# VYBRANÉ KAPITOLY Z VLNOVÉ OPTIKY S PODPOROU EXPERIMENTŮ S LASEREM

# Diplomová práce Ondřej Havlíček



Jihočeská univerzita Pedagogická fakulta Katedra fyziky

České Budějovice 2006



#### Anotace diplomové práce

### Pedagogická fakulta Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích Katedra fyziky

Ondřej Havlíček

České Budějovice 2006

Vybrané kapitoly z vlnové optiky s podporou experimentů s laserem

Diplomová práce vznikla jako součást grantu FRVŠ: Aplikovaná měřící a výpočetní technika jako navazující magisterské studium na bakalářský studijní program. V první části obsahuje matematický popis vlnění a popis vybraných optických jevů: difrakce, interference a polarizace světla. V další části se pak zabývá vybranými experimenty s těmito jevy, prováděnými na soupravě pro vlnovou optiku od firmy PHYWE.

Vedoucí práce: doc RNDr. Vojtěch Stach Csc.

#### Anotation of thesis

Pedagogical Faculty, University of South Bohemia, České Budějovice Department of Physics

Ondřej Havlíček

České Budějovice 2006

Chosen chapters from wave optics supported by laser experiments

Thesis was developed like part of grant: Applied measuring and computing technics like consequential master study on bachelor study program. First part contains mathematical description of wave and description of chosen optical phenomena: difraction, interference and polarization of light. Second part is concerned with chosen experiments with this phenomena by using laboratory set for wave optics from PHYWE company.

Thesis supervisor: doc RNDr. Vojtěch Stach Csc.

#### Poděkování:

Děkuji vedoucímu práce doc RNDr. Vojtěchu Stachovi Csc. za pečlivou a účinnou pomoc při psaní a recenzování této práce. Děkuji kolegovi Pavlu Novákovi za spolupráci na překladech anglických textů pro praktickou část této práce. Dále děkuji všem ostatním členům katedry fyziky, kteří se jakkoliv podíleli na její tvorbě.

## Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím uvedené literatury.

Harlich

# Obsah

0. Úvod	7
1. Teoretický popis vlnění	8
1.1.Harmonický kmitavý pohyb	8
1.2.Mechanické vlnění	12
1.3.Elektromagnetické záření	16
2.Interference světla	18
2.1.Koherentní zdroje světla	20
2.2.Lasery	21
2.2.1.Krystalové lasery	23
2.2.2.Plynové lasery	24
2.3.Interference na planparalelní vrstvě	25
2.4.Newtonova skla	28
2.5.Interferometry	30
2.5.1.Michelsonův interferometr	31
2.5.2.Fabry-Perotův interferometr	32
3.Difrakce světla	35
3.1.Difrakce na štěrbině	35
3.2.Difrakce na mřížce	
4.Polarizace světla	41
4.1. Druhy polarizace	41
4.1.1. Lineárně polarizovaná vlna	41
4.1.2. Kruhově polarizovaná vlna	41
4.1.3. Elipticky polarizovaná vlna	42
4.2.Polarizace odrazem a lomem	43
4.3.Získávání elipticky polarizovaného světla	48
5. Návody k měření se soupravou PHYWE	49
5.1. Návod k měření - Difrakce světla na mřížce	49
5.2. Návod k měření - Michelsonův interferometr	54
5.3. Návod k měření - Polarizace čtvrtvlnnou destičkou	58
5.4. Návod k měření - Fabry-Perotův interferometr	63
5.5. Návod k měření - Newtonova skla	71
6. Výsledky vybraných měření	76
6.1. Měření difrakce světla na mřížce	76
6.2. Měření s Newtonovými skly	79
6.3. Měření polarizace světla	81
6.4. Měření s Michelsonovým interferometrem	83
7. Závěr	84
Literatura:	85

# 0. Úvod

Tato diplomová práce vznikla na Pedagogické fakultě Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích, jako součást grantu Fondu rozvoje vysokých škol č. 3247/2005 "Aplikovaná měřící a výpočetní technika jako navazující magisterské studium na bakalářský studijní program". Jejím obsahem je popis vybraných částí vlnové optiky v rozsahu vysokoškolského kurzu Technické fyziky. Práce je rozdělena na část teoretickou, obsahující matematický popis vlnění a popis vybraných optických jevů: difrakce, interference a polarizace světla a část praktickou, která se zabývá vybranými měřeními s těmito jevy. Měření byla prováděna se soupravou pro vlnovou optiku od firmy PHYWE, která byla zakoupena z výše uvedeného grantu. Praktická část obsahuje příslušné návody a výsledky měření. Celá práce je dostupná v elektronické podobě na přiloženém CD, které navíc obsahuje některá zde neuvedená měření.

# A. Teoretická část

# 1. Teoretický popis vlnění

V této kapitole popíšeme harmonický kmitavý pohyb, mechanické vlnění a světlo, jako elektromagnetické vlnění. Kapitola je určena jako teoretický úvod k experimentálním úlohám zabývajícím se interferencí, difrakcí a polarizací světla. Jednotlivé procesy jsou podrobněji rozebrány v dalších kapitolách.

# 1.1.Harmonický kmitavý pohyb

Harmonický pohyb koná například pružinový oscilátor. My si kmitavý pohyb nejprve popíšeme na příkladě průmětu polohy hmotného bodu konajícího rovnoměrný pohyb po kružnici kolem středu O a upevněného na závěsu délky r do osy y (Obr. 1.1.) [1].



Obr. 1.1. Kruhový pohyb

Úhel  $\alpha$ , který svírá průvodič hmotného bodu s osou x, se mění s časem. Jelikož jde o rovnoměrný pohyb, je změna úhlu lineárně závislá na čase. Zavedeme si pojem úhlové rychlosti  $\omega$  pohybujícího se hmotného bodu. Pro úhel  $\alpha$  platí vztah:

$$\alpha = \omega t \qquad (1.1)$$

Pohyb po kružnici se opakuje, říkáme, že jde o *pohyb periodický*. Dobu za kterou hmotný bod opíše obvod celé kružnice, nazýváme *periodou* a značíme ji písmenem *T*. Celkový úhel, který hmotný bod urazí za čas *T*, je v obloukové míře roven  $2\pi$ .

Potom můžeme psát:

$$\omega T = 2\pi \tag{1.2}$$

a pro periodu rovnoměrného pohybu kmitavého dostáváme vztah:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{1.3}$$

Zavedeme si ještě pojem frekvence f jako počet otáček za jednu periodu

$$f = \frac{1}{T} \quad (1.4)$$

Potom pro úhlovou rychlost platí

$$\omega = 2\pi f \tag{1.5}$$

Když budeme hledat průmět pohybujícího se bodu do svislé osy y, můžeme periodický pohyb popsat rovnicí:

$$y = A\sin\alpha = A\sin\omega t \tag{1.6}$$

kde A je maximální výchylka (amplituda), ta je v našem případě rovna r.

Provedeme-li časový rozvoj rovnice, získáme graf závislosti výchylky pohybujícího se hmotného bodu ve svislém směru na čase. Tímto grafem bude sinusoida (viz *Obr. 1.2.*). Je zřejmé, že v čase t = 0s je i výchylka y nulová (*Obr. 1.2a.*). Můžeme si ovšem představit případ, kdy v době t = 0 s je výchylka nenulová a je rovna hodnotě  $y_0$  viz (*Obr.1.2b.*). Odpovídá to takové situaci, kdy na počátku měření času neleží hmotný bod na ose x, ale jeho průvodič svírá s touto osou určitý úhel  $\alpha_0$ . Pak také jeho počáteční výchylka se rovná  $y_0 = A \sin \alpha_0$ . Tento obecnější případ matematicky znázorníme tak, že ve vztahu (1.6) zavedeme tak zvanou počáteční fázi  $\alpha_0$ :

$$y = A\sin(\omega t + \alpha_0) = A\sin\varphi \tag{1.7}$$

Veličina  $\varphi = \omega t + \alpha_0$  je pak fází daného pohybu projekce pohybujícího se bodu do směru osy y.



Obr. 1.2. Počáteční fáze kmitavého pohybu a) nulová, b) od nuly různá

Abychom našli rychlost a zrychlení kmitavého pohybu musíme vztah (1.7) derivovat podle času. Potom dostáváme následující vztahy:

$$v = \frac{dy}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \alpha_0)$$
(1.8)

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \alpha_0) = -\omega^2 y \cdot$$
(1.9)

Zjistili jsme, že zrychlení pohybu průmětu bodu *M* je úměrné výchylce. Pohybům, pro které je zrychlení úměrné výchylce, říkáme pohyby *harmonické*. Můžeme tedy říci, že projekce rovnoměrného pohybu kruhového do osy *y* je pohybem harmonickým.

Pokud známe vztahy pro rychlost (1.8) a zrychlení (1.9), můžeme již poměrně snadno odvodit vztah pro *energii harmonického pohybu*. Celková energie harmonického pohybu je součtem energie kinetické  $E_k$ a energie potenciální  $E_p$ .

Pro kinetickou energii platí :

$$E_{k} = \frac{1}{2} m v^{2}$$
(1.10)

Když do vztahu (1.10) dosadíme z (1.8) dostaneme pro kinetickou energii :

$$E_k = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \alpha_0) \qquad (1.11)$$

Velikost potenciální energie je rovna záporně vzaté práci, kterou je třeba vykonat při vychýlení částečky z rovnovážné polohy s výchylkou y. Zmíněnou elementární práci potřebnou na zvětšení výchylky o dy dostaneme z klasického vzorce pro práci (síla působící po určité dráze) a následně upravíme použitím (1.9). Pak platí vztah

$$dW = -mady = m\omega^2 y \, dy \tag{1.12}$$

Celková potenciální energie je sumací všech elementárních prací v daném intervalu:

$$E_{p} = m\omega^{2} \int_{0}^{\frac{1}{2}} y \, dy = \frac{1}{2} m\omega^{2} y^{2} = \frac{1}{2} m\omega^{2} A^{2} \sin^{2} (\omega t + \alpha_{0})$$
(1.13)

Celková energie harmonického pohybu se pak rovná

$$E = E_{k} + E_{p} = \frac{1}{2} m\omega^{2} A^{2} \cos^{2} (\omega t + \alpha_{0}) + \frac{1}{2} m\omega^{2} A^{2} \sin^{2} (\omega t + \alpha_{0}) = \frac{1}{2} m\omega^{2} A^{2}$$
(1.14)

Ze vzorce (1.14) je celková energie netlumeného harmonického pohybu během celého pohybu konstantní, není tedy na rozdíl od potenciální a kinetické energie závislá na čase.

# 1.2. Mechanické vlnění

Mezi nejjednodušší příklady vlnění patří vlnění, které vznikne na klidné vodní hladině, vhodíme-li do vody kámen. Od místa, kam byl kámen vhozen, se začnou šířit po vodní hladině vlny ve tvaru soustředných kruhů, které mají střed v místě dopadu. Vlnění lze taktéž znázornit pomocí hadice, několik metrů dlouhé a dostatečně měkké. Jeden konec upevníme a mírným tahem na druhém konci udržujeme hadici napnutou. Pokud volným koncem trhneme nahoru a dolů vytvoří se na hadici vlna, která postupuje stálou rychlostí v k upevněnému konci hadice, odrazí se a se stejnou rychlostí se bude pohybovat opačným směrem. Současně nastane změna výchylek elementů hadice na opačnou stranu. Aby vzniklo vlnění je nutné způsobit nějaký rozruch (kámen vhozený do vody, trhnutí hadicí atd.). Z místa rozruchu se potom pohyb přenáší pružnými silami na další části prostředí. Tento mechanismus fyzikálně vysvětlíme na příkladu hadice [1].

Dlouhou gumovou hadici si představíme jako lineární řadu jednotlivých hmotných bodů, mezi nimiž existují silové vazby (síly pružnosti). Uvedeme-li nějakým způsobem počáteční bod do harmonického pohybu kolmo na řadu ostatních bodů, pak energie tohoto rozkmitaného bodu se přenese na vedlejší hmotný bod, který se rovněž rozkmitá a způsobí rozkmitání sousedního atd. Tímto způsobem se rozkmitají všechny body, které jsou spolu silově vázány. Pokud výchylky hmotných bodů leží kolmo na směr šíření vlnění mluvíme o vlnění příčném, když výchylky hmotných bodů leží ve směru šíření vlnění mluvíme o *podélném vlnění*. U vlnění příčného rozeznáváme vrchy (*maxima*) a doly (*minima*), u vlnění podélného pak zhuštění a zředění.

Matematické vyjádření vlnění získáme, když najdeme takovou funkci, která by vyjadřovala závislost výchylky y hmotného bodu na čase t a na vzdálenosti x od místa rozruchu. Tato funkce musí mít zřejmě tvar

$$y = f(x,t) \tag{1.15}$$

Nyní takovou funkci najdeme. Nechť v bodě *O*, ze kterého se začíná vlnění šířit, je pohybový stav vyjádřen rovnicí kmitavého pohybu

$$y = A\sin\omega t \tag{1.16}$$

Rozruch se šíří v lineární řadě vzájemně svázaných hmotných bodů. Do jednotlivých bodů této řady, kterou si pro jednoduchost umístíme v ose x, dorazí tento rozruch s určitým časovým zpožděním t, (viz. obr.1.3).

Předpokládáme-li, že v prostředí nedochází ke tlumení kmitavého pohybu, takže amplituda *A* zůstává stálá, můžeme vyjádřit pohybový stav v bodě *P*, vzdáleném od bodu *O* o délku *x* rovnicí

$$y = A\sin\omega(t-\tau) = A\sin\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)$$
(1.17)

kde v značí rychlost šíření rozruchu. Do kmitavého pohybu se dostanou postupně všechny body uvažovaného prostředí. Výraz (1.17) je rovnicí vlny. Za dobu jedné periody T dospěje vlnění do určité vzdálenosti, kterou označíme l a nazveme ji vlnová délka vlnění. Vlnová délka je tedy dána součinem periody a rychlosti šíření vlnění,  $\lambda = vT$ .



Obr. 1.3. Šíření vlnění

Dosadíme-li za rychlost v do vztahu (1.17), dostáváme po úpravách různá vyjádření rovnice vlny:

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \tag{1.18}$$

$$y = A \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \tag{1.19}$$

$$y = A\sin\left(\omega t - kx\right) \tag{1.20}$$

$$y = A\sin(\omega t - \varphi) \tag{1.21}$$

Zde jsme označili tzv. vlnové číslo k; a fázový posuv  $\varphi$ :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \ \varphi = \frac{2\pi}{\lambda}x. \tag{1.22}$$

Rovnice (1.17) a její další modifikace představují analytické vyjádření vlnění, které se šíří ve směru osy x. Veličina A se nazývá amplituda vlnění, doba T je perioda vlnění a druhá část argumentu funkce sinus se nazývá fáze vlny. Vlnění které by postupovalo v opačném směru, tj. ve směru záporné osy x, je dáno zcela obdobnými rovnicemi, jen druhá část argumentu má znaménko plus.

Při odvození rovnice vlny jsme předpokládali, že v čase t=0 s je výchylka v místě rozruchu nulová. Obecně tomu tak nemusí být. Pro t=0 s a x=0m nechť je výchylka v bodě O dána vztahem

$$y_0 = A \sin \alpha_0 \tag{1.24}$$

Pak pro vlnění, postupující ve směru kladné osy x, dostáváme rovnici

$$y = A \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \alpha_0\right]$$
(1.25)

Konstanta  $\alpha_0$  se nazývá *počáteční fáze vlnění*. Jestliže je počáteční fáze vlnění  $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$ , můžeme rovnici vlny vyjádřit pomocí funkce kosinus:

$$y = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) \tag{1.26}$$

Vzhledem k tomu, že mnoho matematických operací je jednodušších s funkcemi exponenciálními než s funkcemi trigonometrickými, uvedeme pro úplnost a bez podrobnějšího odvození vyjádření rovnice vlny v komplexním tvaru, kde k je vlnové číslo [3]:

$$\psi(x,t) = A e^{i(\omega t - kx)}$$
(1.27)

Přitom však uděláme úmluvu, že fyzikální význam bude mít pouze reálná část tohoto komplexního vyjádření y(x,t). Jestliže nyní dostaneme při superpozici několika vln libovolně složitý komplexní výraz, není třeba pro potřeby výpočtu intenzity světla hledat výslednou amplitudu, ale stačí jen provést součin  $\psi\psi^*$ , což je kvadrát hledané amplitudy úměrný intenzitě [3].

V optice se budeme setkávat s vlnami vektorovými, protože světlo se chová při šíření a interakci s látkou jako elektromagnetické vlnění. O něm víme, že je to příčné vlnění, vlnový charakter má vektor intenzity elektrického pole a vektor magnetické indukce, které jsou kolmé na směr šíření. Jestliže se šíří taková vlna podél osy z, pak musíme znát ještě orientaci vektoru amplitudy v rovině xy. Vektorovou vlnu pak zapíšeme takto:

$$\vec{\psi}(z,t) = \vec{A} e^{i(\omega t - kz)}$$
(1.28)

Více o elektromagnetickém vlnění viz v další kapitole.

# 1.3. Elektromagnetické záření

Elektromagnetické záření je kombinace příčného postupného vlnění magnetického a elektrického pole [2].



Obr. 1.4 Elektromagnetická vlna

Jakýkoli elektrický náboj pohybující se s nenulovým zrychlením vyzařuje elektromagnetické vlnění. Na elektromagnetické záření se stejně jako na cokoliv jiného dá nahlížet jako na vlnu nebo proud částic (dualismus vlna-částice). Jako vlnu je charakterizuje rychlost šíření (rovná rychlosti světla ve vakuu), vlnová délka a frekvence. Částicí elektromagnetického vlnění je foton. Energie fotonu E = hf, kde  $h=6,626 \times 10^{-34} J \cdot s = 4,14 \times 10^{-15} eV$ , h je Planckova konstanta, f je frekvence.

Světlo je elektromagnetické záření o vlnové délce viditelné okem, nebo obecněji elektromagnetické vlnění od infračerveného po ultrafialové. Viditelné světlo je část elektromagnetického spektra o frekvenci  $7.5 \times 10^{14}$  Hz (hertz) až  $3.8 \times 10^{14}$  Hz, kde rychlost *c*, frekvence (*f* nebo *v*), a vlnová délka  $\lambda$  zachovávají vztah:

$$c = \lambda \cdot f \tag{1.29}$$

V optice se používá kruhová frekvence  $\omega$  která je spojena s frekvencí f vztahem  $\omega = 2\pi f$ . Vlnová délka viditelného světla ve vakuu je tedy 400 nm až 800 nm.

Rychlost světla ve vakuu byla určena jako  $c=299\ 792\ 458\ m/s$ . V jiném prostředí se světlo šíří rychlostí v, která je vždy nižší než c. Podíl těchto rychlostí je roven indexu lomu daného prostředí n, tj. n = c/v. V důsledku toho dochází na rozhraní látek s různými hodnotami n k lomu světla.

* 8 <sup>-1</sup>	1 m				
104	104 103				
104		l až 15 km	dlouhé	Rozhlasové vlny	Elektromagne- tické vlny (v už-
10*	102	200 až 700 m	střední		
10 <sup>7</sup> 10 <sup>8</sup>	101	2 až 100 m	krátké velmi krátké		
10•	10-1	0.1 až 2 m	Hertzovy vlny Ultrakrátké vlny Mikrovlny		Sin Sinyolu)
10 <sup>10</sup> 10 <sup>11</sup>	10-1 10-1	1 až 100 mm			nder om so Fra 1. storetaritiske
1012 1013	10-4 10-5	10 až 340 μ	Tepelné záření (sálání)		
1014	10-4	0,75 až 10 µ	Infračervené		1
1015	10-7	0,35 až 0,75 μ	Viditelné	světlo	
1016	10-*	0,35 až 0,014 µ	Ultrafialové		
1017	10-•	10 až 1000 Å	Měkké paprsky X	P/Y / Y	
1018	10-10	0.1	Tvrdé paprsky X	Zareni A	
1010	10-11	0,1 42 10 1	Měkké paprsky y	Paprsky y	
1020	10-12	0,001 až 0,1 Å	Tvrdé paprsky y	−−−→ Zánikové paprsky	
10**	10-13	1 až 100 X			
1023	10 <sup>-14</sup> 10 <sup>-15</sup>	> 0,001 X	Penetrantní záře- ní (ultragama)	Elektromagnetic kých paprsků	ká složka kosmic-

Tabulka 1.1. Elektromagnetické spektrum [2]

Různé frekvence světla vidíme jako barvy, od červeného světla s nejnižší frekvencí a nejdelší vlnovou délkou, po fialové s nejvyšší frekvencí a nejkratší vlnovou délkou.

17

JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH PEDAGOGICKÁ FAKULTA ÚSTŘEDNÍ KNIHOVNA -8-Husova 458, 370 05 České Budějovice

Barva	Rozsah vlnových délek	Rozsah frekvencí
červená	~ 625 – 750 nm	~ 480 – 400 THz
oranžová	~ 590 – 625 nm	~ 510 - 480 THz
žlutá	~ 565 – 590 nm	~ 530 – 510 THz
zelená	~ 520 – 565 nm	~ 580 – 530 THz
tyrkysová	~ 500 – 520 nm	~ 600 – 580 THz
modrá	~ 430 - 500 nm	~ 700 – 600 THz
fialová	~ 350 - 430 nm	~ 850 – 700 THz

Tabulka 1.2. Barevné spektrum viditelného světla

Tabulka uvádí spektrum viditelného světla (monochromatické záření) rozdělené podle barev, odpovídající vlnové délky a frekvence. Hned vedle viditelného světla se nachází ultrafialové (UV), směrem do kratších vlnových délek, a infračervené záření (IR), směrem do delších délek. Přestože lidé nevidí IR, mohou IR cítit jako teplo receptory v pokožce. Ultrafialové světlo se zase na člověku projeví známým opálením kůže.

# 2.Interference světla

K popisu interference je třeba zavést nový pojem, který charakterizuje vlnění a to *intenzitu vlnění*. *Intenzita vlnění* je množství energie, která prochází při šíření vlnění jednotkovou plochou kolmo na směr šíření za jednotku času. Při použití vztahu (1.14) o výsledné energii kmitající částice je tedy intenzita vlnění přímo úměrná čtverci amplitudy, proto lze obecně psát, jak je uvedeno v literatuře [6],[7],

 $I = KA^2 \tag{2.1}$ 

Šíří-li se ze dvou světelných zdrojů světla  $S_1$  a  $S_2$  monochromatické světelné vlny, dochází v oblasti, ve které se obě vlny kříží, k jejich skládání. V oblasti, která je společná oběma vlnám dochází ke změnám intenzity světla.

Jak už bylo ukázáno, je intenzita světelného vlnění úměrná čtverci

amplitudy, takže s použitím vztahu (2.1), jenž určuje čtverec amplitudy světelného vlnění vyvolaného v určitém bodě dvěma vlněními téže frekvence a přicházejícími ze dvou různých zdrojů, můžeme psát (výsledek je roven součtu dvou vektorů a určíme ho pomocí kosinové věty)

$$I = K \left[ A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \right],$$
(2.2)

Ze vztahu (2.2) je patrné, že intenzita světla v uvažovaném bodě při konstantních amplitudách  $A_1$ ,  $A_2$  se dá ovlivňovat pouze faktorem

 $cos(\varphi_2 - \varphi_1)$  třetího členu.

V případě, že

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (2k - 1)\pi \tag{2.3}$$

neboť platí, že fázový rozdíl  $\varphi = 2\pi / x$ , pro dráhový rozdíl platí [8]:

$$x_2 - x_1 = (2k-1)\frac{\lambda}{2}$$
 pro  $k = 0, 1, 2, 3...$  (2.4)

tj. fázový rozdíl je roven lichému násobku  $\pi$ , nebo dráhový rozdíl roven lichému násobku  $\lambda/2$ , je intenzita světla *minimální*, což je také zřejmé z upraveného vztahu

$$I = K (A_1 - A_2)^2.$$
(2.5)

Naopak je-li

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi \tag{2.6}$$

nebo

$$x_2 - x_1 = 2k\frac{\lambda}{2}$$
 pro  $k = 0, 1, 2, 3...$  (2.7)

tj. fázový rozdíl je roven sudému násobku  $\pi$ , nebo dráhový rozdíl roven sudému násobku  $\lambda/2$ , je intenzita světla maximální a platí vztah

$$I = K (A_1 + A_2)^2$$
(2.8)

Z výsledků vyplývá, že v prvém případě je výsledná intenzita rovna čtverci rozdílu amplitud a v druhém případě čtverci jejich součtu. Ve zvláštním případě, kdy  $A = A_1 = A_2$ , je výsledná hodnota buď rovna nule nebo rovna čtyřnásobku intenzity jednoho vlnění. Nabývá-li fázový rozdíl ( $\varphi_2 - \varphi_1$ ) libovolných hodnot, bude podle toho výsledná intenzita I nabývat hodnot ležících mezi uvedenými krajními hodnotami, tj. mezi nulou a  $4KA^2$ . Tato modifikace intenzity světla vyvolaná skládáním dvou vlnění se nazývá **interferencí světla**. Čísla k, která se vyskytují ve výše uvedených vzorcích, značí *interferenční řád* příslušného maxima nebo minima. [6]

Shrneme-li předchozí výsledky, můžeme říci, že při skládání světelných vln dochází v prostoru, který je těmto vlnám společný, k interferenci světla. Zesílení intenzity světla nastane v těch místech prostoru, v nichž se vlny setkávají s dráhovým rozdílem rovným celistvému násobku vlnové délky. Zeslabení intenzity světla nastává v těch místech, ve kterých se vlny setkávají s dráhovým rozdílem rovným lichému násobku poloviny vlnové délky. Pro libovolný dráhový rozdíl, pokud se nerovná uvedeným hodnotám, má výsledná intenzita světla hodnotu ležící v intervalu hodnot minimální a maximální. Nezbytnou podmínkou interference je, aby skládané vlny byly koherentní, tedy aby jejich fázový rozdíl byl v čase konstantní, měli stejnou frekvenci a byly stejnosměrné. V následující kapitole se proto podrobněji podíváme, jak získat koherentní zdroje světla.

### 2.1.Koherentní zdroje světla

Odvozené podmínky interference vlnění platí za předpokladu, že fázový rozdíl ( $\varphi_2 - \varphi_1$ ) zůstává během pozorování konstantní v čase. Obecně se mohou při interferenci  $\varphi_2$  i  $\varphi_1$  s časem měnit, ovšem tak, aby jejich rozdíl zůstával stálý. Kdyby se fázový rozdíl mezi ( $\varphi_2 - \varphi_1$ ) během pozorování měnil, měnil by se také ráz interferenčního jevu a kdyby tyto změny následovaly za sebou velmi rychle, nebylo by možné rozhodnout o tom, zda vůbec dochází k interferenci. Je-li ( $\varphi_2 - \varphi_1$ ) konstantní, jsou svazky *koherentní*, mění-li se však fáze  $\varphi_2$  i  $\varphi_1$  zcela nepravidelně, nazýváme je *inkoherentní*. [3]

Interferenční jevy jsou význačné pro vlnění. U světla je však nelze pozorovat tak snadno jako u jiných vlnivých dějů. Ať použijeme jakékoliv dva různé světelné zdroje, nikdy nepozorujeme, že by

v některém místě prostoru, osvětleném oběma zdroji nastávala změna intenzity světla. Světlo dvou různých světelných zdrojů neposkytuje pozorovatelnou interferenci. Mají-li být interference pozorovatelné, je nutné, aby se fáze obou vlnění měnila současně, to znamená, že zdroje musí spolu určitým způsobem souviset. Aby byly dvě světelné vlny koherentní, je nutné, aby obě vycházely z téhož zdroje. Způsobem jak dosáhnout koherentního vlnění je použití kvantového generátoru světla – laseru. Další možností je původní vlnu nějakým způsobem rozdělit na vlny dvě, které již budou vlnami koherentními (např. pomocí Fresnelových zrcadel [8]).

## 2.2.Lasery

Laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) Světelný paprsek získaný pomocí tohoto záření, se vyznačuje vysokou časovou a prostorovou koherencí, vysokou směrovostí zařízení a tím i velkou hustotou toku světelné energie. Laserové světlo je monochromatické (jednobarevné), koherentní (uspořádané) a má malou divergenci (rozbíhavost). V současné době existují lasery různých typů a konstrukcí. V následujícím si popíšeme základní princip laseru.

#### Základní fáze činnosti laseru jsou:

- 1.) Buzení excitace na vyšší energické hladiny atomu.
- 2.) Inverze stav kvantové soustavy, kdy počet atomů ve vzbuzeném stavu je vyšší, než ve stavu základním.
- 3.) Stimulovaná emise vynucené elektromagnetické záření.

Energetický stav atomu je určen pohybovým stavem jeho elektronů. Při obsazení základních energetických hladin atomu je atom v základním, neexcitovaném stavu a jeho energie je nejnižší ze všech možných diskrétních stavů, kterých může nabývat. V tomto stavu atom nemůže zářit. Má-li dojít ke zvýšení energetického stavu atomu, musí atom absorbovat foton elektromagnetického záření o energii E. Atom potom přejde do excitovaného stavu. Vzniklý stav je nestabilní a atom po určité době samovolně přechází do stavu základního a vyzařuje získanou energii ve formě kvanta elektromagnetického záření - fotonu. Přechod do základního stavu může být vyvolán i dopadajícím zářením s blízkým kmitočtem, přičemž foton, který přechod vyvolá, není pohlcen. Elektromagnetické pole vyvolávající nucenou emisi pak energii neztrácí, nýbrž se jeho energie zvyšuje o energii vyzářeného fotonu. Emise fotonu o energii hf, byla vynucena, proto ji nazýváme nucená, stimulovaná emise. Aby bylo možno zesilovat vnější elektromagnetické pole na úkor energie atomů, je zapotřebí, aby počet

atomů ve vzbuzeném energetickém stavu byl větší, než počet atomů ve stavu základním. Pak nucená emise převládne nad absorpcí (stav inverze). Požadujeme-li, aby došlo k zesilování elektromagnetického pole, je nutné, aby nucená emise na dané vlnové délce (energetickém přechodu) silně převládla nad absorpcí. Toho lze dosáhnout vybráním vhodných atomů, molekul, iontů s vhodnými energetickými stavy. K přechodu se využívá systému tří nebo čtyř energetických hladin [5].

Princip tří-hladinového laseru je zřetelný z *Obr. 2.1.* Srážkami energetických elektronů s atomy zvýšíme v soustavě obsazení hladiny  $E_3$  na úkor hladiny  $E_1$ .



Obr. 2.1. Princip tříhladinového laseru

Atomy ve stavu s energií  $E_3$  jsou nestabilní a rychle přecházejí na nižší hladinu  $E_2$ . V tomto energetickém stavu setrvávají relativně delší dobu. Je-li přechod z energetické hladiny  $E_1$  na  $E_3$  dostatečně intenzivní a přechod z  $E_3$  na  $E_2$  mnohem rychlejší než přechod z hladiny  $E_2$  na  $E_1$ , je obsazení hladiny  $E_2$  četnější než obsazení hladiny  $E_1$ . Došlo k vytvoření inverze v obsahu hladin. Dopadající elektromagnetické záření vyvolá nucenou emisi a dojde k zesílení elektromagnetické vlny. Proces zesílíme použitím *optického rezonátoru* vytvořeného dvěma paralelními zrcadly, jejichž vzdálenost je mnohem větší než vlnová

délka světla. Takové uspořádání rezonátoru umožní vybrat pouze takové vlny, které se šíří přibližně podél osy rezonátoru. Vlny, které se šíří pod úhlem větším něž je jistý kritický úhel, vystupují z rezonátoru, aniž

dosáhnou dostatečného zesílení. Pokud bude jedno ze zrcadel polopropustné, vyjde část záření z rezonátoru jako výstupní záření, které je ostře směrováno. Nyní si představíme některé typy laserů.

#### 2.2.1.Krystalové lasery

Příkladem krystalového laseru je rubínový laser, který byl zároveň prvním experimentálním laserem, byl vyroben v roce 1960.





Osvětlíme-li tyčinku vybroušenou z rubínového krystalu  $Al_2O_3$  s příměsí iontů chrómu intenzivním zeleným světlem, dostanou se elektrony v důsledku dodání energie ze základní hladiny  $E_1$  do energetického pásu  $E_2$ . Touto energií přivedenou z vnějšku je atom vybuzen a dojde k *inverzi populace* (*inverze obsazení energetických pásů*). Z nižší energetické úrovně elektrony přejdou na vyšší úroveň  $E_2$ , která je tímto hustě obsazená elektrony. Došlo k nashromáždění energie, tento stav je téměř stabilní.

Nyní dojde k řetězové reakci, která je vyvolána jediným náhodným emisním pochodem jednoho z vybuzených atomů. Atom přejde ze stavu  $E_2$  do stavu  $E_1$  a uvolní přitom zářivou energii ve tvaru poměrně krátkého sledu kmitů. Ten je dostatečný jen proto, aby při cestě krystalovou tyčinkou zasáhl jiný vybuzený atom. Frekvence tohoto záření je dána dle Planckova zákona rozdílem energií mezi  $E_2$  a  $E_1$  a u rubínu odpovídá tento rozdíl energií vlnové délce 694 nm.

Z toho vyplývá, že z tyčinky je vyslán viditelný impuls červeného světla o frekvenci:

$$f = \frac{(E_2 - E_1)}{h} \tag{2.9}$$

U rubínového laseru jsou na vlnovou délku červeného světla "naladěny" všechny zbývající ionty chrómu vybuzené do stavu  $E_2$ . Zasáhne-li

záření nějaký iont, přeskočí okamžitě do základního stavu a sám přitom zazáří. Indukované záření má stejnou frekvenci i stejnou fázi jako indukující kmity. Jestliže dosáhneme při průchodu krystalem celkového zesílení záření většího, než jsou ztráty záření vyvolané absorpcí v materiálu krystalu, dojde k samovybuzení. Jediná spontánní emise atomu vyvolá trvalé a kontinuální světelné kmitání uvnitř krystalu. Opatříme-li jednu z kruhových stěn tyčinky polopropustným zrcadlem, opustí část zářivé energie tyčinku jako **koherentní světelné záření**.

#### 2.2.2.Plynové lasery

<u>He-Ne laser</u> je jedním z nejznámějších plynových laserů, jako aktivní látku používá směs hélia a neónu. Budící energie se plynům dodává ve formě elektrického výboje. Vysokofrekvenční elektrický náboj vybudí atomy helia do metastabilního stavu  $He^*$ . Při srážce metastabilního atomu helia  $He^*$  s atomem neonu v základním stavu dojde k přenosu excitační energie podle rovnice:

$$He^{*}+Ne \rightarrow He+Ne^{*}+\Delta E$$

Tento přenos má vysokou pravděpodobnost, protože energetické hladiny excitovaného helia a neonu jsou velmi blízké. Tím je umožněna inverze, tj. převaha stavů  $Ne^*$  nad Ne. Navíc u excitovaných atomů neonu dochází k samovolné emisi a přechodu atomu do nižšího vybuzeného stavu  $Ne^{**}$ , čímž se uvolní energetické hladiny pro další excitaci atomem  $He^*$  [4].



*Rezonančního prostoru* je zapotřebí, aby mohlo dojít ke vzniku kmitavého procesu. U plynového laseru je rezonátor tvořen dvěma zrcadly na koncích trubice s aktivním prostředím. Zrcadla jsou vestavěna nebo tvoří vnější samostatné díly rezonanční soustavy. Alespoň jedno zrcadlo je polopropustné, aby mohlo světlo vystupovat z rezonátoru. *Brewsterova okénka* jsou šikmá planparalelní víčka, která uzavírají čela trubice. Umožňují vstup a výstup světla s malými ztrátami a navíc je záření takovýchto laserů lineárně polarizované.

Velmi časté je použití plynových laserů jako zdroj ideálně monochromatického světla pro experimentální fyziku, opracovávání materiálů, speciální oblasti medicíny, apod. Nevýhodami těchto laserů jsou větší rozměry, mechanická citlivost, navíc je potřeba vysokého napětí pro buzení výboje a životnost výbojové trubice je omezená.

Závěrem můžeme shrnout významné vlastnosti laserů:

- monochromatičnost frekvence vysílaného záření je vždy blízká jediné frekvenci (přirozená frekvenční šířka čáry atomu Ne je 16 Hz, laserem je možné dosáhnout Δf=1Hz);
- koherence u klasických zdrojů světla můžeme pozorovat interferenci jen tehdy, je-li dráhový rozdíl interferujících vlnění co nejmenší, tj. platí-li: Δx≪ct₀=l , kde c je rychlost světla, t₀ je doba záření atomu a l je koherenční délka. U laseru je vždy dráhový rozdíl Δx menší než koherenční délka, která je asi 3.10<sup>3</sup> m;
- vysoká směrovost (malá rozbíhavost) paprsku lasery vyzařují světlo do velmi malého prostorového úhlu a přitom mohou přenášet velkou světelnou energii;
- vysoká intenzita záření;
- polarizace většina laserů vyzařuje světlo lineárně polarizované.

### 2.3.Interference na planparalelní vrstvě

Dopadá-li světlo na tenkou optickou planparalelní vrstvu opticky průhledné látky, nastává jednak odraz a jednak lom světla na jednotlivých rovinných plochách, přičemž dochází k interferenci [7],[8],[9].

Tenká vrstva má dvě rozhraní se sousedícím prostředím, takže se prošlé světlo při dopadu na spodní rozhraní jednak opět odráží a jednak prochází do sousedícího prostředí. Odražené světlo od spodního

rozhraní postupuje zpět k prvnímu rozhraní, na kterém se opět láme.

V okamžiku, kdy světlo prvého paprsku dospělo do bodu A, dospěje druhý paprsek do bodu B. Za dobu, kterou potřebuje druhý paprsek k proběhnutí dráhy BG, dorazí první paprsek do bodu C.

Za předpokladu, že  $n_2 > n_1$  je dráha *AC* kratší než *BG*, protože světlo se v opticky hustším prostředí šíří pomaleji. Obě dráhy jsou však opticky ekvivalentní, protože jejich proběhnutí trvá stejnou dobu.



Obr 2.4. Interference na planparalelní vrstvě

Skutečný dráhový rozdíl je dán součtem úseček CE+EG , ale protože EG=EF, je dráhový rozdíl CF.

$$CF = 2\mathbf{d} \cdot \cos\beta \tag{2.10}$$

kde d je tloušťka tenké vrstvy.

Optický dráhový rozdíl je:

$$\delta = n_2 \cdot CF = 2\mathbf{d} \cdot n_2 \cdot \cos\beta \tag{2.11}$$

• Při odrazu na spodním rozhraní nenastává změna fáze.

• Při odrazu na horním rozhraní se mění fáze o 180°.

Kvůli fázovému posunutí způsobenému dráhovým rozdílem musíme připojit ještě fázové posunutí způsobené odrazem na horním rozhraní. Fázové posunutí o 180° odpovídá dráhovému posunutí o půl vlnové délky. Dráhový rozdíl pro odražené světlo:

$$\delta_0 = 2d \cdot n_2 \cdot \cos\beta + \frac{\lambda}{2} \tag{2.12}$$

Úhel lomu  $\beta$  se nedá přímo měřit, proto zavádíme úhel dopadu  $\alpha$  pomocí Snellova zákona lomu:

$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta \tag{2.13}$$

Výsledný dráhový rozdíl :

$$\delta_0 = 2d \sqrt{(n_2^2 - n_1^2 \cdot \sin^2 \alpha)} + \frac{\lambda}{2}$$
 (2.14)

Největší zesílení nastane, setkají-li se interferující paprsky ve stejné fázi

$$\delta = k \cdot \lambda \ . \tag{2.15}$$

Největší zeslabení nastane, setkají-li se paprsky v opačné fázi

$$\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad . \tag{2.16}$$

Dosazením těchto předpokladů do rovnic dráhového rozdílu, dostaneme podmínky pro vznik extrémů intenzity výsledného záření v prošlém světle.

Interferenční maximum :

$$2d\sqrt{(n_2^2 - n_1^2 \cdot \sin^2 \alpha)} = k\lambda \qquad (2.17)$$

Interferenční minimum :

$$2d\sqrt{(n_2^2 - n_1^2 \cdot \sin^2 \alpha)} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$
 (2.18)

Pro světlo odražené platí u těchto vzorců interferenční maxima a minima obráceně. Interferenční jevy v odraženém a prošlém světle jsou doplňkové (komplementární) [6].

# 2.4.Newtonova skla

Položíme-li na planparalelní sklo ploskovypuklou čočku s velkým poloměrem křivosti, vznikne mezi ní a sklem vzduchová mezera, která se od místa dotyku rozšiřuje na všechny strany.



Tloušťka mezery se mění symetricky podle místa dotyku a proužky stejné tloušťky mají tvar střídajících se soustředných tmavých a světlých kružnic – Newtonovy kroužky.



Obr 2.6. Newtonovy kroužky

Při kolmém dopadu světla je úhel lomu  $\beta = 0^{\circ}$ .

Podmínka maxima intenzity v prošlém světle a minima v odraženém :

$$2d = k\lambda \tag{2.19}$$

Podmínka minima intenzity v prošlém světle a maxima v odraženém :

$$2d = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \tag{2.20}$$

V místě doteku čočky s planparalelní deskou d = 0 m je v prošlém světle maximum – *světlý střed* a v odraženém minimum – *tmavý střed*.

Poloměr kroužků  $r_k$  s pořadovým číslem k souvisí s tloušťkou vzduchové vrstvy vztahem:

$$r_{k}^{2} = d(2R - d) \tag{2.21}$$

R – poloměr křivosti optické plochy ploskovypuklé čočky

Vztah pro  $r_k$  dostaneme např. použitím Euklidovy věty o výšce v pravoúhlém trojúhelníku nad průměrem s vrcholem v bodě A. Protože d<<2R, platí pro poloměr kroužků :

$$r_k^2 \doteq 2Rd \tag{2.22}$$

Jestliže nedopadá světlo na Newtonova skla kolmo, ale pod úhlem dopadu α, platí:

Pro maximum :

$$r_k^2 \cdot \cos \alpha = (2k-1)R \cdot \frac{\lambda}{2}$$
(2.23)

Pro minimum :

$$r_k^2 \cdot \cos \alpha = k \cdot R \cdot \lambda \tag{2.24}$$

## 2.5.Interferometry

V jedné z předchozích kapitol bylo upozorněno na možnost provádění přesných měření využívajících interference světla. Přístroje, kterými tato měření provádíme a které využívají principu interference světla se nazývají interferometry. Nejčastěji se používají k měření tloušťky (délky), indexu lomu plynů a jeho závislostech na tlaku, k zjišťování vlnové délky světla a dalších. V následujících kapitolách si blíže popíšeme pouze nejdůležitější a nejznámější interferometry. V současné době se v průmyslové i vědecké praxi využívá široká řada přístrojů využívajících interferenci světla. Tyto interferometry jsou nejrůznějších konstrukcí a typů, ovšem jejich princip zůstává stejný a je podobný některému ze základních interferometrů. Interferometry lze rozdělit do několika skupin:

- 1. interferenční komparátory přístroje k přesnému měření délek
- interferenční refraktometry přístroje k měření indexu lomu plynů nebo kapalin
- interferenční spektroskopy přístroje ke studiu jemných spektrálních čar
- holografické interferometry vedle interference využívají ještě principu holografie
- 5. speciální měřící sestavy využívající principu interference světla

#### 2.5.1. Michelsonův interferometr

Michelsonův interferometr je pojmenován podle svého konstruktéra Michelsona. Tohoto interferometru se nejvíce využívá jako interferenčního komparátoru, proto jej zařazujeme do skupiny interferenčních komparátorů. Je založen na principu dvoupaprskové interference světla. Patří mezi nejdůležitější typy interferometrů jednak pro své rozmanité použití, jednak proto, že je prototypem mnoha moderních přístrojů. Svoji proslulost získal také díky tzv. Michelsonovu – Morleyovu pokusu, pomocí něhož měla být dokázaná existence světelného éteru. Negativní výsledek tohoto pokusu vedl ke vzniku teorie relativity.

Princip interferometru je zřejmý z *Obr. 2.7.* Skládá se ze dvou shodných planparalelních desek 6, 7 a dvou zrcadel 4 a 5. Paprsek světla ze zdroje dopadne na planparalelní desku 6, kde se část paprsku odrazí na zrcadlo 4, přičemž ještě prochází kompenzační planparalelní deskou 7 a část se láme deskou 6 a dopadá na zrcadlo 5. Paprsky z obou zrcadel se odráží zpět a dopadají na planparalelní desku 6. Tady opět dochází ke složení paprsků, kde část paprsků je z 5 a je odražena na stínítko a část paprsků je ze zrcadla 4 a je propuštěna taktéž na stínítko. Polohy desek 6 a 7 jsou voleny tak, že paprsky mají stejnou fázi a z toho důvodu nastává interference.



Obr 2.7. Schéma Michelsonova pokusu

Druhá planparalelní deska 7 jenom kompenzuje vliv pevné skleněné desky 6 tak, aby oba paprsky měly ve skle stejnou dráhu, protože svazek odražených paprsků dopadá na zrcadlo 4, vrací se zpět, prochází planparalelní deskou 6 a dopadá na stínítko. Paprsky lomené deskou 6 dopadají kolmo na zrcadlo 5, které je rovněž vrací na planparelní desku 6 a po lomu dopadají na stínítko. První svazek paprsků přitom projde rozdělovací planparalelní deskou pouze jednou, kdežto druhý svazek paprsků celkem třikrát. Z tohoto důvodu se prvnímu svazku vkládá do cesty kompenzační planparalelní deska 7.

Upravíme-li vhodně světelný zdroj, vzniknou interferenční obrazce, které pozorujeme pomocí spojné čočky na stínítku. Zrcadlo 5 je pohyblivé. Pokud tímto zrcadlem posouváme mění se interferenční jev na stínítku. Těchto změn můžeme použít jednak k měření délky, jednak k měření vlnových délek. Jestliže zrcadlo 5 jemně posouváme směrem k desce 6, pozorujeme, jako by se proužky stahovaly a ve středu interferenčního obrazce mizely. Při každém přiblížení o  $\lambda/2$  směrem k desce 6 zmizí ve středu vždy jeden kroužek. Stanovíme-li na mikrometrickém šroubu posunutí zrcadla 5 a současně i odpovídající počet interferenčních kroužků, které prošly středem interferenčního obrazce, můžeme určit délku vlny použitého světla. Posuneme zrcadlo 5 do polohy 5' o délku *l*, kterou odměříme na hlavě mikrometrického šroubu. Tím se změní optická dráha interferujících paprsků o délku 2*l*. Projde-li během posouvání zrcadla 5, určitý počet světlých nebo tmavých kroužků ( označme *k* ), nastalo posunutí zrcadla o *k* vlnových

délek. Můžeme tedy potom psát  $2l = k\lambda$  a úpravou  $\lambda = \frac{2l}{k}$ .

### 2.5.2.Fabry-Perotův interferometr

V interferometru Fabry-Perotově je interferenční obraz vytvořen paprsky mnohonásobně odraženými ve vzduchové vrstvě, která je uzavřena mezi dvěma skleněnými deskami, jejichž vnitřní stěny jsou přesně rovinné s přesností asi 1/20 vlnové délky, rovnoběžné a polopropustné, viz. obr. 13. Tloušťka vzduchové vrstvy se obvykle volí 3 – 10 mm.

V původní formě byla u interferometru Fabry-Perotova jedna deska pohyblivá a druhá pevná, aby bylo možno měnit tloušťku vzduchové vrstvy mezi deskami. Potíže vznikající při nastavení dokonalé rovnoběžnosti desek vedly ke vzniku interferometrů, kde byly obě desky fixovány. Stejná vzdálenost desek byla udržována prstencem z tavného křemene, který byl vložen mezi desky, které svým tlakem

z vnější strany udržovaly ve stálé poloze. Interferometry, které mají konstantní tloušťkou vzduchové vrstvy se nazývají *Fabry-Perotovými etalony* [7],[8].



Obr 2.8. Schéma Fabry-Perotova interferometru

Na Obr. 2.8. je znázorněn chod paprsků ve Fabry-Perotově interferometru. Ze zdroje monochromatického světla dopadají paprsky na čočku L<sub>1</sub>, v jejíž ohniskové rovině zdroj leží. Z čočky vycházejí rovnoběžné svazky a dopadají na Fabry-Perotův interferometr. Mezi deskami nastává mnohonásobný odraz, kde část paprsku je propuštěna a část odražena. Interferenční obraz se objeví v ohniskové rovině druhé čočky L2. Poněvadž všechny propuštěné paprsky vychází z jednoho dopadajícího svazku mají stejnou fázi (za předpokladu, že je použito vysoce koherentního zdroje). Fázový vztah mezi propouštěnými paprsky závisí na úhlu, pod kterým vchází do dutiny, a na vzdálenosti mezi dvěma zrcadly. Výsledkem je kruhový obrazec kroužků podobný jako u Michelsonova interferometru. Kroužky jsou ovšem slabší, jasnější. Vzhledem k tomu, že interferenční vrstva je vzduchová, je možné vytvořit interferenční proužky stejné tloušťky, nebo interferenční proužky stejného sklonu. Kontrast interferenčního obrazu roste s reflexí desek. Při hodnotě reflexe 4%, která odpovídá odrazivosti skla, by na stínítku vznikly pouze nevýrazné proužky. Z tohoto důvodu se zvyšuje odrazivost skel např. napařováním kovové vrstvy. Pak lze dosáhnout reflexe až 98%.

Interferenční řád proužků k, vzniklých na stínítku, je dán vztahem:

$$k = \frac{2D}{\lambda} \cdot \cos\beta \tag{2.25}$$

kde D je tloušťka vrstvy mezi dvěma deskami,  $\beta$  označuje úhel lomu dopadajícího světla a  $\lambda$  je vlnová délka použitého světla. Pro maxima je interferenční řád roven sudým násobkům poloviny vlnové délky, pro minima je interferenční řád roven lichému násobku poloviny vlnové délky [7].

Pro Fabry-Perotův interferometr jsou důležité tři veličiny:

jemnost – poměr vzdálenosti dvou sousedních kroužků

prostupnost – poměr intenzity prošlého a absorbovaného světla

kontrastní faktor – poměr největší a nejmenší propustnosti daného interferometru

Pro tyto vlastnosti je Fabry-Perotův interferometr často využíván ve spektroskopii. Lze jej tedy zařadit do skupiny interferenčních spektroskopů, které patří mezi nejtypičtější interferenční spektroskopy.

# 3.Difrakce světla

Dopadá-li vlnění na překážku, ohýbá se kolem ní a částečně se také šíří do prostoru za ní. Protože je světlo elektromagnetické vlnění s velmi krátkými vlnovými délkami, ohyb se u něho projevuje jen nepatrně. Zřetelný ohyb nastává u překážek, jejichž rozměry jsou srovnatelné s velikostí vlnových délek.

# 3.1.Difrakce na štěrbině

*Štěrbina* je obdélníkový otvor, jehož šířka *a* je velmi malá vzhledem k jeho délce, ale je větší než vlnová délka dopadajícího světla.



Obr 3.1. Ohyb na jedné štěrbině

Na štěrbinu dopadá rovinná monochromatická vlna rovnoběžná s rovinou štěrbiny. Vlnoplocha je tvořena plochou štěrbiny a ve všech jejích bodech má vlnění stejnou fázi. Z každého bodu štěrbiny vycházejí svazky paprsků na všechny strany. [7]

 $\alpha$  – úhel, který svírá rovnoběžný svazek s normálou ke štěrbině (měří se v rovině nákresny).

Paprsek procházející bodem O má nejkratší dráhu. Paprsek procházející bodem B má dráhu o b delší. Paprsek procházející bodem A má dráhu nejdelší.

Dráhové rozdíly jsou příčinou fázových rozdílů. Intenzita el.pole v bodě *O* je:

$$E_0 = A\sin\omega\left(t - \frac{s}{v}\right),\tag{3.1}$$

kde s – dráha světla od bodu O,a v - rychlost. Intenzita el.pole v bodě B je:

$$E_{B} = A\sin\omega\left(t - \frac{s+b}{v}\right). \tag{3.2}$$

Dráhová diference b vyjádřená polohou bodu B ve štěrbině a úhlem  $\alpha$ . Amplitudy A jsou pro obě světla stejné. Počátek souřadnic je položen do bodu O a osa x do roviny štěrbiny.

$$b = x \sin \alpha \tag{3.3}$$

Vlnění vycházející z bodu B se souřadnicí x:

$$E_{B} = E_{x} = A \cdot \sin\left[\omega\left(t - \frac{s}{v}\right) - \frac{\omega}{v}x \cdot \sin\alpha\right]$$
(3.4)

Světlo, které vychází ze štěrbiny ve směru  $\alpha$ , interferuje po průchodu čočkou. Štěrbinu rozdělíme po délce na mnoho velmi úzkých štěrbinek o šířkách dx.

Pro každý elementární příspěvek dE platí :

$$dE_x = \frac{E_x}{a} \cdot dx \tag{3.5}$$

Celkové elektrické pole světla ze štěrbiny je dáno součtem příspěvků přes šířku celé štěrbiny pod úhlem  $\alpha$ , a určíme ji integrací [7]. Výsledné elektrické pole je tedy :

$$E = A \frac{\sin \psi}{\psi} \sin \left[ \omega \left( t - \frac{s}{v} \right) - \Psi \right], \tag{3.6}$$

kde amplituda je dána vztahem:

$$A \frac{\sin \psi}{\psi}$$
Intenzita záření, vycházejícího ze štěrbiny pod úhlem  $\alpha$ , je přímo úměrná čtverci amplitudy el.pole :

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\epsilon}{\mu_0}\right)} A^2 \left(\frac{\sin\psi}{\psi}\right)^2 = I_0 \left(\frac{\sin\psi}{\psi}\right)^2$$
(3.8)

Amplituda *A* nezávisí na úhlu  $\alpha$ . Proto je také  $I_{\theta}$  = konstanta a značí intenzitu záření, kterou štěrbinou prošlo kolmo  $(\Psi \Rightarrow 0 \Rightarrow \alpha \Rightarrow 0)$ . Intenzita záření v jednotlivých směrech závisí na  $\psi$ .



Obr 3.2. Rozdělení intenzity při ohybu jednou štěrbinou

Extrémy intenzity najdeme pomocí 1.derivace výrazu  $\left(\frac{\sin\psi}{\psi}\right)^2$  tedy :

 $2\psi^2 \sin\psi \cos\psi - 2\psi \sin^2\psi = 2\psi \sin\psi (\psi \cos\psi - \sin\psi) = 0 \qquad (3.9)$ 

Minima nastanou pro  $\Psi = k\pi$ :

$$\sin \alpha_{\min} = k \frac{\lambda}{a} \quad k = 1, 2, 3, \dots$$
(3.10)

Maxima nastanou pro  $\Psi = 0$  a pro kořeny rovnice  $tg\Psi = \Psi$ , tedy

 $\Psi \doteq (2k+1)\frac{\pi}{2}$ , dále platí že  $\sin \alpha_{\max} = 0$ 

$$\sin \alpha_{\max} \doteq \frac{(2k+1)}{2} \frac{\lambda}{a} \quad k=1,2,3, \dots$$

(3.11)

Jednodušší a názornější vysvětlení difrakce (ohybu) na štěrbině je uvedeno ještě např. v [2]

# 3.2. Difrakce na mřížce

*Mřížka* je destička s rovnoběžnými vrypy. Hodí se především k rozkladu světla a ke zjišťování spektrálního složení světla. Konkrétně se zde budeme zabývat skleněnými, ale lze se setkat i s jinými typy, např. holografickými.

Vrypy jsou neprůhledná místa.

*Mezery* představují štěrbiny, které jsou koherentními světelnými zdroji. *Mřížková konstanta* je střední vzdálenost dvou sousedních štěrbin.

a -šířka jedné štěrbiny m -celkový počet štěrbin

Dopadá-li na optickou mřížku svazek rovnoběžných paprsků monochromatického světla kolmý k rovině mřížky, rozdělí se ohybem světla a interferencí intenzita v prošlém světle do jednotlivých směrů podle vztahu:

$$I = I_0 \left(\sin\frac{\Psi}{\Psi}\right)^2 \left(\frac{\sin\frac{m\sigma}{2}}{m\sin\frac{\sigma}{2}}\right)^2 , \qquad (3.12)$$

což je celkový průběh intenzity prošlého záření v závislosti na úhlu  $\alpha$ . [7]

 $I_0$  – nezávisí na směru  $\alpha$ .

 $\Psi$  a  $\sigma$  – závisí na úhlu  $\alpha$ .

 $\sigma$  – fázové posunutí mezi paprsky ze dvou sousedních štěrbin

*Extrémy prvého řádu* jsou stejné jako od jedné štěrbiny, závisí na šířce štěrbin a jsou určeny vztahem:.

$$\left(\sin\frac{\Psi}{\Psi}\right)^2 \tag{3.13}$$

(3.14)

Extrémy druhého řádu jsou určeny vztahem:



Obr 3.3. Extrémy druhého řádu

*Hlavní maxima druhého řádu* mají význam pro optická měření pomocí ohybu na mřížce. Jejich poloha se dá snadno změřit i spočítat a jejich intenzita je velká.

*Vedlejší minima druhého řádu* mají malou intenzitu. Nehodí se k měření, dá se těžko spočítat jejich poloha závisí na *m*. Snažíme se je co nejvíce potlačit.

Poloha hlavních maxim druhého řádu závisí pouze na mřížkové konstantě a na vlnové délce. Je nezávislá na počtu štěrbin.

$$\sigma = \frac{\omega}{v}\delta = \frac{2\pi}{\lambda}d\sin\alpha_{\max} = 2k\pi$$
(3.15)

$$\sin \alpha_{\max} = k \frac{\lambda}{d} \qquad (3.16)$$

Šířka hlavních maxim druhého řádu závisí na počtu štěrbin. Čím větší počet, tím jsou hlavní maxima druhého řádu užší a ostřejší.

V prošlém světle se překrývají extrémy prvního a druhého řádu. Obrázek 3.4. udává průběh extrémů prvého, druhého řádu a celkovou intenzitu záření v závislosti na sin $\alpha$ . Grafické závislosti na *Obr. 3.4* byly získány pro konstanty m=6 a pro poměr šířky štěrbiny k mřížkové konstantě a:d=1:3.



Obr 3.4. Průběh intenzity záření po ohybu na mřížce se šesti štěrbinami (a:d=1:3)

U obrázku je patrné, že průběh prvého řádu ovlivňuje pouze amplitudy maxim druhého řádu. Tam, kde má první řád nulovou hodnotu, bude v ohybovém jevu chybět příslušné maximum druhého řádu.



# 4. Polarizace světla

Podle elektromagnetické teorie světla je světlo příčné vlnění, kde kmitají vektory elektrické a magnetické intenzity kolmo na sebe a kolmo ke směru šíření. Polarizované světlo je světlo, kde se zcela nahodilé směry kmitů přirozeného světla změní tak, že koncový bod světelného vektoru opisuje neproměnnou křivku. Tvar křivky je v obecném případě eliptický, ve zvláštních případech přechází v kružnici a přímku. Pak jde o světlo *elipticky, kruhově (cirkulárně)* a *přímkově (lineárně) polarizované*. Přirozené světlo není polarizováno, vektor intenzity kmitá ve všech směrech.

# 4.1. Druhy polarizace

V této kapitole si přiblížíme základní druhy polarizace tak, jak jsou vysvětleny ve volné internetové encyklopedii na *Wikipedia.cz* [11].

## 4.1.1. Lineárně polarizovaná vlna

Podívejme se nejprve na speciální případ, kdy jsou obě ortogonální komponenty ve fázi. V tomto případě jsou obě komponenty stále stejné či v konstantním poměru, takže směr vektoru elektrického pole bude stále stejný v rovině kolmé na směr šíření. Tento stav nazýváme lineární polarizace. Směr vektoru je dán velikostí amplitud obou složek, muže být skloněn v libovolném směru, ale ten se nemění.



Obr 4.1. Lineární polarizace

# 4.1.2. Kruhově polarizovaná vlna

Pokud mají obě složky stejnou amplitudu, ale jejich fázový rozdíl je  $\pi/2$  radiánů (90°), pak je jedna komponenta nulová, když druhá nabývá

minima či maxima (její absolutní hodnota nabývá maxima). Existují dvě možnosti jak toto realizovat. Komponenta x může být o  $\pi/2$  před či za komponentou y. Elektrický vektor složený z těchto komponent v rovině kolmé na směr pohybu bude kroužit po kružnici. Tento stav nazýváme kruhovou polarizací a její dva stavy pravotočivá kruhová polarizace a levotočivá kruhová polarizace. Na obrázku 4.2. je zeleně zaznačen vývoj umístnění vrcholu elektrického vektoru (opět vychází z osy z a jsou na ni kolmé), modře je naznačena stěna válce na níž jsou všechny vrcholy. Podstava válce je shodná s průmětem vektorů do roviny kolmé na směr šíření.



Obr 4.2. Kruhová polarizace

# 4.1.3. Elipticky polarizovaná vlna

Všechny ostatní případy polarizovaného světla, kde obě komponenty nejsou ve fázi, ani nemají fázový rozdíl  $\pi/2$  nebo nemají stejnou amplitudu, se nazývají eliptická polarizace neboť výsledný vektor vykružuje (polarizační) elipsu.



Obr 4.3. Eliptická polarizace

# 4.2. Polarizace odrazem a lomem

Polarizace světla lze dosáhnout několika způsoby, může nastat odrazem, lomem a průchodem některými krystaly nebo látkami, které se stávají anizotropními mechanickým, elektrickým nebo magnetickým působením. Nejjednodušší popis polarizace se vztahuje k rovinné vlně, což je dobrá aproximace pro většinu pozorovaného světla. Pro ně je vektor magnetického a elektrického pole kolmý na směr šíření. Vezmeme si tedy jimi danou rovinu (rovinu jejíž normálou je směr šíření). V této rovině se pohybuje vektor elektrického pole, rozložíme si ho na složky x a y ve směru os roviny (jak je běžné v analytické geometrii). Pro jednoduchou harmonickou vlnu se amplituda obou složek mění způsobem popsatelným funkcí sinus se stejnou frekvencí, ale dva další parametry se mohou lišit – amplituda a fáze.

Lineárně polarizovaná vlna je příčná vlna, jejíž kmity leží v pevné rovině proložené směrem šíření. Přiblížit si vytvoření polarizované vlny můžeme pomocí nepravidelně kmitajícího příčného vlnění. Kmitáme-li jedním koncem provázku střídavě ve všech směrech, šíří se po provázku nepolarizovaná vlna. Provlékneme-li provázek pevnou štěrbinou, šíří se za ní již jen polarizovaná vlna, jejíž kmity jsou rovnoběžné se štěrbinou, viz obr 4.4. Na obrázku je štěrbina P polarizátor a štěrbina Aanalyzátor. Polarizační rovina p je rovina proložená směrem postupu vlny kolmo ke směru kmitů.



Obr 4.4. Mechanický model polarizace

Postavíme-li polarizované vlně do cesty další štěrbinu *A* rovnoběžnou s *P*, budou jí vlny procházet nerušeně. Pootočíme-li však štěrbinu, budou z ní vycházet polarizované vlny s amplitudou rovnou složce amplitudy polarizované vlny do směru štěrbiny *A*. Pootočením štěrbiny *A* do kolmého směru k *P*, se zabrání postupu vln za štěrbinu. Zkříženým analyzátorem a polarizátorem neprochází vlnění.

### Malusův pokus (1808)

Vyplývá z něho, že světelná vlna se dělí na vlnu odraženou a lomenou, z nichž každá se přitom polarizuje.



Obr 4.5. Uspořádání pokusu pro polarizaci světla odrazem  $Z_1, Z_2$  jsou rovnoběžné skleněné desky,  $\alpha$  je úhel dopadu, S –dopadající paprsek, S' – odražený paprsek.



Obr 4.6. Polarizace světla odrazem – rovnoběžné desky

Světlo dopadá na skleněnou desku I pod úhlem 56,5° a odráží se se stejnou intenzitou, otáčíme-li deskou kolem dopadajícího paprsku. Opakuje-li se totéž se světlem již jednou takto odraženým, pozorujeme,

že intenzita světla je po druhém odrazu největší, když jsou obě desky rovnoběžné. Při otáčení druhé desky 2 kolem paprsku, který na ni dopadá, slábne a úplně vymizí, když obě kolmice dopadu jsou k sobě kolmé.



Obr 4.7. Polarizace světla odrazem – zkřížené desky

Při jiném úhlu dopadu (odlišném od 56,5°) se tento úkaz jeví jen částečným zeslabením dvakrát odraženého paprsku

Z Malusova jevu plyne, že odrazem na skle ztrácí světlo svou souměrnost kolem směru šíření – paprsek má jiné vlastnosti v rovině dopadu po prvním odrazu než v rovině k ní kolmé, to se projevuje při druhém odrazu.

Toto vysvětlil **Fresnel** tak, že se při dopadu světla pod úhlem 56,5° odrážejí jen *kmity kolmé k rovině* dopadu, které nazval *polarizační*. Při dopadu na druhou desku ve zkřížené poloze jsou všechny kmity dopadajícího světla s touto rovinou rovnoběžné, proto se neodrážejí.

#### Princip polarizace

Nepolarizované (přirozené) světlo je elektromagnetické vlnění, ve kterém se směr vektoru elektrické i magnetické intenzity neustále nepravidelně mění tak, že nepřevládá žádný směr.

Při dopadu na rozhraní se elektromagnetická vlna odráží i láme, přičemž odrazivost závisí na směru vektoru elektrické intenzity, která má fotografické a fluorescenční vlastnosti.

Odrazivost roste s rostoucím úhlem dopadu měřeném od kolmice, ale jinak pro vlnu polarizovanou v rovině dopadu a jinak pro vlnu polarizovanou v rovině kolmé.

#### Odrazivost (reflexní schopnost)

Poměrné množství energie odražené vlny k množství energie dopadající vlny.



Obr 4.8. Odrazivost v závislosti na úhlu dopadu měřeném od kolmice

**R**k – odrazivost pro vlnu s elektrickými kmity kolmými k rovině dopadu

*Rr* – odrazivost pro vlnu s elektrickým vektorem ležícím v rovině dopadu

### Úplně polarizované světlo

Graf platí pro korunové sklo o indexu lomu n=1,52 a ukazuje, že Rr = 0 pro úhel dopadu  $\alpha_p = 56,5^{\circ}$ . Při dopadu pod tímto úhlem se vlna s elektrickými kmity v rovině dopadu (vlna polarizovaná kolmo k rovině dopadu) vůbec neodráží.

#### Brewsterův vzorec

Ukazuje, že při dopadu pod polarizačním úhlem jsou odražený a lomený paprsek k sobě kolmé.

$$tg\alpha_n = n \tag{4.1}$$

 $n - \text{index lomu}, \alpha_p - \text{polarizační úhel.}$ 

Z průběhu křivky  $R_k$ vyplývá, že odrazivost polarizovaného světla v rovině dopadu je rovna jedné jen při tečném dopadu ( $\alpha = 90^\circ$ ). Část takového světla se tedy vždy lomí.

Lomené světlo tedy není ani při dopadu pod polarizačním úhlem úplně polarizováno. V lomeném světle ale převládají kmity rovnoběžné s rovinou dopadu.



Obr 4.9. Částečná polarizace při odrazu a lomu

Na obrázku tečky značí kmity kolmé, čárky kmity rovnoběžné s rovinou polarizace [8].

Lomem dosáhneme téměř dokonalé polarizace, necháme-li světlo projít řadou skleněných destiček.

# 4.3.Získávání elipticky polarizovaného světla

Vyřízneme-li z dvojlomného nedichroického krystalu destičku, jejíž plochy jsou rovnoběžné s optickou osou (tj. jsou hlavními řezy), nebude se kolmo dopadající paprsek vůbec lámat. Oba druhy paprsků, řádné i mimořádné se tak šíří stejným směrem, ale s různými rychlostmi. Předpokládejme, že na destičku dopadá lineárně polarizované světlo, jehož polarizační rovina není ani rovnoběžná, ani kolmá k optické ose destičky. Dvojlom a dichroismus vysvětlen v [7],[8]. Toto světlo se rozloží na řádné a mimořádné paprsky, jejichž kmity jsou v přední stěně destičky ve fázi. Následkem různé rychlosti šíření obou paprsků vznikne mezi nimi při průchodu destičkou tloušťky d dráhový, a tím i fázový rozdíl. Jsou-li optické dráhy pro řádné paprsky  $n_0d$ , pro mimořádné paprsky  $n_ed$ , je optický dráhový rozdíl

$$\delta = n_e d - n_o d = d(n_e - n_o) \tag{4.2}$$

a fázový rozdíl

$$\Psi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2\pi d}{\lambda} (n_e - n_o)$$
(4.3)

Setkávají-li se dva svazky koherentních navzájem kolmo polarizovaných paprsků stejné vlnové délky s různou fází, vzniká elipticky polarizované vlnění. Chceme-li získat kruhově (cirkulárně) polarizované světlo, musí mít řádné a mimořádné paprsky stejnou amplitudu a fázový posun  $\pi/2$ . To nastane pouze tehdy, když polarizační roviny dopadajícího světla půlí úhel polarizačních rovin řádných a mimořádných paprsků, když se oba druhy paprsků absorbují stejnou měrou a když destička způsobí dráhový rozdíl rovný lichému počtu čtvrtvln. V praxi se používá tzv. *čtvrt-vlnných destiček*, které způsobí dráhový rozdíl  $\lambda/4$ . Fázový rozdíl y je pak

$$\Psi = 2\pi \frac{\lambda}{4\lambda} = \frac{\pi}{2} \quad , \tag{4.4}$$

právě tak jak jsme požadovali. [7], [8]

# B. Praktická část

Praktická část popisuje realizaci vybraných měření s měřící soupravou pro vlnovou optiku od firmy PHYWE, která byla letos zakoupena na katedru fyziky z grantu FRVŠ č.3247/2005 [12].

Návody k měřením dodané firmou PHYWE, které je možno realizovat se zakoupenými pomůckami, jsou přeloženy z angličtiny a upraveny pro naše účely v kapitole 5. Kapitola 6 obsahuje protokoly z vybraných měření s fotografiemi sestavení souprav.

# 5. Návody k měření se soupravou PHYWE

# 5.1. Návod k měření - Difrakce světla na mřížce

#### **Princip:**

Je vyšetřována difrakce rovinné monochromatické vlny o vlnové délce l na l až N štěrbinách.

#### **Pomůcky:**

•	základní optická deska	1
•	HeNe laser	1
•	magnetická noha	3
•	rovinné zrcadlo	1
•	clona se 4 dvojitými štěrbinami	1
•	clona se 4 násobnými štěrbinami	1
•	fotočlánek	1
•	horizontální posuvné zařízení	1
•	univerzální měřící zesilovač	1

• voltmetr

#### **Postup:**

- Sestavení experimentu je na Obr. 5.1. Doporučená výška paprsku je 130 mm.
- Laserový paprsek je namířen pomocí zrcadla M na clonu se štěrbinou S.
- · Difrakční obrazec se formuje za průhledem po průchodu paprsku

štěrbinami.

Difrakční úhel dostaneme ze vztahu

$$\sin \varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + r^2}}$$

(5.1)

x je vzdálenost k centrálnímu paprsku, r je vzdálenost mezi štěrbinou a stínítkem.

- K měření intenzity prošlého světla používáme fotočlánek LD.
   Fotočlánek nastavíme tak, aby nulová intenzita odpovídala vypnutému laseru. Zesilovač nastavíme tak, aby při měření intenzity v oblasti centrálního paprsku nestouplo maximální napětí výše než na 10 V.
- Difrakční obrazec na stínítku může být měřen např. s pomocí posuvného měřítka s přesností alespoň 500mm.
- · Získaná rozdělení porovnáme s teoretickými hodnotami



Obr 5.1 - sestavení aparatury pro difrakci na dvojštěrbině nebo na mřížce

# Teorie a ověření:

Difrakční obrazec za mřížkou můžeme obdržet pomocí superpozice difrakčních obrazců jednotlivých štěrbin mřížky. Mřížka sestává z N stejně vzdálených štěrbin, dostáváme tedy N souběžných interferujících paprsků (viz *Obr. 5.2*)



Obr 5.2 – difrakce světla na dvojštěrbině

Dráhový rozdíl okrajových paprsků na štěrbině o šířce b je:

$$d_1 = b \cdot \sin \varphi \tag{5.2}$$

z toho dostaneme fázový rozdíl paprsků:

$$\delta_1 = \frac{(2\pi d_1)}{\lambda} = \frac{(2\pi \cdot b \cdot \sin \varphi)}{\lambda}$$
(5.3)

Fázový rozdíl paprsků ze dvou štěrbin je:

$$\delta_2 = \frac{(2\pi d_2)}{\lambda} = \frac{(2\pi \cdot s \cdot \sin \varphi)}{\lambda}$$
(5.4)

kde s je vzdálenost mezi těmito štěrbinami (mřížková konstanta).

Vychýlíme-li N paprsků do jednoho bodu pod difrakčním úhlem  $\varphi$ příslušnou intenzitu světla v pozorovaném bodě dostaneme z následujícího vztahu:

$$I_{\varphi} = \frac{E_{\varphi}^{2} \cdot (\sin^{2}(N \cdot \delta_{2}/2))}{(\sin^{2}(\delta_{2}/2))}$$
(5.5)

 $E^2$  je intenzita difrakčního obrazce paprsku prošlého jednou štěrbinou pod úhlem  $\varphi$ :

$$E_{\varphi}^{2} = \frac{\sin^{2}(\delta_{1}/2)}{(\delta_{1}/2)^{2}}$$
(5.6)

Rozdělení intenzity difrakce celé mřížky poté spočteme kombinací předchozích dvou rovnic:

$$I_{\varphi} \approx \left[\frac{\sin^{2}(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot \sin \varphi)}{\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot \sin \varphi\right)^{2}}\right] \cdot \left[\frac{\sin^{2}(\frac{N \cdot \pi}{\lambda} \cdot s \cdot \sin \varphi)}{\sin^{2}(\frac{\pi}{\lambda} \cdot s \cdot \sin \varphi)}\right]$$
(5.7)

První činitel je intenzita rozložení světla z jedné štěrbiny, druhý činitel udává výsledek interakce odpovídající *N* štěrbinám. Ukazuje se, že polohy minim odpovídající jednotlivým štěrbinám jsou zachována i v případě průchodu mřížkou, neboť pokud by byl první činitel roven nule, byl by nulový celý součin.

V souladu s Franhouferovým označením jsou maxima a minima rozdělení po průchodu jednou štěrbinou nazývána interferencí 1. třídy, podobně po průchodu N štěrbinami je rozložení nazýváno interferencí N-té třídy. (Speciálně pro N=2 se jedná o difrakci na dvojštěrbině.)

Následující rozdělení intenzity je určeno pro difrakci na dvojštěrbině:

$$I_{\varphi} \approx \left[\frac{\sin^{2}(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot \sin \varphi)}{\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot \sin \varphi\right)^{2}}\right] \cdot \left[\frac{\sin^{2}(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot s \cdot \sin \varphi)}{\sin^{2}(\frac{\pi}{\lambda} \cdot s \cdot \sin \varphi)}\right]$$
(5.8)

a) minima první třídy (čitatel prvního činitele roven nule)

$$\sin \varphi_k = \frac{k \cdot \lambda}{b} (k = 0, 1, 2, 3...)$$
(5.9)

pro k=0 dostaneme centrální maximum nultého řádu

S

b) minima druhé třídy (druhý činitel je roven nule a zároveň jmenovatel různý od nuly

$$\sin \varphi_k = \frac{(2k+1)}{2s} \cdot \lambda(k=0,1,2,3...)$$
(5.10)

c) společné nulové vyčíslení čitatele a jmenovatele druhého činitele jsou hlavní maxima 2. třídy

$$\sin \varphi_k = \frac{k \cdot \lambda}{s} (k = 0, 1, 2, 3...)$$
 (5.11)

rozdělení intenzity odpovídající jedné štěrbině



Obr.5.3 - Kvalitativní rozdělení intenzity difrakce na 2 a na 4 štěrbinách.

#### Soustava mnoha štěrbin, mřížka:

Hlavní maxima (maxima 2. třídy) se vyhraňují se vzrůstajícím počtem štěrbin N, neboť intenzity těchto maxim jsou přímo úměrné  $N^2$ . Obalová křivka difrakčních obrazců je shodná s difrakčním obrazcem jedné štěrbiny šířky b. Mezi vzniklými hlavními maximy se nachází vždy N-2 vedlejších maxim.

# 5.2. Návod k měření - Michelsonův interferometr

# Základní princip

S pomocí dvou zrcadel a soupravy sestavené podle *Obr. 5.4* můžeme pozorovat interferenci světla. Pokud budeme jedním ze zrcadel posouvat, zjistíme, že se interferenční obrazec mění. Z této změny jsme schopni určit vlnovou délku použitého laseru.

# Vybavení

•	základní optická deska	1
•	He-Ne laser	1
•	nastavitelná podložka	4
•	povrchové zrcadlo	4
•	magnetická noha	6
•	$\operatorname{čočka} f = +20 \mathrm{mm}$	1
•	držák clony a dělič svazku	1
•	dělič svazku 1/1 nepolarizující	1
•	držák čoček	1
•	bílé stínítko	1
•	deska interferometru	1
	fotočlánek	1



Obr 5.4: Sestavení soupravy jako Michelsonův interferometr.

#### Sestavení soupravy

V souladu s mřížkou na *Obr. 5.4* budeme čísly v hranatých závorkách označovat umístění jednotlivých dílů na základní desce. Doporučené nastavení výšky paprsku je 130mm čočka L[1,7] by neměla být na začátku sestavování. Před tím, než začneme se sestavováním jednotlivých dílů, upevníme podle obrázku 1 pomocnou desku P. Na základní desku umístíme zrcadla M1[1,8] a M2[1,4], orientujeme je podle obrázku 1. Přidáme zrcadla M3[10,4], M4[7,1] a polopropustné zrcadlo BS[7,4] orientujeme tak, aby bylo pokovovanou částí otočeno na zrcadlo M2. Paprsky odražené od zrcadla M4 by měli směřovat do stejného bodu na stínítku SC[7, 6,5] jako paprsky postupně odražené od zrcadla M3 a polopropustného zrcadla BS. Po přidání čočky L[1,7] se světelné body na stínítku "rozšíří". Nyní můžeme na stínítku pozorovat interferenční obrazce (světlé a tmavé kroužky). Pokud mírně posuneme jedno ze zrcadel M3 nebo M4, pak na stínítku pozorujeme, že se mění i interferenční obrazec (počet interferenčních kroužků).

#### Poznámky k měření

K tomu, abychom toto měření mohli uskutečnit, potřebujeme, abychom mohli měnit vzdálenost mezi polopropustným zrcadlem BF a zrcadlem M3. To

zajišťuje mikrometrický šroub – dvě jeho otočení změní tuto délku o 1  $\mu$ m. V souladu s teorií můžeme říct, že ke změně z minima na minimum dojde, pokud se optická dráha  $\lambda d$  změní o  $\lambda$ . To znamená, že by se vzdálenost mezi polopropustným zrcadlem BS a zrcadlem M<sub>3</sub> měla změnit o  $\lambda/2$ . Ke zjištění vlnové délky světla laseru budeme potřebovat znát změnu vzdálenosti BS a M<sub>3</sub>, dále pak budeme muset spočítat počet změn z minima na minimum (nebo z maxima na maximum).

#### Teorie

Pokud mají dvě vlny stejnou úhlovou frekvenci ω, ale různé amplitudy a fázové posuny, pak pro jejich skládání platí vztah:

 $E(t) = A_1 \sin(\omega t - \varphi_1) + A_2 \sin(\omega t - \varphi_2)$ (5.10)

Výslednou vlnu můžeme popsat takto:

E

$$E(t) = A_1 \sin(\omega t - \varphi) \tag{5.11}$$

s amplitudou:

$${}^{2}(t) = A_{1}^{2} + A_{2}^{2} + 2A_{1}A_{2}\cos\delta \qquad (5.12)$$

(5.13)

kde  $\delta$  je fázový rozdíl:



 $\delta = \varphi_1 - \varphi_2$ 

*Obrázek 5.5 - a) Zjednodušené schéma Michelsonova interferometru; b) ke vzniku kruhových interferenčních proužků.* 

Aby mohlo k interferenci vůbec dojít, je třeba světelný svazek mírně rozšířit

čočkou L. Přehledně to znázorňuje *Obr. 5.5a.* Uvažujme nyní polopropustné zrcadlo BS a jím vytvářené zdánlivé obrazy M'<sub>3</sub> (obraz zrcadla M<sub>3</sub> a světelný svazek (který se na zrcadle BS jeví jen jako bod P) bude mít zdánlivé obrazy P' a P'' – je to vidět na *Obr. 5.5b.* Protože každý paprsek urazí jinou dráhu, pak podle *Obr. 5.5b* musí platit:

 $\delta = 2\frac{\pi}{\lambda} 2d\cos\Theta \tag{5.14}$ 

kde  $\lambda$  je vlnová délka světla použitého laseru. Podle rovnice (5.12) a pro  $A_1 = A_2 = A$  je

$$I = E^2 = 4A^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$
 (5.15)

Maximum tedy nastává, pokud je  $\delta$  rovna celočíselnému násobku  $2\pi$ , pak s použitím vztahu (5.14):

$$2 d \cos \Theta = m\lambda; m = 1, 2, 3, ...$$
 (5.16)

#### Jak určit vlnovou délku laseru?

Měření probíhá tak, že měníme vzdálenost mezi polopropustným zrcadlem BS a zrcadlem M3. K tomu budeme používat mikrometrického šroubu (s tím, že víme, že dvě otáčky odpovídají posunu 1 $\mu$ m. Při otáčení tímto šroubem budeme pozorovat střed interferenčního obrazce, kde se budou objevovat světlé a tmavé proužky. Ty samozřejmě odpovídají maximům a minimům. Abychom určili vlnovou délku světla použitého laseru, stačí jen počítat počet změn, které budeme pozorovat uprostřed interferenčního obrazce během otáčení mikrometrickým šroubem (uprostřed interferenčního obrazce je totiž  $\Theta$ = 0). Příklad: Při měření, kdy se zrcadlo posunulo o 43,157  $\mu$ m bylo naměřeno N = 135 změn ve středu interferenčního obrazce:

$$\lambda = 2\frac{d}{N} = \frac{2 \cdot 43,157}{135} \,\mu \,m$$

Vlnová délka použitého světla, která odpovídá těmto hodnotám je  $\lambda = 639$  nm.

# 5.3. Návod k měření - Polarizace čtvrtvlnnou destičkou

### **Princip:**

Monochromatické světlo dopadá na slídovou destičku kolmo k její optické ose. Na příslušné čtvrtvlnné destičce (viz níže) je fázový posun mezi řádným a mimořádným paprskem vystupujícím z krystalu roven  $\lambda/4$ . Polarizace vzniklého světla je vyšetřována v různých úhlech mezi optickou osou destičky a směrem polarizace dopadajícího světla.

ks

#### Pomůcky:

•	základní optická deska	1
•	He-Ne laser	1
•	nastavitelná podložka	1
•	rovinné zrcadlo	1
•	magnetická noha	6
•	držák čoček	1
•	čočka f=+20mm	1
•	držák clony	1
•	polarizační filtr	2
•	polarizační vzorek, mica	2
•	fotočlánek	1
	univerzální měřící zesilovač	1
	voltmetr	

# Úkol:

- 1. Proměřte intenzitu lineárně polarizovaného světla jako funkci pozice analyzátoru (Malusův zákon:  $I = I_0 \cos^2 \Phi$ )
- 2. Proměřte intenzitu světla za analyzátorem jako funkci úhlu mezi optickou osou čtvrtvlnné destičky a analyzátorem.
- Zopakujte druhý úkol se dvěma čtvrtvlnnými destičkami umístěnými za sebou.

#### **Postup:**

 Sestavte aparaturu dle Obr. 5.6. Doporučená výška nosníku je 130 mm. Nejprve natočte držák bez čtvrtvlnné destičky tak, aby byl fotoelektrický článek LD dobře osvětlen. Nastavte zesilovač tak, aby napětí na voltmetru nepřekročilo během měření povolené maximum.

- Zkontrolujte zda nulová hodnota na voltmetru odpovídá vypnutému laseru.
- Polarizátor P nastavte na 0, analyzátor A natočte do polohy, kdy je intenzita prošlého světla minimální.
- Umístěte čtvrtvlnnou destičku do držáku a natočte ji do polohy, kdy je hodnota intenzity světla za analyzátorem opět minimální.
- Směr polarizace světla z polarizátoru je nyní v úhlu 0° nebo 90° vzhledem k optické ose λ/4 destičky.
- Proměřte nyní intenzitu světla jako funkci pozice analyzátoru v rozmezí -90° až +90° pro různé úhly natočení čtvrtvlnné destičky: 0° ,30° ,45°, 60° a 90°
- Napětí vyvolané fotoelektrickým článkem je přímo úměrné intenzitě dopadajícího světla.



Obr. 5.6 – schéma zapojení experimentu

#### **Teorie:**

Pokud je vektor intenzity elektrického pole polarizovaného světla kolmý k optické ose krystalu (řádný paprsek, obr. 2), světlo se šíří krystalem rychlostí  $c_0$ . Je-li vektor intenzity rovnoběžný s optickou osou je rychlost šíření světla v krystalu  $c \neq c_0$  (mimořádný paprsek).  $E_0$  je amplituda vektoru intenzity elektrického pole přicházejícího od polarizátoru P a F je úhel mezi směrem polarizace P a optickou osou dvojlomného krystalu (čtvrtvlnné destičky). Pro vektory intenzity řádného a mimořádného paprsku pak dostáváme následující vztahy:

$$E_1(t) = E_0 \cdot \sin \Phi \cdot \sin \omega t \tag{5.17}$$

$$E_2(t) = E_0 \cdot \cos \Phi \cdot \sin \omega t \tag{5.18}$$



Obr 5.7. – rozdělení polarizovaného světla při průchodu dvojlomným krystalem

Pro dvojlomný krystal (čtvrtvlnnou destičku) o tloušťce:

$$d_{\lambda/4} = \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{1}{n_{\tilde{r}} - n_{m\tilde{r}}} , \qquad (5.19)$$

kde  $n_{\tilde{r}}$  je index lomu řádného paprsku a  $n_{m\tilde{r}}$  index lomu mimořádného paprsku v krystalu, jsou vyšlé paprsky vzájemně posunuté o  $\pi/2$ . Vztah pro intenzitu tak přechází do tvaru:

$$E_x = E_1(t) = E_0 \cdot \sin \Phi \cdot \sin \omega t \tag{5.20}$$

$$E_x = E_2(t) = E_0 \cdot \sin \Phi \cdot \sin \omega t \quad , \tag{5.21}$$

což je parametrická reprezentace vektoru intenzity rotujícího kolem osy ve směru šíření. Pro úhly 0° a 90° dostáváme lineárně polarizované světlo o intenzitě:

$$I = I_0 \sin E_0^2$$
 (5.22)

Pro úhel 45° je  $sin\Phi = cos\Phi$ , pro velikost vektoru intenzity platí z Pythagorovy věty:

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} , \qquad (5.23)$$

dostáváme kruhově polarizované světlo o intenzitě:

$$I = \frac{I_0}{2} \sim \frac{E_0^2}{2}$$
(5.24)

Pro všechny úhly různé od 0°,45°,90° je vyzářené světlo polarizované elipticky.



Obr 5.8. – rozdělení intenzity polarizovaného světla pro různé úhly

# 5.4. Návod k měření - Fabry-Perotův interferometr

#### **Princip:**

Dvě zrcadla jsou sestavena tak aby tvořila tzv. Fabry-Perotův interferometr, s jehož pomocí je vyšetřován svazek paprsků vycházejících z laseru. Při experimentu se pohybuje jedním ze zrcadel interferometru a jsou studovány změny interferenčních obrazců. Jedná se o kvalitativní experiment, určený ke studiu různých pracovních režimů laseru a následnému porovnání s fotografiemi v tomto popisu.

#### Vybavení:

- základní pogumovaná podložka
- He Ne laser
- seřizovací člen na pomocné podložce
- 4 držáky
- 2 rovinná zrcadla
- vyduté zrcadlo ve vystřeďovacím rámečku (R=1400 mm, f=700 mm, propustnost=1,8%)
- · rovinné laserové zrcadlo ve vystřeďovacím rámečku
- · 2 x adaptační kroužek pro zrcadlo
- 2 x držák na laserové zrcadlo
- čočka (f= +20mm)

#### Sestavení a postup:

- V následujícím textu značí páry čísel v hranatých závorkách souřadnice na základní podložce. Tyto doporučující souřadnice jsou pouze přibližné.
- Sestavte aparaturu dle Obr 5.9.. Doporučené nastavení výšky paprsku je 130 mm.



- Nejprve upravte nastavení bez čočky L [8.5,4]. Než začnete se seřizováním, umístěte seřizovací člen na pomocnou desku dle nákresu.
   Snažte se při tom zajistit, aby se souřadné čáry na pomocné desce kryly se souřadnicemi na desce základní.
- Při nastavování směru dráhy paprsku pomocí nastavitelných zrcadel M1 [0.5,8] a M2 [0.5,4] s optickým středem ve výšce dráhy paprsku, seřid'te paprsek tak, aby vedl zároveň se čtvrtou souřadnou čárou osy y základní desky.
- Pro začátek je pozice zrcadla M3 [6,4]=[5',4'] (zrcadlo je zarovnáno s 99 % odrazovým faktorem). Umístěte zrcadlo do držáku pro laserová zrcadla a vložte do adaptačního prstence. Tuto jednotku poté zasaďte do stojanu. Pak nastavte zrcadlo M3 tak, aby odražený paprsek směřoval do stejného bodu na zrcadle M2, ze kterého vyšel.
- Přimontujte duté zrcadlo (poloměr křivosti=1400 mm) do adaptačního prstence a zasaď te do držáku. Umístěte zrcadlo M4 [3,4]=[2',4'] pokovenou stranou směrem k M3 do cesty paprsku takovým způsobem, aby paprsek odražený z M4 dopadal na M3.
- Zrcadlo M4 musí být co nejpřesněji seřízeno tak, aby se odražený paprsek přibližně kryl s bodem na zrcadle M3, z něhož původně vyšel. Změnou vzdálenosti oddělující dvě interferenční zrcadla M3 a M4,
  - 64

pomocí mikrometrového šroubu (umístěn na stojanu zrcadla pomocné desky P), získáme světelný bod na stínítku SC [11,4]. Světelný paprsek je poté rozšířen pomocí čočky L [8.5, 4], umístěné v jeho dráze. Pokud je vše správně nastaveno, můžeme na stínítku pozorovat obrazce (viz *Obr. 5.13*), které jsou výsledkem rozdílných rozložení amplitud laserového rezonátoru a interferometru. Pečlivou úpravou rovnoběžnosti zrcadel, dostaneme symetrické obrazce.

- Vyskytne-li se v obrazci malá elipsa, pokuste se ji zaostřit na jediný bod! Není-li to možné, přerovnejte celou soupravu. Uspořádání je správné, pokud je vidět mihotavý bod. Co možná nejmenší změnou délky interferometru (pomocí mikrometrového šroubu) uvidíme střídání různých (obrazců).
- Pokud byl laser zapnut teprve chvíli před experimentem, můžeme vidět střídání obrazců, aniž bychom měnili délku interferometru, díky změně frekvence laserového rezonátoru vlivem teplotní expanze. Tento efekt lze vyvolat také vlivem vibrací stolu nebo země na soupravu.

#### Teorie a základní vztahy

Michelsonův interferometr — někdy se mu také říká Mach-Zehnderův a Sagnacův interferometr pracuje se dvěma světelnými svazky. Každý z nich má různou frekvenci a tyto frekvence se navzájem ovlivňují a dochází tam k superpozici obou světelných svazků. Naproti tomu Fabry–Perotův interferometr pracuje s více než dvěma světelnými svazky. Nejčastěji se Fabry– Perotův interferometr skládá ze dvou planparalelních skleněných destiček (polopropustných zrcadel), vzdálenost mezi těmito destičkami je *d*. Pro odrazivost záření na těchto destičkách platí: R = 1-T, kde *T* je propustnost záření.

## Popis základních principů Fabry-Perotova interferometru

Základní princip ilustruje *Obr. 5.10.* Světelná vlna, která do interferometru vstupuje má amplitudu  $a_0$ , a pro intenzitu pak platí, že  $a_0^2 = I_0$ . Po průchodu první destičkou platí pro intenzitu:

$$I_1 = (1 - R)I_0 = TI_0$$
(5.25)

a amplituda je pak:

$$a_{il} = \sqrt{1 - R_{a0}} \tag{5.26}$$

Pro následující odrazy platí:

$$a_{i2} = Ra_{i1} = \sqrt{1 - R} R^{1} a_{0}$$

$$a_{i3} = Ra_{i2} = \sqrt{1 - R} R^{2} a_{0}$$

$$a_{i4} = Ra_{i3} = \sqrt{1 - R} R^{3} a_{0}$$

$$a_{in} = Ra_{i(n-1)} = \sqrt{1 - R} R^{(n-1)} a_{0}$$
(5.27)



Obrázek 5.10 -k popisu základního principu Fabry-Perotova interferometru

V případě, že část svazku je propuštěna druhou destičkou, platí pro amplitudy:

$$a_{1} = \sqrt{1-R} a_{il} = (1-R)a_{0}$$

$$a_{2} = \sqrt{1-R} a_{i2} = (1-R) R^{1}a_{0}$$

$$a_{3} = \sqrt{1-R} a_{i3} = (1-R) R^{2}a_{0}$$

$$a_{n} = \sqrt{1-R} a_{in} = (1-R) R^{(n-1)}a_{0}$$
(5.28)

Pro světelné vlny dále platí:

$$E = a\cos(\omega t + kx + \delta) \tag{5.29}$$

a  $E_1$  bude první část svazku, která je propuštěna druhou skleněnou destičkou,  $\delta$  je pak fázový posun dvou následujících vln, které opustí prostor mezi destičkami:

$$\delta = \frac{(2\mathrm{kd})}{(\cos\alpha)} \tag{5.30}$$

A pro každou tuto vlnu platí:

$$E_{1} = a_{1} \cos(\omega t + kx)$$

$$E_{2} = a_{2} \cos(\omega t + kx + \delta)$$

$$E_{3} = a_{3} \cos(\omega t + kx + 2\delta)$$

$$E_{n} = a_{n} \cos(\omega t + kx + (n-1)\delta)$$

$$E_{n} = (1-R) R^{n-1} a_{0} \cos(\omega t + kx + (n-1)\delta)$$
(5.3)

Výsledná amplituda E je součtem dílčích amplitud:

$$E = \sum_{n=1}^{\infty} E_n \tag{5.32}$$

1)

Jak známo  $\cos \alpha = \Re \left[ e^{i\alpha} \right]$  a výslednou intenzitu můžeme psát jako:

$$I = E \cdot E^{\bullet} \tag{5.33}$$

Kde Eo znamená konjugovanou část.

Pro p odrazů mezi destičkami platí v souladu s rovnicemi (5.31) následující:

$$E = \Re \left\{ e^{i(\omega t - kx)} \cdot (1 - R) a_0 \sum_{n=2}^{p} R^{n-1} \cdot e^{i(n-1)\delta} \right\}$$
(5.34)

Což není nic jiného než součet geometrické řady a platí:

$$\sum_{m=1}^{p} R^{m} \cdot e^{im\delta} = \frac{1 - p \cdot R \cdot e^{ip\delta}}{1 - R \cdot e^{ip\delta}}$$
(5.35)

A tedy:

$$E = \Re\left\{e^{i(\omega t + kx)} \cdot (1 - R) a_0 \frac{1}{1 - R \cdot e^{i\delta}}\right\}$$
(5.36)

Pokud  $p \rightarrow \infty$  pak podle (5.33) platí:

$$I = I_0 \frac{(1-R)^2}{(1-R \cdot e^{i\delta})(1-R \cdot e^{-i\delta})}$$
(5.37)

Pro úhel  $\alpha = 0$  (nebo pokud budeme uvažovat nekonečně vzdálené destičky) platí pro fázový rozdíl:

$$\delta = \frac{2 d k}{\cos \alpha} = 2 d k \tag{5.38}$$

Využijeme-li počáteční intenzitu Io a rovnici (5.37), dostaneme:

$$I = I_0 \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R\sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}d\right)}$$
(5.39)

kde  $k=2\pi/\lambda$ 



Obr 5.11. -: Airyho funkce

Tato funkce je pojmenovaná po G. B. Airyim a je znázorněna na *Obr 5.11.* jako funkce proměnné k d a pro různé odrazivosti R. Použijeme-li koeficient přesnosti K, pak rovnici (5.39) můžeme psát ve tvaru:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{1 + K \sin^2(k \, d)} \tag{5.40}$$

kde

$$K = \left(\frac{2r}{1-r^2}\right)^2 \tag{5.41}$$

$$r = \sqrt{R} \tag{5.42}$$

V našem případě je R = 99%

#### Jak určit jednotlivé interferenční módy:

Fabry–Perotův interferometr je vlastně optický rezonátor. Abychom byli schopni určit jednotlivé oscilační módy tohoto rezonátoru (resp. tvar výsledných obrazců), zjednodušme si chod paprsků mezi zrcadly M3 a M4 podle *Obr. 5.12*. M4 je v našem případě duté zrcadlo s poloměrem křivosti  $\rho =$ 1,4 m. Jak vidno rovinné zrcadlo M3 je zde nahrazeno rovinou, která nemá na

chod paprsků žádný vliv a duté zrcadlo M4 čočkou, pro kterou platí:  $f = \frac{\rho_2}{2}$ .

Toto nahrazení můžeme provést pouze pokud je splněna následující podmínka (světelný paprsek by neměl opustit naší soustavu rovin a čoček):

$$0 \leq g_1 \cdot g_2 \leq 1$$

kde

$$g_1 = 1 - \frac{d}{\rho_1}$$
 a  $g_2 = 1 - \frac{d}{\rho_2}$ 

V našem případě je  $g_1 = 0$  (poloměr rovinného zrcadla je  $\infty$  a  $g_2 \le 1$ . K vyšetření tvarů jednotlivých módů musíme zvážit i časový rozvoj počáteční amplitudy distribuce vektoru intenzity E uvnitř rezonátoru:

$$u(x, y, z, t) = \Re[u(x_0, y_0)e^{i(\omega t - kz)}]$$
(5.43)



Obr 5.12. - Nahrazení dutého zrcadla čočkou a rovinného rovinou

K tomu, abychom získali časově nezávislé módy (statické řešení), musíme vyřešit Huyghensův integrál:

$$u(x, y, z, t) = \frac{i}{\lambda} \iint u(x_0, y_0, z_0) \frac{1 + \cos \alpha e^{-ik|r - r_0|}}{2|r - r_0|} dx_0 dy_0$$
(5.44)

Jeho řešení najdeme jak pro kartézskou, tak i pro cylindrickou symetrii a rezonanční frekvence dostaneme ze vztahů:

$$\nu_{q,m,n} = \left[ q + (m+n+1) \frac{\cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2}}{\pi} \right] \frac{c}{2d}$$
(5.45)

(5.46)

pro kartézskou soustavu, a pro cylindrickou symetrii platí následující:



Obr. 5.13: Rozdělení amplitud a) kartézská symetrie, b) cylindrická symetrie

# 5.5. Návod k měření - Newtonova skla

### Základní princip

Vzduchová vrstva, která je mezi ploskovypuklou čočkou a skleněnou destičkou (Newtonovy skla) je příčinou interference monochromatického světla. Vlnová délka je určena poloměrem interferenčních kroužků

#### Vybavení

- základní deska s gumovou podstavou
- HeNe Laser
- pomocná čočka f = +50mm
- stínítko
- Newtonova skla
- rovinné zrcadlo 30 × 30mm
- měřící páska 2m
- objektiv 25×.

### Úkol

Změřením průměru interferenčních kroužků je možno:

 určit vlnovou délku použitého laserového paprsku pro daný poloměr zakřivení čočky.

• určit poloměr zakřivení pro danou vlnovou délku

#### Sestavení soupravy

Soupravu sestavíme podle *Obr. 5.14*. Doporučené nastavení výšky paprsku je 130mm.



Obr 5.14 - Sestavení soupravy pro práci s Newtonovými skly

• Laserový paprsek by měl probíhat po diagonále základní desky. V jednom rohu je umístěno zrcadlo M, v druhém rohu je stínítko SC.

• Do dráhy laserovému paprsku "rozptylující" element E a Newtonovy skla NP.

• Celá sestava by měla být nastavena tak, aby na stínítku SC byly vidět jen interferenční obrazce.

• stínítko nastavíme tak, aby střed interferenčních obrazců byl ve středu milimetrové stupnice na stínítku.

• Ujistíme se, zda je u Newtonových skel mezera mezi ploskovypuklou čočkou a skleněnou destičkou. Pokud by nebyla, nebylo by měření moc přesné.

• Poloměry interferenčních kroužků ra budeme měřit s ohledem na pořadí jednotlivých kroužků (ra odpovídá prvnímu kroužku, ra druhému, atd.)

### Teorie a základní vztahy

Newtonovy kroužky vzniknou interferencí odraženého paprsku monochromatického světla v tenké vzduchové vrstvičce mezi ploskovypuklou čočkou a skleněnou destičkou. Paprsek 1, který je odražen na spodní straně
čočky interferuje s paprskem 2, který se odráží na horní straně skleněné destičky (viz *Obr. 5.15*). Vzdálenost r je vzdálenost dotyku čočky a skleněné destičky od místa, kde je tloušťka vzduchové vrstvy  $D = d\pm d_0$ . Protože dotyk čočky a destičky není zrovna ideální(nenastává v jednom bodě), je třeba počítat i s tenkou vrstvičkou  $d_0$  – pěkně je to vidět na *Obr. 5.15*. Vzdálenost  $d_0$  bude kladná v případě, že se například mezi destičku a čočku dostanou prachové částečky, pokud ale nastane situace, že čočka je přitlačena k destičce, může být do i záporná (je to tedy něco jako korekce). Fázový rozdíl světelných paprsků, které spolu interferují, bude potom:

$$\delta' = 2(d \pm d_0) \tag{5.47}$$

Je také nutno počítat s fázovým posunem, který vnikne při přechodu světelných paprsků rozhraní z opticky řidšího do opticky hustějšího prostředí(ze vzduchu do skla). Tento posun je  $\lambda/2$ , pak pro celkový fázový rozdíl bude:

$$\delta = 2(d \pm d_0) + \frac{\lambda}{2} \tag{5.48}$$

Pro interferenční kroužky (maxima) tedy musí platit:

$$\delta = 2(d \pm d_0) + \frac{\lambda}{2} = (n + \frac{1}{2})\lambda \tag{5.49}$$

a tedy:

$$2(d \pm d_0) = \lambda n \tag{5.50}$$

V souladu s *Obr. 5.16a* platí mezi poloměrem  $r_n - n$ -tého tmavého kroužku, tloušťkou *d* a poloměrem křivosti čočky R následující vztah (pro ideální případ, kdy  $d_0 = 0$ ):

$$d\left(2\mathbf{R}-d\right)=r_{n}^{2} \tag{5.51}$$

Pokud budeme uvažovat tenkou vypuklou čočku, pro kterou d < R, pak s použitím vztahů (5.50) a (5.51) platí pro tmavé kroužky následující vztah:

$$r_n^2 = nR\lambda \pm 2d_0 R \tag{5.52}$$



Obr 5.15 - K popisu Newtonových skel

Závislost poloměru interferenčních kroužků (resp. jeho druhé mocniny) na řádu daného kroužku je znázorněna na *Obr. 5.16b*. Označíme-li směrnici této přímky jako

$$B=R\lambda$$
 , (5.53)

pak vlnová délka  $\lambda$  procházejícího světla je pro daný poloměr křivosti R = 12,141m:

#### $\lambda = 632 \text{ nm}$

A naopak poloměr tenké vypuklé čočky byl s použitím vztahu (5.53) pro danou vlnovou délku ( $\lambda = 632$  nm)určen na:

R = 12,3m



Obr. 5.16: a) geometrické určení velikosti d b) druhá mocnina poloměru interferenčních kroužků jako funkce řádu jednotlivých kroužků.

### 6. Výsledky vybraných měření

Tato kapitola obsahuje výsledky následujících měření:

- měření difrakce na mřížce a na dvojštěrbině
- měření s Newtonovými skly
- měření polarizace na čtvrtvlnné destičce
- měření s Michelsonovým interferometrem

#### 6.1. Měření difrakce světla na mřížce

Tuto úlohu jsme z důvodu potřeby velkého množství dat měřili poloautomaticky za použití AD převodníku připojeného k PC. Soustavu jsme postavili dle návodu a k zesilovači jsme připojili centrální jednotku ADXO napojenou na paralelní port PC pomocí plochého kabelu. V počítači se měřená data zaznamenávala do souboru prostřednictvím programu napsaném v Basicu, který uloží naměřená data včetně komentáře ve formátu textových řetězců. Ty je pak možno importovat do standardních prostředků pro zpracování dat (např. MS-EXCEL). Naměřené hodnoty (relativní intenzity záření/amplitudy) uložené jako čísla v "bitech" je možno interpretovat jako bezrozměrné (a.u.) nebo hodnoty vynásobit převodní konstantou 4,885 mV/bit a získat naměřenou hodnotu napětí ve voltech nebo po ocejchování systému v jiné, libovolné veličině s odpovídající jednotkou. Poloha je snímána ve zlomcích milimetru.



Obr. 6.1 Blokové schéma měřicího systému.



Obr 6.2. - Sestavení soupravy pro měření difrakce světla

#### Výsledky měření:

Při měření pomocí centrální ADXO jednotky připojené k počítači jsme zaznamenali u každého experimentu několik set hodnot. Vzhledem k jejich velkému množství je zde neuvádíme a prezentujeme pouze výsledné grafické výsledky měřených úloh. Tabulka naměřených hodnot je k dispozici na přiloženém CD. Výsledky každého měření jsou zobrazeny v grafech a to jako funkce změřeného napětí na poloze snímače vzhledem k difrakčnímu obrazci.



Graf 6.1 Rozložení intenzity při difrakci na mřížce





# 6.2. Měření s Newtonovými skly



Obr 6.2. - Sestavení soupravy pro měření s Newtonovými skly

Naměřené hodnoty:

n	r [mm]	r <sup>2</sup> [mm <sup>2</sup> ]
1	2,5	6,25
2	4,0	16,00
3	5,0	25,00
4	6,0	36,00
5	6,5	42,25
6	7,0	49,00
7	7,8	60,84
8	8,2	67,24
9	8,7	75,69
10	9,2	84,64
11	9,7	94,09





Proložená přímka byla dopočtena lineární regresí.

Z teorie víme, že  $B = \lambda R$ , kde B je směrnice přímky z Grafu 6.3,  $\lambda$  je vlnová délka použitého laseru a R je poloměr zakřivení čočky v Newtonových sklech. V našem případě je  $B = 8,16 m^2$ . Nyní máme dvě možnosti, buď ze známého poloměru zakřivení čočky dopočítáme vlnovou délku použitého laseru, nebo naopak ze známé hodnoty vlnové délky laseru dopočítáme poloměr zakřivení čočky, která je použita u Newtonových skel. Pro R, které udává výrobce Newtonových skel (tj. R = 12;414 m), můžeme říct, že:

$$\lambda = \frac{B}{R} \quad a \ tedy \quad \lambda \approx 657 \ nm$$

A naopak pro známou hodnotu vlnové délky použitého laseru, což je v našem případě  $\lambda = 632$ ;8 nm, můžeme dopočítat poloměr zakřivení R:

$$R = \frac{B}{\lambda}$$
 a tedy  $R = 12,9 m$ 

Malý rozdíl v obou řešeních je dán pravděpodobně nepřesným údajem výrobce o poloměru čočky.

# 6.3. Měření polarizace světla

Měření polarizace světla jsme prováděli pro úhly 0, 30, 60 a 90 stupňů. Nepřesnosti v měření mohou být dány rozdílnými světelnými podmínkami v průběhu celého měření a nepřesným sestavením aparatury (svazek paprsků neprochází čtvrtvlnnou destičkou přesně kolmo k její ose apod.).

natočení analyzátoru	natočení polarizátoru					
	[U] mV					
	0°	30°	60°	90°		
-90°	0	150	211	26		
-85°	7	143	229	31		
-80°	22	138	264	52		
-75°	52	134	300	80		
-70°	89	133	339	117		
-65°	141	144	368	161		
-60°	192	155	416	215		
-55°	252	175	440	288		
-50°	311	214	484	351		
-45°	377	243	511	402		
-40°	414	272	539	457		
-35°	525	306	553	510		
-30°	555	338	570	576		
-25°	622	361	578	620		
-20°	644	426	561	659		
-15°	651	480	544	692		
-10°	675	486	537	694		
-5°	696	521	527	705		
0°	716	555	523	715		
5°	703	559	489	692		
10°	673	575	477	656		
15°	651	550	438	615		
20°	636	586	413	575		
25°	570	596	378	524		
30°	511	557	336	474		
35°	459	532	310	414		
40°	385	460	274	353		
45°	318	499	249	292		
50°	259	470	217	258		
55°	215	416	203	205		
60°	155	373	180	150		
65°	104	336	177	107		
70°	59	320	168	74		
75°	30	282	175	45		
80°	7	245	184	29		
85°	0	220	202	24		
90°	0	203	225	22		

#### Naměřené hodnoty:



Obr 6.3. - Sestavení soupravy pro měření polarizace na čtvrtvlnné destičce



### Polarizace na čtvrtvlnné destičce

Graf 6.4 Měření polarizace na čtvrtvlnné destičce

# 6.4. Měření s Michelsonovým interferometrem

č. měření	<i>N</i> počet interferenčních kroužků	[x] <b>µ</b> m	
1	100	33	
2	100	33.5	
3	100	33	
4	100	33.5	
5	100	33.5	
		33 3+0 3	

Střední hodnotu všech měření dosadíme do vztahu (5.16) a vypočteme vlnovou délku použitého He-Ne laseru:

$$\lambda = 2 \frac{d}{N} = \frac{2 \cdot 33,3}{100} \, \mu \, m$$
,  $\lambda = 660 \, nm$ .

Výsledná hodnota se liší od skutečné vlnové délky laseru, která je 639 *nm*. Vzhledem k malé odchylce měření přikládám chybu nepřesnému zpracování mikrometrického šroubu.



Obr 6.4. - Sestavení soupravy pro měření s Michelsonovým interferometrem

### 7. Závěr

V diplomové práci jsme se pokusili o teoretický popis důležitých částí vlnové optiky s přímou podporou praktických experimentů. Výběr popsaných jevů jsme podřídili možnostem zakoupené soupravy pro vlnovou optiku PHYWE. Použitá měřící souprava se osvědčila jako velmi flexibilní a jednoduché řešení pro demonstraci základních jevů a principů vlnové optiky. Lze ji snadno rozšířit dokoupením dalších pomůcek a zvýšit tak počet možných experimentů. Přínosem je, že si student-experimentátor soupravu pro jednotlivé pokusy sám sestavuje, což vyžaduje z jeho strany dobré porozumění studovanému problému, zručnost a umění analyzovat a řešit případné problémy. Vzhledem k tomu, že se jedná o školní soupravu, jsou výsledky měření přiměřeně přesné.

### Literatura:

- [1] Hlavička, A. : Fyzika pro Pedagogické fakulty, SPN Praha 1971
- [2] Horák, Z : Technická fyzika, SPN Praha 1960
- [3] Kuběna, J. : Úvod do optiky, Přf MU Brno 1994
- [4] Stach, V : Plazma čtvrté skupenství hmoty, SPN Praha 1988
- [5] Sochor, V. : Lasery a koherentní svazky, Praha 1990
- [6] Sládková, J. : Interference světla, SNTL Praha 1967
- [7] Klimeš, B : Základy fyziky II:, Academia Praha 1972
- [8] Fuka, J, Havelka, B : Optika, Praha 1961
- [9] Halliday, D. : Fyzika, část 4, Prometheus Praha 2001
- [10] Manuál k měřícím úlohám Advanced optics, PHYWE 2005
- [11] www.wikipedia.cz otevřená internetová encyklopedie
- [12] Aplikovaná měřící a výpočetní technika jako navazující magisterské studium na bakalářský studijní program, grant FRVŠ č.3247/2005