JIHOČESKÁ UNIVERZITA
PEDAGOGICKÁ FAKULTA
KATEDRA FYZIKY

NONVERBÁLNÍ FYZIKÁLNÍ ÚLOHY

Diplomová práce

Knihovna JU - PF
3115172688

Autor: Lenka Pecková
Vedoucí diplomové práce: PaedDr. Jiří Tesař, Dr.
Datum odevzdání: duben 2006

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury.

Ve Vodňanech 30. 3. 2006

Lenka Pecková

Mé poděkování náleží především vedoucímu práce PaedDr. Jiřímu Tesařovi, Dr. za příkladné vedení a podporu. Dále bych chtěla poděkovat všem středoškolským učitelům, kteří mi poskytli pomoc při hodnocení nonverbálních úloh.

Anotace

Tato práce se zabývá problematikou nonverbálních fyzikálních úloh.

První část této práce pojednává o různých typech fyzikálních úloh a jejich úloháchve vyučovacích hodinách fyziky.

Druhá část práce, jež je zaměřena konkrétně na nonverbální úlohy, obsahuje sbírku navržených úloh z mechaniky a rozbor několika z nich z hlediska tvořivosti žáka.

Poslední část se zabývá zařazením nonverbálních úloh z hlediska jejich zařazení do vyučovacího procesu.

Summary

This work is concerned with problematic of nonverbal physical tasks.

The first part of this work is about various types of physical tasks and theirs places in lessons of physics.

The second part, which is specialized about nonverbal tasks, contains the collection propounded tasks of mechanics and analysis of these tasks in light of creativity.

The last past is concerned with insertion of these tasks in education process.

Obsah

1. ÚVOD

Fyzikální úlohy tvoří nedílnou součást výuky fyziky. Jejich řešení se uplatňuje ve všech fázích vyučovacího procesu.

Většina úloh, které se vyskytují v učebnicích a sbírkách a které jsou řešeny v hodinách fyziky má slovní zadání, tedy jde o úlohy verbální.

Z tohoto důvodu mě zaujalo do značné míry neobvyklé téma zabývající se nonverbálními úlohami, tj. úlohami, které jsou zadávány jinak než slovně.

Cílem této práce tedy je utvořit představu o tom, jaký typ fyzikálních úloh nonverbální úlohy představují, a dále bych se chtěla pokusit zjistit, jaké místo zaujímají nonverbální úlohy ve vyučovacím procesu a jaký přínos můžou do vyučování fyziky vnést.

Druhá kapitola mé diplomové práce se zabývá různými typy fyzikálních úloh, úlohou fyzikálních úlohy ve vyučovacím procesu, jejich zadáváním, rozborem a řešením.

V třetí kapitole jsem se pokusila navrhnout nonverbální úlohy. Všechny tyto úlohy mají společné téma – mechanika.

V následující čtvrté kapitole se věnuji rozboru nonverbálních úloh z hlediska tvořivosti.

Poslední pátou kapitolu tvoří rozbor nonverbálních fyzikálních úloh z hlediska didaktického. Zde jsem se pokusila nalézt využití nonverbálních úloh nejen při motivaci žáků, při výkladu nového učiva, při opakování většího celku učiva a následném propojování starých a nových poznatků, ale také jejich uplatnění v rámci mezipředmětových vztahů.

Nedílnou součástí mé diplomové práce je i přiložené CD, na kterém jsou některé z mých úloh pohyblivé, a proto by měly žákům poskytnout lepší znázornění popisované situace. Tyto úlohy jsou vytvořeny v programu Cabri Geometry II Plus.

2. FYZIKÁLNÍ ÚLOHY

Fyzikální úlohou rozumíme dle [1] slovně formulovaný podnět k činnosti žáků, při které ze zadaných předpokladů a podmínek dospívají žáci určitou posloupností myšlenkových operací k závěru, který úloha požaduje v otázce nebo příkazu.

2.1 Funkce fyzikální úlohy ve vyučování

Fyzikální úlohy mohou mít ve vyučování velmi různé funkce dané typem úlohy.

- osvojování nových poznatků.

Jde o základní význam fyzikální úlohy. Řešení úlohy přispívá k pochopení fyzikálních jevů, k vymezení a ujasnění a prvotnímu upřesnění pojmů, k vysvětlení souvislosti mezi jevy. Proto řešení fyzikálních úloh často prostupuje učitelův výklad nového učiva. Specifickou formou úloh používaných v rámci výkladu jsou úlohy problémové povahy, které mohou motivovat vstup do nového učiva.

- prohlubování nových poznatků.

Jde o úlohy, které jsou prostředkem dalšího upřesňování a objasňování pojmů a upevňování nových poznatků. Používáme je při procvičování učiva buď bezprostředně po jeho výkladu, nebo při opakování v dalších vyučovacích hodinách.

-utřídění a sjednocení poznatků.

Existuje řada úloh komplexnější povahy, zahrnujících širší rozsah učiva a vyžadujících aplikaci celé řady fyzikálních poznatků. Tyto úlohy se řeší obvykle na závěr tématických celků, čímž pomáhají vytvářet jednotný pohled na větší úsek fyzikálního učiva. Mohou také sloužit k určitému rozšíření znalosti žáků o nejrůznější aplikace fyzikálních poznatků v praxi a o poznatky, které přesahují rámec školské fyziky.

-rozvoj fyzikálního myšlení.

Řešení fyzikálních úloh má rozvíjet samostatné myšlení žáků, zejména v oblasti logického usuzování, zobecňování faktů, nalézání souvislostí a vzájemných podmíněností mezi jevy. Rozvíjení fyzikálního myšlení žáků je základním úkolem vyučování fyzice a fyzikální úlohy vhodně vybrané a účelně zařazené do průběhu celého vyučování mohou výrazně splnění tohoto úkolu ovlivnit

- vytváření návyků k samostatné práci.

Je-li žák veden k samostatnému řešení fyzikálních úloh, musí operativně používat jednak svých vědomostí, jednak dalších zdrojů informací v učebnici, příručkách, popřípadě v odborných časopisech. Při vlastním řešení musí úlohu samostatně promýšlet, formulovat postup řešení, vyslovit závěry, popřípadě omezující podmínky. Přitom se učí smysluplnému čtení textu úlohy, provádění zápisů, črtání schémat a podobně.

- kontrola žákovských vědomostí.

Fyzikální úlohy jsou cenným prostředkem k zjišťování rozsahu a úrovně vědomostí a prostředkem hodnocení žáků. Používají se při ústním i písemném zkoušení žáků.

- sebekontrola vědomostí.

Řešení fyzikálních úloh umožňuje žákovi, aby sám objektivně zkontroloval úroveň svých znalostí. Funkci sebekontroly mohou plnit např. úlohy zařazené do pracovních listů, úlohy obsažené v programovaných textech a konečně úlohy zadávané za domácí cvičení.

- rozvoj talentů.

Pomocí fyzikálních úloh lze vnitřně diferencovat žáky podle jejich schopností a nadání. Nadaným žákům umožňuje učitel řešit úlohy složitější a obtížnější, méně schopným žákům pak zadává úlohy menší obtížnosti. Významným prostředkem pro rozvoj talentů jsou úlohy řešené v rámci soutěže Fyzikální olympiáda.

- výchovný význam.

Řešení fyzikálních úloh rozvíjí volní vlastnosti žáků, zejména vůli překonávat překážky, vytrvalost, pečlivost přesnost, ale i vynalézavost, tvořivou fantazii a estetické cítění.

Tím, že se při řešení fyzikální úlohy provádí analýza fyzikálního a technického obsahu úlohy, že se deduktivně usuzuje a ověřuje výsledek, rozvíjí se fyzikální a logické myšlení vůbec.

2.2 Zásady pro zadávání fyzikálních úloh

a) Při probírání nového učiva nezačínat s řešením početních úloh, protože početní úlohy se pak jeví žákům jako hlavní a ztrácí se fyzikální podstata řešení. Začínat řešením problémových úloh.

b) Úlohy volit postupně od jednoduchých problémových ke složitějším početním a kombinovaným, příp. volit úlohy s neúplným textem (neúplnými údaji).

c) Podstatou řešení fyzikálních úloh nemají být matematické operace, ale fyzikální úvaha; číselné údaje proto vhodně zaokrouhlit.

d) Každá úloha má určitým způsobem prohlubovat vědomosti.

2.3 Strategie řešení fyzikálních úloh

1. Porozumění obsahu úlohy.

Nejprve se na základě textu nebo obrazu seznámíme s obsahem úlohy. Text úloh čteme pozorně, abychom správně pochopili, co je dáno a co se od nás žádá. Svou pozornost zaměřujeme především na části textu nebo obrazu, které jsou pro řešení úlohy podstatné.

2. Zápis úlohy.

Fyzikální veličiny, s nimiž budeme v úloze pracovat, označíme smluvenými symboly, které v případě vícenásobného použití rozlišujeme indexy. Pak zapíšeme hodnoty zadaných veličin, které převedeme na jednotky soustavy SI, a hledanou veličinu označíme otazníkem.

3. Fyzikální rozbor situace.

Jde o nejdůležitější krok strategie řešení fyzikální úlohy, který obvykle zahrnuje několik dílčích kroků.

a) Prvním dílčím krokem je náčrtek situace nebo schématu, do něhož zapíšeme symboly fyzikálních veličin, kterých se úloha týká, tedy veličin zadaných i hledaných. Dobrý náčrtek nebo schéma velmi usnadňuje orientaci v úloze a pomáhá pochopit podstatu řešené úlohy. Na základě náčrtku a zápisu úlohy bychom měli být schopni celé zadání úlohy volně reprodukovat.

b) Druhým dílčím krokem rozboru je popis situace pomocí pojmů příslušného učiva. Uvážíme, o jaký fyzikální děj jde, které zákonitosti pro něj platí a za kterých předpokladů lze tyto zákonitosti použít. Někdy jsou zjednodušující předpoklady uvedeny přímo v textu úlohy, jindy je formulujeme až při řešení úlohy.

c) Třetím dílčím krokem rozboru je zápis vztahů, kterými jsou dané a hledané veličiny navzájem vázány.
Při řešení náročnějších úloh bývá fyzikální rozbor situace složitější. Často musíme dané veličiny doplnit veličinami dalšími, jejichž hodnoty vyhledáme ve fyzikálních tabulkách. Někdy je třeba přesněji vymezit zjednodušující podmínky. Fyzikální rozbor situace je poměrně náročná myšlenková činnost, na které převážně závisí zdárné vyřečení celé úlohy.

4. Obecné řešení úlohy.

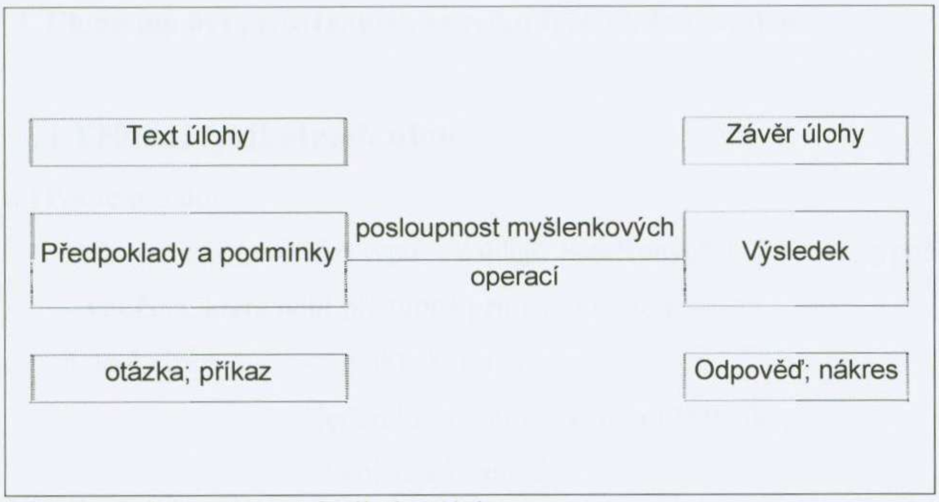
Ze vztahů, ke kterým jsme dospěli při rozboru situace, vyjádříme hledanou veličinu pomocí veličin daných. Dostaneme rovnici, na jejíž levé straně je symbol označující hledanou veličinu a na pravé straně symboly označující dané veličiny. Výslednou rovnici nazýváme obecné řešení.

a) Určení jednotky výsledku. Dříve než přistoupíme k řešení pro dané hodnoty, je vhodné předem stanovit jednotku hledané veličiny. Do obecného řečení dosadíme za symboly daných veličin jejich jednotky, s nimiž pak pracujeme jako s algebraickými výrazy. Tím obdržíme jednotku hledané veličiny. Tomuto postupu se také říká zkouška jednotkou. Nejde však o zkoušku v pravém slova smyslu. Určení správné jednotky hledané veličiny ještě totiž nezaručuje správnost obecného řešení. Pokud však při této zkoušce vychází nesprávná jednotka, je v obecném řešení chyba a je zbytečné pokračovat v řešení pro dané hodnoty

b) Řešení pro dané hodnoty záleží v dosazení číselných hodnot daných veličin do obecného výsledku a v následném vypočítání hodnoty hledané veličiny.

c) Diskuse řešení slouží k ověření hodnověrnosti výsledku. Především zkoumáme, zda číselná hodnota vypočítané veličiny odpovídá alespoň přibližně skutečnosti. Opíráme se jednak o vlastní zkušenost, jednak o údaje zjištěné ve fyzikálních tabulkách či v odborné literatuře. Diskutovat však můžeme také obecné řešení úlohy s tím, že zkoumáme, jak hledaná veličina závisí na veličinách daných.

d) Formulace odpovědi. Na závěr řešení formulujeme odpověď na otázku, která je uvedena v zadání úlohy. U číselně zadaných úloh obsahuje odpověď vždy číselnou hodnotu hledané veličiny, u obecně zadaných úloh jen obecné řešení.



obr. 1 – schéma řešení fyzikální úlohy

Úspěšnost při řešení úloh a požadavky na fyzikální úlohu

závisí na třech základních předpokladech:

1. na znalosti učiva v rozsahu jednotlivých článků učebnice,
2. na zvládnutí potřebných matematických dovedností (úprava algebraických výrazů, dosazování číselných hodnot a jednotek fyzikálních veličin do vztahů, operace s číselnými výrazy, používání kalkulaček, čtení a sestrojování grafů),
3. na osvojení určité strategie řešení úloh s použití vhodných pracovních postupů.

Proto musíme zohlednit požadavky na fyzikální úlohu:

1. Správná formulace textu úlohy.

Fyzikální slovní úlohu bychom neměli omezovat jen na slovní formulaci, ale měli bychom k ní také ukázat buď pokus, obraz, filmovou smyčku, fotografii, nebo alespoň náčrt, aby řešení úlohy bylo spjato s žákovými konkrétními představami.

2. Srozumitelnost textu.

Text má být jednoduchý, otázka musí být formulována zřetelně, text nemá svádět k dvojímu výkladu, doporučuje se, aby se v téže úloze nekupilo několik otázek.

3. Úloha má být prostředkem výcviku fyzikálního myšlení

2.4 Třídění fyzikálních úloh

a) Podle obsahu:

1. úlohy laboratorního typu – z údajů naměřených veličin se vypočítává veličina, která není přístupná přímému měření,
2. technické - z praktického života,
   - jednodušší úlohy z výrobní techniky,
   - z vojenské techniky,
3. funkcionální – uměle vykonstruované úlohy k vymyšleným kombinacím skutečných dějů. Přispívají k porozumění i zapamatování

vzorců, rozvíjejí důvtip a obrazivost. Některé početní úlohy funkcionálního typu slouží pouze k procvičení a utvrzení zákona odvozeného ve tvaru rovnice nebo jiných vzorců.

b) Podle logické povahy:

1. analytické – vycházíme z hledané veličiny k obecnému řešení,
2. syntetické – postupujeme od známého k neznámému,

c) Podle způsobu matematického myšlení:

1. aritmetické – užívá se početních úkonů s přirozenými čísly, aniž sestavujeme rovnice,
2. algebraické – sestavujeme rovnice,
3. geometrické – užíváme při skládání a rozkladu vektorů apod., užíváme je tehdy, nemají-li žáci dostatečnou zběhlost v algebraických úkonech,
4. grafické – některé způsoby důležité např. při řešení pohybů. Tyto úlohy užíváme také při výkladu.

2.5 Problémové úlohy

Úlohy a otázky jsou ve vyučování fyzice významným prostředkem aktivace a řízení učební činnosti žáků. Užívají se ve všech fázích učebního procesu.

Problémová úloha obsahuje pro žáka něco neznámého a žák musí a současně chce vyvinout cílevědomě zaměřenou myšlenkovou činnost, aby toto neznámé objevil a poznal.

Problémové situace je možno u žáků navodit jen pomocí poznávacích problémových úloh, problémových otázek apod. Poznávací úlohou rozumíme takovou úlohu, jejímž řešením žák získává nové poznatky nebo poznává nový způsob činnosti. Přitom pojem nový poznatek chápeme v nejširším smyslu. Novým poznatkem není jen poznatek, dílčí téma, které dosud nebyly předmětem výkladu vůbec, ale např. i rozlišení příbuzných, podobných, analogických jevů, pojmů, termínů apod., zpřesnění zákona nebo podmínek, za kterých zákon platí, zjištění omylu při nesprávném užití zákona, teorie nebo pravidla.

Problémová úloha se od neproblémové úlohy liší především:

a) způsobem zadání – problémová úloha musí být v logické souvislosti s předchozími poznatky žáků a přiměřená jejich možnostem,
b) problémovým obsahem – obsahuje neznámé,
c) povahou nového poznatku – vyjadřuje vždy jistý stupeň zobecnění,
d) osobnostním vztahem žáka k zadané úloze – podněcuje žáka, vyvolává u žáka poznávací potřebu.

Neproblémová úloha od žáka požaduje, aby splnil úlohu na základě předchozích vědomostí a osvojených dovedností. Jestliže si žák dobře osvojí učivo, které bylo předtím probráno, neměl by mít při řešení obtíže zásadního rázu. V neproblémových úlohách jsou v podmínkách uvedeny dané a hledané veličiny. Řešení úlohy je zde procesem přetváření zadané situace na jistou konečnou situace, která už obsahuje hledanou veličinu nebo vztah, v němž je hledaná veličina obsažena.

Některé způsoby přípravy problémových situací:

K přípravě problémových situací přistupuje učitel se znalostí základních typů problémových situací a jejich funkce v problémovém učení. Příprava problémové situace závisí na učivu, věkových a individuálních zvláštnostech žáků, jejich připravenosti na řešení didaktických problémů, jejich možnostech řešit daný problém a na zběhlosti učitele v organizaci a řízení problémového vyučování. Podle Machmutova popsal E. Kašpar [5] několik standardních způsobů přípravy problémových situací:

1. Uvedení žáků do situace, ve které se setkají s jevy nebo fakty, jež vyžadují teoretické vysvětlení.
2. Využívání učebních situací a situací z denního života vznikajících při plnění praktických úloh.

3. Zadání problémových úloh k vysvětlení jevu nebo vyhledání jeho praktické aplikace.
4. Podněcování žáků k analýze skutečností a jevů, které jsou v rozporu s jejich dosavadními poznatky a zkušenostmi.
5. Tvorba hypotéz, formulace závěrů a jejich experimentální ověřování.
6. Podněcování žáků ke srovnávání jevů, faktů, pravidel, důsledků, k objevování jejich souhlasných a rozdílných stránek.
7. Vedení žáků k předběžnému zobecnění faktů.
8. Seznámení žáků s fakty, která jsou zdánlivě nevysvětlitelná, ale v historii fyziky vedla ke vzniku vědeckého problému.

Každá problémová situace je psychickým stavem subjektu. To znamená, že pro její vyvolání není možno udat přesný návod. Jde pouze o zobecnění zkušeností učitelů, které mohou být dalším učitelům pomůckou při přípravě problémového vyučování.

Analýza problémové situace, formulace problému

Problémovou situaci můžeme navodit zadáváním problémového úkolu, experimentem, promítnutím filmu atd.
Žák se vždy zpočátku pokouší řešit úlohu známými způsoby a metodami. Po té zjistí, že tyto metody jsou nevhodné a vznikají u něho poznávací potíže, které ústí do problémové situace.

Podstatu problému může žák rozpoznat důkladnou analýzou problémové situace. Při řadě myšlenkových operací si uvědomí podstatu neznámého v úkolu, začne vnikat do podstaty problému a snaží se jej formulovat. Tato formulace je pro žáka novou úlohou, kterou je nutno vyřešit, aby mohl vyřešit úlohu původní zadanou učitelem.

Řešení didaktického problému

Východiskem při řešení didaktického problému je jeho jasná a správná formulace. Vlastní řešení počíná sestavováním plánu takového řešení, které si vyžaduje aktualizace poznatků žáků a jejich dovednosti v řešení problémů. Při sestavování plánu řešení žáci vyslovují návrhy, dohady a předpoklady o možných způsobech řešení problému. Ty se přitom evidují, třídí, zdůvodňují, zavrhují nebo vyjadřují jako hypotézy řešení. V tomto plánu se zároveň odráží i zvolená metoda řešení, způsob její realizace a sled jednotlivých kroků řešení. S podstatou problému a dalšími podmínkami řešení se žáci postupně seznamují i v dalším procesu řešení a jejich plán se tak doplňuje a zpřesňuje.

Při dalším řešení problému je důležité zaměřit se na rozvíjení, zpřesňování a zdůvodňování zvolených hypotéz. Přitom můžeme postupovat buď analyticky nebo heuristicky nebo můžeme oba tyto postupy kombinovat.

Při analytickém postupu se soustavně ověřují všechny předpoklady řešení. Heuristickým způsobem řešení se vychází z platné teze, která se postupně rozvíjí.

Realizace zvoleného způsobu řešení problému spočívá ve fyzice v sestavení a vykonání experimentu, ve formulování nového vztahu mezi veličinami úpravou známých vztahů a nebo ve výpočtu hledané veličiny. Správnost řešení problému ověříme experimentem nebo výpočtem, přičemž získané výsledky porovnáme se známými výsledky uvedenými například v tabulkách. Při řešení složitějších didaktických problémů se výsledky jedné etapy řešení používají v další etapě a ověření správnosti řešení konečného výsledku je zároveň potvrzením správnosti dílčích řešení.

Aby si žáci jasněji uvědomovali a zapamatovali způsob řešení problému, je nutno při prověřování správnosti řešení analyzovat proces řešení. Při analýze se žáci vracejí zpět, porovnávají původně navržený plán řešení s realizací procesu řešení. Znovu se tak posoudí podmínky řešení, zhodnotí správnost formulace problému, uvědomí se příčina a podstata chyb, kterých bylo při řešení dopuštěno. Na základě této analýzy je možno zpřesnit plán řešení, odůvodnit postup řešení problému, případně vypracovat algoritmus řešení problémů daného typu.

Poznávací proces žáků při řešení didaktických problémů v rámci vyučování organizuje a usměrňuje učitel. Průběh celého učebního procesu řídí tak, aby se nové poznatky a způsoby činnosti žáků procvičily, upevnily a zařadily do systému poznatků, které si žáci osvojili už dříve.

2.6 Nonverbální fyzikální úlohy

Fyzikální úlohu lze zadávat nejen v textové formě, ale také prostřednictvím obrazové informace. Tyto úlohy pak nazýváme nonverbálními úlohami.

Obrazovou funkci nonverbálních úloh tak vedle obrázků plní také fotografie, kresba, schematický nákres, diagram, graf, tabulka, mapa aj. Tato informace u nonverbálních úloh nahrazuje obvykle celou první část zadání fyzikální úlohy, a to včetně údajů potřebných k řešení úlohy.

Pro některé žáky může mít tento typ úloh řadu předností. Tyto úlohy pro ně mohou být přehlednější, úspornější, výstižnější, srozumitelnější a hlavně zajímavější než ostatní úlohy, neboť z obrazu žák získá rychleji potřebné údaje k řešení úlohy, získává je s menší námahou a není zde tak velké riziko, že správně nepochopil výchozí situaci. Tato úvaha však platí spíše u úloh, které se běžně užívají ve výuce fyziky a které jsou pro žáky obvyklé. Do této kategorie bychom zahrnuli především úlohy zabývající se grafickými závislostmi pohybu těles, nebo úlohy řešící pohyby těles v homogenním tíhovém poli Země.

Avšak některé úlohy zadané obrázkem, či jiným způsobem, nemusí být pro všechny žáky úplně srozumitelné, a ne všichni žáci po jejich zadání vědí, co se od nich očekává. Tuto část nonverbálních úloh bychom zařadili mezi problémové úlohy.

V tomto případě jde o úlohy, jejichž zadání není úplné, to znamená, že nemusí obsahovat všechny údaje potřebné k řešení úlohy, předpoklady či podmínky vedoucí k jednoznačnému řešení problému. Do této části bychom zařadily větší část nonverbálních úloh.

Předložíme-li žákům takovouto úlohu, je často třeba zahájit s žáky diskuzi o tom, jaký problém budeme řešit, či které údaje máme daným obrázkem zadány. Údaje, které žáci ze zadání nemohou určit, a přesto je k řešení dané úlohy budou potřebovat, pak hledáme pomocí dřívějších poznatků, či vztahů mezi těmito poznatky, v další fázi naší diskuse.

I když jsou nonverbální úlohy ve vyučovacím procesu většinou časově náročné, mají také řadu předností, jako je rozvoj klíčových kompetencí daných rámcovým vzdělávacím programem.

Vezmeme-li v úvahu fakt, že zadání nonverbálních úloh většinou žáci nalézají při vzájemné diskusi s učitelem, rozvíjí se tak ***kompetence komunikativní***. Tuto kompetenci rozvíjíme i v případě, že žákům s hledáním nepomáháme, ale rozdělíme je do skupin, ve kterých si pomáhají sami navzájem.

Tímto způsobem můžeme dopomoci k rozvoji další klíčové kompetence, kterou je ***kompetence sociální a personální***. Při vhodně zvolené velikosti skupin, má každý žák možnost nalézt prostor, kde může vlastním přičiněním přispět k řešení zadaného problému. Tímto mohou vznikat nové sociální vztahy nejen v takto vytvořené skupině ale i v celé třídě, a každý žák má možnost uspokojit svou potřebu úspěšné činnosti.

Poslední kompetencí, kterou zde zmíníme, je ***kompetence k učení***. Jestliže nonverbální úloha, kterou žákům zadáme, dostatečně motivující, avšak příliš složitá pro okamžité řešení, či samotné řešení je pro žáka obtížně pochopitelné, může v žákovi vzbudit snahu získat nové poznatky, aby byl schopen zadanou úlohu sám vyřešit nebo aby mu bylo řešení dané úlohy jasné a srozumitelné.

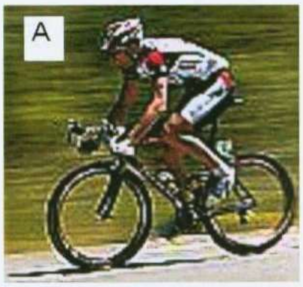
Další předností je také rozvoj tvořivosti žáků, kterou se budeme více zabývat ve čtvrté kapitole, kde uvedeme mimo jiné i rozbor některých navržených úloh z následující kapitoly s číslem tři.

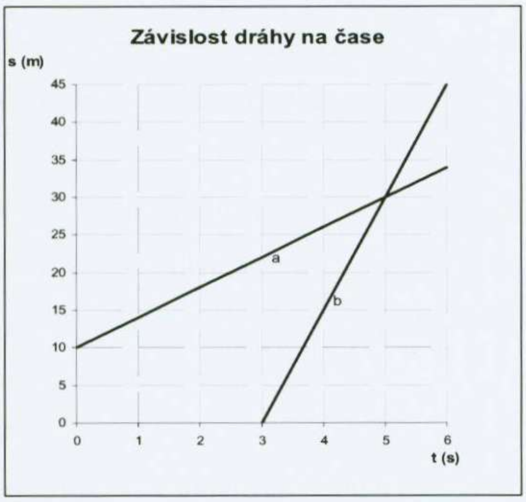
3. NAVRŽENÉ NONVERBÁLNÍ ÚLOHY A JEJICH ŘEŠENÍ

3.1 Kinematika hmotných bodů a těles

První tři příklady umožňují procvičovat práci studentů s grafickým vyjádřením úloh o pohybu.

3.1.1





V první úloze je popsána závislost dráhy na čase dvou vozidel. Po důkladném rozboru grafu navedeme žáky na následující otázky:

- Jaká je velikost rychlosti cyklisty A a automobilu B?
- Jaký je význam společného průsečíku polopřímek *a* a *b*?
- Určete význam průsečíku polopřímky *a* s osou y.
- Určete význam průsečíku polopřímky *b* s osou x.

Na tyto otázky pak dostaneme následující odpovědi:

Průměrná rychlost vozidel vypočítáme podle vzorce $v = \frac{s}{t}$.

Po dosazení potom dostaneme, že průměrná rychlost cyklisty je rovna $v_a = \frac{20}{5} = 4$ m.s^{-1} a průměrná rychlost automobilu dohánějícího cyklistu je rovna $v_b = \frac{30}{2} = 15$ m.s^{-1}.

Průsečík polopřímky *a* a polopřímky *b* určuje vzdálenost od počátku měření dráhy a čas, ve kterém se obě vozidla potkají.

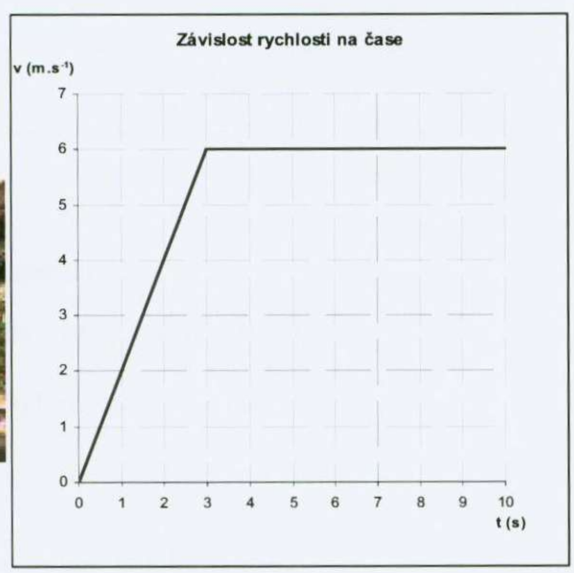
Průsečík polopřímky *a* s osou y udává, že cyklista A měl na počátku měření ujetou počáteční dráhu $s = 10$ m.

Průsečík polopřímky *b* s osou x udává, že cyklista B se začal pohybovat až po třech sekundách od začátku měření.

V druhém a třetím příkladu pak řešíme průběh pohybu tělesa daný závislostí rychlosti na čase. Zde můžeme se žáky diskutovat následující otázky:

- Jaký je průběh pohybu v jednotlivých časových intervalech?
- Jaké je zrychlení u nerovnoměrných pohybů?
- Jak dlouho pohyb trvá?
- Jakou dráhu urazí pohybující se objekt za dobu trvání pohybu?

3.1.2



U příkladu 3.1.2 dostaneme následující řešení:

- V prvních třech sekundách koná lokomotiva pohyb rovnoměrně zrychlený, ve zbývajícím čase pohyb rovnoměrný přímočarý.

- Zrychlení vypočteme podle vztahu $a = \frac{v}{t}$.

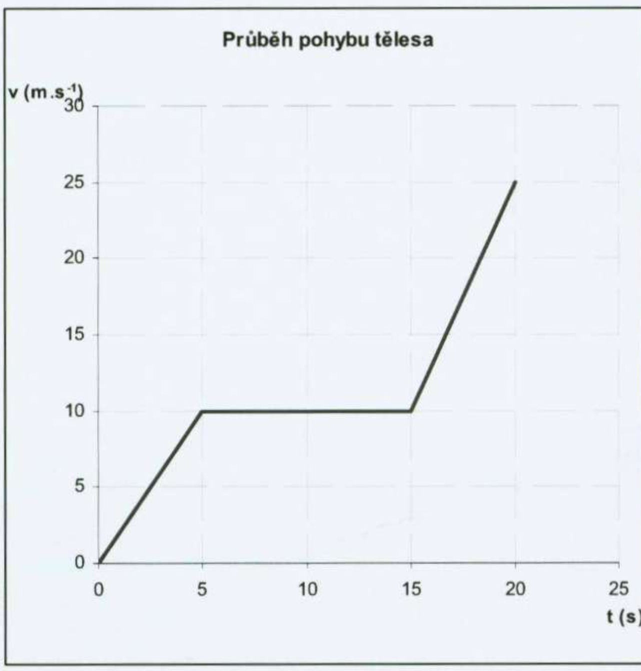
  Po dosazení dostaneme velikost průměrného zrychlení a = 2 ms^{-2}. Pohyb lokomotivy trvá 10 s.

- Dráha za první 3 sekundy $s_1 = \frac{1}{2}at^2$. Tedy po dosazení s_1 = 9 m.

  Dráha za zbývajících 7 sekund $s_2 = vt$, tedy $s_2 = 42$ m.

Tedy celková dráha za deset sekund pohybu $s = s_1 + s_2$ je rovna s = 51 m.

3.1.3



gepard

V příkladu 3.1.3 řešíme pohyb geparda:

- I. $t_1 \in \langle 0;5 \rangle$ s pohyb rovnoměrně zrychlený

  II. $t_2 \in \langle 5;15 \rangle$ s pohyb rovnoměrný přímočarý

  III. $t_3 \in \langle 15;20 \rangle$ s pohyb rovnoměrně zrychlený

- Zrychlení vypočteme opět podle vztahu $a = \frac{v}{t}$.

  V prvním intervalu dostaneme po dosazení za v_1 = 10 ms^{-1} a t_1= 5 s hodnotu průměrného zrychlení a_1 = 2 ms^{-2}.

Ve druhém intervalu jde o pohyb rovnoměrný přímočarý a proto je zde zrychlení rovno nule.

Ve třetím intervalu dostaneme po dosazení za $v_3 = 15\ \mathrm{ms}^{-1}$ a $t_3 = 5$ s hodnotu průměrného zrychlení $a_3 = 3\ \mathrm{ms}^{-2}$.

Celý pohyb trval 20 s.

- V prvním a třetím intervalu budeme dráhu pohybu počítat podle vzorce $s = \frac{1}{2}at^2$, v druhém případě se dráha s spočítá jako $s = vt$.

Po dosazení do těchto vztahů za rychlost $v_2 = 10\mathrm{ms}^{-1}$

a časy $t_1 = 5$ s $\qquad t_2 = 10$ s $\qquad t_3 = 5$ s

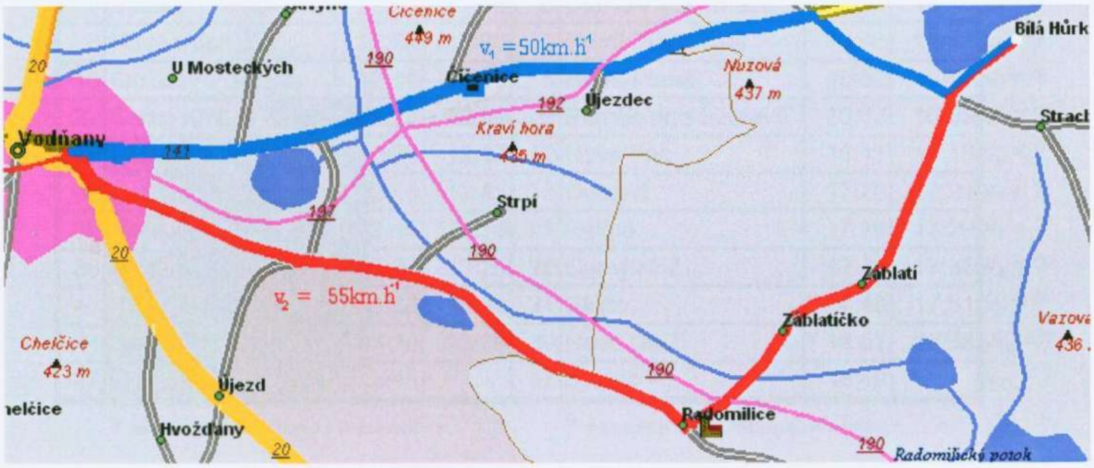
dostaneme po dosazení dráhy

$s_1 = 25$ m $\qquad s_2 = 100$ m $\qquad s_3 = 37{,}5$ m.

Celkovou dráhu s za 20 s pohybu vypočteme podle vztahu $s = s_1 + s_2 + s_3$. Tedy dráha $s = 162{,}5$ m.

3.1.4

Která cesta bude rychlejší?



1 : 44 000

Řešení:

Označíme si trasu Vodňany – Číčenice – Bílá Hůrka jako trasu s číslem 1, trasu Vodňany – Radomilice – Záblatíčko – Záblatí – Bílá Hůrka jako trasu číslo 2.

JIHOČESKÁ UNIVERZITA
V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH
PEDAGOGICKÁ FAKULTA
ÚSTŘEDNÍ KNIHOVNA -8-
Husova 458, 370 05 České Budějovic

Po změření měří první trasa na mapě 14,8 cm a po přepočtení na kilometry je vzdálenost obou měst s_1 = 6,512 km.

Druhá trasa na mapě měří 17,2 cm, což je ve skutečnosti rovno s_2 = 7,568 km.

Dále je zřejmé, že po trase 1 pojedeme rychlostí $v_1 = 50$ km.h^{-1} a po trase 2 rychlostí v_2 = 55 km.h^{-1}.

Dobu jízdy vypočteme podle vzorce $t_i = \frac{s_i}{v_i}$.

Tedy po dosazení t_1 = 0,13024 h a to je po převedení rovno t_1 = 7 min 48 s a t_2 = 0,1376 h, což je rovno t_2 = 8 min 15 s.

Z toho vyplývá závěr, že automobil jedoucí po první trase přijede o 27 sekund dříve než druhý automobil jedoucí po delší dráze.

3.1.5

Jízdní řády parních vlaků								
Stožec - Černá v Pošumaví a zpět								
km		příjezd	odjezd	km		příjezd	odjezd	
0	Stožec		11:19	0	Černá v Pošumaví		15:40	v_1 = ?
8	Nové Údolí	11:29	12:05	3	Horní Planá zast.	15:46	15:47	v_2 = ?
16	Stožec	12:14	12:16	5	Horní Planá	15:52	15:54	v_3 = ?
22	Černý Kříž	12:26	12:30	9	Pernek ana Šumavě	16:02	16:03	v_4 = ?
26	Pěkná	12:36	12:37	12	Nová Pec	16:11	17:16	v_5 = ?
32	Ovesná	12:44	12:45	15	Ovesná	17:20	17:21	v_6 = ?
35	Nová Pec	12:49	13:18	21	Pěkná	17:28	17:29	v_7 = ?
38	Pernek na Šumavě	13:24	13:25	25	Černý Kříž	17:34	17:37	v_8 = ?
42	Horní Planá	13:32	13:34	31	Stožec	17:49	17:51	v_9 = ?
44	Horní Planá zast.	13:38	13:39	39	Nové Údolí	18:01	18:38	v_{10} = ?
47	Černá v Pošumaví	13:45		47	Stožec	18:48		v_{11} = ?

$v_{\text{průměrná (Stožec - Černá v Pošumaví)}}$ = ? $v_{\text{průměrná (Černá v Pošumaví - Stožec)}}$ = ?

Úkolem tohoto příkladu je vypočítat jednak dílčí rychlosti v jednotlivých úsecích mezi stanicemi jednak určit průměrné rychlosti parního vlaku v obou směrech, což by mělo být žákům po shlédnutí obrázku patrno.

Řešení:

Rychlosti v_i počítáme podle vzorce $v_i = \dfrac{s_i}{t_i}$.

Nejprve spočítáme rychlosti ve směru Stožec – Černá v Pošumaví, poté rychlosti v opačném směru. Hodnoty pro dráhy a časy v jednotlivých úsecích a vypočtené rychlosti jsou uvedeny v následující tabulce 1 uvedené na konci řešení.

Průměrná rychlost na dráze Stožec – Černá v Pošumaví je vypočtena jako podíl celkové dráhy s = 47 km a celkového času t = 2,43 h.

Tento čas ovšem není vypočítán podle následující tabulky, ale z jízdního řádu. Po dosazení tedy dostaneme v = 19,31 km.h^{-1}.

Provedeme-li totéž i na trase v opačném směru kde je celková dráha shodná s dráhou v prvém případě a celkový čas t = 3,13 h dostaneme pro průměrnou rychlost výsledek v = 15 km.h^{-1}.

Tabulka 1:

	směr Stožec - Černá v Pošumaví				směr Černá v Pošumaví - Stožec			
i	s_i (km)	t_i (min	t_i (h)	v_i (km.h^{-1})	s_i (km)	t_i (min)	t_i (h)	v_i (km.h^{-1})
1	8	10	0,17	48,0	3	6	0,10	30,0
2	8	9	0,15	53,3	2	5	0,08	24,0
3	6	10	0,17	36,0	4	8	0,13	30,0
4	4	6	0,10	40,0	3	8	0,13	22,5
5	6	7	0,12	51,4	3	4	0,07	45,0
6	3	4	0,07	45,0	6	7	0,12	51,4
7	3	6	0,10	30,0	4	5	0,08	48,0
8	4	7	0,12	34,3	6	12	0,20	30,0
9	2	4	0,07	30,0	8	10	0,17	48,0
10	3	10	0,17	18,0	8	10	0,17	48,0
	s = 47	t = 73	t = 1,22		s = 47	t = 75	t = 1,25	

Z číselných hodnot je patrné, že hodnoty průměrných rychlostí jsou mnohem menší než hodnoty rychlostí v jednotlivých úsecích. To je způsobeno tím, že do celkového času je započítaná i doba, po kterou vlak stojí v jednotlivých stanicích.

Z tohoto vyplývá následující problém: *Jakou průměrnou rychlostí se pohybuje parní vlak?*

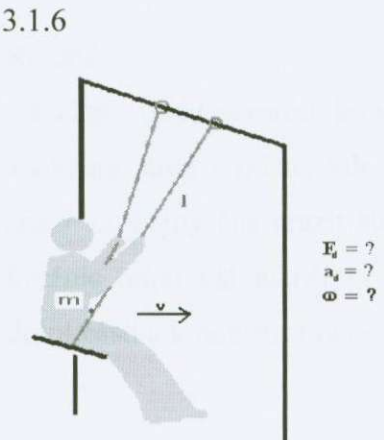
Podle výše uvedeného výsledku by se vlak pohyboval průměrnou rychlostí $v = 19{,}31$ km.h^{-1} směrem ze Stožce a průměrnou rychlostí $v = 15$ km.h^{-1} směrem z Černé v Pošumaví. Do těchto rychlostí je však započítaná i rychlost $v = 0$ km.h^{-1} v případech, že vlak stojí v některé ze stanic. Tím se samozřejmě celková průměrná rychlost parního vlaku snižuje. To znamená, že kdybychom chtěli znát průměrnou rychlost parního vlaku, museli bychom ji vypočítat jako aritmetický průměr rychlostí vlaku mezi jednotlivými stanicemi podle vztahu $v = \frac{s}{t}$, kde s je celková dráha, kterou parní vlak urazí a t je celkový čas, do kterého však už nezapočítáváme doby stání v jednotlivých stanicích. To znamená, že za čas t dosazujeme dobu, kdy je vlak v pohybu.

Po dosazení hodnot podle tabulky se parní vlak v prvním směru (směr Stožec – Černá v Pošumaví) pohybuje průměrnou rychlostí $v = 36{,}8$ km.h^{-1}. V opačném směru vyjde průměrná rychlost $v = 37{,}6$ km.h^{-1}.

Průměrnou rychlost vlaku v obou směrech pak vypočteme podle vzorce pro průměrnou rychlost, kde za dráhu s a čas t dosadíme součty dráhy a času v obou směrech jízdy vlaku. Po dosazení $v_p = 38{,}11$ km.h^{-1}.

To znamená, že na otázku, jakou průměrnou rychlostí se pohybuje parní vlak, bychom odpověděli, že *parní vlak se pohybuje průměrnou rychlostí $v_p = 38{,}11$ km.h^{-1}.*

3.1.6



Z tohoto obrázku by mělo být zřejmé, že jde o pohyb po trajektorii, která opisuje část kružnice. Jedná se tedy o pohyb po kružnici. Úkolem studentů je určit velikost dostředivé síly F_d, dostředivého zrychlení a_d a úhlové rychlosti ω, jestliže známe obvodovou rychlost v a délku závěsu houpačky l.

Řešení:

Dostředivá síla F_d se spočítá podle vzorce $F_d = ma_d$.

Nejprve musíme spočítat dostředivé zrychlení a_d podle vzorce $a_d = \frac{v^2}{r}$.

Po dosazení za známé veličiny vyčtené z obrázku $a_d = \frac{v^2}{l}$. Odtud pak síla

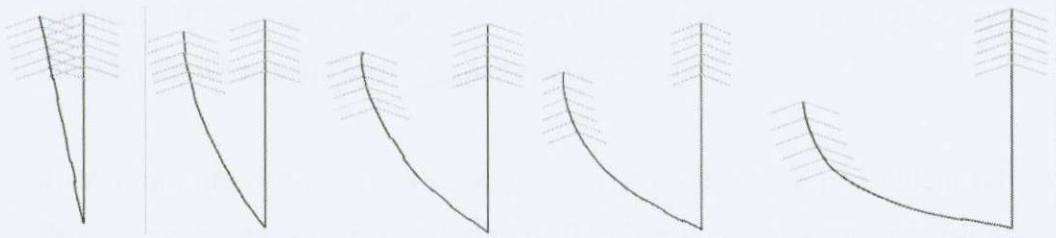
$F_d = m\frac{v^2}{l}$.

Úhlovou rychlost ω pak vypočteme podle vzorce $\omega = \sqrt{\frac{a_d}{r}}$, tedy v našem

případě $\omega = \sqrt{\frac{a_d}{l}} = \sqrt{\frac{v^2}{l^2}} = \frac{v}{l}$. Tedy úhlová rychlost $\omega = \frac{v}{l}$.

3.1.7

Tato soustava obrázků by měla demonstrovat zadání úlohy: Proč se vysoký strom při kácení ohýbá?



obr.1 obr. 2 obr.3 obr.4 obr. 5

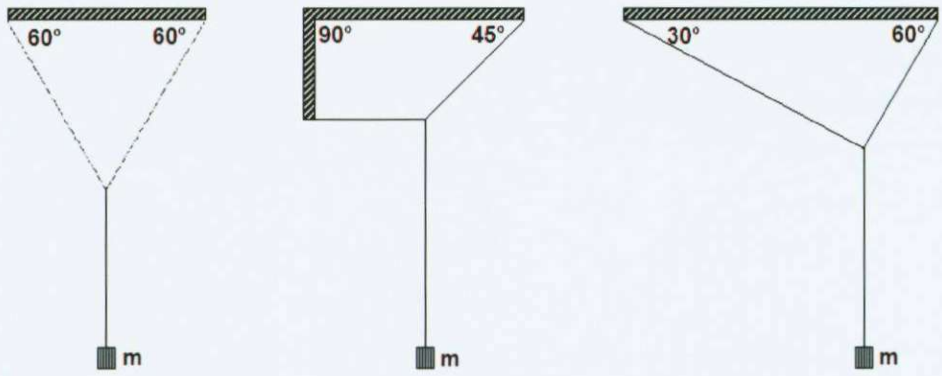
Řešení:

Všechny bodu stromu konají pohyb po kružnici. Tyto kružnice mají společný střed v místě, kde dochází k nařezání stromu. Všechny body se snaží za stejný čas urazit stejnou dráhu (volný pád), která však u větších kružnic odpovídá menšímu úhlu. Proto je tato horní část „opožděná“ za dolní částí a kmen stromu se prohýbá.

3.2 Newtonovy gravitační zákony

3.2.1

Rozložte sílu na složky. (Dosazujte m = 10 kg, g = 10 m.s^{-2}).



Naším úkolem je rozložit tíhovou sílu, která působí na závaží o hmotnosti *m*, na složky, které působí na jednotlivé závěsy.

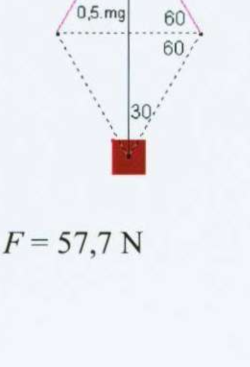
Z dosavadních poznatků by měli, žáci vědět, že půjde o rozklad tíhové síly *G*, přičemž, kdybychom jednotlivé složky v jednotlivých směrech daných závěsy lana zpětně složili, musela by nám opět vyjít původní tíhová síla, jíž těleso na dané závěsy působí.

a) V tomto případě jsou oba závěsy připevněny ke stropu pod úhlem 60°. Provedeme-li grafický rozklad síly podle obrázku, dostaneme následující řešení:

$$F_1 = F_2, \qquad \cos 30° = \frac{mg}{2F_1}$$

$$F_1 = \frac{mg}{2\cos 30°} \quad F_1 = mg\frac{2}{2\sqrt{3}} = mg\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$F_1 = F_2 = 57{,}7\ \mathrm{N}$$



V tomto případě se tedy obě síly rovnají a jejich velikost $F = 57{,}7$ N

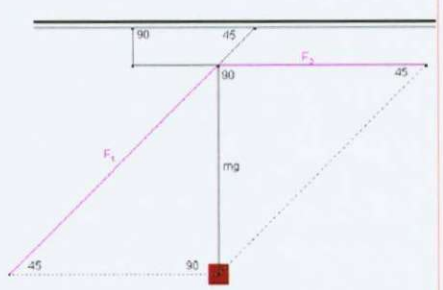
b) V tomto případě je jeden závěs upevněn kolmo k levé stěně a druhý pod úhlem 45° ke stropu. Stejně jako v prvním případě provedeme nejprve grafický rozbor celé situace, z něhož pak snadno odvodíme i řešení numerické.

$$\sin 45° = \frac{mg}{F_1} \qquad tg45° = \frac{mg}{F_2}$$

$$F_1 = \frac{mg}{\sin 45°} \qquad F_2 = \frac{mg}{tg45°}$$

$$F_1 = mg\frac{2}{\sqrt{2}} = mg\sqrt{2} \qquad F_2 = mg$$

$F_1 = 141{,}4\text{N}$ $\qquad F_2 = 100\text{ N}$



Ve druhém případě je velikost první složka tíhové síly F_1 = 141,4 N a velikost druhé složky F_2 = 100N

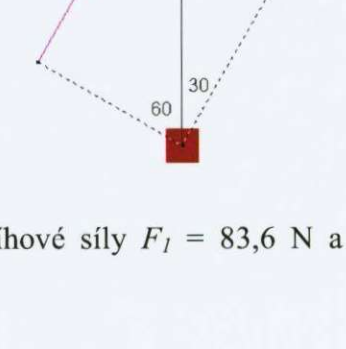
c) V posledním případě jsou opět oba závěsy upevněny ke stropu a to tak, že jeden visí pod úhlem 30° a druhý pod úhlem 60°. Stejně tak jako v předchozích případech si celou situaci podrobně rozkreslíme a následně příklad vypočítáme.

$$\sin 60° = \frac{F_1}{mg} \qquad \sin 30° = \frac{F_2}{mg}$$

$$F_1 = mg\sin 60° \qquad F_2 = mg\sin 30°$$

$$F_1 = mg\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad F_2 = \frac{1}{2}mg$$

$$F_1 = 86{,}6\,\text{N} \qquad F_2 = 50\,\text{N}$$



V posledním případě je velikost první složka tíhové síly F_1 = 83,6 N a velikost druhé složky F_2= 50N

3.2.2

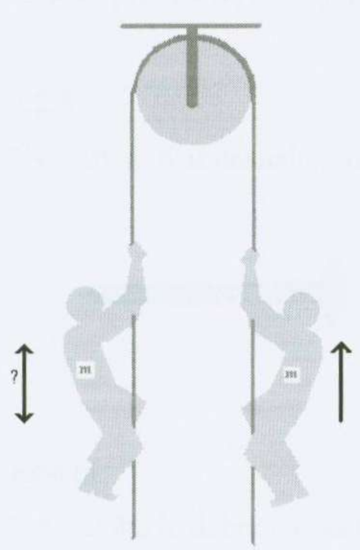
Který způsob je lepší?

Řešení:

Snáze se dostaneme nahoru pomocí kladky (táhneme silou rovnou polovině tíhy těla), avšak práce v obou případech je stejná, neboť síla při použití kladky je rovna polovině tíhy těla, ale touto silou musíme působit na dvojnásobné dráze, protože lano se odvíjí z obou stran.

Z tohoto vyplývá, že *z hlediska vykonané práce jsou oba pohyby rovnocenné, ale lépe bychom se pohybovali prvním způsobem,* protože se přitahujeme menší silou

3.2.3

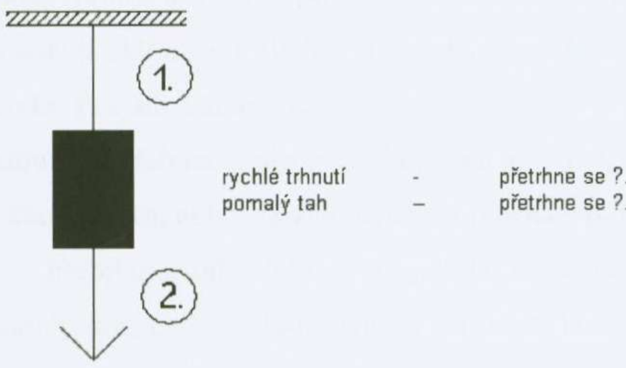


Řešení:

Z obrázku je patrné, že hmotnosti obou lidí jsou shodné a stejné jsou i výšky, ve kterých se oba lidé nacházejí. To znamená, že celá soustava je na počátku v klidu. Jakmile se člověk vpravo začne pohybovat směrem vzhůru, začne působit na lano větší silou než je jeho hmotnost. Tato zrychlující síla se přes kladku přenese i na člověka vlevo. Zanedbáme-li tření, začne člověk vlevo stoupat stejnou rychlostí jako člověk vpravo

3.2.4

Na tomto obrázku je nakresleno závaží, ze kterého visí dolu kousek niti. Uvažujme, že obě nitě jsou stejně dlouhé a ze stejného materiálu.



Otázkou je budeme-li tahat za dolní provázek ve směru šipky, která z nití (1) a (2) se přetrhne v případě, že za provázek rychle trhneme nebo za provázek pomalu táhneme.

Řešení:

Jestliže za provázek trhneme, přetrhne se nit (2), jelikož se síla, kterou za nitku táhneme, nestačí přenést přes závaží na nit (1).

Jestliže za provázek pomalu taháme, působíme po delší dobu a síla se stačí přenést na nit (1), která se po nějaké době přetrhne.

3.2.5

Vysvětlete tvar následujících objektů.

Řešení:

Tato úloha je dobrá na pochopení a procvičení třecí síly.

Za třecí sílu považujeme každou sílu, která působí proti pohybu ve styčných plochách.

Na prvních dvou obrázcích je zobrazen hřebík, který, jak můžeme snadno vidět, je na hlavičce zdrsnělý pomocí vroubků, na špičce hladký a pod hlavičkou má opět vroubky. Jako zdůvodnění můžeme uvést, že spodek hřebíku je hladký proto, aby bylo při zatloukání malé tření. Vroubky na hlavičce znesnadňují sklouznutí kladiva a vroubky pod hlavičkou vznikají při výrobě hřebíku a nejsou záměrem.

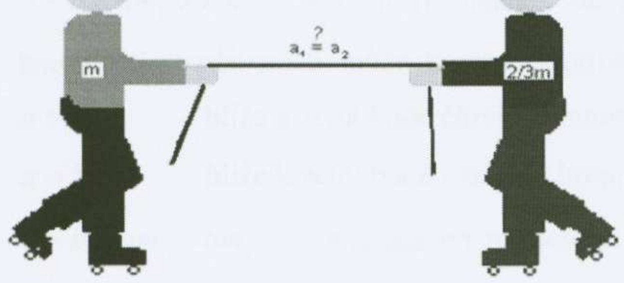
Při zatloukání hřebíku hraje také důležitou roli tlak. Tento tlak je největší na špičce hřebíku, neboť je zde nejmenší plocha a postupně se bude snižovat (plocha hřebíku se od špičky zvětšuje). To znamená, že budeme-li na hřebík působit konstantní silou, nejlépe se nám bude zatloukat na počátku.

Podobné zdůvodnění můžeme použít i pro hmoždinku zobrazenou na třetím obrázku. Hmoždinka se snadno zatlouká do vyvrtané díry (po vroubcích – malé tření) a špatně se vytahuje (proti vroubkům – velké tření). Když do hmoždinky našroubujeme vrut, hmoždinka se roztáhne, tlačí více na stěny a třením drží ještě více.

Po diskusi nad touto úlohou se můžeme žáků zeptat, kde jinde se můžeme denně setkat s tímto principem. Dalšími příklady by totiž mohly být: suchý zip, kleště, uzávěr na PET lahvích a podobně.

3.2.6

V diskuzi se studenty bychom se snažili přijít na následující zadání:



V této úloze se přitahují dva bruslaři na kolečkových bruslích. První z nich má hmotnost m a druhý váží dvě třetiny hmotnosti toho prvního.
Otázkou je zda oba dva budou mít stejné zrychlení.

Řešení:

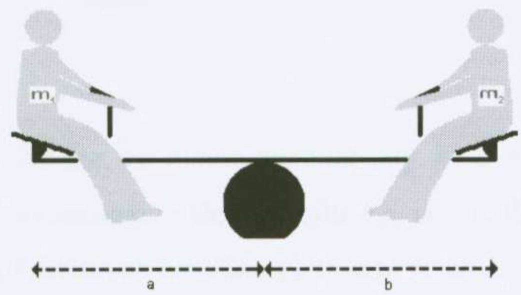
Jelikož platí zákon akce a reakce, můžeme říci, že síly, kterými na sebe oba chlapci působí, jsou stejné. Z druhého Newtonova zákona víme, že $F = ma$.

Z toho vyplývá, že druhý chlapec se pohybuje se zrychlením $a_2 = \frac{3}{2} a_1$.

To znamená, že první chlapec má menší zrychlení než druhý.

3.2.7

Jak se bude chovat houpačka v závislosti na hmotnostech m_1, m_2 a vzdálenostech a a b.



Řešení

a) $m_1 = m_2$ $\quad a = b$ houpačka je v rovnováze

$a > b$ člověk o hmotnosti m_1 bude blíže k zemi

$a < b$ blíže k zemi bude člověk o hmotnosti m_2

b) $m_1 > m_2$ $\quad a = b$ blíže k zemi bude člověk o hmotnosti m_1

$a < b \wedge am_1 = bm_2$ houpačka je v rovnováze

$a < b \wedge am_1 \neq bm_2$ není jednoznačné, záleží na poměru hmotností a vzdáleností, může nastat více případů

$a > b$ blíže k zemi bude člověk o hmotnosti m_1

c) $m_1 < m_2$ $\quad a = b$ blíže k zemi bude člověk o hmotnosti m_2

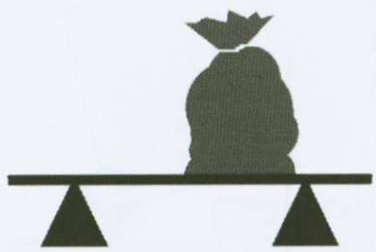
$a > b \wedge am_1 = bm_2$ houpačka je v rovnováze

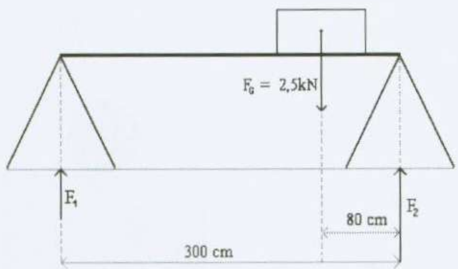
$a > b \wedge am_1 \neq bm_2$ není jednoznačné, záleží na poměru hmotností a vzdáleností, může nastat více případů

$a < b$ blíže k zemi bude člověk o hmotnosti m_2

Další otázkou u tohoto obrázku by mohlo být, v kterém případě se budou děti na houpačce nejlépe houpat (žádný z nich nebude převažovat). Odpověď na tuto otázku zní, že to bude ve všech případech, kdy je houpačka v rovnováze.

3.2.8





Řešení:

Z obrázku vidíme, že máme spočítat síly F_1 a F_2. Součtem těchto rovnoběžných sil dostaneme výslednou sílu F_G, což je tíhová síla působící v těžišti tělesa umístěného na nosníku. Platí tedy vztah $F_1 + F_2 = F_G$.
Dále z momentové věty platí, že $F_1 a = F_2 b$, kde $a = 220$ cm a $b = 80$ cm.
Síla $F_G = 2500$N.

Z tohoto vidíme, že musíme řešit soustavu rovnic

$$F_1 + F_2 = F_G \qquad (1)$$

$$F_1 a = F_2 b \qquad (2)$$

Po dosazení za a a b do (2) vyjádříme z rovnice (1) vztah pro sílu F_1. Dosadíme-li tento vztah rovnice (2) dostaneme lineární rovnici o jedné neznámé

$$2,2\,(2500 - F_2) - 0,8\,F_2 = 0.$$

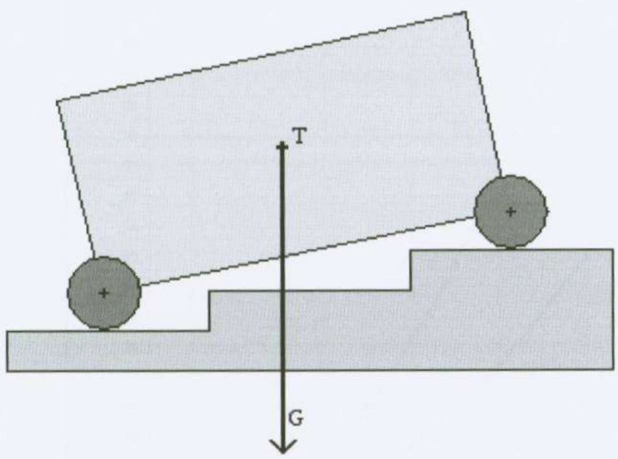
Odtud dostaneme vypočtením hodnotu síly $F_2 = 1833$N

a po zpětném dosazení do první rovnice $F_1 = 667$ N.

3.3 Energie, práce, zákon zachování hybnosti a energie

3.3.1

Bude se pohybovat?



Řešení:

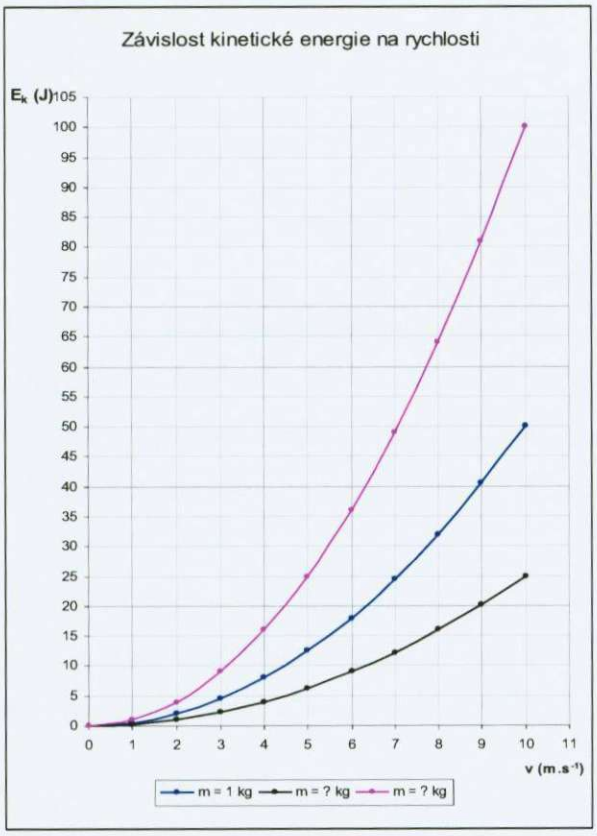
Pokud se kola vozíku nedostanou na hranu schodu, zaujímá vozík rovnovážnou polohu indiferentní. Tíhovou sílu G nelze rozložit jako na nakloněné rovině, neboť kola stojí na vodorovné rovině. Těžnice vozíku prochází mezi koly. Z toho vyplývá, že vozík se v této poloze pohybovat nebude.

3.3.2

Po shlédnutí grafu na následující stránce bychom měli žáky ve společné diskusi navést na následující zadání úlohy:

- určete hmotnost tělesa znázorněného pomocí růžové a černé křivky
- popište změnu grafu
- kolikrát se zvětší kinetická energie tělesa, vzroste-li jeho rychlost na dvojnásobek
- jakou práci musíme vykonat, abychom těleso o hmotnosti 2 kg ležící na hladké vodorovné rovině (neuvažujeme třecí síly), uvedli z klidu do pohybu o rychlosti 5 $m.s^{-1}$.

Daná úloha má následující nonverbální zadání:



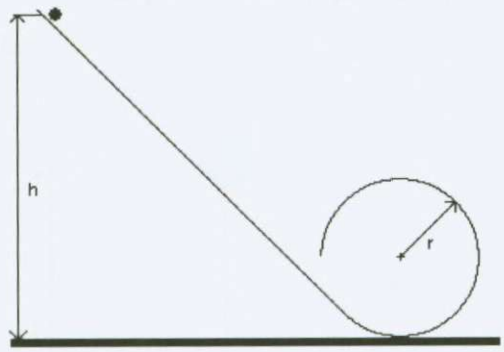
Řešení:

- hmotnost tělesa zakresleného růžovou čarou je *2* kg, hmotnost tělesa zakresleného černě je *0,5* kg.
- bude-li m = 0,5 kg, graf se roztáhne ve směru osy x při zachování škálování.
- bude-li m = *2* kg, graf se roztáhne ve směru osy y při zachování škálování
- zvýší-li se rychlost tělesa na dvojnásobek, zvýší se kinetická energie čtyřikrát.
- $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = W$.
- Tedy práce potřebná k uvedení tělesa z klidu do pohybu o rychlosti

v = 5 m.s^{-1} je práce $W = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2$.

To znamená, že práce je rovna *25*J.

3.3.3 Společně nalezené zadání úlohy by mělo znít takto:



Po nakloněné rovině klouže bez tření malé těleso s nulovou počáteční rychlostí. Z jaké nejmenší výšky musíme těleso pustit, aby vykonalo ve válcové ploše celou obrátku.

Řešení:

V nejvyšším bodě válcové plochy musí mít těleso takovou rychlost, aby se setrvačná odstředivá síla alespoň rovnala tíhové síle. Podmínka pro vykonání celé obrátky je $\frac{mv^2}{r} \geq mg$.

Pro nejmenší rychlost, při které těleso vykoná celou obrátku, jsou velikosti obou sil stejné, z čehož pro rychlost vyplývá vztah $v = \sqrt{rg}$.

Těleso klouže po nakloněné rovině i po vnitřním povrchu válce bez tření, platí tedy zákon zachování mechanické energie. Těleso vypuštěné z výšky h vystoupí do výšky $2r$.

Úbytek jeho tíhové potenciální energie je $\Delta E_p = mgh - 2mgr$.

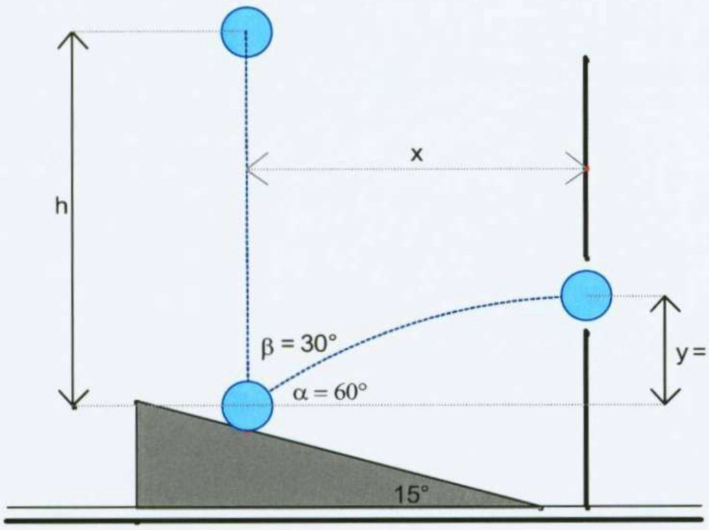
V nejvyšším bodě nakloněné roviny je těleso v klidu, ve výšce 2r má rychlost v. Přírůstek jeho kinetické energie je tedy $\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mgr$.

Podle zákona zachování mechanické energie je úbytek tíhové potenciální energie tělesa rovný přírůstku jeho kinetické energie, tedy $mgh - 2mgr = \frac{1}{2}mgr$.

Odtud vidíme, že hledaná minimální výška je $h = \frac{5}{2}r$.

3.3.4

Tento obrázek je na přiloženém souboru v programu Cabri Geometry II Plus pohyblivý.



V tomto příkladě bychom mohli žákům na počátku sdělit, že tohoto uspořádání se využívá při zkoušení kuliček do ložisek a nechat na nich aby popsaly způsob, jak tato zkouška probíhá.

Z obrázku by měli vyčíst, že kuličku spustíme z určité výšky h na nakloněnou rovinu a kulička se má odrazit od nakloněné roviny a projít otvorem v destičce umístěné ve vzdálenosti x od místa upuštění kuličky.

Úkolem je určit výšku y, ve které se otvor v destičce nachází.

Výšku y měříme od roviny dopadu kuličky.

Řešení příkladu je následující:

Směr rychlosti odražené kuličky svírá s vodorovnou rovinou úhel $\alpha = 60°$, jelikož úhel dopadu se rovná úhlu odrazu a tedy úhel $\beta = 2 \cdot 15°$, tedy $\beta = 30°$.

Výška dopadu je označena h, výška odrazu y.

Kulička je odražena rychlostí dopadu $v_0 = \sqrt{2gh}$. (1)

Složka rychlosti ve vodorovném směru $v_x = v_0 \cos\alpha$.

Protože platí, že $x = v_x.t$,

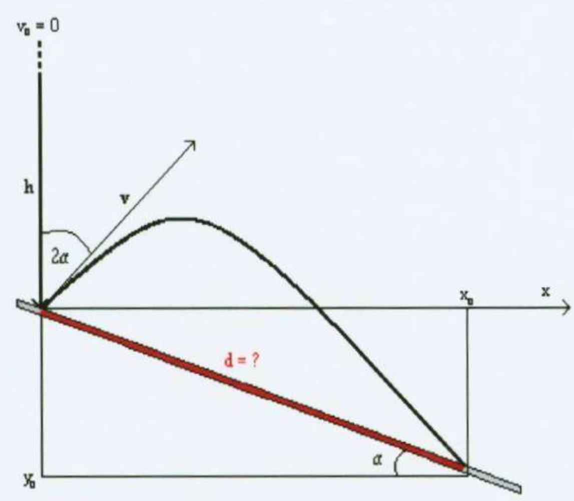
dostaneme pro výpočet času t vzorec $t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$. (2)

Za dobu t vystoupí kulička do výšky $y = v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2$. (3)

Dosazením vztahu (1) a (2) do vztahu (3) dostaneme konečný vztah pro y:

$$y = x\mathrm{tg}\alpha - \frac{x^2}{4h\cos^2\alpha}$$

3.3.5



I v tomto případě jde o pohyb kuličky v homogenním tíhovém poli Země. Abychom žáky motivovali, můžeme si místo kuličky představit například míček odrážející se na šikmém kopcovitém terénu a úkolem by potom bylo vypočítat vzdálenost mezi dvěma odrazy tohoto míčku.

Řešení:

Rychlost dopadu míčku je $v = \sqrt{2gh}$. (1)

Rychlost odraženého míčku se rovná rychlosti dopadu.

Označíme-li souřadnice bodu dopadu x_0 a y_0, pak $tg\alpha = -\dfrac{y_0}{x_0}$. (2)

Za dobu t urazí míček ve svislém směru dráhu $y = v\, t \sin(90° - 2\alpha) - \frac{1}{2} g t^2$.

Protože ze vztahů mezi goniometrickými funkcemi víme, že

$\sin(90° - x) = \cos x$, bude výsledný vztah vypadat takto:

$$y = v\ t\cos 2\alpha - \frac{1}{2}gt^2. \qquad (3)$$

Ve vodorovném směru urazí dráhu $x = vt \sin 2\alpha$. (4)

Ze vztahu (4) vypočítáme dobu trvání pohybu $t = \dfrac{x}{v\sin 2\alpha}$ (5)

Dosazením vztahu (5) do vztahu (3) a následnými úpravami dostaneme rovnici určující tvar trajektorie míčku $y = x\mathrm{cotg}2\alpha - \dfrac{gx^2}{2v^2\sin^2 2\alpha}$. (6)

Protože v okamžiku druhého dopadu $x = x_0$, $y = y_0$ a platí vztah (2),

dostaneme vztah $$y_0 = -4h.\mathrm{tg}^2\alpha\sin^2 2\alpha \cdot \left(1 + \frac{\mathrm{cotg}2\alpha}{\mathrm{tg}\alpha}\right).$$

Po dosazení vzorců pro goniometrické funkce

$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ a

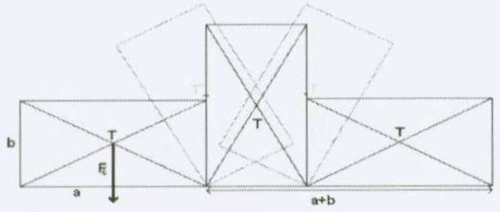
$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

a dalšími úpravami dostaneme, že $y_0 = -\,8h\sin^2\alpha$. (7)

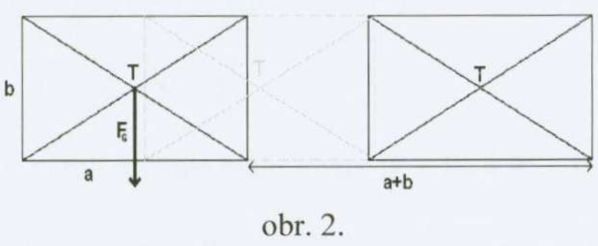
Z obrázku je také patrné, že $|y_0| = d \sin\alpha$. (8)

Porovnáním vztahů (7) a (8) dostaneme výsledek, že délka d mezi oběma odrazy je rovna $d = 8h\sin\alpha$.

3.3.6



obr. 1.



obr. 2.

Z obrázku by mělo být patrné, že úkolem žáků je vypočítat práci, kterou je třeba vykonat při přemístění kvádru o délce podstavné hrany a a výškou b podle obrázku 1 a 2. Pro zjednodušení budeme uvažovat, že kvádr má čtvercovou podstavu. Poté, co žáci s případnou učitelovou pomocí úlohu vyřeší obecně, je možné zadat následující údaje a úlohu řešit pro konkrétní hodnoty.

Konkrétní zadání by bylo:

Která z těchto prací bude větší v případě, že $a = 1$ m, $b = 40$ cm a

- kvádr je vyroben ze dřeva a pohybujeme s ním po dřevěné desce
- kvádr je vyroben z gumy a pohybujeme s ním na betonové podložce
- kvádr je vyroben z oceli a podložka bude bronzová

Řešení:

V prvním případě se práce vypočte podle vzorce $W = mg(h_2 - h_1)$.

Při prvním převrácení je $h_1 = \frac{b}{2}$ a $h_2 = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$.

Práce v tomto případě bude rovna

$$\begin{aligned} W_1 &= mg(h_2 - h_1) = \rho V g(\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2} - \frac{1}{2}\sqrt{b^2}) \\ W_1 &= \frac{1}{2}\rho a^2 bg(\sqrt{a^2 + b^2} - \sqrt{b^2}) \end{aligned} \quad . \qquad (1)$$

Při druhém převrácení je $h_1 = \frac{a}{2}$ a $h_2 = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$.

Práci vypočteme jako

$$\begin{aligned} W_2 &= mg(h_2 - h_1) = \rho V g(\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2} - \frac{1}{2}\sqrt{a^2}) \\ W_2 &= \frac{1}{2}\rho a^2 bg(\sqrt{a^2 + b^2} - \sqrt{a^2}) \end{aligned} \quad . \qquad (2)$$

Celková práce v tomto případě bude rovna $W = W_1 + W_2$. Tedy po dosazení vztahů (1) a (2) dostaneme $W = \frac{1}{2}\rho a^2 bg(2\sqrt{a^2 + b^2} - \sqrt{b^2} - \sqrt{a^2})$.

Pro dosazení použijeme tabulkové hodnoty $\rho_{dřeva} = 800\ kg.m^{-3}$,

$\rho_{gumy} = 1200\ kg.m^{-3}$,

$\rho_{oceli} = 7500\ kg.m^{-3}$.

Vypočtená práce při přemístění:

- dřevěného kvádru po dřevěné desce 1183,58 J.
- gumového kvádru na betonové podložce 1775,45 J.
- ocelového kvádru na bronzové desce 11096,58 J.

V druhém případě práci vypočteme podle vzorce $W = F \cdot s$, (1)

kde F je síla potřebná k překonání třecích sil vypočtených podle vzorce

$F = f \cdot F_n$, (2)

a dráha s je rovna délce posunutí kvádru, kterou vypočteme jako

$s = (a + b)$. (3)

Písmenkem f je značen součinitel smykového tření a F_n je síla kolmá k podložce.

Po dosazení za $F_n = mg$ do vztahu (2) a dosazením vztahů (2) a (3) do (1) dostaneme vztah pro práci $W = mg \cdot f \cdot s = mgf \cdot (a+b) = \rho g a^2 b f (a+b)$.

Z tabulek víme, že $f_{dřevo-dřevo} = 0,65$,

$f_{guma-beton} = 0,75$,

$f_{ocel-bronz} = 0,18$.

Po dosazení do vzorce dostaneme, že práce při přemístění:

- dřevěného hranolu po dřevěné desce je 2856,67 J.
- gumového hranolu na betonové podložce je 4944,24 J.
- ocelového hranolu na bronzové desce je 7416,36 J.

Pro porovnání výsledků použijeme následující tabulku:

práce při přemisťování krychle		
	překlápění	posouvání
dřevěný hranol na dřevěné desce	1 183,58 J	2 856,67 J
gumový hranol na betonové desce	1 775,45 J	4 944,24 J
ocelový hranol na bronzové desce	11 096,58 J	7 416,36 J

Z tabulky je zřejmé, že práce je při překlápění je větší pouze v případě, že pohybujeme ocelovým hranolem na bronzové desce. Ve zbylých dvou případech je práce větší při posouvání.

3.3.7

Jak se bude chovat celá soustava v závislosti na m_1, m_2, v_1 a v_2?

a)

b)

Řešení:

K popisu soustavy použijeme zákon zachování hybnosti, který říká, že celková hybnost soustavy se vzájemným silovým působením těles nemění.

a) V tomto případě mají rychlosti $\boldsymbol{v_1}$ a $\boldsymbol{v_2}$ opačnou orientaci a celková hybnost soustavy se tedy vypočte podle vzorce $m\boldsymbol{v} = m_1\boldsymbol{v_1} - m2v2$, kde $m = m_1 + m_2$.

   Velikost celkové rychlosti bude rovna $v = \dfrac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$.

   Celá soustava se pak bude pohybovat tím směrem, kde bude velikost součinu $m_i v_i$, kde $i = 1,2$ větší.

b) V tomto případě mají rychlosti $\boldsymbol{v_1}$ a $\boldsymbol{v_2}$ stejnou orientaci a celková hybnost soustavy se vypočte jako $m\boldsymbol{v} = m_1\boldsymbol{v_1} + m_2\boldsymbol{v_2}$, kde celková hmotnost $m = m_1 + m_2$.

   Konečná rychlost soustavy $\boldsymbol{v}$ bude rovna $v = \dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$.

Pro větší přehlednost jsou údaje zpracovány do tabulky:

Případ za a)

$m_1 = m_2$ $\quad v_1 > v_2 \quad m = 2m_1 = 2m_2 \quad v = v_1 - v_2$

soustava se pohybuje ve směru vagonu 1

$v_1 < v_2 \quad m = 2m_1 = 2m_2 \quad v = v_2 - v_1$

soustava se pohybuje ve směru vagonu 2

$v_1 = v_2 \quad m = 2m_1 = 2m_2 \quad v = 0$

soustava se přestane pohybovat

$m_1 > m_2$ $\quad v_1 > v_2 \quad m = m_1 + m_2 \quad v = \frac{1}{m}(m_1v_1 + m_2v_2)$

soustava se pohybuje ve směru vagonu 1

$v_1 < v_2 \quad m = m_1 + m_2 \quad v = \frac{1}{m}(m_1v_1 + m_2v_2)$

soustava se pohybuje ve směru vagonu, jehož hybnost je na počátku větší

$v_1 = v_2 \quad m = m_1 + m_2 \quad v = \frac{1}{m}(m_1v_1 + m_2v_2)$

soustava se pohybuje ve směru vagonu 1

$m_1 < m_2$ $\quad v_1 > v_2 \quad m = m_1 + m_2 \quad v = \frac{1}{m}(m_1v_1 + m_2v_2)$

soustava se pohybuje ve směru vagonu jehož hybnost je na počátku větší

$v_1 < v_2 \quad m = m_1 + m_2 \quad v = \frac{1}{m}(m_1v_1 + m_2v_2)$

soustava se pohybuje ve směru vagonu 2

$v_1 = v_2 \quad m = m_1 + m_2 \quad v = \frac{1}{m}(m_1v_1 + m_2v_2)$

soustava se pohybuje ve směru vagonu 2

Případ za b)

$m_1 = m_2$ $v_1 > v_2$ $m = 2m_1 = 2m_2$ $v = v_1 - v_2$

vagony se srazí a pokračují v pohybu, soustava se pohybuje průměrnou rychlostí **v**.

$v_1 < v_2$ $m = 2m_1 = 2m_2$ $v = v_2 - v1$

vagony se nesrazí a pokračují v pohybu, soustava se pohybuje průměrnou rychlostí **v**.

$v_1 = v_2$ $m = 2m_1 = 2m_2$ $v = 0$

vagony se nesrazí, soustava se nezmění

$m_1 > m_2$ $v_1 > v_2$ $m = m_1 + m_2$ $v = \frac{1}{m}(m_1 v_1 + m_2 v_2)$

vagony se srazí a pokračují v pohybu, soustava se pohybuje průměrnou rychlostí **v**.

$v_1 < v_2$ $m = m_1 + m_2$ $v = \frac{1}{m}(m_1 v_1 + m_2 v_2)$

vagony se nesrazí a pokračují v pohybu, soustava se pohybuje průměrnou rychlostí **v**.

$v_1 = v_2$ $m = m_1 + m_2$ $v = v_2 = v_1$

vagony se nesrazí, soustava se nezmění

$m_1 < m_2$ $v_1 > v_2$ $m = m_1 + m_2$ $v = \frac{1}{m}(m_1 v_1 + m_2 v_2)$

vagony se srazí a pokračují v pohybu, soustava se pohybuje průměrnou rychlostí **v**

$v_1 < v_2$ $m = m_1 + m_2$ $v = \frac{1}{m}(m_1 v_1 + m_2 v_2)$

vagony se nesrazí a pokračují v pohybu, soustava se pohybuje průměrnou rychlostí **v**

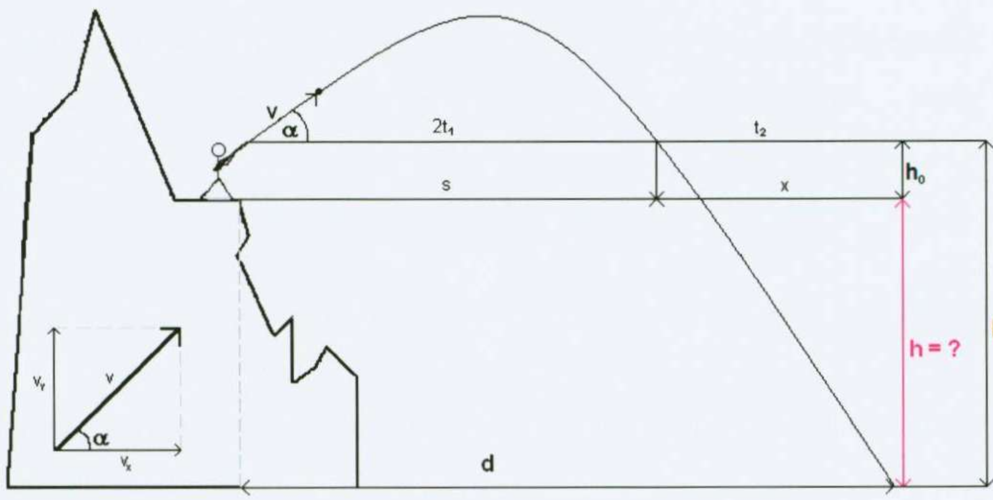
$v_1 = v_2$ $m = m_1 + m_2$ $v = v_2 = v_1$

vagony se nesrazí, soustava se nezmění

3.4 Pohyby v gravitačním tíhovém poli Země

3.4.1

Určete výšku skály, jestliže známe v_0, d, α a h_0.



Řešení:

Z obrázku je zřejmé, že $v_x = v\cos\alpha$ a $v_y = v\sin\alpha$.

Složku rychlosti v_y můžeme také vypočítat jako $v_y = gt$.

Porovnáním vztahů po v_y dostaneme vztah pro čas $t_1 = \dfrac{v\sin\alpha}{g}$. (1)

Pro dráhu s platí, že $s = 2t_1v_x$, tedy $s = 2t_1v\cos\alpha$. (2)

Dosazením vztahu (1) do (2) a využitím vztahu $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$

dostaneme rovnici pro dráhu s, $s = \dfrac{v^2\sin 2\alpha}{g}$. (3)

Vzdálenost $x = v_x t_2$, tedy po dosazení za v_x, $x = vt_2\cos\alpha$ (4)

a pro výšku h_2 platí $h_2 = \dfrac{1}{2}gt_2^2 + vt_2\sin\alpha$. (5)

Dále víme, že vzdálenost d vypočteme jako $d = s + x$. Dosadíme-li do tohoto vztahu vztah (2) a (4) dostaneme pro výpočet d rovnici

$$d = \frac{v^2\sin 2\alpha}{g} + vt_2\cos\alpha \qquad (6)$$

Z (6) dostaneme $t_2 = \dfrac{d}{v\cos\alpha} - \dfrac{2v\sin\alpha}{g}$. (7)

Vztah (7) dosadíme do vztahu (5) a po úpravě dostaneme, že výška h_2 je rovna

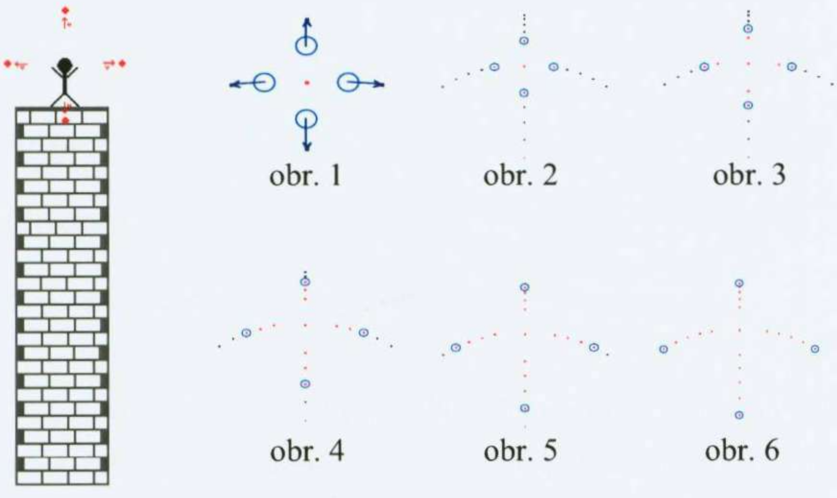
$$h_2 = \frac{1}{2} g \left(\frac{d}{v\cos\alpha} - \frac{2v\sin\alpha}{g} \right)^2 + v\left(\frac{d}{v\cos\alpha} - \frac{2v\sin\alpha}{g} \right)\sin\alpha . \qquad (8)$$

Dosadíme-li vztah pro výšku h_2 do vztahu $h = h_2 - h_0$ a provedeme-li několik matematických úprav, zjistíme, že výška skály

$$h = \frac{d^2 g}{2v^2\cos^2\alpha} - d\,\mathrm{tg}\,\alpha - h_0$$

3.4.2 *(Obrázek je pohyblivý na přiloženém programu vytvořeném v programu Cabri Geometry II Plus)*

Určete, jaký obrazec budou tyto koule vytvářet za několik sekund svého pohybu.



Tato úloha popisuje zadání této verbální úlohy:

Artista žongloval na věži. V jednom okamžiku mu však všechny čtyři koule vypadly z ruky a začaly se pohybovat stejnou rychlostí $\boldsymbol{v}$ podle obrázku.

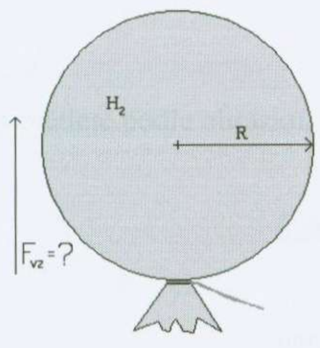
Řešení:

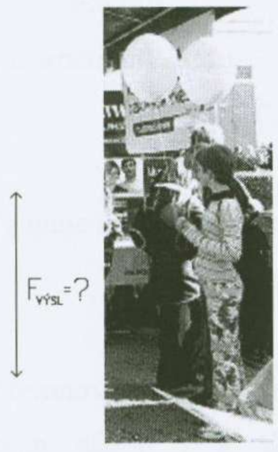
Míčky během letu budou tvořit rovnoměrně se zvětšující čtverec, protože v homogenním tíhovém poli Země padají všechny se stejným zrychlením (tzn., že tento čtverec padá volným pádem). Vzdálenost míčků se bude zvětšovat po úhlopříčkách směrem od středu čtverce.

3.5 Mechanika kapalin a plynů

3.5.1

$R = 20$ cm, $\rho_{H_2} = 0{,}09$ kg.m^{-3}, $\rho_{vzduch} = 1{,}29$ kg.m^{-3}.





Řešení:

Vztlaková síla F_{vz} je rovna tíze vzduchu o objemu $V = \dfrac{4\pi R^3}{3}$.

Tedy F_{vz} vyjádříme ze vztahu $F_{vz} = m.g$, kde $m = \rho_{vzduch} V$.

Po dosazení dostaneme vzorec $F_{VZ} = \dfrac{4\pi R^3 \rho_{vzduch} g}{3}$.

Pro zadané hodnoty je F_{vz} je rovna 54 mN.

Kromě vztlakové síly působí v tíhovém poli Země na balonek ještě opačně orientovaná tíhová síla $F_{G1} = mg$, kde m je hmotnost balonku naplněného vodíkem.

Podobnou úvahou jako v předchozím případě dostaneme vztah

$$F_{G1} = \frac{4\pi R^3 \rho_{H_2} g}{3}.$$

Z tohoto vzorce vypočtená tíhová síla $F_{G1} = 3{,}8$ mN.

K této síle však musíme ještě připočíst tíhovou sílu, která je způsobena vlastní hmotností balonku. Balonek má hmotnost $m = 2{,}4$ g. Tuto tíhovou sílu opět vypočteme podle vzorce $F_{G2} = mg$.

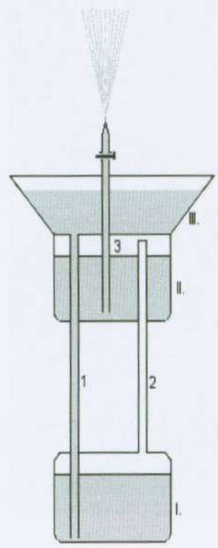
Tedy po dosazení za hmotnost dostaneme, že tíhová síla způsobená balonkem je $F_{G2} = 23{,}54$ mN.

Výslednice obou sil $F = F_{VZ} - F_G$, kde $F_G = F_{G1} + F_{G2}$ je orientována svisle vzhůru a má velikost přibližně $F = 26{,}6$ mN.

Proto se balonek bude pohybovat směrem vzhůru.

3.5.2

Vysvětlete podle obrázku, jak funguje tzv. Heronovo zřídlo.



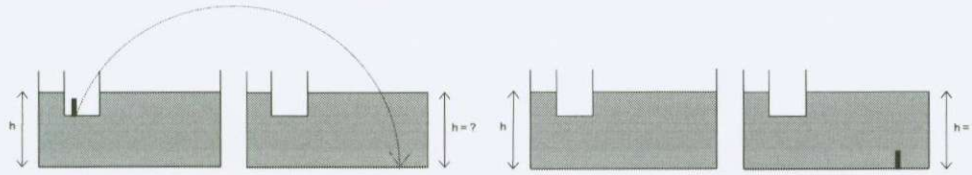
Řešení:

Heronovo zřídlo se skládá ze dvou uzavřených nádob I a II, které jsou spojeny trubičkami 1 a 2. Horní nádoba III je nahoře uzavřena mísou, jejímž dnem zasahuje do prostoru nádoby II trubička zakončená na horním konci tryskou. V nádobě II je před začátkem pokusu voda.

Nalije-li se do mísy voda, pak stéká do nádoby I a odtud vypuzuje vzduch v důsledku svého hydrostatického tlaku, odpovídajícího délce trubice 1, do nádoby II. Přetlakem, rovným tomuto hydrostatickému tlaku, je voda vháněna do trubice číslo 3 a tryská z ní do výše nad úroveň povrchu vody v míse III.

Zřídlo bude tryskat do té doby, než se tlaky v jednotlivých nádobách vyrovnají.

3.5.3

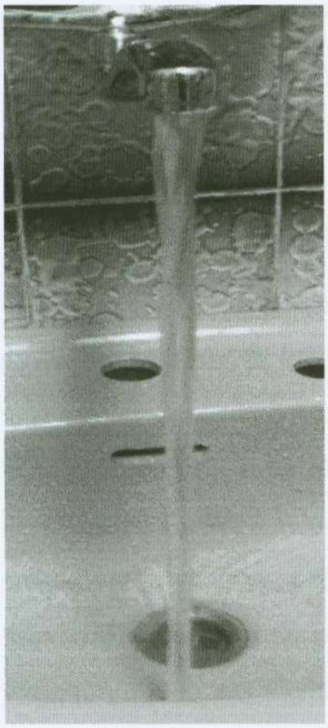


Obrázek je pohyblivý na přiloženém souboru vytvořeném v programu Cabri Geometry II Plus.

Řešení:

Hmotnost vody, vytlačené závažím, pokud je v kádince, je rovna hmotnosti závaží a tedy objem této vody je větší než objem závaží. Proto při přemístění závaží z kádinky do nádoby hladina vody v nádobě poklesne.

3.5.4



V následující úloze by žáci měli vysvětlit skutečnost, že proud vody v kohoutku se postupně zmenšuje. Tato úloha je dobrá na ukázku proudové rovnice v praxi.

Řešení:

Z rovnice kontinuity $Sv = konst.$ vyplývá, že součin průřezu proudící kapaliny s její rychlostí je konstantní. Protože víme, že kapalina padá k zemi volným pádem a její rychlost se s časem zvětšuje podle vztahu $v = gt$, musí se průřez kapaliny s časem také zmenšovat. Proto se proud vody vytékající z vodovodního kohoutku postupně zužuje.

4. TVOŘIVOST

Jak už bylo uvedeno ve druhé kapitole, nonverbální úlohy mohou být pro žáka složité, neboť vlastní zadání úlohy si musí sám dostatečně promyslet.

Dostane-li tedy žák zadanou úlohu nastane v jeho mysli tvůrčí proces, jehož výsledkem je žákova tvořivá práce.

Součástí této kapitoly je proto rozbor tvořivosti z didaktického hlediska a následný rozbor vybraných úloh s ohledem na tuto problematiku.

4.1 Tvořivost z hlediska didaktického

Tvořivost je podle L. S. Vygotského [7] definována jako každá taková lidská činnost, která vytváří něco nového, bez ohledu na to, bude-li tento výtvor konkrétní realitou nebo významným výtvorem rozumu či citů, existujícím či projevujícím se pouze v jedinci.

Podle C. W. Taylora [8] je tvořivost možno považovat za schopnost produkovat myšlenky nebo díla či výkony, které jsou nové a lepší než dosavadní. Tvořivost se projevuje v tvůrčí činnosti spojené s navrhováním vyvíjením a realizací těchto řešení.

V teorii tvořivosti lze rozlišovat tři hlavní přístupy ke studiu tvořivosti:

a) hledisko tvůrčí osobnosti,
b) hledisko tvůrčího procesu,
c) hledisko tvůrčího produktu.

Tvořivá osobnost

Výzkum osobnosti z hlediska psychologie tvořivosti se zaměřuje na otázky tvůrčích schopností a vlastností, na význam inteligence, roli fantazie, motivace a tak dále.

Nejrozpracovanější je systém schopností. Podle J. P. Guilforda [8] je popsán následující přehled základních, měřitelných tvůrčích schopností.

Jsou to:

1. plynulost (fluence) - projevuje v pohotovosti vybavit si slova a pojmy. Jde tedy o plynulost slovní, asociační, myšlenkovou a výrazovou,
2. pružnost (flexibilita) - projevuje se v pohotovosti spontánního i adaptivního užívání osvojených informací,
3. původnost (originalita) - schopnost vidět skutečnost, věci a problémy nekonvenčně, mimořádně a nově,
4. propracování (elaborace) – umožňuje vytváření nových struktur na základě znalostí a dovedností,
5. citlivost (senzitivita) - ve vztahu k problémům je to schopnost spontánně si všimnout neobvyklých věcí postihnout jádro problému. Je to schopnost „vidět problém“,
6. redefinice (nová interpretace) – je schopnost vidět problém jinak než dosud a vidět nový účel.

Tvůrčí proces

Podle H. Poincarého [7] dělíme tvůrčí proces do čtyř základních fází, které však nemusí mít nezbytně stanovené pořadí. Jsou to tedy:

1. fáze přípravy – odpovídá nalezení a formulování problému. Za součást přípravy je považováno i vzdělání a soubor celoživotních zkušeností,
2. fáze inkubace - je fází hledání řešení, rozvíjení aktivity. V této fázi se někdy, častěji než v ostatních fázích, uplatňují podvědomé aktivity,
3. fáze iluminace - (osvícení, oslnění), kde se objevuje částečné nebo konečné řešení. Tato fáze je podstatným fenoménem zážitkově natolik výrazným, že by mohla sloužit za základní kritérium tvořivosti. K popisu této fáze používáme pojmy jako nápad, vhled, „aha“ efekt,
4. fáze verifikace - znamená ověřování řešení v praxi.

Tvůrčí produkt

Tvůrčí produkt vypovídá nejen o osobnosti, která jej vytvořila, ale i o procesu tvorby.

Hledisko míry úrovně a společenského významu tvůrčího produktu se uplatňuje též v následujícím třídění:

1. objev - nejvyšší stupeň originální tvůrčí práce charakteru základního vědeckého poznání,
2. vynález - aplikace vědy nebo tvořivé inženýrské práce,
3. pedagogický vynález – tvořivé dosažení řešení, i když samotné řešení nebo postup k němu vedoucí byly objektivně známé, řešitel o nich nevěděl, tedy z daného subjektu jde o tvůrčí produkt s didaktickým významem,
4. nekonvenční řešení – neodpovídá vynálezu, používá v zásadě užívaný algoritmus, ale některé podmínky a postupy jsou nové.

4.2 Rozbor vybraných úloh z hlediska tvořivosti

Pro popis použijeme následující úlohy:

a) Úloha 3.3.6 na straně 34. (pro zjednodušení uvažujte kvádr se čtvercovou podstavou)

Tvůrčí proces:

1. fáze přípravy:

Prohlédne-li si žák tento obrázek, měl by odhalit následující problém. Jakou práci musíme vykonat v případě, že daný kvádr přemísťuji podle obrázku 1 a 2? Případně by ho také mohla napadnout otázka: V kterém z obou případů bude vykonaná práce větší?

2. fáze inkubace:

Po nalezení problému, musí žák nalézt jeho řešení. V této fázi by si tedy asi ještě podrobněji prošel daný obrázek a nalezl všechny veličiny, které může z obrázku určit.

V naší úloze můžeme z obrázku vyčíst, že:

- kvádr má čtvercovou podstavu o délce hrany *a*,
- výška kvádru je rovna *b*
- vzdálenost, o kterou se má kvádr posunout je rovna součtu délek stran *a* a *b*,
- síla kolmá na podložku jdoucí těžištěm kvádru je rovna velikosti F_G,
- na prvním obrázku kvádr překlápíme kolem jedné jeho podstavné hrany, zatímco na obrázku druhém jej tlačíme po vodorovné podložce

3. fáze iluminace:

Žák si postupně dává dohromady věci známé z obrázku s dřívějšími teoretickými poznatky a snaží se najít způsob, jak danou úlohu vyřešit. Konkrétně pro náš úkol bychom si asi zadání rozdělili na dvě části a každou část bychom řešili samostatně.

Tedy v případě prvního obrázku, kdy kvádr překlápíme kolem jeho stěny, musí žák přijít na to, že práce, kterou vykonáme při překlopení kvádru je rovna přírůstku potenciální energie těžiště tohoto kvádru.

Tedy $W = mg(h_2 - h_1)$ (1)

Tento přírůstek budeme muset počítat pro obě překlopení zvlášť. Přijde-li žák na tuto úvahu, určitě jej také napadne, že bude muset znát jednotlivé polohy těžiště v obou případech. Proto si vypočítá následující dílčí výsledky:

- při prvním převrácení je $h_1 = \frac{b}{2}$ a $h_2 = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$, (2)

- při druhém převrácení je $h_1 = \frac{a}{2}$ a $h_2 = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$. (3)

Dále bude při výpočtu potřebovat hmotnost kvádru, kterou z obrázku zatím nevyčetl. Určitě by mu měl být znám vzorec pro výpočet hmotnosti pomocí objemu a hustoty. Objem hranolu je schopen vypočítat ze vzorce

$V = a^2.\mathrm{b}$, (4)

avšak hustotu zatím neumí určit, neboť neví z jakého materiálu je kvádr vyroben. Tento údaj však v této části řešení nemá žádný význam, neboť celou úlohu zatím řeší obecně.

To znamená, že pro hmotnost tělesa dostáváme vzorec $m = \rho.V$ a po dosazení za objem $m = \rho.a^2.b$. (5)

Nyní už pomocí vztahů (1), (2), (3) a (4) umíme vypočítat dílčí přírůstky potenciální energie:

- pro první překlopení

$$W_1 = mg(h_2 - h_1) = \rho Vg(\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2} - \frac{1}{2}\sqrt{b^2})$$
$$W_1 = \frac{1}{2}\rho a^2 bg(\sqrt{a^2+b^2} - \sqrt{b^2}) \qquad (6)$$

- pro druhé překlopení

$$W_2 = mg(h_2 - h_1) = \rho Vg(\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2} - \frac{1}{2}\sqrt{a^2}) =$$
$$= \frac{1}{2}\rho a^2 bg(\sqrt{a^2+b^2} - \sqrt{a^2}) \qquad (7)$$

a pomocí vztahů (5) a (6) dokončit úvahu pro řešení na obrázku 1, kde se konečná práce vypočte jako $W = W_1 + W_2$, tedy podle vzorce $W = W_1 + W_2$.

V případě druhého obrázku vypočteme práci podle definice $W = F \cdot s$, (8)

Žák by si měl uvědomit, že síla F použitá v tomto vzorci, je rovna síle, která je potřebná k překonání třecích sil, tudíž její velikost je rovna třecí síle vypočítané podle vztahu $F = f \cdot F_G$ (9)

Síla F je tedy přímoúměrná součiniteli smykového tření a síle kolmé na podložku .

Velikost dráhy s žák zjistil již v druhé fázi tvůrčího procesu. Ví, že je rovna součtu délek a a b.

Protože už ví, že síla $F_G = mg$ a vzorec pro hmotnost a objem zjistil v předešlém případě (viz vztahy (4) a (5)) nic mu nebrání zjistit vzorec pro výpočet práce. Výsledný vztah po úpravách vypadá takto: $W = mg \cdot f \cdot s = mgf \cdot (a+b) = \rho g a^2 bf(a+b)$.

Zjištěním všech těchto vztahů končí třetí fáze tvůrčího procesu – iluminace.

4. verifikace

Pokud by byly zadány konkrétní hodnoty, mohl by žák v této fázi spočítat velikost dané práce a tyto hodnoty pak porovnat se svými zkušenostmi z praktického života. Získané hodnoty může zpracovat do tabulky a určit, v kterém z obou případů bude daná práce větší. Ve druhém případě by bylo možné sestrojit jednoduchý pokus a daný výpočet ověřit fyzikálním měřením, kde bychom pomocí siloměru zjišťovali sílu potřebnou k přemístění kvádru a délku dráhy, po které daná síla působí.

Z hlediska tvůrčího produktu můžeme naši úlohu zhodnotit takto:

1. objev

Za objev v této úloze bychom mohli považovat tu skutečnost, že žák pozná, že jeho úkolem je vypočítat práci při přemístění kvádru zadaném oběma obrázky.

2. vynález

Vynálezem je nalezení způsobu výpočtu v obou případech. To znamená, že u prvního obrázku vypočteme práci jako úbytek potenciální energie, u druhého pak tuto práci spočteme jako součin síly, kterou musíme překonat a dráhy, po níž touto silou působíme.

3. pedagogický vynález

Pedagogickým vynálezem v tomto příkladu by mohlo být nalezení všech potřebných vztahů pro výpočet práce. Žáci zde musí uvědomovat nové nebo už z části zapomenuté souvislosti mezi již dobře známými vztahy.

4. nekonvenční řešení

Nekonvenčním řešením by mohlo být například to, že u druhého obrázku by žák tuto úlohu nepočítal, avšak sestrojil by pokus popsaný ve verifikační fázi tvůrčího procesu, a tímto pokusem by zjistil velikost této práce.

b) Úloha 3.1.1, kde se jedná o úlohu na pohyb tělesa (viz stránka číslo 14).

Tvůrčí proces

1. fáze přípravy

Po shlédnutí tohoto zadání, by měl žák zjistit, že jde o úlohu zadanou nejen obrázkem, avšak součástí zadání je také grafická závislost. Z názvu grafu a přiložených obrázků vyplývá, že se bude pravděpodobně jednat o pohyb cyklisty a automobilu a že zřejmě budeme zkoumat závislost ujeté dráhy na čase. V této fázi bychom asi nechali žáky chvíli přemýšlet, jaké otázky by je napadli jako zadání tohoto úkolu, a s naší pomocí je navedeme na následující zadání:

- Jaká je velikost průměrné rychlosti cyklisty A a automobilu B?
- Jaký je význam společného průsečíku polopřímek a a b?
- Určete význam průsečíku polopřímky a s osou y.
- Určete význam průsečíku polopřímky b s osou x.

Tímto jsme nalezli a zformulovali problém úlohy a můžeme přejít k další fázi.

2. fáze inkubace

Naším úkolem v této fázi je nalézt řešení.

Při odpovědi na první otázku si musí žák uvědomit, že velikost průměrné rychlosti je rovna podílu celkové dráhy, kterou daný objekt ujel, a doby, za kterou tuto dráhu překonal.

Je tedy potřeba nalézt z grafu celkovou dráhu automobilu a cyklisty a čas, po který jejich pohyb trval.

- Celková dráha cyklisty je 20 m a doba $t = 5$ s. (1)
- Celková dráha automobilu je 30 m a doba $t = 2$ s. (2)

Při odpovědi na zbylé 3 otázky musí žák blíže pozorovat graf a pomocí známých faktů dále vymýšlet správnou odpověď. Jestliže si tedy graf pozorněji prohlédne, zjistí následující informace:

- Průsečík obou polopřímek leží jak na polopřímce *a* tak na polopřímce *b*.
- Polopřímka a protíná osu y v hodnotě $s = 10$m.
- Polopřímka b protíná osu x v bodě $t = 3$ s.

3. Fáze iluminace

Tímto jsme dostali všechny potřebné informace a můžeme přejít ke konečnému řešení naší úlohy.

Při řešení první otázky jaká je velikost průměrné rychlosti obou vozidel už víme, že budeme pro výpočet používat vztah $v = \frac{s}{t}$. Po dosazení hodnot (1) dostaneme velikost průměrné rychlosti cyklisty $v_a = 4$ m.s^{-1} a po dosazení hodnot (2) dostaneme velikost průměrné rychlosti automobilu $v_b = 15$ m.s^{-1}.

Při odpovědi na druhou otázku, jaký význam má průsečík obou polopřímek, vyjdeme z poznatku, že tento bod leží na obou polopřímkách.

To znamená, že určíme-li souřadnice s a t odpovídající tomuto průsečíku na obou osách, zjistíme, že auto i cyklista budou v tomto bodě stejně vzdáleny od počátku a v obou případech uplyne stejná doba t od počátku měření. Z toho vyplývá, že cyklista se v tomto místě potká s automobilem.

Přijdou-li žáci na toto řešení, odpovědi na následující dvě otázky by pro ně měly být snadné.

Z faktu, že polopřímka a protíná osu y v hodnotě $s = 10$m, by mělo být žákům zřejmé, že měříme dráhu, kterou urazí cyklista, až od místa vzdáleného 10 m od počátku.

Z našeho posledního poznatku, polopřímka b protíná osu x v bodě $t = 3$ s, vyplývá odpověď na poslední otázku: Automobil se začal pohybovat až po třech sekundách od počátku měření.

4. fáze ověření

V poslední fázi tvůrčího procesu, bychom měli ověřit správnost našich úvah a řešení.

Jelikož se jedná o velmi malé dráhy, bylo by pro nás asi obtížné tuto úlohu převést do praxe, nicméně tuto úlohy bychom mohli namodelovat do počítače a ověřit nejen správnost řešení pro námi zadané hodnoty, ale vyzkoušet jak by se tato grafická závislost mohla změnit, pokud bychom změnili počáteční stavy obou těles nebo jejich rychlosti.

Tvůrčí produkt

Z hlediska tvůrčího produktu můžeme naši úlohu zhodnotit takto:

1. objev

Za objev v této úloze bychom považovali nalezení otázek k danému grafu.

2. vynález

Vynálezem je nalezení vztahu pro výpočet velikosti průměrné rychlosti a nalezení průsečíků, kterými se námi nalezené otázky zabývají.

3. pedagogický vynález

Pedagogickým vynálezem je v tomto případě nalezení souřadnic všech průsečíků (průsečíky obou polopřímek, průsečík polopřímky a s osou y a průsečík polopřímky b s osou x) a nalezení jejich významu.

4. nekonvenční řešení

Nekonvenčním řešením by mohlo být vymodelování příkladu na počítači a zkoumání vlastností průsečíků měněním počátečních podmínek a velikostí rychlostí.

c) úloha 3.2.2 zabývající se pohybem na kladce s problémem, který způsob šplhání je lepší. (obrázek na straně 24)

Tvůrčí proces

1. fáze přípravy

Prohlédne-li si žák obrázek pozorně, zjistí, že se jedná o šplhání po laně dvěma různými způsoby. V prvním případě jde o šplhání pomocí kladky, v druhém o šplhání „klasickým způsobem". Úkolem této úlohy tedy zřejmě bude zjistit, který způsob šplhu bude lepší.

2. fáze inkubace

V této fázi hledáme řešení. Pokusíme se tedy najít známá fakta, pomocí nichž se pak budeme snažit nalézt odpověď na námi stanovený problém. Oba lidé při šplhání konají práci, která se rovná součinu působící síly a dráhy, po které tato síla působí.

Pro přehlednost si naší úlohu rozdělíme na dvě části. Nejprve rozebereme první a potom druhý obrázek.

Člověk na prvním obrázku si zvolil na první pohled jednodušší způsob, protože použil kladku. Působí tedy poloviční silou.

Nyní se však žáci musí zamyslet nad tím, po jaké dráze touto silou působí. Aby se tato osoba vyšplhala do výšky h, musí přes kladku přetáhnout provaz o dvojnásobné délce $2h$.

Na druhém obrázku šplhá člověk běžným způsobem bez použití jednoduchých strojů. Tento člověk dvojnásobnou silou než člověk na prvním obrázku avšak po dráze délky h.

Nyní si shrneme poznatky inkubační fáze:

- první člověk působí silou $\frac{F}{2}$ po dráze h

- druhý člověk působí silou F po dráze $2h$.

3. fáze iluminace

V této fázi si žáci vypočtou práci W v obou případech. Tato práce bude stejná a bude se rovnat $W = 2F.h$. Z toho vyplývá, že z hlediska vykonané práce jsou si oba způsoby rovnocenné. Avšak vzhledem k faktu, že v prvním případě budeme působit poloviční silou, bude se nám asi tímto způsobem pohybovat lépe.

Proto odpověď na naši otázku zformulujeme takto:

Z hlediska vykonané práce jsou oba pohyby rovnocenné, ale lépe bychom se pohybovali prvním způsobem, protože působíme menší silou.

Tato úvaha však platí pouze v případě, že neuvažujeme tření lana o kladku.

4. fáze verifikace

Tuto fázi bychom asi v tomto příkladě vynechali, jelikož je v praxi těžko zkonstruovatelný.

Tvůrčí produkt:

1. objev

Objevem v tomto příkladě bude to, že zjistíme, že jde o výpočet práce, kterou musí oba lidé vykonat, šplhají-li do výšky *h*.

2. vynález

Vynálezem zde bude výpočet práce v obou případech a zjištění, že jsou obě stejně veliké

3. pedagogický vynález

Tímto vynálezem bychom nazvali naše řešení, že z hlediska vykonané práce jsou oba způsoby stejné, ale pro nás snazší by byl způsob první.

4. nekonvenční řešení

Tato úloha nemá nekonvenční řešení.

d) Úloha 3.4.2 týkající se pohybu 4 míčků v homogenním tíhovém poli Země (zadání nalezneme na str. 41).

Tvůrčí proces:

1. fáze přípravy

Zadání tohoto příkladu je obsaženo v úvodní větě obrázku. Žáci by se tedy měli snadno dovtípit, že osoba na obrázku hází míčky a tyto míčky se v jednom okamžiku rozletí do čtyř kolmých směrů, a naším úkolem je zjistit, jaký obrazec budou tvořit tyto koule za několik sekund pohybu.

2. fáze inkubace

Zde se budeme snažit žáky přivést k poznatku, že všechny pohyby v tíhovém poli Země jsou složené pohyby z volného pádu a dalšího pohybu.

3. fáze iluminace

Pokud si žáci uvědomí poznatek z iluminační fáze, nemělo by pro ně řešení představovat vážnější problém. Pohyb prvního míčku bude složen z volného pádu a z pohybu vzhůru s počáteční rychlostí v_0, u druhého a třetího míčku je to složení volného pádu a vodorovného pohybu se stejnou počáteční rychlostí, a pohyb posledního míčku je složen taktéž z volného pádu a pohybu dolů, opět s počáteční rychlostí v_0. Z toho vyplývá, že všechny míčky se pohybují stejným volným pádem a pak se každý z nich pohybuje pohybem ve směru, kterým byly míčky vrženy. Z poznatku, že mají všechny stejnou počáteční rychlost, by mělo vyplývat, že míčky po několika sekundách pohybu budou tvořit rovnoměrně se zvětšující čtverec.

4. fáze verifikace

Tento příklad bychom mohli ověřit například tak, že bychom nechali žáky vypočítat souřadnice míčků pro několik časů t (např. $t = 1, 2, \ldots$, n s, kde n bude například. 4) a tyto souřadnice vzájemně propojíme. Pro urychlení práce můžeme žáky rozdělit do čtyř skupin a každá z nich bude počítat souřadnice pro jeden míček, nebo použijeme vhodný program na počítači, který nám tyto souřadnice pro zadané hodnoty spočítá.

Tvůrčí produkt

1. objev

Objevem bude stejně jako v předchozích příkladech prohlédnutí zadání a zformulování problému úlohy.

2. vynález

Vynálezem je nalezení faktu, že pohyb každého míčku se skládá z volného pádu a pohybu ve směru, ve kterém byl míček vržen.

3. pedagogický vynález

Pedagogickým vynálezem by bylo odhalení tvaru, který tyto míčky vytvoří za n sekund pohybu.

4. nekonvenční řešení

Toto řešení by odpovídalo řešení ze verifikační fáze tvůrčího procesu. To znamená, že bychom nechali žáky nalézat souřadnice bodů a sobě odpovídající souřadnice pospojovat. I tímto způsobem mohou žáci snadno odhalit, že hledaným obrazcem bude zvětšující se čtverec.

5. ZAŘAZENÍ NONVERBÁLNÍCH ÚLOH DO VYUČOVACÍHO PROCESU

Stejně jako kterékoli jiné fyzikální úlohy plní i nonverbální úlohy ve vyučovacím procesu mnoho funkcí. Pro svoji obtížnost se však řadí spíše mezi úlohy problémové, a proto mohou mít v různých fázích procesu odlišné role od úloh verbálních.

Nyní se proto pokusme najít fáze vyučovacího procesu, ve kterých bychom mohli nonverbální úlohy použít a tyto úlohy pak zkusíme demonstrovat na některých navržených úlohách z předchozí kapitoly.

5.1 Osvojování nových poznatků

Jak už bylo řečeno, řešení fyzikální úlohy přispívá k pochopení fyzikálních jevů a vysvětlení souvislostí mezi těmito jevy.
Na začátku vyučovacího procesu mohou nonverbální úlohy žáky dobře motivovat, bude-li zadání úlohy popisovat nějakou reálnou situaci z běžného života. Použijeme-li tedy takovou úlohu k uvedení žáka do problému nového učiva, musíme dbát na to, aby žák dostatečně zvládl předchozí znalosti, na které chceme navazovat.

Z první podkapitoly, která se týká kinematiky hmotných bodů a těles, bych jako motivační úlohu vybrala například úlohu číslo 3.1.1, kde se jedná o současný pohyb cyklisty a automobilu. Zadání této úlohy by totiž nemuselo pro žáky představovat přílišný problém, neboť obrázky předcházející grafu by měly žákům samy napovědět, že se nejspíše bude jednat o pohyb cyklisty a automobilu. Následující graf pak jenom upřesňuje charakter pohybu.

Tato úloha však nemusí být pro žáky příliš zajímavá. Mnohem zajímavější problém by jim mohla poskytnout úloha číslo 3.1.4. Zde žákům předkládáme mapu s vyznačenými cestami a rychlostmi, kterými se na těchto cestách pohybují různá vozidla. Úkolem žáků je zjistit, které z vozidel dorazí do cíle dříve a které později.

V druhé kapitole se jako nejvíce motivující zdá být úloha číslo 3.2.4, ve které žáci řeší problém tvaru hřebíku a hmoždinky. Necháme-li je nad tímto úkolem chvíli bádat někteří z nich možná sami pomocí vlastních zkušeností, přijdou na to, proč mají tyto předměty právě takovýto tvar. A pokud ne, pak může tato úloha podnítit jejich zvídavost.

Poslední úlohou, kterou bych uvedla v této části zabývající se počáteční motivací žáků, je úloha číslo 3.3.1, která je z podkapitoly zabývající se energií, prací a zákony zachování hybnosti a energie. Touto úlohou bychom se mohli pokusit uvést vyučovací hodinu, ve které bychom chtěli žákům vyložit problematiku rovnovážných poloh. Jedná se zde totiž o to, zda se bude na schodech pohybovat vozíček umístěný podle obrázku. Na počátku hodiny bychom se mohli žáků zeptat na jejich názor, zapsat tento výsledek například na tabuli a po skončení výkladu bychom mohli stejný postup opakovat s tím, že tentokrát budeme po žácích chtít i zdůvodnění, proč si myslí zda se vozíček bude či nebude pohybovat.

5.2 Pochopení nových poznatků

Nonverbální úlohy však nemusí sloužit jen jako úvodní motivace, nýbrž nám může posloužit i jako ilustrující příklad během výkladu, kdy s žáky můžeme postupně nacházet nejen zadání, ale také řešení této úlohy. V této fázi nám nonverbální úloha napomáhá k pochopení a upevňování nových poznatků.

Pro tento účel by nám mohla posloužit úloha s číslem 3.1.1 týkající se pohybu cyklisty a automobilu, jenž nám v první části posloužila jako motivace.
Zatímco v první fázi jsme se žáky hledali zadání této úlohy, ve fázi výkladové nám tato úloha může posloužit jako pojítko mezi teorií a praxí. To znamená, že učitel pomalu vykládá nové učivo a vyložení určité pasáže pak demonstruje na části příkladu. Například učitel vyloží, jak se graficky znázorňuje závislost dráhy na čase, podrobně žákům vysvětlí, jak popisuje jednotlivé osy a co vlastně vyjadřuje křivka v grafu znázorněná, a po té přejde k naší úloze a zeptá se žáků na řešení otázky: Jaká je velikost

rychlosti obou vozidel? V této fázi už by pak žáci měli být schopni nalézt řešení. Ti bystřejší by pak sami mohli nalézt odpověď na to, jaký význam mají jednotlivé průsečíky, a učitel by pak v následném výkladu jejich domněnky upřesnil a slabším žákům tuto problematiku ujasnil.

Ve výkladové části by nám také mohla pomoci úloha s číslem 3.3.2, zabývající se kinetickou energií. Na počátku hodiny, kterou může vyučující využít například ke zkoušení několika žáků, necháme ostatní, aby si pečlivě prohlédli předložený graf a nalezli v něm co nejvíce informací. Budou-li mít žáci dostatečnou zkušenost se čtením grafických závislostí, mohou sami nalézt z grafu tyto poznatky:

- podle zadání hledáme jakousi závislost mezi rychlostí, hmotností a kinetickou energií
- jediná závislost, kterou přesně známe, je zadaná v grafu modrou křivkou. Víme, že hmotnost tělesa s touto kinetickou energií je 1 kg, a závislost rychlosti a kinetické energie si uvedeme do následující tabulky:

v (m.s-1)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ek (J)		2		8		18		32		50

  prázdná políčka v tabulce nemůžeme přesně určit.
- podíváme-li se však na hodnoty v tabulce můžeme zjistit, že zvýší-li se rychlost dvakrát, zvýší se kinetická energie čtyřikrát, zvýšíme-li rychlost třikrát, kinetická energie se zvýší devětkrát a tak dále. Vyjádříme-li tedy tuto závislost obecně, dojdeme k závěru, že zvýšíme-li rychlost n-krát, potom se kinetická energie zvýší n^2-krát.
- závislost rychlosti a kinetické energie bude tedy kvadratická a bude mít tento tvar $E_k = k \cdot v^2$. Velikost konstantu *k* žáci zatím neznají.

Učitel pak na tyto poznatky může navázat svůj výklad o kinetické a potenciální energii. Během výkladu pak potvrdí jejich domněnky, že se jedná o kvadratickou závislost a tuto závislost upřesní konečným vztahem $E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Po té se může opět vrátit k zadanému příkladu a společně se žáky najít hmotnost tělesa zakresleného černou a růžovou křivkou. Zároveň se můžeme v této fázi zamyslet i nad tvarem křivek závislostí různě těžkých těles.

5.3 Utřídění a sjednocení poznatků, opakování

Pro svůj problémový charakter však některé nonverbální úlohy vyžadují od žáka hlubší znalosti, neboť sjednocují základní pojmy a vztahy širšího tematického celku. Při jejich řešení nejde jen o řešení samotné, žáci musí nejprve problém analyzovat, k čemuž jim pomáhají dosavadní fyzikální vědomosti a dovednosti. Z tohoto důvodu pomáhají tyto úlohy třídit a sjednocovat fyzikální poznatky tohoto tematického celku, a proto je vhodné zařazovat tyto úlohy jako součást souhrnného opakování. Žáci tak mají možnost získat určitý nadhled nad danou problematikou.
Do této části pak zařadíme asi největší množství navržených úloh. Proto se zde zmíním jen o několika z nich.

Jako první uvedu úlohy s čísly 3.2.2 a 3.2.3. Obě úlohy se zabývají šplhem. V první úloze řešíme problém, který ze dvou způsobů šplhání je lepší, v druhé pak řešíme otázku, pohybuje-li se jedna z postav nahoru, jak a kterým směrem se pak pohybuje postava druhá. V obou případech by žáci měli mít znalosti o pohybu těles na kladce, a měli by sami umět určit, jaké síly a jakým způsobem se v těchto případech uplatňují. Poté co si tyto znalosti dají dohromady, neměly by pro ně zmíněné nonverbální úlohy představovat větší problém.

V této fázi vyučovacího procesu by také neměly chybět úlohy týkající se pohybů kuliček na nakloněné rovině, kterými se zabývají úlohy 3.3.3, 3.3.4 a 3.3.5. V první úloze jde o to najít výšku h, ze které kuličku spustíme, tak aby kulička vykonala na válcové ploše celou obrátku. V další úloze pak řešíme problém, v jaké výšce y se nachází otvor, jímž prochází kulička odražená od nakloněné roviny, a v posledním příkladu se zabýváme otázkou, jaká vzdálenost je mezi dvěma odrazy kuličky na nakloněné rovině.

Ve všech těchto případech musí žáci umět využít poznatků o pohybech v homogenním tíhovém poli Země a zákonu zachování energie. U těchto příkladů je také zapotřebí, aby žáci znali vzorce pro goniometrické funkce.

Jelikož se však učivo mechaniky nejčastěji probírá v prvním ročníku střední školy, kdy žáci znají pouze základní vztahy mezi goniometrickými funkcemi, můžeme v úlohách číslo 3.3.4 a 3.3.5 narazit na problém nedostatečných matematických znalostí. Těmto se pak můžeme vyhnout tak, že žákům potřebné vztahy prozradíme a vysvětlíme jim jejich používání, a nebo tyto úlohy v prvním ročníku pro jejich obtížnost vynecháme a použijeme je například ve čtvrtém ročníku jako úlohy vhodné k přípravě na maturitní zkoušku.

Dalšími shrnujícími nonverbálními úlohami jsou úlohy, které při svém řešení používají diskusi závislou na velikosti neznámých parametrů. Zde bychom konkrétně jmenovali úlohy číslo 3.2.7, kde se jedná o pohyb na houpačce, a 3.3.7, kde se jedná o srážku vagonů. V prvním případě zkoumáme pohyb houpačky v závislosti na hmotnosti dětí a na jejich vzdálenosti od podpěrného bodu houpačky. V případě druhém řešíme zákon zachování hybnosti, a tedy zkoumáme závislost výsledné rychlosti, hmotnosti a hybnosti soustavy na počátečních rychlostech a hmotnostech obou vagonů.

Srovnání pak obsahuje také příklad 3.3.6, který se zabývá přemisťováním kvádru. Zde musí žáci využít poznatky o práci a přeměně kinetické a potenciální energie a překonávání třecí síly. Po vypočítání pak musí zhodnotit, v závislosti na materiálu podložky a kvádru, který způsob přemístění by pro ně byl výhodnější.

Poslední shrnující úlohou, kterou zde uvedu, bude úloha číslo 3.4.2. Tato úloha se zabývá otázkou, jaký tvar budou tvořit míčky vržené z jednoho místa po několika vteřinách svého pohybu. Aby mohli žáci tuto úlohu správně vyřešit, musí znát teorii zabývající se pohybem těles v homogenním tíhovém poli Země. Tato úloha lze řešit dvěma způsoby.

V prvním z nich budou žáci podrobně zkoumat jednotlivá místa, ve kterých se míčky nacházejí po jedné, dvou, až *n* minutách, k čemuž potřebují znát rovnice pro výpočet souřadnic u jednotlivých vrhů v závislosti na čase.

V druhém případě využijí poznatku, že každý pohyb v tíhovém poli Země je složen ze základních pohybů, a pohyb míčků do těchto pohybů rozloží. Tímto způsobem získají řešení rychlejším a efektivnějším způsobem.

Do sekce zabývající se opakováním bychom mohli zařadit procvičování v rámci domácích úloh. Jako domácí úlohy bychom mohli zadat úlohu číslo 3.1.4, jež je zadaná mapou a rychlostmi těles pohybujících se po vyznačených trasách. Tato úloha by mohla žáky zaujmout svým neobvyklým charakterem a také její řešení není příliš dlouhé, a proto nezabere žákům při domácí přípravě příliš času.

Dále bychom pro domácí opakování mohli zadat úlohu číslo 3.1.5, která řeší problém průměrné rychlosti parního vlaku. Řešení této úlohy je oproti předchozí úloze příliš dlouhé. Tento problém je možno vyřešit tak, že jedné polovině žáků zadáme vyřešit průměrnou rychlost pro trasu Stožec – Černá v Pošumaví a druhé polovině průměrnou rychlost pro trasu opačnou. Při kontrole pak na řešení můžeme navázat problémem popsaný v řešení úlohy na straně 19.

Doma by se také mohli žáci zamyslet nad tvarem hřebíku a hmoždinky, kterým se zabývá úloha číslo 3.2.5. Žáci tak mají možnost v domácí dílničce uvedené objekty nalézt a mohou tak popisovat nejenom situaci zachycenou na obrázku, ale také situaci reálnou. Poslední jednoduchou nonverbální úlohou, kterou zde zmíním a již by žáci v rámci samostatného opakování měli sami zvládnout, je úloha číslo 3.2.8, jež se zabývá silou, kterou působí naplněný pytel na nohy stoličky.

5.4 Kontrola žákových vědomostí

Nonverbální úlohy užité v této části vyučovacího procesu pak mohou mimo jiné také sloužit učiteli jako zpětná vazba. Může si pomocí nich ověřit, zda žáci danému učivu rozumí, zda pochopili vazby mezi základními pojmy a tak dále. Proto mohou nonverbální úlohy sloužit nejenom k nastolení problému, či prohloubení učiva, avšak mohou být použity i při diagnostice žákových vědomostí.

Tímto způsobem tak můžeme u lepších žáků lépe vyzkoušet porozumění danému učivu. U méně nadaných žáků můžeme tento typ úlohy při zkoušení také využít, avšak v tomto případě by si měl být učitel jistý, že žáci umí s tímto typem úloh pracovat.

A protože jsme v našem rozboru již využili úlohu číslo 3.1.1, a to jak k motivaci, tak k rozboru a upřesnění nové látky, myslím si, že jako úlohu ke zkoušení či do krátké opakovací písemky bychom pro všechny žáky mohli použít některou z nonverbálních úloh 3.1.2 nebo 3.1.3, zabývajících se taktéž grafickou závislostí pohybů těles.

Dále bychom k diagnostickým účelům mohli použít úlohu s číslem 3.2.1, která se zabývá rozkladem tíhové síly na složky. Z této úlohy bychom však použili jen některý z případů a, b nebo c, a položili bychom ho žákům jen v rámci počátečního opakování na počátku hodiny, neboť spíše než znalosti fyzikální testuje tato úloha znalosti matematické. Nicméně může tato úloha sloužit jako kontrola, zda žáci dobře pochopili problematiku rozkladu síly na složky, kterou budou později využívat v dalších oblastech fyziky.

5.5 Vytváření návyků k samostatné práci

Jak už bylo dříve napsáno, mnohé z nonverbálních fyzikálních úloh mohou popisovat reálné a v každodenním životě běžné situace. Tyto pak také mohou přispět k lepšímu a snazšímu pochopení dané látky, neboť si žáci mohou problematiku lépe představit. Jestliže pak učitel tyto představy doplní různými nekonvenčními řešeními těchto úloh, například pomocí pokusů, mohou tyto úlohy přispět také k snadnějšímu zapamatování učiva.

U sběhlejších či nadanějších žáků pak tato nekonvenční řešení mohou navrhovat žáci samotní, a tak mohou nonverbální úlohy přispívat k samostatnému myšlení žáků, rozvoji jejich tvořivosti a dalších morálně volních vlastností, jako jsou vůle překonávat překážky, vytrvalost, pečlivost, vynalézavost, fantazie a jiné.

O tom, jak působí nonverbální úlohy na tvořivost žáků, se zde nebudeme podrobněji rozepisovat, neboť o této problematice pojednává dost podrobně předcházející kapitola. Nicméně zde můžeme uvést několik příkladů, jak můžeme rozvíjet ostatní morálně volní vlastnosti, kterými jsou například vynalézavost a fantazie

Vynalézavost žáků můžeme rozvíjet nekonvenčním řešením úlohy 3.3.4, když bychom například během některého praktika navrhli, žákům tento postup pokusu.

Na stole sestrojíme nakloněnou rovinu, kterou skloníme pod úhlem 15°. Ke konci nakloněné roviny postavíme kolmo k podložce destičku, na které je umístěn papír překrytý papírem kopírovacím. Poté necháme na nakloněnou rovinu kolmo dopadnout kuličku. Ta se odrazí a dopadne na námi připravenou kolmou rovinu. Na této rovině se v místě dopadu díky kopírovacímu papíru vykreslí bod.

Zopakujeme-li tento postup několikrát po sobě, a proměříme-li vzdálenosti x a h znázorněné na obrázku úlohy na straně 32, a dále zjistíme poloměr kuličky a výšku dopadu kuličky od vodorovné roviny, měli by žáci schopni zjistit i hledanou výšku y. Tento pokus pak můžeme ověřit teoretickým výpočtem v některé z následujících hodin fyziky.

Netradiční pokus bychom dále mohli využít i u úlohy číslo 3.3.6, který je popsán v kapitole čtyři na straně 50.

5.6 Mezipředmětové vztahy

Problémové úlohy také mohou plnit řadu funkcí v rámci mezipředmětových vztahů. Uveďme si proto několik příkladů.

Z dřívějšího rozboru už víme, že řešení fyzikálních úloh úzce souvisí s matematickými znalostmi žáka. To znamená, že řešením fyzikálních úloh nerozvíjíme u žáků pouze fyzikální vědomosti, nýbrž je můžeme naučit mnoha poznatkům, které mohou později využít v matematice.

Jako příklad si uvedeme úlohu číslo 3.4.2 zabývající se pohybem míčků, jejíž rozbor je uveden v předcházejících kapitolách. Zde se můžeme se žáky pozastavit nad tvarem trajektorie, kterou míčky v jednotlivých bodech opisují, a tento tvar můžeme sledovat nejenom z hlediska závislosti na čase t, ale také v závislosti na počáteční rychlosti v. Znalosti, které tak žáci získají, můžeme využít později při výuce matematiky při probírání problematiky kvadratických funkcí.

Dalším předmětem, který zde můžeme v rámci mezipředmětových vztahů zmínit je zeměpis. Využijeme-li toho, že žáci již ze základní školy vědí, jak se určuje vzdálenost dvou míst na mapě pomocí měřítka, můžeme při vyučování fyziky použít úlohu číslo 3.1.4, která se zabývá pohybem dvou aut po dvou různých trasách, přičemž máme určit, které z aut projede svou dráhu rychleji. Úlohu číslo 3.1.5 a jí podobné můžeme využít v případě, že se žáci umí orientovat v jízdním řádě.

Jako poslední zde uvedu úlohu číslo 3.3.5, a všechny modifikované úlohy týkající se pohybu těles v homogenním tíhovém poli Země, jejíž řešení mohou žáci využít při tělesné výchově. Mohou využít poznatku, pod jakým úhlem musím hodit míček, aby doletěl do určité vzdálenosti a podobně. Zde je však třeba žáky upozornit, že téměř všechny úlohy řešené ve fyzice jsou zjednodušené, neboť často neuvažujeme tření a odpor prostředí.

Závěrem tohoto rozboru můžeme říci, že nonverbální úlohy, stejně tak jako jiné fyzikální úlohy plní ve vyučování mnoho funkcí, a proto by bylo vhodné tento typ úloh občas do výuky zařadit.

6. ZÁVĚR

Tato práce se zabývá tématem „Nonverbální fyzikální úlohy“. Nonverbální úlohy jsou takové fyzikální úlohy, které jsou zadávány jiným způsobem než slovním, převážně obrázkem, grafem nebo tabulkou.

Podstatnou část této práce tvoří sada vytvořených nonverbálních úloh z oblasti mechaniky. Tyto úlohy jsou pro přehlednost rozděleny do podkapitol podle tématu, kterým se zabývají.

U části navržených úloh jsem se následně pokusila o stručný rozbor z hlediska tvořivosti žáků, neboť si myslím, že pro neobvyklý charakter těchto úloh musí žáci vynaložit značné úsilí k tomu, aby nalezli zadání a také správné řešení takovéto úlohy.

V poslední části této práce jsem se snažila většinu úloh zařadit z hlediska didaktického do vyučovacího procesu.

V této fázi jsem se opírala o své zkušenosti z pedagogické praxe, kdy jsem měla možnost některé z úloh sama zadat. Ze zkušenosti, kterou jsem takto získala, však mohu říci jenom to, že žáci na zadání většinou nepřišli úplně sami. Zadání nonverbální úlohy jim bylo zcela zřejmé pouze u úlohy 3.1.5 zadané jízdním řádem a zabývající se průměrnou rychlostí parního vlaku. Má praxe však byla příliš krátká k tomu, abych mohla nalézt dostatek příležitostí k zadání většího počtu mnou navržených nonverbálních úloh. Proto nemohu z těchto vlastních zkušeností dělat přísné závěry.

Z tohoto důvodu jsem se na zkušenosti s těmito úlohami ptala středoškolských profesorů, kteří fyziku vyučují podstatně déle. Zajímaly mě jejich zkušenosti s takovýmto typem úloh a jejich názor na tyto úlohy.

Nedílnou a poslední součástí mé diplomové práce je příloha skládající se ze dvou částí.

První část tvoří přiložené CD, na kterém můžete nalézt některé vybrané nonverbální úlohy z navržených úloh ze třetí kapitoly vypracované originálním způsobem v programu Cabri Geometry II Plus. Druhou částí je pak tištěná část, obsahující rozfázované pohyby úloh zpracovaných na tomto CD.

Upozornit bych chtěla zejména na úlohu s číslem 3.4.2 týkající se pohybu čtyř míčků v homogenním poli Země. Tato úloha je zpracována jako applet, který kromě zmíněného pohyblivého obrázku obsahuje i rovnice potřebné k výpočtu souřadnic při jednotlivých pohybech a jejich výsledné hodnoty proměnlivé v závislosti na parametru *t*.

V první řadě byla tato úloha zkonstruována proto, že se zde snadno nechá dokázat, že míčky v každém okamžiku svého pohybu budou tvořit rovnoměrně se zvětšující čtverec. Avšak tento applet je zkonstruován tak že jej lze využít i při demonstraci závislosti trajektorie nejen na čase, ale i na počáteční rychlosti. Proto můžeme žákům snadno ukázat, že když budeme měnit počáteční rychlost míčků a tím i jejich trajektorie, výsledný tvar, který budou zaujímat, se měnit nebude.

Poznatky získané psaním této práce bych chtěla shrnout do následujícího krátkého zhodnocení.

Nonverbální úlohy by bylo dobré ve výuce občas zařazovat, obzvláště ty, které popisují reálnou situaci ze života. Tyto pak mohou žáka lépe zaujmout a podnítit tak jeho zvídavost a zvýšit tak snahu žáka tuto úlohu řešit. Proto jsou vhodné jako úlohy motivační, nebo jako úlohy shrnující problematiku většího tematického celku. Dále je vhodné tyto úlohy zařazovat za účelem rozvoje tvořivosti a některé, převážně ty jednodušší z nich, i k diagnostickým účelům. Nicméně i když jde o úlohy nonverbální, je třeba v mnoha případech žákům pomoci s nalezením problému, který mají vyřešit, a proto se i tyto i tyto nonverbální úlohy alespoň z části stávají úlohami verbálními.

7. POUŽITÁ LITERATURA:

[1] Fuka J., Lepil O., Bednařík M., Didaktika fyziky, Přírodovědecká fakulta university Palackého, Olomouc 1981

[2] Fenclová J., Úvod do teorie a metodologie didaktiky fyziky, Praha, SPN 1982

[3] Lepil O., Bednařík M., Široká M., Sbírka úloh z fyziky pro SŠ, Prometheus, Praha 2000

[4] Kašpar E., a kol., Didaktika fyziky, SPN, Praha 1978

[5] Kašpar E., a kol., Problémové vyučování a problémové úkoly ve fyzice, SPN, Praha 1982

[6] Rojko M., Fyzika kolem nás – sbírka úloh, Scientia, Praha 2001

[7] Bakalář E., Erazim P., Kapitoly z psychologie tvořivosti II, Dům techniky ČSVTS, Plzeň 1989

[8] Erazim P., Jak se rodí nápady – vybrané kapitoly z psychologie tvořivého myšlení, Dům techniky ČSVTS, Praha, 1989

[9] Bednařík M, Lepil O., Netradiční typy fyzikálních úloh, Prometheus, Praha 1995

[10] Nahodil J., Fyzika v běžném životě, Prometheus, Praha 1996

[11] Kružík M., Sbírka úloh z fyziky pro žáky středních škol, SPN, Praha1984

[12] Miklasová V., Sbírka úloh pro SOŠ a SOU, Prometheus, Praha 1999

[13] Bednařík M, Široká M., Bujok P., Fyzika pro gymnázia – Mechanika, Prometheus, Praha 1997

[14] České dráhy, a.s., Regionální jízdní řád, OPŘ Plzeň, 2003

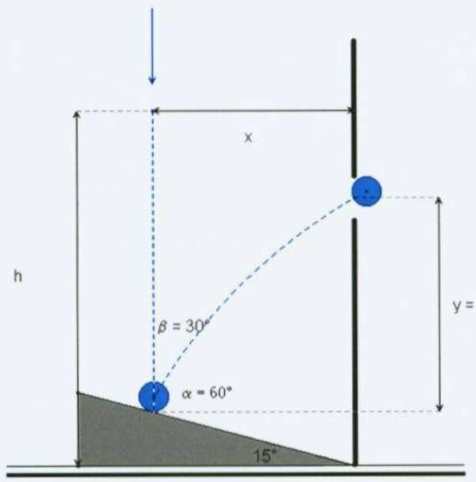
[15] http://www.pf.jcu.cz/stru/katedry/fyz/rvp.php

[16] Kolektiv autorů, Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy, SPN, Praha 1970

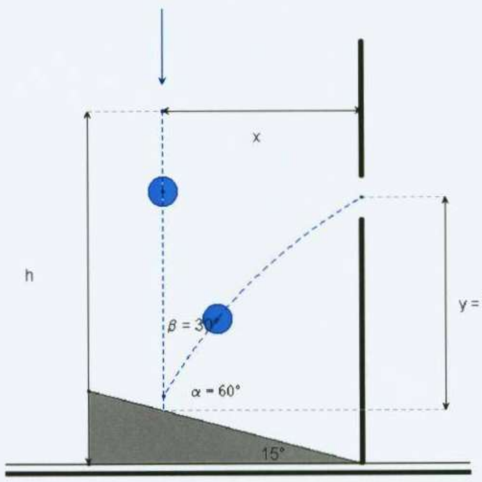
8. PŘÍLOHA

Příloha obsahuje rozfázované pohyby vybraných úloh přiložených na CD a zpracovaných v programu Cabri Geometry II Plus.

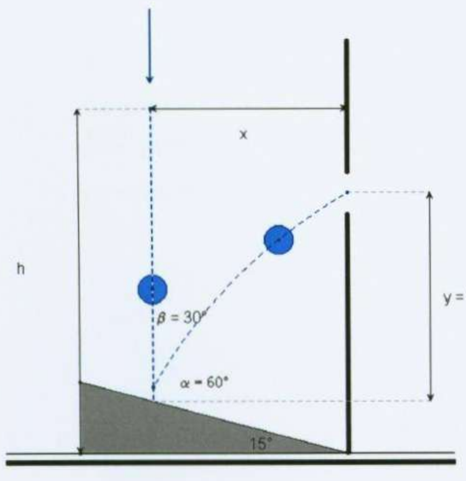
Úloha číslo 3.3.4:



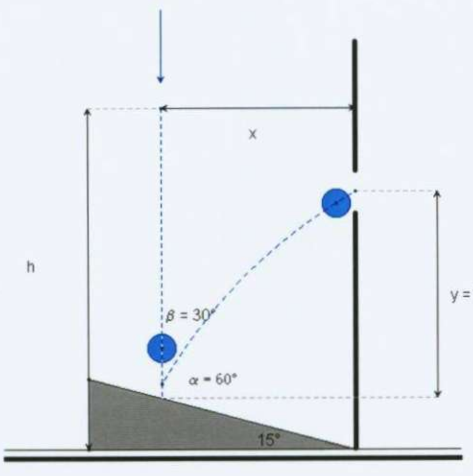
obr. 1



obr. 2

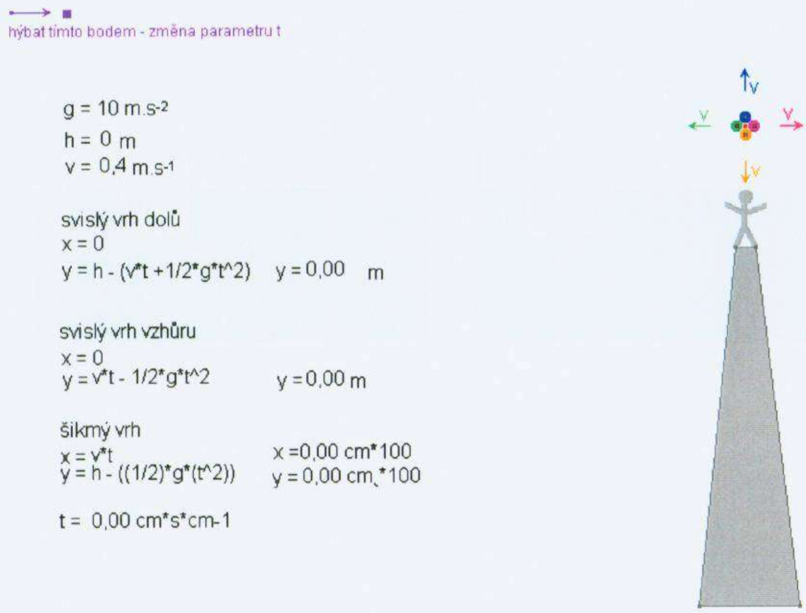


obr. 3

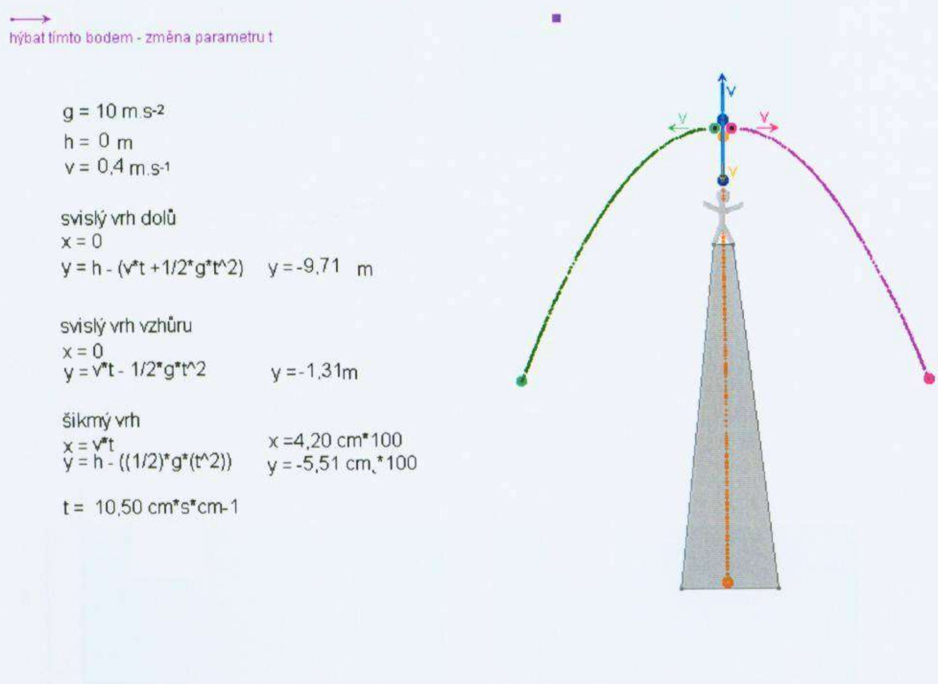


obr. 4

Úloha číslo 3.4.2:

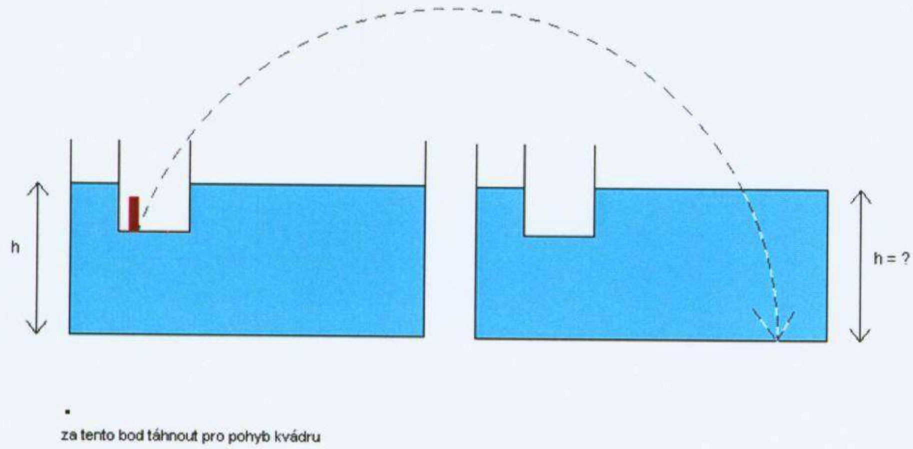


obr. 5

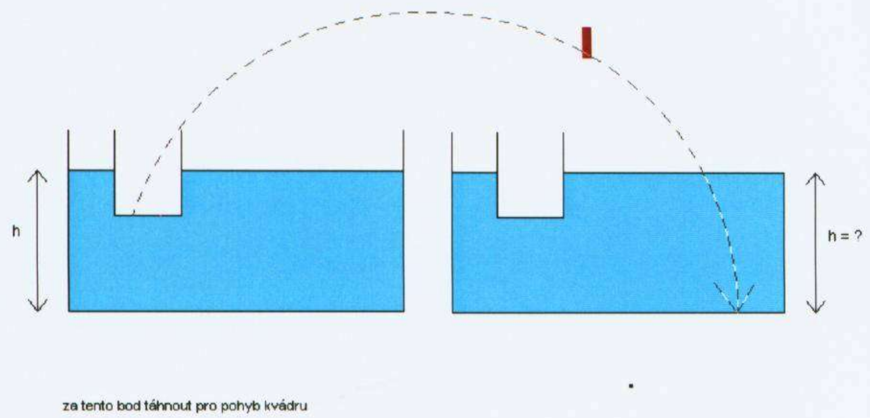


obr. 6

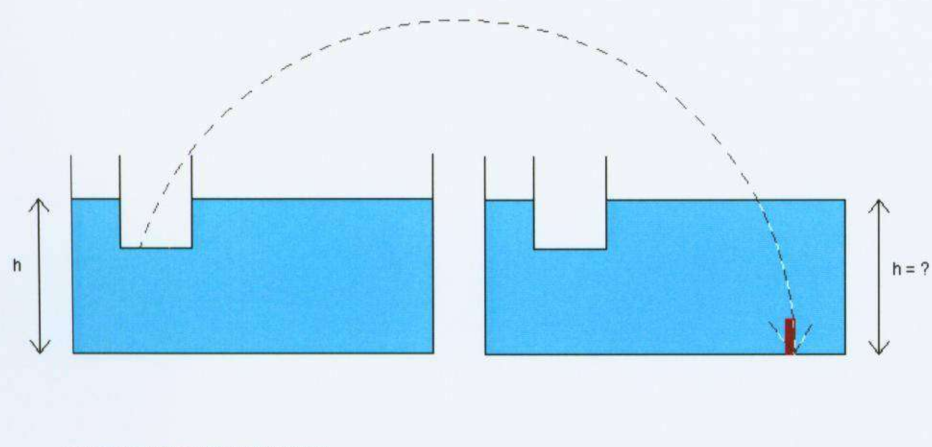
Úloha číslo 3.4.2:



obr. 7



obr. 8



obr. 9