

**Jihočeská univerzita v Český Budějovicích**

**Fakulta pedagogická**

**Katedra matematiky**



## **DIPLOMOVÁ PRÁCE**

### **PALINDROMY A JEJICH VLASTNOSTI**

Autor diplomové práce:

Miroslava Vlčková

Vedoucí diplomové práce:

Doc. RNDr. Pavel Tlustý, CSc.

Datum odevzdání:

26. 4. 2006

PROHLÁŠENÍ:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „Palindromy a jejich vlastnosti“ zpracovala samostatně pod vedením doc. RNDr. Pavla Tlustého, CSc. a použila jsem pramenů uvedených v příloženém seznamu.

V Českých Budějovicích 13. 4. 2006

.....

# **ANOTACE**

Miroslava Vlčková

## **„PALINDROMY A JEJICH VLASTNOSTI“**

PF JU České Budějovice

Katedra matematiky

Diplomová práce se zabývá palindromy a jejich vlastnostmi. Hlavním cílem je popsat a vyšetřit základní vlastnosti palindromů. V diplomové práci jsou také uvedeny zajímavé rovnice a příklady s palindromy.

Tématicky je práce rozdělena na tři části. V první části se práce zaměřuje na to, jak se tvoří palindrom a dále kolik je palindromů s různými ciframi. Druhá část obsahuje rovnice různých typů, palindromické součty a zajímavé druhé a třetí mocniny palindromů. Dále jsou zmíněny některé zajímavé palindromy (např. 2.002) a jejich vlastnosti. Třetí část je věnována palindromům v úlohách matematické olympiády a různých matematických soutěží.

## OBSAH:

1.	Úvod .....	1
2.	Palindromy v textu .....	2
2.1	České palindromy .....	2
2.2	Palindromy v jiných jazycích .....	2
3.	Palindromy v astrologii .....	4
4.	Palindromy v matematice .....	11
4.1	Základní vlastnosti palindromů a jejich počet .....	11
4.1.1	Tvoření palindromů .....	11
4.1.2	Počet palindromických čísel v desítkové soustavě .....	14
4.2	Palindromická prvočísla .....	15
4.3	Palindromy tvořené druhými a třetími mocninami čísel a palindromů .....	16
4.3.1	Palindromy tvořené druhými mocninami čísel a palindromů .....	16
4.3.1	Palindromy tvořené třetími mocninami čísel a palindromů .....	18
5.	Rovnice s palindromy .....	19
5.1	Rovnice, které obsahují všechna jednociferná čísla od 1 až do 9 .....	19
5.1.1	Rovnice typu $A / (B + C) + D / (E + F) + G / (H + I)$ .....	19
5.1.2	Rovnice typu $(A - B) / C + (D - E) / F + (G - H) / I$ .....	19
5.1.3	Rovnice typu $A / (B \cdot C) + D / (E \cdot F) + G / (H \cdot I)$ .....	19
5.1.4	Rovnice typu $(A + B) \cdot C + (D - E) / F + G^H \cdot I$ .....	19
5.1.5	Rovnice typu $(A - B)^C + (D - E)^F + (G - H)^I$ .....	20
5.1.6	Rovnice typu $(A + B)^C + (D + E)^F + (G + H)^I$ .....	20
5.1.7	Rovnice typu $(A / B)^C + (D / E)^F + (G / H)^I$ .....	20
5.1.8	Rovnice typu $(A - B)^C + (D - E)^F + (G - H)^I$ .....	21
5.2	Rovnice typu $x(x + n)$ .....	21
5.3	Rovnice typu $x^2 + 1$ .....	26
5.4	Rovnice typu $x^2 + (x + n)$ .....	27
5.5	Rovnice typu $x(3x - 1) / 2$ .....	31
5.6	Rovnice typu $x(2x - 1)$ .....	32
5.7	Rovnice typu $x(5x - 3) / 2$ .....	32
5.8	Rovnice typu $x + (x + n) + (x + m) + \dots$ .....	33
5.9	Rovnice typu $x + (x + 4) - 1$ .....	35
5.10	Rovnice typu $x(x + n)(x + m)$ .....	35

5.11	Rovnice typu $x^2 + (x + n)^2 + (x + m)^2 + \dots$	35
5.12	Rovnice typu $x^3 + (x + n)^3 + (x + m)^3 + \dots$	39
5.13	Rovnice typu $x^4 + (x + n)^4 + (x + m)^4 + \dots$	40
5.14	Rovnice typu $x^5 + (x + n)^5 + (x + m)^5 + \dots$	40
5.15	Rovnice typu $x^n + (x + 1)^{(n+1)}$	40
5.16	Rovnice typu $x^a + (x + k)^b + (x + l)^c + (x + m)^d + (x + n)^e + (x + m)^f +$ $+ (x + o)^g + (x + p)^h + (x + q)^i$	42
5.17	Rovnice tvořeny z čísel $x, x + 1, \dots$ (čísla po sobě jdoucí)	43
5.18	Další rovnice	44
5.18.1	Rovnice s použitím čísel $[0, 16, 17] = [1, 12, 20] = [2, 10, 21] = [5, 6, 22]$	44
5.18.2	Rovnice s číslicemi 1, 6 a 7	44
5.18.3	Rovnice se sčítáním a odčítáním	44
5.18.4	Rovnice s násobením a dělením	16
5.18.4.1	Násobení čísel vytvořených pouze z číslic 1	46
5.18.4.2	Násobení čísla s jeho zrcadlovým obrazem	47
5.18.4.3	Násobení různých čísel	48
5.18.4.4	Násobení a dělení různých čísel	48
5.18.5	Rovnice s násobením a sčítáním	48
5.18.6	Rovnice s mocninami	48
5.19	Různé palindromické součty	49
5.20	Palindromický trojúhelník	50
6.	Kouzelný palindrom 2002	50
7.	Palindrom 323.323	55
8.	Čísla 1.051 a 1.061	55
9.	Palindrom 64.446	55
10.	Příklady	56
10.1	Palindrom 1.001	56
10.1.1	Dělitelnost čísel číslem 7 (nebo 11 nebo 13)	56
10.1.2	Palindrom 1.001 násoben dvojciferným palindromem	59
10.2	Palindrom jako dělitel	60
10.2.1	10.2.1 Palindrom 11	60
10.2.2	Palindrom 111	61
10.2.3	Palindromy 11.111, 1.111.111.111	62
10.2.4	Palindrom 11.111.111	62

10.2.4.1	Jedinečné vlastnosti čísel .....	62
10.2.5	Palindrom 10.101 .....	64
10.3	Najdi palindrom .....	64
10.4	Kolik je třeba členů součtu? .....	69
10.5	Palindromy a mocniny .....	70
10.6	Hra s číslicemi a znaménky .....	70
11.	Závěr .....	72
12.	Seznam použité literatury .....	73

# 1. ÚVOD

**Palindrom** pochází z řeckých slov **Palin** (couvají) a **dramein** (k běhu), tedy řecké slovo palindromos (palíndromos), doslovně znamená **běžet zpět znovu**.

**Palindrom** je slovo, fráze, číslo nebo nějaký jiný sled jednotek, který se čte zleva i zprava stejně.

Palindromické hříčky v přirozených jazycích mají poměrně bohatou historii (nejstarší palindrom je známý již přes 2.000 let).

S palindromickými čísly se setkáváme v netradičních příkladech v hodinách matematiky. Dále pak v matematických kroužcích, různých matematických olympiádách a matematických soutěžích, nejenom u nás, ale i v zahraničí.

**Aibohphobia** = strach z palindromů, je slovo již samo palindrom.

## 2. PALINDROMY V TEXTU

Literatura psaní v palindromech je příklad omezeného psaní (literární technika, ve které je spisovatel vázán nějakou podmínkou, která zakáže jisté věci nebo předloží vzor).

### 2.1 České palindromy

Palindrom v textu může být slovo nebo i celá věta.

#### SLOVA:

- Krk, madam, radar, rotor, tahat, ...

#### VĚTY:

- Snad nejznámějším český palindrom je věta „KOBYLA MÁ MALÝ BOK“, kde se kromě mezer tolerují i rozdíly v délce samohlásek při čtení zleva i zprava.
- Další poměrně známý palindrom je věta „JELENOVI PIVO NELEJ“, v němž nejsou rozdíly v délce samohlásek.
- Méně známý (a sémanticky méně průhledný ) je relativně dlouhý a co do délky samohlásek čistý palindrom: „MÁM TĚ, DĚVO MÁ KLETÁ. MELE CVOK ROHY, VY HORKO V CELE MÁTE, LKÁM O VĚDĚT MÁM“.
- Další příklady palindromických vět:  
„DO CHLADU SI MÍSU DAL CHOD“  
„DO HÁJE SI JAN ALEŠ ŠEL A NAJÍ SE JAHOD“  
„RÁD LÍBIL SE VÍT SLEČNÁM, MANČE LSTIVÉ SLÍBIL DAR“

### 2.2 Palindromy v jiných jazycích

#### Anglické palindromy:

Palindromy se vyskytují v mnoha západních jazycích, zvláště převládající v angličtině.

#### Japonské palindromy:

V Japonsku se palindromu říká kaibun. Japonské syllabary (slabiky) umožní dělat velmi dlouhé palindromy.



### **Příklady palindromů v dalších jazycích:**

- **holandský:**

*parterretrap*: “schodiště ke přízemí”

- **finský:**

*Solutomaattimittaamotulos*: “výsledek od laboratoře měření pro rajčata”

- **francouzský:**

*elle*: “ona”

- **německý:**

*Reliefpfeiler*: “reliéfní pilíř”

- **maďarský:**

*Erőszakos kannak sok szőre*: “agresivní muži mají množství vlasů.”

- **italský:**

*osso*: “kost”

*otto*: “osm”

- **latinský:**

*Meritis servi munis sinum ivres sitirem.* : “za zásluhy otroka chráníš záliv právem žiznil bych”

- **španělský:**

*Reconocer*: “rozpoznat”

### 3. PALINDROMY V ASTROLOGII

Příchod roku 2000 byl sledován se značnými obavami. Podle lidí, kteří mají zvláště bujnou fantazií, měl být vstup do nového tisíciletí provázen katastrofami či snad koncem světa.

Také v oblasti informačních technologií jsme se velmi obávali příchodu roku 2000 (nazvaného zkratkou Y2K) Černé vidiny kolapsu výpočetního systému byly způsobeny neprozíravě stanoveným formátem uchování kalendářního data. Žádná z těchto chmurných předpovědí nenastala.

Nástup roku 2002 se opět, i když z formálně rozdílných důvodů vymyká normálu. Není již naštěstí spojován s katastrofálními vizemi, nicméně jeho středově symetrická (palindromická) podoba mu rovněž dodává silný nádech výjimečnosti. Naše generace zažila poměrně nedávno jiný letopočet 1991, ale tenkrát nevzbudil takovou pozornost.

Rok 2002, měsíc únor tohoto roku a zvláště pak jeho dvacátý den (počítačové datum 20-02-2002) byly různými hvězdopavci a numerology spojovány s tajuplnými významy a možnostmi.

Jak podle agentury Reuters zdůraznil profesor matematiky John Cremona z britské univerzity v Nottinghamu, naposledy se takto zajímavě čas a datum spojily před téměř tisícem let, dopoledne 11. listopadu roku 1111! A znovu si na trojnásobný palindrom času, data a roku počkáme dalších 106 let - do 21 hodin 12 minut 21. prosince 2112!

Další zajímavé datum, kdy je předpokládán konec světa vlivem katastrofálních záplav je rok 2880. Vždy byly palindromická čísla spojována se zvláštními magickými vlastnostmi, a tak pokud se sečtou dva palindromy  $2.002 + 878 = 2.880$ , vidinu konce světa v roce 2880 u lidí, zabývající se těmito zvláštností, ještě umocňuje.

Někteří lidé ale nevěří, že roky tvořené palindromickými čísly jsou spojeny s katastrofami nebo dokonce s koncem světa. Myslí si naopak, že tyto roky jsou pozitivní. Zajímavé je, že dříve narození již prožili dva tyto roky 1994 a 2002. Další příležitost bude až v roce 2992 a 3003, čehož se my už nedožijeme. Podobně tato příležitost byla v 999 a 1001.

Pokud datum 2. října 2001 zapíšeme pomocí číslic ve formátu MMDDRRRR (tedy dvě číslice měsíce, dvě dne a čtyři roku) dostaneme 10022001, což je palindrom.

## 4. PALINDROMY V MATEMATICE

### 4. 1 Základní vlastnosti palindromů a jejich počet

#### Palindromické číslo

**Palindromické číslo** je číslo, které se nezmění, napíšeme-li ho pozpátku (pro všechny číslice). Např. 11, 111, 1 111, ale i 12 321 nebo 2 867 682.

**Číselné palindromy** jsou utvořeny číslicemi 0 až 9, ovšem s malým omezením na použitelnost číslice; protože zápis (nenulového) přirozeného čísla nesmí začít nulou, může být na prvním (a tedy i posledním) místě palindromického čísla pouze nenulová číslice.

#### 4. 1. 1 Tvoření palindromů

Vezmeme-li jakékoli číslo, přičteme k němu jeho zrcadlový obraz, totéž uděláme s výsledkem atd., dostaneme dříve či později palindromické číslo.

❖ **Někdy pro nalezení palindromu stačí pouze jeden krok.**

Např.:      •  $13 + 31 = 44$                       •  $18 + 81 = 99$

❖ **Jindy potřebujeme více kroků:**

Např.:

•  $64 + 46 = 110$

$$110 + 011 = \mathbf{121} \text{ (dva kroky)}$$

---

•  $68 + 86 = 154$

$$154 + 451 = 605$$

$$605 + 506 = \mathbf{1\ 111} \text{ (tři kroky)}$$

---

•  $87 + 78 = 165$

$$165 + 561 = 726$$

$$726 + 627 = 1353$$

$$1353 + 3531 = \mathbf{4884} \text{ (čtyři kroky)}$$

Ve skutečnosti, asi pro 80 % všech čísel menších než 10.000 potřebujeme 4 nebo i méně kroků. Asi pro 90 % potřebujeme 7 kroků nebo i méně.

Vzácný případ je číslo 89, kde až po 24 krocích dostaneme palindromické číslo 8 813 200 023 188:

1. krok:  $89 + 98 = 187$
2. krok:  $187 + 781 = 968$
3. krok:  $968 + 869 = 1.837$
4. krok:  $1.837 + 7.381 = 9.218$
5. krok:  $9.218 + 8.129 = 17.347$
6. krok:  $17.347 + 74.371 = 91.718$
7. krok:  $91.718 + 81.719 = 173.437$
8. krok:  $173.437 + 734.371 = 907.808$
9. krok:  $907.808 + 808.709 = 1.716.517$
10. krok:  $1716517 + 7156171 = 8872688$
11. krok:  $8.872.688 + 8.862.788 = 17.735.476$
12. krok:  $17.735.476 + 67.453.771 = 85.189.247$
13. krok:  $85.189.247 + 74.298.158 = 159.487.405$
14. krok:  $159.487.405 + 504.784.951 = 664.272.356$
15. krok:  $664.272.356 + 653.272.466 = 1.317.544.822$
16. krok:  $1.317.544.822 + 2.284.457.131 = 3.602.001.953$
17. krok:  $3.602.001.953 + 3.591.002.063 = 7.193.004.016$
18. krok:  $71.93.004.016 + 6.104.003.917 = 13.297.007.933$
19. krok:  $13.297.007.933 + 33.970.079.231 = 47.267.087.164$
20. krok:  $47.267.087.164 + 46.178.076.274 = 93.445.163.438$
21. krok:  $93.445.163.438 + 83.436.154.439 = 176.881.317.877$
22. krok:  $176.881.317.877 + 778.713.188.671 = 955.594.506.548$
23. krok:  $955.594.506.548 + 845.605.495.559 = 1.801.200.002.107$
24. krok:  $1.801.200.002.107 + 7.012.000.021.081 = \mathbf{8.813.200.023.188}$

Stane se z každého čísla nakonec palindrom? To dnes nikdo neví, protože to stále ještě není dokázané. Existují totiž některá čísla, která nevypadají, že by se z nich mohl někdy stát palindrom. Takové číslo je např. číslo 196, u kterého ještě nebylo jeho palindromické číslo nalezeno. Tato čísla se nazývají **Lychrels** a v prvních 10000 jich je 249.

**Pro zajímavost uvádím některá čísla a počet kroků, po nichž vytvoříme palindromy:**

<b>Číslo</b>	<b>Počet kroků</b>	<b>Palindrom</b>
147.996	58	<b>8.834.453.324.841.674.761.484.233.544.388</b>
150.296	64	<b>682.049.569.465.550.121.055.564.965.940.286</b>
1.000.689	78	<b>796.589.884.324.966.945.646.549.669.423.488.985.697</b>
1.005.744	79	<b>796.589.884.324.966.945.646.549.669.423.488.985.697</b>
1.017.501	80	<b>14.674.443.960.143.265.333.356.234.106.934.447.641</b>
7.008.899	82	<b>68.586.378.655.656.964.999.946.965.655.687.368.586</b>
9.008.299	96	<b>555.458.774.083.726.674.580.862.268.085.476.627.380.477.854.555</b>
100.239.862	97	<b>1.345.428.953.367.763.125.675.365.555.635.765.213.677.633.598.245.431</b>
140.669.390	98	<b>1.345.428.953.367.763.125.675.365.555.635.765.213.677.633.598.245.431</b>
1.090.001.921	<b>99</b>	<b>6.634.544.448.788.301.675.886.446.885.761.038.878.444.454.366</b>
1.009.049.407	<b>101</b>	<b>1.543.434.266.587.555.114.779.722.279.774.115.557.856.624.343.451</b>
1.050.027.948	104	<b>5.831.124.885.795.990.016.569.666.669.656.100.995.975.884.211.385</b>
1.304.199.693	105	<b>5.831.124.885.795.990.016.569.666.669.656.100.995.975.884.211.385</b>
1.005.499.526	109	<b>663.300.694.783.789.857.743.455.466.645.543.477.589.873.874.960.033.66</b>

Při tvoření palindromů nemůžeme předem říci, kolik výsledný palindrom bude mít cifer. Proto zde nezáleží na počtu cifer původního čísla. Také zde vždy neplatí, čím větší původní číslo, tím větší výsledný palindrom nebo naopak. Pro srovnání nám mohou sloužit předchozí čísla a jejich palindromy.

## 4. 1. 2 Počet palindromických čísel v desítkové soustavě

- S jednou číslicí je **10 palindromů**

{**0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**} = všechna čísla jsou palindromy.

- Se dvěma číslicemi je **9 palindromů**

{**11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99**}.

- Se třemi číslicemi je **90 palindromů**

{**101, 111, 121, 131, 141, 151, 161, 171, 181, 191, ..., 909, 919, 929, 939, 949, 959, 969, 979, 989, 999**}

- Se čtyřmi číslicemi je **90 palindromů**

{**1.001, 1.111, 1.221, 1.331, 1.441, 1.551, 1.661, 1.771, 1.881, 1.991, ..., 9.009, 9.119, 9.229, 9.339, 9.449, 9.559, 9.669, 9.779, 9.889, 9.999**}

- S pěti číslicemi je **900 palindromů**

{**10.001, 10.101, 10.201, 10.301, 10.401, 10.501, 10.601, 10.701, 10.801, 10.901, ... , 99.099, 99.199, 99.299, 99.399, 99.499, 99.599, 99.699, 99.799, 99.899, 99.999**}

- S šesti číslicem je **900 palindromů**

{**100.001, 101.101, 102.201, 103.301, 104.401, 105.501, 106.601, 107.701, 108.801, 109.901, ... , 990.099, 991.199, 992.299, 993.399, 994.499, 995.599, 996.699, 997.799, 998.899, 999.999**}

Z těchto čísel jsme zjistili, že v jednom miliónu je  $9 + 9 + 90 + 90 + 900 + 900 = 1998$  palindromů. To je 0,1998 %. Vidíme, že skoro každé pětisté číslo v prvním miliónu je palindrom.

## 4.2 Palindromická prvočísla

### Prvočísla

Prvočíslo je přirozené číslo, které má právě dvě různá přirozená čísla za dělitele, a to číslo 1 a samo sebe. Přirozené číslo, které má aspoň 3 různé dělitele, se nazývá **číslo složené**. Číslo 1 není ani prvočíslo ani číslo složené, neboť má jediného dělitele, samo sebe. Všechny prvočísla jsou lichá s výjimkou čísla 2, protože každé sudé číslo je kromě čísla 1 a samo sebe dělitelné i dělitelem 2 (u dvojky je to právě samo sebou).

Každé složené přirozené číslo lze zapsat jako součin několika prvočísel, a to až na pořadí činitelů, jediným způsobem. Tomuto zápisu se říká **kanonický rozklad čísla v prvočinitele**.

### Palindromická prvočísla

Mezi prvočíslly můžeme najít spoustu palindromů.

- **Jednociferná palindromická prvočísla:**

Jak již víme, tak všechny jednociferná čísla jsou palindromy, proto prvočísla **2, 3, 5, 7** jsou též palindromy.

- **Dvojciferná palindromická prvočísla:**

Další dvojciferné prvočíslo **11** je také palindrom, které je jediné dvojciferné palindromické prvočíslo. Nemůže jich být více, protože všechna ostatní dvojciferná palindromická čísla jsou dělitelná **11**. (Jsou to čísla **22, 33, 44, ... ,88, 99**)

- **Trojciferná palindromická prvočísla:**

<b>101</b>	<b>313</b>	<b>727</b>	<b>919</b>
<b>131</b>	<b>353</b>	<b>757</b>	<b>929</b>
<b>151</b>	<b>373</b>	<b>787</b>	
<b>181</b>	<b>383</b>	<b>797</b>	
<b>191</b>			

- **Čtyřciferné palindromické prvočíslo** neexistuje, protože všechny čtyřciferné palindromy jsou dělitelné 11.

Např.: **4.554** jsou dělitelné 11.

$$\text{Např.: } 4.554 = 4.004 + 550 = 4 \cdot 1.001 + 550 = 4 \cdot 91 \cdot 11 + 11 \cdot 50 = 11 \cdot (4 \cdot 91 + 50)$$

- **Pěticiferných palindromických prvočísel je 93.**
- **Šesticiferné palindromické prvočíslo neexistuje, protože stejně jako u čtyřciferných, jsou všechny palindromy dělitelné 11.**
- **Sedmiciferných palindromických prvočísel je 7.**

## **4.3 Palindromy tvořené druhými a třetími mocninami čísel a palindromů**

### **4.3.1 Palindromy tvořené druhými mocninami čísel a palindromů**

Všechny palindromické druhé mocniny mohou končit pouze číslicí **1, 4, 5, 6** nebo **9**.

$1^2 = 1$	$101^2 = 10.201$	$1.001^2 = 1.002.001$
$2^2 = 4$	$111^2 = 12.321$	$1.111^2 = 1.234.321$
$3^2 = 9$	$121^2 = 14.641$	$2.002^2 = 4.008.004$
$11^2 = 121$	$212^2 = 44.944$	$2.285^2 = 5.221.225$
$22^2 = 484$	$264^2 = 69.696$	$2.636^2 = 6.948.496$
$26^2 = 676$	$307^2 = 94.249$	
	$836^2 = 698.896$	
$10.001^2 = 100.020.001$		$20.002^2 = 400.080.004$
$10.101^2 = 102.030.201$		$20.102^2 = 404.090.404$
$10.201^2 = 104.060.401$		$22.865^2 = 522.808.225$
$11.011^2 = 121.242.121$		$24.846^2 = 617.323.716$
$11.111^2 = 123.454.321$		$30.693^2 = 942.060.249$
$11.211^2 = 125.686.521$		
$100.001^2 = 10.000.200.001$		$111.111^2 = 12.345.654.321$
$101.101^2 = 10.221.412.201$		$200.002^2 = 40.000.800.004$
$110.011^2 = 12.102.420.121$		$798.644^2 = 637.832.238.736$



**1.000.001<sup>2</sup> = 1.000.002.000.001**  
**1.001.001<sup>2</sup> = 1.002.003.002.001**  
**1.002.001<sup>2</sup> = 1.004.006.004.001**  
**1.010.101<sup>2</sup> = 1.020.304.030.201**  
**1.011.101<sup>2</sup> = 1.022.325.232.201**  
**1.012.101<sup>2</sup> = 1.024.348.434.201**  
**1.042.151<sup>2</sup> = 1.086.078.706.801**  
**1.100.011<sup>2</sup> = 1.210.024.200.121**  
**1.102.011<sup>2</sup> = 1.214.428.244.121**

**1.109.111<sup>2</sup> = 1.230.127.210.321**  
**1.110.111<sup>2</sup> = 1.232.346.432.321**  
**1.111.111<sup>2</sup> = 1.234.567.654.321**  
**1.270.869<sup>2</sup> = 1.615.108.015.161**  
**2.000.002<sup>2</sup> = 4.000.008.000.004**  
**2.001.002<sup>2</sup> = 4.004.009.004.004**  
**2.012.748<sup>2</sup> = 4.051.154.511.504**  
**2.294.675<sup>2</sup> = 5.265.533.355.625**  
**3.069.307<sup>2</sup> = 9.420.645.460.249**

**10.000.001<sup>2</sup> = 100.000.020.000.001**  
**10.011.001<sup>2</sup> = 100.220.141.022.001**  
**10.100.101<sup>2</sup> = 102.012.040.210.201**  
**1.0111.101<sup>2</sup> = 102.234.363.432.201**  
**11.000.011<sup>2</sup> = 121.000.242.000.121**  
**11.011.011<sup>2</sup> = 121.242.363.242.121**

**11.100.111<sup>2</sup> = 123.212.464.212.321**  
**11.111.111<sup>2</sup> = 123.456.787.654.321**  
**11.129.361<sup>2</sup> = 123.862.676.268.321**  
**11.129.361<sup>2</sup> = 123.862.676.268.321**  
**12.028.229<sup>2</sup> = 144.678.292.876.441**  
**12.866.669<sup>2</sup> = 16.5551.171.155.561**

**20.000.002<sup>2</sup> = 400.000.080.000.004**  
**30.001.253<sup>2</sup> = 900.075.181.570.009**

**64.030.648<sup>2</sup> = 4.099.923.883.299.904**

**100.000.001<sup>2</sup> = 10.000.000.200.000.001**  
**100.010.001<sup>2</sup> = 10.002.000.300.020.001**  
**100.020.001<sup>2</sup> = 10.004.000.600.040.001**  
**100.101.001<sup>2</sup> = 10.020.210.401.202.001**  
**100.111.001<sup>2</sup> = 10.022.212.521.222.001**  
**100.121.001<sup>2</sup> = 10.024.214.841.242.001**  
**101.000.101<sup>2</sup> = 10.201.020.402.010.201**  
**101.010.101<sup>2</sup> = 10.203.040.504.030.201**  
**101.020.101<sup>2</sup> = 10.205.060.806.050.201**  
**101.101.101<sup>2</sup> = 10.221.432.623.412.201**  
**101.111.101<sup>2</sup> = 10.223.454.745.432.201**

**110.000.011<sup>2</sup> = 12.100.002.420.000.121**  
**110.010.011<sup>2</sup> = 12.102.202.520.220.121**  
**110.020.011<sup>2</sup> = 12.104.402.820.440.121**  
**110.091.011<sup>2</sup> = 12.120.030.703.002.121**  
**110.101.011<sup>2</sup> = 12.122.232.623.222.121**  
**110.111.011<sup>2</sup> = 12.124.434.743.442.121**  
**111.000.111<sup>2</sup> = 12.321.024.642.012.321**  
**111.010.111<sup>2</sup> = 12.323.244.744.232.321**  
**111.091.111<sup>2</sup> = 12.341.234.943.214.321**  
**111.101.111<sup>2</sup> = 12.343.456.865.434.321**  
**111.111.111<sup>22</sup> = 12.345.678.987.654.321**

**200.000.002<sup>2</sup> = 40.000.000.800.000.004**  
**200.010.002<sup>2</sup> = 40.004.000.900.040.004**

**306.930.693<sup>2</sup> = 94.206.450.305.460.249**

$$1.000.000.001^2 = 1.000.000.002.000.000.001$$

$$1.100.110.011^2 = 1.210.242.036.302.420.121$$

$$1.000.110.001^2 = 1.000.220.014.100.220.001$$

$$1.001.001.001^2 = 1.002.003.004.003.002.001$$

$$1.001.111.001^2 = 1.002.223.236.323.222.001$$

$$1.010.000.101^2 = 1.020.100.204.020.010.201$$

$$1.010.110.101^2 = 1.020.322.416.142.230.201$$

$$1.011.001.101^2 = 1.022.123.226.223.212.201$$

$$1.011.111.101^2 = 1.022.345.658.565.432.201$$

$$1.100.000.011^2 = 1.210.000.024.200.000.121$$

$$1.101.001.011^2 = 1.212.203.226.223.022.121$$

$$1.101.111.011^2 = 1.212.445.458.545.442.121$$

$$1.110.000.111^2 = 1.232.100.246.420.012.321$$

$$1.110.110.111^2 = 1.232.344.458.544.432.321$$

$$1.111.001.111^2 = 1.234.323.468.643.234.321$$

$$2.000.000.002^2 = 4.000.000.008.000.000.004$$

$$2.062.386.218^2 = 4.253.436.912.196.343.524$$

$$2.481.623.254^2 = 6.158.453.974.793.548.516$$

### 4.3.1 Palindromy tvořené třetími mocninami čísel a palindromů

$$7^3 = 343$$

$$11^3 = 1.331$$

$$2.201^3 = 10.662.526.601$$

$$101^3 = 1.030.301$$

$$111^3 = 1.367.631$$

## 5. ROVNICE S PALINDROMY

### 5.1 Rovnice, které obsahují všechna jednociferná čísla od 1 až do 9

Pozn.: Písmena A, B, C, D, E, F, G, H, I jsou číslice od 1 do 9 (nemusí být popořadě)

#### 5.1.1 ROVNICE TYPU $A / (B + C) + D / (E + F) + G / (H + I)$

$$1/(2+4) + 5/(7+8) + 6/(3+9) = 1$$

$$2/(7+8) + 3/(6+9) + 4/(1+5) = 1$$

$$2/(6+9) + 3/(7+8) + 4/(1+5) = 1$$

#### 5.1.2 ROVNICE TYPU $(A - B) / C + (D - E) / F + (G - H) / I$

$$(2-8)/1 + (4-9)/3 + (5-7)/6 = -8$$

$$(5-7)/6 + (8-4)/3 + (9-2)/1 = 8$$

$$(2-9)/1 + (3-6)/4 + (5-7)/8 = -8$$

$$(6-3)/4 + (7-5)/8 + (9-2)/1 = 8$$

$$(2-9)/1 + (4-8)/3 + (7-5)/6 = -8$$

$$(7-4)/2 + (8-5)/6 + (9-3)/1 = 8$$

$$(3-9)/1 + (4-7)/2 + (5-8)/6 = -8$$

$$(7-4)/6 + (8-5)/2 + (9-3)/1 = 8$$

$$(3-9)/1 + (4-7)/6 + (5-8)/2 = -8$$

$$(7-5)/6 + (8-2)/1 + (9-4)/3 = 8$$

#### 5.1.3 ROVNICE TYPU $A / (B \cdot C) + D / (E \cdot F) + G / (H \cdot I)$

$$1/(3 \cdot 6) + 5/(8 \cdot 9) + 7/(2 \cdot 4) = 1$$

$$5/(9 \cdot 8) + 1/(6 \cdot 3) + 7/(2 \cdot 4) = 1$$

$$1/(6 \cdot 3) + 5/(8 \cdot 9) + 7/(4 \cdot 2) = 1$$

#### 5.1.4 ROVNICE TYPU $(A + B) \cdot C + (D - E) / F + G^H \cdot I$

Písmena A, B, C, D, E, F, G, H, I jsou číslice od 1 do 9 (nemusí být popořadě)

$$(2+5) \cdot 8 + (7-3)/4 + 1^6 \cdot 9 = 66$$

$$(6+7) \cdot 3 + (9-1)/2 + 4^8 \cdot 5 = 327.723$$

$$(4+7) \cdot 8 + (5-3)/1 + 2^6 \cdot 9 = 666$$

$$(6+7) \cdot 8 + (5-2)/3 + 9^4 \cdot 1 = 6.666$$

### 5.1.5 ROVNICE TYPU $(A - B)^C + (D - E)^F + (G - H)^I$

#### • 666:

$$(1-2)^8 + (4-7)^6 + (5-9)^3 = 666$$

$$(1-2)^8 + (5-9)^3 + (7-4)^6 = 666$$

$$(1-4)^6 + (5-9)^3 + (7-8)^2 = 666$$

$$(1-4)^6 + (5-9)^3 + (8-7)^2 = 666$$

$$(1-5)^3 + (4-7)^6 + (8-9)^2 = 666$$

$$(1-5)^3 + (4-7)^6 + (9-8)^2 = 666$$

$$(1-5)^3 + (7-4)^6 + (8-9)^2 = 666$$

$$(1-5)^3 + (7-4)^6 + (9-8)^2 = 666$$

$$(2-1)^8 + (4-7)^6 + (5-9)^3 = 666$$

$$(2-1)^8 + (5-9)^3 + (7-4)^6 = 666$$

$$(4-1)^6 + (5-9)^3 + (7-8)^2 = 666$$

$$(4-1)^6 + (5-9)^3 + (8-7)^2 = 666$$

#### • 1.111:

$$(2-6)^4 + (7-5)^9 + (8-1)^3 = 1.111$$

$$(6-2)^4 + (7-5)^9 + (8-1)^3 = 1.111$$

$$(6-9)^4 + (7-3)^5 + (8-2)^1 = 1.111$$

$$(7-3)^5 + (8-2)^1 + (9-6)^4 = 1.111$$

#### • 46.664:

$$(1-4)^2 + (3-9)^6 + (7-8)^5 = 46.664$$

$$(1-4)^2 + (7-8)^5 + (9-3)^6 = 46.664$$

$$(1-7)^6 + (3-4)^9 + (5-8)^2 = 46.664$$

$$(1-7)^6 + (3-4)^9 + (8-5)^2 = 46.664$$

$$(3-4)^9 + (5-8)^2 + (7-1)^6 = 46.664$$

$$(3-4)^9 + (7-1)^6 + (8-5)^2 = 46.664$$

$$(3-9)^6 + (4-1)^2 + (7-8)^5 = 46.664$$

$$(3-9)^6 + (5-7)^2 + (8-4)^1 = 46.664$$

$$(3-9)^6 + (7-5)^2 + (8-4)^1 = 46.664$$

$$(4-1)^2 + (7-8)^5 + (9-3)^6 = 46.664$$

$$(5-7)^2 + (8-4)^1 + (9-3)^6 = 46.664$$

$$(7-5)^2 + (8-4)^1 + (9-3)^6 = 46.664$$

#### • 7.777:

$$(4-7)^1 + (6-8)^2 + (9-3)^5 = 7.777$$

$$(4-7)^1 + (8-6)^2 + (9-3)^5 = 7.777$$

### 5.1.6 ROVNICE TYPU $(A + B)^C + (D + E)^F + (G + H)^I$

$$(4+5)^3 + (6+9)^1 + (7+8)^2 = 969$$

$$(4+5)^3 + (6+9)^2 + (7+8)^1 = 969$$

$$(1+6)^4 + (5+8)^2 + (7+9)^3 = 6.666$$

### 5.1.7 ROVNICE TYPU $(A / B)^C + (D / E)^F + (G / H)^I$

$$(6/2)^1 + (8/4)^5 + (9/3)^7 = 2.222$$

$$(6/2)^7 + (8/4)^5 + (9/3)^1 = 2.222$$

$$(4/2)^6 + (7/1)^5 + (9/3)^8 = 23.432$$

## 5.1.8 ROVNICE TYPU $(A - B)^C + (D - E)^F + (G - H)^I$

• **-7.777:**

$$(2-4)^1 + (3-9)^5 + (6-7)^8 = -7.777$$

$$(2-8)^5 + (3-4)^6 + (7-9)^1 = -7.777$$

$$(2-4)^1 + (3-9)^5 + (7-6)^8 = -7.777$$

$$(2-8)^5 + (4-3)^6 + (7-9)^1 = -7.777$$

$$(2-4)^1 + (3-9)^5 + (7-8)^6 = -7.777$$

$$(3-9)^5 + (4-6)^1 + (7-8)^2 = -7.777$$

$$(2-4)^1 + (3-9)^5 + (8-7)^6 = -7.777$$

$$(3-9)^5 + (4-6)^1 + (8-7)^2 = -7.777$$

## 5.2 ROVNICE TYPU $x(x + n)$

•  **$n = 0$ :**  $x(x + n) = x^2$

Při dosazení za  $n = 0$  dostaneme druhou mocninu čísla  $x$ .

•  **$n = 1$ :**  $x(x + n) = x(x + 1)$

Pokud za  $n$  dosadíme číslo 1, vzniknou nám rovnice se dvěma čísly po sobě jdoucími.

$$1 \cdot 2 = 2$$

$$16 \cdot 17 = 272$$

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$77 \cdot 78 = 6.006$$

$$1.621 \cdot 1.622 = 2.629.262$$

$$101 \cdot 111 = 11.211$$

$$2.457 \cdot 2.458 = 6.039.306$$

$$111 \cdot 121 = 13.431$$

$$5.291 \cdot 5.292 = 27.999.972$$

$$121 \cdot 131 = 15.851$$

$$5.313 \cdot 5.314 = 28.233.282$$

$$202 \cdot 212 = 42.824$$

$$52.008 \cdot 52.009 = 2.704.884.072$$

$$538 \cdot 539 = 289.982$$

$$142.401 \cdot 142.402 = 20.278.187.202$$

$$999 \cdot 1.001 = 999.999$$

$$143.498 \cdot 143.499 = 20.591.819.502$$

$$1.610.151 \cdot 1.610.152 = 2.592.587.852.952$$

$$4.670.028 \cdot 4.670.029 = 21.809.166.190.812$$

$$1.713.543 \cdot 1.713.544 = 2.936.231.326.392$$

$$5.218.983 \cdot 5.218.984 = 27.237.788.773.272$$

$$15.137.566 \cdot 15.137.567 = 229.145.919.541.922$$

$$15.282.411 \cdot 15.282.412 = 233.552.101.255.332$$

$$15.814.148 \cdot 15.814.149 = 250.087.292.780.052$$

$$47.370.058 \cdot 47.370.059 = 2.243.922.442.293.422$$

$$50.702.751 \cdot 50.702.752 = 2.570.769.009.670.752$$

$$142.594.226 \cdot 142.594.227 = 20.333.113.431.133.302$$

$$166.691.108 \cdot 166.691.109 = 27.785.925.652.958.772$$

$$1.694.576.061 \cdot 1.694.576.062 = 2.871.588.028.208.851.782$$

$$2.554.554.552 \cdot 2.554.554.553 = 6.525.748.961.698.475.256$$

$$47.878.213.558 \cdot 47.878.213.559 = 652.364.772.747.277.463.256$$

$$77.714.915.542 \cdot 77.714.915.543 = 2.292.323.333.553.333.232.922$$

$$155.482.156.418 \cdot 155.482.156.419 = 6.039.608.097.777.908.069.306$$

•  **$n = 2:$        $x(x + 2)$**

$1 \cdot 3 = 3$	$17 \cdot 19 = 323$	$191 \cdot 193 = 36.86$
$2 \cdot 4 = 8$	$23 \cdot 25 = 575$	$204 \cdot 206 = 42.024$
<b><math>9 \cdot 11 = 99</math></b>	$64 \cdot 66 = 4.224$	<b><math>999 \cdot 1.001 = 999.999</math></b>
	$75 \cdot 77 = 5.775$	
	<b><math>99 \cdot 101 = 9.999</math></b>	
$1.747 \cdot 1.749 = 3.055.503$		$5.291 \cdot 5.292 = 27.999.972$
$1.907 \cdot 1.909 = 3.640.463$		$5.313 \cdot 5.314 = 28.233.282$
$2.365 \cdot 2.367 = 5.597.955$		$5.731 \cdot 5.733 = 32.855.823$
$2.966 \cdot 2.968 = 8.803.088$		<b><math>9.999 \cdot 10.001 = 99.999.999</math></b>
$18.991 \cdot 18.993 = 360.696.063$		<b><math>99.999 \cdot 100.001 = 9.999.999.999</math></b>
$20.564 \cdot 20.566 = 422.919.224$		
$174.601 \cdot 174.603 = 30.485.858.403$		$293.786 \cdot 293.788 = 86.310.801.368$
$174.747 \cdot 174.749 = 30.536.863.503$		$552.101 \cdot 552.103 = 304.816.618.403$
$179.317 \cdot 179.319 = 32.154.945.123$		<b><math>999.999 \cdot 1.000.001 = 999.999.999.999</math></b>
$243.063 \cdot 243.065 = 59.080.108.095$		
$1.868.287 \cdot 1.868.289 = 3.490.500.050.943$	$9.200.156 \cdot 9.200.158 = 84.642.888.824.648$	
$2.967.032 \cdot 2.967.034 = 8.803.284.823.088$	<b><math>9.999.999 \cdot 10.000.001 = 99.999.999.999.999</math></b>	

•  $n = 3: \quad x(x + 3)$   
 $1 \cdot 4 = 4 \quad 28 \cdot 31 = 868$   
 $8 \cdot 11 = 88 \quad 66 \cdot 69 = 4.554$

•  $n = 4: \quad x(x + 4)$   
 $1 \cdot 5 = 5 \quad 14 \cdot 18 = 252$   
 $7 \cdot 11 = 77 \quad 21 \cdot 25 = 525$

$x$	$x(x + 3)$
<b>88</b>	<b>8.008</b>
211	45.154
298	89.698
671	452.254
2.126	4.526.254
2.998	8.996.998
28.814	830.333.038
29.369	862.626.268
29.998	899.969.998
63.701	4.058.008.504
212.206	45.032.023.054
212.671	45.229.592.254
299.998	89.999.699.998
636.776	405.485.584.504
2.122.206	4.503.764.673.054
2.861.419	8.187.727.277.818
2.999.998	8.999.996.999.998
9.443.423	89.178.266.287.198
21.341.691	455.467.838.764.554
28.862.883	833.066.101.660.338
29.999.998	899.999.969.999.998
212.325.206	45.081.993.739.918.054
289.053.683	83.552.032.523.025.538
294.127.328	86.510.885.958.801.568
294.174.669	86.538.736.763.783.568
299.999.998	89.999.999.699.999.998

$x$	$x(x + 4)$
<b>33</b>	<b>1.221</b>
<b>44</b>	<b>2.112</b>
144	21.312
235	56.165
269	73.437
524	276.672
1.123	1.265.621
1.452	2.114.112
1.582	2.509.052
5.412	29.311.392
<b>8.338</b>	<b>69.555.596</b>
8.459	71.588.517
11.063	122.434.221
11.223	126.000.621
23.255	540.888.045
73.491	5.401.221.045
145.544	21.183.638.112
262.808	69.069.096.096
266.737	71.149.694.117
281.349	79.158.385.197
1.659.022	2.752.360.632.572
2.705.669	7.320.655.560.237
3.504.083	12.278.611.687.221
5.040.882	25.410.511.501.452
7.395.091	54.687.400.478.645
8.308.388	69.029.344.392.096
14.554.452	211.832.131.238.112

•  $n = 5: x(x + 5)$

$1 \cdot 5 = 5$

$6 \cdot 11 = 66$

•  $n = 6: x(x + 6)$

$1 \cdot 6 = 6$

$5 \cdot 11 = 55$

$x$	$x(x + 5)$
18	414
24	696
<b>202</b>	<b>41.814</b>
203	42.224
814	666.666
2.067	4.282.824
2.178	4.754.574
2.207	4.881.884
20.402	416.343.614
25.116	630.939.039
64.493	4.159.669.514
82.566	6.817.557.186
207.067	42.877.777.824
<b>2.040.402</b>	<b>4.163.250.523.614</b>
2.187.142	4.783.601.063.874
2.233.097	4.986.733.376.894
6.887.078	47.431.877.813.474

$x$	$x(x + 6)$
<b>22</b>	<b>616</b>
137	19.591
273	76.167
715	515.515
863	749.947
2.731	7.474.747
8.541	72.999.927
486.618	236.799.997.632
877.173	769.437.734.967
1.378.507	1.900.289.820.091
1.731.746	2.998.954.598.992
2.273.915	5.170.703.070.715
2.436.099	5.934.592.954.395
5.401.396	29.175.111.157.192
7.153.679	51.175.166.157.115
7.560.069	57.154.688.645.175
14.529.486	211.106.050.601.112
23.887.419	570.608.929.806.075
23.975.475	574.823.545.328.475



•  $n = 7: x(x + 7)$

$1 \cdot 8 = 8$

$4 \cdot 11 = 44$

•  $n = 8: x(x + 8)$

$1 \cdot 9 = 9$

$3 \cdot 11 = 33$

$x$	$x(x + 7)$
9	494
26	858
219	49.494
664	445.544
902	819.918
2.109	4.462.644
2.972	8.853.588
2.982	8.913.198
9.002	81.099.018
21.009	441.525.144
29.696	882.060.288
90.002	8.100.990.018
210.009	44.105.250.144
223.114	49.781.418.794
292.967	85.831.713.858
669.024	447.597.795.744
900.002	810.009.900.018
942.997	889.249.942.988
2.100.009	4.410.052.500.144
2.109.664	4.450.696.960.544
2.219.779	4.927.434.347.294
8.972.876	80.512.566.521.508
9.000.002	81.000.099.000.018
21.000.009	441.000.525.000.144
21.037.924	442.594.393.495.244
21.117.304	445.940.676.049.544

$x$	$x(x + 8)$
66	4.884
88	8.448
91	9.009
173	31.313
216	48.384
225	52.425
284	82.928
294	88.788
696	489.984
707	505.505
924	861.168
2.235	5.013.105
2.828	8.020.208
6.996	48.999.984
9.394	88.322.388
28.314	801.909.108
30.031	902.101.209
57.489	3.305.445.033
69.996	4.899.999.984
93.844	8.807.447.088
188.583	35.565.056.553
228.175	52.065.656.025
241.097	58.129.692.185
283.778	88.892.229.888
298.144	88.892.229.888
597.883	357.468.864.753

•  $n = 9$  :  $x(x + 9)$

$2 \cdot 11 = 22$

$12 \cdot 21 = 252$

### 5.3 ROVNICE TYPU $x^2 + 1$

$0^2 + 1 = 1$

$1^2 + 2 = 3$

$x$	$x(x + 9)$
44	2.332
137	20.002
157	26.062
167	29.392
248	63.736
258	68.886
1.639	2.701.072
1.664	2.783.872
1.694	2.884.882
5.392	29.122.192
15.904	253.080.352
16.997	289.050.982
160.187	25.661.316.652
487.619	237.776.677.732
1.547.147	2.393.677.763.932
14.674.184	215.331.808.133.512
14.790.532	218.759.969.957.812
15.019.614	225.588.939.885.522
15.336.644	235.212.787.212.532
25.234.083	636.759.171.957.636
26.132.578	682.911.868.119.286
26.211.438	687.039.717.930.786
26.216.753	687.318.373.813.786

$x$	$x^2 + 1$
10	101
25	626
100	10.001
1.000	1.000.001
1.020	1.040.401
1.489	2.217.122
2.248	5.053.505
10.000	100.000.001
10.090	101.808.101
100.000	10.000.000.001
100.910	10.182.828.101
102.020	10.408.080.401
167.491	28.053.235.082
1.000.000	1.000.000.000.001
1.000.200	1.000.400.040.001
1.009.090	1.018.262.628.101
2.744.934	7.534.662.664.357
10.000.000	100.000.000.000.001
10.000.900	100.018.000.810.001
10.090.910	101.826.464.628.101
24.917.195	620.866.606.668.026
100.000.000	10.000.000.000.000.001
100.909.090	10.182.644.444.628.101
103.226.660	10.655.743.334.755.601
271.867.456	73.911.913.631.911.937
1.000.000.000	1.000.000.000.000.000.001

## 5.4. ROVNICE TYPU $x^2 + (x + n)$

•  $n = 1: x^2 + (x + 1)$

$0^2 + 1 = 1$

$1^2 + 1 = 2$

•  $n = 2: x^2 + (x + 2)$

$0^2 + 2 = 2$

$1^2 + 3 = 4$

$x$	$x^2 + (n + 1)$
2	7
10	111
18	343
27	757
100	10.101
125	15.751
173	30.103
1.000	1.001.001
1.120	1.255.521
1.184	1.403.041
1.355	1.837.381
1.836	3.372.733
1.876	3.521.253
1.961	3.847.483
10.000	100.010.001
11.915	141.979.141
100.000	10.000.100.001
119.084	14.181.118.141
126.935	16.112.621.161
187.876	35.297.579.253
188.348	35.475.157.453
192.383	37.011.411.073
196.813	38.735.553.783
1.000.000	1.000.001.000.001
1.010.200	1.020.505.050.201
1.190.915	1.418.279.728.141
1.228.425	1.509.029.209.051

$x$	$x^2 + (x + 2)$
2	8
4	22
6	44
14	212
15	242
21	464
50	2.552
92	8.558
201	40.604
203	41.414
292	85.558
479	229.922
897	805.508
1.424	2.029.202
1.530	2.342.432
1.654	2.737.372
2.001	4.006.004
2.106	4.437.344
2.183	4.767.674
16.780	281.585.182
20.001	400.060.004
20.993	440.727.044
28.377	805.282.508
89.777	8.059.999.508
200.001	40.000.600.004
219.083	47.997.579.974
501.474	251.476.674.152

•  $n = 3: x^2 + (x + 3)$

$0^2 + 3 = 3$

$1^2 + 4 = 5$

•  $n = 4: x^2 + (x + 4)$

$0^2 + 4 = 4$

$1^2 + 5 = 6$

$x$	$x^2 + (n + 3)$
2	9
5	33
19	383
23	555
60	3.663
71	5.115
175	30.803
179	32.223
184	34.043
243	59.295
753	567.765
2.431	5.912.195
6.154	37.877.873
23.111	534.141.435
30.947	957.747.759
73.188	5.356.556.535
75.146	5.646.996.465
230.663	53.205.650.235
237.721	56.511.511.565
598.350	358.023.320.853
3.093.852	9.571.923.291.759
5.492.899	30.171.944.917.103
17.605.724	309.961.535.169.903
18.886.025	356.681.959.186.653
30.909.092	955.371.999.173.559
62.127.180	3.859.786.556.879.583
76.675.186	5.879.084.224.809.785

$x$	$x^2 + (x + 4)$
20	424
200	40.204
219	48.184
261	68.386
2.000	4.002.004
2.234	4.992.994
2.551	6.510.156
2.613	6.830.386
20.000	400.020.004
20.604	424.545.424
200.000	40.000.200.004
202.885	41.162.526.114
205.704	42.314.341.324
218.354	47.678.687.674
2.000.000	4.000.002.000.004
2.155.139	4.644.626.264.464
2.490.266	6.201.427.241.026
2.620.486	6.866.949.496.686
20.000.000	400.000.020.000.004
25.882.353	669.896.222.698.966
200.000.000	40.000.000.200.000.004
205.705.704	42.314.836.863.841.324
2.000.000.000	4.000.000.002.000.000.004
2.094.600.194	4.387.349.974.799.437.834
24.784.431.171	614.268.028.494.820.862.416

•  $n = 5: x^2 + (x + 5)$

$0^2 + 5 = 6$

$1^2 + 6 = 7$

•  $n = 6: x^2 + (x + 6)$

$0^2 + 6 = 6$

$1^2 + 7 = 8$

$x$	$x^2 + (n + 5)$
2	11
8	77
12	161
26	707
74	5.555
127	16.261
224	50.405
230	53.135
2.751	7.570.757
3.462	11.988.911
4.012	16.100.161
4.067	16.544.561
12.752	162.626.261
22.424	502.858.205
27.548	758.919.857
28.168	793.464.397
105.322	11.092.829.011
107.422	11.539.593.511
2.358.150	5.560.873.780.655
2.724.718	7.424.090.904.247
2.775.383	7.702.753.572.077
4.063.892	16.515.222.251.561
7.569.245	57.293.477.439.275
85.125.933	7.246.424.554.246.427
87.579.753	7.670.213.223.120.767
106.617.617	11.367.316.361.376.311

$x$	$x^2 + (x + 4)$
24	606
25	656
28	818
288	83.238
2.485	6.177.716
2.550	6.505.056
2.888	8.343.438
2.946	8.681.868
28.888	834.545.438
146.777	21.543.634.512
264.334	69.872.727.896
288.888	83.456.565.438
292.276	85.425.552.458
2.834.101	8.032.131.312.308
2.873.233	8.255.470.745.528
2.888.888	8.345.676.765.438
2.952.316	8.716.172.716.178
2.960.816	8.766.434.346.678
2.985.943	8.915.858.585.198
2.995.631	8.973.808.083.798
14.604.657	213.296.020.692.312
16.353.547	267.438.515.834.762
28.888.888	834.567.878.765.438
29.190.748	852.099.797.990.258
29.585.508	875.302.313.203.578
148.278.137	21.986.406.060.468.912

•  $n = 7: x^2 + (x + 7)$

$0^2 + 7 = 7$

$1^2 + 8 = 9$

•  $n = 8: x^2 + (x + 8)$

$0^2 + 8 = 8$

$29^2 + 37 = 878$

$x$	$x^2 + (n + 7)$
17	<b>313</b>
31	<b>999</b>
177	<b>31.513</b>
274	<b>75.357</b>
280	<b>78.687</b>
301	<b>90.909</b>
<b>313</b>	<b>98.289</b>
1.777	<b>3.159.513</b>
2.764	<b>7.642.467</b>
3.001	<b>9.009.009</b>
27.259	<b>743.080.347</b>
30.001	<b>900.090.009</b>
177.237	<b>31.413.131.413</b>
300.001	<b>90.000.900.009</b>
312.208	<b>97.474.147.479</b>
1.762.122	<b>3.105.075.705.013</b>
3.000.001	<b>9.000.009.000.009</b>
27.515.125	<b>757.082.131.280.757</b>
30.000.001	<b>900.000.090.000.009</b>
30.122.098	<b>907.340.818.043.709</b>
300.000.001	<b>90.000.000.900.000.009</b>
303.758.458	<b>92.269.201.110.296.229</b>

$x$	$x^2 + (x + 4)$
202	<b>41.014</b>
285	<b>81.518</b>
2.925	<b>8.558.558</b>
2.935	<b>8.617.168</b>
20.377	<b>415.242.514</b>
29.570	<b>874.414.478</b>
297.119	<b>88.279.997.288</b>
2.834.699	<b>8.035.521.255.308</b>
2.837.875	<b>8.053.537.353.508</b>
2.990.390	<b>8.942.435.342.498</b>
2.997.334	<b>8.984.014.104.898</b>
2.926.428.849	<b>8.563.985.811.185.893.658</b>

•  $n = 9 : x^2 + (x + 9)$

$$0^2 + 7 = 7$$

$$1^2 + 10 = 11$$

$x$	$x^2 + (x + 9)$
9	99
11	141
13	191
22	515
30	939
31	1.001
138	19.191
300	90.309
304	92.729
305	93.339
331	109.901
438	192.291
969	939.939
1.141	1.303.031
1.413	1.997.991
2.367	5.605.065
3.000	9.003.009
3.144	9.887.889
3.881	15.066.051
9.854	97.111.179
30.000	900.030.009
30.605	936.696.639
72.062	5.193.003.915
106.801	11.406.560.411
114.141	13.028.282.031
125.206	15.676.667.651

## 5.5 ROVNICE TYPU

$$x(3x - 1) / 2$$

$$1 \cdot (3 \cdot 1 - 1) / 2 = 1 \quad 2 \cdot (3 \cdot 2 - 1) / 2 = 5$$

$x$	$x(3x - 1) / 2$
101	15.251
693	720.027
2.173	7.081.807
2.229	7.451.547
4.228	26.811.862
6.010	54.177.145
26.466	1.050.660.501
26.906	1.085.885.801
31.926	1.528.888.251
44.059	2.911.771.192
1.258.723	2.376.574.756.732
1.965.117	5.792.526.252.975
1.979.130	5.875.432.345.785
2.684.561	10.810.300.301.801
13.280.839	264.571.020.175.462
59.401.650	5.292.834.004.382.925
84.885.761	10.808.388.588.380.801
100.058.581	15.017.579.397.571.051
225.563.533	76.318.361.016.381.367
316.882.086	150.621.384.483.126.051
700.457.153	735.960.334.433.069.537
818.049.201	1.003.806.742.476.083.001
851.649.306	1.087.959.810.189.597.801
1.345.679.688	2.716.280.733.370.826.172
2.049.123.156	6.298.358.561.658.538.926
6.693.818.696	67.210.813.099.031.801.276

## 5.6 ROVNICE TYPU

$$x(2x - 1)$$

$$1 \cdot (2 - 1) = 1 \quad 2 \cdot (4 - 1) = 6$$

7

## 5.7 ROVNICE TYPU

$$x(5x - 3) / 2$$

$$1 \cdot (5 \cdot 1 - 3) / 2 = 1 \quad 2 \cdot (5 \cdot 2 - 3) / 2 =$$

$x$	$x(5x - 3) / 2$
5	55
16	616
38	3.553
44	4.774
156	60.606
583	848.848
1.359	4.615.164
1.470	5.400.045
1.556	6.050.506
53.537	7.165.445.617
158.476	62.786.368.726
161.656	65.331.413.356
171.657	73.665.056.637
190.914	91.120.102.119
371.778	345.546.645.543
382.173	365.139.931.563
615.769	947.927.729.749
1.207.698	3.646.334.336.463
1.686.537	7.111.015.101.117
16.943.262	717.685.292.586.717
88.274.141	19.480.809.790.808.491
496.329.416	615.857.222.222.758.516
765.609.041	1.465.393.008.003.935.641
1.820.198.063	8.282.802.468.642.082.828
2.497.949.426	15.599.378.333.387.399.551
2.850.685.772	20.316.023.422.432.061.302
15.911.875.336	632.969.441.747.144.969.236



$x$	$x(2x - 1)$
6	66
39	3.003
55	5.995
87	15.051
182	66.066
556	617.716
644	828.828
797	1.269.621
917	1.680.861
1.593	5.073.705
1.685	5.676.765
25.141	1.264.114.621
51.425	5.289.009.825
55.556	6.172.882.716
83.527	13.953.435.931
810.311	1.313.207.023.131
1.620.213	5.250.178.710.525
1.853.942	6.874.200.024.786
5.555.556	61.728.399.382.716
17.352.586	602.224.464.422.206
17.835.196	636.188.414.881.636
25.004.441	1.250.444.114.440.521
91.071.921	16.588.189.498.188.561
170.563.673	58.183.932.923.938.185
181.737.182	66.056.806.460.865.066
184.252.876	67.898.244.444.289.876
507.354.403	514.816.979.979.618.415

$$20.283.251 + 20.283.253 = 40.566.504$$

$$20.461.451 + 20.461.453 = 40.922.904$$

$$21.422.411 + 21.422.413 = 42.844.824$$

$$22.005.521 + 22.005.523 = 44.011.044$$

## 5.8 ROVNICE TYPU $x + (x + n) + (x + m) + \dots$

$$\bullet \quad x + (x + 1)$$

$$1 + 2 = 3 \qquad 16 + 17 = 33 \qquad 2.111 + 2.112 = 4.223$$

$$2 + 3 = 5 \qquad 347 + 349 = 696 \qquad 3.167 + 3.168 = 6.335$$

$$3 + 5 = 8$$

$$21.011 + 21.013 = 42.024 \qquad 202.751 + 202.753 = 405.504$$

$$22.271 + 22.273 = 44.544 \qquad 240.041 + 240.043 = 480.084$$

$$30.557 + 30.559 = 61.116 \qquad 211.661 + 211.663 = 423.324$$

$$33.587 + 33.589 = 67.176$$

$$34.847 + 34.849 = 69.696$$

$$2.025.251 + 2.025.253 = 4.050.504 \qquad 2.404.541 + 2.404.543 = 4.809.084$$

$$2.037.851 + 2.037.853 = 4.075.704 \qquad 2.422.241 + 2.422.243 = 4.844.484$$

$$2.039.351 + 2.039.353 = 4.078.704 \qquad 2.431.841 + 2.431.843 = 4.863.684$$

$$2.129.261 + 2.129.263 = 4.258.524 \qquad 2.434.841 + 2.434.843 = 4.869.684$$

$$2.217.671 + 2.217.673 = 4.435.344 \qquad 2.434.841 + 2.434.843 = 4.869.684$$

$$2.303.531 + 2.303.533 = 4.607.064 \qquad 2.442.941 + 2.442.943 = 4.885.884$$

$$2.328.281 + 2.328.283 = 4.656.564$$

$$3.080.807 + 3.080.809 = 6.161.616 \qquad 3.289.877 + 3.289.879 = 6.579.756$$

$$3.087.857 + 3.087.859 = 6.175.716 \qquad 3.296.477 + 3.296.479 = 6.592.956$$

$$3.185.867 + 3.185.869 = 6.371.736 \qquad 3.375.287 + 3.375.289 = 6.750.576$$

$$3.263.627 + 3.263.629 = 6.527.256 \qquad 3.450.047 + 3.450.049 = 6.900.096$$

$$3.270.227 + 3.270.229 = 6.540.456$$

$$20.161.151 + 20.161.153 = 40.322.304 \qquad 23.194.181 + 23.194.183 = 46.388.364$$

$$23.222.231 + 23.222.233 = 46.444.464$$

$$23.477.981 + 23.477.983 = 46.955.964$$

$$23.494.481 + 23.494.483 = 46.988.964$$

$$24.227.741 + 24.227.743 = 48.455.484$$

$$22.366.871 + 22.366.873 = \mathbf{44.733.744}$$

$$24.483.491 + 24.483.493 = \mathbf{48.966.984}$$

$$30.600.107 + 30.600.109 = \mathbf{61.200.216}$$

$$33.600.137 + 33.600.139 = \mathbf{67.200.276}$$

$$30.661.157 + 30.661.159 = \mathbf{61.322.316}$$

$$33.633.137 + 33.633.139 = \mathbf{67.266.276}$$

$$30.677.657 + 30.677.659 = \mathbf{61.355.316}$$

$$34.711.247 + 34.711.249 = \mathbf{69.422.496}$$

$$32.522.027 + 32.522.029 = \mathbf{65.044.056}$$

$$34.894.397 + 34.894.399 = \mathbf{69.788.796}$$

$$32.972.477 + 32.972.479 = \mathbf{65.944.956}$$

$$200.323.001 + 200.323.003 = \mathbf{400.646.004}$$

$$204.974.951 + 204.974.953 = \mathbf{409.949.904}$$

$$200.828.051 + 200.828.053 = \mathbf{401.656.104}$$

$$210.348.011 + 210.348.013 = \mathbf{420.696.024}$$

$$201.484.601 + 201.484.603 = \mathbf{402.969.204}$$

$$210.893.561 + 210.893.563 = \mathbf{421.787.124}$$

$$201.499.601 + 201.499.603 = \mathbf{402.999.204}$$

$$211.232.111 + 211.232.113 = \mathbf{422.464.224}$$

$$201.575.651 + 201.575.653 = \mathbf{403.151.304}$$

$$211.641.161 + 211.641.163 = \mathbf{423.282.324}$$

$$202.232.201 + 202.232.203 = \mathbf{404.464.404}$$

$$212.419.211 + 212.419.213 = \mathbf{424.838.424}$$

$$202.439.201 + 202.439.203 = \mathbf{404.878.404}$$

$$213.863.861 + 213.863.863 = \mathbf{427.727.724}$$

$$202.944.251 + 202.944.253 = \mathbf{405.888.504}$$

$$214.202.411 + 214.202.413 = \mathbf{428.404.824}$$

$$220.287.521 + 220.287.523 = \mathbf{440.575.044}$$

$$222.560.771 + 222.560.773 = \mathbf{445.121.544}$$

$$220.626.071 + 220.626.073 = \mathbf{441.252.144}$$

$$223.025.321 + 223.025.323 = \mathbf{446.050.644}$$

$$221.252.621 + 221.252.623 = \mathbf{442.505.244}$$

$$223.651.871 + 223.651.873 = \mathbf{447.303.744}$$

$$222.348.221 + 222.348.223 = \mathbf{444.696.444}$$

$$224.636.471 + 224.636.473 = \mathbf{449.272.944}$$

$$222.505.271 + 222.505.273 = \mathbf{445.010.544}$$

$$224.979.971 + 224.979.973 = \mathbf{449.959.944}$$

$$230.308.031 + 230.308.033 = \mathbf{460.616.064}$$

$$232.383.731 + 232.383.733 = \mathbf{464.767.464}$$

$$230.702.081 + 230.702.083 = \mathbf{461.404.164}$$

$$233.227.331 + 233.227.333 = \mathbf{466.454.664}$$

$$230.732.081 + 230.732.083 = \mathbf{461.464.164}$$

$$233.404.331 + 233.404.333 = \mathbf{466.808.664}$$

$$231.671.681 + 231.671.683 = \mathbf{463.343.364}$$

$$233.565.881 + 233.565.883 = \mathbf{467.131.764}$$

$$232.176.731 + 232.176.733 = \mathbf{464.353.464}$$

$$240.616.091 + 240.616.093 = \mathbf{481.232.184}$$

$$241.095.641 + 241.095.643 = \mathbf{482.191.284}$$

$$\bullet \quad \mathbf{x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3)}$$

$$59 + 60 + 61 + 62 = \mathbf{242}$$

## 5.9 ROVNICE TYPU $x + (x + 4) - 1$

$$19 + 26 - 1 = 44$$

$$219 + 226 - 1 = 444$$

$$2109 + 2116 - 1 = 4.224$$

$$21009 + 21016 - 1 = 42.024$$

$$210009 + 210016 - 1 = 420.024$$

$$2100009 + 2100016 - 1 = 4.200.024$$

$$21000009 + 21000016 - 1 = 42.000.024$$

## 5.10 ROVNICE TYPU $x(x + n)(x + m)$

- $x(x + 1)(x + 2)$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$77 \cdot 78 \cdot 79 = 474.474$$

- $x(x + 2)(x + 4)$

$$35 \cdot 37 \cdot 39 = 50.505$$

$$202 \cdot 204 \cdot 206 = 8.488.848$$

- $x(x + 2)(x + 4)(x + 6)$

$$7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 = 9.009$$

- $x(x + 2)(x + 4)(x + 6)(x + 8)$

$$31 \cdot 33 \cdot 35 \cdot 37 \cdot 39 = 51.666.615$$

## 5.11 ROVNICE TYPU $x^2 + (x + n)^2 + (x + m)^2 + \dots$

- $x^2 + (x + 1)^2$

$$1^2 + 2^2 = 5$$

$$9^2 + 10^2 = 181$$

$$12^2 + 13^2 = 313$$

$$16^2 + 17^2 = 545$$

$$919^2 + 920^2 = 1.690.961$$

$$1.257^2 + 1.258^2 = 3.162.613$$

$$1.262^2 + 1.263^2 = 3.187.813$$

$$1.621^2 + 1.622^2 = 5.258.525$$

$$1.706^2 + 1.707^2 = 5.824.285$$

$$170.706^2 + 170.707^2 = 58.281.418.285$$

$$904.280^2 + 904.281^2 = 1.635.446.445.361$$

$$1.258.182^2 + 1.258.183^2 = 3.166.046.406.613$$

$$8.659.929^2 + 8.659.930^2 = 149.988.757.889.941$$

$$12.458.597^2 + 12.458.598^2 = 310.433.303.334.013$$

$$17.070.706^2 + 17.070.707^2 = 582.818.040.818.285$$

$$80.472.264^2 + 80.472.265^2 = 12.951.570.707.515.921$$

$$\bullet \quad x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2$$

$$4^2 + 5^2 + 6^2 = 77$$

$$37^2 + 38^2 + 39^2 = 4.334$$

$$11^2 + 12^2 + 13^2 = 434$$

$$566^2 + 567^2 + 568^2 = 964.469$$

$$1.736^2 + 1.737^2 + 1.738^2 = 9.051.509$$

$$8.339^2 + 8.340^2 + 8.341^2 = 208.666.802$$

$$16.084^2 + 16.085^2 + 16.086^2 = 776.181.677$$

$$36.997^2 + 36.998^2 + 36.999^2 =$$

$$4.106.556.014$$

$$17.552^2 + 17.553^2 + 17.554^2 = 924.323.429$$

$$40.441^2 + 40.442^2 + 40.443^2 =$$

$$4.906.666.094$$

$$17.932^2 + 17.933^2 + 17.934^2 = 964.777.469$$

$$119.811^2 + 119.812^2 + 119.813^2 = 43.064.746.034$$

$$173.736^2 + 173.737^2 + 173.738^2 = 90.553.635.509$$

$$378.811^2 + 378.812^2 + 378.813^2 = 430.495.594.034$$

$$1.328.120^2 + 1.328.121^2 + 1.328.122^2 = 5.291.716.171.925$$

$$1.751.496^2 + 1.751.497^2 + 1.751.498^2 = 9.203.225.223.029$$

$$1.775.706^2 + 1.775.707^2 + 1.775.708^2 = 9.459.406.049.549$$

$$\bullet \quad x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 + (x + 3)^2$$

$$100^2 + 101^2 + 102^2 + 103^2 = 41.214$$

$$10.172^2 + 10.173^2 + 10.174^2 + 10.175^2 = 414.000.414$$

$$10.460.137^2 + 10.460.138^2 + 10.460.139^2 + 10.460.140^2 = 437.657.989.756.734$$

$$12.309.598^2 + 12.309.599^2 + 12.309.600^2 + 12.309.601^2 = 606.104.959.401.606$$

$$101.740.172^2 + 101.740.173^2 + 101.740.174^2 + 101.740.175^2 = 41.404.251.615.240.414$$

$$102.025.300^2 + 102.025.301^2 + 102.025.302^2 + 102.025.303^2 = 41.636.648.584.663.614$$

$$\bullet \quad x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 + (x + 3)^2 + (x + 4)^2$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$$

$$99^2 + 100^2 + 101^2 + 102^2 + 103^2 = 51.015 \quad 331^2 + 332^2 + 333^2 + 334^2 + 335^2 = 554.455$$

$$3.207^2 + 3.208^2 + 3.209^2 + 3.210^2 + 3.211^2 = 51.488.415$$

$$10.099^2 + 10.100^2 + 10.101^2 + 10.102^2 + 10.103^2 = 510.151.015$$

$$\bullet \quad x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 + (x + 3)^2 + (x + 4)^2 + \dots$$

$$16^2 + 17^2 + \dots + 325^2 + 326^2 = 11.600.611$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 180^2 + 181^2 = 1.992.991$$

$$\bullet \quad x^2 + (x + 2)^2 + (x + 4)^2 + (x + 6)^2 + (x + 8)^2 + \dots$$

○ **Lichá čísla**

– **Součet tří lichých čísel**

$$11^2 + 13^2 + 15^2 = 515$$

$$197^2 + 199^2 + 201^2 = 118.811$$

$$19^2 + 21^2 + 23^2 = 1.331$$

$$707^2 + 709^2 + 711^2 = 1.508.051$$

$$41^2 + 43^2 + 45^2 = 5.555$$

$$759^2 + 761^2 + 763^2 = 1.737.371$$

$$79^2 + 81^2 + 83^2 = 19.691$$

$$1.133^2 + 1.135^2 + 1.137^2 = 3.864.683$$

$$11.373^2 + 11.375^2 + 11.377^2 = 388.171.883$$

$$4.135^2 + 4.137^2 + 4.139^2 = 51.344.315$$

$$6.719^2 + 6.721^2 + 6.723^2 = 135.515.531$$

$$113.513^2 + 113.515^2 + 113.517^2 = 38.656.965.683$$

$$413.861^2 + 413.863^2 + 413.865^2 = 513.847.748.315$$

$$718.189^2 + 718.191^2 + 718.193^2 = 1.547.394.937.451$$

$$7.181.807^2 + 7.181.809^2 + 7.181.811^2 = 154.735.141.537.451$$

$$8.008.817^2 + 8.008.819^2 + 8.008.821^2 = 192.423.545.324.291$$

$$41.386.135^2 + 41.386.137^2 + 41.386.139^2 = 5.138.437.007.348.315$$

$$67.315.719^2 + 67.315.721^2 + 67.315.723^2 = 13.594.218.881.249.531$$

$$71.818.189^2 + 71.818.191^2 + 71.818.193^2 = 15.473.557.675.537.451$$

– **Součet pěti lichých čísel**

$$331^2 + 333^2 + 335^2 + 337^2 + 339^2 = \mathbf{561.165}$$

$$10395^2 + 10397^2 + 10399^2 + \mathbf{10401^2} + 10403^2 = \mathbf{540.696.045}$$

$$10789^2 + 10791^2 + 10793^2 + 10795^2 + 10797^2 = \mathbf{582.444.285}$$

– **Součet sedmi lichých čísel**

$$\mathbf{5^2} + \mathbf{7^2} + \mathbf{9^2} + \mathbf{11^2} + 13^2 + 15^2 + 17^2 = \mathbf{959}$$

$$8567^2 + 8569^2 + 8571^2 + 8573^2 + 8575^2 + 8577^2 + 8579^2 = \mathbf{514.474.415}$$

– **Součet devíti lichých čísel**

$$\mathbf{1^2} + \mathbf{3^2} + \mathbf{5^2} + \mathbf{7^2} + \mathbf{9^2} + \mathbf{11^2} + 13^2 + 15^2 + 17^2 = \mathbf{969}$$

$$3465^2 + 3467^2 + \dots + 3479^2 + 3481^2 = \mathbf{108.555.801}$$

$$79027^2 + 79029^2 + \dots + 79039^2 + 79041^2 = \mathbf{56.218.781.265}$$

– **Součet jedenácti lichých čísel**

$$\mathbf{1^2} + \mathbf{3^2} + \mathbf{5^2} + \mathbf{7^2} + \mathbf{9^2} + \mathbf{11^2} + 13^2 + 15^2 + 17^2 + 19^2 + 21^2 = \mathbf{1.771}$$

$$21^2 + 23^2 + 25^2 + 27^2 + 29^2 + 31^2 + \mathbf{33^2} + 35^2 + 37^2 + 39^2 + 41^2 = \mathbf{11.011}$$

$$29^2 + 31^2 + \mathbf{33^2} + 35^2 + 37^2 + 39^2 + 41^2 + 43^2 + 45^2 + 47^2 + 49^2 = \mathbf{17.171}$$

$$\mathbf{99^2} + \mathbf{101^2} + 103^2 + 105^2 + 107^2 + 109^2 + \mathbf{111^2} + 113^2 + 115^2 + 117^2 + 119^2 = \mathbf{131.131}$$

$$1009^2 + 1011^2 + \dots + 1027^2 + 1029^2 = \mathbf{11.422.411}$$

$$1191^2 + 1193^2 + \dots + 1209^2 + 1211^2 = \mathbf{15.866.851}$$

$$10109^2 + 10111^2 + \dots + 10127^2 + 10129^2 = \mathbf{1.126.336.211}$$

$$10121^2 + 10123^2 + \dots + 10139^2 + 10141^2 = \mathbf{1.129.009.211}$$

$$11081^2 + 11083^2 + \dots + 11099^2 + 11101^2 = \mathbf{1.353.113.531}$$

$$13161^2 + 13163^2 + \dots + 13179^2 + 13181^2 = \mathbf{1.908.228.091}$$

$$42419^2 + 42421^2 + \dots + 42437^2 + 42439^2 = \mathbf{19.802.420.891}$$

$$101109^2 + 101111^2 + \dots + 101127^2 + 101129^2 = \mathbf{112.475.574.211}$$

$$119091^2 + 119093^2 + \dots + 119109^2 + 119111^2 = \mathbf{156.035.530.651}$$

$$124951^2 + 124953^2 + \dots + 124969^2 + 124971^2 = \mathbf{171.767.767.171}$$

$$424669^2 + 424671^2 + \dots + 424687^2 + 424689^2 = \mathbf{1.983.874.783.891}$$

$$1011109^2 + 1011111^2 + \dots + 1011127^2 + 1011129^2 = \mathbf{11.245.977.954.211}$$

$$4228461^2 + 4228463^2 + \dots + 4228479^2 + 4228481^2 = \mathbf{196.679.636.976.691}$$

○ **Sudá čísla**

– **Součet tří sudých čísel**

$$145.424^2 + 145.426^2 + 145.428^2 = 63.446.164.436$$

$$482.184^2 + 482.186^2 + 482.188^2 = 697.510.015.796$$

$$16.403.468^2 + 16.403.470^2 + 16.403.472^2 = 807.221.484.122.708$$

$$\bullet \quad x^2 + (x + 2)^2$$

$$1.019^2 + 1.021^2 = 2.080.802$$

$$\bullet \quad x^2 + (x + 10)^2$$

$$1.051^2 + 1.061^2 = 2.230.322$$

$$\bullet \quad x^2 + (x + 2)^2 + (x + 4)^2 + (x + 6)^2 + (x + 8)^2$$

$$3^2 + 5^2 + 7^2 + 11^2 + 13^2 = 373$$

$$\bullet \quad x^2 + (x + 6)^2 + (x + 10)^2$$

$$751^2 + 757^2 + 761^2 = 1.716.171$$

$$\bullet \quad x^2 + (x + 4)^2 + (x + 6)^2 + (x + 10)^2 + (x + 12)^2$$

$$7^2 + 11^2 + 13^2 + 17^2 + 19^2 = 989$$

$$\bullet \quad x^2 + (x + 1)^2 + (x + 3)^2 + (x + 5)^2 + (x + 9)^2 + (x + 11)^2 + (x + 15)^2$$

$$2^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + 11^2 + 13^2 + 17^2 = 666$$

## 5.12 ROVNICE TYPU $x^3 + (x + n)^3 + (x + m)^3 \dots$

$$\bullet \quad x^3 + (x + 1)^3$$

$$1^3 + 2^3 = 9$$

$$16^3 + 17^3 = 9.009$$

$$\bullet \quad x^3 + (x + 1)^3 + (x + 2)^3$$

$$2^3 + 3^3 + 4^3 = 99$$

$$16^3 + 17^3 + 18^3 = 14.841$$

$$\bullet \quad x^3 + (x + 1)^3 + (x + 2)^3 + (x + 3)^3$$

$$59^3 + 60^3 + 61^3 + 62^3 = 886.688$$

$$\cdot x^3 + (x + 1)^3 + (x + 2)^3 + (x + 3)^3 + \dots$$

$$16^3 + 17^3 + \dots + 25^3 + 26^3 = 108.801$$

$$16^3 + 17^3 + \dots + 407^3 + 408^3 = 6.961.551.696$$

### 5.13 ROVNICE TYPU $x^4 + (x + n)^4 + (x + m)^4 \dots$

$$\cdot x^4 + (x + 1)^4 + (x + 2)^4 + (x + 3)^4 + (x + 4)^4$$

$$1^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4 + 5^4 = 979$$

### 5.14 ROVNICE TYPU $x^5 + (x + n)^5 + (x + m)^5 \dots$

$$\cdot x^5 + (x + 1)^5$$

$$1^5 + 2^5 = 33$$

$$\cdot x^5 + (x + 1)^5 + (x + 2)^5 + (x + 3)^5 + \dots$$

$$1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + 5^5 + 6^5 + 7^5 + 8^5 + 9^5 + 10^5 + 11^5 + 12^5 + 13^5 = 1.002.001$$

### 5.15 ROVNICE TYPU $x^n + (x + 1)^{(n+1)}$

$$\cdot x^1 + (x + 1)^2$$

$$1^1 + 2^2 = 5$$

$$10 + 11^2 = 131$$

$$100^1 + 101^2 = 10.301$$

$$2^1 + 3^2 = 11$$

$$12^1 + 13^2 = 181$$

$$117^1 + 118^2 = 14.041$$

$$6^1 + 7^2 = 55$$

$$21^1 + 22^2 = 505$$

$$122^1 + 123^2 = 15.251$$

$$29^1 + 30^2 = 929$$

$$325^1 + 326^2 = 106.601$$

$$35^1 + 36^2 = 1.331$$

$$380^1 + 381^2 = 145.541$$

$$94^1 + 95^2 = 9.119$$

$$442^1 + 443^2 = 196.691$$

$$1.000^1 + 1.001^2 = 1.003.001$$

$$1.132^1 + 1.133^2 = 1.284.821$$

$$1.307^1 + 1.308^2 = 1.712.171$$

$$3.073^1 + 3.074^2 = 9.452.549$$

$$10.000^1 + 10.001^2 = 100.030.001$$

$$12.652^1 + 12.653^2 = 160.111.061$$

$$10.325^1 + 10.326^2 = 106.636.601$$

$$13.207^1 + 13.208^2 = 174.464.471$$

$$10.602^1 + 10.603^2 = 112.434.211$$



$$30.404^1 + 30.405^2 = 924.494.429$$

$$30.834^1 + 30.835^2 = 950.828.059$$

$$31.474^1 + 31.475^2 = 990.707.099$$

$$32.672^1 + 32.673^2 = 1.067.557.601$$

$$95.603^1 + 95.604^2 = 9.140.220.419$$

$$96.439^1 + 96.440^2 = 9.300.770.039$$

$$100.000^1 + 100.001^2 = 10.000.300.001$$

$$110.665^1 + 110.666^2 = 12.247.074.221$$

$$234.566^1 + 234.567^2 = 55.021.912.055$$

$$236.026^1 + 236.027^2 = 55.708.980.755$$

$$308.863^1 + 308.864^2 = 95.397.279.359$$

$$709.781^1 + 709.782^2 = 503.791.197.305$$

$$987.443^1 + 987.444^2 = 975.046.640.579$$

$$1.000.000^1 + 1.000.001^2 = 1.000.003.000.001$$

$$1.060.602^1 + 1.060.603^2 = 1.124.879.784.211$$

$$1.099.265^1 + 1.099.266^2 = 1.208.386.838.021$$

$$1.172.835^1 + 1.172.836^2 = 1.375.545.455.731$$

$$1.202.805^1 + 1.202.806^2 = 1.446.743.476.441$$

$$1.334.107^1 + 1.334.108^2 = 1.779.845.489.771$$

$$2.356.531^1 + 2.356.532^2 = 5.553.245.423.555$$

$$2.346.366^1 + 2.346.367^2 = 5.505.440.445.055$$

$$3.126.754^1 + 3.126.755^2 = 9.776.599.956.779$$

$$3.267.325^1 + 3.267.326^2 = 10.675.422.457.601$$

$$10.000.000^1 + 10.000.001^2 = 100.000.030.000.001$$

$$10.946.670^1 + 10.946.671^2 = 119.829.616.928.911$$

$$11.373.440^1 + 11.373.441^2 = 129.355.171.553.921$$

$$23.615.226^1 + 23.615.227^2 = 557.678.969.876.755$$

$$100.000.000^1 + 100.000.001^2 = 10.000.000.300.000.001$$

$$106.040.602^1 + 106.040.603^2 = 11.244.609.590.644.211$$

$$134.606.137^1 + 134.606.138^2 = 18.118.812.521.881.181$$

$$303.357.993^1 + 303.357.994^2 = 92.026.072.827.062.029$$

$$307.729.024^1 + 307.729.025^2 = 94.697.153.135.179.649$$

$$326.732.672^1 + 326.732.673^2 = 106.754.239.932.457.601$$

$$340.313.870^1 + 340.313.871^2 = 115.813.531.135.318.511$$

$$1.000.000.000^1 + 1.000.000.001^2 = 1.000.000.003.000.000.001$$

$$\bullet \quad x^2 + (x + 1)^3$$

$$1^2 + 2^3 = 9 \quad 4^2 + 5^3 = 141 \quad 110^2 + 111^3 = 1.379.731$$

$$10.100^2 + 10.101^3 = 1.030.709.070.301$$

$$1.001.000^2 + 1.001.001^3 = 1.003.007.009.007.003.001$$

$$\bullet \quad x^4 + (x + 1)^5$$

$$1^4 + 2^5 = 33$$

## 5.16 ROVNICE TYPU

$$x^a + (x + k)^b + (x + l)^c + (x + m)^d + (x + n)^e + (x + m)^f + \\ + (x + o)^g + (x + p)^h + (x + q)^i$$

$a, b, \dots, h, i$  jsou jednociferné mocniny.

$$\bullet \quad x^a + (x + 1)^b + (x + 2)^c + (x + 3)^d + (x + 4)^e + + (x + 5)^f + \\ + (x + 6)^g + (x + 7)^h + (x + 8)^i$$

$$1^8 + 2^9 + 3^7 + 4^6 + 5^5 + 6^1 + 7^4 + 8^3 + 9^2 = 12921$$

$$1^5 + 2^6 + 3^2 + 4^1 + 5^8 + 6^4 + 7^3 + 8^7 + 9^9 = 389909983$$

$$1^7 + 2^8 + 3^2 + 4^9 + 5^6 + 6^1 + 7^3 + 8^5 + 9^4 = 317713$$

$$1^8 + 2^6 + 3^9 + 4^1 + 5^4 + 6^7 + 7^5 + 8^3 + 9^2 = 317713$$

$$\bullet \quad x^a + (x + 1)^b + (x + 3)^c + (x + 5)^d + (x + 9)^e + + (x + 11)^f + \\ + (x + 15)^g + (x + 17)^h + (x + 21)^i$$

$$2^8 + 3^9 + 5^7 + 7^1 + 11^6 + 13^4 + 17^3 + 19^5 + 23^2 = 4.379.734$$

$$2^8 + 3^7 + 5^9 + 7^6 + 11^3 + 13^4 + 17^1 + 19^5 + 23^2 = 4.579.754$$

$$2^9 + 3^8 + 5^6 + 7^3 + 11^7 + 13^2 + 17^1 + 19^4 + 23^5 = 26.077.062$$

$$2^6 + 3^9 + 5^8 + 7^4 + 11^1 + 13^7 + 17^5 + 19^3 + 23^2 = 64.588.546$$

$$2^7 + 3^8 + 5^1 + 7^9 + 11^2 + 13^4 + 17^5 + 19^6 + 23^3 = 88.866.888$$

$$2^4 + 3^7 + 5^9 + 7^6 + 11^8 + 13^5 + 17^3 + 19^1 + 23^2 = 216.808.612$$

$$2^3 + 3^6 + 5^9 + 7^5 + 11^8 + 13^7 + 17^4 + 19^2 + 23^1 = 279.161.972$$

$$2^8 + 3^9 + 5^2 + 7^4 + 11^6 + 13^1 + 17^7 + 19^3 + 23^5 = 418.575.814$$

$$\bullet \quad x^a + (x + 2)^b + (x + 4)^c + (x + 8)^d + (x + 10)^e + + (x + 14)^f + \\ + (x + 16)^g + (x + 20)^h + (x + 26)^i$$

$$3^9 + 5^8 + 7^7 + 11^6 + 13^5 + 17^4 + 19^3 + 23^2 + 29^1 = 3.467.643$$

$$3^4 + 5^8 + 7^9 + 11^2 + 13^7 + 17^6 + 19^5 + 23^1 + 29^3 = 130.131.031$$

$$3^7 + 5^9 + 7^8 + 11^3 + 13^4 + 17^1 + 19^5 + 23^6 + 29^2 = 158.262.851$$

$$3^9 + 5^8 + 7^4 + 11^1 + 13^3 + 17^6 + 19^2 + 23^7 + 29^5 = 3.449.889.443$$

## 5.17 ROVNICE TVOŘENY Z ČÍSEL $x, x + 1, \dots$ (čísla po sobě jdoucí)

### ❖ Číslo 16 a 17:

- Vložení čísla 70 mezi cifry 16 a 17:

$$16^2 + 17^2 = 545$$

$$1.706^2 + 1.707^2 = 5.824.285$$

$$58.281.418.285$$

$$17.070.706^2 + 170.70.707^2 = 582.818.040.818.285$$

$$170.706^2 + 170.707^2 =$$

- Vložení čísla 87 mezi cifry 16 a 17:

$$1.876^2 + 1.877^2 = 3.521.253$$

$$35.297.579.253$$

$$187.876^2 + 187.877^2 =$$

- Vložení čísla 65088937033001 mezi cifry 16 a 17:

$$1.650.889.370.330.016^2 + 1.650.889.370.330.017^2 =$$

$$= 5.450.871.426.137.276.727.316.241.780.545$$

### ❖ Číslo 11, 12 a 13:

$$11^2 + 12^2 + 13^2 = 434$$

$$119.811^2 + 119.812^2 + 119.813^2 = 4.306.474.6034$$

### ❖ Číslo 16, 17 a 18:

- Vložení čísla 73:

$$1.736^2 + 1.737^2 + 1.738^2 = 9.051.509$$

$$173.736^2 + 173.737^2 + 173.738^2 = 90.553.635.509$$

### ❖ Číslo 37, 38 a 39:

$$37^2 + 38^2 + 39^2 = 4.334$$

$$36.997^2 + 36.998^2 + 36.999^2 = 4.106.556.014$$

## 5.18 DALŠÍ ROVNICE

### 5.18.1 Rovnice s použitím čísel

$$[ 0, 16, 17 ] = [ 1, 12, 20 ] = [ 2, 10, 21 ] = [ 5, 6, 22 ]$$

$$0 + 16 + 17 = 1 + 12 + 20 = 2 + 10 + 21 = 5 + 6 + 22 = \mathbf{33}$$

$$0^2 + 16^2 + 17^2 = 1^2 + 12^2 + 20^2 = 2^2 + 10^2 + 21^2 = 5^2 + 6^2 + 22^2 = \mathbf{545}$$

### 5.18.2 Rovnice s číslicemi 1, 6 a 7

$$16 + 61 = \mathbf{77}$$

$$1.716 - 1.617 = \mathbf{99}$$

$$17 + 71 = \mathbf{88}$$

$$7.117 - 6.116 = 10.011.717 - 1.616 = \mathbf{101}$$

$$1.716 + 6.171 = \mathbf{7.887}$$

$$1.716 + 1.617 = \mathbf{3.333}$$

$$1.716 \cdot 1.617 = \mathbf{2.774.772}$$

$$1.617 + 7.161 = \mathbf{8.778}$$

$$1.661 + 1.771 = 2 \cdot 1.716 = \mathbf{3.432}$$

### 5.18.3 Rovnice se sčítáním a odčítáním

$$13 + 58 + 28 = 8 + 91 = \mathbf{99}$$

$$41 + 43 + 47 = \mathbf{131}$$

$$13 + 17 + 19 + 23 + 29 = \mathbf{101}$$

$$868 - 202 = \mathbf{666}$$

$$37 + 41 + 43 = \mathbf{121}$$

$$8 + 860 = \mathbf{868}$$

$$97 + 101 + 103 + 107 + 109 + 113 + 127 = \mathbf{757}$$

$$149 + 151 + 157 + 163 + 167 = \mathbf{787}$$

$$83 + 89 + 97 + \mathbf{101} + 103 + 107 + 109 + 113 + 127 = \mathbf{929}$$

$$1.883.759 + 1.883.773 + 1.883.857 + 1.883.879 + 1.883.881 = \mathbf{9.419.149}$$

$$8 + 941 = 326 + 623 = 29 + 920 = \mathbf{949}$$

$$149 + 263 + 587 = \mathbf{999}$$

$$130 + 829 = 928 + 31 = \mathbf{959}$$

$$32 + 637 + 734 + 114 + 649 + 927 + 570 = \mathbf{3.663}$$

$$55 + 601 + 235 + 727 + 338 + 276 + \mathbf{212} + 021 + 267 + 283 + 372 + 753 + 210 + 655 = \\ = \mathbf{5.005}$$

$$10.499 + 10.501 + 10.513 = \mathbf{31.513}$$

$$3.491 + 3.499 + 3.511 = \mathbf{10.501}$$

$$10.499 + 10.513 = \mathbf{21.012}$$

$$375.391 + 375.407 + 375.413 = \mathbf{1.120.211}$$

$$3.306.049 + 3.306.059 + 3.306.091 = \mathbf{9.918.199}$$

$$33.467.981 + 33.467.989 + 33.468.031 = \mathbf{100.404.001}$$

$$332.636.593 + 332.636.597 + 332.636.609 = \mathbf{997.909.799}$$

$$3.340.637.303 + 3.340.637.347 + 3.340.637.351 = \mathbf{10.021.912.001}$$

$$3.718.518.361 + 3.718.518.371 + 3.718.518.379 = \mathbf{11.155.555.111}$$

$$4.272.827.261 + 4.272.827.263 + 4.272.827.297 = \mathbf{12.818.481.821}$$

$$33.329.662.973 + 33.329.662.999 + 33.329.663.027 = \mathbf{99.988.988.999}$$

$$333.350.499.973 + 333.350.499.991 + 333.350.500.037 = \mathbf{1000.051.500.001}$$

$$3.333.218.856.647 + 3.333.218.856.673 + 3.333.218.856.679 = \mathbf{9.999.656.569.999}$$

$$33.333.642.999.977 + 33.333.642.999.991 + 33.333.643.000.033 = \mathbf{100.000.929.000.001}$$

$$333.332.791.299.943 + 333.332.791.300.013 + 333.332.791.300.043 = \mathbf{999.998.373.899.999}$$

$$2.302.222.249 + 2.302.222.261 + 2.302.222.271 + 2.302.222.361 + 2.302.222.369 = \\ = \mathbf{11511111511}$$

$$3.997.859.743 + 3.997.859.771 + 3.997.859.807 + 3.997.859.821 + 3.997.859.849 = \\ = \mathbf{19989298991}$$

$$2.127.978.703 + 2.127.978.707 + 2.127.978.709 + 2.127.978.731 + 2.127.978.751 = \\ = \mathbf{10639893601}$$

$$1.593.650.581 + 1.593.650.599 + 15.93.650.731 + 1.593.650.789 + 1.593.650.797 + \\ + 1593650801 + 1593650813 = \mathbf{11.155.555.111}$$

$$2.143.592.827 + 21.43.592.833 + 2.143.592.837 + 2.143.592.861 + 2.143.592.881 + \\ + 2.143.592.903 + 2.143.592.909 = \mathbf{15.005.150.051}$$

$$4.291.038.893 + 4.291.038.977 + 4.291.038.979 + 4.291.038.989 + 4.291.039.009 + \\ + 4.291.039.069 + 4.291.039.087 = \mathbf{30.037.273.003}$$

$$3.620.807.419 + 3.620.807.461 + 3.620.807.473 + 3.620.807.503 + 3.620.807.507 + \\ + 3.620.807.563 + 3.620.807.569 + 3.620.807.579 + 3.620.807.581 + 3.620.807.609 + \\ + 3.620.807.629 = \mathbf{39.828.882.893}$$

## 5.18.4 Rovnice s násobením a dělením

### 5.18.4.1 Násobení čísel vytvořených pouze z číslic 1

- $11 \cdot 111 = 1.221$
- $111 \cdot 1.111 = 123.321$
- $1.111 \cdot 11.111 = 12.344.321$
- $111.111.111 \cdot 1.111.111.111 = 123.456.789.987.654.321$

Všechny palindromy jsou tvořeny 123...321.

#### DŮKAZ:

Nechť přirozené číslo  $a$  má rozvinutý zápis v oboru přirozených čísel v desítkové soustavě

$$a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + a_{n-2} 10^{n-2} + a_{n-3} 10^{n-3} + \dots + a_1 10^1 + a_0 10^0, \text{ kde } 0 \leq a_i < 10 \text{ (} i = 0 \text{ až } n \text{)}$$

- Pro  $11 \cdot 111 = 1.221$

Zapišeme palindromy **11** ve tvaru  $aa$  a **111** ve tvaru  $aaa$ , kde  $a = 1$ .

Provedeme rozvoj těchto čísel v desítkové soustavě  $aa = 10a + a$ ,  $aaa = 100a + 10a + a$

Vynásobíme  $aa \cdot aaa = (10a + a) \cdot (100a + 10a + a) = 1000a^2 + 100a^2 + 100a^2 + 10a^2 + 10a^2 + a^2 = 1000a^2 + 200a^2 + 20a^2 + a^2 = 1221a^2$ , po dosazení  $a = 1$  dostaneme číslo **1.221**.

- Pro  $111 \cdot 1.111 = 123.321$

Zapišeme palindromy **111** ve tvaru  $aaa$  a **1.111** ve tvaru  $aaaa$ , kde  $a = 1$ .

Provedeme rozvoj těchto čísel v desítkové soustavě  $aaa = 100a + 10a + a$ ,  $aaaa = 1000a + 100a + 10a + a$

Vynásobíme  $aaa \cdot aaaa = (100a + 10a + a) \cdot (1000a + 100a + 10a + a) =$

$= 100000a^2 + 10000a^2 + 1000a^2 + 10000a^2 + 1000a^2 + 100a^2 + 1000a^2 + 100a^2 + 10a^2 + 100a^2 + 10a^2 + a^2 = 100000a^2 + 20000a^2 + 3000a^2 + 300a^2 + 20a^2 + a^2 = 123321a^2$ , po dosazení  $a = 1$  dostaneme číslo **123.321**.

Důkazy pro další příklady budou podobné.

### 5.18.4.2 Násobení čísla s jeho zrcadlovým obrazem

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$12 \cdot 21 = 252$$

$$102 \cdot 201 = 20.502$$

$$122 \cdot 221 = 26.962$$

$$112 \cdot 211 = 23.632$$

$$1.002 \cdot 2.001 = 2.005.002$$

$$1.102 \cdot 2.011 = 2.216.122$$

$$1.011 \cdot 1.101 = 1.113.111$$

$$1.121 \cdot 1.211 = 1.357.531$$

$$1.012 \cdot 2.101 = 2.126.212$$

$$1.202 \cdot 2.021 = 2.429.242$$

$$1.021 \cdot 1.201 = 1.226.221$$

$$2.012 \cdot 2.102 = 4.229.224$$

$$1.022 \cdot 2.201 = 2.249.422$$

$$10.002 \cdot 20.001 = 200.050.002$$

$$10.111 \cdot 11.101 = 112.242.211$$

$$10.011 \cdot 11.001 = 110.131.011$$

$$10.112 \cdot 21.101 = 213.373.312$$

$$10.012 \cdot 21.001 = 210.262.012$$

$$10.121 \cdot 12.101 = 122.474.221$$

$$10.021 \cdot 12.001 = 120.262.021$$

$$10.202 \cdot 20.201 = 206.090.602$$

$$10.022 \cdot 22.001 = 220.494.022$$

$$10.211 \cdot 11.201 = 114.373.411$$

$$10.102 \cdot 20.101 = 203.060.302$$

$$11.002 \cdot 20.011 = 220.161.022$$

$$11.102 \cdot 20.111 = 223.272.322$$

$$11.012 \cdot 21.011 = 231.373.132$$

$$11.121 \cdot 12.111 = 134.686.431$$

$$11.021 \cdot 12.011 = 132.373.231$$

$$12.002 \cdot 20.021 = 240.292.042$$

$$20.012 \cdot 21.002 = 420.292.024$$

$$111.112 \cdot 211.111 = 23.456.965.432$$

$$1.010.201 \cdot 1.020.101 = 1.030.507.050.301$$

$$1.001002.001 \cdot 1.002.001.001 = 1.003.005.007.005.003.001$$

$$1.000.100.020.001 \cdot 1.000.200.010.001 = 1.000.300.050.007.000.500.030.001$$

### 5.18.4.3 Násobení různých čísel

$$6 \cdot 7 \cdot 6 = 252 \quad 101 \cdot 373 = 37.673$$

$$1.021 \cdot 1.201 = 1.226.221$$

$$1.012 \cdot 2.101 = 212.621$$

$$1.617 \cdot 123 = 198.891$$

$$1.716 \cdot 147 = 252.252$$

$$123 \cdot 147 = 18.081$$

### 5.18.4.4 Násobení a dělení různých čísel

$$131.313 / (13 \cdot 13) = 777$$

### 5.18.5 Rovnice s násobením a sčítáním

$$(3 + 8 + 9 + 3 + 5 + 6 + 4 + 7 + 4) \cdot 2 + 1 = 99$$

$$(2+7+9+9+7+2) \cdot 7.777 = 279.972$$

$$2 \cdot (123.456.789+987.654.321) + 2 = 2.222.222.222$$

$$(1+2+3+4+5+6+7+8+9+8+7+6+5+4+3+2+1) \cdot 12.345.678.987.654.321 = 999.999.999^2$$

$$287 + 76 = 363$$

$$287 \cdot 76 = 21.812$$

### 5.18.6 Rovnice s mocninami

$$1^8 + 2^5 + 3^9 + 4^2 + 5^3 + 6^1 + 7^7 + 8^6 + 9^4 = 1.112.111$$

$$1.120^2 + 1.121 = 1.255.521$$

$$10.102.00^2 + 1.010.201 = 1.020.505.050.201$$

$$1.001.002.000^2 + 1.001.002.001 = 1.002.005.005.005.002.001$$

$$1000.100.020.000^2 + 1.000.100.020.001 = 1.000.200.050.005.000.500.020.001$$

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$303^2 + 404^2 = 505^2$$

$$20^2 + 99^2 = 101^2$$

$$363^2 + 484^2 = 605^2$$

$$252^2 + 275^2 = 373^2$$

$$69^3 + 447^3 + 893^3 = 929^3$$

$$30^4 + 120^4 + 272^4 + 315^4 = 353^4$$



## 5.19 RŮZNÉ PALINDROMICKÉ SOUČTY

$$11^2 + 22^2 + \dots + 66^2 = 91 \cdot 11^2 = 11.011$$

$$111^2 + 222^2 + \dots + 666^2 = 91 \cdot 111^2 = 1.121.211$$

$$1.111^2 + 2.222^2 + \dots + 6.666^2 = 91 \cdot 1.111^2 = 11.232.3211$$

$$11.111^2 + 22.222^2 + \dots + 66.666^2 = 91 \cdot 11.111^2 = 11.234.343.211$$

$$111.111^2 + 222.222^2 + \dots + 666.666^2 = 91 \cdot 111.111^2 = 1.123.454.543.211$$

$$1.111.111^2 + 2.222.222^2 + \dots + 6.666.666^2 = 91 \cdot 1.111.111^2 = 112.345.656.543.211$$

$$11.111.111^2 + 22.222.222^2 + \dots + 66.666.666^2 = 91 \cdot 11.111.111^2 = 11.234.567.676.543.211$$

$$111.111.111^2 + 222.222.222^2 + \dots + 666.666.666^2 = 91 \cdot 111.111.111^2 = \\ = 1123456787876543211$$

$$1.111.111.111^2 + 2.222.222.222^2 + \dots + 6.666.666.666^2 = 91 \cdot 1.111.111.111^2 = \\ = 112.345.678.989.876.543.211$$

$$55^2 + 66^2 + 77^2 = 22^2 + 33^2 + 44^2 + 99^2 = 13.310$$

$$555^2 + 636^2 + 767^2 = 212^2 + 343^2 + 424^2 + 979^2 = 1.300.810$$

$$33.033^2 + 44.044^2 + 55.055^2 = 2 \cdot 55.055^2$$

$$11.011^2 + 22.022^2 + 33.033^2 + 66.066^2 = 2 \cdot 55.055^2$$

$$31.013 + 24.042 + 35.053 + 75.057 + 86.068 + 79.097 = 330.330$$

$$13.031 + 42.024 + 53.035 + 57.075 + 68.086 + 97.079 = 330.330$$

$$31.013^2 + 24.042^2 + 35.053^2 + 75.057^2 + 86.068^2 + 79.097^2 = 22.066.126.024$$

$$13.031^2 + 42.024^2 + 53.035^2 + 57.075^2 + 68.086^2 + 97.079^2 = 22.066.126.024$$

$$31.013^3 + 24.042^3 + 35.053^3 + 75.057^3 + 86.068^3 + 79.097^3 = 1.642.056.213.257.460$$

$$13.031^3 + 42.024^3 + 53.035^3 + 57.075^3 + 68.086^3 + 97.079^3 = 1.642.056.213.257.460$$

## 5.20 PALINDROMICKÝ TROJÚHELNÍK

$(2 + 3 + 4) = 9$	9
$(2 + 3 + \dots + 44) = 989$	989
$(2 + 3 + \dots + 444) = 98.789$	98789
$(2 + 3 + \dots + 4444) = 9.876.789$	9876789
$(2 + 3 + \dots + 44444) = 987.656.789$	987656789
$(2 + 3 + \dots + 444444) = 98.765.456.789$	98765456789
$(2 + 3 + \dots + 4444444) = 9.876.543.456.789$	9876543456789
$(2 + 3 + \dots + 44444444) = 987.654.323.456.789$	987654323456789
$(2 + 3 + \dots + 444444444) = 98.765.432.123.456.789$	98765432123456789
$(2 + 3 + \dots + 4.444.444.444) = 987.654.321.012.345.6789$	9876543210123456789

## 6. KOUZELNÝ PALINDROM 2002

Jak již jsem dříve napsala, tak v astrologii má rok **2002** pro někoho zvláštní kouzlo. Také v matematice je číslo **2002** zajímavé.

### Součtem je palindrom 2.002:

- Číslo **2.002** je v této tabulce 4 x 4 součtem kombinací čtyř buněk. K výsledku můžeme dojít 86-ti odlišnými kombinacemi.

501 498 495 508

496 507 502 497

506 493 500 503

499 504 505 494

- Číslo **2.002** je v této tabulce 5 x 5 součtem kombinací pěti buněk. Jde to 1291-ti různými kombinacemi.

404 413 388 395 402

412 392 394 401 403

391 393 400 407 411

397 399 406 410 390

398 405 414 389 396

- Číslo **2.002** můžeme zapsat jako součet po sobě jdoucích kladných celých čísel od 13 do 64 (tj. součet 52 čísel), což je stejný počet jako počet týdnů v roce **2.002**.

$$13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + \dots + 60 + 61 + 62 + 63 + 64 = \mathbf{2.002}$$

- Číslo **2.002** můžeme také zapsat jako součet po sobě jdoucích kladných celých čísel od 148 do 160 (tj. součet 13 čísel).  
 $148 + 149 + 150 + \dots + 158 + 159 + 160 = \mathbf{2.002}$
- Číslo **2.002** můžeme dále také zapsat jako součet po sobě jdoucích kladných celých čísel od 499 do 502 (tj. součet 4 čísel).  
 $499 + 500 + 501 + 502 = \mathbf{2.002}$
- Číslo **2.002** můžeme zapsat i jako součet po sobě jdoucích kladných celých čísel od 283 do 289 (tj. součet 7 čísel).  
 $283 + 284 + 285 + 286 + 287 + 288 + 289 = \mathbf{2.002}$
- Číslo **2.002** můžeme také zapsat jako součet po sobě jdoucích kladných celých čísel od 177 do 187 (tj. součet 11 čísel).  
 $177 + 178 + 179 + \dots + 185 + 186 + 187 = \mathbf{2.002}$
- Číslo **2.002** můžeme také zapsat jako součet po sobě jdoucích kladných celých čísel od 58 do 85 (tj. součet 28 čísel). Zajímavé také je, že číslo **5.885** je také palindrom  
 $58 + 59 + 60 + \dots + 83 + 84 + 85 = \mathbf{2.002}$
- Číslo **2.002** můžeme dále také zapsat jako součet po sobě jdoucích kladných celých čísel od 24 do 67 (tj. součet 44 čísel).  
 $24 + 25 + 26 + \dots + 65 + 66 + 67 = \mathbf{2.002}$
- Číslo **2.002** lze také vyjádřit  
 $13 + 14 + 15 + \dots + 63 + 64 = 2(65 + 66 + \dots + 77 + 78) = \mathbf{2.002}$

### **Palindrom 2.002 a číslo 4, které je také palindrom:**

- Součet číslic **2.002** je rovno **4** ( $2 + 0 + 0 + 2 = 4$ )
- Palindrom **2.002** můžeme napsat jako součin čtyř čísel:  
 $2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = \mathbf{2.002}$   
 Součet těchto čísel  $2 + 7 + 11 + 13 = \mathbf{33}$ , což je také palindrom.
- Palindrom **2.002** jde také zapsat jako součet čtyř celých čísel:  
 $491 + 499 + 503 + 509 = \mathbf{2.002}$
- Palindrom 2002 jde také zapsat jako součet čtyř po sobě jdoucích celých čísel:  
 $499 + 500 + 501 + 502 = \mathbf{2.002}$

## Palindrom tvořený dvěma palindromy 2.002, mezi které je vloženo číslo $q$ :

Tato čísla jsou vytvořena vložением čísla  $q$  ( $q > 1$ ) mezi dva palindromy 2.002 tak, že celek je dělitelný tímto číslem  $q$ :

$$200.222.002 = 2 \cdot 100.111.001$$

$$200.272.002 = 7 \cdot 28.610.286$$

$$2.002.112.002 = 11 \cdot 182.010.182$$

$$2.002.132.002 = 13 \cdot 154.010.154$$

A jak již jsem napsala:  $2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = 2.002$

$$52.579 \cdot 38.086.038 = 2.002.525.792.002$$

$$99.990.001 \cdot 20.032.002 = 20.029.999.000.120.02$$

## Palindrom 20.022.002:

Palindrom 20.022.002 je tvořený součinem tří palindromů:

$$20.022.002 = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 73 \cdot 137$$

$$959 = 7 \cdot 137$$

$$22 = 2 \cdot 11$$

$$949 = 13 \cdot 73$$

$$\text{Potom } 22 \cdot 949 \cdot 959 = 20.022.002$$

## Palindrom 2.002.200.220.022.002:

Palindrom 2.002.200.220.022.002 je tvořený součinem čtyř palindromů:

$$2.002.200.220.022.002 = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 73 \cdot 137 \cdot 5.882.353$$

$$2 \cdot 11 = 22$$

$$13 \cdot 73 = 949$$

$$17 \cdot 5882353 = 100.000.001$$

$$7 \cdot 137 = 959$$

$$\text{Potom } 22 \cdot 949 \cdot 959 \cdot 100.000.001 = 2.002.200.220.022.002$$

## Počítání s palindromem 2.002, kdy vznikne také palindrom:

$$2.587 - 2.002 = 585$$

$$2.002 - 1.558 = 444$$

## Palindrom 2002 a jeho násobky:

$$2.002 \cdot 1 = 2.002$$

$$2.002 \cdot 11 = 22.022$$

$$2.002 \cdot 11 = 22.022$$

$$2.002 \cdot 111 = 222.222$$

$$2.002 \cdot 101 = 202.202$$

$$2.002 \cdot 1.111 = 2.224.222$$

$$2.002 \cdot 1.001 = 2.004.002$$

$$2.002 \cdot 10.001 = 20.022.002$$

$$2.002 \cdot 100.001 = 200.202.002$$

$$2.002 \cdot 22 = 44.044$$

$$2.002 \cdot 222 = 444.444$$

$$2.002 \cdot 2.222 = 4.448.444$$

$$2.002 \cdot 4 = 8.008$$

$$2.002 \cdot 44 = 88.088$$

$$(2.002 \cdot 5) / (2 \cdot 5) = 1.001$$

$$(2.002 \cdot 55) / (2 \cdot 5) = 11.011$$

$$2.002 \cdot 111 = 222.222$$

$$2.002 \cdot 222 = 444.444$$

$$2.002 \cdot 333 = 666.666$$

$$2.002 \cdot 444 = 888.888$$

$$2.002 \cdot 121 = 242.242$$

$$2.002 \cdot 1.221 = 2.444.442$$

$$2.002 \cdot 12.221 = 24.466.442$$

$$2.002 \cdot 122.221 = 244.686.442$$

$$2.002 \cdot 12.421 = 24.866.842$$

$$2.002 \cdot 242 = 484.484$$

$$2.002 \cdot 2.442 = 4.888.884$$

$$2.002 \cdot 11.011 = 22.044.022$$

$$2.002 \cdot 110.011 = 220.242.022$$

$$2.002 \cdot 1.100.011 = 2.202.222.022$$

$$2.002 \cdot 30.003 = 60.066.006$$

$$2.002 \cdot 3 = 6.006$$

$$2.002 \cdot 33 = 66.066$$

$$2.002 \cdot 333 = 666.666$$

$$2.002 \cdot 444 = 888.888$$

$$(2.002 \cdot 555) / (2 \cdot 5) = 111.111$$

$$(2.002 \cdot 5.555) / (2 \cdot 5) = 1.112.111$$

$$2.002 \cdot 555 = 1.111.111 - 1$$

$$2.002 \cdot 666 = 1.333.331 - 1$$

$$2.002 \cdot 777 = 1.555.551 - 1$$

$$2.002 \cdot 888 = 1.777.771 - 1$$

$$2.002 \cdot 999 = 1.999.991 - 1$$

$$2.002 \cdot 12.321 = 24.666.642$$

$$2.002 \cdot 123.321 = 246.888.642$$

$$2.002 \cdot 343 = 686.686$$

$$2.002^2 = 4.008.004$$

$$2.002 \cdot 22.022 = 44.088.044$$

$$2.002 \cdot 220.022 = 440.484.044$$

$$2.002 \cdot 2.200.022 = 4.404.444.044$$

$$2.002 \cdot 40004 = 80088008$$

$$(2.002 / 2) \cdot (55 / 5) = 11.011$$

$$(2.002 / 2) \cdot (505 / 5) = 101.101$$

$$(2.002 / 2) \cdot (5.005 / 5) = 1.002.001$$

$$(2.002 / 2) \cdot (50.005 / 5) = 10.011.001$$

$$(2.002 \cdot 88) / 2 = 88.088$$

$$(2.002 \cdot 808) / 2 = 808.808$$

$$(2.002 \cdot 66) / 2 = 66066$$

$$(2.002 \cdot 606) / 2 = 606606$$

$$(2.002 \cdot 77) / 2 = 77077$$

$$(2.002 \cdot 707) / 2 = 707707$$

$$(2.002 \cdot 99) / 6 = 33033$$

$$(2.002 \cdot 909) / 6 = 303303$$

$$(2.002 \cdot 9009) / 6 = 3006003$$

### Palindrom 2002 a mocniny:

$$2.002 = x^2 + y^2 + z^2 + k^2$$

$$2.002 = 44^2 + 8^2 + 1^2 + 1^2$$

$$2.002 = x^3 + y^3 + z^3 + k^3$$

$$2.002 = 10^3 + 10^3 + 1^3 + 1^3$$

$$2.002 = x^4 + y^4 + z^4$$

$$2.002 = 6^4 + 5^4 + 3^4$$

$$2.002 = x^4 - x^3 - x^2 - x$$

$$2.002 = 7^4 - 7^3 - 7^2 - 7$$

$$2.002^6 = x^3 + y^3 + z^3 + u^3$$

$$\begin{aligned} 2.002^6 &= 4003972^3 + 579012^3 - 8925^3 - 483^3 \\ &= 4003412^3 + 604606^3 + 32002^3 + 1008^3 \\ &= 4000973^3 + 696742^3 + 23467^3 + 216^3 \\ &= 3982499^3 + 1068909^3 + 34102^3 + 862^3 \\ &= 3945952^3 + 1433279^3 + 4441^3 + 366^3 \\ &= 3918046^3 + 1618364^3 + 35772^3 + 946^3 \\ &= 3898263^3 + 1726369^3 + 11640^3 + 102^3 \\ &= 3842592^3 + 1970150^3 - 11336^3 - 182^3 \\ &= 3785773^3 + 2163515^3 - 16512^3 - 830^3 \\ &= 3532614^3 + 2727930^3 + 28824^3 + 916^3 \\ &= 3525536^3 + 2739726^3 - 15407^3 - 185^3 \\ &= 3182368^3 + 3179941^3 - 16933^3 - 228^3 \end{aligned}$$

## Zajímavá rovnice s 2.002:

$$2.002 = 1 + 666 + 1 + 666 + 1 + 666 + 1 =$$

$$1 + (1 \cdot 1 \cdot 1) + (2 \cdot 2 \cdot 2) + (3 \cdot 3 \cdot 3) + (4 \cdot 4 \cdot 4) + (5 \cdot 5 \cdot 5) + (6 \cdot 6 \cdot 6) + \\ + (5 \cdot 5 \cdot 5) + (4 \cdot 4 \cdot 4) + (3 \cdot 3 \cdot 3) + (2 \cdot 2 \cdot 2) + (1 \cdot 1 \cdot 1) + 1 + (1 \cdot 1 \cdot 1) + \\ + (2 \cdot 2 \cdot 2) + (3 \cdot 3 \cdot 3) + (4 \cdot 4 \cdot 4) + (5 \cdot 5 \cdot 5) + (6 \cdot 6 \cdot 6) + (5 \cdot 5 \cdot 5) + (4 \cdot 4 \cdot 4) + \\ + (3 \cdot 3 \cdot 3) + (2 \cdot 2 \cdot 2) + (1 \cdot 1 \cdot 1) + 1 + (1 \cdot 1 \cdot 1) + (2 \cdot 2 \cdot 2) + (3 \cdot 3 \cdot 3) + (4 \cdot 4 \cdot 4) + \\ + (5 \cdot 5 \cdot 5) + (6 \cdot 6 \cdot 6) + (5 \cdot 5 \cdot 5) + (4 \cdot 4 \cdot 4) + (3 \cdot 3 \cdot 3) + (2 \cdot 2 \cdot 2) + (1 \cdot 1 \cdot 1) + 1$$

## 2.002-cifer:

$703^{703}$  je jediné číslo  $n^n$  (nebo  $n \wedge n$ ) s přesně 2002 číslicemi.

## 7. Palindrom 323.323

Palindrom **323.323** je již zajímavý tím, že je složen ze dvou palindromů **323**.

$$323.323 = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$$

$$323.323 = 1^7 + 2^2 + 3^8 + 4^9 + 5^5 + 6^6 + 7^1 + 8^4 + 9^3$$

$$3^2 + 2^2 + 3^2 + 3^2 + 2^2 + 3^2 = 44$$

## 8. Číslo 1.051 a 1.061

$$(1.051) + (10 \cdot 61) = 1.661$$

$$1.051 \cdot 1.061 = 1115111$$

$$(10^5+1) \cdot (10^6+1) = 100.001.100.001$$

$$1.051 + 1.061 = 2.112$$

$$1.051^2 + 1.061^2 = 2.230.322$$

- Vložíme-li nulu na čtvrtou pozici:

Vzniknou palindromy 10.501 a 10.601.

$$10.501 = 3.491 + 3.499 + 3.511$$

$$10.601 = 3.529 + 3.533 + 3.539$$

- Vložíme-li nulu na druhou a pátou pozici:

Vzniknou palindromy 100.501 a 100.601.

$$100.501 \cdot 100.601 = 10.110.501.101$$

## 9. Palindrom 64.446

$$32.213 + 32.233 = 64.446 = 33.223 + 31.223$$

## 10. PŘÍKLADY

### 10.1 Palindrom 1.001

#### 10.1.1 Dělitelnost čísel číslem 7 (nebo 11 nebo 13)

Pro dělitelnost čísel číslem 7 (nebo 11 nebo 13) můžeme využít zajímavého čísla 1.001, které je nejmenší čtyřciferné číslo dělitelné 7, 11 i 13 ( $7 \cdot 11 \cdot 13 = 1.001$ ).

Dělitelnost daného čísla sedmi (nebo 11 nebo 13) zjistíme, jestliže od daného čísla bez posledních tří číslic odečteme číslo utvořené jeho posledními třemi číslicemi. Jestliže tento rozdíl je dělitelný 7 (11, 13), pak také dané číslo je dělitelné 7 (11, 13).

#### Příklad č. 1:

<b>KATEGORIE B</b>
(52. ročník matematické olympiády, školní rok 2002/2003, úlohy I. kola - domácího kola)
<b>B - I - 1</b>

Je číslo 348.285 dělitelné 7?

#### ŘEŠENÍ:

$$\begin{aligned} 348.285 &= 348 \cdot 1.000 + 285 = 348 \cdot 1.000 + 348 - 348 + 285 = \\ &= 348 \cdot 1.001 - (348 - 285). \end{aligned}$$

Aby rozdíl na pravé straně byl dělitelný 7, je třeba, aby  $348 - 285$  bylo dělitelné 7. Protože  $348 - 285 = 63$  je dělitelné 7, je také dané číslo 348.285 dělitelné 7.

#### Příklad č. 2:

Je číslo 946.988.875 dělitelné 7?

#### ŘEŠENÍ:

$$\begin{aligned} 946.988.875 &= 946.988 \cdot 1.000 + 946.988 - 946.988 + 875 = \\ &= 946.988 \cdot 1.001 - (946.988 - 875). \end{aligned}$$

Toto číslo je dělitelné 7, jestliže  $946.988 - 875$  je dělitelné 7.



$$\begin{aligned} \text{Podobně } 946.988 - 875 &= 946 \cdot 1.000 + 946 - 946 + 988 - 875 = \\ &= 946 \cdot 1.001 - (946 - 113). \end{aligned}$$

Toto číslo je dělitelné 7, jestliže  $946 - 113 = 833$  je dělitelné 7. Protože  $833 : 7$  je dělitelné beze zbytku, je také číslo 946.988.875 dělitelné 7.

### Příklad č. 3:

Najdi všechny čtyřciferné palindromy, které jsou dělitelné číslem 77.

#### ŘEŠENÍ:

Číslo je dělitelné 77 právě, když je dělitelné 7 a současně 11.

Označme čtyřciferné symetrické číslo písmeny A.BBA.

Rozvinutý zápis čísla v desítkové číselné soustavě:

$$\begin{aligned} 1.000 \cdot A + 100 \cdot B + 10 \cdot B + A &= 1.001 \cdot A + 101 \cdot B = \\ &= 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot A + 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot B = 77 \cdot 13 \cdot A + 110 \cdot B. \end{aligned}$$

Z tohoto zápisu víme, že cifra A může být libovolná (různá od nuly) a cifra B musí být 7 nebo 0.

#### ZÁVĚR:

Dostali jsme 18 řešení:

1.001, 2.002, 3.003, 4.004, 5.005, 6.006, 7.007, 8.008, 9.009, 1.771, 2.772, 3.773, 4.774, 5.775, 6.776, 7.777, 8.778, 9.779.

### Příklad č. 4:

Najdi všechny šesticiferné palindromy, které jsou dělitelné číslem 63.

#### ŘEŠENÍ:

Číslo je dělitelné číslem 63, když je dělitelné číslem 7 a současně číslem 9.

Dekadický zápis 6-ciferného symetrického čísla ABCCBA je

$$\begin{aligned} 100.000 \cdot A + 1.000 \cdot C + 100 \cdot C + 10 \cdot B + A &= 100.001 \cdot A + 1.100 \cdot C = \\ &= 7 \cdot 14.286 \cdot A - A + 7 \cdot 157 \cdot C + C = 7 \cdot (14.286 \cdot A + 1.430 \cdot B + 157 \cdot C) + C - A. \end{aligned}$$

Číslo ABC.CBA je dělitelné číslem 7, když  $C - A = 7$  nebo  $C - A = -7$  nebo  $C = A$ .

**Možnosti:**

$C - A = 7$

$9 - 2 = 7$

$8 - 1 = 7$

$7 - 0 = 7$

$C - A = -7$

$0 - 7 = -7$

$1 - 8 = -7$

$2 - 9 = -7$

$9 - 9 = 0$

$8 - 8 = 0$

$7 - 7 = 0$

$6 - 6 = 0$

$5 - 5 = 0$

$C - A = 0$

$4 - 4 = 0$

$3 - 3 = 0$

$2 - 2 = 0$

$1 - 1 = 0$

Číslo ABC.CBA je dělitelné číslem 9, když ciferný součet čísla je dělitelný číslem 9. Ciferný součet je  $2 \cdot (A + B + C)$ . Součet  $A + B + C$  může být rovný 9, 18 nebo 27.

**Možnosti:**

$C - A \quad B$

$9 - 2 \quad 7$

$8 - 1 \quad 0$

$8 - 1 \quad 9$

$7 - 0 \quad 2$

**ciferný součet**

$9+2+7=18$

$8+1+0=9$

$8+1+9=18$

$7+0+2=9$

$C - A \quad B$

$0 - 7 \quad 2$

$1 - 8 \quad 0$

$1 - 8 \quad 9$

$2 - 9 \quad 7$

**ciferný součet**

$0+7+2=9$

$1+8+9=18$

$1+8+9=18$

$2+9+7=18$

$C - A \quad B$

$9 - 9 \quad 0$

$9 - 9 \quad 9$

$8 - 8 \quad 2$

$7 - 7 \quad 4$

$6 - 6 \quad 6$

$5 - 5 \quad 8$

$4 - 4 \quad 1$

$3 - 3 \quad 3$

$2 - 2 \quad 5$

$1 - 1 \quad 7$

**ciferný součet**

$9+9+0=18$

$9+9+9=27$

$8+8+2=18$

$7+7+4=18$

$6+6+6=18$

$5+5+8=18$

$4+4+1=9$

$3+3+3=9$

$2+2+5=9$

$1+1+7=9$

**ZÁVĚR:**

Úloha má 17 řešení:

79.972, 08.801, 98.891, 20.027, 01.108, 91.198, 09.909, 99.999, 28.828, 47.747, 66.666, 85.585, 14.414, 33.333, 52.252, 171.171.

### **Příklad č.5:**

Dělíme-li číslo 1.001 číslem 91, dostaneme 11. Jaké číslo je třeba dělit 91, abychom dostali 22, 33, 44 atd.?

#### **ŘEŠENÍ:**

Chceme-li zjistit, jaké číslo je třeba dělit číslem 91, abychom dostali čísla 22, 33, 44, ... použijeme nejdříve konkretizaci jednotlivé případy.

$$22 \cdot 91 = 2.002, 33 \cdot 91 = 3.003, 44 \cdot 91 = 4.004, \dots$$

Protože  $11 \cdot 91 = 1.001$ , potom hledáme-li číslo, kterým dělíme číslo 91 a výsledek je dvojnásobek, trojnásobek až 9-ti násobek čísla 11, které je podílem čísla 1.001 děleného číslem 91. Jestliže dělitel zůstává nezměněn, musí se dvakrát, třikrát, ... zvětšit dělenec, pokud má mít podíl tyto vlastnosti.

#### **ZÁVĚR:**

Abychom dostali čísla 22, 33, 44, ... až 99, musíme dělit číslem 91 dvojnásobek, trojnásobek až 9-ti násobek čísla 11, které je podílem čísla 1.001 děleného číslem 91. Jestliže dělitel zůstává nezměněn, musí se dvakrát, třikrát, ... zvětšit dělenec, pokud má mít podíl tyto vlastnosti.

## **10.1.2 Palindrom 1.001 násoben dvojciferným palindromem**

Násobením čísla 1.001 dvojciferným číslem se stejnými číslicemi dostaneme souměrný výsledek

Zapišeme libovolné dvojciferné číslo se stejnými číslicemi ve tvaru  $aa$ , kde  $a$  je číslice v desítkové soustavě.

Provedeme rozvoj tohoto čísla v desítkové soustavě

$$aa = 10a + a.$$

Toto číslo vynásobíme číslem 1.001

$$1001 \cdot (10a + a) = 10.010a + 1.001a = 11.011a$$

Zde vidíme, že vynásobením čísla 1.001 dvojciferným číslem se stejnými číslicemi, získáme souměrný výsledek.

## Příklad:

Dosaďte čísla místo hvězdiček.  
Pokuste se vysvětlit, zda v tom není nějaká zákonitost, že výsledkem je souměrné číslo.

$$\begin{array}{r} * 4 * \\ * * * \\ \hline 4 * 4 \\ * * * * \\ * 4 * \\ \hline 4 4 * 4 4 \end{array}$$

## ŘEŠENÍ:

Násobíme-li číslo 1.001 dvojciferným číslem se stejnými číslicemi, dostaneme souměrný výsledek. Podle tohoto můžeme zvolit příslušné činitele:

$$\begin{array}{r} 242 \\ 182 \\ \hline 484 \\ 1936 \\ 242 \\ \hline 44.044 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 1.001 &= 91 \cdot 11, 44 = 2 \cdot 2 \cdot 11 \\ 1.001 \cdot 44 &= 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 91 = \\ &= (2 \cdot 11 \cdot 11) \cdot (2 \cdot 91) = 242 \cdot 182 = \\ &= 44.044 \end{aligned}$$

## 10.2 Palindrom jako dělitel

### 10.2.1 Palindrom 11

#### Příklad :

##### Rodné číslo

Všichni víme, že rodná čísla zapsaná v občanském průkazu jsou základním identifikačním znakem každého občana. Jsou buď devítimístná, nebo v posledních letech desetimístná, přičemž první dvě místa odpovídají poslednímu dvojčíslí roku. Druhé dvojčíslí je u chlapců určeno měsícem narození, u děvčat je to měsíc narození zvětšený o 50. Třetí dvojčíslí je dáno dnem narození. Po lomítku následuje čtyřmístné číslo označující pořadí chlapců a děvčat narozených v jednom dni. Na tom by nebylo nic zajímavého, ale kolik z vás ví, že poslední čtveřice čísel je zvolena tak, aby rodné číslo bylo dělitelné 11.

### ZADÁNÍ:

Kolik nejvíce dětí se mohlo narodit 23.11.1998, jestliže každé z nich musí mít jiné rodné číslo?

### ŘEŠENÍ:

Rodná čísla chlapců narozených 23.11.1998 jsou čísla tvaru  $9811230000 + x = 891930000 \cdot 11 + x$ . Číslo  $x$  je tedy libovolné čtyřciferné číslo, které je násobkem 11, tj. libovolné z čísel  $0 \cdot 11, 1 \cdot 11, 2 \cdot 11, \dots, 909 \cdot 11 = 9999$ . Počet všech možných rodných čísel pro chlapce je 910.

Rodná čísla dívek narozených 23.11.1998 jsou čísla tvaru  $9861230000 + x = 896475454 \cdot 11 + 6 + x$ .

Aby byla tato rodná čísla dělitelná 11, musí být  $x$  přirozené čtyřciferné číslo, které při dělení 11 dává zbytek 5, tj. některé z čísel  $5, 5 + 1 \cdot 11, 5 + 2 \cdot 11, \dots, 5 + 908 \cdot 11 = 9993$ . Takových čísel je  $1 + 908 = 909$ .

Pro den 23.11.1998 lze přiřadit nejvýše 1819 různých rodných čísel.

## 10.2.2 Palindrom 111

Zapišeme libovolné jednociferné číslo ve tvaru  $a$ , kde  $a$  je číslice v desítkové soustavě.

Vynásobíme-li toto číslo číslem 111, výsledkem je toto jednomístné číslo psané třikrát za sebou ( $111a = aaa$ ).

Dále číslo  $111 = 37 \cdot 3$

### Příklad :

#### ZADÁNÍ:

Myslete si libovolnou cifru odlišnou od nuly (1, 2, ... 9). Vynásobte jí 37. Výsledek násobte 3. Poslední cifru ve výsledku škrtněte. To co zbude, vydělte myšlenou cifrou. Dělení vyjde beze zbytku a bude to 11.

#### ŘEŠENÍ:

Ani jedno číslo neznáme, a přece vždy vyjde 11. Jak je to možné? Násobíme myšlenou cifru čísly 37 a 3, tedy 111. To značí, že ji píšeme třikrát za sebou.

Myslíme-li si 4, píšeme 444, tj.  $4 \cdot 37 \cdot 3$ .

Škrtneme poslední cifru, zbývají dvě stejné cifry 44. Vydělím je myšlenou cifrou 4 a výsledek je 11.

### 10.2.3 Palindromy 11.111, 1.111.111.111

#### Příklad :

Které z těchto dvou čísel  $5.555.555.555 \cdot 44.444$ ,  $4.444.444.444 \cdot 55.555$  je větší?

#### ŘEŠENÍ:

Obě čísla jsou stejné

$$5.555.555.555 \cdot 44.444 = 5 \cdot 1.111.111.111 \cdot 4 \cdot 11.111 = 4 \cdot 5 \cdot 11.111 \cdot 1.111.111.111$$

$$4.444.444.444 \cdot 55.555 = 4 \cdot 1.111.111.111 \cdot 5 \cdot 11.111 = 4 \cdot 5 \cdot 11.111 \cdot 1.111.111.111$$

### 10.2.4 Palindrom 111.111.111

#### 10.2.4.1 Jedinečné vlastnosti čísel:

Čísla, která mají jedinečné vlastnosti, skutečně existují.

#### 142.857

Snad nejtajnější je z nich číslo 142.857.

Násobeno číslem 2, 3, 4, 5, 6 dává čísla složená stále ze stejných cifer, přeházených (285.714, 428.571 aj.).

Násobeno sedmi dá 999.999.

Násobeno osmi, devíti atd. dá číslo, které má ciferný součet stejný jako původní číslo.

Jsou tu prý i jiné znamenité vlastnosti, které objeví teprve trpělivý počtář.

## 12.345.679

Další číslo s jedinečnými vlastnostmi je číslo 12.345.679.

Nejdříve si všimněme, že je tvořeno číslicemi za sebou jdoucích čísel mimo číslice 8.

Dále pak, že je toto číslo 12.345.679 je devítinou z čísla 111.111.111. Proto jestliže číslo 12.345.679 vynásobíme nejdříve libovolným jednomístným číslem a výsledek ještě devíti, bude mít v konečném výsledku všechny číslice stejné a tyto číslice budou shodné s prvním násobitelem.

### Příklad č. 1:

Když vynásobíme číslo 12.345.679 devíti, dostaneme 111.111.111. Když vynásobíme číslo 12.345.679 osmnácti, objeví se ve výsledku pouze cifry 2. Když totéž číslo vynásobíme 27, bude výsledek obsahovat samé trojky. Jakým číslem musíme vynásobit číslo 12.345.679, abychom dostali samé sedmičky?

#### ŘEŠENÍ:

$9 \cdot 7 = 63$ . Číslem 63.

### Příklad č. 2:

Petr napsal číslo 12.345.679 a ptal se Jana: “Která z číslic napsaných v daném čísle se ti nejvíc líbí?” Jan řekl, že 7. Petr řekl: „Vynásob číslo číslem 63 a dostaneš číslo napsané tvými oblíbenými číslicemi.“

Jan to udělal a podivil se, jak to Petr mohl předvídat.

#### ŘEŠENÍ:

Číslo 12.345.679 je devítinou z čísla 111.111.111.

Jestliže číslo 12.345.679 vynásobíme nejdříve libovolným jednomístným číslem (v našem případě číslem 7) a výsledek ještě devíti, bude mít v konečném výsledku všechny číslice stejné a tyto číslice budou shodné s prvním násobitelem.

$$12.345.679 \cdot 7 = 8.641.953$$

$$86.419.753 \cdot 9 = 777.777.777$$

Proto  $12.345.679 \cdot 63 = 777.777.777$

## 10.2.5 Palindrom 10.101

Zapišeme libovolné dvojciferné číslo ve tvaru  $ab$ , kde  $a, b$  jsou číslice v desítkové soustavě.

Vynásobíme-li toto číslo číslem 10.101, výsledkem je toto dvojciferné číslo psané třikrát za sebou ( $10.101ab = ababab$ ).

Dále číslo  $10.101 = 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37$

### Příklad :

Zvolte libovolné dvojciferné číslo, třeba 73. Napište toto číslo třikrát za sebou, dostanete šesticiferné číslo 737.373.

Vydělte toto číslo třemi, vyjde to beze zbytku. Výsledek vydělte sedmi, opět beze zbytku, a výsledek vydělte třinácti, také beze zbytku. Dostanete zvolené číslo vydělíte-li výsledek 37. Jak je to možné?

### ŘEŠENÍ:

Každé dvojciferné číslo napsané třikrát za sebou vlastně násobíme číslem 10.101 a protože  $10.101 = 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37$ , je vzniklé šestimístné číslo vždy dělitelné beze zbytku čísly 3, 7, 13 a 37.

$$737.373 = 73 \cdot 10.101 = 73 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37$$

Protože  $10.101 = 21 \cdot 13 \cdot 37 = 7 \cdot 39 \cdot 37 = 3 \cdot 91 \cdot 37 = 7 \cdot 13 \cdot 111$ , je výsledek stejný, použijeme-li k dělení uvedených skupin čísel.

## 10.3 Najdi palindrom

### Příklad č.1 :

Zvolte číslice  $x, y$  ( $x$  nerovná se  $y$ ) tak, aby trojčiferné číslo  $xyx$  bylo dělitelné čtyřmi a současně aby trojčiferné číslo  $yxy$  bylo dělitelné třemi.

### ŘEŠENÍ:

$xyx$  je dělitelné čtyřmi,  $x$  tedy musí být sudé.

$yxy$  je dělitelné třemi, ciferný součet  $x + 2y$  musí být dělitelný třemi.



Protože  $x$  je sudé, musí být  $x + 2y$  sudé.

Z toho  $x + 2y$  může být 6, 12, 18, 24. Prověříme všechny možnosti:

Pro  $y = 1, 2, 3, \dots, 9$  vypočítáme  $x$  a zkusíme, jestli je  $xyx$  dělitelné čtyřmi (poslední dvojčíslí dělitelné čtyřmi,  $xy$  dělitelné čtyřmi).

Úloze vyhovují čísla 828, 636, 252, 696, která jsou dělitelná čtyřmi, a jim odpovídající čísla 282, 363, 525, 969, která jsou dělitelná třemi.

## **Příklad č.2 :**

V místnosti, ve které hráli 4 hráči taroky (hra s kartami pro 4 hráče), bylo ještě 10 lidí, kteří též chtěli hrát. Další karty však neměli.

„My budeme hrát jindy,“ ozval se jeden ze zájemců.

„To by trvalo, než bychom se vystřídalí každý s každým,“ ozval se další hlas.

„Snad by to netrvalo rok,“ mínil další.

„Budeme-li se střídát každý den, bude to možná trvat i více než rok,“ poznamenal někdo.

Co vy tomu říkáte?

## **ŘEŠENÍ:**

Vezmeme-li v úvahu i ty, kteří hrají, máme dohromady 14 lidí. Partie musí být složeny tak, aby každý den hráli jiní a má se jich zúčastnit postupně všech 14 osob.

Počítat můžeme podle vzorce :

$14 \text{ nad } 4 = (14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11) / (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4)$ , což je 1.001.

## **Příklad č.3 :**

Vnuk se zeptal dědečka:

„Kolik je ti let?“

Dědeček odpověděl:

„Jestliže budu žít ještě polovinu z toho, co jsem žil a ještě jeden rok, bude mi 100 let.“

Kolik let je dědečkovi?

## **ŘEŠENÍ:**

100 let bez 1, tj. 99 let je jeho věk a polovina jeho věku. Polovina jeho věku je  $1/3$  z 99, tj. 33. Celý věk je 66 let.

### Příklad č.4 :

Kamil sečetl všechna čtyřciferná čísla, která při dělení 7 dávají zbytek 3 nebo 4. Petra sečetla všechny čtyřciferná čísla, která při dělení 7 dávají zbytek 5 nebo 2. Kdo z nich dostal větší výsledek?

#### ŘEŠENÍ:

Nejprve si všimneme, že zbytky po sobě jdoucích přirozených čísel při dělení 7 tvoří opakující se skupiny 0, 1, 2, 3, 4, 5 a 6.

Číslo 1.000 má zbytek 6, číslem 1.001 tedy začíná první taková skupina. Zbývající číslo 9.995 má zbytek 6, takže jím končí poslední celá skupina zbytků. Zbývající čtyřciferná čísla mají zbytky: 9.996 nulu, 9.997 zbytek 1, 9.998 zbytek 2 a konečně číslo 9.999 má zbytek 3.

Nyní porovnáváme součty čísel, která z každé skupiny sečte Kamil a Petra. Značí-li  $a$  první číslo skupiny (tj. má zbytek nulu), sečte Kamil čísla  $a + 3$  a  $a + 4$  a Petra  $a + 2$  a  $a + 5$ , takže příspěvek čísel z každé skupiny do součtu Petry i Kamila jsou stejné. Rozdíl součtů Kamila a Petry je proto roven rozdílu součtu neúplných skupin. Číslo 1000 nepatří do součtu nikoho z nich, z čísel z konce posloupnosti čtyřciferných čísel bude číslo 9998 v součtu Petry a číslo 9999 v součtu Kamila. Větší výsledek tedy dostal Kamil.

### Příklad č.5 :

Stroj na výrobu číselné řady funguje takto: Vytiskne nulu, jedničku a dále vždy od předchozího zapsaného čísla odečte poslední zapsané číslo, vytiskne znaménko a poslední číslici výsledku. Vytisknutí každého čísla (včetně znaménka) trvá 1 vteřinu. Stroj naprogramujte tak, aby se zastavil v okamžiku, kdy vytiskne první trojici čísel, z nichž ani jedno není záporné.

Jak dlouho stroj bude pracovat?

#### ŘEŠENÍ:

Řada vypadá takto: 0, 1, -1, 2, -3, 5, -8, 3, -1, 4, -5, 9, -4, 3, -7, 0, -7, 7, -4, 1, -5, 6, -1, 7, -8, 5, -3, 8, -1, **9, 0, 9**, ...

První trojici (9, 0, 9) vytiskl po 32 vteřinách.

### **Příklad č.6 :**

Máme 1.001 ciferné číslo utvořené z číslic 1, 2, 3, které se střídají pravidelně za sebou. Píšeme ho tak, že píšeme 123123.... atd., pokud nenapíšeš 1.001 cifer. Je toto číslo dělitelné šesti? Svoje tvrzení odůvodni.

#### **ŘEŠENÍ:**

Číslo je dělitelné šesti právě, když je dělitelné dvěma a současně třemi. Naše číslo má 1.001 cifer, kde skupina 123 se v čísle opakuje 333 krát ( $3 \cdot 333 = 999$ ). Tisícá cifra je jednička a tisícáprvní je dvojka. Z toho vidíme, že číslo je určitě dělitelné dvěma.

Číslo je dělitelné třemi, pokud jeho ciferný součet je dělitelný třemi. Součet  $1 + 2 + 3 = 6$ .

Když je tam těchto skupin 333, potom ciferný součet prvních 999 cifer je  $333 \cdot 6 = 1.998$ .

K tomuto součtu je třeba ještě přidat tisící a tisícíprvní cifru, což je dohromady 2.001. A toto číslo je dělitelné třemi, proto i původní číslo je dělitelné třemi.

#### **ZÁVĚR:**

Dané číslo je dělitelné 6.

### **Příklad č.7 :**

Žáci dostali za úkol zvětšit číslo 666 jedenapůlkrát. Jeden žák napsal dané číslo a bez dalšího psaní ihned ukázal výsledek. Jak to udělal?

#### **ŘEŠENÍ:**

Chlapec obrátil papírek s číslem 666 a dostal 999. Výpočet dokazuje, že výsledek je doopravdy správný:

$$\begin{array}{r} 666 \cdot 1,5 \\ 333 \\ \hline 999 \end{array}$$

### **Příklad č.8 :**

Máme čísla 111, 333, 555, 777, 999. Napišeme je pod sebe.

- Je třeba nahradit dvanáct číslic nulami tak, aby při sčítání vyšlo 20.
- Zaměňte nulami 9 číslic, aby vyšel součet 1.111.
- Zaměňte nulami 8 číslic, aby vyšel součet 1.111.

- d) Zaměňte nulami 6 číslic, aby vyšel součet 1.111.  
 e) Zaměňte nulami 5 číslic, aby vyšel součet 1.111.

**ŘEŠENÍ:**

a)	010	b)	100	c)	111	d)	100	e)	111
	003		000		003		330		333
	000		005		000		505		500
	007		007		007		077		077
	000		999		990		099		090
	20		1.111		1.111		1.111		1.111

**Příklad č.9 :**

Maruška jela s rodiči autem na návštěvu k prarodičům. Všimla si, že na tachometru je symetrické číslo 23932 (Číslo, které se čte zepředu i zezadu stejně). Další symetrické číslo se na tachometru objevilo až po dvou hodinách jízdy.

Kolik kilometrů ujeli za tyto dvě hodiny?

**ŘEŠENÍ:**

Nejbližší symetrické číslo dostaneme změnou prostřední číslice (na místě stovek) o jednotku. Změnou číslice na místě jednotek a desítek se u symetrického čísla mění i číslice na místě desetitisícovek a tisícovek, a tak bychom dostali už větší číslo.

Ale devítka se tímto způsobem změní na nulu, tedy musí nastat změna o jednotku i na dalším místě. Změníme ho na místě desítek, tím se symetrické číslo změní i na místě tisícovek. Kdybychom měnily na místě jednotek, znamenalo by to změnu na místě desetitisícovek a tím i mnohem větší číslo.

Proto nejbližší symetrické číslo k číslu 23932 je číslo 24042.

$$24042 - 23932 = 110$$

Za dvě hodiny ujeli 110 km.

## 10. 4 Kolik je třeba členů součtu?

### Příklad :

Kolik je třeba prvních členů součtu  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots$  k tomu, aby součet byl trojčíferné číslo, jehož všechny číslice jsou stejné?

### ŘEŠENÍ:

Odpověď zjistíme pokusem. Nejdříve, kolik by bylo třeba prvních členů „součtu“, aby jejich součet byl 111.

$$\text{- číslo 111: } 1 + 2 + 3 + \dots + 12 + 13 + 14 = 105$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 12 + 13 + 14 + 15 = 120$$

$$105 < 111 < 120$$

Vidíme, že součet 111 nemůžeme dostat. Podobně další čísla.

$$\text{- číslo 222: } 1 + 2 + 3 + \dots + 18 + 19 + 20 = 210$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 18 + 19 + 20 + 21 = 231$$

$$210 < 222 < 231$$

.

.

.

$$\text{- číslo 666: } 1 + 2 + 3 + \dots + 33 + 34 + 35 = 630$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 33 + 34 + 35 + 36 = 666$$

Ze součtu je třeba vzít 36 členů, jejichž součet je trojčíferné číslo a jehož všechny číslice jsou stejné. Je to číslice 666.

### Příklad č.11 :

Libovolnou číslicí, použitou šestkrát k napsání čísel, kterou sčítáme nebo odečítáme, dejte číslo 100.

### ŘEŠENÍ:

$$\text{Např. číslice 5: } 55 + 55 - 5 - 5 = 100$$

Je-li tato číslice  $a$ , platí vždy

$$100 = [(100a + 10a + a) - (10a + a)] : a$$

Pro  $a = 2$  to značí  $[222 - 22] / 2 = 100$ .

Pro  $a = 9$  je to  $[999 - 99] / 9 = 100$ .

## 10.6 Palindromy a mocniny

### Příklad :

Vypočtěte  $1^2$ ,  $11^2$ ,  $111^2$ ,  $1.111^2$ . Čím jsou výsledky zajímavé?

### ŘEŠENÍ:

$$1^2 = 1, 11^2 = 121, 111^2 = 1.2321, 1.111^2 = 1.234.321$$

Výsledky mocnin  $1^2$ ,  $11^2$ ,  $111^2$ ,  $1.111^2$  jsou zajímavé tím, že jsou utvořeny číslicemi 1, 2, 3, 4 tak, že uprostřed je nejvyšší a ostatní jsou po obou stranách souměrně rozloženy podle velikosti.

## 10.7 Hra s číslicemi a znaménky

### Příklad č.1:

Máme číslice 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Použijte tyto číslice a tři kladná znaménka, aby součet byl 666

### ŘEŠENÍ:

$$123 + 456 + 78 + 9 = 666$$

### Příklad č.2:

Máme číslice 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Použijte tyto číslice a kromě kladných znamének použijte i znaménka mínus, aby součet byl 666.

### ŘEŠENÍ:

$$1234 - 567 + 8 - 9 = 666$$

$$-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 678 - 9 = 666$$

$$1 - 2 - 3 - 4 + 5 + 678 - 9 = 666$$

$$1 + 2 + 3 - 4 - 5 + 678 - 9 = 666$$

$$1 - 23 - 4 + 5 + 678 + 9 = 666$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 567 + 89 = 666$$

$$1 + 23 - 45 + 678 + 9 = 666$$

$$123 + 456 + 78 + 9$$

ZÁVĚR: Celkem může být 8 řešení.

### Příklad č.3:

Najděte způsob, jak vložit čtyři znaménka (každé může být plus nebo minus) mezi číslice 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, aby byl součet 666.

#### ŘEŠENÍ:

$$9 + 87 + 6 + 543 + 21 = \mathbf{666}$$

$$9 + 8 - 7 + 654 + 3 - 2 + 1 = \mathbf{666}$$

$$-9 + 8 + 7 + 654 + 3 + 2 + 1 = \mathbf{666}$$

$$9 - 8 - 7 + 654 - 3 + 21 = \mathbf{666}$$

$$9 - 8 + 7 + 654 + 3 + 2 - 1 = \mathbf{666}$$

ZÁVĚR: Celkem může být 5 řešení.

### Příklad č.4:

Najděte způsob, jak vložit čtyři znaménka (každé může být plus nebo minus) mezi číslice 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, aby byl součet 777.

#### ŘEŠENÍ:

$$-12 - 3 + 4 + 5 - 6 + 789 = \mathbf{777}$$

$$-12 + 3 - 4 - 5 + 6 + 789 = \mathbf{777}$$

ZÁVĚR: Celkem můžou být 2 řešení.

### Příklad č.5:

Najděte způsob, jak vložit čtyři znaménka (každé může být plus nebo minus) mezi číslice 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, aby byl součet 777.

$$98 + 7 + 654 - 3 + 21 = \mathbf{777}$$

$$-9 - 8 + 765 - 4 + 32 + 1 = \mathbf{777}$$

### Příklad č.6:

Máme zadány číslice 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

- Přidejte znaménka plus a krát mezi tyto číslice (nemusíte mezi každou číslicí), aby výsledek této rovnice byl 2.002.
- Kromě znamének plus a krát přidejte ještě kulaté závorky (může jich být i více).

#### ŘEŠENÍ:

$$\mathbf{a.} \quad 1 \cdot 2 + 34 \cdot 56 + 7 + 89 = \mathbf{2.002} \qquad 1 \cdot 23 + 45 \cdot 6 \cdot 7 + 89 = \mathbf{2.002}$$

$$\mathbf{b.} \quad 1 \cdot 2 \cdot (5 + 6) \cdot (3 \cdot 4 + 7 + 8 \cdot 9) = \mathbf{2.002}$$

$$(((9 + 7) \cdot 5 + 3) \cdot 4 \cdot 6) + 2 + 8) \cdot 1 = \mathbf{2.002}$$

## 11. Závěr

Tato diplomová práce se snaží upozornit na palindromy v matematice. Palindromy v textu jsou u nás velice známé a je spousta odborníků, kteří se jimi zabývají. Číselné palindromy u nás ještě nejsou příliš známé, ani jejich zvláštní vlastnosti. Proto se snažím přiblížit palindromy, jako matematicky zajímavá čísla.

Palindrom 2002 je také velmi zajímavý a to nejenom z astrologického hlediska, kdy byl spojován začátek tohoto roku s koncem světa, ale i jeho různými vlastnostmi a hrátky s tímto číslem.

Domnívám se že palindromy jsou i neméně zajímaví tím, že vzniknou různými typy rovnic, ale nikdy není předem dáno, kolik jich bude a z jakých čísel vzniknou.

Myslím, že palindromy nás mohou ještě velmi překvapit, ale již po přečtení této práce si čtenář uvědomí, že matematika nejsou jenom vzorečky, ale je to hlavně hra s čísly, čímž se více přibližuje k lidem. Zajímavé rovnice a úlohy mohou být zpestřením i v hodinách matematiky.



## 12. Seznam použité literatury

### Internet:

<http://www.mathematische-basteleien.de/palindromes.html>

<http://www.floot.demon.co.uk/palindromes.html>

<http://www.jasondoucette.com/worldrecords.html#196>

<http://www.wschnei.de/digit-related-numbers/palindromes.html>

<http://www.worldofnumbers.com/>

<http://www.corvus.wz.cz/delphy%20a%20pascal.htm>

[http://web.cvut.cz/ctu/pt/2\\_2002/fakulta\\_elektrotechnicka.PDF](http://web.cvut.cz/ctu/pt/2_2002/fakulta_elektrotechnicka.PDF)

<http://pf.ku.sk//kmaf/data/konferenciasub/pdf2003/Kopka.pdf>

<http://pf.ku.sk//kmaf/data/konferenciasub/pdf2002/Melichar.pdf>

<http://www.jasondoucette.com/worldrecords.html#196>