidět jak pracuje osová souměrnost.

Po skončení práce je motýl kompletní i na levé straně.



Obrázek 8: Řešení úlohy Motýl

### 7.1.2 Mnohoúhelníky – souměrnost, osy souměrnosti

V této fázi výuky dostaly děti zadaný příklad, který už byl sestrojený a vyřešený. Byly zadány dva osově souměrné čtyřúhelníky ABCD a EFGH.

Žáci mohli libovolně pohybovat s jakýmkoli červeně označeným bodem a měli pozorovat, co se stane, když mění tvar daného čtyřúhelníku. Co vypořádají z konstrukce, pokud pohybují s osou ( žáci stále nevědí, že se tato přímka nazývá osa) stále říkají přímka.

Tato úloha byla vytvořena pro ukázkou, jakými různými způsoby lze vytvořit „stejně“ útvary, které jsou pouze převráceny v rovině. To, že jsou čtyřúhelníky shodné, mělo děti napadnout, k tomuto cíli úloha směřovala. Dále si měli žáci uvědomit, že i když se útvary budou překrývat, stejně jsou pořád shodné.

Pak jsem žákům řekl, že přímka, s kterou mohli pohybovat, se v geometrii nazývá osa souměrnosti. Pojem „osa“ pro žáky nebyl neznámý, protože se s ním setkali už při probírání základní látky o úhlu – věděli, že existuje polopřímka, která pólí daný úhel na dvě shodné části a že se tato polopřímka nazývá osa.

Po ukázce následovala debata vedená učitelem. Otázka zněla takto: „Jaké jiné geometrické útvary kromě čtyřúhelníku znáš a mohl bys je sestrojit?“

Žáci vyjmenovali celou řadu útvarů: čtverec, obdélník, kruh, trojúhelník.

Takže logicky navazovala otázka: „Myslíš si, že geometrické útvary, které jste tu vyjmenovali, mají vždy jen jednu osu souměrnosti? „Pokud ne, kolik si myslíš, že mají os souměrnosti?“

Čtverec: čtyři osy souměrnosti

Kruh: nekonečně mnoho os souměrnosti

Obdélník: dvě osy souměrnosti

Rovnoramenný trojúhelník: tři osy souměrnosti

Tímto způsobem jsme se dopracovali k závěru, že různé geometrické útvary mohou mít více os souměrnosti, než jen jednu.

Úkol:

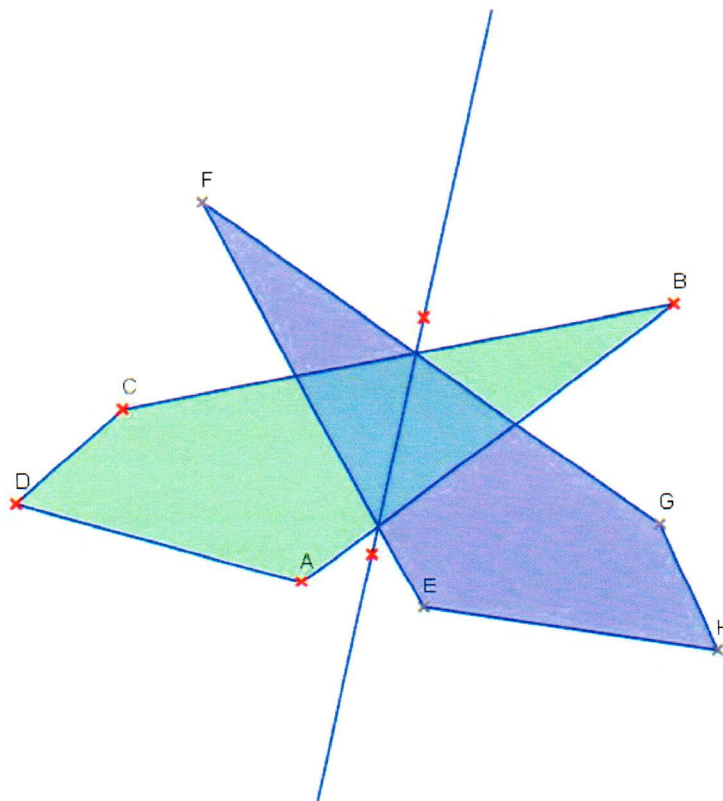
Pohybuj s libovolným červeným bodem.

Co pozoruješ?

Jaké jsou oba čtyřúhelníky?

Co se stane, pokud přetáhneme vrchol na druhou stranu přímky?

GEOMET



Obrázek 9: Osová souměrnost - čtyřúhelníky

### 7.1.3 Zavedení osové souměrnosti - příklad $\triangle ABC$ , $EFG$

Po určení počtů os souměrnosti jednotlivých geometrických útvarů jsem do výuky zařadil jednoduchý příklad na sestrojení  $\triangle ABC$  v osové souměrnosti s osou  $o$ .

Cílem bylo matematicky zavést osovou souměrnost, říci a vysvětlit, co to je a jakým způsobem je souměrnost zadána. Znovu jsme zopakovali, jak se nazývá přímka umístěná mezi dvěma trojúhelníky, jaké jsou oba trojúhelníky a žáci už sami měli definovat, jakým způsobem vzniká trojúhelník  $EFG$ . Aby si žáci lépe dokázali představit, jaké jsou trojúhelníky, nechal jsem pomocí GeoneXTu automaticky počítat strany jednotlivých trojúhelníků. Žáci velice rychle objevili, že trojúhelníky, i po změnách velikostí stran, zůstávají shodné.

Děti samy přišly na to, že vzdálenost bodů od osy, které sobě odpovídají ( $A - D$ ,  $B - E$ ,  $C - F$ ), je stejná. Vysvětlily, že vzdálenost je vlastně délka nejkratší úsečky spojující dva body, tudíž musí sestrojit kolmici z bodu na osu a pomocí kružítka přenést vzdálenost do opačné poloroviny. Dospěli jsme k závěru, mohl jsem přesně definovat osovou souměrnost:

Osová souměrnost v rovině je shodné zobrazení, které každému bodu  $A$  přiřazuje tzv. obraz  $A'$  (v našem případě to je bod  $D$ ) takový, že platí:

- a)  $o$  je daná přímka v rovině, nazývaná osa souměrnosti
- b) Bod  $D$  leží na kolmici k ose  $o$  vedené bodem  $A$
- c)  $|PA| = |PD|$ , kde  $P$  je pata této kolmice na ose  $o$

Osová souměrnost je jednoznačně určena osou souměrnosti  $o$ .

Tímto výčtem jsem se dostal k dalším otázkám, na které děti měly odpovídat:

„Co se stane s body, které budou náležet ose  $o$ , kam se budou přenášet?“ – chtěl jsem zavést pojem samodružného bodu. K tomu jsem si připravil další příklad (viz 4. fáze).



„Může nastat případ, kdy osa souměrnosti bude procházet geometrickým útvarem?“

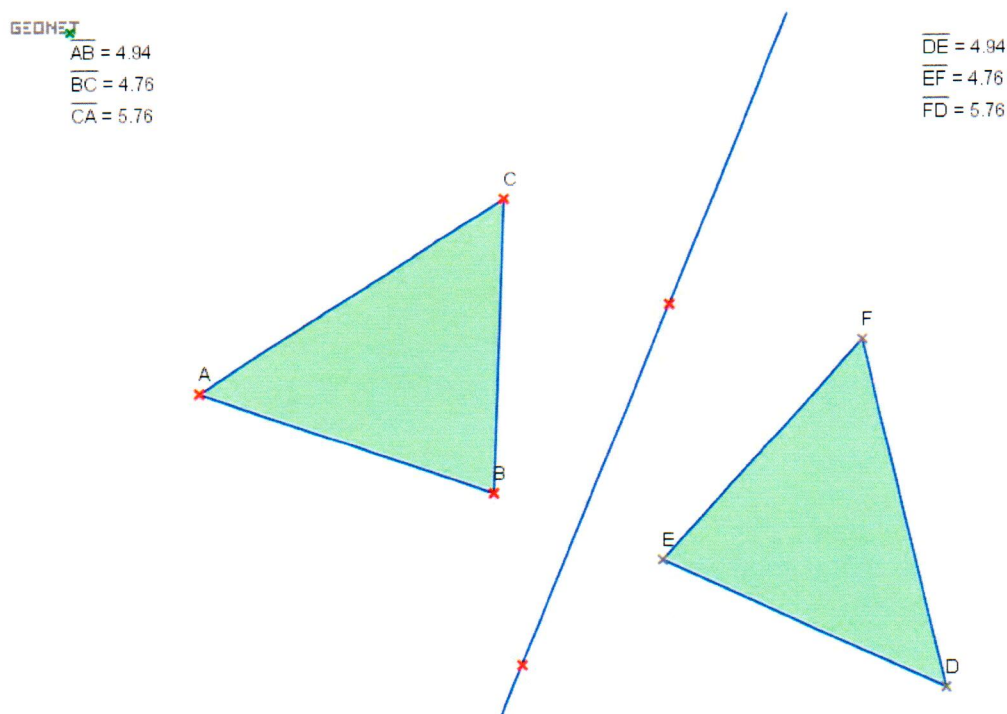
Děti okamžitě hlásily, že samozřejmě tento případ nastat může a že jsme se s ním setkali při hraní si s mnohoúhelníky, resp. čtyřúhelníky.

I v takovýchto případech platí všechny zásady osové souměrnosti, hlavně nesmíme zapomenout na tu nejdůležitější, a to, že všechny body se přenášejí pomocí kolmic na osu do opačné poloroviny, kterou vymezuje právě osa souměrnosti. Tento fakt dělá mnohým dětem ze začátku dost velké problémy, zvláště při těžších úlohách.

Úkol:

Pohybuj libovolným červeným bodem.

Jaké jsou oba trojúhelníky? Proč je mezi trojúhelníky přímka? Pokus se říct, jak vzniká pravý trojúhelník? Jakou úlohu má přímka?



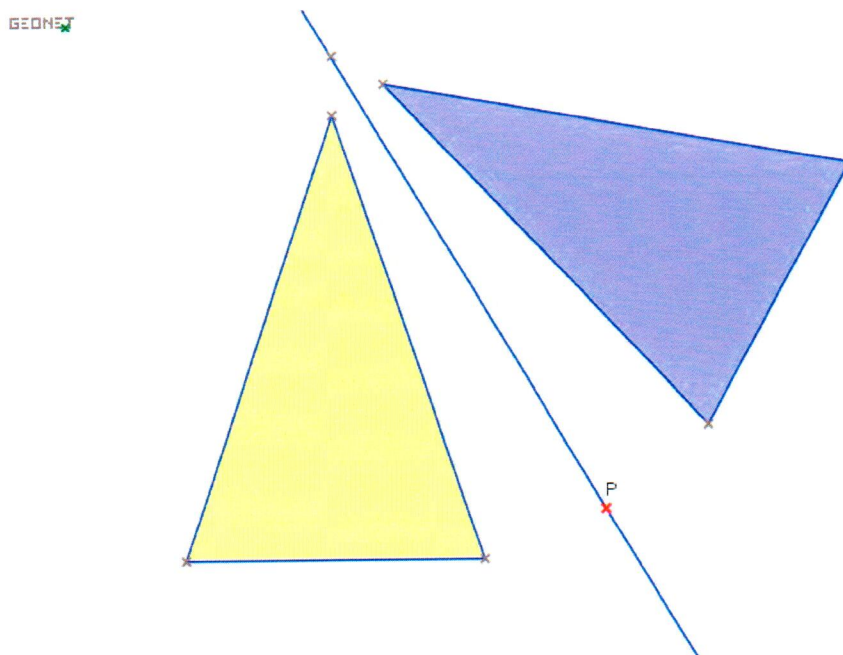
Obrázek 10: Osová souměrnost - trojúhelníky

Na obrázku jsou vidět údaje o délkách stran  $\triangle ABC$  a  $\triangle EFG$ .

#### 7.1.4 Osa souměrnosti prochází geometrickými útvary, splývání útvarů

Úkol:

Umístí přímku tak, aby oba trojúhelníky splynuly.



Obrázek 10: Osová souměrnost – splývání útvarů

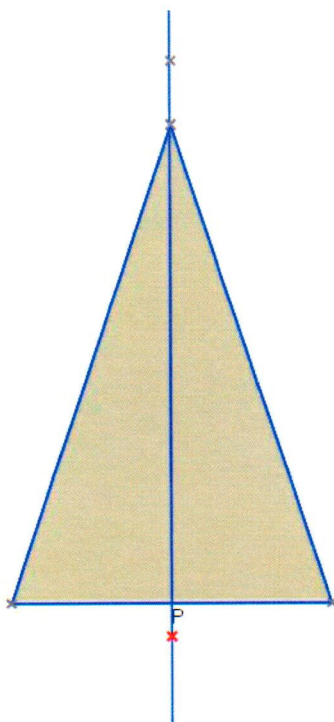
V úloze byl sestrojen žlutý rovnoramenný trojúhelník. Tomuto trojúhelníku se říká VZOR. Sestrojili jsme jeho OBRAZ – modrý trojúhelník.

Zde byly zavedeny dva pojmy VZOR – OBRAZ. Řekl jsem dětem jednoduchou poučku, podle které si mohou zapamatovat, že trojúhelník, který je zadáný, se nazývá vzor, na druhé straně, ten který vznikne v osové souměrnosti, se nazývá obraz. Je to stejné, jako když stojíme ráno před zrcadlem. Díváme se do něj a nevěřícně kroutíme hlavou, kdo se to na nás dívá ze zrcadla. Je to tak! Jsme to my! My jsme VZOR a náš odlesk v zrcadle je náš OBRAZ. Byl vytvořen poté, co jsme se my, jako vzor, postavili před zrcadlo.

Jak už jsem předeslal v předchozí kapitole, chtěl jsem zavést pojem SAMODRUŽNÝCH BODŮ.

K tomu mi posloužil právě příklad s překrytím se vzoru a obrazu. Žáci sami řekli, že pokud bod leží na ose, nikam se nepřenáší, ale obraz i vzor splývají do jediného bodu ležícího na ose souměrnosti. Tímto způsobem jsme se dopracovali k tomu, že vlastně celá osa je přímka složená *pouze* ze samodružných bodů.

GEOMET



Obrázek 10: Osová souměrnost – samodružné body

### 7.1.5 Opakování a upevnování poznatků

Na závěr první hodiny jsme shrnuli veškeré poznatky ústní i písemnou formou tak, že žáci chodili k tabuli a zapisovali své poznatky k předem připraveným otázkám.

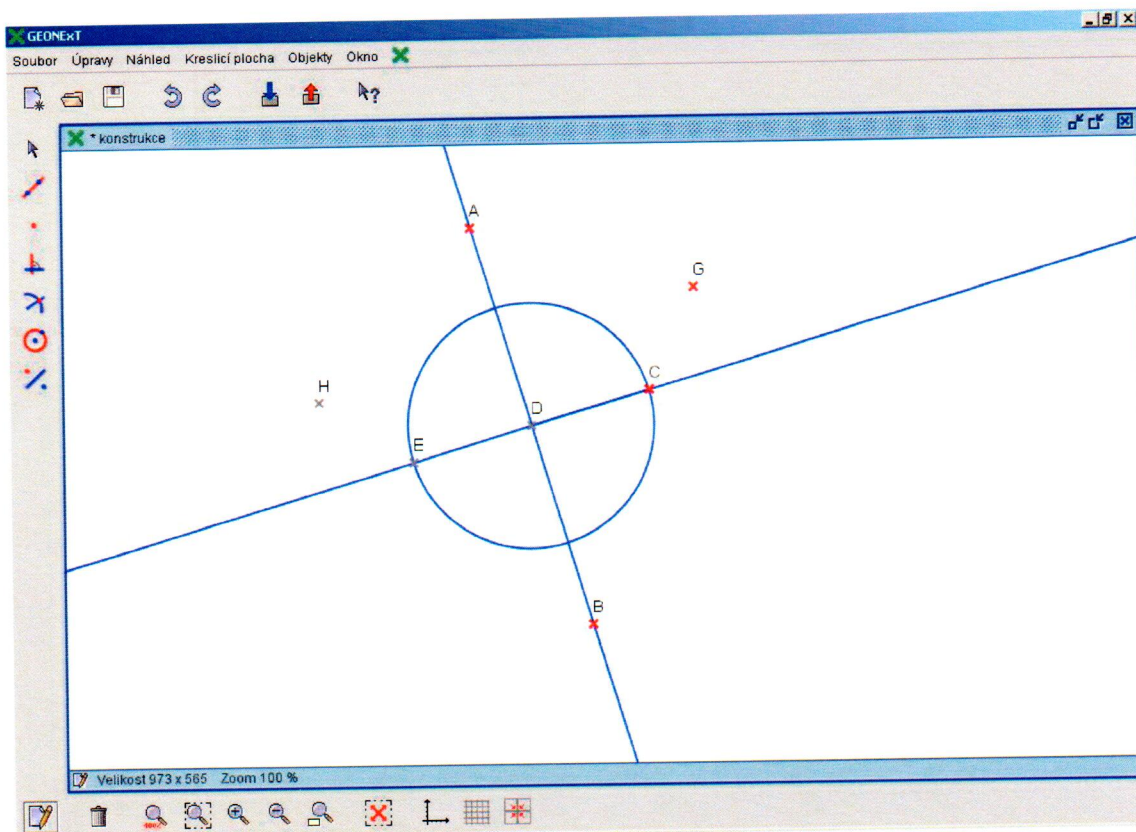


Obrázek 11: Žáci zapisují poznatky na tabuli



Obrázek 12: Shrnutí poznatků

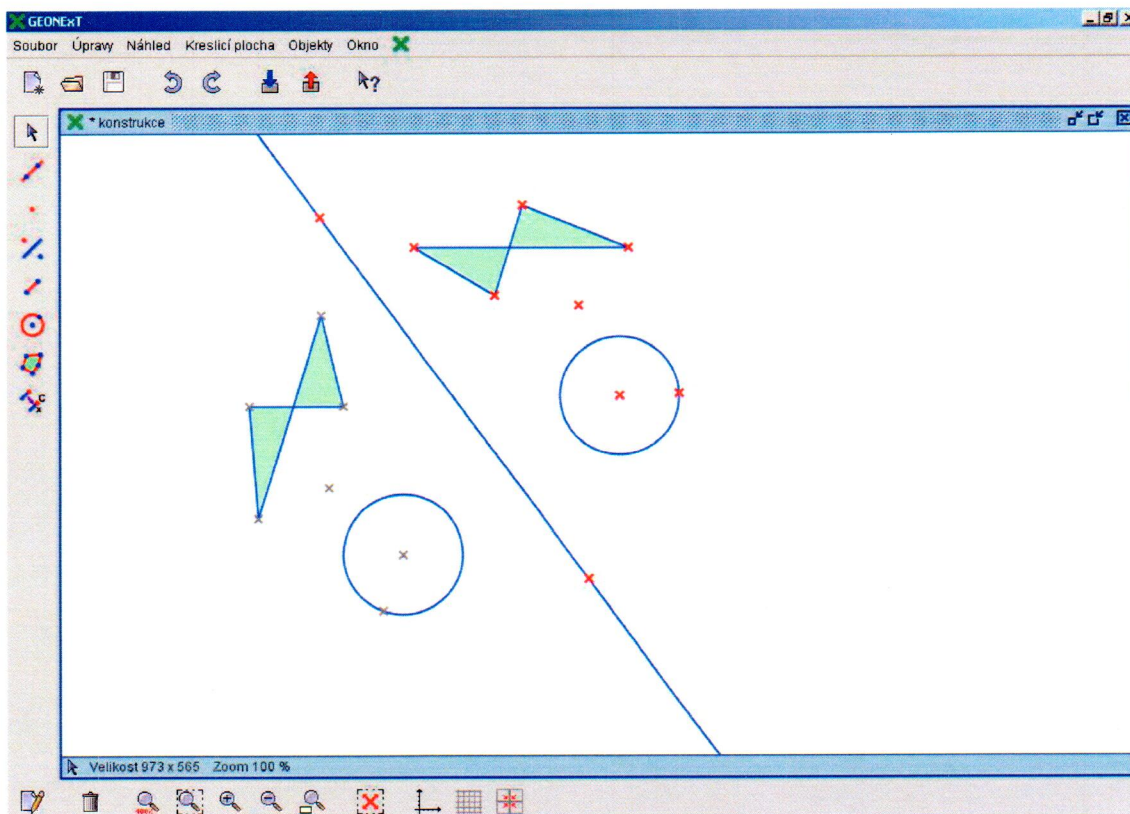
## 7.1.6 Konstrukce osové souměrnosti v programu Geonext



Obrázek 13: Osová souměrnost

Pro žáky jsem upravil lištu s nástroji tak, aby obsahovala jen nezbytně nutné nástroje a byla pro žáky co nejvíce srozumitelná a přehledná. Úkolem bylo naučit se konstrukčně sestavit osově souměrný vzor a obraz bodu. Žáci využívali jednotlivých konstrukčních nástrojů, které byly řazeny postupně tak, jak se měly použít. Nástroje umožňovaly jednoduše pochopit konstrukci osové souměrnosti. Stejný postup konstrukce mohou žáci využít při rýsování do sešitu. Program Geonext však může dětem velmi zjednodušit práci, protože obsahuje nástroj osová souměrnost. Nesmíme však zapomínat, že nejprve děti musí umět klasickou konstrukci, aby pochopily zákonitosti osové souměrnosti, teprve potom je vhodné děti seznámit s nástrojem. Nástroj osová souměrnost umožňuje uživateli zadat pouze vzor a osu souměrnosti, sám pak sestojí obraz vzoru, aniž bychom museli sestavovat pomocnou kolmici na osu a pomocí kružnice přenést vzor.

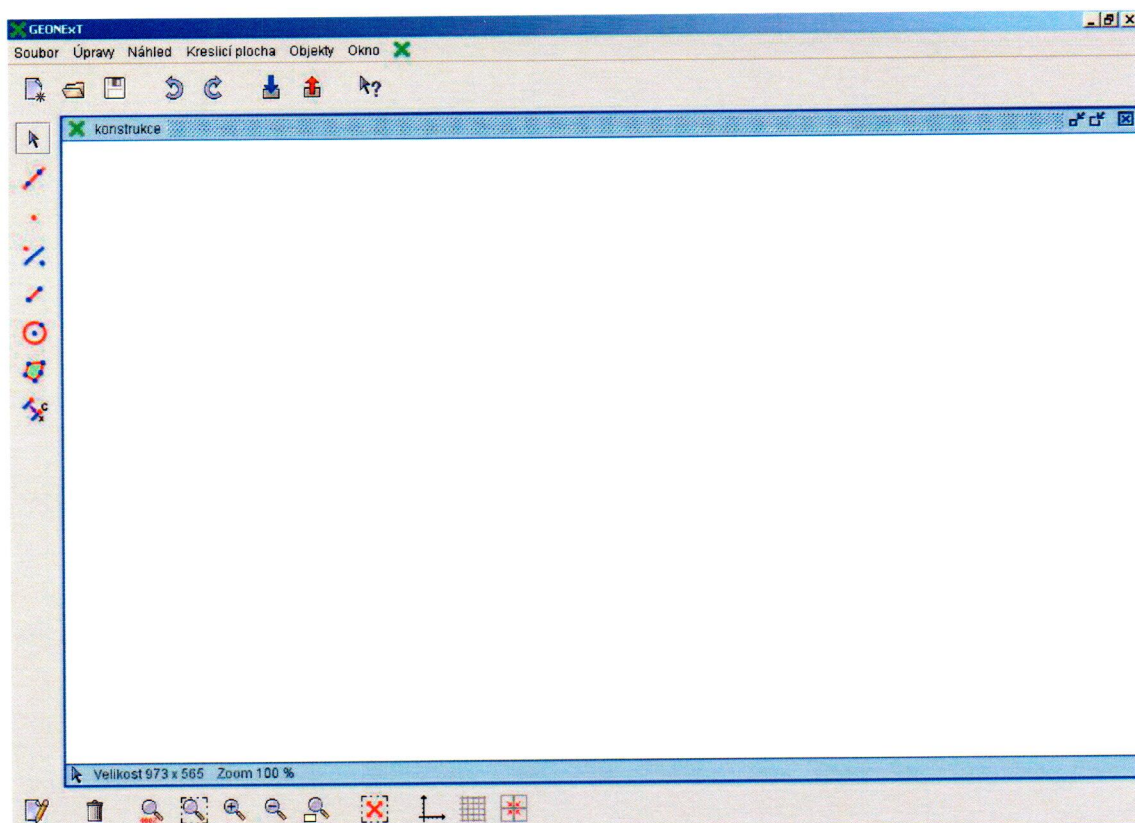
### 7.1.7 Konstrukce osově souměrných geometrických útvarů



Obrázek 14: Zobrazení geometrických útvarů v osové souměrnosti

V další fázi výuky si žáci pod mým vedením zkusili práci s jednotlivými nástroji. Chtěl jsem dosáhnout toho, aby žáci byli sami schopni sestavit složitější geometrické útvary – úsečka, trojúhelník, n-úhelník, kružnice. Největší problémy měli žáci se sestavením kružnic v osové souměrnosti, protože si pletli střed s bodem náležejícím kružnici. Vzor byli schopni sestavit správně, ale při konstrukci obrazu zaměňovali střed kružnice právě s bodem, který ležel na kružnici, protože do obrazu se přenáší pouze tyto dva body a kružnici je nutno dorýsovat. Děti si měly osvojit práci s nástroji do takové míry, aby byly schopny samostatně vytvořit složitější konstrukci.

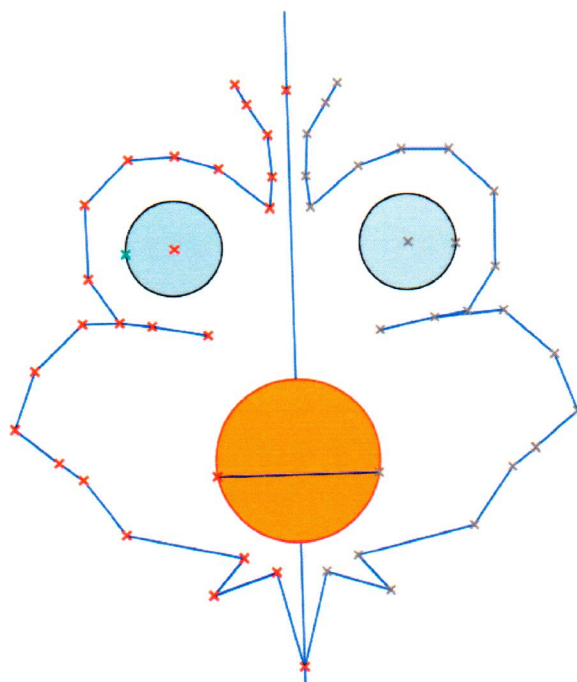
## 7.1.8 Samostatná práce žáků



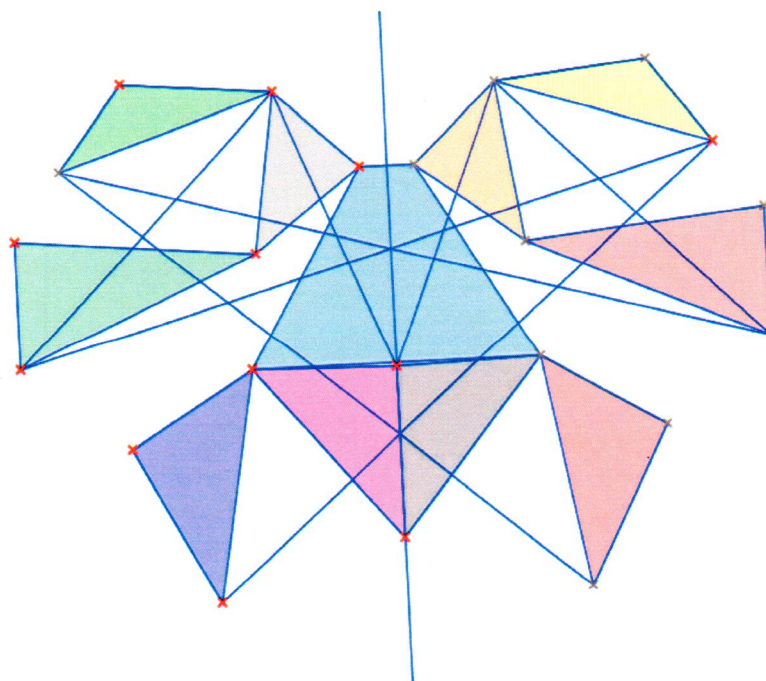
Obrázek 15: Upravená lišta s konstrukčními nástroji

Celý vyučovací blok jsem zakončil samostatnou prací žáků na téma - Osově souměrný objekt. Zadání úkolu bylo jednoduché, ale přesto se našli žáci, kteří měli problém pochopit pojem osově souměrného objektu (obrázku). Těmto jedincům jsem znovu na příkladu vysvětlil, co to je osově souměrný objekt a jak vzniká. Tyto drobné chyby, které se vyskytly, pramenily většinou z nepozornosti. Všichni žáci samostatně rýsovali pomocí počítače a vytvářeli osově souměrné obrazce. Žáci pracovali s chutí, někteří nevytvořili pouze jednu konstrukci, ale hned několik. Děti měly tendenci vyhledávat další vlastnosti programu, protože chtěly změnit barevnou výplň jednotlivých částí obrazce.

### 7.1.10 Ukázky prací žáků

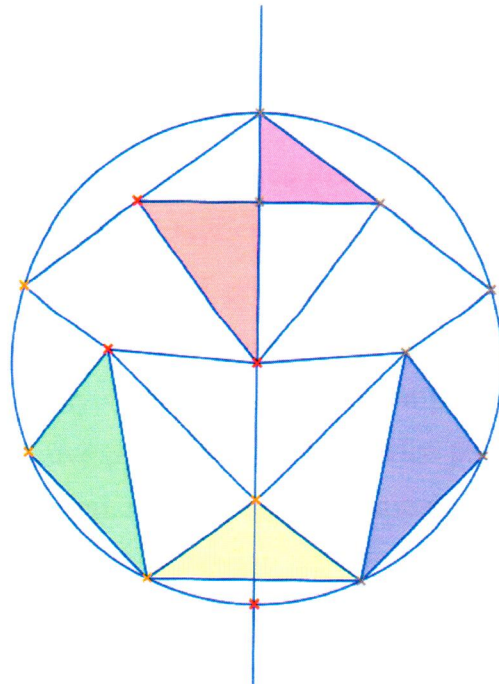


Obrázek 16: Obličej



Obrázek 17: Krab





Obrázek 18: Krystal



Obrázek 19: Raketa

### 7.1.11 Závěr

Obě dvě hodiny vyučování splnily mé očekávání, potěšilo mě, že se žákům líbila motivační úloha, splnila svoji roli. Dnešní děti rády pracují s počítačem, takže i tento fakt nemalou měrou přispěl k tomu, že měly zájem o vyučovanou látku. Největší obtíže žákům působilo vyjádřit své myšlenky a zdůvodnit své poznatky. Naopak konstrukční úlohy byly něčím novým, s čím se běžně na počítači nesetkají, Žáci si vyzkoušeli, že počítač není jen „přístroj“ sloužící k hraní her, ale je to pomůcka, která jim může usnadnit učení. Samostatná práce by se dala zahrnout pod pojem škola hrou, děti nebyly ničím omezeny, pouze dodržovaly zákonitosti osové souměrnosti.

Ne všichni učitelé, kteří působí na školách v České republice, mají kladný vztah k informačním technologiím (IT). V budoucnosti však bude ve většině oblastí, stejně jako ve školství, kladen na tyto technologie mnohem větší důraz. Nejen, že se bude zvyšovat poptávka společnosti, žáků a studentů po kvalitní přípravě v oblasti IT, kterou zajišťují specializované předměty, ale poroste i tlak na používání moderních technologií v jiných předmětech.

Počítačová gramotnost učitelů by měla kopírovat tento trend. Problémy jsou zde dva: nechuť naučit se pracovat s počítačem a internetem na takové úrovni, aby to umožňovalo užívat je ve výuce nebo při přípravě, u starších pedagogů se stále projevuje určitá nedůvěra v to, že nové metody spojené s moderními technologiemi jsou přínosné.

Současní studenti pedagogických fakult by měli být po absolutoriu připraveni moderní technologie bez problémů využívat. Protože jen na nich záleží, jakým způsobem budou vyučovat a s jakými výsledky.

## 7.2 Projekt experimentu

Po dobré zkušenosti s využitím programu Geonext při mikroexperimentu, jsem se rozhodl vyzkoušet, jak budou žáci pracovat s manuálem.

### 7.2.1 Vymezení zkoumané problematiky

Základním podnětem pro přípravu celého experimentu bylo vyzkoušet manuál ke geometrickému náčrtníku v praxi. Chtěl jsem vyzkoušet, jak budou děti pracovat s manuálem a jakým způsobem budou reagovat. Vzhledem k tomu že manuál je určen především začátečníkům. Rozhodl jsem se zapojit do experimentu žáky 6. a 7. ročníků, kteří mají předmět výpočetní technika prvním rokem.

Rozhodl jsem se připravit sérii příkladů, při nichž by moji žáci postupně řešili jednotlivé konstrukční úlohy. Proto jsem dal žákům k dispozici jen část manuálu s konstrukčními úlohami, aby nedošlo k zbytečnému rozptýlení jejich pozornosti.

### 7.2.2 Zhodnocení dosavadních poznatků

Žáci druhého stupně základní školy využívají při výuce matematiky možnosti výukových programů (Speedmat, LangMaster – Matematika). Chodí do odborné učebny informatiky a její prostředí velmi dobře znají. Každý žák má své uživatelské jméno a heslo. Předmět výpočetní technika žáci navštěvují teprve prvním rokem, ale již umí s PC pracovat (práce s myší je pro žáky samozřejmostí). Protože přechod z prvního stupně je pro žáky 6. ročníku změnou. Rozhodl jsem se experiment uskutečnit teprve na začátku druhého pololetí. Žáci v 6. a 7. třídách považují geometrii za těžkou.

## 7.2.3 Stanovení hypotézy, cíle a výstupu experimentu

### 7.2.3.1 HYPOTÉZA

Pokud použijeme při výuce geometrie dynamický matematický software. Můžeme žáky nejen motivovat, ale pomocí programu procvičovat danou látku, nebo dokonce zavést jednotlivé pojmy (osová souměrnost, středová souměrnost atd.). Dynamický matematický program rozvíjí u žáků logické myšlení a motivuje je k další práci.

### 7.2.3.2 CÍL

Připravit takový experiment, kde by si žáci v rámci řešení vhodně volených úloh osvojili práci s programem. Také zopakovali již probranou látku a prohloubili své znalosti. Vyjádřili svůj názor na výuku a svůj postoj ke geometrii. s celočíselnými délkami stran.

### 7.2.3.3 VÝSTUP

Když jsem poprvé předstoupil před žáky s návrhem naučit se rýsovat na počítači, byli mým návrhem zaskočeni. Snažil jsem se jejich první obavy rozptýlit, a proto jsem na začátek uvedl motivační úlohy. První příklad z manuálu jsme prošli krok po kroku společně tak, aby i slabší žáci uměli vytvořit novou kreslicí plochu a následně ji uložit. Vysvětlil jsem žákům princip práce s manuálem. Na každé stránce manuálu je vždy jeden příklad, který se skládá ze čtyř částí. Zadání příkladu, seznam nástrojů použitých při konstrukci, grafické řešení a slovní postup konstrukce. Zdůraznil jsem, že si vždy musejí pozorně přečíst zadání, prohlédnout si použité nástroje i grafické řešení a pokusit se příklad vyřešit, aniž by četli postup konstrukce. Seznámil jsem žáky s nástrojem zpět, jehož funkci znají například z textových editorů nebo internetových prohlížečů.

#### **7.2.4 Popis metod a charakteristika skupiny respondentů**

Popis metod

Výzkum prováděný učitelem založený na práci žáků ve dvojici  
Analýza žákovských prací

Charakteristika skupiny respondentů

Žáci 6. a 7. ročníků základní školy (6A, 6B, 7A, 7B), kde jsem vedl první rok vyučování informatiky.

#### **7.2.5 Časový harmonogram experimentu**

Experiment se uskutečnil v období únor – březen 2006.

#### **7.2.6 Organizační a materiální zabezpečení experimentu**

Experiment byl realizován v rámci běžného vyučování informatiky v kapitole počítačem podporovaná výuka.

#### **7.2.7 Způsob využití a publikování výsledků experimentu**

Výsledky experimentu jsem použil v této diplomové práci a byly využity v dalším vyučování. Seznámil jsem s výsledky svoje kolegy v učitelském sboru, kteří v 6. a 7. třídách učí matematiku.

## 7.3 Protokol

Uvedu protokol o přípravě a realizaci experimentu využití manuálu ke geometrickému náčrtníku Geonext v praxi. Z období únor – březen 2006, kdy se experiment uskutečnil na ZŠ L. Kuby 48 v Českých Budějovicích. Bezprostřední soudy o průběhu experimentu jsou evidovány v položce První postřehy.

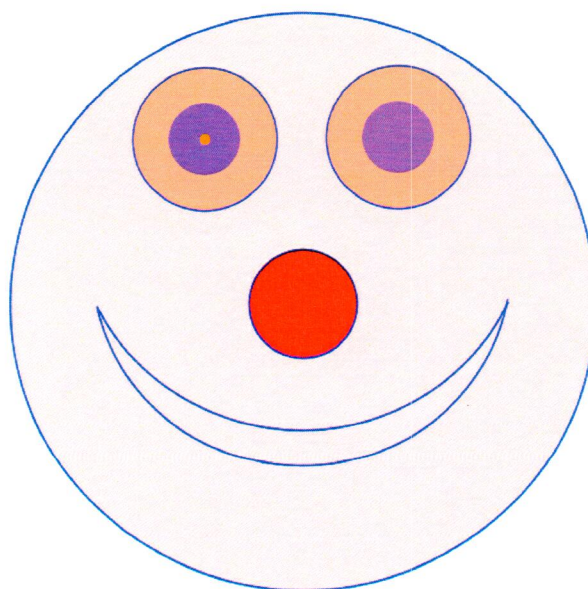
### 7.3.1 Záznam přípravy experimentu

Tématický celek: Počítačem podporovaná výuka

Úkol: Dynamická geometrie v praxi

Záměr: dán projektem experimentu

Motivační úlohy: Klaun, Pes, Domino, Motýl, Vločka, Houpačka



Obrázek 20: Klaun

Pomůcky: PC učebna (13Pc), Geonext, Manuál, dataprojektor, plátno, tabule

Časová dotace: 6 vyučovacích hodin

### 7.3.2 Záznam realizace experimentu

Experiment jsem prováděl současně ve čtyřech třídách ZŠ, proto se každá hodina opakovala čtyřikrát v jednom týdnu. Proto jsem se rozhodl vybrat z každého týdnu nejzajímavější záznam. První tři hodiny byly věnovány seznámení s programem a osvojení si základních pracovních postupů a návyků. Každá hodina začínala motivační úlohou a následovalo řešení jednotlivých konstrukčních úloh. Když žáci správně narýsovali zadaný počet úloh, mohli zbylý čas věnovat individuální činnosti. Jak uvádím v protokolu, každá dvojice využila tento čas jinak.

Při zkrácení záznamu bylo použito následujících značek:

U: vstup nebo činnost učitele

Lu (To, Da, ...): vstup nebo činnost konkrétního žáka

XY: vstup žáka, kterého nelze zpětně jmenovitě určit

W: společný vstup několika žáků, nelze zaznamenat pořadí výpovědi jednotlivých žáků

Ž: rozumějme celá třída žáků

#### SEZNÁMENÍ S PROGRAMEM

protokol 1/3

6. A/B, 6. B, 7. B, 7. A

týden 6. 2. – 10. 2. 2006

U: píše na tabuli cestu, kde je umístěna motivační úloha

Ž: zapínají PC a přihlašují se

U: vysvětluje, jak mají žáci s úlohou pracovat

W: „A kde je ta úloha? Nemůžeme ji najít.“

U: zapíná dataprojektor a přihlašuje se k PC

Lu: „Jé, to vypadá jako jojo!“

U: ukazuje na dataprojektoru, krok za krokem cestu k úloze, ukazuje jakým způsobem pracovat s úlohou

Er: „Může to být taky klaun!“

- Te: „On se nemůže mračit!“
- U: „Ale vždyť klauni se mají smát.“
- Pe: „To je hezký, jak s pusou hýbe i očima.“
- U: „Ano, čím více se směje, tím výše má oči.“
- U: „Nyní se naučíme rýsovat v tomto programu, abyste si uměli něco podobného sestrojít sami.“
- U: popisuje, jak zavřít program Geone<sub>x</sub>t
- To: „Mě tady vyskočilo nějaký okno? Mám dát zavřít nebo přerušit?“
- U: ještě jednou pomaleji ukazuje, jak zavřít program
- U: pomocí dataprojektoru ukazuje postup jak spustit program Geone<sub>x</sub>t
- Ž: spouští program Geone<sub>x</sub>t
- U: čeká, až všichni žáci spustí program
- U: ukazuje, jak vytvořit novou kreslicí plochu a jakým způsobem ji uložit
- To: „A kam to máme uložit?“
- U: „Na disk H.“ (síťový disk)
- Al: „Jak se to bude jmenovat?“
- U: „Jméno příkladu je PR02“
- U: zdůrazňuje, že je nutné na začátku každé konstrukce uložit kreslicí plochu a po ukončení konstrukce ji znovu uložit a zavřít
- U: dává službě manuál ke Geone<sub>x</sub>tu , aby ho rozdala
- W: rozdává manuál do dvojic
- U: zdůrazňuje co je v každém příkladu obsaženo, zadání úlohy, konstrukční nástroje, grafické řešení a slovní řešení
- Ž: prohlížejí si manuál a baví se o příkladech
- U: ukládá žákům vypracovat příklady 2 – 7, zdůrazňuje žákům, ať se snaží řešit úlohu samostatně bez čtení slovního řešení
- Te: „Ale když nebudu vědět, tak si můžu řešení přečíst?“
- U: „Ano, ale nejprve se snaž příklad vyřešit sama.“



U: rád žákům jaký je nejlepší postup při řešení příkladu, nejprve přečíst zadání, následně se podívat na konstrukční nástroje a dle grafického řešení zkusit narysovat úlohu

U: „První úlohu budeme řešit společně a dál budete postupovat sami.“

U: začne řešit první úlohu a slovně popisuje postup řešení

Ma: „To mám kliknout kam budu chtít?“

U: „Ano, vyber nástroj bod a pak můžeš kliknout kamkoli na bílé ploše.“

Te: „A můžu si těch bodů udělat víc?“

U: „Můžeš, ale stačí jich šest.“

U: ukazuje žákům, jak s body pohybovat po kreslicí ploše

U: názorně předvádí, že jak použít nástroj zpět, umístí na pracovní plochu deset bodů a ukazuje žákům jak pomocí nástroje zpět odebrat čtyři body

Ž: opakují činnost učitele

Ma: „Já jsem je smazal všechny. Můžu to nějak vrátit?“

U: „Když klikneš na tlačítko obnovit, které je hned vedle vpravo, zobrazí se ti postupně jednotlivé body.“

Ž: ukládají vyřešený příklad

U: „Dále pracujte samostatně. Kdo bude mít vyřešeny zadané příklady, přihlásí se. Nezapomeňte si zkontrolovat správnost řešení.“

Ž: řeší zadané příklady

Te: „Máme první příklad hotový!“

Ka: „Jak mám udělat tu rovnoběžku?“

U: „Přečti si slovní řešení příkladu.“

Ž: pracují ve dvojicích, jeden úlohu čte a druhý rýsuje

U: zdůrazňuje žákům, aby se v činnostech vystřídali

(Lu, Ma): „Už to máme všechno hotový. Můžete nám to zkontrolovat?“

U: kontroluje vypracované příklady

Lu: „Když to máme správně můžeme na internet?“

U: „Ano, můžete.“ zapisuje si, která dvojice příklady vyřešila

W: hlásí se a chtějí zkontrolovat správnost řešení

- (Te, Le): mají zkontrolované příklady a zkouší sami rýsovat  
 (Si, Ša): mají zkontrolované příklady, na internetu píše email  
 (Pe, To): mají zkontrolované příklady a zkouší rýsovat další příklad  
 U: slovně hodnotí práci žáků v hodině a chválí, že všichni zvládli  
 narýsovat správně všechny příklady  
 Ž: služba sbírá manuály  
 U: ukončuje hodinu  
 Ž: odhlašují se a odcházejí z učebny

protokol 2/3

6. A/B, 6. B, 7. B, 7. A

týden 13. 2. – 17. 2. 2006

- U: píše na tabuli cestu, kde je umístěna motivační úloha  
 Ž: zapínají PC a přihlašují se  
 U: vysvětluje, jak mají žáci s úlohou pracovat  
 U: zapíná dataprojektor a přihlašuje se k PC  
 Da: „Jé, to je divnej pes!“  
 Lu: „Podívej, jak se mu zvětšuje ocas!“  
 Te: „Vypadá spíš jako prase.“  
 Ve: „Proč se mu hýbe ocas?“  
 Da: „Třeba je rád, že si s ním hraješ?“  
 U: „Určitě je rád a teď si narýsujeme pár příkladů.“  
 U: dává službě manuál ke Geonextu, aby ho rozdala  
 (Si, He): rozdávají manuál do dvojic  
 Ž: spouštějí program Geonext  
 U: zdůrazňuje, že je nutné na začátku každé konstrukce uložit  
 pracovní plochu a po ukončení konstrukce ji znovu uložit a zavřít  
 U: ukládá žákům vypracovat příklady 8 – 13, zdůrazňuje žákům,  
 ať se snaží řešit úlohu samostatně bez čtení slovního řešení  
 U: „Dále pracujte samostatně. Kdo bude mít vyřešeny zadané  
 příklady, přihlásí se. Nezapomeňte si zkontrolovat správnost řešení.“

Ž: řeší zadané příklady  
 Ma: „Máme dva příklady hotový!“  
 Ši: „Jak mám udělat tu barevnou výplň?“  
 U: „Trochu se snaž.“  
 (Pe, To): „Už to máme všechno hotový, zkontrolujete to?“  
 U: kontroluje vypracované příklady  
 Lu: „Když to máme správně můžeme dělat co chceme?“  
 U: „Ano, můžete.“ zapisuje si, která dvojice příklady vyřešila  
 W: hlásí se a chtějí zkontrolovat správnost řešení  
 (Pe, To): mají zkontrolované příklady a zkouší sami narýsovat kočičku  
 (Ma, Da): mají zkontrolované příklady, na internetu piší email  
 (Te, Le): mají zkontrolované příklady a zkouší rýsovat  
 U: slovně hodnotí práci žáků v hodině a chválí, že všichni zvládli narýsovat správně všechny příklady  
 Ž: služba sbírá manuály  
 U: ukončuje hodinu  
 Ž: odhlašují se a odcházejí z učebny

protokol 3/3

6. A/B, 6. B, 7. B, 7. A

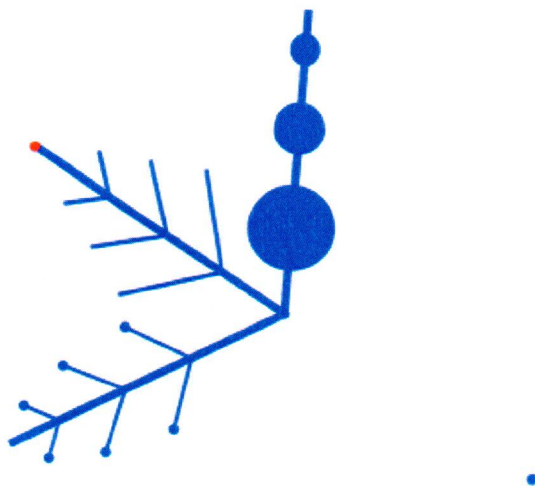
týden 20. 2. – 24. 2. 2006

Ž: zapínají PC a přihlašují se  
 U: slovně sděluje žákům, kde je umístěna motivační úloha  
 U: zapíná dataprojektor a přihlašuje se k PC  
 U: vysvětluje, jak mají žáci s úlohou pracovat  
 Ví: „Co to je?“  
 Ve: „Domino!“  
 Pa: „To je nějaký rychlý?“  
 Te: „Mě se to nikdy nezastaví složené.“  
 Da: „Už to mám!“  
 Pa: „Já konečně taky!“

- U: dává službě manuál ke Geone<sub>x</sub>tu , aby ho rozdala
- (Ha, Lo): rozdávají manuál do dvojic
- Ž: spouštějí program Geone<sub>x</sub>t
- U: ukládá žákům vypracovat příklady 14 – 20
- U: „Dále pracujte samostatně. Kdo bude mít vyřešeny zadané příklady, přihlásí se. Nezapomeňte si zkontrolovat správnost řešení.“
- Ž: řeší zadané příklady
- (Sý, Sl): „Pane učiteli potřebujeme pomoc.“
- U: „To zvládnete, jste oba dost šikovní.“
- Ši: „Jak mám označit úhel alfa?“
- U: „Zkoušel jsi to rýsovat podle postupu?“
- Ši: „Ještě ne.“
- U: „Zkus to určitě to zvládneš.“
- (Si, Ma): „Už to máme, zkontrolujete nám to?“
- U: „Máte to správně dejte mi žakovské knížky zapíšu vám jedničky. To platí i pro ostatní. Pokud budou příklady narýsovány správně.“
- Da: hlásí se a chce také jedničku
- U: kontroluje vypracované příklady a zapisuje jedničky
- Ve: odchází k lékaři
- (Si, Ma): mají zkontrolované příklady a rýsují auto
- (Ma, Da): mají zkontrolované příklady, hrají hru na internetu
- (Na, Li): mají zkontrolované příklady a rýsují domeček
- U: slovně hodnotí práci žáků v hodině
- Ž: služba sbírá manuály
- U: ukončuje hodinu
- Ž: odhlašují se a odcházejí z učebny

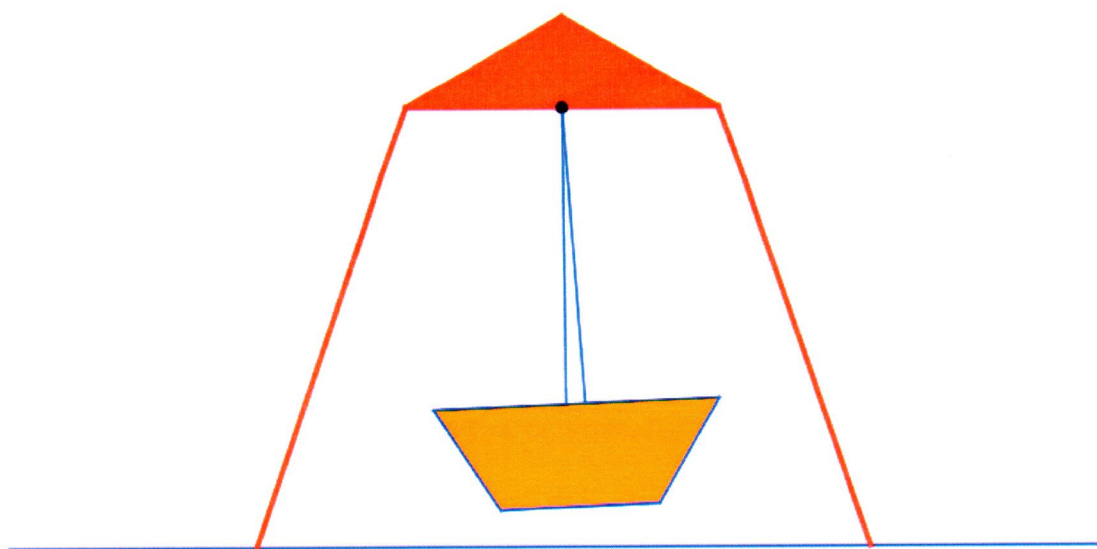
Ve čtvrté hodině jsem opět na začátku žáky motivoval první úlohou *Motýl*. Následně služba rozdala manuál a žáci řešili úlohy s osovou souměrností (Př.47 – Př.49). V druhé části hodiny měli za úkol narýsovat osově souměrný obrázek.

Pátou hodinu jsem tradičně začal motivační úlohou *Vločka*. Následovalo seznámení s nástrojem středová souměrnost. Žáci řešili úlohy (Př.51 – Př.52) z manuálu. V druhé polovině hodiny měli žáci za úkol narysovat středově souměrný obrázek.



Obrázek 21: Vločka

V šesté hodině jsem žákům ukázal motivační úlohu *houpačka*. Žáci pak samostatně řešili příklady (Př.53 – Př.54). Pokud měli příklady správně narysované, měli za úkol narysovat vlastní úlohu a využít pohyb bodu.

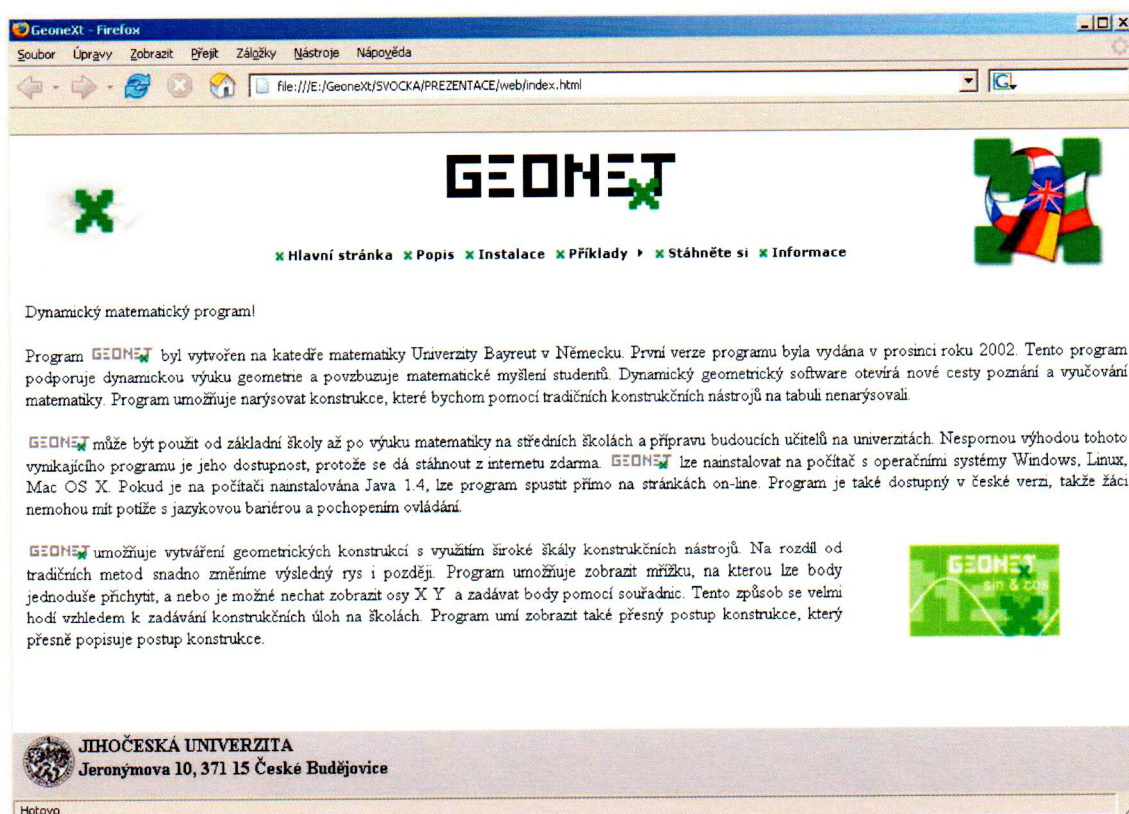


Obrázek 22: Houpačka

## 8. Webové stránky

<http://www.pf.jcu.cz/geonext/>

<http://home.pf.jcu.cz/~kubuda01/>



Obrázek 25: Webové stránky

Rozhodl jsem se využít možnosti internetu a vytvořit pro učitele webové stránky v češtině. Tyto stránky mají seznámit učitele s programem Geonext a představit jim možnosti tohoto programu. Poskytnout jim inspiraci a podporu pro využití Geonextu ve výuce matematiky. Dnes pracuji na nové verzi a snažím se, aby stránky mohly sloužit také k výměně materiálů mezi učiteli prostřednictvím galerie na webu. K výměně nápadů v diskuzi a v neposlední řadě upoutaly zájem nejen učitelů, ale i žáků.

## 9. Závěr

S žáky šestých a sedmých tříd na ZŠ (L. Kuby 48 České Budějovice) jsme se shodli, že manuál je vhodným průvodcem do světa dynamické geometrie. Žáci jsou motivováni prací s počítačem a věnují příkladům více času než při běžné výuce. Díky této skutečnosti zvládnou žáci narýsovat více příkladů během hodiny než klasickým způsobem. Počítač žákům poskytuje zpětnou vazbu a následně jim umožní danou chybu jednoduše opravit. Možnost využití počítačů v hodinách matematiky usnadňuje práci nejen vyučujícímu, ale pomáhá i žákům. Manuál ve spojení s konstrukcí na počítači, umožňuje žákům pracovat dle vlastního tempa. Zadáni příkladu si mohou číst tak dlouho, jak potřebují. Rýsování jim usnadňuje přehled použitých konstrukčních nástrojů a obrázků s řešením. Pokud žáci potřebují, mohou využít popisu řešení, které je krok za krokem provede konstrukcí.

Za velké plus považuji, že se vždy žákům podařilo výslednou konstrukci narýsovat. Práce s manuálem se žákům líbila a svojí úlohu splnili i motivační úlohy na začátku každé hodiny. Také se osvědčila spolupráce ve dvojici, kdy se žáci doplňovali a navzájem si pomáhali. V hodinách kdy měli žáci možnost samostatně tvořit, mě překvapila jejich představivost, z které pramenilo velké množství nápadů. Učitelé se k manuálu vyslovili kladně a využívají možnosti navštěvovat s žáky odbornou učebnu počítačů v hodinách matematiky.

S výsledkem své práce jsem spokojen, hlavně díky tomu, že manuál plní cíl, pro který byl vytvořen. Doufám, že se manuál stane dobrým pomocníkem nejenom učitelům, ale i žákům a přispěje k rozšíření Geone<sub>x</sub>tu do škol.

## 10. Literatura

- [1] Hejný M.: Teoria vyučovania matematiky 2, SPN Bratislava, 1990
- [2] Černochová M., Kontrská T., Novák J.: Využití počítače při vyučování, Praha, Portál, 1998
- [3] Kubínová, M.: Metodika experimentu. Vzdělávací program INICIATIVA, Praha 1995. (str.54)
- [4] Beranová M., Vavruška J.: Programová podpora vyučování matematiky, KPÚ v ČB, 1987
- [5] Odvárko – Kadleček: Matematika [3] pro 6. ročník ZŠ, Praha, Promheteus, 1999
- [6] Odvárko – Kadleček: Matematika [3] pro 7. ročník ZŠ, Praha, Promheteus, 1999
- [7] Odvárko – Kadleček: Matematika [3] pro 8. ročník ZŠ, Praha, Promheteus, 1999
- [8] Odvárko – Kadleček: Matematika [2] pro 9. ročník ZŠ, Praha, Promheteus, 1999
- [9] Odvárko – Kadleček: Knížka pro učitele k učebnicím matematiky pro 6. – 9. ročník ZŠ, -Praha, Prométheus, 1999
- [10] Trejbal J.: Sbíрка zajímavých úloh z matematiky, Praha, Promheteus, 1994
- [11] Müllerová J., Čižmár J., Divíšek J., Macháček V.: Matematika pro 7. ZŠ II. Díl, Praha, SPN, 1990
- [12] Čižmár J., Hrdina L., Koman M., Řebíčková D., Zapletal F.: Matematika pro 6. ZŠ II. Díl, Praha, SPN, 1990
- [13] Urbanová J., Koman M., Melichar J., Řebíčková D.: Matematika pro 5. ZŠ I. Díl, Praha, SPN, 1990
- [14] Urbanová J., Blaška R., Kabele J., Janků M., Melichar J., Šmelhaus J.: Matematika pro 5. ročník ZŠ – cvičebnice, Praha, SPN, 1981
- [15] Zapletal F., Bobok J., Řebíčková D., Urbanová J.: Matematika pro 6. ročník ZŠ – cvičebnice, Praha, SPN, 1986
- [16] Bobok J., Macháček V., Müllerová J., Šedivý O., Židek S.: Matematika pro 8. ročník ZŠ – cvičebnice, Praha, SPN, 1983
- [17] Česenek J., Floreková Š., Franek A., Hrdina Ľ., Kavanová M.: Sbíрка úloh z matematiky pro 6. ročník ZŠ, Praha, SPN, 1991



- [18] Trejbal J., Filip Š., Kučinová E., Mäsiar P.: Sbíрка úloh z matematiky pro 7. ročník ZŠ, Praha, SPN, 1992
- [19] Bušek I., Macháček V., Kotlík B., Tichá M.: Sbíрка úloh z matematiky pro 8. ročník ZŠ, Praha, SPN, 1992
- [20] Bušek I., Kubínová M., Novotná J.: Sbíрка úloh z matematiky pro 9. ročník ZŠ, Praha, SPN, 1996
- [21] Kraemer E., Auxt A., Brant J., Macháček V.: Rýsování pro 8. ročník – pokusná učebnice, Praha, SPN, 1979

<http://geonext.uni-bayreuth.de/>

<http://www.volny.cz/geometrie/>