Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra fyziky

SBÍRKA PŘÍKLADŮ Z TERMOMECHANIKY

Diplomová práce

Diplomant : Tomáš Paulík

Vedoucí diplomové práce : Ing. Jan Hladký, CSc.

České Budějovice 2006

Anotace

Obsahem diplomové práce je sbírka příkladů z termomechaniky. Jednotlivé úlohy jsou řazeny do kapitol v pořadí odpovídajícím průběhu cvičení, a řazení ve skriptech Úvod do termomechaniky. Kapitoly se skládají z teoretického úvodu, zpracovaných příkladů, a úloh na procvičení, jejichž řešení je samostatnou přílohou diplomové práce. Cílem práce je vytvořit pomocný studijním materiál k výuce studentů technické výchovy na Pedagogické fakultě Jihočeské univerzity.

Poděkování

Chtěl bych poděkovat zejména mému vedoucímu diplomové práce, panu Ing. Janu Hladkému, CSc., který mi při psaní této práce byl po celou dobu nápomocen cennými radami, a obohatil mou práci spoustou věcných poznámek.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, a že jsem veškerou použitou literaturu uvedl v Seznamu použité literatury.

T-Pal

Obsah

Úvod

Jak již napovídá název diplomové práce, jejím hlavním účelem je posloužit jako vhodný studijní materiál pro procvičování termomechaniky. Sbírka je určena zejména pro posluchače oboru technická výchova na pedagogické fakultě. Má napomoci vhodnou formou procvičit a prohloubit znalosti této fyzikální disciplíny, a připravit posluchače na její aplikaci v technické mechanice.

Pro svou práci jsem vybíral z několika témat. Nakonec jsem si zvolil to s názvem Sbírka příkladů z termomechaniky. Učinil jsem tak zejména z důvodu svého osobního zájmu o problematiku technické mechaniky. Dalším důvodem byla absence kvalitního didaktického zpracování úloh z termomechaniky, který by byl určen pro přípravu budoucích učitelů technické výchovy. V literatuře pro procvičení termomechaniky, určené většinou pro technické vysoké školy, je opomíjen didaktický přístup. Dané řešení úlohy se většinou zužuje pouze na prostý výpočet. Třebaže v dané oblasti nemám zkušenosti o mnoho větší, než které jsem získal při studiu na Pedagogické fakultě, pokusil jsem se co nejlépe vystihnout potřeby budoucích učitelů na základě studia materiálů z oblasti termomechaniky a didaktiky technické výchovy.

Strukturu sbírky jsem navrhoval v souladu s rozdělením termomechaniky vyučované na pedagogické fakultě, a zároveň ve skriptech Úvod do termomechaniky. Cílem mého snažení bylo vybrat úlohy, které by vhodně doplnily teorii termomechaniky, a které by svou názorností posloužily k jejímu lepšímu pochopení. Každá kapitola se skládá ze stručného teoretického úvodu, názorně řešených příkladů a úloh k procvičení.

Hlavní přínos diplomové práce se nalézá v oblasti didaktické. Těžiště didaktického postupu, obsaženého v této diplomové práci leží ve struktuře úloh, které mají přesné členění – obsahují zadání, rozbor řešení úlohy, samotné řešení a zhodnocující závěr.

Příloha A obsahuje řešení všech úloh k procvičení, které jsou zařazeny ve sbírce. Tato kapitola rozšiřuje sbírku úloh jen pro účely diplomové práce. V případě vydání sbírky pro studenty by tato část obsažena nebyla. Další dvě přílohy B a C jsou zařazeny čistě z pomocných důvodů, obsahují některé fyzikální konstanty pro různé látky, které lze jinak nalézt v matematicko-fyzikálních či technických tabulkách.

1. Problematika výuky termomechaniky

Obecné požadavky na učitele technické výchovy jsou velice vysoké. Musí být všeobecně i odborně vzdělaný, musí mít technické myšlení, osvojit si technickou terminologii, metody laboratorního zkoumání vlastností technických materiálů, funkci určitých nástrojů, strojů a zařízení, apod. Učitel technické výchovy je více než učitelé většiny ostatních předmětů vystaven potřebě celoživotního vzdělávání, neboť technika obsahuje široké spektrum disciplín, ve kterých jde vývoj velmi rychle dopředu. Fyzika, elektrotechnika, kybernetika, výpočetní technika, technologie materiálů, atd. jsou vědní disciplíny, jejichž vývoj se ubírá vpřed překotným tempem, proto je nutné aby se učitel neustále vzdělával a měl neustále aktuální informace.

Jedním z požadavků je, jak již bylo zmíněno pochopení funkce určitých strojů a zařízení. Důležitou skupinou těchto strojů a zařízení jsou stroje tepelné. Jsou to stroje v nichž se energie pracovní látky mění na mechanickou energii. Do této skupiny patří například parní kotle, parní generátory, plynové turbíny, pístové spalovací motory, tryskové motory, kompresory atd. Bez těchto strojů bychom si svět ani nedokázali představit. Velkou měrou se podílejí se na našem každodenním životě, vyrábějí elektrickou energii, můžeme se díky nim pohybovat, jsou pro náš život prakticky nezbytné.

K pochopení funkce těchto strojů je nutné si osvojit jisté teoretické základy principů, na jejichž základě tyto stroje fungují. Tyto teoretické základy poskytuje fyzikální disciplína termomechanika, přesněji její aplikace technická termomechanika. Na výuku termomechaniky pro studenty technické výchovy proto není možné pohlížet pouze jako na výuku fyziky. Technická termomechanika vyučovaná na pedagogické fakultě je teoretickou přípravou k integrujícímu předmětu Stroje a zařízení, jehož podstatnou částí obsahu tvoří výše zmíněné tepelné stroje.

Velkým problémem v této oblasti je náhled na látku termodynamiky jako na okrajovou, tudíž nedůležitou. Studenti pak inklinují pouze k prostému naučení několika vzorců, bez logických souvislostí, které při studiu strojů a zařízení aplikují. Jejich znalosti jsou pak pouze povrchní a nevedou ke znalosti termomechaniky jako celku, a tudíž ani k hlubším souvislostem mezi jednotlivými fyzikálními a technickými principy. Výuka termomechaniky na pedagogické fakultě nepostihuje (a ani nemusí) celou problematiku termomechaniky, jak je probírána na univerzitách technického směru, jejím cílem je právě tato technická aplikace.

Technické univerzity vynikají poměrně širokou nabídkou učebních textů pro studium termomechaniky. Ne všechny jsou však vhodné z pohledu budoucího učitele technických předmětů. Obsažené učivo, zejména oblast stavů a dějů v reálných látkách, je zbytečně obsáhlé a matematicky náročné, a k jeho výuce není ani na pedagogické fakultě prostor. Pro pochopení dějů v tepelných strojích je důležité zvládnout hlavně látku, týkající se ideálních plynů a oběhů. Technické principy strojů a zařízení jsou totiž vždy pro snazší porozumění vysvětlovány při ideálních podmínkách. Proto je i v této sbírce velký prostor věnován stavovým změnám a tepelným oběhům ideálních plynů, a naopak malý prostor věnován reálným látkám.

2. Význam aplikační složky (úloh)

Během vývoje školství a školské fyziky, do které termomechanika patří, se názory na funkci a obsah úloh značně měnily. V novějších učebnicích už se uvádí nesrovnatelně větší množství úloh, než ve starší literatuře, neboť k pochopení termomechaniky se nejde jen naučit zpaměti věty, zákony a definice. Je velice důležité, aby student dobře zvládl teoretickou část výuky, pochopil logické souvislosti, aby potom dokázal dobře zvládnout řešení úloh, a celkově látku pochopil. V tomto směru bych si dovolil jeden citát : „Neřešte příklady bez minimální znalosti teorie a na druhé straně nestuduje jen teorii bez řešení úloh. Obě stránky se navzájem doplňují. Studium bez současné vazby teorie a praxe znamená často jen ztrátu času.“ *(Kopal, A. a kol.:Příklady z fyziky I. – Mechanika, kmity a vlny, nauka o teple. Vydala Technická univerzita v Liberci. Liberec 2001).*

2.1. Vymezení pojmu aplikační složka vyučování (úloha)

Termín aplikační složka vyučování neboli úloha[1], není jednoduché vymezit. Obecně tak nazýváme formulaci učitelova podnětu, po které student na základě vědomostí z teoretické výuky, a za pomoci logického myšlení dochází v úvahách (řešením úlohy) k závěru, který úloha požaduje v otázce nebo v příkazu. Úloha z termomechaniky obsahuje:

a) předpoklady a podmínky,

b) otázku nebo příkaz.

---

[1] Z hlediska terminologie je vhodné pro úlohu nepoužívat označení příklad, jak je často používáno. Důležité je si uvědomit, že úlohou tak jak jí zde definuji, je podnět k výslovné žákově činnosti. Ve skutečnosti to tak nemusí být, např. když učitel provádí postup řešení vzorové úlohy.

2.2. Význam úloh

Řešení úloh patří mezi nejvýznamnější didaktické prostředky při vyučování termomechaniky, jelikož ve velké míře pomáhání přiblížit studentovi teorii, kterou nabyl během výuky. Význam úloh je velice široký :

- pro samostatnou práci studenta,
- pro kontrolu jeho znalostí,
- pro výcvik užití poznatků,
- pro zvládnutí učiva,
- pro rozvoj mezipředmětových vazeb,
- pro prohloubení a opakování učiva,
- pro konsolidaci poznatků,
- pro rozšíření vědomostí,
- pro mentální rozvoj studenta,
- atd.

Počáteční motivací k zadání každé úlohy je skutečnost, že k odpovědi na zadanou otázku, tedy k jejímu vyřešení, musí student vyvinout vlastní iniciativu, nemůže se spolehnout na prosté použití výkladu učitele a nebo učebního textu. Student musí pomocí vlastních teoretických znalostí, případně s pomocí doplňkových prostředků (spolužáci, odborné materiály, doučování od učitele, atd.) vyvinout takové řešení, které vede k cíli, tj. ke správnému vyřešení úlohy.

Při řešení úloh si sám student může kontrolovat úroveň svých znalostí, neboť mu úlohy dávají zpětnou vazbu, zdali je schopen uplatnit teoretické znalosti. Lepší zpětnou vazbu bychom nalezli snad jen u laboratorních prací, kde si studenti mohou teoretické závěry experimentálně dokázat. Při správné volbě skladby, jsou úlohy dobrou zpětnou vazbou i pro učitele, neboť umožňují snadno rozkrýt, jak dokázali studenti pochopit teoretickou část výuky. Je pochopitelné, že úspěšné řešení úlohy je kritériem stupně porozumění podané látce.

Samo o sobě řešení úloh není konečným cílem vyučování termomechaniky, ani není zbytečné, je prostě jedním z prostředků (ovšem velice důležitým), díky nimž student vniká do podstaty látky, a tím se učí logicky uvažovat a používat je při řešení praktických a technických problémů. To znamená, že se student učí se poznávat konkrétní význam toho, co mu bylo předáno ve formě teorie. Slouží též k ujasnění a zpřesnění požadavků, k jejich zpevnění, prohloubení a rozšíření.

2.3. Výběr úloh

Pro výběr a zadávání úloh platí některá pravidla. Úloha musí být správně zadána co do obsahu i formulace. Zejména v úlohách technického rázu je nebezpečí, že student danou úlohu nepochopí, jelikož není seznámen s technickým procesem, jehož se úloha týká. Proto jsem se i při tvorbě skladby této sbírky snažil o výběr příkladů, které jsou maximálně srozumitelné a nezabíhají do nějakých speciálních, a běžnému studentovi neznámých témat.

Dalším požadavkem je přiměřenost úlohy. Je nutné, aby student byl schopen s výbavou získanou v teoretické části výuky úlohy zvládnout, neboť úloha která je nad síly studenta nesplňuje svůj účel. Na druhou stranu by úloha neměla být ani příliš snadná, takové úlohy nevedou k rozvoji schopností a znalostí studenta, spíše v něm budou vzbuzovat nezájem. Ve skladbě zadávaných úloh se musí stupňovat náročnost, aby se neustále zvyšovala složitost vztahů mezi veličinami a ostatními pojmy, a aby měl student neustále motivaci ke studiu.

3. Návrh obsahu a struktury sbírky příkladů

Sbírka příkladů se skládá celkem ze sedmi částí v souladu s rozdělením termomechaniky vyučované na Pedagogické fakultě, a zároveň ve skriptech *Hladký, Jan: Úvod do termomechaniky*. Větší a hlubší šíře učiva není pro studium technické výchovy důležitá. Pro studenty, kteří by se o termomechaniku hlouběji zabývali, existuje dostatečně kvalitní literatura z technických vysokých škol a nebo odborná literatura. Skladba sbírky je následující:

1. Termodynamické veličiny
2. První zákon termodynamiky
3. Stavy a děje u ideálních plynů
4. Tepelné oběhy ideálních plynu
5. Druhý zákon termodynamiky
6. Reálné látky
7. Základy termokinetiky

Každá kapitola obsahuje tři části. V první řadě se jedná o krátký teoretický úvod k dané kapitole – přehled vzorců a diagramů, které jsou nutné pro řešení úloh. Tato teorie není příliš obsáhlá, jejím účelem je pouze připomenout studentovi nejzákladnější vztahy pro řešení úloh. Obecně se předpokládá, že student je dostatečně teoreticky vybaven k tomu, aby dané úlohy zvládl sám vyřešit. Teoretická příprava studenta není ani účelem této sbírky úloh, jde hlavně o procvičení úloh, zpevnění znalostí, případně jejich prohloubení.

Druhá část každé kapitoly je tvořena jedním či několika vzorovými příklady, které většinou ilustrují řešení příkladu nejtypičtějšího pro danou oblast termomechaniky.

V kapitole stavy a děje u ideálních plynů se jedná o úlohy na procvičení stavové rovnice ideálního plynu a všech pět nejzákladnějších vratných změn ideálních plynů, v kapitole tepelné oběhy ideálních plynů se jedná o příklad řešení Carnotova oběhu, atd. Samotné úlohy se skládají ze zadání, rozboru úlohy, řešení úlohy a ze závěru. V rozboru úlohy je vždy důsledně nastíněn princip úlohy, který je následně proměněn v řešení. V závěru je shrnutí úlohy a někdy doplnění, která má napomoci rozšířit a upevnit studentovy znalosti.

Třetí část kapitoly je věnována úlohám na procvičení daného tématu či pro samostudium. Úlohy jsou voleny s ohledem na náročnost řešení, jednodušší úlohy jsou zařazeny na začátek a ty obtížnější na konec. Některé z úloh jsem sám vymýšlel, a některé jsem pro jejich názornost převzal z různých sbírek úloh určených např. pro Strojní fakultu ČVUT v Praze, Strojní fakultu VŠB v Ostravě, Strojní fakultu VUT v Brně, či Pedagogickou fakultu Technické univerzity v Liberci. Hned pod zadáním je uveden výsledek úlohy, aby měl student zpětnou vazbu, že úlohu kterou řešil, vyřešil správně. Kompletní řešení všech úloh určených pro procvičení je samostatnou přílohou této diplomové práce.

3.1. Termodynamické veličiny

V první kapitole, kterou jsem nazval termodynamické veličiny, je zahrnuta látka z kapitol 2, 3, a 4, ze skript *Hladký, Jan: Úvod do termomechaniky* – 2. přehled veličin, jejich označení a jednotek, 3. obsah a rozdělení termomechaniky a 4. termodynamické veličiny. Tato kapitola je poměrně krátká, neboť obsahuje opakování ze střední školy. Zvládnutí teorie této látky je naprostým základem k řešení úloh, ovšem předpokládá se, že znalost veličin, jednotek a převodů mezi nimi (včetně předpon), posluchač perfektně ovládá. První kapitola sbírky je, ostatně jako všechny kapitoly, rozčleněna na tři části – teoretickou část, část s řešenými vzorovými příklady a úlohami pro procvičení.

V teoretické části je jen stručné zopakování veličin a vztahů, které jsou známé již z výuky na střední škole. Jedná se o zopakování vztahů mezi veličinami: tlaku, objemu, hmotnosti, a teplotní roztažnosti. V části věnované ukázkovým příkladům, jsou dva příklady – první na zjištění měrného objemu látky, a druhý na určení absolutní tlaku a tlaku v potrubí. V části pro procvičení látky je šest úloh, z toho tři se týkají měrného objemu a hustoty látky, další tři se týkají tlaku. První kapitola se tedy skládá z následujících částí:

Teoretické shrnutí:

Teplota – charakterizuje tepelný stav látky. Nejčastěji se používá **termodynamická** (absolutní) teplota T [K], a nebo teplota ve stupních celsia t [°C].

Tlak – síla působící v kolmém směru na jednotku plochy. **Atmosférický** (barometrický) tlak je pneumostatický tlak p_a či p_b [Pa] vyvozený sloupcem atmosférického vzduchu nad místem měření. **Přetlak** je rozdíl mezi absolutním tlakem a tlakem atmosférickým, je-li absolutní tlak větší $\Delta p = p - p_a$. **Podtlak** je rozdíl atmosférického tlaku a tlaku absolutního, je-li větší tlak atmosférický $\Delta p = p_a - p$.

Měrný objem – poměr objemu soustavy V [m^3] a její hmotnosti m [kg], převrácená hodnota hustoty ρ [kg.m^{-3}].

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} \; [\mathrm{m^3.kg^{-1}}]$$

Teplotní roztažnost – při zahřátí vzroste objem pevných i kapalných látek. Veličinu γ nazýváme součinitelem objemové roztažnosti, udává se v K^{-1}.

$$V = V_o(1 + \gamma.\Delta t) \; [\mathrm{m^3}]$$

Řešené příklady:

Příklad 1.1:

V tlakové láhvi o objemu 0,65 m^3 je 1,87 kg dusíku. Určete jeho hustotu a měrný objem.

Rozbor: Měrný objem je definován jako objem homogenní látky mající hmotnost jeden kilogram, je tedy podílem objemu látky a její hmotnosti. Hustota je naproti tomu převrácenou hodnotou měrného objemu látky.

Řešení: $V = 0{,}65$ m^3; $m = 1{,}87$ kg; $\rho = ?$ [kg.m^{-3}]; $v = ?$ [m^3.kg^{-1}].

Nejprve je nutné zjistit hustotu kyslíku:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1{,}87}{0{,}65} \; \mathrm{kg.m^{-3}} = 2{,}877 \; \mathrm{kg.m^{-3}}$$

poté se dosadí do vzorce pro výpočet měrného objemu:

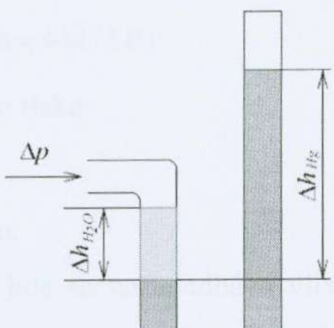
$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{2{,}877} \; \mathrm{m^3.kg^{-1}} = 0{,}348 \; \mathrm{m^3.kg^{-1}}.$$

Závěr: Zjistili jsme hustotu dusíku, jenž činila 2,877 kg.m^{-3} a jeho měrný objem, který činil je 0,348 m^3.kg^{-1}. Z příkladu je vidět, že dusík má malou hustotu, což je charakteristická vlastnost všech plynů (pohybuje se řádově v jednotkách kg.m^{-3}).

Příklad 1.2:

K potrubí ve kterém kondenzuje voda, je připojen rtuťový U-manometr pro měření tlaku. Trubice nad rtutí je částečně zaplněna kondenzovanou vodou o teplotě okolí, určete absolutní tlak a přetlak v potrubí při barometrickém tlaku 0,38 bar. Teplota okolí je 30 °C. Výška sloupce rtuti je 350 mm, výška sloupce vody 200 mm.

Rozbor: U-manometr je přístroj na měření tlaku, kde se velikost tlaku vypočítá z rozdílu hladin Δh. Jak známo z teorie, objem látek se mění s měnící se teplotou. V tabulkách lze nalézt objemovou roztažnost rtuti a vody, které činí γHg = 18,2.10-5 K-1 resp. γ_{H_2O} = 19,3.10-5 K-1. Pak lze určit hustotu za podmínek daných zadáním je-li známo, že je nepřímo úměrná objemu. Jelikož musí platit rovnováha rozdílu výšek v potrubí, které naměřil manometr, dá se snadno zjistit přetlak v potrubí. Následně se ze vzorce určí velikost absolutního tlaku.



Řešení : p_0 = 0,38 bar = 38 kPa; ρ_{0Hg} = 13595 kg.m^{-3}; ρ_{0H_2O} = 1000 kg.m^{-3}; t = = 30 °C; γ_{Hg} = 18,2.10^{-5} K^{-1}; γ_{H_2O} = 19,3.10^{-5} K^{-1}; p_{Hg} = 350 mm = 0,35 m; h_{0H_2O} = 200 mm = 0,2 m; Δp = ? [Pa]; p_a = ? [Pa].

Nejdříve je nutné přepočítat hustotu rtuti a hustotu vody na teplotu danou zadáním. Vychází se z předpokladu, že hustota je veličina nepřímo úměrná měrnému objemu:

$$v = v_0.(1+\gamma.\Delta t)$$

$$\frac{v_{30}}{v_0} = \frac{\rho_0}{\rho_{30}} \Rightarrow \rho_{30Hg} = \frac{\rho_{0Hg}}{1+\gamma.\Delta t} = \frac{13595}{1+18{,}2.10^{-5}.30}\ \text{kg.m}^{-3} = 13521\,\text{kg.m}^{-3}$$

$$\rho_{30H_2O} = \frac{\rho_{0H_2O}}{1+\gamma.\Delta t} = \frac{999{,}941}{1+19{,}3.10^{-5}.30}\ \text{kg.m}^{-3} = 994{,}2\ \text{kg.m}^{-3}$$

při výpočtu tlakového rozdílu v potrubí proti atmosférickému tlaku Δp musí platit rovnováha:

$$\Delta p_{Hg} = \Delta p + \Delta p_{H_2O}$$

$$\Delta p_{Hg} = \Delta p + \Delta p_{H_2O} \Rightarrow \Delta p = \Delta p_{Hg} - \Delta p_{H_2O} = g.\left(\rho_{Hg}.h_{Hg} - \rho_{H_2O}.h_{H_2O}\right)$$

po dosazení se vypočítá rozdíl tlaku – bude-li kladný, jedná se o přetlak, bude-li záporný, jedná se o podtlak:

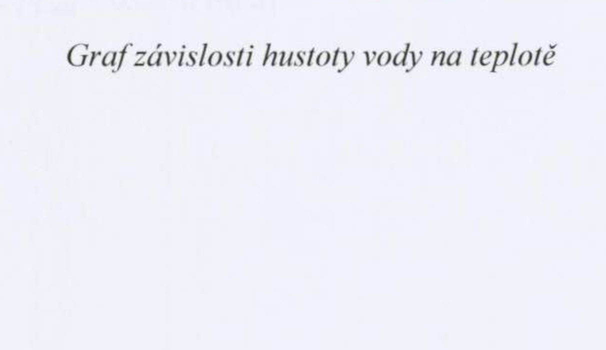
$$\Delta p = g.\left(\rho_{Hg}.h_{Hg} - \rho_{H_2O}.h_{H_2O}\right) = 9{,}81.(13521.0{,}32 - 994{,}2.0{,}2)\,\mathrm{Pa} = 44474\,\mathrm{Pa}$$

přetlak v potrubí je tedy 44,474 kPa, po dopočítání absolutního tlaku:

$$p = p_b + \Delta p = 98.10^3 + 44{,}474.10^3\,\mathrm{Pa} = 142{,}474.10^3\,\mathrm{Pa}.$$

Absolutní tlak v potrubí je 142,474 kPa a přetlak je 44,474 kPa.

Závěr: Tento příklad je složitější ukázkou určování tlaků, kde se nezanedbává vliv okolních podmínek, v tomto případě teploty. V praxi nebo při nepříliš vysokých teplotách není nutné tuto korekci provádět, neboť objemové změny jsou minimální, a můžeme je tedy zanedbat. Výsledek převodu hustoty není úplně přesný, neboť u reálných látek není průběh změny hustoty lineární. Viz. následující graf:



Graf závislosti hustoty vody na teplotě

Úlohy k procvičení:

Úloha 1.3:

Určete objem, jaký zaujímá 8,73 kg vzduchu, jestliže jeho měrný objem má hodnotu 1,63 $m^3.kg^{-1}$?

[V = 14,223 m^3]

Úloha 1.4:

Barel tvaru válce o průměru 600 mm a výšce 88 cm je naplněna do dvou třetin vodou o hustotě 1,067 $kg.m^{-3}$. Určete měrný objem a hmotnost vody.

[v = 0,937 m3.kg-1; m = 176,9 kg]

Úloha 1.5:

V nádobě tvaru koule o poloměru 1380 mm, je až po okraj kapalina o hmotnosti 18524 kg a teplotě 30 °C. Určete o jakou se jedná kapalinu a jak by se zvětšil její objem při teplotě 300 °C.

[jedná se o rtuť; V = 1,44 m^3]

Úloha 1.6:

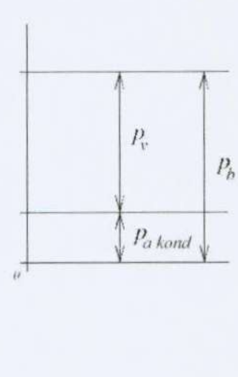
Určete absolutní tlak v nádobě, jestliže je údaj manometru 44 kPa a barometru 0,101 MPa. Okolní teplota je 0 °C.

[p = 0,057 MPa]

Úloha 1.7:

Tlak v kotli je 177.10^5 Pa v kondenzátoru $3,65.10^4$ Pa. Určete absolutní tlak v kotli a kondenzátoru, jestliže barometrický tlak má hodnotu 0,98 MPa.

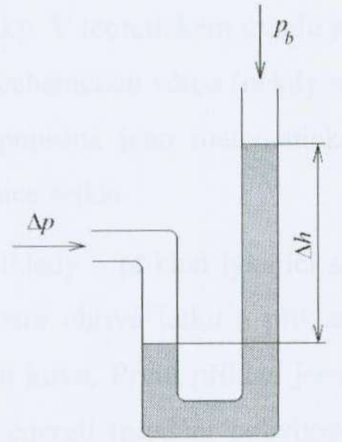
[p_{kotle} = 17,798 MPa; p_{kond} = 0,0615 MPa]



Úloha 1.8:

Ke kompresoru, ze kterého vystupuje tlak 245 kPa, je připojen rtuťový U-manometr. Určete výchylku manometru.

[h = 1,077 m]



3.2. První zákon termodynamiky

Druhá část sbírky obsahuje látku I. zákona termodynamiky. V teoretickém úvodu je uveden hlavně tento zákon, který je velice důležitou termomechanickou větou (někdy se též nazývá první hlavní větou termodynamiky). Je zde popsána jeho matematická formulace a dále energie, s nimiž se můžeme v termomechanice setkat.

V části věnované řešeným příkladům nalezneme dva příklady – příklad týkající se přeměny kinetické energie dopadajícího tělesa na teplo, které ohřívá látku a příklad týkající se přeměny mechanické práce na teplo při obrábění kovu. První příklad jsem vybral z důvodu názorné ukázky ekvivalence jednotlivých energií (předání pohybové energie padajícího tělesa tuhému tělesu, které se při dopadu a přeměně energie ohřeje, je poměrně snadno představitelné). Také druhý příklad je velmi názorný, neboť je z technické praxe, a pro studenta technické výchovy, jež absolvoval předmět technická praktika je velice blízký.

V této kapitole jsou dále čtyři úlohy pro studenta na procvičení, či k samostudiu, první tři se týkají ohřívání látky přívodem tepla, poslední úloha je opět z praxe – přeměna mechanické práce při brždění motoru na teplo, které ohřívá chladící systém brzd. Skladba kapitoly vypadá následovně:

Teoretická část:

Energie – schopnost hmoty konat práci. Mezi mechanické energie řadíme např. mechanickou práci W, kinetickou energii E_k, tíhovou energii E_p, atd. Tepelná energie, kterou má látka při určitém stavu, se nazývá vnitřní energií U. Tepelná látka, která je sdílena mezi soustavou a okolím, se nazývá teplem Q.

Teplo Q – tepelná energie sdílená mezi soustavou a okolím. Základní vzorec pro výpočet tepla:

$Q = m.c.(t_2 - t_1)$ [J]

Entalpie I – je součtem vnitřní energie a mechanické (tlakové) energie látky. Je tedy veškerou energií, která byla do látky dodána od absolutní nuly Kelvina, kdy měla látka nulový objem. Jednotkou je J.

I. zákon termodynamiky – platí obecně pro ideální i reálný plyn. Má dvě části: princip zachování energie – množství energie v uzavřené soustavě je konstantní, a princip ekvivalence – teplo lze měnit v mechanickou práci a naopak.

Matematická formulace I. zákona termomechaniky:

1. $dQ = dU + dW$ sdělené teplo = vnitřní energie + objemová práce
2. $dQ = dI + dW_t$ sdělené teplo = entalpie + technická práce.

Entropie S – funkce závislosti množství sděleného tepla na teplotě. Byla zavedena z praktických důvodů, aby se sdělované teplo dalo vyjádřit graficky. Přivádí-li se teplo, entropie vždy roste. Jednotkou je $J.K^{-1}$.

Řešené příklady:

Příklad 2.1:

Kolik kg olova můžeme ohřát z teploty 15 °C na teplotu tavení 327 °C úderem kladiva bucharu o hmotnosti 200 kg pádem z výše 2 m, předpokládáme-li, že se veškerá kinetická energie přemění v teplo, a toto teplo pohltí olovo ?

Rozbor: Je třeba si uvědomit že při volném pádu tělesa se jeho mechanická energie podél celé trajektorie nemění, mění se jen tíhová potencionální energie v energii kinetickou a součet zůstává konstantní. Podle zákona o zachování energie platí, že energie E je ekvivalentní olovu předanému teplu Q_{Pb}. Ze vzorce pro výpočet tepla dodaného látce na její ohřátí vyjádříme hmotnost látky, a nahradíme Q_{Pb} energií E. Měrná tepelná kapacita olova je 0,12 kJ.kg^{-1}.K^{-1}.

Řešení: t_1 = 15 °C; t_2 = 327 °C; m = 200 kg; h = 2 m; g = 9,81 m.s^{-2}; c_{Pb} = 0,12 kJ.kg^{-1}.K^{-1} = 120 J.kg^{-1}.K^{-1}; m_{Pb} = ? [kg].

Nejprve je třeba ze vzorce pro výpočet tepla vyjádřit hmotnost m_{Pb}, která je hledanou veličinou:

$$Q_{Pb} = m_{Pb}.c_{Pb}.(t_2 - t_1) \Rightarrow m_{Pb} = \frac{Q_{Pb}}{c_{Pb}.(t_2 - t_1)}$$

energii, kterou bude mít těleso padající volným pádem, a která se při dopadu přemění v teplo, se zjistí ze vzorce:

$$E = E_k + E_p = m.g.h; E = Q_{Pb} \Rightarrow m_{Pb} = \frac{m.g.h}{c_{Pb}.(t_2 - t_1)}$$

po dosazení se zjistí výsledná hmotnost olova, kterou kladivo bucharu úderem ohřeje na požadovanou teplotu t_2:

$$m_{Pb} = \frac{m.g.h}{c_{Pb}.(t_2 - t_1)} = \frac{200.9{,}81.2}{120.(327-15)}\text{ kg} = \frac{3924}{37440}\text{ kg} = 0{,}1048\text{ kg}.$$

Kladivo bucharu na danou teplotu ohřeje 0,1048 kg olova.

Závěr: Na tomto příkladě demonstrujeme vzájemnou ekvivalenci mezi veličinami energií a teplem, vyplývající z prvního termodynamického zákona. Energie kladiva bucharu se po nárazu přemění v teplo a ohřeje olovo.

Příklad 2.2:

Při obrábění dochází k transformaci mechanické energie v tepelnou. Vypočítejte střední teplotu třísky v okamžiku, kdy se odklání od čela nástroje. Do třísky se přenáší 70 % tepelné energie uvolněné při obrábění. Počáteční teplota obrobku z uhlíkaté oceli je 25 °C. Předpokládáme, že se veškerá energie vynaložená na dělení materiálu změní v teplo. Řezná rychlost w = 0,2 m.s^{-1}; Průřez třísky S = 3×0,5 mm; Řezný odpor k = 4000 MPa; Měrná tepelná kapacita c = 0,61 kJ.kg^{-1}.K^{-1}; Hustota ρ = 7860 kg.m^{-3}.

Rozbor: Uvažujeme, že veškerá vynaložená energie na dělení materiálu se změní v teplo $\Delta A = \Delta Q$. Dále uvažujeme že za jednotku času 1 s se vykoná práce $\Delta P = \Delta Q_P$. Předpokládáme že při obrábění má tříska cca teplotu 400 K, podle tabulek určíme měrnou tepelnou kapacitu, která činí 0,61 kJ.kg^{-1}.K^{-1}. Po zjištění řezné síly a řezného výkonu, můžeme tedy určit řeznou práci a následně množství práce, která se přemění na teplo a přenese se do třísky, vzniklé při obrábění materiálu. Potom ze vzorce pro teplo přenesené do třísky vyjádříme střední teplotu třísky, po dosazení dostáváme hledanou veličinu.

Řešení: w = 0,2 m.s^{-1}; S = 3×0,5 mm; k = 4000 MPa; c = 0,61 kJ.kg^{-1}.K^{-1}; t_0 = 25 °C; ρ = 7860 kg.m^{-3}; Q_T = ? [J].

Řeznou sílu vypočítáme podle vzorce:

$$F = S.k$$

řezný výkon vypočítáme podle vzorce:

$$P = F.w = S.k.w$$

do třísky se akumuluje 70 % práce vykonané při obrábění, takže platí:

$$Q_T = Q.0,7 = S.k.w.0,7$$

$$Q_T = m.c.(t_T - t_0) \Rightarrow t_T = t_0 + \frac{Q_T}{m.c} = t_0 + \frac{S.k.w.0,7}{w.S.\rho.c}$$

$$t_T = t_0 + \frac{S.k.w.0,7}{w.S.\rho.c} = 20 + \frac{4.10^9.0.7}{7860.610}\ {}^{\circ}\mathrm{C} = 20 + \frac{2,8.10^9}{4,79.10^6}\ {}^{\circ}\mathrm{C} = 20 + 583,9\ {}^{\circ}\mathrm{C} = 604\ {}^{\circ}\mathrm{C}.$$

Střední teplota třísky má hodnotu 604 °C.

Závěr: Na tomto příkladě z technické praxe opět vidíme přeměnu mechanické práce na teplo, které ohřívá třísku při obrábění nástrojem. Tento příklad si studenti mohou úspěšně ověřit při předmětu technická praktika nebo při práci kdekoliv v dílně. Již při letmém doteku třísky odebrané nástrojem z obrobku, je možné pocítit, že se ohřála na určitou teplotu.

Úlohy k procvičení:

Úloha 2.3:

Ocelová součástka o hmotnosti 0,2 kg se ohřívá v pícce, potom se vloží do kalorimetru s 0,5 kg vody o teplotě 20 °C. Po ustálení je teplota vody v kalorimetru 75 °C. Určete teplotu součástky před vložením do kalorimetru.

[t_1 = 1300 °C]

Úloha 2.4:

Do kalorimetru, obsahujícího 0,5 kg vody o teplotě 30 °C se vloží kovová součástka o hmotnosti 0,5 kg, jejíž teplota je 150 °C. Po ustálení je výsledná teplota v kalorimetru 36,7 °C. Určete měrnou tepelnou kapacitu, a o jaký kov se jedná. Hmotnost kalorimetru zanedbáváme.

[c = 233,5 J.kg^{-1}.K^{-1}; jedná se o stříbro]

Úloha 2.5:

Kolik tepla musíme dodat ledu hmotnosti 8 kg počáteční teploty –10 °C, aby roztál a teplota vzniklé vody se ustálila na +15 °C?

[Q = 3,38 MJ]

Úloha 2.6:

Při zkoušení motoru na brzdě se 95 % jeho výkonu spotřebuje na brždění motoru a zbytek, tj. 5 % jsou ztráty do okolí. Brzdící zařízení se chladí vodou o teplotě t_1 = 12 °C, ohřev vody je na teplotu 35 °C. Určete množství vody pro chlazení brzdy motoru, je-li výkon motoru P = 40 kW.

[m = 0,395 m^3]

3.3. Stavy a děje u ideálních plynů

Třetí část sbírky se zaobírá stavy a ději u ideálních plynů, jedná se o příklady pro procvičení zejména základních vratných změn stavu ideálních plynů – izochorické, izobarické, izotermické, adiabatické a polytropické. Do teoretické části jsem zařadil definici ideálního plynu a jeho vlastnosti. Dále stavovou rovnici ideálního plynu a základní vratné změny ideálních plynů. Je třeba si připomenout že polytropická změna je obecnou vratnou změnou a volbou vhodných koeficientů můžeme z této změny odvodit čtyři zbývající.

Tato kapitola je velice důležitá pro pochopení tepelných dějů, je proto z této sbírky nejobsáhlejší. V části vzorových příkladů je celkem šest vyřešených příkladů, jeden na stavovou rovnici ideálního plynu, a po jednom pro izochorickou, izobarickou, izotermickou, adiabatickou a polytropickou změnu stavu ideálního plynu. Takto obsáhlá část vzorových příkladů je z důvodu toho, aby student získal poznatky o podobnostech a rozdílech v různých změnách a pochopil to, že z matematického vyjádření polytropické změny je možno odvodit matematické vyjádření pro všechny ostatní vratné změny stavu ideálního plynu. Vzorové příklady jsou členěny od nejjednoduššího příkladu zaměřeného na stavovou rovnici ideálního plynu, přes jednoduché příklady na izochorickou, izobarickou a izotermickou změnu, dále přes příklady na složitější adiabatickou změnu, až po nejsložitější příklad řešící obecnou polytropickou vratnou změnu ideálního plynu.

Třetí a poslední část této kapitoly tvoří úlohy ke studentovu samostatnému řešení a jejich obsah kopíruje členění části vzorových příkladů. Je zde možné naleznout celkem 12 příkladů seřazených obdobně logicky jako vzorové. První dvě úlohy věnované stavové rovnici ideálního plynu, jsem vybral pro jejich názornost – jsou jednoduchou ukázkou závislosti stavových veličin. Pro každou ze základních termodynamických změn, jsem zařadil dva příklady, které podle mého názoru v dostatečné míře poslouží k procvičení daného tématu.

Teoretická část:

Ideální plyn – zidealizovaný případ plynné tekutiny zavedený pro zjednodušení úvah a odvození zákonitostí v termodynamice.

Vlastnosti ideálního plynu – ideální plyn je složen z velkého množství molekul o stejné hmotnosti, které mají tvar dokonalých koulí, rozměr částic je oproti prostoru, kde se pohybují zanedbatelný, silové působení mezi částicemi je takřka zanedbatelné, částice se pohybují mezi kolizemi rovnoměrně přímočaře, a ideální plyn není možné žádným tlakem zkapalnit.

Měrná tepelná kapacita c - vyjadřuje jaké množství tepla přijme 1 kg látky, když se ohřeje o 1 °C. Měrná tepelná kapacita je pro každou látku jiná, udává se při stálém tlaku, či při stálém objemu.

$c_p - c_v = r \quad [\mathrm{J.kg^{-1}.K^{-1}}]$

Poissonova konstanta κ - poměr měrných tepelných kapacit plynu při stálém tlaku a stálém objemu. Závisí na druhu plynu s ohledem na stavbu jeho molekuly. Jedná se o veličinu bezrozměrnou. Pro jednoatomové plyny má hodnotu 1,66, pro dvouatomové 1,4 atd.

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

Stavová rovnice ideálního plynu:

$$\frac{p_1.v_1}{T_1} = \frac{p_2.v_2}{T_2} = konst. \Rightarrow \frac{p.v}{T} = konst.$$

Pro m kg plynu platí:

$$p.V = m.r.T$$

Pro měrnou plynovou konstantu r:

$$r=\frac{R}{M_m}\ [\mathrm{J.kg^{-1}.K^{-1}}]$$

Látkové množství směsi n, kde m_i je hmotnost složky [kg] a M_i je molová hmotnost složky [kg.mol^{-1}]:

$$n=\sum_{i=1}^{n}\frac{m_i}{M_i}\ [\mathrm{mol}]$$

Izochorická změna – změna při které je objem V konstantní.

$$\frac{p_2}{p_1}=\frac{T_2}{T_1};\quad w=0; w_t=v.(p_1-p_2);\quad q=u_2-u_1=c_v.(T_2-T_1);$$

Izobarická změna – změna i při které je tlak p konstantní.

$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{T_2}{T_1};\quad w=p_2.(v_2-v_1);\quad w_t=0;\quad q=c_p.(T_2-T_1)$$

Izotermická změna – změna při které je teplota T konstantní.

$$v_1.p_1=v_2.p_2;\quad w=p_1.v_1.\ln\frac{v_2}{v_1};\quad q=w=w_t$$

Adiabatická změna – změna bez výměny tepla s okolím.

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}=\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}};\quad w=\frac{p_1.v_1}{\kappa-1}.\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right];\quad w_t=\kappa.w;\quad q=0$$

Polytropická změna – obecná vratná změna.

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{n-1}=\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1};\quad w=q-\Delta u;\quad w_t=q-\Delta i;\quad q=c_n.(T_2-T_1)$$

$$c_n=c_v.\frac{n-\kappa}{n-1}$$

Izochorická změna: n = ±∞

Izobarická změna: n = 0

Izotermická změna: n = 1

Adiabatická změna: n = κ

Řešené příklady:

Příklad 3.1:

Určete hustotu směsi, která obsahuje 6 g dusíku a 28 g kyslíku při teplotě 25 °C za tlaku 500 torr.

Rozbor: Nejprve se provedou nezbytné převody – tlak je nutno převést z torrů na pascaly a teplotu převést na teplotu termodynamickou, udávanou v kelvinech. Jeden torr je tlak rtuťového sloupce výšky 1 mm. Tlak vzduchu je za normálních podmínek 101325 Pa, což odpovídá rtuťovému sloupci výšky 760 mm. Hustotu homogenního tělesa definujeme jako podíl hmotnosti tělesa a jeho objemu, který ovšem v daném případě neznáme. Zjistíme látkové množství směsi plynů, které je součtem podílů hmotností a molové hmotnosti, které dosadíme do stavové rovnice ideálního plynu. Poté dopočítáme hledanou hodnotu hustoty směsi.

Řešení: m_N = 6 g = 6.10^{-3} kg; m_O = 28 g = 28.10^{-3} kg; t = 25 °C; p = 500 torr; M_{O_2} = 15,999 kg.kmol^{-1}; M_{N_2} = 14,007 kg.kmol^{-1}; ρ = ? [kg.m^{-3}].

Převod tlaku z jednotek torr na pascaly a teplotu ve stupních celsia na teplotu termodynamickou, udávanou v kelvinech:

1 torr = 101325 Pa

$$p = 500 \text{ torr} = \frac{500.101325}{760} \text{ Pa} = 66661{,}184 \text{ Pa}$$

$T = t + 273{,}15 = 25 + 273{,}15$ K = 298,15 K hustota ρ je podílem hmotnosti tělesa a jeho objemu:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_N + m_O}{V}$$

objem směsi se určí ze stavové rovnice ideálního plynu :

$$p.v = r.T \Rightarrow p.V = n.R.T$$

pro látkové množství n směsi plynů platí :

$$n = \frac{m_N}{M_{N_2}} + \frac{m_O}{M_{O_2}}$$

výsledný vzorec pro výpočet objemu směsi je :

$$V = \frac{R.T}{p}.\left(\frac{m_N}{M_{N_2}} + \frac{m_O}{M_{O_2}}\right)$$

výsledný vzorec pro výpočet hustoty směsi s využitím výše zmíněných vzorců:

$$\rho = \frac{p.(m_H + m_O)}{R.T.\left(\frac{m_N}{M_{N_2}} + \frac{m_O}{M_{O_2}}\right)}$$

po dosazení :

$$\rho = \frac{p.(m_N + m_O)}{R.T.\left(\frac{m_N}{M_{N_2}} + \frac{m_O}{M_{O_2}}\right)} = \frac{66661{,}184.(6.10^{-3} + 28.10^{-3})}{8{,}314.298{,}15.\left(\frac{6}{2.14{,}007} + \frac{28}{2.15{,}999}\right)} \text{ kg.m}^{-3}$$

$$\rho = \frac{2266{,}480}{2478{,}819.(0{,}214 + 0{,}875)} \text{ kg.m}^{-3} = \frac{2266{,}480}{2699{,}434} \text{ kg.m}^{-3} = 0{,}840 \text{ kg.m}^{-3}.$$

Hustota směsi je 0,840 kg.m^{-3}.

Závěr: Tento příklad je rozdělen na dvě části, na převod jednotek a vlastní výpočet hustoty směsi. V příkladu je zadán tlak p v méně používané jednotce torr, mezi další méně používané jednotky pro tlak jsou např. bar (10^5 Pa), atmosféra (101325 Pa) či kilopond na čtverečný metr (98100 Pa). Jinak se jedná o příklad, kde student musí nejprve určit objem směsi na základně molárních hmotností a pak teprve dosadit do vzorce pro výpočet hustoty.

Příklad 3.2:

V tlakové nádobě je dusík o teplotě 62 °C a tlaku 2,4 MPa. Nejvyšší dovolený přetlak v nádobě je 6 MPa. Na jakou nejvyšší teplotu může být dusík zahřán, je-li barometrický tlak 0,1 MPa.

Rozbor: Ze zadání je vidět že se mění teplota i tlak, ale objem zůstává stabilní, jedná se tedy o izochorickou změnu. Nejprve je nutné oba zadané přetlaky převést na tlak absolutní, když víme, že přetlak je definován jako tlak absolutní mínus atmosférický, a převést teplotu ve stupních celsia na teplotu termodynamickou. Ze stavové rovnice ideálního plynu pro izochorickou změnu, můžeme přímo vyjádřit hledanou teplotu na konci změny. Po dosazení dostáváme výsledek v kelvinech, který převedeme na stupně Celsia.

Řešení: $t_1 = 62$ °C; $p = 2{,}4$ MPa; $p_{pmax} = 0{,}6$ MPa; $p_b = 0{,}1$ MPa; $t_2 = ?$ [°C].

Nejprve je nutné zadaný přetlak převést na tlak absolutní:

$p_2 = p_{a\max} = p_{p\max} + p_b$

počáteční teplota se musí převést na teplotu termodynamickou a vyjádřit ze stavové rovnice ideálního plynu pro izochorickou změnu hledanou teplotu:

$T_1 = t_1 + 273{,}15 = 62 + 273{,}15 = 335{,}15$ K

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{T_1 . p_2}{p_1} = \frac{T_1 .(p_{p\max} + p_b)}{p_1}$$

po dosazení:

$$T_2 = \frac{T_1 .(p_{p\max} + p_b)}{p_1} = \frac{335{,}15.(6.10^6 + 0{,}1.10^6)}{1{,}2.10^6}\ \mathrm{K} = \frac{617{,}715.10^6}{1{,}3.10^6}\ \mathrm{K} = 1703{,}2\ \mathrm{K}$$

Dusík můžeme ohřát maximálně na 1703,2 K, což je 1430,05 °C.

Závěr: Z výpočtu vidíme že pokud dochází ke zvýšení tlaku za stálého objemu, dojde ke zvýšení teploty plynu a zvětšuje se jeho vnitřní energie. Zvýšení teploty je přímo úměrné zvýšení tlaku v nádobě s plynem.

Příklad 3.3:

Kolik tepla se musí přivést 1,5 kg kyslíku o tlaku $1{,}73.10^5$ Pa a teplotě 30 °C, aby vykonal za konstantního tlaku práci 35 000 J, Jaký bude konečný objem, konečná teplota a dodané teplo ?

Rozbor: Jak je patrné ze zadání, při přivádění tepla kyslíku se nemění tlak, a jak víme z teorie, změna při které zůstává tlak konstantní se nazývá izobarická. Objem na počátku změny určíme z upravené stavové rovnice ideálního plynu. Práce vykonaná při změně je rovna součinu tlaku a rozdílu objemů na počátku a na konci děje, z rovnice pro její výpočet tedy můžeme vyjádřit konečný objem, který je hledanou veličinou. Konečná teplota se určí ze stavové rovnice, když víme že teplota je nepřímo úměrná objemu. Na závěr ze vzorce pro závislost tepla na měrné tepelné kapacitě a rozdílu teplot, dopočítáme dodané teplo. Velikost měrné plynové konstanty kyslíku je 259,8 $\mathrm{J.Kg^{-1}.K^{-1}}$.

Řešení : $m = 1{,}5$ kg; $p_1 = 1{,}73.10^5$ Pa; $t_1 = 30$ °C; $W = 35000$ J; $r = 259{,}8$ $\mathrm{J.Kg^{-1}.K^{-1}}$; $V_2 = ?$ [m³]; $t_2 = ?$ [°C]; $Q = ?$ [J].

Nejprve je nutné převést počáteční teplotu t na teplotu termodynamickou, a ze vzorce pro práci při izobarické změně vyjádřit objem :

$$T_1 = t_1 + 273{,}15 = 30 + 273{,}15 = 303{,}15 \text{ K}$$

$$V_1 = \frac{m.r.T_1}{p_1} = \frac{1{,}5.259{,}8.303{,}15}{1{,}73.10^5}\ \mathrm{m^3} = \frac{118137{,}56}{1{,}73.10^5}\ \mathrm{m^3} = 0{,}683\ \mathrm{m^3}$$

ze vzorce pro výpočet vykonané práce se vyjádří hledaný konečný objem:

$$W = p.(V_2 - V_1) \Rightarrow V_2 = \frac{W}{p} + V_1 = \frac{W}{p} + \frac{m.r.T_1}{p} = \frac{W + m.r.T}{p}$$

po dosazení:

$$V_2 = \frac{W + m.r.T}{p} = \frac{35000 + 1{,}5.259{,}8.303{,}15}{1{,}73.10^5}\ \mathrm{m^3} = \frac{35000 + 118137{,}56}{1{,}73.10^5}\ \mathrm{m^3}$$

$$V_2 = \frac{153173{,}933}{1{,}73.10^5}\ \mathrm{m^3} = 0{,}885\ \mathrm{m^3}.$$

Ze stavové rovnice pro izobarický děj se vyjádří konečná termodynamická teplota:

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow T_2=T_1.\frac{V_2}{V_1}=303{,}15.\frac{0{,}885}{0{,}683}\,\mathrm{K}=392{,}81\ \mathrm{K}$$

$t_2 = T_2 - 273{,}15 = 392{,}81 - 273{,}15\ ^{\circ}\mathrm{C} = 119{,}7\ ^{\circ}\mathrm{C}$.

Přivedené teplo se rovná:

$Q = m.c_p.(t_2 - t_1) = 1{,}5.0{,}917.10^3.(119{,}7 - 30)\ \mathrm{J} = 123382\ \mathrm{J} = 123{,}382\ \mathrm{kJ}$.

Konečný objem má hodnotu 0,885 m^3, konečná teplota 119,7 $^{\circ}$C, a přivedené teplo 123,382 kJ.

Závěr: Při zběžné kontrole výsledků obdobných úloh můžeme vyjít z faktu, že přivedené teplo musí být vždy větší než vykonaná práce (jinak by účinnost byla větší než 1, což by bylo v rozporu s I. zákonem termodynamiky). V tomto případě je množství přivedeného tepla 123,382 kJ, což je větší než vykonaná práce 35 kJ. Výsledek tedy dává smysl. Pokud bychom se snažili nalézt technickou práci W_t, zjistili bychom že je nulová, neboť změna proběhla za stálého tlaku a nedošlo tak k žádné tlakové práci. Je také důležité vědět, že při izobarické změně se veškeré přivedené teplo přemění na přírůstek entalpie plynu.

Příklad 3.4:

Při izotermické kompresi 0,3 m^3 vzduchu o tlaku 1 MPa a teplotě 300 $^{\circ}$C se odvádí 490 kJ tepla. Určete konečný objem a konečný tlak vzduchu.

Rozbor: Uvažujeme, že se jedná o ideální plyn. Komprese, na jejímž konci máme určit konečný objem a tlak vzduchu, proběhla izotermicky, což znamená za konstantní teploty. Pro izotermickou změnu je charakteristické, že podíl objemů před a po změně, je nepřímo úměrný podílu tlaků. Nejprve z rovnice pro výpočet mechanické práce zjistíme konečný tlak vzduchu, a následně dosadíme do stavové rovnice pro izotermickou změnu stavu ideálního plynu.

Řešení : $V_1 = 0{,}3\ \mathrm{m}^3$; $p_1 = 1\ \mathrm{MPa} = 10^6\ \mathrm{Pa}$; $t = 300\ ^{\circ}\mathrm{C}$; $Q_{12} = -490\ \mathrm{kJ} = -490.10^3\ \mathrm{J}$; $V_2 = ?\ [\mathrm{m}^3]$; $p_2 = ?\ [\mathrm{Pa}]$.

Z izotermické práce vyjádříme poměr tlaků p_1 a p_2:

$$W = p_1.V_1.\ln\frac{p_1}{p_2} \Rightarrow \ln\frac{p_1}{p_2} = \frac{W}{p_1.V_1} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = e^{\frac{W}{p_1.V_1}} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1}{e^{\frac{W}{p_1.V_1}}}$$

po dosazení vypočítáme konečný tlak p_2:

$$p_2 = \frac{p_1}{e^{\frac{W}{p_1.V_1}}} = \frac{10^6}{e^{\frac{-490.10^3}{10^6.0,3}}}\ \text{Pa} = \frac{10^6}{e^{-1,6333}}\ \text{Pa} = \frac{10^6}{0,19525}\ \text{Pa} = 5,125.10^6\ \text{Pa} = 5,125\ \text{MPa}.$$

Konečný objem vypočítáme z rovnice izotermy: $p_1.V_1 = p_2.V_2 \Rightarrow V_2 = V_1.\frac{p_1}{p_2}$

Po dosazení: $V_2 = V_1.\frac{p_1}{p_2} = 0,3.\frac{10^6}{5,125.10^6}\ \text{m}^3 = 0,05898\ \text{m}^3$.

Konečný objem činil 0,05898 m3 a konečný tlak 5,125 MPa.

Závěr: Při porovnání počátečního a konečnému objemu vidíme, že v průběhu změny došlo k jeho velké změně. Plyny obecně jsou dobře stlačitelné, na rozdíl od kapalin, které stlačitelné nejsou.

Příklad 3.5:

1 kg vzduchu o počáteční teplotě 30 °C a tlaku $0,0981.10^6$ Pa se adiabaticky stlačuje na tlak $0,981.10^6$ Pa. Určete konečný objem, konečnou teplotu a spotřebovanou práci.

Rozbor: Dané množství plynu se adiabaticky stlačuje, což znamená že soustava je izolovaná a při změně stavu látky nedochází k předávání tepla. Jelikož hlavními dvěma složkami vzduchu jsou dusík a kyslík, což jsou dvouatomové plyny, uvažujeme za Poissonovu konstantu $\kappa = 1,4$.

Řešení : $t_1 = 30$ °C; $p_1 = 0,0981.10^6$ Pa; $p_2 = 0,981.10^6$ Pa; $V_2 = ?$ [m^3]; $t_2 = ?$ [°C]; $W = ?$ [J].

Při adiabatickém ději plyne konečná teplota z poměru teplot a tlaků :

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \Rightarrow T_2=T_1.\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

po dosazení:

$$T_2=T_1.\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}=(30+273{,}15).\left(\frac{0{,}981.10^6}{0{,}0981.10^6}\right)^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}}\ \mathrm{K}=303{,}15.1{,}9325\ \mathrm{K}=585{,}84\ \mathrm{K}.$$

Převod termodynamické teploty na teplotu ve stupních celsia:

$t_2 = T_2 - 273{,}15 = 585{,}84 - 273{,}15\ ^{o}\mathrm{C} = 312{,}72\ ^{o}\mathrm{C}$

ze stavové rovnice vyjádříme konečný objem:

$$\frac{p_2.v_2}{T_2}=r \Rightarrow v_2=\frac{r.T_2}{p_2}$$

po dosazení dostaneme výsledek:

$$v_2=\frac{r.T_2}{p_2}=\frac{287{,}04.585{,}84}{0{,}981.10^6}\ \mathrm{m}^3=0{,}1714\ \mathrm{m}^3.$$

Počáteční objem se zjistí opět ze stavové rovnice:

$$p_1.v_1^{\kappa}=p_2.v_2^{\kappa} \Rightarrow v_1^{\kappa}=\frac{p_2.v_2^{\kappa}}{p_1} \Rightarrow v_1=\sqrt[\kappa]{\frac{p_2.v_2^{\kappa}}{p_1}}$$

$$v_1=\sqrt[1{,}4]{\frac{0{,}981.10^6.0{,}1714^{1{,}4}}{0{,}0981.10^6}}\ \mathrm{m}^3.\mathrm{kg}^{-1}=0{,}8878\ \mathrm{m}^3.\mathrm{kg}^{-1}.$$

Vyjádříme si vztah pro spotřebovanou práci :

$$W=m.\frac{p_1.v_1}{\kappa-1}.\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]=1.\frac{0{,}0981.10^6}{1{,}4-1}.\left[1-\left(\frac{0{,}981.10^6}{0{,}0981.10^6}\right)^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}}\right]\ \mathrm{J}$$

$$W=217732{,}95.(-0{,}93)\ \mathrm{J.kg}^{-1}=-202491{,}6\ \mathrm{J}.$$

Při stlačení se spotřebovala práce 202,492 kJ.

Závěr: Záporné znaménko u vykonané mechanické práce znamená, že práce je dodávána soustavě, tedy vzduchu, který se stlačuje.

Příklad 3.6:

Ke stlačení 20 m^3 dusíku ze stavu o tlaku 100 kPa a teplotě 37 °C na tlak 400 kPa je třeba dodat 3500 kJ práce. Během polytropického procesu je odvedeno do okolí 2000 kJ tepla. Určete konečnou teplotu dusíku a polytropický exponent.

Rozbor: Polytropická změna je obecná vratná změna stavu ideálního plynu. Máme určit konečnou teplotu dusíku po proběhnutí této změny a polytropický exponent. Konečnou teplotu vyjádříme z I. termodynamického zákona, který říká, že vnitřní změna energie plynu je rozdílem přivedeného tepla a vykonané mechanické práce. Vzhledem k tomu hmotnost dusíku je neznámá, nemůžeme přímo dosadit, ale musíme ji vyjádřit skrze vztahy pro výpočet měrné plynové konstanty a měrné tepelné kapacity dusíku za stálého objemu. Po několika krocích získáme složitý výraz, z nějž po dosazení získáme hledanou teplotu. Polytropický exponent vyjádříme z polytropického Poissonova vztahu logaritmizací výrazu.

Řešení:

Konečná teplota plyne z 1. zákona termodynamiky:

$$\Delta U = m.c_v.(T_2 - T_1) = Q - W$$

měrná plynová konstanta dusíku:

$$r = \frac{R}{M_m}$$

měrná tepelná kapacita dusíku:

$$c_v = \frac{r}{\kappa - 1}$$

hmotnost určíme ze vztahu:

$$m = \frac{p_1.V_1}{r.T_1}$$

pro konečnou teplotu t_2 tedy platí:

$$T_2 = T_1 + \frac{Q-W}{m.c_v} \Rightarrow t_2 = t_1 + \frac{Q-W}{m.c_v} = t_1 + \frac{Q-W}{\frac{p_1.V_1}{r.T_1}.\frac{r}{\kappa-1}} = t_1 + \frac{Q-W}{\frac{p_1.V_1}{(t_1+273{,}15).(\kappa-1)}}$$

po dosazení:

$$t_2 = t_1 + \frac{Q-W}{\frac{p_1.V_1}{(t_1+273{,}15).(\kappa-1)}} = 37 + \frac{-2.10^6-(-3{,}5.10^6)}{\frac{10^5.20}{(37+273{,}15).(1{,}4-1)}}\,^{\circ}\mathrm{C} = 37 + \frac{1{,}5.10^6}{\frac{2.10^6}{124{,}06}}\,^{\circ}\mathrm{C}$$

$$t_2 = 37 + 124{,}06.\frac{1{,}5}{2}\,^{\circ}\mathrm{C} = 37 + 93\,^{\circ}\mathrm{C} = 130\,^{\circ}\mathrm{C}$$

Polytropický exponent vyjádříme z polytropického Poissonova vztahu:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow n = \frac{\ln\frac{p_2}{p_1}}{\ln\frac{p_2}{p_1} - \ln\frac{T_2}{T_1}} = \frac{\ln\frac{p_2}{p_1}}{\ln\frac{p_2}{p_1} - \ln\frac{(t_2+273{,}15)}{(t_1+273{,}15)}}$$

Po dosazení:

$$n = \frac{\ln\frac{p_2}{p_1}}{\ln\frac{p_2}{p_1} - \ln\frac{(t_2+273{,}15)}{(t_1+273{,}15)}} = \frac{\ln\frac{400.10^3}{100.10^3}}{\ln\frac{400.10^3}{100.10^3} - \ln\frac{(t_2+273{,}15)}{(t_1+273{,}15)}} = \frac{1{,}386}{1{,}386-0{,}262} = 1{,}233$$

Teplota dusíku pro skončení polytropické změny bude 130 °C, polytropický exponent má hodnotu 1,233.

Závěr: Při výpočtech polytropického exponentu je pro kontrolu výpočtu vhodné vědět, že jeho velikost se zpravidla pohybuje v intervalu $(1;\kappa)$. Jak již bylo řečeno v teoretickém úvodu, pomocí polytropické změny lze vyjádřit všechny ostatní vratné změny stavu ideálního plynu, záleží na velikosti exponentu polytropy.

Úlohy k procvičení:

Úloha 3.7:

Určete hustotu a měrný objem oxidu uhličitého CO_2 při normálních fyzikálních podmínkách, za které považujeme tlak p = 101325 Pa a teplotu 0 °C.

[v = 0,51 m^3.kg^{-1}; ρ = 1,96 kg.m^{-3}]

Úloha 3.8:

Určete teplotu a hustotu látkového množství 1 kmol vzduchu, který má objem 25 m^3 při tlaku 100 kPa. Vzduch považujeme za ideální plyn.

[t = 27,55 °C; ρ = 1,16 kg.m^{-3}]

Úloha 3.9:

Ve válci výbušného motoru je na konci komprese vzduch o tlaku 1,5 MPa a teplotě 430 °C. Za stálého objemu je vzduchu přivedeno 1100 kJ.kg^{-1} tepla. Určete teplotu a tlak na konci změny, má-li vzduch vlastnosti ideálního plynu.

[t = 1963 °C; p_2 = 4,77 MPa]

Úloha 3.10:

V tlakové nádobě se ohřívá izochoricky kyslík z tlaku 10 MPa a teploty –50 °C na teplotu +15 °C. Vypočítejte měrný objem, konečný tlak, měrné sdělené teplo a měrnou tlakovou práci, pokládáme-li kyslík za ideální plyn.

[v = 0,0058 m^3.kg^{-1}; p^2 = 12,91 MPa; q = 42575 J.Kg^{-1}; w_t = – 16872,18 J.Kg^{-1}]

Úloha 3.11:

Dusík je z počátečního objemu 1,9 m^3 a teploty 200 °C ohříván při konstantním tlaku na trojnásobný objem. Určete konečnou teplotu dusíku. Dusík lze považovat za ideální plyn.

[t_2 = 1146,3 °C.]

Úloha 3.12:

Vypočítejte změnu vnitřní energie plynu, který expanduje z objemu 0,4 m^3 na 0,6 m^3 při konstantním tlaku 300 kPa. Dodané teplo je 125 kJ.

[$\Delta U = 65$ kJ]

Úloha 3.13:

Ve válci je 0,8 m^3 vzduchu o tlaku 0,45 MPa. Určete změnu objemu při zvýšení tlaku na 0,95 MPa při konstantní teplotě.

[$\Delta V = -0{,}421$ m^3]

Úloha 3.14:

Při izotermickém stlačení 0,8 kg vzduchu o tlaku $0{,}098.10^6$ a teplotě 25 °C byla spotřebována práce 94 kJ. Jaký je tlak vzduchu po kompresi a jaké je odvedené teplo ?

[$p_2 = 0{,}297$ MPa; $Q = -94$ kJ]

Úloha 3.15:

Suchý vzduch teploty 27 °C a tlaku 0,1 MPa adiabaticky expandoval při výstupu do výšky 5400 m, kde byl tlak 5.10^4 Pa. Vypočtěte teplotu vzduchu v této výšce.

[$t_2 = -27{,}51$ °C]

Úloha 3.16:

Vzduch v nádobě má počáteční objem 10 m^3 při teplotě 16 °C a tlaku 96 kPa. Je adiabaticky stlačen na tlak 280 kPa. Zjistěte konečnou teplotu, konečný objem a práci, kterou plyn vykonal při stlačení.

[$t_2 = 329{,}46$ °C; $V_2 = 4{,}66$ m^3; $W = -260178$ J]

Úloha 3.17:

Vzduch o tlaku 150 kPa a teplotě 27 °C je stlačován z objemu 260 m^3 na 80 m^3. Stlačování probíhá polytropicky, kde polytropický exponent je 1,2. Stanovte objemovou práci, měrnou tepelnou kapacitu při polytropické změně c_n a teplo sdílené mezi soustavou a okolím.

[$W = -51{,}84$ MJ; $c_n = -717{,}5$ $J.Kg^{-1}.K^{-1}$; $Q = -25{,}92$ MJ]

Úloha 3.18:

1,5 kg vzduchu se polytropicky stlačuje z 0,088 MPa, a teploty 18 °C na 0,981 MPa, a teplotu 125 °C. Určete exponent polytropy, spotřebovanou prací, odvedené teplo a změnu vnitřní energie.

[$n = 1{,}149$; $W = -\,309$ kJ; $Q = -\,194$ kJ; $\Delta U = 115$ kJ]

3.4. Tepelné oběhy ideálních plynů

Kapitola věnovaná tepelným oběhům ideálních plynů je velice důležitá z hlediska její aplikace v technice. Zvládnutí látky zde obsažené, je nutné k pochopení fungování všech tepelných strojů, a je nutným základem ke zvládnutí předmětu Stroje a zařízení, se kterým se studenti technické výuky na pedagogické fakultě setkají.

Kromě teoretické části, která obsahuje základní termíny a teoretický nástin tepelných oběhů, kapitola obsahuje jeden řešený příklad a dvě úlohy na procvičení Carnotova cyklu, jehož pochopení je obzvláště důležité, jelikož se jedná o oběh s největší účinností.

Teoretická část:

Tepelný oběh – uzavřený cyklus, složený z navazujících dějů (změn), při kterém je konečný stav totožný se stavem počátečním.

Tepelný oběh přímý – tepelné oběhy přímé jsou stroje, ve kterých dochází k přeměně tepelné energie v mechanickou práci. U tepelných oběhů se pracuje s ideálním plynem a ideálními vratnými změnami. Účinnost tepelného stroje je poměrem vykonané práce W_o k dodanému teplu Q_p:

$$\eta_T = \frac{W_o}{Q_p}$$

Mechanická práce vykonaná během (objemová práce je rovna mechanické práci $w = w_t$) oběhu je rovna součtu přivedeného a odvedeného tepla:

$W_o = Q_p + Q_o$ [J]

Pozn.: Pokud je účinnost vynásobena stem, účinnost je v procentech. Podle úmluvy označujeme odvedené teplo ze soustavy záporným znaménkem.

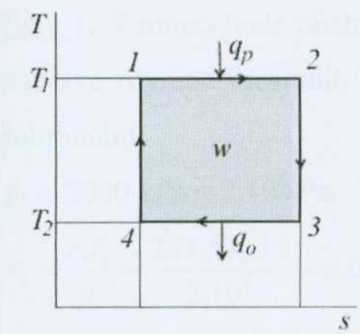
Carnotův oběh - je to ideální oběh (není jej možno realizovat) s nejvyšší účinností mezi dvěma teplotami. Maximální účinnost tohoto oběhu závisí jen na teplotě a nezávisí na pracovní látce, skládá se ze dvou izoterm a dvou adiabat. V první části oběhu (stavy

1-2) probíhá izotermická expanze s přívodem tepla, v druhé (stavy 2-3) probíhá adiabatická expanze, ve třetím (stavy 3-4) izotermická s odvodem tepla a ve čtvrtém (stavy 4-1) adiabatická komprese. Práce, která se získá z Carnotova oběhu, je malá. Je to dáno tím, že plocha v p-V diagramu je malá. Pro tepelnou účinnost Carnotova oběhu platí:

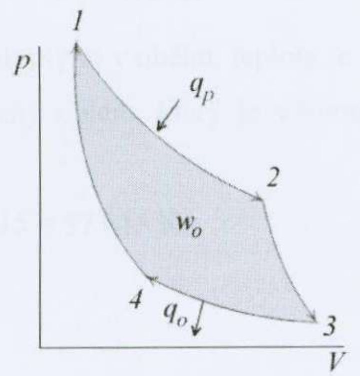
$$\eta_{TC} = \frac{T_1 - T_3}{T_1}$$

kde T_1 je vyšší teplota a T_3 je nižší.

Pracovní diagramy Carnotova oběhu:



T-s diagram Carnotova oběhu



p-V diagram Carnotova oběhu

Řešený příklad:

Příklad 4.1:

Carnotův oběh probíhá mezi teplotami 300 °C a 30 °C, pracovní látkou je vzduch. Maximální tlak v oběhu je 2 MPa a minimální 150 kPa. Stanovte veličiny na konci každého děje, práci oběhu a termickou účinnost.

Rozbor: Carnotův oběh je ideální oběh s nejvyšší učinností mezi dvěma teplotami, skládá se ze dvou izoterm a dvou adiabat. V první části (stavy 1-2) probíhá izotermická expanze s přívodem tepla, v druhé části (stavy 2-3) probíhá adiabatická expanze, ve třetí (stavy 3-4) izotermická komprese, ve čtvrté části (stavy 4-1) pokračuje komprese adiabaticky. V první a třetí části cyklu budeme ze stavové rovnice vyjadřovat měrný objem, ve druhé a čtvrté části budeme vyjadřovat tlak. Přijaté teplo, odevzdané teplo a vykonanou práci zjistíme z I. termodynamického zákona. Účinnost tepelného stroje je definována jako podíl vykonané práce k přivedenému teplu. V případě Carnotova oběhu je účinnost definována jako rozdíl maximální a minimální pracovní teplotu ku maximální pracovní teplotě.

Řešení: t_1 = 300 °C; t_2 = 30 °C; p_1 = 2 MPa = 2.10^6 Pa; p_3 = 150 kPa = $0{,}15.10^6$ Pa; p_2 = ? [Pa]; p_4 = ? [Pa]; v_i = ? [Pa]; i = 1, 2, 3, 4; W_o = ? [J]; η_T = ?

Stav 1: V tomto bodě oběhu je maximální tlak plynu v oběhu, teplota je konstantní, ze stavové rovnice ideálního plynu se určí měrný objem, který je v tomto bodě oběhu minimální:

$p_1 = 2000$ kPa $= 2.10^6$ Pa; $T_1 = 300 + 273{,}15 = 573{,}15$ K

$$v_1 = \frac{r.T_1}{p_1} = \frac{287.573{,}15}{2.10^6} = 0{,}08224 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$$

Stav 2: Došlo k izotermické expanzi, pracovní látce bylo dodáno teplo, poklesl tlak, a zvětšil se měrný objem vzduchu v oběhu, za konstantní teploty.

$T_2 = T_1 = 573{,}15$ K

$$p_2 = p_3.\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 0{,}15.10^6.\left(\frac{573{,}15}{30+273{,}15}\right)^{\frac{1{,}4}{1{,}4-1}} = 1{,}394.10^6 \text{ Pa}$$

$$v_2 = \frac{r.T_2}{p_2} = \frac{287.573{,}15}{1394.10^3} = 0{,}1180 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$$

Stav 3: Došlo k adiabatické expanzi, měrný objem látky narostl na maximální hodnotu, a tlak klesl na minimální hodnotu.

$p_3 = 150$ kPa $= 150.10^3$ Pa; $T_3 = 30 + 273{,}15 = 303{,}15$ K

$$v_3 = \frac{r.T_3}{p_3} = \frac{287.303{,}15}{150.10^3} = 0{,}5800 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$$

Stav 4: Došlo k izotermické kompresi, klesá měrný objem plynu, roste tlak v oběhu, z něhož bylo odvedeno teplo:

$$p_4 = p_1 \cdot \left(\frac{T_4}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 2.10^6 . \left(\frac{30+273{,}15}{300+273{,}15}\right)^{\frac{1{,}4}{1{,}4-1}} = 215{,}2 \text{ kPa}$$

$T_4 = T_3 = 303{,}15$ K

$$v_4 = \frac{r.T_4}{p_4} = \frac{287.303{,}15}{215{,}2.10^3} = 0{,}4043 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$$

Následně dochází k adiabatické expanzi, při které narůstá tlak pracovní látky a klesá měrný objem. Po jejím proběhnutí se stav látky vrací do bodu 1.

Z I. termodynamického zákona pro oběh platí, že teplo přivádíme při konstantní teplotě $T_2 = T_1 = 573{,}15$ K

$$q_p = q_{12} = r.T_1.\ln\frac{p_1}{p_2} = 287.573{,}15.\ln\frac{2000}{1394} = 59377{,}4 \text{ J.Kg}^{-1}$$

Teplo odvádíme při konstantní teplotě $T_3 = T_4 = 303{,}15$ K

$$q_o = q_{34} = r.T_3.\ln\frac{p_3}{p_4} = 287.303{,}15.\ln\frac{150}{215{,}2} = -31402{,}6 \text{ J.kg}^{-1}$$

Vykonaná práce je součtem přivedeného o odvedeného tepla, odvedené teplo dle úmluvy píšeme se záporným znaménkem:

$$w_o = q_p + q_o = 59377{,}4 - (-31402{,}6) = 27974{,}8 \text{ J.kg}^{-1}$$

Termická účinnost Carnotova oběhu:

$$\eta_{TC} = \frac{T_3 - T_1}{T_1} = \frac{573{,}15 - 303{,}15}{573{,}15} = 0{,}471 = 47{,}1 \text{ \%}$$

Závěr: Na základě výsledku si můžeme ověřit, to co jsme předpokládali na základě teoretických znalostí Carnotova oběhu. Maximální tlak a minimální objem má pracovní látka na počátku izotermické expanze, minimální tlak a maximální objem má látka na počátku izotermické komprese. V průběhu těchto dvou cyklů je rovněž přiváděno a odváděno teplo. V průběhu adiabatické expanze a adiabatické komprese není do oběhu přiváděno žádné teplo a oběh koná mechanickou práci.

Úlohy k procvičení:

Úloha 4.2:

Jeden kg vzduchu koná Carnotův oběh mezi teplotami 327 °C a 27 °C. Nejvyšší tlak je 3.106 Pa a nejnižší 1,5.10^5 Pa. Určete stavové veličiny v typických bodech oběhu, práci oběhu a termickou účinnost.

[v_1 = 0,0574 m^3.kg^{-1}; v_2 = 0,101 m^3.kg^{-1}; v_3 = 0,574 m^3.kg^{-1}; v_4 = 0,325 m^3.kg^{-1}; p_2 = 16,971.10^5 Pa; p_4 = 2,6517.10^5 Pa; w_o = 49051 J.kg^{-1}; η_T = 49,98 %]

Úloha 4.3:

5 kg vzduchu koná Carnotův oběh mezi teplotami 750 °C a 20°C. Nejvyšší tlak dosažený v průběhu oběhu je 10 MPa a nejnižší 100 kPa. Vzduch se chová jako ideální plyn. Určete termickou účinnost oběhu, zbývající určující stavové veličiny, sdělené teplo a práci oběhu.

[v_1 = 0,0294 m^3.kg^{-1}; v_2 = 0,03697 m^3.kg^{-1}; v_3 = 0,841 m^3.kg^{-1}; v_4 = 0,6683 m^3.kg^{-}1; p_2 = 7,943 MPa; p_4 = 0,129 MPa; q_o = –19377,6 J.kg-1; w_o= 241234,5 J.kg^{-1}; η_T = 0,71]

3.5. Druhý zákon termodynamiky

Tato kapitola se zabývá II. zákonem termodynamiky, který doplňuje I. termodynamický zákon. Tato kapitola rovněž nepatří pro studenty pedagogické fakulty mezi stěžejní, ale její zvládnutí je podmínkou k hlubšímu pochopení transformovatelností energií, nevratných změn ideálních plynů, a složitějších dějů vůbec. Těžiště této kapitoly leží v procvičení výpočtů účinností tepelných strojů a změn entropie.

Kapitola obsahuje dva jednoduché řešené příklady. V prvním je nastíněn postup ke zjišťování termické účinnosti tepelných strojů a ve druhém mechanismus k výpočtu změny entropie. Látku doplňují 4 úlohy k procvičení problematiky II. zákona termodynamiky. Zvlášť zajímavá je poslední úloha, v níž je potřeba přímo užít Clausiovy nerovnosti.

Teoretický úvod:

II. zákon termodynamiky – omezuje platnost I. zákona termodynamiky, neboť z předchozích vět vyplývá, že veškeré přivedené teplo nelze převést v mechanickou práci.

Planckova, Thomsonova definice – není možno sestrojit periodicky pracující stroj, který by trvale odebíral teplo z tepelného zásobníku a konal tomuto teplu ekvivalentní práci.

Clausiova definice – teplo nemůže samovolně přecházet z tělesa o teplotě nižší na těleso o teplotě vyšší.

Matematická formulace II. zákona termomechaniky (Pro nevratné změny je ve výrazu znaménko >, pro vratné změny je ve výrazu znaménko =):

$$ds \geq \frac{dq}{T}$$

Integrální tvar pro oběhy – Clausiova nerovnost:

$$\oint dS = 0 \geq \oint \frac{dQ}{T}$$

Účinnost tepelných strojů (termická účinnost – Carnotova věta):

$$\eta_T = \frac{W_o}{Q_p} \leq \eta_{TC} = \frac{T_1 - T_3}{T_1}$$

kde W_o je vykonaná práce [J], Q_p přivedené teplo [J], T_1 maximální teplota Carnotova oběhu [K] a T_3 minimální teplota Carnotova oběhu [K]. Účinnost je jak již bylo zmíněno v minulé kapitole bezrozměrná veličina.

Rovnice změny entropie Δs [J.kg^{-1}]:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v.\ln\frac{T_2}{T_1} + r.\ln\frac{v_2}{v_1} = c_v.\ln\frac{p_2}{p_1} + c_p.\ln\frac{v_2}{v_1}$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_p.\ln\frac{T_2}{T_1} + r.\ln\frac{p_1}{p_2} = c_n.\ln\frac{p_2}{p_1}$$

Řešené příklady:

Příklad 5.1:

Z pece je dodáváno tepelnému stroji teplo 80 MW. Ze stroje do okolí odchází teplo 50 MW. Stanovte výkon stroje a tepelnou účinnost.

Rozbor: Tepelnému stoji je dodáváno určité teplo Q_p, ze stroje je odváděno určité teplo Q_o. Součet obou energií je prací vykonanou tepelným oběhem (odvedené teplo označujeme podle úmluvy záporným znaménkem), a vzhledem k vzájemné transformovatelnosti energií, plynoucích z prvního zákona termodynamiky můžeme rovnou zjistit velikost výkonu stroje. Termická účinnost je v tomto případě podílem vykonané práce ku teplu dodanému tepelnému stroji.

Řešení: $Q_p = 80$ MW = 80.10^6 W; $Q_o = 50$ MW = 50.10^6 W; P = ? [W]; $\eta = ?$

Ze vzorce snadno určíme výkon tepelného stroje:

$$P = W = Q_p + Q_o = 80.10^6 - 50.10^6 = 30.10^6 \text{ W} = 30 \text{ MW}$$

termická účinnost tepelného stroje je potom:

$$\eta = \frac{W}{Q_p} = \frac{30.10^6}{80.10^6} = 0{,}375 = 37{,}5\ \%.$$

Daný tepelný stroj má výkon 30 MW a účinnost 0,375.

Závěr: V případě oběhu tepelných strojů není energie udávána v jednotce joule, ale jelikož se jedná o energii dodávanou stabilně v každém oběhu za určitou elementární jednotku času, udává se v jednotce watt, tedy jako výkon. V tomto pojetí je výkon ekvivalentní oběhem vykonané mechanické práci.

Příklad 5.2:

Vypočítejte změnu entropie u izobarické změny dusíku zadané teplotami 17 °C a 500 °C, tlakem 0,1 MPa a objemem 0,2 m^3.

Rozbor: Změna entropie je rozdílem velikostí entropie po skončení izobarické změny a před jejím začátkem. Její velikost se určí podle II. zákona termodynamiky. Z upravených vzorců, zmíněných v teoretickém úvodu ke kapitole můžeme bez zdlouhavého odvozování přímo zjistit velikost změny entropie.

Řešení: $t_1 = 17$ °C; $t_2 = 500$ °C; $p = 0{,}1$ MPa = 0,1.10^6 Pa; $V_1 = 0{,}2$ m^3; $\Delta S = ?$ [J.K^{-1}].

Výpočet změny entropie:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = m.\left(c_v.\ln\frac{T_2}{T_1} + r.\ln\frac{V_2}{V_1}\right) = m.\left[(c_p - r).\ln\frac{T_2}{T_1} + r.\ln\frac{V_1.\frac{T_2}{T_1}}{V_1}\right]$$

$$\Delta S = m.\left[(c_p - r).\ln\frac{T_2}{T_1} + r.\ln\frac{T_2}{T_1}\right] = m.\left[\ln\frac{T_2}{T_1}.(c_p - r + r)\right] = \frac{p_1.V_1}{r.T_1}.c_p.\ln\frac{t_2 + 273{,}15}{t_1 + 273{,}15}$$

$$\Delta S = \frac{p_1.V_1}{r.(t_1 + 273{,}15)}.\left(c_p.\ln\frac{t_2 + 273{,}15}{t_1 + 273{,}15}\right)$$

po dosazení:

$$\Delta S = \frac{p_1.V_1}{r.(t_1 + 273{,}15)}.c_p.\ln\frac{t_2 + 273{,}15}{t_1 + 273{,}15} = \frac{0{,}1.10^6.0{,}2}{296{,}7.(17 + 273{,}15)}.1043.\ln\frac{500 + 273{,}15}{17 + 273{,}15}$$

$$\Delta S = \frac{20000}{86087{,}5}.1043.0{,}98 = 237{,}5\,\mathrm{J.K^{-1}}.$$

Závěr: Výsledná entropie je kladná, v průběhu izobarické změně bylo tedy dusíku přivedeno teplo. V případě že by výsledná změna entropie byla záporná, dusíku by bylo teplo odvedeno. Změna entropie je nulová v případě adiabatické změny stavu plynu, která se proto jinak také nazývá izoentropická.

Úlohy k procvičení:

Úloha 5.3:

Tepelnému stroji, který má účinnost 29,8 % je dodáváno teplo 29 MW. Určete výkon stroje a teplo které stroj předává do okolí.

[P = 8,642 MW; Q_o = –20,358 MW]

Úloha 5.4:

Motor automobilu o výkonu 55 kW má tepelnou účinnost 27 %. Stanovte spotřebu paliva za hodinu, jestliže výhřevnost paliva q_n = 45000 kJ.kg^{-1}.

[m = 16,3 kg.hod^{-1}]

Úloha 5.5:

1 kg kyslíku o tlaku p_1 = 4,9.10^5 Pa a teplotě t_1 = 127 °C izobaricky expanduje na dvojnásobný objem, pak se izotermicky stlačuje na p_2 = 39,2.10^5 Pa. Určete změnu entropie kyslíku.

[ΔS = 0,1153 J.K-1]

Úloha 5.6:

Tepelný stroj přijímá během oběhu 550 kJ tepla z rezervoáru o teplotě 800 K. Teplo 125 kJ je přeměněno na práci a zbylých 425 kJ je odvedeno do rezervoáru o teplotě 300 K. Zkontrolujte zda není porušen II. termodynamický zákon na základě Clausiovy nerovnosti a Carnotovy věty.

[Zákon porušen není]

3.6. Reálné látky

Kapitola reálné látky je ze všech kapitol této sbírky nejchudší. Z hlediska potřeb studentů studujících technickou výchovu je totiž tato část termomechaniky nejméně důležitá. Její aplikace je natolik náročná, že se vyučuje pouze na technických vysokých školách, není tedy nutné věnovat jejímu studiu velkou pozornost. V této kapitole je pouze naznačena obtížnost zaznamenat stav reálného plynu, na rozdíl od plynu ideálního.

Kapitola poskytuje teoretický úvod, kde je zmíněno několik stavových rovnic reálných plynů, jeden řešený příklad, kde je popsána stavová rovnice reálného vodíku a dvě úlohy na procvičení látky. Zvlášť názorná je druhá úloha, ve které se studentovi nabízí porovnání tlaku reálného a ideálního plynu.

Teoretická část:

Stavová rovnice reálných vzdušin – pro reálnou vzdušinu stavová rovnice ideálního plynu $p.v = r.T$ vždycky neplatí, můžou nastat případy že $p.v \neq r.T$. Byly proto odvozeny rovnice, které se pokoušejí chování reálných látek popsat, nelze však nalézt rovnici, která by v rozsahu všech objemů, teplot a tlaků, v různých fázích stavu reálné látky postihovala. Některé podoby stavové rovnice reálného plynu:

Van der Waalsova stavová rovnice (nejznámější ze stavových rovnic, konstanta a je z důvodu korekce kohezního tlaku, b z důvodu korekce vlivu vlastního objemu skutečných částic):

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right).(v - b) = r.T$$

Clausiova stavová rovnice (úprava Van der Waalsovy stavové rovnice, $f_{(T)}$ je funkce teploty):

$$\left[p+\frac{f_{(T)}}{(v+c)^2}\right].(v-b)=r.T$$

Beattiova-Bridgmanova stavová rovnice (A_0, B_0, a, b, c jsou konstanty stanovené pro každou reálnou vzdušinu experimentálně):

$$p=\frac{r.T.\left(1-\dfrac{c}{v.T^3}\right)}{v^2}.\left[v+B_0.\left(1-\frac{b}{v}\right)-\frac{A_0}{v^2}.\left(1-\frac{a}{v}\right)\right]$$

Planckova stavová rovnice ($A = r.T$; B, C, D, E jsou experimentálně zjišťované funkce teploty):

$$p=\frac{A}{v-b}+\frac{B}{(v-b)^2}+\frac{C}{(v-b)^3}+\frac{D}{(v-b)^4}+\frac{E}{(v-b)^5}$$

Řešený příklad:

Příklad 6.1:

Určete Beattiovu-Bridgmanovu stavovou rovnice reálného vodíku.

Rozbor: Beattiova-Bridgmanova stavová rovnice ideálního plynu je jedna z jednodušších z rovnic snažících se zachytit reálný stav látek, má pět experimentálně stanovených konstant, které nalezneme v tabulkách. Zjištěné konstanty pro vodík:

$A_o = 2{,}00056.10^{-4}$ N.m^4.kmol^{-2}; $a = -0{,}00506$ m^3.kmol^{-1}; $B_0 = 0{,}02096$; $b = -0{,}04359$; $c = 0{,}0504$ m^3.kmol^{-1}.K^{-3}.

Řešení: $A_o = 2{,}00056.10^{-4}$ N.m^4.kmol^{-2}; $a = -0{,}00506$ m^3.kmol^{-1}; $B_0 = 0{,}02096$; $b = -0{,}04359$; $c = 0{,}0504$ m^3.kmol^{-1}.K^{-3}.

Základní tvar Beattiovy-Bridgmanovy stavové rovnice reálného plynu:

$$p = \frac{r.T.\left(1 - \frac{c}{v.T^3}\right)}{v^2}.\left[v + B_0.\left(1 - \frac{b}{v}\right) - \frac{A_0}{v^2}.\left(1 - \frac{a}{v}\right)\right]$$

Po dosazení konstant:

$$p = \frac{r.T.\left(1 - \frac{0{,}0504}{v.T^3}\right)}{v^2}.\left[v + 0{,}02096.\left(1 + \frac{0{,}04359}{v}\right) - \frac{2{,}00056}{v^2}.\left(1 + \frac{0{,}00506}{v}\right)\right]$$

Závěr: Stavových rovnic reálných látek je více druhů, některé z nich obsahují i 20 a více konstant. Další ze známých stavových rovnic reálných plynů jsou Van der Waalsova, Clausiova, Wohlova, Barthelotova-Callendarova, a další.

Úlohy k procvičení:

Úloha 6.2:

Určete tlak reálného vodíku při teplotě 10 °C a měrném objemu 10 $m^3.kg^{-1}$.

[p = 116,7 kPa]

Úloha 6.3:

Porovnejte tlak reálného a ideálního vodíku při teplotě 10 °C a měrném objemu 10 $m^3.kg^{-1}$.

[p' = 116718,2 Pa; p = 116705,9 Pa]

3.7. Základy termokinetiky

V kapitole 7, která se zabývá termokinetikou jsou nejprve popsány základní pojmy a utvořeno základní rozdělení termokinetiky. Jako obvykle je kapitola členěna na 3 části, tedy na teoretickou část, vzorové příklady a úlohy k procvičení. V teoretické části je zmíněno, že základní způsoby šíření tepla jsou čtyři a jsou uvedeny všechny důležité vzorce. V další části jsou čtyři vzorové příklady, kde má student získat náhled na řešení příkladu na každý jednotlivý způsob šíření tepla. V poslední části kapitoly jsou tři úlohy, kde si může student ověřit, zdali porozuměl teoretické části termokinetiky, a je schopen samostatně řešit úlohy z praxe.

Úlohy jsou jednoduché, neboť termokinetika nepatří ke stěžejním částem výuky termomechaniky na pedagogické fakultě, tato část je zařazena spíše z důvodu celistvosti studia termomechaniky. Tomu odpovídá i počet úloh této kapitoly. Pro kondukci je zařazena úloha z technické stavební praxe – určení náhrady jedné složky stěny za jinou o odlišných vlastnostech (a tedy i o rozdílné tloušťce). Pro konvekci, pro prostup tepla stěnou je na procvičení určena vždy jedna jednoduchá úloha. Radiaci jsem ponechal bez příkladu pro procvičení, neboť v praxi se s tímto druhem přenosu tepla většinou nikdo ze studentů nesetká. V případě zájmu je možné nalézt vhodnou literaturu k samostudiu.

Teoretická část:

Termokinetika (sdílení tepla) – nauka o šíření tepla v prostoru a čase.
Základními způsoby šíření tepla jsou :

- Kondukce (vedení) – sdílení tepla uvnitř látky
- Konvekce (proudění) – tepelná energie je přednášená proudící tekutinou od teploměrné plochy.

- Prostup tepla stěnou – děj při kterém teplo přestupuje z jedné strany stěny z tekutiny do stěny, kde je vedeno a z této stěny přestupuje do jiné tekutiny o nižší teplotě.
- Radiace (záření) – vysílání elektromagnetického vlnění povrchem tělesa do okolí (elektromagnetické vlnění se pak mění v teplo).

Kondukce (vedení):

Tepelný tok procházejí stěnou o tloušťce δ [m] a součiniteli tepelné vodivosti λ [W.m^{-1}.K^{-1}]:

$$q = \frac{\lambda}{\delta}.(t_1 - t_2) \text{ [W.m}^{-2}\text{]}$$

Celkové množství tepla, které projde stěnou o tloušťce δ [m] o velikosti plochy A_S [m^2] za čas τ, s tepelným tokem q [W.m^{-2}] bude mít velikost:

$$Q = q.A_S.\tau \text{ [J]}.$$

Konvekce (proudění):

Tepelný tok, který je sdílený konvekcí na rovinné ploše o součiniteli přestupu tepla α [W.m^{-2}.K^{-1}]

$$q = \alpha.(t_S - t) \text{ [W.m}^{-2}\text{]}$$

Celkové množství tepla, sděleného konvencí na rovinné ploše A_S [m^2] za čas τ, s tepelným tokem [W.m^{-2}] bude mít velikost:

$$Q = q.A_S.\tau = \alpha.(t_S - t).A_S.\tau \text{ [J]}.$$

Prostup tepla stěnou:

Tepelný tok q sdílený konvekcí na rovinné ploše o součiniteli prostupu tepla k:

$$q = k.(t_1 - t_2) \text{ [W.m}^{-2}\text{]}$$

Součinitel prostupu tepla k:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \text{ [W.m}^{-2}\text{.K}^{-1}\text{]}$$

Celkové množství tepla, sděleného konvencí na rovinné ploše A_S [m^2] za čas τ, s tepelným tokem [W.m^{-2}] bude mít velikost:

$Q = k.A_S.(t_1 - t_2).\tau$ [J].

Radiace (Záření):

Tepelný tok q sdílený zářením (zářivý tok) součinitel vzájemného záření c :

$$q = c.\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] \text{ [W.m}^{-2}\text{]}$$

Součinitel vzájemného záření c:

$$c = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}} \text{ [W.m}^{-2}\text{.K}^{-1}\text{]}$$

Celkové množství tepla, sděleného zářením mezi dvěma stejně velkými stěnami o plochách ploše A_S [m^2] za čas τ, s tepelným tokem [W.m^{-2}] bude mít velikost:

$Q = q.A_S.\tau$ [J].

Řešené příklady:

Příklad 7.1 :

Určete množství tepla, které projde rovinnou cihlovou (neomítnutou) stěnou rodinného domu za 24 hodin! Délka stěny je 12 m, výška 2,65 m, tloušťka 0,49 m. Teploty povrchů stěny jsou 20 °C a –10 °C. Součinitel tepelné vodivosti dané cihlové zdi je 0,130 W.m^{-1}.K^{-1}.

Rozbor: Při řešení úloh na vedení tepla, musíme nejdřív určit hustotu tepelného toku. Hustota tepelného toku je veličina charakterizovaná jako součin tepelné propustnosti (poměr λ/δ) a rozdílu teplot na obou stranách stěny. Poté snadno zjistíme množství tepla, které projde stěnou za daný čas.

Řešení: $L = 12$ m; $h = 2{,}85$ m; $\lambda = 0{,}130$ W.m^{-1}.K^{-1}; $\delta = 0{,}49$ m; $t_1 = 20$ °C; $t_2 = -15$ °C; $\tau = 24$ hod $= 86400$ s; $Q = ?$ [J].

Nejprve se nutné zjistit hustotu tepelného toku:

$$q = \frac{\lambda}{\delta}.(t_1 - t_2) = \frac{0{,}130}{0{,}49}.[20 - (-10)] \text{ W.m}^{-2} = 7{,}96 \text{ W.m}^{-2}$$

dále se musí vyjádřit povrch plochy, kterou bude teplo prostupovat:

$$A_S = L.h$$

Celkové množství tepla, které projde stěnou o tloušťce δ o velikosti plochy A_S za čas τ, bude mít velikost:

$$Q = q.A_S.\tau = q.L.h.\tau = 7{,}96.12.2{,}65.86400 \text{ J} = 2{,}187.10^7 \text{ J} = 21{,}87 \text{ MJ}.$$

Celková velikost tepla, které projde stěnou za 24 hodin je 21,87 MJ.

Závěr: Je vidět že teplo, které je sdělenou skrz stěnu za 24 hodin, je poměrně velké (přestože součinitel tepelné vodivosti je v tomto případě nízký). Z hlediska energetiky je nutné aby součinitel tepelné vodivosti byl co nejnižší, aby se dosáhlo co nejmenších ztrát a tím úspory finančních prostředků. Výrobci stavebních materiálů dosahují v tomto směru neustále lepších a lepších výsledků. Teplota uvnitř zdi klesá přímo úměrně se vzdáleností od teplejšího povrchu stěny.

Příklad 7.2:

Mezi okolním vzduchem a svislou stěnou 2,5 m vysokou a 3 m širokou dochází k přestupu tepla. Povrchová teplota stěny je 94 °C, teplota vzduchu 26 °C. Součinitel přestupu tepla má hodnotu 6,07 W.m^{-2}.K^{-1}. Určete množství sděleného tepla ze stěny do vzduchu za dobu 1 s.

Rozbor: V příkladu se jedná o volnou konvekci, teplo přestupuje volně ze stěny do vzduchu. Hustotu tepelného toku určíme součinem součinitele přestupu tepla a rozdílu teplot obou prostředí. Celkový tepelný tok potom bude součinem hustoty tepelného toku a plochy na které konvekce probíhá.

Řešení: $h = 2{,}5$ m; $L = 3$ m; $t_s = 94$ °C; $t = 26$ °C; $\alpha = 6{,}07$ W.m^{-2}.K^{-1}; Q = ? [J].

Nejprve zjistíme hustotu tepelného toku:

$$q = \alpha.(t_s - t) = 6{,}087.(94 - 26)\ \mathrm{W.m^{-2}} = 413{,}916\ \mathrm{W.m^{-2}}$$

dosadíme do vzorce pro výpočet sděleného tepla:

$$Q = q.A.\tau = 413{,}96.2{,}5.3.1\ \mathrm{J} = 3104\ \mathrm{J}.$$

Za jednu sekundu se ze stěny do vzduchu sdělí teplo 3,104 kJ.

Závěr: Můžeme si všimnout že při daném zadání dochází k velkému předávání tepla ze stěny do okolního vzduchu, a to 3 kJ za sekundu. Velikost tepla předávaného vzduchu je závislá na součiniteli prostupu tepla. Jedná se o veličinu závisející na mnoha parametrech, určuje se experimentálně z kriteriálních rovnic.

Příklad 7.3:

Určete tepelné ztráty rovinné cihlové stěny za jednu hodinu. Stěny má tloušťku 45 cm a plochu 15 m^2. Teplota vzduchu na vnější straně je 0 °C a součinitel přestupu tepla 25 W.m^{-2}.K^{-1}. Na vnitřní straně je teplota vzduchu 20 °C a součinitel přestupu tepla je 10 W.m^{-2}.K^{-1}. Tepelná vodivost cihlové stěny je 0,7 W.m^{-1}.K^{-1}.

Rozbor: Prostup tepla stěnou je složený děj, skládající se ze tří fází. V první části děje teplo přechází z jednoho prostředí do stěny, v druhé části děje prochází teplo stěnou a ve třetí přechází ze stěny do druhého prostředí. Souhrnně podmínky za kterými teplo prostupuje těmito třemi fázemi stěnou zachycuje součinitel prostupu tepla *k*. Jeho velikost závisí na součiniteli propustnosti stěny a na obou činitelích přestupu tepla.

Řešení: $\delta = 45$ cm = 0,45 m; $A = 15$ m^2; $t_{v1} = 20$ °C; $t_{v2} = 0$ °C; $\alpha_1 = 25$ W.m^{-2}.K^{-1}; $\alpha_2 = 10$ W.m^{-2}.K^{-1}; $\lambda = 0{,}7$ W.m^{-1}.K^{-1}; $\tau = 1$ hod = 3600 s; $Q = ?$ [J].

Tepelné ztráty budou dány tepelným tokem procházejícím prostupem touto jednoduchou rovinnou stěnou:

$$Q = k.A.(t_{v1} - t_{v2}).\tau$$

$$Q = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}.A.(t_{v1} - t_{v2}).\tau = \frac{1}{\frac{1}{25} + \frac{0,45}{0,7} + \frac{1}{10}}.15.(20 - 0).3600\ \mathrm{J} = 1379562\ \mathrm{J}$$

$Q = 1{,}38$ MJ.

Za hodinu prostoupí stěnou teplo o velikosti 1,38 MJ.

Závěr: Je vidět že tepelné ztráty při přestupu danou stěnou jsou značné, což je dáno zejména vysokým součinitelem tepelné vodivosti. Ve stavební praxi, z důvodu úspor, se používají materiály se součinitelem tepelné vodivosti nižším, řádově kolem 0,1 až 0,2 $W.m^{-1}.K^{-1}$.

Příklad 7.4:

Dva rovnoběžné povrchy – každý má velikost plochy 1,8 m^2 se vzájemně ozařují. Povrch 1 je z oxidované oceli, má teplotu 105 ^oC a emisivitu 0,61. Povrch 2 je z červených cihel, má teplotu 22 ^oC a emisivitu 0,93. Stanovte teplo vzájemně vyzářené mezi povrchy za 1 minutu.

Rozbor: Zářivá energie vyslaná jednotkou povrchu za jednotku času v celém vlnovém rozsahu se nazývá integrální zářivý tok. Zářivou energii vysílají obě plochy, přičemž výsledný zářivý tok (nebo ekvivalentní tepelný tok) je rozdílem obou zářivých toků. Tepelný tok q je závislý na součiniteli vzájemného záření obou stěn c. Jeho velikosti je dána velikost součinitelů obou zářících ploch a součinitelem záření dokonale černého tělesa, jehož velikost je 5,775 $W.m^{-2}.K^{-4}$.

Řešení: A = 1,8 m^2; t_1 = 105 ^oC; c_1 = 0,61; t_2 = 22 ^oC; c_2 = 0,93; τ = 1 min = = 60 s; Q = ? [J].

Nejprve si vyjádříme součinitel vzájemného ozařování:

$$c = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}}$$

ze vzorce zjistíme výsledné vyzářené tepla za 1 min:

$$Q = c.A.\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right].\tau = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}}.A.\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right].\tau$$

$$Q = \frac{1}{\frac{1}{0{,}61} + \frac{1}{0{,}93} - \frac{1}{5{,}775}}.1{,}8.\left[\left(\frac{105 + 273{,}15}{100}\right)^4 - \left(\frac{22 + 273{,}15}{100}\right)^4\right].60\ \mathrm{J} =$$

$Q = 0{,}393.(204{,}5 - 75{,}89).60\ \mathrm{J} = 3032{,}6\ \mathrm{J}.$

Závěr: Velikost vyzářeného tepla při dané ploše je vysoká, což je dáno velkou emisivitou, neboli součinitelem záření, obou stěn a poměrně velkým rozdílem teplot.

Úlohy k procvičení:

Úloha 7.5:

Stěna domu se skládá ze dvou vrstev cihel, první o tloušťce 15 cm, druhé o tloušťce 25 cm. Mezi těmito vrstvami je vrstva izolační skelné vaty o tloušťce 5 cm. Součinitele tepelné vodivosti jsou pro první vrstvu 0,28 $\mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$, druhé vrstvy 0,245 $\mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$, a skelné vaty 0,127 $\mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$. Jakou tloušťku musí mít první vrstva cihel aby bylo možné skelnou vatu vypustit při průchodu stejného tepelného toku ?

[$\delta' = 0{,}26$ m]

Úloha 7.6

Vnější rovinná stěna budovy má šířku 20 m a výšku 16 m. Je vodorovně obtékána vzduchem o teplotě 20 °C, teplota na povrchu stěny je 19 °C. Stanovte hustotu tepelného toku ze vzduchu do stěny a množství tepla sděleného stěně za 10 minut. Součinitel přestupu tepla uvažujte 2,13 $W.m^{-2}.K^{-1}$.

[q = 2,13 $W.m^{-2}$; Q = 409 kJ]

Úloha 7.7:

Určete teplotu vzduchu proudícího překližkovým vzduchovodem o tloušťce 3 mm, jestliže je teplota okolí 23 °C, teplota vnějšího povrchu vzduchovodu je 28 °C. Součinitel přestupu tepla na vnitřní straně vzduchovodu je 72 $W.m^{-2}.K^{-1}$, na vnější straně 15 $W.m^{-2}.K^{-1}$. Součinitel tepelné vodivosti překližky je 0,12 $W.m^{-1}.K^{-1}$. Stěnu vzduchovodu uvažujte rovinnou.

[t_2 = 30,9 °C]

4. Návrh metodiky výuky s použitím navržené sbírky příkladů.

U všech úloh zařazených do této sbírky, je přesně dodrženo jejich členění – skládají se ze zadání, rozboru, řešení a závěru. Nesprávné rozčlenění řešení úlohy může někdy přinést negativní výsledky. Často se stává, že student v touze rychle pokročit v řešení příkladu zvolí nesprávný postup řešení, či dokonce špatně opíše zadání úlohy. Obojí má za následek v lepší případě zdržení při řešení příkladu (a tak následně časovou ztrátu), nebo dokonce chybné řešení celé úlohy.

Při řešení úlohy si student musí v první řádě důkladně a v klidu přečíst zadání, a zvolit správný postup řešení. Tuto fázi řešení úlohy zachycuje rozbor. V rozboru spočívá hlavní metodický význam řešení fyzikálních úloh. V něm student zváží které zákony platí, jakou veličinu hledá, jak je daná veličina definovaná, a tedy jak ji nejsnáze nalezne. Výsledkem rozboru je fyzikální objasnění úlohy a zvolený postup řešení. Zároveň se doporučuje vždy, když je to možné, před přistoupení k výpočtu odhadnout velikost výsledku, což je pak v závěru konfrontováno s výpočtem. Rozbor úlohy je nejdůležitější fází řešení úlohy, a není radno jej podcenit. Po rozboru se může přistoupit k samotnému řešení.

Při řešení je vhodné nejprve udělat zápis úlohy a všechny veličiny dobře označit podle soustavy SI. Znalost veličin a jejich jednotek patří k základním znalostem, které by měl student pedagogické fakulty znát, a to již ze střední školy. Bez této znalosti se nelze při řešení úloh z termomechaniky obejít. Právě správné označení veličin je prvním krokem ke správnému výsledku. Při dobré znalosti jednotek jednotlivých veličin je možné si řadu vzorců odvodit, má-li student, jak se lidově říká, „okno“. Proto je při následné pedagogické praxi u studentů důležité klást zvlášť velký důraz na zvládnutí terminologie, a znalost těchto veličin a jednotek.

Důležitou pomůckou, bez které se při řešení příkladů z termomechaniky student jen těžko obejde, jsou matematicko-fyzikální tabulky. V nich lze najít krom jiného, složitější a obtížněji zapamatovatelné vzorce, důležité konstanty a hlavně empiricky stanovené fyzikální vlastnosti látek, jako jsou například délková teplotní roztažnost, měrná tepelná kapacita, hustota, adiabatický koeficient, tepelná vodivost a mnoho dalších. Pro vyřešení složitějších příkladů jsou znalosti těchto vlastností nezbytností. Po správném zápisu úlohy, nalezení potřebných konstant a výpisu vzorců se student ubírá k vlastnímu řešení.

Pří řešení úloh z termomechaniky je jednoznačně doporučeno použít analytické metody, neboť je cílevědomější a zvláště u složitějších úloh vede rychleji k cíli. Syntetická metoda je vhodná spíše při řešení snadných úloh. Stěžejní u obou metod ovšem je výše zmíněný rozbor úlohy. Při analytické metodě se při rozboru úlohy vyjde z hledané veličiny a hledají se vztahy, jimiž tyto veličiny souvisí s danými veličinami. Dosazováním a úpravami se poté dochází k obecnému výrazu, ze kterého se po dosazení známých veličin, získá rovnou hledanou veličinu. Velmi důležité pravidlo je uvádět výsledné veličiny vždy ve správných jednotkách. Někdy se z didaktických důvodů doporučuje uvádět jednotky ke všem dosazeným veličinám, není to ale nutné. Nutné je uvést jednotku ke všem získaným výsledkům.

V závěru úlohy se provádí diskuse k výsledku, shrnutí poznatků, se kterými se pracovalo, případně rozšíření učiva. Provedení diskuse k výsledku se provádí z důvodu zpětné kontroly studenta, zda-li došel k rozumnému výsledku, nespletl-li se při výpočtech, či nepřevedl nějakou veličinu na základní jednotky. Na to mnohdy studenti zapomínají, a tak je možné se setkat s teplotami v řádech milionů stupňů a podobných nesmyslných výsledků. Někdy se z didaktických důvodů uvádí i rozšíření učiva. V této sbírce bývá v závěru k některým úlohám uvedeno rozšíření učiva např. o převod na jednotky, které nejsou jednotkami soustavy SI, ale s kterými se student může setkat.

Pro vlastní vysvětlování a popis řešený příkladů existuje více didaktických prostředků. Tím nejzákladnější je řešit zadaný příklad na tabuli. To je ovšem poměrně zdlouhavé a pracné, navíc zdržuje následné mytí tabule a zápis zadání příkladu. Mnohem vhodnějším prostředkem je promítnutí příkladů či výtahů z teorie optickým projektorem z průhledných folií na plátno či na tabuli. Zde je nezpochybnitelným kladem možnost opětovného využití folií pro jinou studijní skupinu, případně pro jiný ročník. Další výhodou je poměrně slušná vybavenost škol optickými projektory (třebaže by jich mohlo být více). Jistou a v dnešní době již poměrně výraznou nevýhodou je fakt, že již jednou vytvořené folie není možné měnit, problematické je i jejich doplňování.

Pro výuku je velice výhodné použít datový projektor. Právě používání projektoru do něhož je přiveden signál z notebooku (případně stolního PC) se v poslední době stává velice populární. Je velice názorné vypracovat prezentaci v programu Microsoft Power Point, kde se po jednotlivých krocích postupně otevírá cesta k řešení dané úlohy. V případě postřehů studentů, či při získání doplňujících informací je kdykoliv možné danou prezentaci změnit a vylepšit. Nevýhodou této metody je ovšem stále poměrně vysoká cena projektorů, a při současných poměrech v resortu školství lze jen těžko očekávat, že by se v nejbližší době situace nějak dramaticky zlepšila.

Další aplikací, kde se dá využít výpočetní techniky je fenomén přelomu 2. a 3. tisíciletí internet. Když pominu jeho, dnes již prakticky nepostradatelnou, úlohu při hledání informací a studijních materiálů, je pro řadu pedagogů a studentů významným pomocníkem například při odevzdávání úkolů. Na Stavební fakultě ČVUT Praha se běžně používá systém zadávání domácích úkolů v hodinách a následně jejich odevzdávání přes internet. Pro studenta je tato forma odevzdání úkolu jednoduší v tom, že nemusí vážit (mnohdy dlouhou) cestu za pedagogem, a hned se dozví zdali jeho řešení vedlo ke kýženému cíli. Pro pedagoga je naopak přínosem to, že se nemusí probírat každým úkolem zvlášť ale hned pozná zda-li student úkol splnil či nikoliv.

Z vlastní zkušenosti vím, že vystavit na internet formulář, kam by studenti zadávali hodnoty k nimž došli, a vytvořit skript k jejichž vyhodnocení, je poměrně snadnou záležitostí, která zabere maximálně pár desítek minut času.

Závěr

Hlavní cílem této diplomové práce bylo navrhnout sbírku úloh z termomechaniky, která by byla aplikovatelná do výuky studentů technické výchovy na pedagogické fakultě. Literaturu, se kterou jsem se při psaní této diplomové práce setkal, jsem shledal poměrně na vysoké úrovni, jejím hlavním problémem ovšem bylo, že byla psána pro studenty technických vysokých škol. Daná díla jsou sice na výši, co se týče odbornosti, ale podle mého názoru pro potřeby studia na pedagogické fakultě jdou příliš do hloubky, a jejich zpracování postrádá významnou didaktickou složku.

Většinu úloh jsem převzal z jiných sbírek, které jsou uvedeny seznamu literatury. Svoje úsilí jsem proto zaměřil na transformaci technické literatury pro potřeby vzdělávání budoucích učitelů. Těžiště diplomové práce leží v důsledném dodržování struktury úloh, které jsou rozděleny na zadání, rozbor řešení úlohy, vlastní výpočet a závěr, kde je zhodnocení úlohy, diskuse k výsledku či rozšíření dané látky. Důraz byl kladen na názornost řešení úloh a z části i na metodiku výuky.

Domnívám se, že sbírka tak jak je koncipována, bude dobrým materiálem pro studium technické výchovy na pedagogické fakultě, a vhodným doplňkem skript Hladký, Jan: Úvod do termomechaniky.

Seznam použité literatury

[1] ADAMOVSKÝ, Radomír, NEUBERGER, Pavel: *Termomechanika I – Termodynamika plynů, oběhy v plynech.* 1. vydání Praha, Technická fakulta České zemědělské univerzity, 2000. 85 s. ISBN 80-213-0683-1.

[2] BARTÁK, Jaroslav; ŘEPOVÁ, Jana: *Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro OU a UŠ.* 5. vydání Praha, Státní pedagogické nakladatelství, 1976. 136 s. 14-380-83.

[3] BUREŠ, Jiří: *webové stránky conVERTER – převody jednotek.* 2002. URL: http://www.converter.cz/

[4] HLADKÝ, Jan: *Úvod do termomechaniky.* 1. vydání České Budějovice, Pedagogická fakulta Jihočeské univerzity, 1995. 129 s. ISBN 80-7040-140-0.

[5] JANÁS, Josef: *Kapitoly k úvodu do studia základů techniky.* 1. vydání Brno, Pedagogická fakulta UJEP Brno, 1985. 103 s. 55-044-85.

[6] JÍLEK, Miroslav, RANDA, Zdeněk: *Termomechanika – sbírka příkladů.* Praha, Vydavatelství ČVUT, 2004. 168 s. ISBN 80-01-03107-1.

[7] JANOTKOVÁ, Eva; PAVELEK, Milan; ŠTĚTINA, Josef: *Termomechanika – sbírka příkladů.* Fakulta strojního inženýrství VUT Brno. URL: http://dt.fme.vutbr.cz/Termomechanika/Sbirka/index.htm

[8] KADLEC, Zdeněk: *Termomechanika – návody do cvičení.* 1 vydání Ostrava, Vysoká Škola Báňská – Technická univerzita Ostrava, 2001. 100 s. ISBN 80-7078-912-3.

[9] KAPOUN, Karel: *Fyzika I pro hutnické studijní obory.* 1. vydání Ostrava, Vysoká Škola Báňská v Ostravě, 1990 . 388 s. ISBN 80-7078-052-5.

[10] KAŠPAR, Emil a kol.: *Didaktika fyziky – obecné otázky.* 1. vydání Praha, Státní pedagogické nakladatelství, 1978. 355 s.

[11] KOPAL, Antonín; MACHONSKÝ, Lubor; ŠIMEK, Ladislav; BURIANOVÁ, Lidmila; ČMELÍK, Milan; KAZDA, Václav: *Příklady z fyziky I. – Mechanika, kmity a vlny, nauka o teple*. 4. doplněné vydání Liberec, Technická univerzita v Liberci, 2001. 121 s. ISBN 80-7083-492-7.

[12] MOŠNA, František a kol.: *Didaktika základů techniky I.* 1. vydání Praha, Státní pedagogické nakladatelství, 1990. 269 s. 17-271-90.

[13] MOŠNA, František a kol.: *Didaktika základů techniky II.* 1. vydání Praha, Státní pedagogické nakladatelství, 1991. 310 s. 382-103-91.

[14] NOŽIČKA, Jiří; ADAMEC, Josef; VÁRADIOVÁ, Blanka: *Termomechanika – Sbírka příkladů*. 1. vyd. Praha, Vydavatelství ČVUT, 2002. 140 s. ISBN 80-01-02015-0.

[15] POLÁCH, Eduard: *Pravidla sazby diplomových prací.* České Budějovice, Pedagogická fakulta Jihočeské univerzity, 1998 (Aktualizováno 23.1.2000). URL : http://www.pf.jcu.cz/~edpo/pravidla/pravidla.pdf.

[16] SVOBODA, Emanuel; BARTUŠKA, Karel; BEDNAŘÍK, Milan; LEPIL, Oldřich; ŠIROKÁ, Miroslava. *Přehled středoškolské fyziky*. 3. vyd. Praha : Nakladatelství Prométheus, spol. s r. o., 2001. 497 s. ISBN 80-7196-116-7.

Přílohy

Příloha A: Řešené úlohy k procvičení:

Úloha 1.3:

Určete objem, jaký zaujímá 8,73 kg vzduchu, jestliže jeho měrný objem má hodnotu 1,63 $m^3.kg^{-1}$?

Rozbor: Víme, že měrný objem je definován jako podíl objemu tělesa a jeho hmotnosti, po vyjádření hledané neznámé a dosazení do vzorce získáváme hledaný výsledek

Řešení: m = 8,73 kg; v = 1,63 $m^3.kg^{-1}$; V = ? [m^3].

Ze vzorce pro měrný objem se jednoduše vyjádří objem V a dosadí známé veličiny:

$$v = \frac{V}{m} \Rightarrow V = m.v$$

$V = m.v$ = 8,73.1,63 m^3 = 14,223 m^3.

8,73 kg vzduchu zaujímá objem 14,223 m^3.

Závěr: Při přesnějším zjišťování objemu vzduchu bychom museli vzít v úvahu ještě další proměnné, zejména tlak a teplotu, neboť reálný vzduch mění objem v závislosti na těchto fyzikálních veličinách.

Úloha 1.4:

Barel tvaru válce o průměru 600 mm a výšce 88 cm je naplněna do dvou třetin vodou o hustotě 1,067 $kg.m^{-3}$. Určete měrný objem a hmotnost vody.

Rozbor: Tento příklad je dalším z jednoduchých příkladů na procvičení vztahů mezi veličinami. Hmotnost vody se určí ze vzorce pro výpočet hustoty látky, kterou určíme z měrného objemu, neboť víme, že je převrácenou hodnotou hustoty látky. Veličiny charakterizující velikost barelu je nutné převést na základní jednotky.

Řešení: $d = 600$ mm $\Rightarrow r = 300$ mm $= 0{,}3$ m; $h = 88$ cm $= 0{,}88$ m; $\rho = 1067$ kg.m^{-3}; $v = ?$ [m^3.kg^{-1}]; $m = ?$ [kg].

Zjistit měrný objem v je snadné, neboť je definován jako převrácená hodnota hustoty ρ:

$$v = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{1{,}067}\ \mathrm{m^3.kg^{-1}} = 0{,}937\ \mathrm{m^3.kg^{-1}}$$

Při výpočtu hmotnosti vody je nejprve nutné vyjádřit objem barelu. Voda v něm zaujímá dvě třetiny objemu:

$$V_{vody} = \frac{2}{3}.V_{válce} = \frac{2}{3}.\pi.r^2.h$$

a následně dosadit do vzorce pro výpočet hustoty látky:

$$\rho = \frac{m}{V_{vody}} \Rightarrow m = V_{vody}.\rho = \frac{2}{3}.\pi.r^2.h.\rho$$

$$m = \frac{2}{3}.\pi.r^2.h.\rho = \frac{2}{3}.3{,}14.0{,}3^2.0{,}88.1067\ \mathrm{kg} = 176{,}9\ \mathrm{kg}.$$

Měrný objem vody činí v barelu činí 0,937 m^3.kg^{-1}, její hmotnost je 176,9 kg.

Závěr: U podobných příkladů můžeme pro hrubou kontrolu výsledku myšlenku, že jeden litr vody má hmotnost cca 1 kg. Výsledek se tedy zdá správný. Barel je kromě názvu plechové nádoby tvaru válce, i americkou objemovou mírou, často používanou například při udávání množství ropy. Hodnota barelu (anglicky barrel) je 0,158 987 294 928 m^3. Další používanou jednotkou v USA je gallon, jež má hodnotu 0,003 785 411 784 m^3 (jednotka gallon, používaná ve Velké Británii má hodnotu 0,004 546 09 m^3).

Úloha 1.5:

V nádobě tvaru koule o poloměru 1380 mm, je až po okraj kapalina o hmotnosti 18524 kg a teplotě 30 °C. Určete o jakou se jedná kapalinu a jak by se zvětšil její objem při teplotě 300 °C.

Rozbor: Úloha se skládá ze dvou část. V první řadě jde o zjištění hustoty látky obsažené v nádobě, a na základě tohoto zjištění zjistit v tabulkách, o jakou se jedná látku. Druhá část úlohy je určit, jak by se zvětšil objem kapaliny při zvýšení teploty o 270 °C. Jelikož po výpočtu zjistíme, že se jedná o rtuť, můžeme v tabulkách najít hodnotu součinitele objemové roztažnosti γ, který má v případě rtuti a teplotě 300 °C hodnotu $18{,}6.10^{-5}\ K^{-1}$, a dopočítat hledaný objem po zahřátí.

Řešení: d = 1380 mm $\Rightarrow r$ = 690 mm = 0,69 m; m = 18524 kg; t_1 = 30 °C; t_2 = 300 °C; V = ? [m³].

Nejprve zjistíme objem nádoby ve tvaru koule ze známého matematického vztahu:

$$V_0 = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}.3{,}14.0{,}069^3\ \mathrm{m}^3 = 1{,}37\ \mathrm{m}^3$$

jelikož víme, že hustota kapaliny je podílem hmotnosti a objemu kapaliny, snadno zjistíme její hodnotu:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{18524}{1{,}37}\ \mathrm{kg.m^{-3}} = 13521\ \mathrm{kg.m^{-3}}$$

podle tabulek zjistíme že se jedná o rtuť.

Pro objemovou roztažnost látek platí vztah, ze kterého po dosazení získáme výslednou hodnotu objemu, po zahřátí na 300 °C:

$$V = V_0.(1+\gamma.\Delta t) = V_0.[1+\gamma.(t_2 - t_1)] = 1{,}37.[1+18{,}6.10^{-5}.(300-30)]\ \mathrm{m}^3$$

$$V = 1{,}37.1{,}04914\ \mathrm{m}^3 = 1{,}44\ \mathrm{m}^3.$$

Při 300 °C by se daný objem rtuti zvětšil na 1,44 m³.

Závěr: Z tabulek se můžeme přesvědčit, že rtuť je jedna z látek, u nichž má teplota poměrně malý vliv na změnu objemu, a také látka, u nichž je součinitel objemové roztažnosti praktický neměnný v celém rozmezí dosažitelných teplot. Při 20 °C je tento součinitel $18{,}2.10^{-5}\ K^{-1}$, zatímco při 300 °C je $18{,}6.10^{-5}\ K^{-1}$, což představuje nárůst cca o 2 desetiny procenta. U vody je oproti tomu nárůst mezi 20 °C a 80 °C takřka pětinásobný, z 8.10^{-5} K^{-1} při 20 °C na 36.10^{-5} K^{-1} při 80 °C.

Úloha 1.6:

Určete absolutní tlak v nádobě, jestliže je údaj manometru 44 kPa a barometru 0,101 MPa. Okolní teplota je 0 °C.

Rozbor: Manometr je přístroj na měření tlaku, fungující na principu rovnováhy mezi tlakem vzdušiny v uzavřeném prostou a tlakem vyvozeným sloupcem kapaliny spojené s prostorem vzdušiny. Naměřená hodnota se vyhodnotí na základě výchylky, která se zjistí po ustálení se hladiny kapaliny. Tlak naměřený na manometru je menší než barometrický tlak, jedná se proto o podtlak. Absolutní tlak v nádobě zjistíme po vyjádření absolutního tlaku p ze vzorce $\Delta p = p_b - p$ a dosazení.

Řešení: Δp = 44 kPa = 44.10^3 Pa; p_b = 0,101 MPa = 101.10^3 Pa; p = ? [Pa].

Vyjádříme absolutní tlak a dosadíme

$$\Delta p = p_b - p \Rightarrow p = p_b - \Delta p = 101.10^3 - 44.10^3 \text{ Pa} = 57.10^3 \text{ Pa} = 0{,}57 \text{ MPa}$$

Absolutní tlak má hodnotu 0,057 MPa.

Závěr: Na tomto triviálním příkladě jsme si ukázali základní vztah pro výpočet absolutního tlaku. Pokud by se jednalo o přetlak, vzorec pro výpočet by byl $\Delta p = p - p_b$.

Úloha 1.7:

Tlak v kotli je 177.10^5 Pa v kondenzátoru $3{,}65.10^4$ Pa. Určete absolutní tlak v kotli a kondenzátoru, jestliže barometrický tlak má hodnotu 0,98 MPa.

Rozbor: Hned při pohledu na zadání je vidět že tlak v kotli je větší než barometrický tlak – jedná se proto o přetlak, tlak v kondenzátoru je menší než barometrický – jedná se proto o podtlak. Z teorie víme že jedná-li se o přetlak, absolutní tlak zjistíme, pokud od daného tlaku odečteme tlak barometrický, a jedná-li se o podtlak budeme od barometrického tlaku odčítat tlak zadaný.

Řešení: p_p = 17,7 MPa = 17,7.10^6 Pa; p_v = 36,5 kPa = 36,5.10^3 Pa; p_b = 0,098 MPa = = 98.10^3 Pa; p_{akot} = ? [Pa]; p_{akond} = ? [Pa].

Absolutní tlak v kotli je po vyjádření ze vzorce a dosazení:

$$p_p = p_{akot} - p_a \Rightarrow p_{akot} = p_p + p_b = 17{,}7.10^6 + 98.10^3\,\text{Pa} = 17{,}798.10^6\,\text{Pa} = 17{,}798\,\text{MPa}$$

$$p_v = p_b - p_{akond} \Rightarrow p_{akond} = p_b - p_v = 98.10^3 - 36{,}5.10^3\,\text{Pa} = 61{,}5.10^3\,\text{Pa} = 0{,}0615\,\text{MPa}.$$

Závěr: Tento jednoduchý příklad slouží k procvičení vztahů mezi absolutním tlakem, tlakem barometrickým a tlakem v dané soustavě.

Úloha 1.8:

Ke kompresoru, ze kterého vystupuje tlak 245 kPa, je připojen rtuťový U-manometr. Určete výchylku manometru.

Rozbor: Při řešení příkladu si musíme uvědomit, že k ustálení hodnoty hladiny rtuti, musí platit následující rovnováha: hydrostatický tlak rtuti + barometrický tlak = tlak vystupující z kompresoru. Nejdříve tedy musíme zjistit hydrostatický tlak kapaliny v manometru, v tomto případě rtuti, který je závislý na hustotě kapaliny, gravitačním zrychlení a výšce hladiny. Jedinou neznámou je výška hladiny kapaliny, kterou je hledaná výchylka manometru.

Řešení: Δp = 245 kPa = 245.10^3 Pa; p_b = 101,325.10^3 Pa; Δh = ? [m].

Nejprve ze vzorce, který udává rovnováhu mezi tlaky, podílejícími se na měření, si vyjádříme tlak vyvozený sloupcem rtuti:

$$\Delta p = p_{Hg} + p_b \Rightarrow p_{Hg} = \Delta p - p_b$$

pro hydrostatický tlak rtuti platí vztah:

$$p_{Hg} = h.\rho.g$$

vyjádříme hledanou výšku (výchylku):

$$p_{Hg} = \Delta h.\rho.g = \Delta p - p_b \Rightarrow \Delta h = \frac{\Delta p - p_b}{\rho.g}$$

po dosazení zjistíme výslednou výchylku kapaliny:

$$\Delta h = \frac{\Delta p - p_b}{\rho.g} = \frac{245.10^3 - 101{,}325.10^3}{13595.9{,}81}\ \text{m} = 1{,}077\ \text{m}.$$

Závěr: Pokud by měření na manometru mělo být skutečně přesné, museli bychom vzít ještě další činitele. Museli bychom přepočítat fyzikální veličiny v závislosti na teplotních a tlakových podmínkách. Dále bychom museli vzít v úvahu teplotní dilataci materiálu stupnice udávající výchylku, atd.

Úloha 2.3:

Ocelová součástka o hmotnosti 0,2 kg se ohřívá v pícce, potom se vloží do kalorimetru s 0,5 kg vody o teplotě 20 °C. Po ustálení je teplota vody v kalorimetru 75 °C. Určete teplotu součástky před vložením do kalorimetru.

Rozbor: Kalorimetr je tepelně izolovaná nádoba s míchačkou a teploměrem, která je naplněná v tomto případě vodou. Po vložení ocelové součástky, která má vyšší teplotu než voda, začne docházet k tepelné výměně. Výměna bude probíhat tak dlouho dokud nenastane rovnovážný stav a teplota se neustálí na 75 °C. Původní teplota součástky se zjistí z tzv. kalorimetrické rovnice. Z tabulek zjistíme že měrná tepelná kapacita oceli je 0,469 kJ.kg^{-1}.K^{-1} a měrná tepelná kapacita vody je 4,182 kJ.kg^{-1}.K^{-1}.

Řešení: m_{Fe}= 0,2 kg; m_{H_2O} = 0,5 kg; t_{1H_2O} = 20 °C; t_{2H_2O} = 75 °C; c_{Fe} = 0,469 kJ.kg^{-1}.K^{-1}; c_{H_2O} = 4,182 kJ.kg^{-1}.K^{-1}; t_{1Fe} = ? [°C].

Nejprve se vypočítá teplo předané vodě z oceli:

$$Q_{H_2O} = m_{H_2O}.c_{H_2O}.(t_{2H_2O} - t_{1H_2O}) = 0{,}5.4182.(75-20)\ \text{J} = 115005\ \text{J} = 115\ \text{kJ}.$$

Při rovnováze má odevzdané teplo vodě z ocelové součástky stejnou hodnotu jako teplo vodou přijaté, z tepelné bilance vyjádří teplota, a následně dosadí:

$$Q_{Fe} = m_{Fe}.c_{Fe}.(t_{1Fe} - t_{1H_2O}) \Rightarrow t_{1Fe} - t_{1H_2O} = \frac{Q_{Fe}}{m_{Fe}.c_{Fe}} \Rightarrow t_{1Fe} = \frac{Q_{Fe}}{m_{Fe}.c_{Fe}} - t_{1H_2O}$$

$$t_{1Fe} = \frac{Q_{Fe}}{m_{Fe}.c_{Fe}} - t_{1H_2O} = \frac{115.10^3}{0{,}2.0{,}469.10^3} + 75\,^{\circ}\mathrm{C} = 1225 + 75\,^{\circ}\mathrm{C} = 1300\,^{\circ}\mathrm{C}.$$

Teplota součástky před vložením do kalorimetru činila 1300 °C.

Závěr: Z příkladu vidíme že ocelová součástka snížila svou teplotu o 1225 °C, zatímco voda se ohřála pouze o 50 °C. Je to způsobeno tím, že ocel (a kovy vůbec) je dobrým vodičem tepla, což je patrné i z hodnoty měrné tepelné kapacity. Příčinou je uspořádání molekul kovů, neboť jsou vázány v krystalické mřížce a jejich vzdálenost je menší než např. u vody, tedy předání tepla proběhne rychleji. V praxi, či při výuce v laboratoři, se dá tepelná vodivost různých látek snadno dokázat.

Úloha 2.4:

Do kalorimetru, obsahujícího 0,5 kg vody o teplotě 30 °C se vloží kovová součástka o hmotnosti 0,5 kg, jejíž teplota je 150 °C. Po ustálení je výsledná teplota v kalorimetru 36,7 °C. Určete měrnou tepelnou kapacitu, a o jaký kov se jedná. Hmotnost kalorimetru zanedbáváme.

Rozbor: Po vložení kovové součástky o teplotě 150 °C začne docházet k tepelné výměně mezi součástkou a vodou. Po nastolení rovnovážného stavu naměříme na kalorimetru 36,7 °C. Zjištěné údaje dosadíme do kalorimetrické rovnice, kde je jedinou neznámou hledaná měrná tepelná kapacita hledaného kovu. Měrná tepelná kapacita vody má hodnotu 4,182 kJ.kg^{-1}.K^{-1}.

Řešení: m = 0,5 kg; t = 150 °C; m_{H_2O} = 0,5 kg; t_{1H_2O} = 30 °C; t_{2H_2O} = 36,7 °C; c_{H_2O} = 4,182 kJ.kg^{-1}.K^{-1} = 4182 J.kg^{-1}.K^{-1}; c = ? [J.kg^{-1}.K^{-1}].

Nejprve se vypočítá teplo předané vodě ze součástky:

$$Q_{H_2O} = m_{H_2O}.c_{H_2O}.(t_{2H_2O} - t_{1H_2O}) = 0{,}5.4182.(36{,}7 - 30)\ \mathrm{J} = 14009{,}7\ \mathrm{J}.$$

Teplo předané vodě a teplo vodou přijaté jsou shodné. Z kalorimetrické rovnice vyjádříme měrnou tepelnou kapacitu hledané látky a dosadíme:

$$Q = m.c.(t - t_{1H_2O}) \Rightarrow c = \frac{Q}{m.(t - t_{1H_2O})}$$

$$c = \frac{Q_{H_2O}}{m.(t - t_{1H_2O})} = \frac{14009{,}7}{0{,}5.(150 - 30)}\ \mathrm{J.kg^{-1}.K^{-1}} = 233{,}5\ \mathrm{J.kg^{-1}.K^{-1}}.$$

Zjistili jsme měrnou tepelnou kapacitu, která má hodnotu 233,5 $\mathrm{J.kg^{-1}.K^{-1}}$. Jedná se pravděpodobně o stříbro.

Závěr: Z příkladu vidíme, že pomocí kalorimetru můžeme snadno určit z jakého materiálu je součástka do kalorimetru vložená, známe-li její hmotnost a počáteční teplotu. Při tomto druhu měření, je ovšem nutné pracovat s co nejpřesnějšími hodnotami, abychom určili hledaný materiál s co největší přesností, proto je vhodnější místo klasického kalorimetru použít tzv. Dewarovu nádobu, což je nádoba s dvojitými stěnami, mezi nimiž je vakuum.

Úloha 2.5:

Kolik tepla musíme dodat ledu hmotnosti 8 kg počáteční teploty –10 °C, aby roztál a teplota vzniklé vody se ustálila na +15 °C?

Rozbor: Ohřátí daného množství ledu na vodu je proces skládající se ze tří částí. V první části se z teploty –10 °C ohřívá led, který má měrnou tepelnou kapacitu 2,09 $\mathrm{kJ.kg^{-1}.K^{-1}}$, přiváděním tepla na teplotu 0 °C. V druhé části se musí přivést tolik tepla aby led ohřátý na teplotu 0 °C změnil skupenství na vodu o teplotě 0 °C. Toto měrné teplo má velikost 339 $\mathrm{kJ.kg^{-1}}$. Ve třetí části se voda ohřívá na teplotu +15 °C. Voda má měrnou tepelnou kapacitu 4,182 $\mathrm{kJ.kg^{-1}.K^{-1}}$. Celkové teplo dodané soustavě je součtem tepla dodaného v každé ze jmenovaných tří částí děje.

Řešení: m = 8 kg; t_1 = –10 °C; t_2 = +15 °C; l_t = 339 kJ.kg^{-1}; c_{ledu} = 2,09 kJ.kg^{-1}.K^{-1}; c_{vody} = 4,182 kJ.kg^{-1}.K^{-1}; Q = ? [J].

Celkové teplo se skládá z tepla dodaného ledu, z tepla skupenského a tepla dodané vodě. Po dosazení dostáváme výsledek:

$$Q = Q_{ledu} + L_t + Q_{vody} = m\left[c_{ledu}.(t_t - t_1) + l_t + c_{vody}(t_2 - t_t)\right]$$

$$Q = 8.\left[2090.(0-(-10)) + 339.10^3 + 4182.(15-0)\right] \text{J}$$

Q = 8.422630 J = 3381040 J = 3,38 MJ.

Pro ohřev ledu z –10 °C na vodu +15 °C je třeba dodat teplo 3,38 MJ.

Závěr: Z výsledku vidíme, že teplo dodané soustavě je poměrně velké. Zvláště je zajímavé si všimnout jak velké teplo musíme dodat do soustavy aby led změnil skupenství na vodu.

Úloha 2.6:

Při zkoušení motoru na brzdě se 95 % jeho výkonu spotřebuje na brždění motoru a zbytek, tj. 5 % jsou ztráty do okolí. Brzdící zařízení se chladí vodou o teplotě t_1 = 12 °C, ohřev vody je na teplotu 35 °C. Určete množství vody pro chlazení brzdy motoru, je-li výkon motoru P = 40 kW.

Rozbor: Motor vykonává práci 40000 J, které se ovšem při brždění spotřebuje jen 95%. Mechanická práce vykonaná při brždění 38000 J se při této činnosti, podle I. termodynamického zákona, plně mění na teplo, které ohřívá vodu v chlazení z hodnoty 12 °C na 35 °C. Hledaný objem vody, která chladí brzdící zařízení, vyjádříme ze vzorce pro výpočet tepla dodaného soustavě, teplo nahradíme ekvivalentní veličinou, kterou je v tomto případě mechanická práce. Měrná tepelná kapacita vody je 4,182 kJ.kg^{-1}.K^{-1}. Po dosazení získáme výsledný objem vody v chlazení.

Řešení: $P = 40$ kW $= 40000$ W; $t_1 = 12$ °C; $t_2 = 35$ °C; $c = 4{,}182$ kJ.kg^{-1}.K^{-1}; $m = ?$ [kg].

Motor tedy vykoná za sekundu práci 40000 J, na brždění bude potřeba vykonat (dle zadání) práci ve výši 95% mechanické práce motoru.

$$P \Leftrightarrow W;\ W_{brzdící} = W.0{,}95 = 40000.0{,}95\,\mathrm{J} = 38000\,\mathrm{J}$$

podle I. termodynamického zákona je vykonaná práce ekvivalentní dodanému teplu. V tomto případě se teplo předává systému vodního chlazení brzd, kdy se voda ohřeje z 12 °C na 35 °C:

$$Q = m.c.(t_2 - t_1) \Rightarrow m = \frac{Q}{c.(t_2 - t_1)} \Rightarrow m = \frac{W_{brzdící}}{c.(t_2 - t_1)}$$

po dosazení dostáváme výsledek:

$$m = \frac{W_{brzdící}}{c.(t_2 - t_1)} = \frac{38000}{4182.(35 - 12)}\,\mathrm{m}^3 = 0{,}395\,\mathrm{m}^3.$$

V systému chlazení brzd je 0,395 m^3 vody.

Závěr: Na tomto případě z technické praxe se nám znovu ukazuje, že teplo a mechanická práce jsou ekvivalentní veličiny. Práce spotřebovaná na brždění, se přeměnila v teplo, čímž ohřála vodu, která brzdy chladí.

Úloha 3.7:

Určete hustotu a měrný objem oxidu uhličitého CO_2 při normálních fyzikálních podmínkách, za které považujeme tlak $p = 0{,}101325$ MPa a teplotu 0 °C.

Rozbor: Hustota a její reciproká veličina měrný objem jsou veličiny do jisté míry závislé na tlaku a teplotě. Pro potřeby fyziky a zrychlení jejich výpočtů bylo nutné zavést soustavu nějakých tabulkových hodnot, ze které by se mohlo při zjišťování různých veličin vycházet. Většinou se v tabulkách veličiny udávají za normálního tlaku a teploty, tj. za tlaku atmosférického 101325 Pa a teploty 0 °C. Měrná plynová konstanta pro oxid uhličitý, získaná z tabulek je 188,97 J.kg^{-1}.K^{-1}.

Řešení: p = 0,101325 MPa = 101325 Pa; t = 0 °C; r = 188,97 J.kg^{-1}.K^{-1}; ρ = ? [kg.m^{-3}]; v = ? [m^3.kg^{-1}].

Budeme uvažovat, že plyn CO_2 má vlastnosti ideálního plynu. Vyjdeme ze stavové rovnice ideálního plynu :

$$p.v = r.T \Rightarrow v = \frac{r.T}{p}$$

Termodynamickou teplotu zjistíme ze vztahu T = t + 273,15 = 273,15 K

Dosadíme do stavové rovnice ideálního plynu:

$$v = \frac{r.(t+273{,}15)}{p} = \frac{188{,}97.(0+273{,}15)}{101325}\ \mathrm{m^3.kg^{-1}} = \frac{51617{,}156}{101325}\ \mathrm{m^3.kg^{-1}} = 0{,}51\ \mathrm{m^3.kg^{-1}}$$

Hustota je obrácenou hodnotou měrného objemu, snadno získáváme:

$$\rho = \frac{1}{v} = \frac{1}{0{,}51}\ \mathrm{kg.m^{-3}} = 1{,}96\ \mathrm{kg.m^{-3}}.$$

Závěr: V různých tabulkách se za normální stav udává různá teplota, někdy se používá 0 °C, někdy 20 °C.

Úloha 3.8:

Určete teplotu a hustotu látkového množství 1 kmol vzduchu, který má objem 25 m^3 při tlaku 100 kPa. Vzduch považujeme za ideální plyn.

Rozbor: Při výpočtech v termomechanice se mnohdy setkáváme s množstvím hmoty zadaném v látkovém množství n. Látkové množství je definováno jako podíl hmotnosti látky a její molové hmotnosti. Základní jednotkou je 1 kilomol. K vyjádření teploty ze stavové rovnice ideálního plynu budeme ještě potřebovat zjistit molovou plynovou konstantu R, která má hodnotu 8314,41 J.kmol^{-1}.K^{-1}. Ze stavové rovnice vyjádříme rovněž hustotu vzduchu. Měrná plynová konstanta r pro vzduch činí 287 J.kg^{-1}.K^{-1}.

Řešení: n = 1 kmol; V = 25 m^3; p = 100 kPa; R = 8314,41 J.kmol^{-1}.K^{-1}; r = 287 J.kg^{-1}.K^{-1}; t = ? [°C]; ρ = ? [kg.m^{-3}].

Ze stavové rovnice ideálního plynu vyjádříme termodynamickou teplotu T jako závislost tlaku, objemu, látkového množství a molové plynové konstanty:

$$p.v = r.T \Rightarrow T = \frac{p.v}{r} \Rightarrow T = \frac{p.\frac{V}{m}}{\frac{R}{M}} = \frac{p.V}{R}.\frac{M}{m} = \frac{p.V}{R}.\frac{1}{n} = \frac{p.V}{n.R}$$

Po dosazení:

$$T = \frac{p.V}{n.R} = \frac{100.10^3.25}{1.8314,41}\ \text{K} = 300,7\ \text{K}.$$

Ze stavové rovnice ideálního plynu vyjádříme měrný objem a dosadíme do vzorce pro výpočet hustoty látky:

$$p.v = r.T \Rightarrow v = \frac{r.T}{p}$$

$$\rho = \frac{1}{v} = \frac{p}{r.T} = \frac{100.10^3}{287.300,7}\ \text{kg.m}^{-3} = 1,16\ \text{kg.m}^{-3}.$$

$$T = t - 273,15 = 300,7 - 273,15\ ^{\circ}\text{C} = 27,55\ ^{\circ}\text{C}.$$

Vzduch má při daných podmínkách teplotu 300,7 K, což odpovídá 27,55 °C, a hustotu 1,16 kg.m^{-3}.

Závěr: Co se týče řádu, hustotu vzduchu 1,16 kg.m^{-3} můžeme pokládat za výsledek správný. Za normálního tlaku a teploty mají všechny plyny velmi malou hustotu pohybující se řádově v jednotkách kg.m^{-3}. To je dobré vědět kvůli zpětné kontrole výsledku. Výskyt látkového množství úlohu činí úlohu trochu složitější, ale není problém se ze známých vzorců propracovat až k hledanému vztahu, ze kterého po dosazení získáváme výslednou teplotu.

Úloha 3.9:

Ve válci výbušného motoru je na konci komprese vzduch o tlaku 1,5 MPa a teplotě 430 °C. Za stálého objemu je vzduchu přivedeno 1100 kJ.kg^{-1} tepla. Určete teplotu a tlak na konci změny, má-li vzduch vlastnosti ideálního plynu.

Rozbor: Zajímá nás děj od chvíle, kdy byla v motoru ukončena komprese až po dokončení přívodu tepla. Tato změna proběhla za stálého objemu (komprese nepokračovala, ani nezačala expanze plynu), jedná se tedy o změnu izochorickou. Jako pracovní látka je použit vzduch, jehož měrnou tepelnou kapacitu musíme zjistit jako první. Jelikož ve vzduchu převládá vodík s kyslíkem, což jsou dvouatomové plyny, hodnota Poissonovy konstanty budeme uvažovat 1,4. Z rovnice pro výpočet přivedeného tepla, které je u izochorické změny součinem měrné tepelné kapacity látky a rozdílu teplot, vyjádříme teplotu na konci děje, a ze stavové rovnice ideálního plynu zjistíme konečný objem.

Řešení: p_1 = 1,5 MPa; t_1 = 430 °C; q = 1100 kJ.kg^{-1} = 1,1.10^6 J.kg^{-1}; t_2 = ? [°C]; p_2 = ? [Pa].

Měrnou tepelná kapacita vzduchu při konstantním objemu určíme ze vzorce:

$$c_v = \frac{r}{\kappa - 1} = \frac{287}{1{,}4 - 1}\ \text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} = 717{,}5\ \text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

teplota vzduchu po izochorické změně:

$$q = c_v.(T_2 - T_1) \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{q}{c_v} = (430 + 273{,}15) + \frac{1{,}1.10^6}{717{,}5}\ \text{K} = 2236{,}25\ \text{K}$$

tlak na konci izochorické změny:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow p_2 = p_1.\frac{T_2}{T_1} = 1{,}5.10^6.\frac{2236{,}25}{703{,}15}\ \text{Pa} = 4{,}77.10^6\ \text{Pa}$$

$t_2 = T_2 - 273{,}15 = 2236{,}25 - 273{,}15 = 1963{,}1$ °C

Závěr: Z výpočtu vidíme že pokud dochází ke zvýšení tlaku za stálého objemu, dojde ke zvýšení teploty plynu a zvětšuje se jeho vnitřní energie. Při dodání velkého množství tepla nebo při velkých tlacích, není problém získat tak vysokou teplotu jako v tomto případě v řádově tisících stupních. Při vypočítání řádově vyšších teplot, je radno zapochybovat o správnosti výsledku.

Úloha 3.10:

V tlakové nádobě se ohřívá izochoricky kyslík z tlaku 10 MPa a teploty –50 °C na teplotu +15 °C. Vypočítejte konečný objem, konečný tlak, měrné sdělené teplo a měrnou tlakovou práci, pokládáme-li kyslík za ideální plyn.

Rozbor: Děj probíhá v tlakové nádobě, tedy v uzavřeném prostoru za stálého objemu, jedná se tedy o změnu izochorickou. Konečný objem lze vyjádřit přímo ze stavové rovnice, konečný tlak z její úpravy pro izochorickou změnu. Při této změně se veškeré přivedené teplo mění na přírůstek vnitřní energie plynu, měrná tlaková práce je součinem objemu a rozdílu tlaků. Měrná tepelná kapacita při stálém tlaku má hodnotu 0,917 $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$.

Řešení: $p_1 = 10$ MPa; $t_1 = -50$ °C; $t_2 = +15$ °C; $p_2 = ?$ [Pa]; $v = ?$ [$m^3.kg^{-1}$]; $q = ?$ [$J.kg^{-1}$]; $w_t = ?$ [$J.kg^{-1}$].

Ze stavové rovnice přímo vypočítáme objem kyslíku v nádobě:

$$v = \frac{r.T_1}{p_1} = \frac{259{,}8.(-50 + 273{,}15)}{10^7}\ m^3.kg^{-1} = 0{,}0058\ m^3.kg^{-1}.$$

Pro izochorickou změnu stavu platí, že tlak je nepřímo úměrný teplotě:

$$\frac{p_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow p_2 = p_1.\frac{T_2}{T_1} = 10^7.\frac{15 + 273{,}15}{-50 + 273{,}15}\ \text{Pa} = 1{,}291.10^7\ \text{Pa}.$$

Měrné sdělené teplo a tlaková práce se zjistí z I. termodynamického zákona pro izochorickou změnu stavu:

$$q = c_v.(T_2 - T_1) = \frac{c_p}{\kappa}.(T_2 - T_1) = \frac{917}{1{,}4}.(288{,}15 - 223{,}15)\ J.kg^{-1} = 42389\ J.kg^{-1}$$

$$w_t = v.(p_1 - p_2) = 0{,}0058.(10^7 - 1{,}291.10^7)\ J.kg^{-1} = -16872{,}18\ J.kg^{-1}.$$

Závěr: Vidíme, že výsledná technická práce je záporná. Velikost technické práce je záporná vždy když je přírůstek tlaku menší než 0, jinými slovy: technická práce se koná, jestliže se tlak soustavy snižuje, a spotřebovává jestliže se tlak soustavy zvyšuje.

Úloha 3.11:

Dusík je z počátečního objemu 1,9 m^3 a teploty 200 °C ohříván při konstantním tlaku na trojnásobný objem. Určete konečnou teplotu dusíku. Dusík lze považovat za ideální plyn.

Rozbor: Dusík je ohříván na určitou teplotu, přičemž se mění i jeho objem, konstantní zůstává tlak. Z toho vyplývá, že se jedná o děj izobarický. Ze stavové rovnice ideálního plynu, lze jednoduše vyjádřit termodynamickou teplotu na konci změny a následně ji převést na stupně celsia.

Řešení: $v_1 = 1{,}9$ m^3; $v_2 = 3.v_1 = 5{,}7$ m^3; $t_1 = 200$ °C; $t_2 = ?$ [°C].

$T_1 = (t_1 + 273{,}15) = 200 + 273{,}15\ \mathrm{K} = 473{,}15\ \mathrm{K}$

Ze stavové rovnice ideálního plynu vyjádříme teplotu na konci změny:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = T_1.\frac{v_2}{v_1} \Rightarrow T_2 = T_1.\frac{v_2}{v_1}$$

Po dosazení získáme výsledek, který ještě převedeme na stupně celsia:

$$T_2 = T_1.\frac{v_2}{v_1} = 473{,}15.\frac{5{,}7}{1{,}9}\ \mathrm{K} = 1419{,}45\ \mathrm{K}$$

$t_2 = T_2 - 273{,}15 = 1146{,}3$ °C.

Závěr: Z výpočtu vidíme, že když se objem zvýšil třikrát, zvýšila se třikrát i konečná termodynamická teplota. To vyplývá ze samotného vyjádření stavové rovnice, neboť teplota je přímo úměrná měrnému objemu látky.

Úloha 3.12:

Zadání: Vypočítat změnu vnitřní energie plynu, který expanduje z objemu 0,4 m^3 na objem 0,6 m^3 při konstantním tlaku 300 kPa. Dodané teplo je 125 kJ.

Rozbor: Z I. termodynamického zákona víme, že sdělené teplo je součtem vnitřní energie a objemové práce. Při izobarické změně je objemová práce dána součinem tlaku a přírůstku objemu plynu. Lze tedy snadno vnitřní změnu energie vyjádřit a dopočítat.

Řešení: $v_1 = 0{,}4$ m^3; $v_2 = 0{,}6$ m^3; $p = 300\ \mathrm{kPa} = 300.10^3$ Pa; $Q = 125\ \mathrm{kJ} = 125.10^3$ J; $\Delta U = ?$ [J].

Z I. termodynamického zákona vyjádříme změnu vnitřní energie:

$Q = \Delta U + W \Rightarrow \Delta U = Q - W$

Objemová práce vykonaná při izobarické změně:

$W = p.(V_2 - V_1)$

Po dosazení získáme výsledek:

$\Delta U = Q - p.(V_2 - V_1) = 125.10^3 - 300.10^3.(0{,}6 - 0{,}4)\ \text{J} = 125.10^3 - 60.10^3\ \text{J}$

$\Delta U = 65.10^3 = 65\ \text{kJ}.$

Závěr: Vnitřní energie látky se při izobarické změně zvýšila, jelikož bylo dodáno teplo. Je to logický důsledek I. zákona termodynamiky.

Úloha 3.13:

Ve válci je 0,8 m³ vzduchu o tlaku 0,45 MPa. Určete změnu objemu při zvýšení tlaku na 0,95 MPa při konstantní teplotě.

Řešení: $V_1 = 0{,}8\ \text{m}^3$; $p_1 = 0{,}45\ \text{MPa} = 0{,}45.10^6\ \text{Pa}$; $p_2 = 0{,}95\ \text{MPa} = 0{,}95.10^6\ \text{Pa}$; $V_2 = ?\ [\text{m}^3]$.

Konečný objem vypočítáme z rovnice izotermy:

$$p_1.V_1 = p_2.V_2 \Rightarrow V_2 = V_1.\frac{p_1}{p_2}$$

Po dosazení:

$$V_2 = V_1.\frac{p_1}{p_2} = 0{,}8.\frac{0{,}45.10^6}{0{,}95.10^6}\ \text{m}^3 = 0{,}379\ \text{m}^3$$

$\Delta V = V_2 - V_1 = 0{,}379 - 0{,}8\ \text{m}^3 = -\,0{,}421\ \text{m}^3.$

Objem vzduchu se snížil 0,421 m³.

Závěr: Objem vzduchu v průběhu změny poklesl, jelikož se zvýšil tlak V případě snížení tlaku by byla změna objemu kladná.

Úloha 3.14:

Při izotermickém stlačení 0,8 kg vzduchu o tlaku $0{,}098.10^6$ Pa a teplotě 25 °C byla spotřebována práce 94 kJ. Jaký je tlak vzduchu po kompresi a jaké je odvedené teplo ?

Rozbor: Jelikož se jedná o izotermické stlačení vzduchu, tlak vzduchu se zvětší na určitou hodnotu která je dána množstvím spotřebované práce ke stlačení vzduchu.

Řešení: $m = 0{,}8$ kg; $\rho = 1{,}293$ kg.m^{-3}; $p_2 = ?$ [Pa]; $Q_o = ?$ [J].

$$W = r.T_1.\ln\frac{p_1}{p_2} \Rightarrow \ln\frac{p_1}{p_2} = \frac{W}{r.T_1} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = e^{\frac{W}{r.T_1}} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1}{e^{\frac{W}{r.T_1}}}$$

$$p_2 = \frac{p_1}{e^{\frac{W}{r.T_1}}} = \frac{0{,}098.10^6}{e^{\frac{-94.10^3}{287.(25+273{,}15)}}} = \frac{0{,}098.10^6}{e^{-1{,}099}} = \frac{0{,}098.10^6}{0{,}33} = 0{,}297.10^6 \text{ Pa}$$

$Q = W = -94$ kJ.

Závěr: Podle předpokladu ze zadání, tlak vzduchu se zvětšil. Sdělené teplo je přitom rovno vykonané mechanické práci, a má záporné znaménko, jelikož se odvádí ze soustavy.

Úloha 3.15:

Suchý vzduch teploty 27 °C a tlaku 0,1 MPa adiabaticky expandoval při výstupu do výšky 5400 m, kde byl tlak 5.10^4 Pa. Vypočtěte teplotu vzduchu v této výšce.

Rozbor: Jelikož vzduch expandoval adiabaticky, nedodalo se mu žádné teplo. Výslednou teplotu určíme ze stavové rovnice ideálního plynu pro adiabatickou změnu. Po výpočtu ještě musíme termodynamickou teplotu převést na stupně celsia.

Řešení: $p_1 = 0{,}1$ MPa $= 10^5$ Pa; $t_1 = 27$ °C; $p_2 = 5.10^4$ Pa; $\kappa = 1{,}4$; $t_2 = ?$ [°C].

$$T_2 = T_1.\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = (27+273{,}15).\left(\frac{5.10^4}{10^5}\right)^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}} \text{K} = 300{,}15.0{,}82\,\text{K} = 246\text{ K}$$

$t_2 = T_2 - 273{,}15 = 246 - 273{,}15$ °C $= -27{,}15$ °C

Závěr: Příkladu ilustruje, že čím výše od země člověk je, tím je menší tlak a teplota. Hodnoty tlaku a teploty v závislosti na výšce je možné najít v tabulkách.

Úloha 3.16:

Vzduch v nádobě má počáteční objem 10 m^3 při teplotě 16 $^{\circ}$C a tlaku 96 kPa. Je adiabaticky stlačen na tlak 280 kPa. Zjistěte konečnou teplotu, konečný objem a práci, kterou plyn vykonal při stlačení. Poissonovu konstantu uvažujte κ = 1,4.

Rozbor: Předpokládáme, že stlačení vzduchu proběhne tak rychle, že při něm nedojde k výměně tepla vzduchu s okolím, předpokládáme tedy že děj je adiabatický. Teplota přímo plyne ze stavové rovnice pro adiabatickou změnu. Vykonanou práci zjistíme z I. termodynamického zákona.

Řešení : $V_1 = 10$ m^3; $p_1 = 96$ kPa = 96.10^3 Pa; $p_2 = 280$ kPa = 280.10^3 Pa; $t_1 = 16$ $^{\circ}$C; $\kappa = 1{,}4$; $T_2 = ?$ [K]; $V_2 = ?$ [m^3]; $W = ?$ [J]

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = (16 + 273{,}15) \cdot \left(\frac{280.10^3}{96.10^3}\right)^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}} \text{ K} = 602{,}61\,\text{K}$$

Pro určení konečného objemu vyjdeme opět ze stavové rovnice ideálního plynu:

$$V_2 = V_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = 10 \cdot \left(\frac{96.10^3}{280.10^3}\right)^{\frac{1}{1{,}4}} \text{m}^3 = 10.0{,}466\,\text{m}^3 = 4{,}66 m^3$$

Práci vykonanou při stlačení zjistíme z 1. termodynamického zákona:

$$W = -m.c_v.(T_2 - T_1) = \frac{p_1.V_1}{r.T_1} \cdot \frac{r}{\kappa - 1} \cdot (t_1 - t_2) = \frac{96.10^3.10}{(16 + 273{,}15)} \cdot \frac{1}{1{,}4 - 1} \cdot (16 - 329{,}46) \text{ J}$$

$$W = -260178\,\text{J}.$$

Závěr: Mechanická práce je záporná jelikož se mechanická práce spotřebuje na stlačení plynu a tím pádem na zvýšení jeho vnitřní energie.

Úloha 3.17:

Vzduch o tlaku 150 kPa a teplotě 27 $^{\circ}$C je stlačován z objemu 260 m^3 na 80 m^3. Stlačování probíhá polytropicky, kde polytropický exponent je 1,2. Stanovte objemovou práci, měrnou tepelnou kapacitu při polytropické změně c_n a teplo sdílené mezi soustavou a okolím.

Rozbor: Polytropická změna je obecná vratná změna stavu ideálního plynu. Máme určit objemovou práci vzduchu po proběhnutí této změny, měrnou tepelnou kapacitu při polytropické změně a teplo sdílené mezi soustavou a okolím. Polytropickou objemovou práci zjistíme z I. termodynamického zákona, který říká, že vnitřní změna energie plynu je rozdílem přivedeného tepla a vykonané mechanické práce. Po úpravách výrazu, dostáváme vztah pro výpočet mechanické práce bez nutnosti znát hmotnost látky. Polytropickou změnu určíme ze vztahu mezi měrnou tepelnou kapacitou za stálého objemu, polytropickým exponentem a poissonovou konstantou pro vzduch, kterou uvažujeme $\kappa = 1{,}4$. Teplo odvedené do okolí odvodíme z tepelné bilance.

Řešení: $p = 150$ kPa $= 0{,}15.10^6$ Pa; $t_1 = 27$ °C; $V_1 = 260$ m^3; $V_2 = 80$ m^3; $n = 1{,}2$; $W = ?$ [J]; $Q = ?$ [J]; $c_n = ?$

Ze vztahů pro měrné tepelné kapacity vyplývá:

$$\left.\begin{aligned} &c_p - c_v = r \\ &c_n = c_v.\frac{n-\kappa}{n-1} \\ &c_p = \frac{r}{\kappa - 1}.\kappa \end{aligned}\right\} \Rightarrow c_n - c_v = \frac{r}{n-1}$$

Polytropická objemová práce:

$$W = Q - \Delta U = m.(c_n - c_v).(T_2 - T_1) = m.\frac{r}{n-1}.(T_1 - T_2) = m.\frac{r.T_1}{n-1}.\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$W = m.\frac{r.T_1}{n-1}.\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right] = \frac{p_1.V_1}{r.T_1}.\frac{r.T_1}{n-1}.\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right] = \frac{p_1.V_1}{n-1}.\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right]$$

Po dosazení:

$$W = \frac{p_1.V_1}{n-1}.\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right] = \frac{0{,}15.10^6.260}{1{,}2-1}.\left[1 - \left(\frac{260}{80}\right)^{1{,}2-1}\right] \text{ J} = 1{,}95.10^8.(-0{,}266) \text{ J}$$

$$W = 51{,}84.10^6 \text{ J} = 51{,}84 \text{ MJ}$$

Polytropická měrná tepelná kapacita:

$$c_n = c_v.\frac{n-\kappa}{n-1} = \frac{r}{\kappa-1}.\frac{n-\kappa}{n-1} = \frac{r.(n-\kappa)}{(\kappa-1).(n-1)}$$

Po dosazení:

$$c_n = \frac{r.(n-\kappa)}{(\kappa-1).(n-1)} = \frac{287.(1{,}2-1{,}4)}{(1{,}4-1).(1{,}2-1)} = \frac{-57{,}4}{0{,}08} = -717{,}5J.kg^{-1}.K^{-1}.$$

Teplo odvedené do okolí:

$$Q = m.c_n.(T_2 - T_1) = -\frac{p_1.V_1}{r.T_1}.\frac{r}{\kappa-1}.\frac{n-\kappa}{n-1}.T_1.\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right] = -\frac{p_1.V_1}{\kappa-1}.\frac{n-\kappa}{n-1}.\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right]$$

$$Q = -\frac{p_1.V_1}{\kappa-1}.\frac{n-\kappa}{n-1}.\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right] = -\frac{0{,}15.10^6.260}{1{,}4-1}.\frac{1{,}2-1{,}4}{1{,}2-1}.\left[1-\left(\frac{260}{80}\right)^{1{,}2-1}\right]\text{ J}$$

$$Q = 9{,}75.10^7.(-1).(-0{,}266)\text{ J} = -2{,}592.10^7\text{ J} = -25{,}92\text{ MJ}.$$

Závěr: záporná hodnota měrné polytropické tepelné kapacity udává, že ačkoliv teplota stlačovaného vzduchu roste, teplo je odváděno ze soustavy, z důvodu toho, že soustavě je dodáváno více práce, než je množství odvedeného tepla. Tento příklad je náročný, co se týče vyjadřování fyzikálních veličin a dá se na něm dobře ověřit jak student pochopil vztahy mezi jednotlivými veličinami, které se při popisu změn stavu látky vyskytují. Pokud bychom chtěli výpočet trochu zjednodušit a dosadit předešlý výsledek, můžeme psát:

$$Q = -\frac{p_1.V_1}{\kappa-1}.\frac{n-\kappa}{n-1}.\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right] = -\frac{n-\kappa}{\kappa-1}.W$$

Úloha 3.18:

1,5 kg vzduchu se polytropicky stlačuje z 0,088 MPa, a teploty 18 °C na 0,981 MPa, a teplotu 125 °C. Určete exponent polytropy, spotřebovanou prácí, odvedené teplo a změnu vnitřní energie.

Rozbor: Polytropická změna je obecná vratná změna stavu ideálního plynu. Máme určit polytropický exponent, spotřebovanou práci, odvedené teplo a změnu vnitřní energie. Konečnou teplotu vyjádříme z I. termodynamického zákona, který říká, že vnitřní změna energie plynu je rozdílem přivedeného tepla a vykonané mechanické práce. Vzhledem k tomu hmotnost dusíku je neznámá, nemůžeme přímo dosadit, ale musíme ji vyjádřit skrze vztahy pro výpočet měrné plynové konstanty a měrné tepelné kapacity dusíku za stálého objemu. Po několika krocích získáme složitý výraz, z nějž po dosazení získáme hledanou teplotu. Polytropický exponent vyjádříme z polytropického Poissonova vztahu logaritmizací výrazu.

Řešení: m = 1,5 kg; p_1 = 0,088 MPa; t = 18 °C; p_2 = 0,981 MPa, t_2 = 125 °C; n = ?; W = ? [J]; Q = ? [J]; ΔU = ? [J].

Polytropický exponent vypočteme z polytropického Poissonova vztahu:

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow n=\frac{\ln\frac{p_2}{p_1}}{\ln\frac{p_2}{p_1}-\ln\frac{T_2}{T_1}}=\frac{\ln\frac{p_2}{p_1}}{\ln\frac{p_2}{p_1}-\ln\frac{(t_2+273{,}15)}{(t_1+273{,}15)}}$$

Po dosazení:

$$n=\frac{\ln\frac{p_2}{p_1}}{\ln\frac{p_2}{p_1}-\ln\frac{(t_2+273{,}15)}{(t_1+273{,}15)}}=\frac{\ln\frac{0{,}981.10^6}{0{,}088.10^6}}{\ln\frac{0{,}981.10^6}{0{,}088.10^6}-\ln\frac{(125+273{,}15)}{(18+273{,}15)}}=\frac{2{,}411}{2{,}411-0{,}313}=1{,}149$$

$$W=Q-\Delta U=m.(c_n-c_v).(T_2-T_1)=m.\frac{r}{n-1}.(T_1-T_2)=m.\frac{r.T_1}{n-1}.\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$W=1{,}5.\frac{287.(18+273{,}15)}{1{,}149-1}.\left(1-\frac{125+273{,}15}{18+273{,}15}\right)\text{J}=841208{,}6\text{ J}=-309151\text{ J}$$

$$Q=m.c_n.(T_2-T_1)=m.\frac{r}{\kappa-1}.\frac{n-\kappa}{n-1}.(t_2-t_1)=1{,}5.\frac{287}{1{,}4-1}.\frac{1{,}149-1{,}4}{1{,}149-1}.(125-18)\text{ J}$$

$$Q=-193992\text{ J.}$$

$$W=Q-\Delta U \Rightarrow \Delta U=Q-W$$

$$\Delta U=Q-W=-193992-(-309151)\text{ J}=115159\text{ J.}$$

Závěr: Polytropický exponent se blíží k číslovce 1, je tedy podobný izotermické změně. Mechanická práce byla spotřebována při stlačování vzduchu, píšeme ji se záporným znaménkem, neboť byla odvedena. Jelikož se zároveň při stlačení odvedlo teplo, zvýšila se vnitřní energie plynu.

Úloha 4.2:

Určete stavové veličiny v typických bodech Carnotova oběhu, práci oběhu a termickou účinnost, koná-li jeden kg vzduchu oběh mezi teplotami 327 °C a 27 °C. Nejvyšší tlak je 3.10^6 Pa a nejnižší $1{,}5.10^5$ Pa. Vzduch se chová jako ideální plyn.

Rozbor: Řešíme znovu Carnotův oběh. Skládá se ze dvou izoterm a dvou adiabat. V první části (stavy 1-2) probíhá izotermická expanze s přívodem tepla, v druhé části (stavy 2-3) probíhá adiabatická expanze, ve třetí (stavy 3-4) izotermická komprese, ve čtvrté části (stavy 4-1) pokračuje komprese adiabaticky. V první a třetí části cyklu budeme ze stavové rovnice vyjadřovat měrný objem, ve druhé a čtvrté části budeme vyjadřovat tlak. Následně převedeme měrný objem na objem, který 1 kg při tomto Carnotově cyklu zaujímá vzduch. Přijaté teplo, odevzdané teplo a vykonanou práci zjistíme z I. termodynamického zákona. Účinnost tepelného stroje je definována jako podíl vykonané práce k přivedenému teplu. V případě Carnotova oběhu je účinnost definována jako rozdíl maximální a minimální pracovní teplotu ku maximální pracovní teplotě.

Řešení: $m = 1$ kg; $T_1 = 327$ °C; $T_3 = 27$ °C; $p_1 = 3.10^6$ Pa; $p_3 = 1{,}5.10^5$ Pa; $p_i = ?$ [Pa]; $v_i = ?$ [m^3.kg^{-1}]; $T_i = ?$ [K]; kde $i = 1, 2, 3, 4$; $q_p = ?$ [J.kg^{-1}]; $q_o = ?$ [J.kg^{-1}]; $w_o = ?$ [J.kg^{-1}]; $\eta_T = ?$

<u>Stav 1:</u> Teplota je konstantní, tlak je největší, ze stavové rovnice ideálního plynu se určí měrný objem, který je v tomto bodě oběhu minimální:

$p_1 = 3.10^6$ Pa; $T_1 = 327 + 273{,}15 = 600{,}15$ K

$$v_1 = \frac{r.T_1}{p_1} = \frac{287.600{,}15}{3.10^6}\ \text{m}^3.\text{kg}^{-1} = 0{,}0574\ \text{m}^3.\text{kg}^{-1}.$$

Stav 2: Došlo k izotermické expanzi, pracovní látce bylo dodáno teplo, poklesl tlak, a zvětšil se měrný objem vzduchu v oběhu, za konstantní teploty.

$$p_2 = p_3 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 1{,}15.10^5 . \left(\frac{600{,}15}{300{,}15}\right)^{\frac{1{,}4}{1{,}4-1}} \text{ Pa} = 16{,}971.10^5 \text{ Pa}$$

$T_2 = T_1 = 600{,}15$ K

$$v_2 = \frac{r.T_2}{p_2} = \frac{287.600{,}15}{16{,}971.10^5} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1} = 0{,}10149 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}.$$

Stav 3: Došlo k adiabatické expanzi, měrný objem látky narostl na maximální hodnotu, a tlak klesl na minimální hodnotu.

$p_3 = 1{,}5.10^5$ Pa; $T_3 = 27 + 273{,}15 = 300{,}15$ K

$$v_3 = \frac{r.T_3}{p_3} = \frac{287.300{,}15}{1.5.10^5} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1} = 0{,}574 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}.$$

Stav 4: Došlo k izotermické kompresi, klesá měrný objem plynu, roste tlak v oběhu, z něhož bylo odvedeno teplo:

$$p_4 = p_1 \cdot \left(\frac{T_4}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 3.10^6 . \left(\frac{300{,}15}{600{,}15}\right)^{\frac{1{,}4}{1{,}4-1}} \text{ Pa} = 2{,}6517.10^5 \text{ Pa}$$

$T_4 = T_3 = 300{,}15$ K

$$v_4 = \frac{r.T_4}{p_4} = \frac{287.300{,}15}{2{,}6517.10^5} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1} = 0{,}32471 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}.$$

Z I. termodynamického zákona pro oběh:

Teplo přivádíme při $T_2 = T_1 = 573{,}15$ K

$$q_p = q_{12} = r.T_1.\ln\frac{p_1}{p_2} = 287.600{,}15.\ln\frac{30.10^5}{16{,}971.10^5} \text{ J.kg}^{-1} = 98129{,}8 \text{ J.kg}^{-1}.$$

Teplo odvádíme při $T_3 = T_4 = 303{,}15$ K

$$q_o = q_{34} = r.T_3.\ln\frac{p_4}{p_3} = 287.300{,}15.\ln\frac{2{,}6517.10^5}{1{,}5.10^5} \text{ J.kg}^{-1} = -49078{,}8 \text{ J.kg}^{-1}.$$

$$w_o = q_p + q_o = 98129{,}8 + (-49078{,}8) \text{ J.kg}^{-1} = 49051 \text{ J.kg}^{-1}.$$

Tepelná účinnost Carnotova oběhu:

$$\eta_T = \frac{w_o}{q_p} = \frac{49051}{98129{,}8} = 0{,}4998 = 49{,}98\ \%$$

Závěr: Na základě výsledku si můžeme ověřit, to co jsme předpokládali na základě teoretických znalostí Carnotova oběhu. Maximální tlak a minimální objem má pracovní látka na počátku izotermické expanze, minimální tlak a maximální objem má látka na počátku izotermické komprese. V průběhu těchto dvou cyklů je rovněž přiváděno a odváděno teplo. V průběhu adiabatické expanze a adiabatické komprese není do oběhu přiváděno žádné teplo a oběh koná mechanickou práci. Carnotův cyklus je nejjednodušším oběhem, skutečné oběhy jsou mnohem složitější a také mají menší účinnost. Slouží ovšem dobře k pochopení základů tepelných oběhů, na něž navazují spalovací motory.

Úloha 4.3:

Určete stavové veličiny v typických bodech Carnotova oběhu, práci oběhu, sdělené teplo a termickou účinnost, koná-li 5 kg vzduchu koná oběh mezi teplotami 750 °C a 20°C. Nejvyšší tlak dosažený v průběhu oběhu je 10 MPa a nejnižší 100 kPa. Vzduch se chová jako ideální plyn.

Rozbor: Řešíme znovu Carnotův oběh. Skládá se ze dvou izoterm a dvou adiabat. V první části (stavy 1-2) probíhá izotermická expanze s přívodem tepla, v druhé části (stavy 2-3) probíhá adiabatická expanze, ve třetí (stavy 3-4) izotermická komprese, ve čtvrté části (stavy 4-1) pokračuje komprese adiabaticky. V první a třetí části cyklu budeme ze stavové rovnice vyjadřovat měrný objem, ve druhé a čtvrté části budeme vyjadřovat tlak. Následně převedeme měrný objem na objem, který 5 kg při tomto Carnotově cyklu zaujímá vzduch. Přijaté teplo, odevzdané teplo a vykonanou práci zjistíme z I. termodynamického zákona. Účinnost tepelného stroje je definována jako podíl vykonané práce k přivedenému teplu. V případě Carnotova oběhu je účinnost definována jako rozdíl maximální a minimální pracovní teplotu ku maximální pracovní teplotě.

Řešení: m = 5 kg; T_1= 750 °C; T_3 = 20 °C; $p_1 = 10^7$ Pa; $p_3 = 10^5$ Pa; p_i [Pa] = ?; v_i = ? [m^3.kg^{-1}]; T_i = ? [m^3.kg^{-1}]; kde i = 1, 2, 3, 4; q_p = ? [J]; q_o = ? [J]; w_o = ? [J]; η_T = ?

Stav 1: V tomto bodě oběhu je maximální tlak plynu v oběhu, teplota je konstantní, ze stavové rovnice ideálního plynu se určí měrný objem, který je v tomto bodě oběhu minimální:

$p_1 = 10^7$ Pa; T_1 = 750 + 273,15 = 1023,15 K

$$v_1 = \frac{r.T_1}{p_1} = \frac{287.1023{,}15}{10^7}\ \mathrm{m^3.kg^{-1}} = 0{,}0294\ \mathrm{m^3.kg^{-1}}.$$

Stav 2: Došlo k izotermické expanzi, pracovní látce bylo dodáno teplo, poklesl tlak, a zvětšil se měrný objem vzduchu v oběhu, za konstantní teploty.

$$p_2 = p_3.\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 10^5.\left(\frac{1023{,}15}{293{,}15}\right)^{\frac{1{,}4}{1{,}4-1}}\ \mathrm{Pa} = 7942787{,}3\ \mathrm{Pa} = 7{,}943\ \mathrm{MPa}$$

$T_2 = T_1$ = 1023,15 K

$$v_2 = \frac{r.T_2}{p_2} = \frac{287.1023{,}15}{7{,}943.10^6}\ \mathrm{m^3.kg^{-1}} = 0{,}03697\ \mathrm{m^3.kg^{-1}}.$$

Stav 3: Došlo k adiabatické expanzi, měrný objem látky narostl na maximální hodnotu, a tlak klesl na minimální hodnotu.

$p_3 = 10^5$ Pa; T_3 = 20 + 273,15 = 293,15 K

$$v_3 = \frac{r.T_3}{p_3} = \frac{287.293{,}15}{10^5}\ \mathrm{m^3.kg^{-1}} = 0{,}841\ \mathrm{m^3.kg^{-1}}.$$

Stav 4: Došlo k izotermické kompresi, klesá měrný objem plynu, roste tlak v oběhu, z něhož bylo odvedeno teplo:

$$p_4 = p_1.\left(\frac{T_4}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 10^7.\left(\frac{293{,}15}{1023{,}15}\right)^{\frac{1{,}4}{1{,}4-1}}\ \mathrm{Pa} = 125900\ \mathrm{Pa} = 0{,}1259\ \mathrm{MPa}$$

$T_4 = T_3$ = 293,15 K

$$v_4 = \frac{r.T_4}{p_4} = \frac{287.293{,}15}{0{,}1259.10^6}\ \mathrm{m^3.kg^{-1}} = 0{,}6683\ \mathrm{m^3.kg^{-1}}.$$

Z I. termodynamického zákona pro oběh:

Teplo přivádíme při $T_2 = T_1 = 1023,15$ K

$$q_p = q_{12} = r.T_1.\ln\frac{p_1}{p_2} = 287.1023,15.\ln\frac{10^7}{7,943.10^6}\ \text{J.kg}^{-1} = 67624,5\ \text{J.kg}^{-1}.$$

$Q_p = q_p.m = 67624,5 \,.\, 5$ J $= 338122,5$ J $= 338,12$ kJ.

Teplo odvádíme při $T_3 = T_4 = 293,15$ K

$$q_o = q_{34} = r.T_3.\ln\frac{p_4}{p_3} = 287.293,15.\ln\frac{0,1259.10^6}{10^5}\ \text{J.kg}^{-1} = -19377,6\ \text{J.kg}^{-1}.$$

$Q_o = q_o.m = -19377,6 \,.\, 5$ J $= -96888$ J $= -96,89$ kJ

$W_o = Q_p + Q_o = 338122,5 - 96888$ J $= 241234,5$ J.

Tepelná účinnost Carnotova oběhu:

$$\eta_T = \frac{W_o}{Q_p} = \frac{241234,5}{338122,5} = 0,7135 = 71,35\ \%$$

Závěr: V Carnotově cyklu má pracovní látka maximální tlak a minimální objem na počátku izotermické expanze, minimální tlak a maximální objem má látka na počátku izotermické komprese. V průběhu těchto dvou cyklů je rovněž přiváděno a odváděno teplo. V průběhu adiabatické expanze a adiabatické komprese není do oběhu přiváděno žádné teplo a oběh koná mechanickou práci. Vidíme že daný oběh má velkou účinnost, je to dáno poměrně velkým rozdílem teplot. Čím je rozdíl mezi teplotami větší tím je účinnost stroje větší.

Úloha 5.3:

Tepelnému stroji, který má účinnost 29,8 % je dodáváno teplo 29 MW. Určete výkon stroje a teplo které stroj předává do okolí.

Rozbor: Tepelnému stoji je dodáváno určité teplo Q_p, známe rovněž jeho účinnost. Snadno tedy můžeme určit vykonanou práci W_o, potažmo výkon stroje P, kterou tepelný stroj vykoná. Jelikož vykonaná práce je součtem přijatého a odvedeného tepla, snadno určíme teplo předané do okolí, tedy odvedené teplo, které podle úmluvy píšeme se záporným znaménkem.

Řešení: $Q_p = 29$ MW = 29.10^6 W; $\eta_T = 0{,}298$; $P = ?$ [W]; $Q = ?$ [W].

Ze vzorce pro termickou účinnost snadno určíme výkon tepelného stroje:

$$\eta_T = \frac{W}{Q_p} \Rightarrow W = P = \eta_T . Q_p = 0{,}298.29.10^6 \text{ W} = 8{,}642.10^6 \text{ W}.$$

Velikost odvedeného tepla činí:

$$P = W = Q_p + Q_o \Rightarrow Q_o = W - Q_p = 8{,}642.10^6 - 29.10^6 \text{ W} = -20{,}358 \text{ MW}.$$

Daný tepelný stroj má výkon 8,642 MW a odvádí do okolí teplo $Q_p = 0{,}375$.

Závěr: Na tomto příkladě je vidět jakým způsobem se zjišťuje účinnost tepelných strojů. Výsledná účinnost musí podle I. termodynamického zákona být vždy menší než 1. V případě že výsledná účinnost vyjde větší než 1, jedná se s určitostí o nějakou chybu v postupu nebo výpočtu. Totéž by platilo v případě, pokud by výsledná účinnost byla 1. Jednalo by se pak totiž o tzv. perpetum mobile, což je fiktivní a nerealizovatelný stroj, který by veškerou dodanou energii přeměnil v mechanickou práci.

Úloha 5.4:

Motor automobilu o výkonu 55 kW má tepelnou účinnost 27 %. Stanovte spotřebu paliva za hodinu, jestliže výhřevnost paliva $q_n = 45000$ kJ.kg^{-1}.

Rozbor: Cílem je určit spotřebu paliva za hodinu, jestliže známe je ho výkon a výhřevnosti paliva. Teplo dodané do soustavy je součinem výhřevnosti paliva (neboli měrného tepla) a jeho hmotnosti. Po vyjádření hmotnosti jako podílu dodaného tepla a výhřevnosti paliva a dosazení snadno zjišťujeme jakou bude mít motor spotřebu paliva za sekundu. Spotřebu paliva za hodinu získáme po vynásobení výsledku číslem 3600, neboť 1 hodina je časový úsek o délce 3600 sekund.

Řešení: $P = W_o = 55$ kW = 55.10^3 W; $\eta_T = 0{,}27$; $q_n = 45000$ kJ.kg^{-1} = 45.10^6 J.kg^{-1}; $m = ?$ [kg.hod^{-1}].

Teplo přivedené do systému vyjádříme z účinnosti tepelného stroje:

$$\eta_T = \frac{W_o}{Q_p} \Rightarrow Q = \frac{W_o}{\eta_T} = \frac{55.10^3}{0,27}\ \mathrm{W} = 203,7.10^3 = 203,7\ \mathrm{kW}.$$

Spotřeba paliva:

$$Q = m.q_n \Rightarrow m = \frac{Q_p}{q_n} = \frac{203,7}{45000}\ \mathrm{kg.s^{-1}} = 0,00453\ \mathrm{kg.s^{-1}} = 16,3\,\mathrm{kg.hod^{-1}}.$$

Závěr: V běžném životě jsme zvyklí na používání pro spotřebu paliva míry objemové, což je ovšem způsobeno zažitím slovního spojení spotřeba paliva, jako údaje kolik benzínu se spotřebovalo na ujetí určité vzdálenosti. Zajímavé je porovnat výhřevnost benzínu (42700 kJ.kg^{-1}), hnědého uhlí (10500 – 17200 kJ.kg^{-1}) a nebo například vodíku (95500 kJ.kg^{-1}). Vodík má výhřevnost takřka dvojnásobnou oproti dnešnímu benzínu, což ukazuje kudy by se měl ubírat vývoj nových motorů, byť to s sebou nese mnohé technologické obtíže. Další výhodou vodíku oproti benzínu je jeho takřka neomezený výskyt ve vesmíru.

Úloha 5.5:

1 kg kyslíku o tlaku p_1 = 4,9.10^5 Pa a teplotě t_1 = 127 °C izobaricky expanduje na dvojnásobný objem, pak se izotermicky stlačuje na p_2 = 39,2.10^5 Pa. Určete změnu entropie kyslíku.

Rozbor: Kyslík prodělal dvě změny stavu. Při první změně se zvětšil jeho objem za stálého tlaku na dvojnásobek, při druhé změně se za stálé teploty stlačoval. V prvé řadě zjistíme změnu entropie při první změně stavu kyslík, tedy při izobarické expanzi. Následně vypočítáme změnu entropie při izotermické kompresi a obě hodnoty sečteme. Výsledná hodnota je změnou entropie od počátku první změny, po konec druhé.

Řešení: m = 1 kg; p_1 = 4,9.10^5 Pa; t_1 = 127 °C; v_2 = 2.v_1; p_2 = 39,2.10^5 Pa; ΔS = ? [J.K^{-1}].

Nejprve zjistíme změnu entropie při izobarickém ději:

$$\Delta S_{12} = m.c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = m.c_p \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = m.c_p \ln\left(\frac{2.v_1}{v_1}\right) = m.c_p.\ln 2 = 1.0,971.10^3.0,6931 \text{ J.K}^{-1}$$

$\Delta S_{12} = 0,6535 \text{ J.K}^{-1}$.

Při izotermické kompresi narostla teplota na dvojnásobek:

$$T_{23} = T_1\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = T_1\left(\frac{2.v_1}{v_1}\right) = 2.T_1 = 2.400 \text{ K} = 800 \text{ K}$$

Zjistíme teplo odvedené v průběhu komprese:

$$q_{23} = r.T_{23}.\ln\frac{p_1}{P_2} = 259,8.800.\ln\frac{4,9.10^5}{39,2.10^5} = 259,8.800.(-2,08) \text{ J.kg}^{-1} = -433.10^3 \text{ J.kg}^{-1}$$

Výsledná entropie při izotermické kompresi má podle II. zákona termodynamiky hodnotu:

$$\Delta S_{23} = m.\frac{q_{23}}{T_{23}} = 1.\frac{-433.10^3}{800} \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} = -0,52.10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}.$$

Celková změna entropie je tedy:

$$\Delta S = \Delta S_{12} + \Delta S_{23} = 0,6353.10^3 - 0,52.10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} = 0,1153.10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}.$$

Závěr: Entropie kyslíku v průběhu expanze nejprve vzrostla, v průběhu komprese zase klesla. Celkově však oproti původní hodnotě narostla, což znamená že na konci obou změn se dostalo do soustavy více tepla, než bylo odvedeno.

Úloha 5.6:

Tepelný stroj přijímá během oběhu 550 kJ tepla z rezervoáru o teplotě 800 K. Teplo 125 kJ je přeměněno na práci a zbylých 425 kJ je odvedeno do rezervoáru o teplotě 300 K. Zkontrolujte zda není porušen II. termodynamický zákon na základě Clausiovy nerovnosti a Carnotovy věty.

Rozbor: Clausiova nerovnost je integrální tvar II. Zákona termodynamiky pro oběhy, je to křivkový integrál, který musí být menší nebo rovno 0. Integrál je roven nule pro vratné děje a menší než nula pro děje nevratné. Předpokládáme, že teplo do oběhu vstupuje při konstantní teplotě 800 K, a že je odváděno při 300 K. Carnotova věta vyjadřuje, že žádný tepelný oběh nemůže mít větší účinnost, při daných hodnotách než právě Carnotův. Je proto nutné porovnat účinnost stroje zjištěné z poměru vykonané práce a přivedeného tepla s účinností ideálního stroje, u něhož je termická účinnost dána rozdílem maximální a minimální teploty ku maximální teplotě.

Řešení: $Q_p = 550$ kJ $= 550.10^3$ J; $T_1 = 800$ K; W = 125 kJ; $Q_o = 425$ kJ; $T_2 = 300$ K; $\eta_T = ?$

Po integraci Clausiova křivkového integrálu:

$$\oint \frac{dQ}{T} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_p}{T_1} + \frac{Q_o}{T_2} = \frac{550.10^3}{800 + 273{,}15} + \frac{-425.10^3}{30 + 273{,}15} = -0{,}890$$

Jelikož je Clausiův integrál menší než 0, podmínka II. Zákona termodynamiky je splněna. Totéž ověříme z Carnotovy věty:

$$\eta_T = \frac{W_o}{Q_p} = \frac{Q_p + Q_o}{Q_p} = \frac{550.10^3 - 425.10^3}{550.10^3} = 0{,}227$$

$$\eta_{TC} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{800 + 273{,}15 - (30 + 273{,}15)}{800 + 273{,}15} = 0{,}718$$

$$\eta_T < \eta_{TC}$$

Z toho plyne že Carnotova věta je splněna.

Závěr: Tento příklad je zařazen spíše pro prohloubení teorie. Pro potřeby výuky termomechaniky na pedagogické fakultě, se nevyžaduje znalost výpočtu křivkového integrálu. Prostřednictvím těchto dvou postupů je možné ověřit zdali zadaný tepelný oběh má smysl.

Úloha 6.2:

Určete tlak reálného vodíku při teplotě 10 °C a měrném objemu 10 $m^3.kg^{-1}$.

Rozbor: Při určení reálného stavu vodíku použijeme Beattoevu-Bridgmanovu stavovou rovnici. Konstanty pro vodík se zjistí z tabulek. Měrná plynová konstanta pro vodík činí 4121,7 $J.kg^{-1}.K^{-1}$. Po jednoduchém dosazení získáme výsledný tlak.

Řešení: t = 10 °C; v = 10 $m^3.kg^{-1}$; A_0 = 2,00056.10^{-4} $N.m^4.kmol^{-2}$; a = – 0,00506 $m^3.kmol^{-1}$; B_0 = 0,02096; b = – 0,04359; c = 0,0504 $m^3.kmol^{-1}.K^{-3}$; r = 4121,7 $J.kg^{-1}.K^{-1}$; p = ? [Pa].

Budeme vycházet z Beattoevy-Bridgmanovy rovnice pro reálný vodík:

$$p' = \frac{r.T.\left(1 - \dfrac{0{,}0504}{v.T^3}\right)}{v^2}.\left[v + 0{,}02096.\left(1 + \frac{0{,}04359}{v}\right) - \frac{2{,}00056}{v^2}.\left(1 + \frac{0{,}00506}{v}\right)\right]$$

Po dosazení získáme výsledek:

$$p' = \frac{4121{,}7.283{,}15.\left(1 - \dfrac{0{,}0504}{10.283^3}\right)}{10^2}.\left[10 + 0{,}02096.\left(1 + \frac{0{,}04359}{10}\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{2{,}00056}{10^2}.\left(1 + \frac{0{,}00506}{10}\right)\right] \text{Pa}$$

$p' = 11670{,}593.[10 + 0{,}02105 - 0{,}02]$ Pa = 116718,2 Pa.

Reálný vodík má při teplotě 10 °C a měrném objemu 10 $m^3.kg^{-1}$ tlak 116,7 kPa.

Závěr: Je dobré si povšimnout, že výsledek je poměrně blízký tlaku barometrickému. Za normálního stavu, za který považujeme teplotu 0 °C a tlak 101325 Pa, má vodík měrný objem 11,123 $m^3.kg^{-}$1.

Úloha 6.3:

Porovnejte tlak reálného a ideálního vodíku při teplotě 10 °C a měrném objemu 10 $m^3.kg^{-1}$.

Rozbor: Pro zjištění tlaku reálného vodíku použijeme opět Beattoevu-Bridgmanovu stavovou rovnici jako v úloze 6.3. Tlak ideálního vodíku zjistíme ze stavové rovnice ideálního plynu. Zjištěné konstanty pro vodík zjistíme z tabulek. Měrná plynová konstanta pro vodík činí 4121,7 $J.kg^{-1}.K^{-1}$. Po výpočtech oba tlaky porovnáme.

Řešení: t = 10 °C; v = 10 $m^3.kg^{-1}$; A_o = 2,00056.10^{-4} $N.m^4.kmol^{-2}$; a = – 0,00506 $m^3.kmol^{-1}$; B_0 = 0,02096; b = – 0,04359; c = 0,0504 $m^3.kmol^{-1}.K^{-3}$; r = 4121,7 $J.kg^{-1}.K^{-1}$; p' = ? [Pa]; p = ? [Pa].

Budeme vycházet z Beattoevy-Bridgmanovy rovnice pro reálný vodík, po dosazení získáme výsledek:

$$p' = \frac{r.T.\left(1 - \frac{0,0504}{v.T^3}\right)}{v^2}.\left[v + 0,02096.\left(1 + \frac{0,04359}{v}\right) - \frac{2,00056}{v^2}.\left(1 + \frac{0,00506}{v}\right)\right]$$

$$p' = \frac{4121,7.283,15.\left(1 - \frac{0,0504}{10.283^3}\right)}{10^2}.\left[10 + 0,02096.\left(1 + \frac{0,04359}{10}\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{2,00056}{10^2}.\left(1 + \frac{0,00506}{10}\right)\right]$$

$$p' = 11670,593.[10 + 0,02105 - 0,02] = 116718,2 \text{ Pa}$$

Tlak ideálního vodíku zjistíme snadno ze stavové rovnice ideálního plynu:

$$p.v = r.T \Rightarrow p = \frac{r.T}{v} = \frac{4121,7.(10 + 273,15)}{10} = 116705,9 \text{ Pa}$$

Reálný vodík má při daných podmínkách tlak 116718,2 Pa, ideální vodík má při daných podmínkách tlak 116705,9 Pa. Tlak reálného vodíku je tedy větší než tlak ideálního vodíku.

Závěr: Výpočtem jsme zjistili že tlak reálného vodíku je cca o 12,3 Pa větší než tlak ideálního vodíku. Je to způsobeno kohezním tlakem p_k existujícím v důsledku působení mezimolekulárních sil, o který je skutečný tlak reálné vzdušiny větší. Platí vztah, že reálný tlak $p' = p + p_k$.

Úloha 7.5:

Stěna domu se skládá ze dvou vrstev cihel, první o tloušťce 15 cm, druhé o tloušťce 25 cm. Mezi těmito vrstvami je vrstva izolační skelné vaty o tloušťce 5 cm. Součinitele tepelné vodivosti jsou pro první vrstvu 0,28 $W.m^{-1}.K^{-1}$, druhé vrstvy 0,245 $W.m^{-1}.K^{-1}$, a skelné vaty 0,127 $W.m^{-1}.K^{-1}$. Jakou tloušťku musí mít první vrstva cihel aby bylo možné skelnou vatu vypustit při průchodu stejného tepelného toku ?

Rozbor: Abychom mohli dvě vrstvy nahradit jednou o horších tepelně izolačních vlastnostech, musí zůstat tepelný tok konstantní. Jedna vrstva cihel ovšem bude mít za těchto překladu větší tloušťku než je součet stávající vrstvy cihel + vrstva izolace.

Řešení: δ_1 = 15 cm = 0,15 m; δ_2 = 5 cm = 0,05 m; δ_3 = 25 cm = 0,25 m; λ_1 = 0,28 $W.m^{-1}.K^{-1}$; λ_2 = 0,127 $W.m^{-1}.K^{-1}$; λ_3 = 0,245 $W.m^{-1}.K^{-1}$; δ_1' = ?

Jestliže má nové složení stěny zajistit stejný izolační efekt při změně tloušťky jedné vrstvy a odstranění jiné, musí být tepelné toky stejné q = q':

$$q = \frac{\lambda}{\delta}.\Delta t = \frac{\Delta t}{\frac{\delta}{\lambda}}\ ;\ q = q' \Rightarrow \frac{\Delta t}{\frac{\delta_1}{\lambda_1}+\frac{\delta_2}{\lambda_2}+\frac{\delta_3}{\lambda_3}} = \frac{\Delta t}{\frac{\delta_1'}{\lambda_1}+\frac{\delta_3}{\lambda_3}} \Rightarrow \frac{\delta_1}{\lambda_1}+\frac{\delta_2}{\lambda_2}+\frac{\delta_3}{\lambda_3} = \frac{\delta_1'}{\lambda_1}+\frac{\delta_3}{\lambda_3}$$

Jelikož Δt je konstantní, můžeme jej vykrátit a vyjádřit tloušťku po úpravě:

$$\frac{\delta_1}{\lambda_1}+\frac{\delta_2}{\lambda_2}+\frac{\delta_3}{\lambda_3} = \frac{\delta_1'}{\lambda_1}+\frac{\delta_3}{\lambda_3} \Rightarrow \delta_1' = \lambda_1.\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1}+\frac{\delta_2}{\lambda_2}+\frac{\delta_3}{\lambda_3}-\frac{\delta_3}{\lambda_3}\right) = \lambda_1.\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1}+\frac{\delta_2}{\lambda_2}\right)$$

$$\delta_1' = 0{,}28.\left(\frac{0{,}15}{0{,}28}+\frac{0{,}05}{0{,}127}\right)\text{m} = 0{,}28.(0{,}536+0{,}394)\ \text{m} = 0{,}26\,\text{m}.$$

Závěr: S souladu s předpokladem jsme zjistili, že tloušťka vrstvy, která má mít stejné vlastnosti jako původní tloušťka vrstvy + izolace, bude mít samozřejmě také tloušťku větší. Podobné výpočty jsou důležité při navrhování zdiva při stavebních aplikacích.

Úloha 7.6

Vnější rovinná stěna budovy má šířku 20 m a výšku 16 m. Je vodorovně obtékána vzduchem o teplotě 20 °C, teplota na povrchu stěny je 19 °C. Stanovte hustotu tepelného toku ze vzduchu do stěny a množství tepla sděleného stěně za 10 minut. Součinitel přestupu tepla uvažujte 2,13 W.m^{-2}.K^{-1}.

Rozbor: Teplo přechází podle II. termodynamického zákona ze vzduchu do stěny, vzhledem k tomu, že má stěna nižší teplotu. Po dosazení do vzorců získáme výslednou hustotu tepelného toku a množství sděleného tepla.

Řešení: L = 20 m; h = 16 m; t_s = 19 °C; t_t = 20 °C; α = 2,13 W.m^{-2}.K^{-1}; τ = 10 min = 600 s; q = ? [W.m^{-2}]; Q = ? [J].

Hustota tepelného toku má velikost:

$$q = \alpha.(t_t - t_s) = 2{,}13.(20 - 19) = 2{,}13\ \mathrm{W.m^{-2}}$$

pro množství sděleného tepla platí:

$$Q = q.A.\tau = 2{,}13.20.16.600 = 408960\ \mathrm{J} = 409\ \mathrm{kJ}.$$

Sdělené teplo mezi vzduchem a stěnou za 10 minut má hodnotu 409 kJ.

Závěr: II. termodynamický zákon říká, že teplo vždy přestupuje z vyšší teploty k teplotě nižší, v tomto případě tedy rozdíl teplot je +1 °C. Při dosazení do standardního vzorce pro výpočet hustoty tepelného toku $q = \alpha.(t_s - t_t)$ by výsledná hustota tepelného toku byla záporná, což je sice matematicky správně, nicméně z didaktického hlediska je vhodné vždy zdůraznit že podle II. termodynamického zákona je sdělené teplo kladné.

Úloha 7.7:

Určete teplotu vzduchu proudícího překližkovým vzduchovodem o tloušťce 3 mm, jestliže je teplota okolí 23 °C, teplota vnějšího povrchu vzduchovodu je 28 °C, součinitel přestupu tepla na vnitřní straně 72 W.m^{-2}.K^{-1}, na vnější straně 15 W.m^{-2}.K^{-1}. Součinitel tepelné vodivosti překližky je 0,12 W.m^{-1}.K^{-1}. Stěnu vzduchovodu uvažujte rovinnou.

Rozbor: Prostup tepla bude v tomto případě složen z přestupu tepla z vnějšího prostředí o teplotě 23 °C na vnější stěnu z překližky o teplotě 28 °C, a z prostupu tepla mezi oběma prostředími. Nejprve musíme vyjádřit součinitel prostupu tepla, který charakterizuje prostup tepla stěnou z překližky. Musí platit že tepelný tok mezi stěnou a vnější prostředím (přestup tepla) musí být roven hustotě tepelného toku prostupu tepla z vnějšího prostředí do vnitřního prostředí uvnitř vzduchovodu. Tato rovnost platí jelikož dochází k vzájemné interakci těchto prostředí (vzduchovod-okolí a okolí-vzduch uvnitř vzduchovodu) a tepelná bilance je stejná.

Řešení: δ = 3 mm = 0,003 m; t_{v2} = 23 °C; t_{s2} = 28 °C; α_1 = 72 W.m^{-2}.K^{-1}; α_2 = 15 W.m^{-2}.K^{-1}; λ = 0,12 W.m^{-1}.K^{-1}; t_{v1} = ? [°C].

Hustota tepelného toku vyjádřená z přestupu tepla na vnější straně vzduchovodu:

$$q = \alpha_2.(t_{s2} - t_{v2})$$

$$k_R = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

Současně musí platit:

$$q = k_R.(t_{v1} - t_{v2})$$

$$q = k_R.(t_{v1} - t_{v2}) \Rightarrow t_{v1} = \frac{q}{k_R} + t_{v2} = \frac{\alpha_2.(t_{s2} - t_{v2})}{\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}} + t_{v2}$$

Po dosazení získáváme výsledek:

$$t_{v1} = \frac{\alpha_2.(t_{s2} - t_{v2})}{\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}} + t_{v2} = \frac{15.(28-23)}{\frac{1}{\frac{1}{72} + \frac{0{,}003}{0{,}12} + \frac{1}{15}}} + 23\ ^{\circ}\mathrm{C} = \frac{75}{9{,}47} + 23\ ^{\circ}\mathrm{C} = 30{,}9\ ^{\circ}\mathrm{C}.$$

Závěr: V tomto případě je zkombinován přestup tepla s prostupem tepla. Je důležité si uvědomit rozdíl mezi těmi dvěma ději.

Příloha B: Některé fyzikální konstanty vybraných plynů:

		M	r	ρ	c_p	$k = \frac{c_p}{c_v}$
		[kg.kmol^{-1}]	[J.kg^{-1}.K^{-1}]	[kg.m^{-3}]	[kJ.kg^{-1}.K^{-1}]	[-]
Acetylen	C_2H_2	26,04	319,30	1,17	1,62	1,25
Amoniak	NH_3	17,03	488,22	0,77	2,18	1,29
Argon	Ar	39,95	208,12	1,78	0,52	1,67
Dusík	N_2	28,01	296,84	1,25	1,04	1,40
Etan	C_2H_6	30,07	276,50	1,35	1,65	1,20
Etylen	C_2H_4	28,05	296,42	1,26	1,46	1,25
Helium	He	4,00	2078,62	0,18	5,20	1,67
Chlorovodík	HCl	36,46	228,04	1,63	0,80	1,67
Kyslík	O_2	32,00	259,83	1,43	0,91	1,40
Ox. dusnatý	NO	30,01	277,06	1,34	0,97	1,40
Ox. dusný	N_2O	44,01	188,92	1,97	0,86	1,28
Ox. siřičitý	SO_2	64,06	129,79	2,92	0,59	1,28
Ox. uhličitý	CO_2	44,01	188,92	1,98	0,83	1,30
Metan	CH_4	16,04	518,36	0,72	2,17	1,31
Metylchlorid	CH_3Cl	50,49	164,68	2,31	0,78	1,27
Vodík	H_2	2,02	4116,07	0,09	14,05	1,41
Vodní pára	H_2O	18,02	461,40	0,80	1,86	1,33
Vzduch	-	28,96	287,10	1,29	1,01	1,40

Příloha C: Měrné tepelné kapacity pevných látek při teplotě *t* [°C]:

Kov, slitina	*t* [°C]	*c* [kJ.kg^{-1}.K^{-1}]
Bronz (Cu-9Al-3Fe)	0	0,43
	300	0,51
	700	0,62
Cín	0	0,22
	200	0,26
Hliník	0	0,90
	300	1,03
	600	1,12
Chrom	0	0,43
	300	0,50
	600	0,52
Měď	0	0,39
	400	0,43
	800	0,47
Mosaz (Cu-40Zn)	0	0,38
	200	0,41
	400	0,48
Stříbro	20	0,23
Ocel		
- chromová	0	0,47
	400	0,62
	700	0,96
	900	0,85
	1100	0,65
- chromniklová (18Cr-0,5 Mi)	0	0,51
	500	0,56
	1100	0,63
- uhlíková (0,1 C)	0	0,48
	400	0,61
	700	0,86
	900	0,75
- uhl. na odlitky	20	0,48
	300	0,52
	700	0,64
Olovo	0	0,13
	300	0,14
Rtuť	0	0,14
	500	0,138
Zinek	0	0,38
	200	0,42
	400	0,45
Železo	0	0,44
	300	0,58
	600	0,75

Látka	*t* [°C]	*c* [kJ.kg^{-1}.K^{-1}]
Asfalt	20	0,92
Beton	20	0,88
Beton pórovitý	20	0,80
Dřevo – borovice, jedle,smrk	20	2,72
Guma	20	1,42
Hlína	20	0,88
Heraklit	20	1,67
Kamenina	20	0,80
Koks (10 % popele)	100	0,81
	600	1,29
	1200	1,52
Korek přírodní	20	1,88
Kotelní kámen	20	0,84
Křemen	20	0,75
Led	20	2,14
Lepenka, papír	20	1,34
Mramor	20	0,80
Omítka	20	0,84
Popel	100	0,81
	1000	0,98
Pískovec	20	0,71
Porcelán	20	0,80
	100	1,30
Sádra	20	1,09
Sklo		
křemenné	20	0,73
obyčejné	20	0,77
Sníh	- 40	1,81
Struska vysokopecní	20	0,84
	1000	1,17
Uhlí		
dřevěnné	20	0,84
hnědé 12 % vody	100	1,51
hnědé 48 % vody	100	2,59
kamenné	100	1,10
Umělé hmoty		
bakelit	20	1,59
PE rozvětvený	20	2,30
Polypropylén	20	1,80
PVC čistý	20	1,36
Polystyrén	20	1,26
Zdivo červené	20	1,05