Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

SBÍRKA NESTANDARDNÍCH TYPŮ ÚLOH PRO VÝUKU MATEMATIKY NA 1. STUPNI ZŠ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Autor: Veronika Babáková
Vedoucí DP: doc. PhDr. Alena Hošpesová, Ph.D.
České Budějovice, duben 2007

Prohlášení:

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách.

Prohlašuji, že jsem tuto práci zpracovala samostatně ve spolupráci s doc. PhDr. Alenou Hošpesovou, Ph.D. a použitou literaturu jsem citovala.

V Českých Budějovicích, 27. 4. 2007

…………………………….

Poděkování:

Touto cestou děkuji doc. PhDr. Aleně Hošpesové, Ph.D. za odborné vedení mé diplomové práce a její cenné rady.

Poděkování patří také vedení ZŠ Nuselská v Havlíčkově Brodě, které mi umožnilo pracovat s žáky této školy.

Sbírka nestandardních typů úloh pro matematiku na 1. stupni ZŠ

(anotace)

Cílem této diplomové práce je vytvořit pomocný materiál pro učitele na 1. stupni ZŠ, v němž by našli ucelený přehled nestandardních typů úloh s náměty a inspirací pro výuku matematiky v souladu s požadavky RVP ZV (oblast „Nestandardní aplikační úlohy a problémy“)

Celá diplomová práce se skládá ze tří hlavních částí. První částí je část teoretická, která obsahuje hlavní myšlenky RVP Z V vzhledem k tématu mé práce, analýzu dostupných učebnic a kapitolu o matematických soutěžích.

Druhou částí je klasifikace nestandardních typů úloh s ukázkami žákovských řešení.

Poslední část diplomové práce tvoří sbírka nestandardních typů úloh.

Vypracovala: Veronika Babáková

Vedoucí práce: doc. PhDr. Alena Hošpesová, Ph.D.

Katedra: Matematiky

A textbook of special tasks for mathematics at elementary school

(Annotation)

The main purpose of this work is creation a helpful material for teachers at elementary school, where they could find the parting of the special tasks with an inspiration for math education in accordance with Nation al school curriculum.

The whole graduation theses is devided into three main parts. The first part is theoretical and con tains the main ideas od National school curriculum, math textbook analyse and a part of mathematical competitions.

The second part is special tasks classification with display of some pupils´solutions.

The last part of the graduation theses is a textbook o f special tasks.

OBSAH:

1 Úvod

Téma mé diplomové práce jsem si vybrala na základě mých dosavadních učitelských zkušeností z praxe, kde jsem měla možnost nahlédnout i do zákulisí výuky matematiky. Úlohy využívané ve výuce matematiky na prvním stupni ZŠ zcela nenaplňují kompetence a cíle RVP ZV. Zejména úlohy, které vyžadují schopnost logického uvažování, tvůrčího myšlení a schopnost vhodně aplikovat dosavadní matematic ké dovednosti (v RVP ZV označovány jako nestandardní aplikační úlohy a problémy) jsou často opomíjeny a vyskytují se ve výuce velmi zřídka. Žáci tak řeší zejména typové úlohy, u kterých již mají zautomatizovaný postup řešení a mohou bez velké intelektuální námahy a někdy i bez hlubšího porozumění uplatnit požadovaný algoritmus. Takový druh vyučování nepovažuji za optimální.

Domnívám se, že se učitelé vyhýbají nestandardním typům úloh z několika důvodů. Jedním z nich je špatné chápání efektivnosti výuky m ěřené především počtem dobře provedených výpočtů. Velká část učitelů se dosud domnívá, že „kvantita je lepší než kvalita“, vypočítání spousty příkladů v jedné hodině je mnohem efektivnější, než se zabývat jednou úlohou celou hodinu, přičemž by si podstatu a objevení nového vztahu našli žáci sami. N ebyl by jim tak pouze suše přednesen bez hlubšího pochopení podstaty jevu. Uvědomuji si, že jsou učitelé limitováni požadavky RVP ZV na vytváření kompetencí žáků, které by měli naplnit, a je velmi utopistické pře dstavovat si, že tím nejlepším by bylo učit pouze „kvalitně“, např. všechny matematické jevy a vztahy vyvozovat s dětmi. Ostatně to mnohdy ani není možné. Velmi bych ale uvítala, kdyby se naboural klasický model vyučovací hodiny a hodina byla obohacena o inovativní, přínosné prvky a následovala tak trendy z ostatních evropských zemí (což se již na některých školách děje).

Dalším z mnoha důvodů je doposud neexistující přehledná klasifikace nestandardních typů úloh, přiblížení takových úloh a ucelená sbírk a úloh, která by se mohla stát pestrou inspirací pro výuku matematiky na prvním stupni ZŠ a pro naplňování cílů RVP ZV. Považuji proto za přínosné pokusit se v této práci o klasifikaci nestandardních typů úloh, bližší specifikaci jednotlivých kategorií a vytvoření sbírky úloh.

2 Teoretická část

2.1 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

Od září roku 2007 má přijít v platnost dokument Rámcový vzdělávací program základního vzdělávání (dále jen RVP ZV), který nahradí dosud respektované a v praxi užívané osnovy základního vzdělávání. Pro vzdělávací oblast Matematika a její aplikace se v RVP ZV doporučuje soustředit se především na aktivní činnosti, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a také pro užití matematiky v reálném životě. Matematická gramotnost je nepostradatelnou součástí pro úspěch v praktickém životě, proto je důležité, aby získávání nových vědomostí a dovedností prolínalo celým základním vzděláváním.

RVP ZV poskytuje učitelům pravomoc vytvářet a přizpůsobovat vzdělávací program specifikům konkrétní školy. V jistém ohledu následuje trendy školského kurikula z většiny evropských zemí, kde se určité prvky již osvědčily (vymezení klíčových kompetencí a cesty vedoucí k jejich postupnému naplňování apod.).

RVP ZV vychází z nové strategie vzdělávání, která zdůrazňuje vytváření klíčových kompetencí žáků, jejich provázanost se vzdělávacím obsahem a uplatnění získaných vědomostí a dovedností v praktickém životě. Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti. V etapě základního vzdělávání jsou za klíčové považovány: **kompetence k učení; kompetence k řešení problémů; kompetence komunikativní; kompetence sociální a personální; kompetence občanské; kompetence pracovní.**

Vzdělávací obsah vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace je rozdělen na čtyři tematické okruhy:

- *Čísla a početní operace* - na prvním stupni

  \+ *Číslo a proměnná* - na druhém stupni (navázání na získané vědomosti a dovednosti na prvním stupni)

- *Závislosti, vztahy a práce s daty*
- *Geometrie v rovině a v prostoru*
- *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*

S mou diplomovou prací úzce souvisí především poslední zmíněný tematický okruh, proto doslovně cituji navržený obsah:

NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY

Očekávané výstupy – 2. období

žák

- ***řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky.***

Učivo

- slovní úlohy
- číselné a obrázkové řady
- magické čtverce
- prostorová představivost

Vybrané cíle RVP ZV, jež jsou důležité pro efektivní výuku matematiky:

- umožnit žákům osvojit si strategie učení a motivovat je pro celoživotní učení
- podněcovat žáky k tvořivému myšlení, logickému uvažování a k řešení problémů
- pomáhat žákům poznávat a rozvíjet vlastní schopnosti v souladu

s reálnými možnosti a uplatňovat je spolu s osvojenými vědomostmi a dovednostmi při rozhodování o vlastní životní a profesní orientaci

(RVP ZV, 2005, http://www.vuppraha.cz/sekce/59)

„Smyslem zařazení tohoto tématického okruhu je ukázat žákům na řešení aplikačních úloh, pokud možno zábavnou formou, potřebnost matematiky pro řešení praktických problémů, její využitelnost v nejrůznějších oborech a životních situacích, rozvíjet u žáků logické myšlení, a tím nejen zvýšit zájem o matematiku u žáků s matematickým nadáním, ale také podchytit tento zájem u žáků prospěchově slabších. Tomu napomáhají i takové úlohy a problémy, jejichž řešení vyžaduje a rozvíjí logické uvažování a je více či méně nezávislé na znalostech školské matematiky. Náročnost úloh a problémů by měla samozřejmě odpovídat jednak rozumové vyspělosti žáků vzhledem k jejich věku, ale také individuálním schopnostem jednotlivých žáků. Zařazování úloh s různou náročností významně napomáhá realizaci individuálního přístupu k žákům a dává možnost realizace i slabším žákům. Při rozpracování vzdělávacího obsahu tematického okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy je třeba mít stále na paměti, že tyto úlohy a problémy by měly prolínat všemi tematickými okruhy a měly by být organicky zařazovány do výuky v průběhu celého základního vzdělávání.“ (Brant, Houska, 2005, www.rvp.cz/clanek/253)

2.2 Nestandardní úlohy – pojem

Vyhledáme-li si ve slovníku cizích slov (Klimeš, 2002, str. 734) pojem standardní, najdeme, že standardní znamená ustálený; běžný; normální; nevybočující z průměru. Definice pojmu *nestandardní úloha* není pevně stanovena, a proto se pokusím o její formulaci.

Nestandardními úlohami rozumíme takové úlohy, jejichž řešení do značné míry nezávisí na obvyklých postupech užívaných na našich školách. Vyžadují určitou míru rozumové vyspělosti žáků a také schopnost logického uvažování a tvůrčího myšlení.

Cílem zařazení nestandardních úloh do vyučování je podporovat a rozvíjet logické myšlení a schopnost aplikovat osvojené matematické dovednosti.

2.3 Řešení typových úloh ve školním vyučování

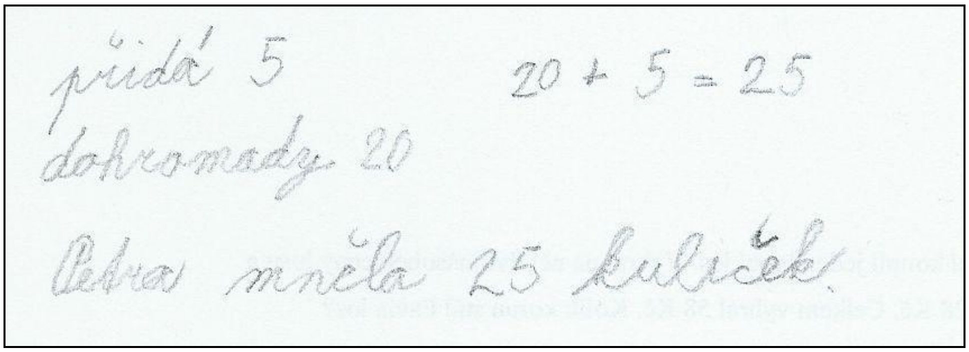
Výuka matematiky je často jednostranně orientovaná především na utváření a následné upevňování algoritmizovaných postupů, které se žák učí na modelových příkladech. Naučené šablonovité postupy pak svádějí žáky k bezmyšlenkovité aplikaci metody, která je právě probírána. Vyučující na modelovém příkladu vyvodí, v lepším případě v kooperaci s dětmi, daný algoritmus. Ten si následně žáci osvojí řešením několika podobných úloh. Při upevňování daného algoritmu učitel záměrně vybírá typově podobné úlohy, pro rychlejší osvojení látky. Jak jsem zjistila v malé anketě (pět dotazovaných učitelů), úlohám, které potřebují i vytvoření logického úsudku a následné pozměnění postupu řešení úlohy, se většina učitelů záměrně vyhýbá. Na svou obhajobu učitelé uvádějí, že nestandardní úlohy vnášejí do znalostí žáků zmatek a v běžném vyučování je čas jen na pochopení základních algoritmů. Jedna z pěti učitelek uvedla, že se nestandardním úlohám věnuje. Zadává je žákům jako práci ve skupinách či žákům, v případě, že mají zadanou samostatnou práci dříve dokončenou než ostatní žáci.

Ráda bych uvedla, že všech pět výše jmenovaných učitelek používá učebnice nakladatelství Alter, kde se s netradičními úlohami setkáváme především v podobě kapitoly „Tři oříšky pro bystré hlavy“, které je věnována většinou poslední dvojstránka.

Dle mého názoru vede automatizace typových úloh k potlačování logického úsudku a myšlení a vytváří chybné postupy pro řešení úloh obecně. Pro žáky je pak velmi obtížné řešit nestandardní úlohu. Někteří žáci si chybně zafixují význam některých pojmů, např. “celkem“ představuje početní operaci sčítání nebo násobení; „odešli, odletěli, odebral“ představuje početní operaci odčítání; „vyhrál, přidal“ představuje početní operaci sčítání. Tato tvrzení nejsou sice úplně chybná, ale problém může nastat např. u tzv. inverzně formulovaných úloh. To znamená u úloh, jejichž text napovídá použít k řešení určitou aritmetickou operaci, ale úloha se řeší operací k ní inverzní.

Např. Petra má pytlík s kuličkami. Když do něj přidá ještě 5 kuliček, v sáčku bude mít dohromady 20 kuliček. Kolik kuliček měla Petra v sáčku původně?

Řešení žákyní 2. třídy



Záznam rozhovoru:

U: Jak si přišla na výsledek?

Ž: No, kuličky přidá, takže to musíme přičíst k té dvacítce.

U: A proč k dvacítce?

Ž: (žákyně dlouho přemýšlela) No, protože tam jiný číslo není.

U: Myslíš, že to máš správně vypočítané?

Ž: Jo, bylo to docela lehký.

Posléze jsem se pokusila slovní úlohu řešit pomocí názoru. Lucii jsem dala pytlík s 15 kuličkami. Žákyni jsem řekla, že si tu slovní úlohu zkontrolujeme.

Záznam rozhovoru:

U: Lucko, tady Ti dávám pytlík s kuličkami. Víš kolik v něm je kuliček, aniž by ses do něj podívala?

Ž: Nevím.

U: My to ale zjistíme, chceš?

Ž: Jo.

U: Přidej do pytlíku pět kuliček- můžeš si vybrat, které se Ti líbí, ale musí jich být pět.

Ž: (*žákyně si nejdříve všech pět vybrala, přepočítala a posléze vhodila do sáčku)*

U. Paráda. My si teď všechny kuličky vysypeme na zem a přepočítáme.

Ž: *Žákyně je nadšeně počítala- nejdříve nahodile, po chvíli si začala utvářet skupiny po pěti.*

Je jich 20.

U: A jak přijdeme na to, kolik jich tam bylo původně, napadne Tě něco?

Ž: Jo, že odeberem těch pět kuliček, co sem tam před chvílí dala.

U: Tak to udělej.

Ž: *Žákyně bez problémů odebrala 5 kuliček a začala hned počítat , kolik jich zbylo- opět tvořila skupiny po pěti.*

Patnáct, patnáct jich tam bylo. Takže sem tu úlohu vypočítala blbě…. *pak chvíli přemýšlela…*Nene, to je totiž jiná slovní úloha- tam bylo, že se kuličky přidávaly, ale já jsem je odebírala.

U: Ale na začátku jsi je přidávala, pamatuješ?

Ž: To jo, ale abych na to přišla, tak jsem je musela dát pryč

…Na uvedený rozhovor jsem navázala vysvětlením. Lucie vše po delší době pochopila, ale stejně to závěrem okomentovala, že tohle se ještě neučili.

Na tomto příkladě je vidět, že dítě je schopné bez větších problémů takovou úlohu vyřešit. Hlavní problém vidím v tom, že žákyně vůbec nad zadáním nepřemýšlela. Pouze mechanicky aplikovala zautomatizovaný postup.

2.4 Analýza dostupných učebnic

Český trh nám poskytuje široké spektrum v nabídce učebnic matematiky. Na pultech se tak setkáváme s učebnicemi z nakladatelství Alter, Prodos, SPN, Nová škola, Prometheus a dalších. Učitel má tak možnost volby. Na školách, které jsem navštívila, nejčastěji používali učebnice nakladatelství Alter, které podle mého názoru nepřinášejí dostatek úloh pro vyučování vzdělávacího obsahu vzdělávacího oboru Matematika je jí aplikace, jak je definován v RVP ZV. Dále jsem se setkala s používáním učebnic nakladatelství Prodos. Někteří učitelé využívají vlastních pracovních listů či pracovních listů získaných ze zahraničních učebnic, a učebnice berou spíše jako doplněk.

Při analýze učebnic jsem se zaměřila na učebnice nakladatelství Prodos a Alter a zhodnotila je z hlediska výskytu nestandardních typů úloh.

2.4.1 Učebnice nakladatelství Prodos

Autory této sady učebnic jsou Josef Molnár a Hana Mikulenková. Pracovní učebnice pro 1. – 5. ročník jsou tištěny pro každý ročník vždy ve třech sešitech. Výhodou pak je, že žáci nemusí nosit objemné a těžké učebnice, ale jen tu část učiva, která je aktuálně probírána. Rozsah každého dílu je 64 stran. Nakladatelství vydává též doplňkovou učebnici Zajímavá matematika 1. – 5 od stejných autorů- Josefa Molnára a Hany Mikulenkové, ve které můžeme najít množství podnětných úloh vyhovujících svým obsahem oddílu RVP ZV Nestandardní aplikační úlohy a problémy. V dalším textu v přehledu uvádím, na kterých místech jsem našla nestandardní úlohy. Jednu úlohu uvádím vždy pro ilustraci v kopii.

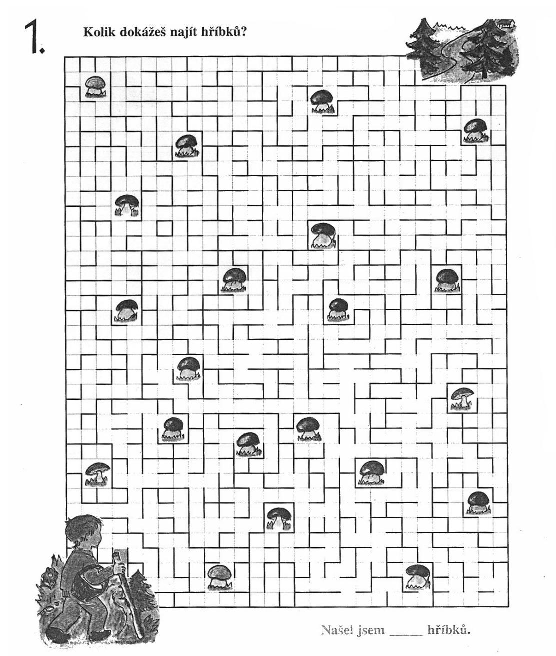
1. ročník	-	první díl-	bludiště (str. 7, 8, 63)
		druhý díl-	číselné řady (str. 24, 34, 46)

5		7		
	7			10
0			3	
		6	7	
6				10
	3			

		4			
			8		10
	4				
		5			
		7			10
				7	

(Molnár, Mikulenková, 2005, str.46)

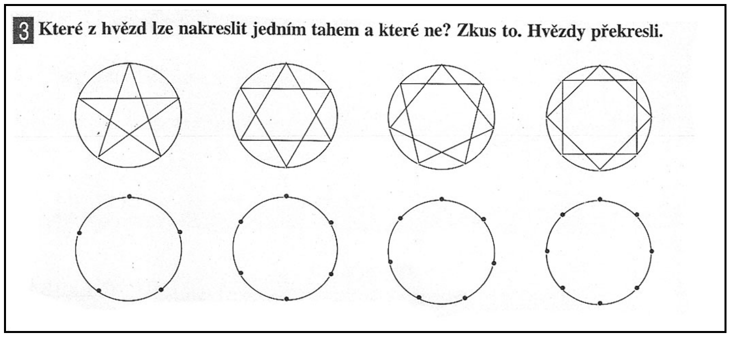
třetí díl- úlohy na rozvoj prostorové představivosti (str. 55); bludiště (str. 62)



(Molnár, Mikulenková, 2005, str.62)

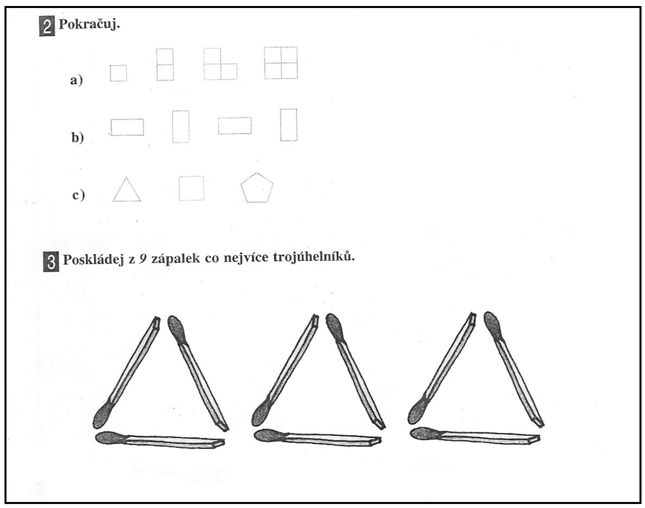
2. ročník- první díl- obrázkové řady (str. 7); úlohy na rozvoj prostorové představivosti (str.12); bludiště; jednotažky

druhý díl- spojovačky (str. 10); jednotažky (str. 60)



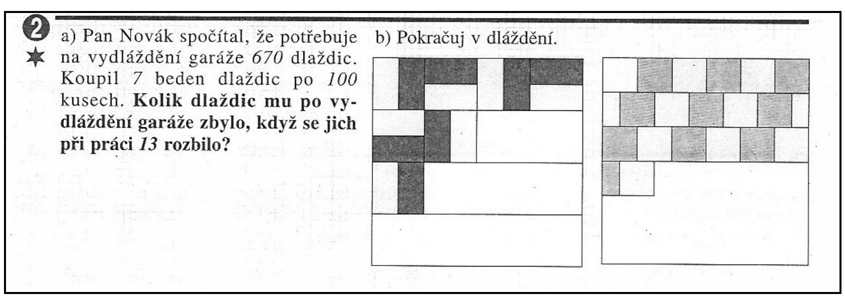
(Molnár, Mikulenková, 2005, str. 60)

třetí díl- obrázkové řady (str. 19)



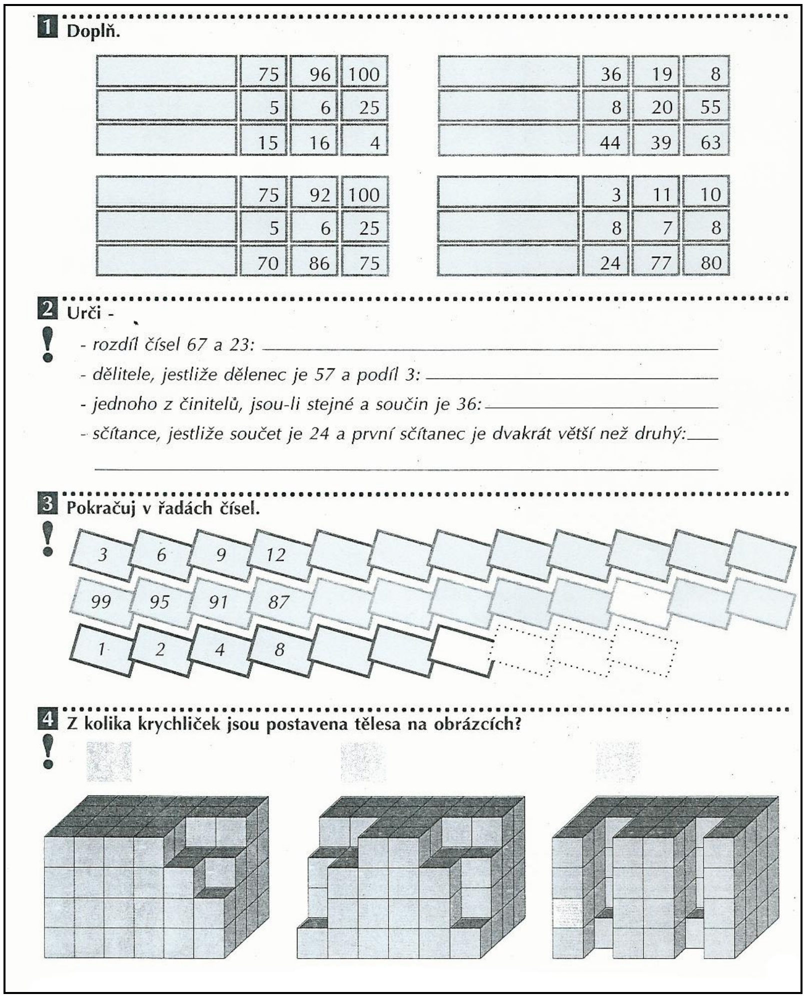
(Molnár, Mikulenková, 2005, str.14)

3.ročník- třetí díl- kombinatorická úloha (str. 9); magické čtverce (str. 21); číselné řady (str. 41); bludiště (str. 62, 63)



(Molnár, Mikulenková, 2005, str.62)

4. ročník- první díl- číselné řady (str. 3, 26); kombinatorické úlohy (str. 13, 27, 52,..); obrázkové řady (str. 59); rozvoj prostorové představivosti (str. 26); magické čtverce…



1 **Doplň.**

	75	96	100
	5	6	25
	15	16	4

	36	19	8
	8	20	55
	44	39	63

	75	92	100
	5	6	25
	70	86	75

	3	11	10
	8	7	8
	24	77	80

2 **Urči -**

- rozdíl čísel 67 a 23:

- dělitele, jestliže dělenec je 57 a podíl 3:

- jednoho z činitelů, jsou-li stejné a součin je 36:

- sčítance, jestliže součet je 24 a první sčítanec je dvakrát větší než druhý:

3 **Pokračuj v řadách čísel.**

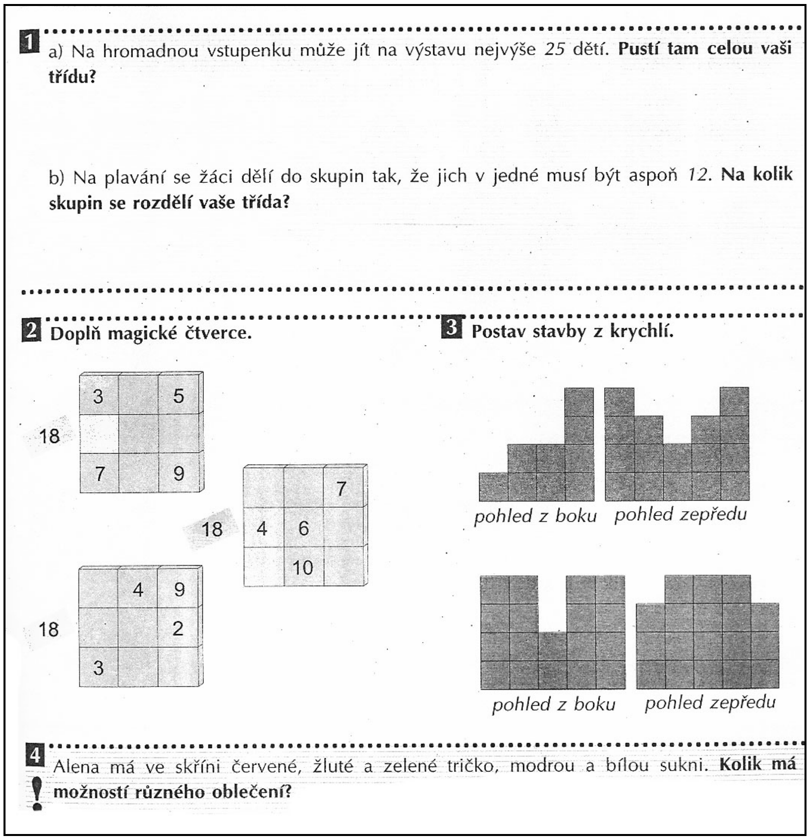
3 6 9 12

99 95 91 87

1 2 4 8

4 **Z kolika krychliček jsou postavena tělesa na obrázcích?**

(Molnár, Mikulenková, 2005, str.26)



1 a) Na hromadnou vstupenku může jít na výstavu nejvýše *25* dětí. **Pustí tam celou vaši třídu?**

b) Na plavání se žáci dělí do skupin tak, že jich v jedné musí být aspoň *12*. **Na kolik skupin se rozdělí vaše třída?**

2 **Doplň magické čtverce.**

3 **Postav stavby z krychlí.**

4 Alena má ve skříni červené, žluté a zelené tričko, modrou a bílou sukni. **Kolik má možností různého oblečení?**

(Molnár, Mikulenková. 2005, str.27)

	druhý díl-	bludiště; číselné řady; obrázkové řady
	třetí díl-	kombinatorické úlohy (str. 3, 17, 58); jednotažky (str. 11);…
5. ročník-	první díl-	bludiště; číselné zdi (str. 3)
	třetí díl-	úlohy na rozvoj prostorové představivosti (str. 40); úlohy s inverzně formulovanou otázkou (str. 58); úlohy na rozvoj logického myšlení (str. 55; 31..)

2.4.2 Učebnice nakladatelství Alter

Nakladatelství Alter vydává sadu 16 učebnic pro výuku matematiky na 1. stupni ZŠ. Sadu tvoří následující tituly:

pro 1. ročník ZŠ

Landová, V., Tůmová, V.: Matematika, sešit č. 1

Landová, V., Tůmová, V.: Matematika, sešit č. 2

Landová, V., Tůmová, V.: Matematika, sešit č. 3

Landová, V., Tůmová, V.: Matematika, sešit č. 4

pro 2. ročník ZŠ

Landová, V., Tůmová, V.: Matematika, sešit č. 5

Eichlerová, M., Vlček, O.: Matematika, sešit č. 6

Eichlerová, M., Vlček, O.: Matematika, seš it č. 7

pro 3. ročník ZŠ

Blažková, R., Vaňurová, M., Matoušková, K.: Matematika – 1.díl

Blažková, R., Vaňurová, M., Matoušková, K.: Matematika – 2.díl

Blažková, R., Vaňurová, M., Matoušková, K.: Matematika – 3.díl

pro 4. ročník ZŠ

Blažková, R., Vaňurová, M., Matoušková, K.: Matematika – 1.díl

Blažková, R., Vaňurová, M., Matoušková, K.: Matematika – 2.díl

Blažková, R., Vaňurová, M., Matoušková, K.: Matematika – 3.díl

pro 5. ročník ZŠ

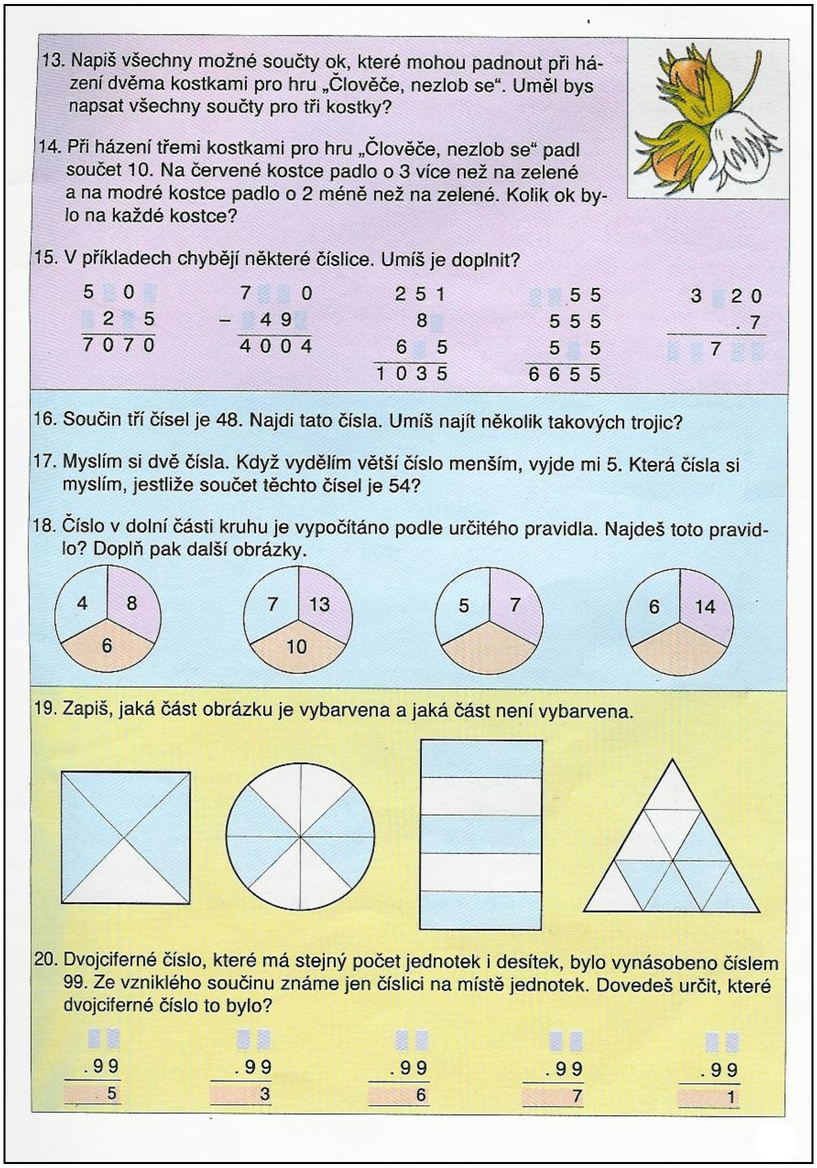
Justová, J.: Matematika – 1. díl

Justová, J.: Matematika – 2. díl

Justová, J.: Matematika – 3. díl

S nestandardními typy úloh se setkáváme prakticky až v trojdílných učebnicích matematiky ALTER pro 3., 4. a 5. ročník. V obsahu je nalezneme v každém díle v části HRAJEME SI a v části OŘÍŠKY pro chytré hlavy. Na stránkách hrajeme si jsou např. témata Nakupujeme (hračky, oděvy, potraviny); Cestujeme po ČR; Vynálezy pro každý den; Místo, kde žiji; U Nováků v květinářství, U Nováků doma; Člověk poznává svět; Čteme v jízdních řádech; Jak dlouho žili? Čteme z diagramů; Počítáme, hrajeme si s kalkulátorem; Plánek bytu; Poznáváme svět; V restauraci; Podnikáme; Ze života zvířat; Na poště apod. To jsou příklady témat, která lze využít jako nestandardní aplikační úlohy a s jejich využitím vést žáky k řešení problémů. Magické čtverce, číselné a obrázkové řady, úlohy pro rozvoj prostorové představivosti se kumulují v částech Oříšky pro chytré hlavy.

Ukázka z 2. dílu učebnice matematiky pro 4. ročník ZŠ - nakladatelství ALTER (Blažková; Matoušková; Vaňurová)


13. Napiš všechny možné součty ok, které mohou padnout při házení dvěma kostkami pro hru „Člověče, nezlob se". Uměl bys napsat všechny součty pro tři kostky?

14. Při házení třemi kostkami pro hru „Člověče, nezlob se" padl součet 10. Na červené kostce padlo o 3 více než na zelené a na modré kostce padlo o 2 méně než na zelené. Kolik ok bylo na každé kostce?

15. V příkladech chybějí některé číslice. Umíš je doplnit?

16. Součin tří čísel je 48. Najdi tato čísla. Umíš najít několik takových trojic?

17. Myslím si dvě čísla. Když vydělím větší číslo menším, vyjde mi 5. Která čísla si myslím, jestliže součet těchto čísel je 54?

18. Číslo v dolní části kruhu je vypočítáno podle určitého pravidla. Najdeš toto pravidlo? Doplň pak další obrázky.

19. Zapiš, jaká část obrázku je vybarvena a jaká část není vybarvena.

20. Dvojciferné číslo, které má stejný počet jednotek i desítek, bylo vynásobeno číslem 99. Ze vzniklého součinu známe jen číslici na místě jednotek. Dovedeš určit, které dvojciferné číslo to bylo?

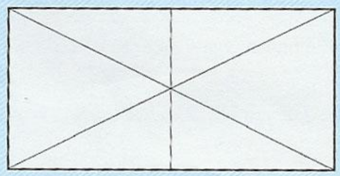
(Blažková, Vaňurová, Matoušková, 1995, str.62)

21. Jakou vzájemnou polohu mohou mít tři přímky v rovině? Kolik různých průsečíků můžeš sestrojit? Načrtni tři přímky tak, aby měly:
a) tři průsečíky, b) jeden průsečík, c) dva průsečíky.
d) Načrtni tři přímky tak, aby nevznikl žádný průsečík.

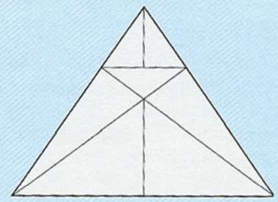
22. Narýsuj si kružnici a vybarvi kruh, který je touto kružnicí určen. Na kolik částí je možno rozdělit kruh:
a) jednou přímkou
b) dvěma přímkami
c) třemi přímkami?

Nezapomeň uvažovat vzájemnou polohu dvou nebo tří přímek.

23. Kolik různých trojúhelníků můžeš napočítat v tomto obdélníku?

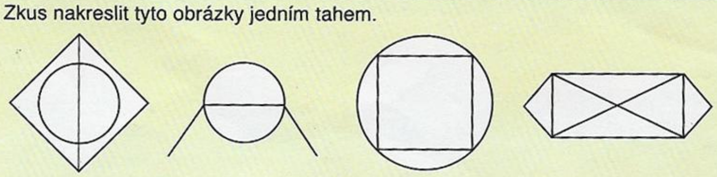


24. Kolik je na tomto obrázku celkem trojúhelníků?



25. Vystřihni si z průsvitného papíru dva shodné čtverce. Modeluj si jejich vzájemnou polohu tak, aby jejich společnou částí byl:
a) trojúhelník, b) obdélník, c) čtverec, d) pětiúhelník.
Můžeš vymodelovat ještě jiné mnohoúhelníky?

26. Zkus nakreslit tyto obrázky jedním tahem.



27. Písmena ve čtverci nahraď čísly, která vypočítáš v následujících příkladech:

a	b	c
d	e	f
g	h	i

27 + a = 32
b + 90 = 114
c – 16 = 49

1 000 – d = 943
e . 9 = 117

f : 6 = 4
4 . 8 = g
h : 3 = 19
45 : i = 9

Jestliže jsi dobře počítal, bude součet čísel v každém řádku a v každém sloupci stejný. Urči tento součet.

(Blažková, Vaňurová, Matoušková, 1995, str. 63)

2.4.3 Nejčastější problémy stávajících učebnic

- jednostranně zaměřené slovní úlohy pouze na použití osvojeného algoritmu
- chybí propojenost úlohy s reálnou situací nedostačující aktuálnost úloh
- chybí využití mezipředmětových vztahů
- cvičení se zaměřují na osvojení si jednotlivých matematických dovedností - chybí propojení znalostí – komplexnost

2.5 Matematické soutěže na 1.stupni ZŠ

Matematickou soutěží rozumíme činnosti žáka související s řešením úloh realizované soutěživou formou.

Některá specifika matematických soutěží, která směřují matematické soutěže k nestandardním motivačním prostředím školské matematiky :

- Specifická atmosféra soutěže umožňuje žákům zažít pocit vzrušení, rivality, ale i úspěchu, dává přirozenou možnost konfrontace se spolužáky.
- Netradiční typy úloh dávají prostor k úspěchu i žákům, kteří jsou v „tradiční" matematice bezradní nebo neúspěšní.
- Nezvyklý námět, neobvyklý kontext úlohy umožňuje vidět nové so uvislosti.
- Netradiční typy úloh poskytují žákovi zpětnou vazbu - žák má možnost nezávislého ověření, zda a na jaké úrovni je schopen aplikovat své poznatky v pro něj netradičních souvislostech.
- Možnost netradičních řešení směřuje žáka ke komunikaci s ostatními, ke komparaci jednotlivých autorských řešení.

  (Uhlířová, 2005, http://suma.jcmf.cz/UserFiles/104)

Z výše uvedeného textu je zřejmé že matematické soutěže úzce korespondují s oddílem RVP ZV- Nestandardní aplikační úlohy a problémy, neboť obsahem těchto soutěží je především řešení takových typů úloh, které vyžadují použití netradičních postupů, logického úsudku apod. Úlohy z těchto soutěží pak mohou být pestrou inspirací pro výuku matematiky na 1. stup ni ZŠ a pro dosažení kompetencí a cílů RVP ZV.

2.5.1 Stručný přehled matematických soutěží v ČR (dle Uhlířové)

1. CELOSTÁTNÍ MATEMATICKÉ SOUTĚŽE

1a) Matematická olympiáda (MO), jejíž kategorie Z5 je určena talentovaným žákům 5. tříd.

1b) Matematický Klokan, ve kterém jsou dvě kategorie určené žákům z prvního stupně: Cvrček (určena žákům 2. a 3. tříd, která byla poprvé zařazena v roce 2006) a Klokánek (určena žákům 4. a 5. tříd)

Klokan je mezinárodní soutěží, které se účastní okolo 30 zemí světa. Soutěže se účastní zpravidla celé třídní kolektivy; nedochází k separování „lepších“ žáků. Obsahově úlohy vychází z učiva 4. ročníku ZŠ a jsou přístupné všem žákům. Úlohy jsou ovšem nestandardní (ať už svým námětem, způsobem prezentace nebo neobvyklými souvislostmi a vztahy me zi „známými“ jevy) a vyžadují aplikaci dosud známých postupů v jiných souvislostech a nutnost logického myšlení. Soutěžní úlohy mají testových charakter. Obtížnost úloh je rozlišena různým bodovým ohodnocením. Za nevyřešenou úlohu se žákům nestrhává žádný bod, ovšem za špatně zvolené řešení se žákům body strhávají. Samotný systém bodování je pro žáky netypický a vyžaduje nutnost volby určité strategie řešení úloh. Mnohdy se tak stává, že ve standardních podmínkách úspěšný žák je v této soutěži neúspěšný a opačně.

1c) Matematická soutěž žáků 4. a 5. tříd

Tato soutěž je určena všem žákům, kteří se zajímají o matematiku. Úlohy řeší buď přímo v hodinách matematiky (jako doplňkovou činnost) nebo v rámci domácí přípravy.

2. OBLASTNÍ MATEMATICKÉ SOUTĚŽE

2a) Matýsek (určen žákům 4. a 5. tříd; okr. Svitavy)

2b) Matík (určen žákům 5. tříd; okr. Zlín)

2c) Zamat (určen žákům 4. a 5. tříd; okr. Mělník)

2d) Pikomat- kategorie Filip (určen žákům 5. tříd; Praha)

2e) Plus (určen žákům 5. tříd; okr. Kolín)

2f) Matematická soutěž V. tříd (okr. Olomou c)

3 <u>Klasifikace nestandardních typů úloh</u>

Dlouho jsem přemýšlela, podle jakého hlediska mám klasifikovat nestandardní úlohy, protože se mi nepodařilo najít ucelený systém klasifikace v dostupných publikacích. Při klasifikaci nestandardních typů úloh jsem se řídila příklady uvedenými v RVP ZV:

- slovní úlohy
- číselné a obrázkové řady
- magické čtverce
- prostorová představivost

Toto rozdělení jsem obohatila o několik dalších kategorií, popř. blíže specifikovala obecně danou kategorii. Úlohy jsou rozdělné podle typu řešení žáky, tj. podle uplatnění určitých matematických postupů.

Klasifikace nestandardních typů úloh:

1. Slovní úlohy
   - 1a) Inverzně formulované slovní úlohy
   - 1b) „Kapitánské“ slovní úlohy
   - 1c) Slovní úlohy kombinatorického charakteru
   - 1d) Slovní úlohy řešené logickým úsudkem
2. Úlohy řešené na základě objevení a uplatnění číselných vztahů
   - 2a) Číselné a obrázkové pravidelnosti
   - 2b) Aritmetická schémata
     - (i) Magické čtverce
     - (ii) Sudoku
     - (iii) Číselné pyramidy
     - (iv) Číselné trojúhelníky, sluníčka
   - 2c) Algebrogramy
   - 2d) Inverzně formulované číselné úlohy
3. Úlohy rozvíjející geometrickou představivost

3a) Úlohy řešené v rovině, např.:

(i) Tangramy

(ii) Obrázky jedním tahem

(iii) Čtvercová síť

3b) úlohy řešené v prostoru, např.

(i) Origami

(ii) Krychle

(iii) Sítě

V následujících subkapitolách se budu snažit přiblížit problematiku jednotlivých kategorií nestandardních typů úloh. Téměř každá subkapitola obsahuje vymezení typu úlohy, jednu ilustrační úlohu a návrh jejího řešení, ukázky žákovských řešení a diskuzi. Žákovská řešení úlohy jsem získala tak, že jsem ji zadala žákům třetích, čtvrtých a pátých ročníků na ZŠ Nuselská v Havlíčkově Brodě. Žáci úlohy řešili samostatně. Musím zdůraznit, že se jednalo o matematicky zdatnější žáky. V diskuzi shrnuji poznatky z žákovských řešení a z mých dosavadních zkušeností.

3.1 Slovní úlohy

Slovní úlohy jsou verbálně formulované matematické problémy. Jejich řešení je jednou z nejobtížnějších partií učiva matematiky na 1. stupni ZŠ. Řešení slovních úloh vyžaduje do značné míry abstraktní myšlení, které se na prvním stupni ZŠ teprve rozvíjí. Jedním z hlavních problémů při řešení slovních úloh je pochopení textu úlohy a následné přeložení reálné situace vyjádřené běžným jazykem do jazyka matematického vyučování. Dalším problémem je automatizace řešení typových úloh, o které jsem se již zmínila v kapitole 2.3.

Fáze řešení slovních úloh na 1. stupni ZŠ lze shrnout do pěti bodů:

1. Seznámení s úlohovou situací a její rozbor
2. Vytvoření matematického modelu slovní úlohy

3. Řešení matematického modelu situace
4. Kontrola
5. Interpretace výsledků

(Hošpesová, 2002, str. 39)

ad.1. V této fázi je nutné, aby si žák slovní úlohu několikrát přečetl, pokusil se abstrahovat věcnou stránku problému a nalézt vztahy mezi údaji a otázkou.

ad.2. Tato fáze je nejdůležitějším a myšlenkově nejnáročnějším okamžikem řešení slovní úlohy. Ve škole se žák učí spíše hledat typ slovní úlohy, v kterém by mohl uplatnit nacvičený postup, než vhodné matematické vyjádření vztahů v úloze. Problém nastává při řešení nestandardních typů úloh.

ad.3. S touto fází nemají žáci velké problémy, protože potřebné výpočty mají žáci již nacvičené.

ad.4. Kontrolu bychom neměli omezovat pouze na kontrolu správnosti výpočtu. Měli bychom kontrolovat i správnost matematického vyjádření. (konfrontace zadání a výsledku a následné zvážení, zda je výsledek možný).

ad.5. Nečiní žákům větší potíže, protože žák se vrací k již známé úloze a formuluje odpověď, popř. další úlohy podle podobného schématu.

3.1.1 Inverzně formulované slovní úlohy

Inverzně formulované slovní úlohy jsou takové úlohy, kde situaci vyjádřenou ve slovní úloze nelze vyjádřit přímo aritmetickým příkladem; text úlohy někdy navíc „napovídá“ inverzní početní operaci. .

Př. Pavel si koupil jeden hrací los. Vyhrál na něj dvojnásobek ceny losu a Prémii 28 Kč. Celkem vyhrál 58 Kč. Kolik korun s tál Pavla los?

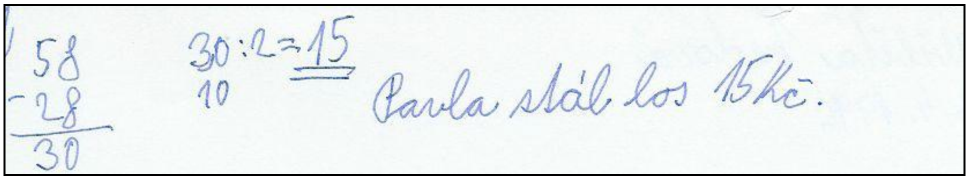
Příklad řešení: $2x + 28 = 58$ nebo $(58 – 28) : 2 = 30 : 2 = 15$

$$2x = 58 – 28$$

$$x = 30 : 2$$

$$x = 15$$

Žákovská řešení:



58
−28
30

30:2=15
10

Pavla stál los 15Kč.

15 Kč

58 − 28 : 2 = 15

Diskuze: Matematizací úlohy je tzv. implicitní zápis: 2 . ☐ + 28 = 58, resp. 2*x* + 28 = 58. Případně si žák musí uvědomit, že prémii 28 Kč musí odečíst, aby zjistil, kolik los vyhrával, což bývá někdy problém. Úlohu jsem zadala deseti žákům třetích, čtvrtých a pátých tříd, přičemž všichni žáci vyřešili tuto úlohu správně. Za povšimnutí stojí poslední žákovské řešení. Zápis je chybný, chybí závorky. Výsledek je ovšem správný. Žák nedává přednost dělení, jak by v takto zapsaném výpočtu měl. Početní výkony vykonává postupně zleva doprava.

3.1.2 „Kapitánské“ slovní úlohy

„Kapitánské“ slovní úlohy můžeme rozdělit do několika skupin, zde se budeme zabývat dvěma z nich:

1. Přeurčené - úlohy, kdy se ptáme na údaj, který je v textu buď přímo obsažen nebo je snadno vypočitatelný.

Př. Na lodi je 37 ovcí a 17 koz. Při bouři spadne 10 ovcí do moře. Kolik koz zůstalo na palubě?

2. Nedourčené

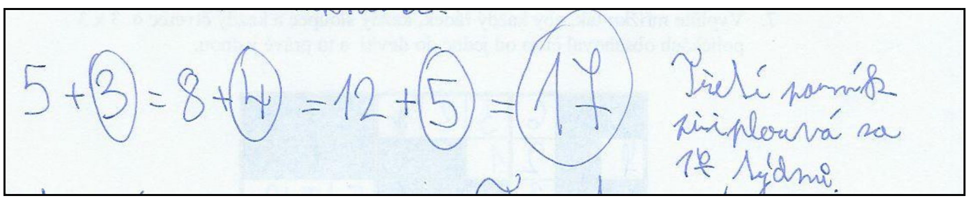
a) údaje v textu napovídají určitý početní výkon, ale otázka se ptá na údaj, který ze zadaných údajů nemůžeme vypočítat. (Úloha uvedená jako příklad, příp. její modifikace, dala název tomuto typu úloh.)

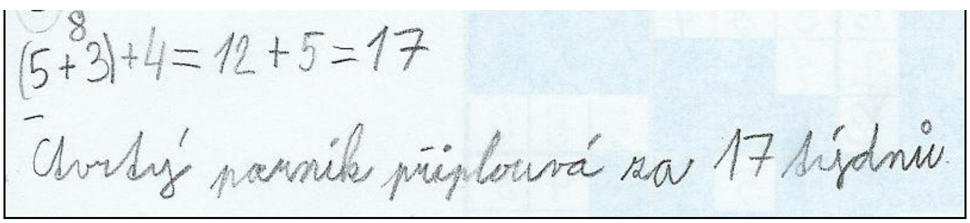
   Př. Loď je 13 m dlouhá a 5 m široká. Jak starý je kapitán?

b) údaje v textu nenapovídají žádný početní výkon

   Př. V přístavu přistály 4 parníky. Je známo, že první parník se vrací do téhož přístavu vždy za 5 týdnů, druhý za 8 týdnů a třetí za 12 týdnů. Za kolik týdnů připlouvá čtvrtý parník?

Žákovská řešení:





Diskuze: Tato úloha byla velmi zajímavá z hlediska řešení žáky. Šest z deseti žáků uvedl výsledek „17 týdnů“, což znamená, že úlohu řešili jako číselnou řadu (posloupnost) tvořenou podle určitého pravidla. Na tomto příkladu řešení vidíme, že žáci vždy směřují k matematizaci úlohy. Je zřejmé, že mají zakódováno, že každá úloha musí vést k výsledku.

3.1.3 Slovní úlohy kombinatorického charakteru

Tento typ slovních úloh je, dle mého názoru, nejfrekventovanějším typem nestandardních úloh, které najdeme v matematických soutěžích a učebnicích.. Na prvním stupni ZŠ vyžaduje experimentální řešení, nejčastěji v podobě grafického řešení či zápisu o provedených pokusech do tabulky. Klade vysoké nároky na systematičnost postupu při řešení úlohy a pochopení smyslu textu slovní úlohy.

Př. Anička slaví narozeniny. Na oslavu pozvala své kamarádky Katku, Janu, Pavlu a Danu. Aby si mohly připít na zdraví, koupil jim tatínek „rychlé špunty“. Kolik cinknutí se ozve při slavnostním přípitku, když si každá z děvčat připije s každou?

Návrh řešení: v této slovní úloze máme skupinu prvků k = 2 sestavenou z n prvků tak, že na pořadí prvků skupiny nezáleží, jedná se tedy o tzv. kombinace bez opakování.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)\,!}$$

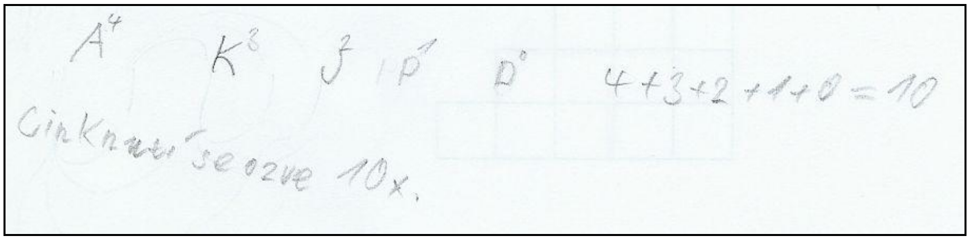
n = pět dívek

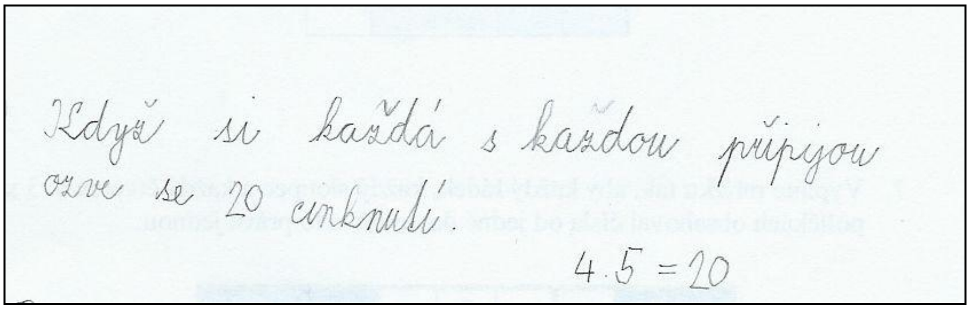
k = dvojice dívek

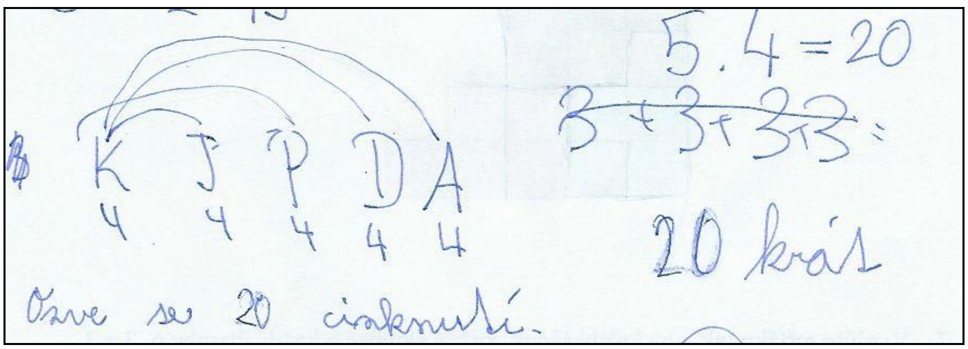
$$C(5, 2) = \binom{5}{2} = \frac{5\,.\,4\,.\,3!}{2!\,.\,(3)!} = \frac{20}{2}$$

Nebo $\dfrac{5\,.\,4}{2} = 10$

Žákovská řešení:







Diskuze: Je přínosné, aby si učitel osvojil základní postupy řešení kombinatorických typů úloh. Umožní mu to tak rychlé řešení takových úloh. U žáků prvního stupně ZŠ je očekáváno grafické řešení. Žáci si vesměs s touto úlohou nedokázali poradit. Pouze jedno řešení vedlo ke správnému výsledku. V pěti případech z deseti došli žáci k výsledku 20. Z jejich postupů je zřejmé, že si neuvědomili, že dvojice Anička a Katka a Katka a Anička je jedna a táž dvojice. Za vhodné bych považovala vymodelovat tuto situaci pro ověření správnosti řešení a následné grafické znázornění.

3.1.4 Slovní úlohy řešené logickým úsudkem

K bezchybnému řešení tohoto typu slovní úlohy je potřeba důkladné pochopení textu, vztahů mezi jednotlivými subjekty vyskytujícími se v textu úlohy a správný úsudek.

Př. Adam, Robert, Dan a Franta našli v lese houby. Franta jich našel víc než Dan. Adam míň než Dan. Adam a Robert mají dohromady tolik hub, jako mají dohromady Dan s Frantou. Kdo z nich našel nejvíc hub? Kdo nejmíň? Vysvětlete, jak jste na to přišli.

Návrh řešení: Adam = A

Robert = R

Dan = D

Franta = F

$F > D > A \quad \wedge \quad A + R = D + F \;\Rightarrow\; R > F > D > A$

Ověření: A = 1

R = 4

D = 2

F = 3

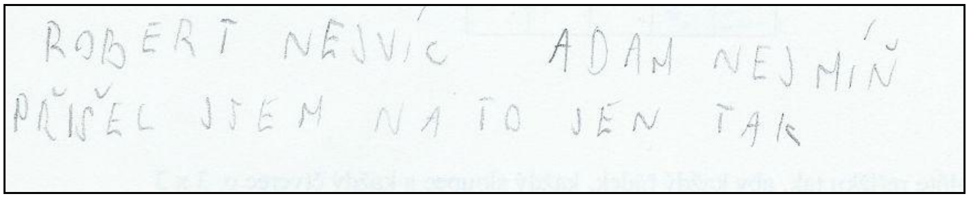
$A + R = D + F$

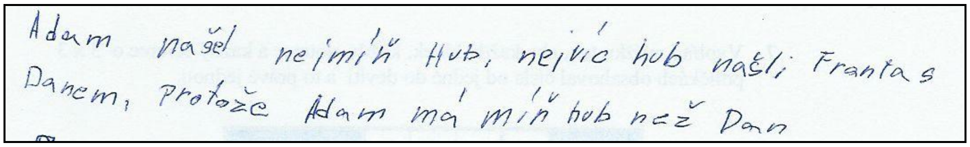
$1 + 4 = 2 + 3$

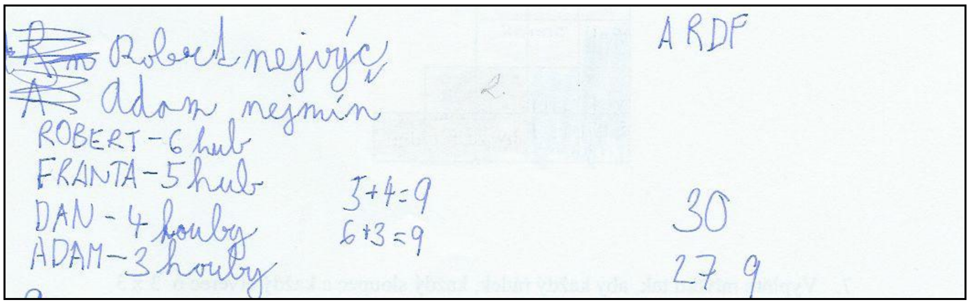
$5 = 5$

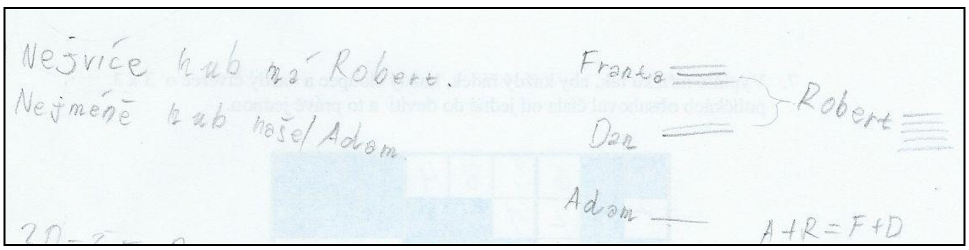
Nejvíce hub našel Robert a nejméně Adam.

Žákovská řešení:









Diskuze: Žáci většinou dobře odpověděli, ale problém nastal při formulaci postupu. Pouze ve dvou výše uvedených případech bylo zřejmé, jak žáci došli k závěru. U tohoto typu úlohy neexistuje jediný správný postup řešení. Takové typy úloh nekladou v většinou vysoké nároky na osvojené matematické učivo, ale spíše na schopnost logického úsudku a porozumění textu úlohy. Úspěšnými řešiteli tak mohou být i slabší žáci.

3.2 Úlohy řešené na základě objevení a uplatnění číselných vztahů

V číselných úlohách hojně využíváme základních početních operací: sčítání, odčítání, násobení či dělení. Řešení ovšem vyžadují jistou dávku důvtipu a logického úsudku vedoucí k objevení číselných vztahů. Velmi často žáci řeší většinu těchto typů úloh experimentálně.

3.2.1 Číselné a obrázkové pravidelnosti

Číselnými a obrázkovými pravidelnostmi jsou označovány řady, posloupnosti. Ty můžeme považovat za propedeutiku funkčního myšlení. Velmi často se s nimi setkáváme v testech měřících inteligenční kvocient (numerická a vizuální inteligence). Musíme si zde uvědomit, že svým počátkem není řada určena jednoznačně. Vždy se tak mohou žáci rozhodnout a pravidlo změnit: např. 8, 14, 26, 50, 98, 50, 26, ... nebo 8, 14, 26, 50, 98, 99, 101, 105, 113, ...

Př. Určete další tři členy této řady. Urči pravidlo, podle kterého je řada tvořena?

8; 14; 26; 50; 98; . ; . ; . ; . . .

Návod řešení: klíč k správnému řešení by se dal vyjádřit:

(8 . 2) = 16 – **2** = *14*

(14 . 2) = 28 – **2** = *26*

(26 . 2) = 52 – **2** = *50*

(50 . 2) = 100 – **2** = 9*8*

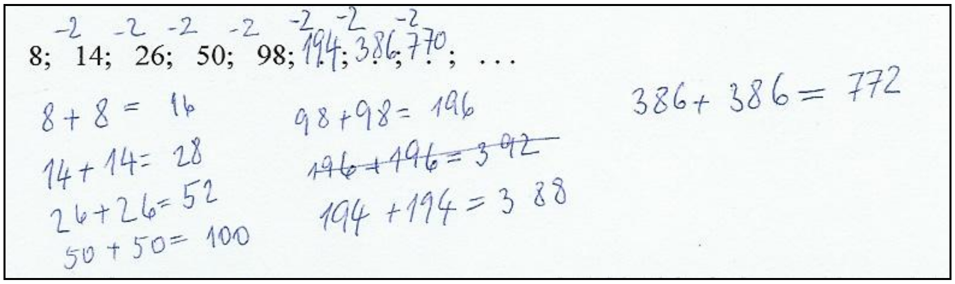
(98 . 2) = 196 – **2** = *194*

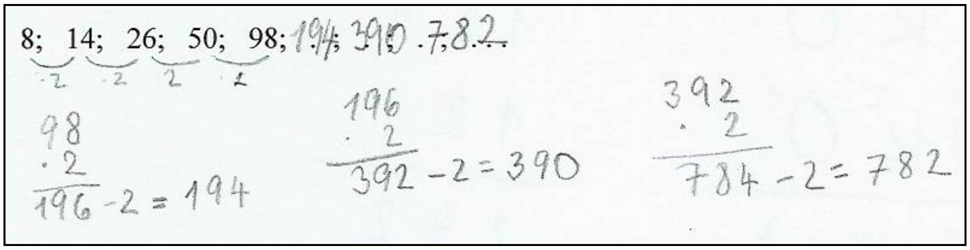
(194 . 2) = 388 – **2** = *386*

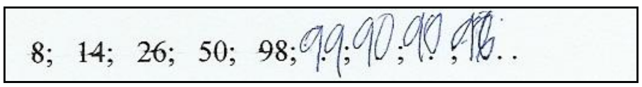
(386 . 2) = 772 – **2** = 770

Dalšími třemi členy řady jsou čísla 194, 386, 770. Tato řada je tvořena podle pravidla: $(n_1 . 2) – 2 = n_{2;}$ $(n_{2\,.}\ 2) – 2 = n_{3......}$

Žákovská řešení:







Diskuze: Řešení této úlohy nebylo pro žáky tak snadné, jak jsem se domnívala. Ve většině případů žáci odhalili pravidlo, dle kterého byla řada utvořena, ovšem dopustili se numerické chyby, což vedlo k nesprávnému výsledku. Např. v druhé ukázce žákovského řešení můžeme vidět, že žákyně přišla na princip tvořené řady, ovšem poslední dva výsledky již nejsou správné, protože žákyně netvořila výsledný člen řady podle předchozího pravidla, nenásobila totiž rozdíl součinu předchozího členu a dvou, ale násobila pouze předchozí součin. Obtížné pro žáky bylo formulování pravidla.

Př. Který obrázek nakreslíš na místo otazníku?

🔔 ☎ 🖂 🕮 🔔 ☎ 🖂 🕮 🔔 ?

3.2.2 Aritmetická schémata

Aritmetickým schématem rozumíme grafické znázornění dané matematické situace. Mezi aritmetická schémata jsem zařadila: magické čtverce, sudoku, číselné pyramidy, číselné trojúhelníky, sluníčka. Ovšem existuje i řada dalších, která by se dala do této kategorie zařadit např. číselné domky a další.

3.2.2.1 Magické čtverce

Magickým čtvercem n-tého řádu nazýváme rozmístění čísel 1, 2, ... n^2 do čtverce o straně n, kde součet čísel v každém řádku, sloupci i v obou úhlopříčkách je stejný.

Magické čtverce patří k nejstarším početním hříčkám. Dělí se na čtyři základní typy, a to: součtové, rozdílové, podílové a součinové. Já se však budu zabývat pouze nejfrekventovanějším, dle mého názoru, nejjednodušším a především nejpoužívanějším typem a tím je typ součtových magických čtverců 3. řádu (tj. tabulka 3 x 3).

Nejstarší magický čtverec byl objeven v knize z 5. tisíciletí před naším letopočtem v Číně. Evropané se problémem magických čtverců začali zabývat v 15. století. Magickým čtvercům byla přisuzována tajemná moc, dnes je řadíme k početním hříčkám, kterých lze využít také v hodinách matematiky.

Světově proslulým se stal magický čtverec čtvrtého řádu. Za tento čtverec vděčíme německému malíři Albrechtu Dürerovi, který jej v roce 1514 zvěčnil na jeho rytině. Prostřední dvě čísla v dolní řádce udávají rok vzniku rytiny. Tento čtverec má součet 34 nejen v řádcích a sloupcích, ale i např. ve čtvercích se stejnou barvou.
(http://en.wikipedia.org/wiki/Magic_squares)

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Př. Doplň do tabulky 3 x 3 čtverečky čísla 1 až 9 tak, aby se každé číslo bylo použito právě jednou a součet v řádcích, sloupcích a diagonálách (úhlopříčkách) byl stejný.

Návrh řešení:

1. zjistíme součet součet čísel 1 až 9 dle vzorce: (1 + n) . n : 2

   (1 + 9) . 9 : 2 = 45

   45 : 3 = 15 (3 vyjadřuje počet řádků, 15 součet v jednotlivých řádcích, sloupcích a diagonálách).

2. zjistíme všechny možnosti součtu 15:

   1+5+9; 1+6+8; 2+4+9; 2+5+8; 2+6+7; 3+4+8; 3+5+7; 4+5 +6

   Nyní si vytvoříme ilustrativní tabulku. Každé číslo patří do některé řádky a některého sloupce, některá čísla patří navíc do jedné úhlopříčky a číslo uprostřed patří dokonce do dvou úhlopříček. Tabulka tedy ukazuje, kolikrát číslo na daném místě patří do trojice.

3x	**2x**	**3x**
2x	**4x**	**2x**
3x	**2x**	**3x**

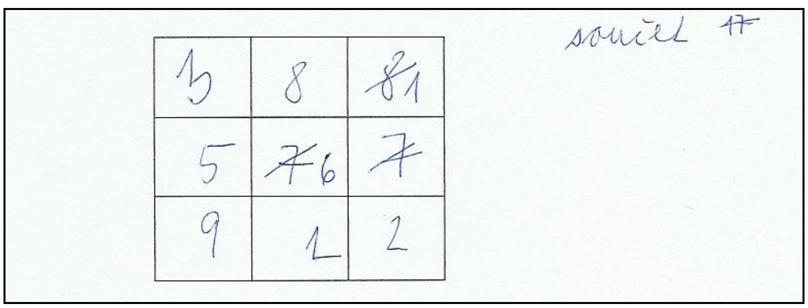
Když se podíváme výše na možné součty patnácti, zjistíme, že pouze číslo 5 se vyskytuje čtyřikrát, pokaždé s jinými sčítanci. Je započteno v řádku, sloupku i obou úhlopříčkách, z toho vyplývá, že musí být uprostřed tabulky. Čísla 2, 4, 6, 8 se vyskytují právě třikrát, v řádku, sloupci a jedné úhlopříčce, budou tedy v rozích a to tak, aby čísla v protilehlých rozích dávaly součet 10

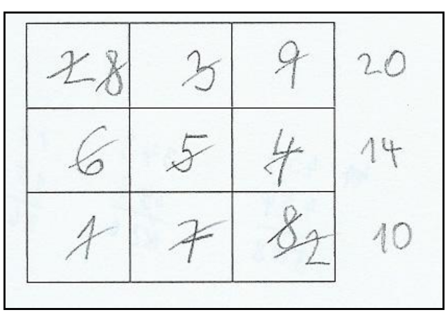
(10 + 5 = 15)

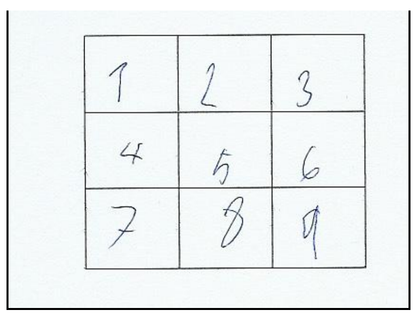
Nyní již doplníme pouze zbývající čísla, která se vyskytují při rozepsání na sčítance právě ve dvou různých součtech. (řádek a sloupec). Tak vznikne jeden magický čtverec, jehož další správné varianty jsou pouze otočení, nebo výměna řádků za sloupce.

2	**7**	**6**
9	**5**	**1**
4	**3**	**8**

Žákovská řešení:







Diskuze: Tento typ úlohy činil žákům značné problémy. Velká část dětí si stěžovala, že úlohu nechápe, že to není možné, aby byly všude stejné součty. Všichni testovaní žáci řešili magický čtverec experimentálně. Po určité době je stálý neúspěch odradil a 9 z deseti žáků tuto úlohu nedořešilo správně.

3.2.2.2 Sudoku

Název SUDOKU vznikl z japonského "**Sú**dži wa **doku**šin ni kagiru," ale její původ není japonský. Tuto hru vymyslel Howard Garns v roce 1979 a publikoval ji pod názvem „Number Place“. Jde tabulku o devíti sloupcích a devíti řádcích s několika doplněnými jednocifernými číslicemi. Cílem je v co nejkratším čase doplnit tabulku o zbývající číslice 1 až 9 tak, aby se žádná číslice v žádném sloupci, řádku, a ani jednom z devíti čtverců o straně 3 čtverečky neopakovala. To znamená, že v každém řádku, sloupci, a tučně ohraničeném čtverci musí být právě číslice 1 – 9 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). (http://en.wikipedia.org/wiki/sudoku)

Sudoku se stalo velkým hitem dnešní doby. Je určeno pro všechny věkové kategorie, nejmenšími počínaje, pro ty jsou určené především snadnější varianty sudoku. Můžeme jej najít nejen v téměř každém periodiku v podobě přílohy, ale také v podobě knížeček, či si „zahrát“ přímo na internetu on-line např. www.az.co.cz/sudoku

www.sudokudaily.net/puzzle/

www.sudoku.wz.cz

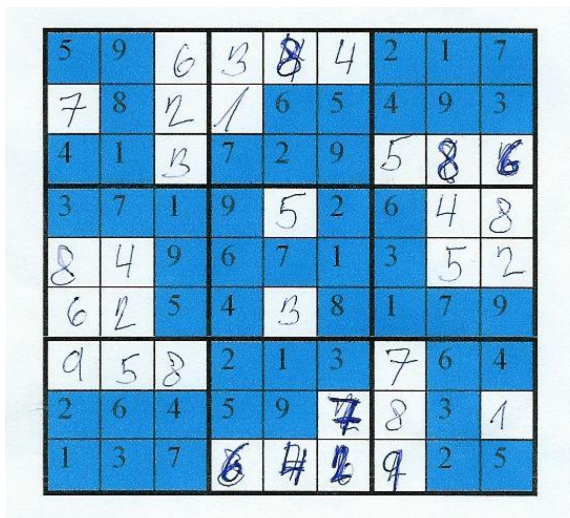
Př. Vyplňte mřížku tak, aby každý řádek, každý sloupec a každý čtverec o 3 x 3 políčkách obsahoval čísla od jedné do devíti a to právě jednou.

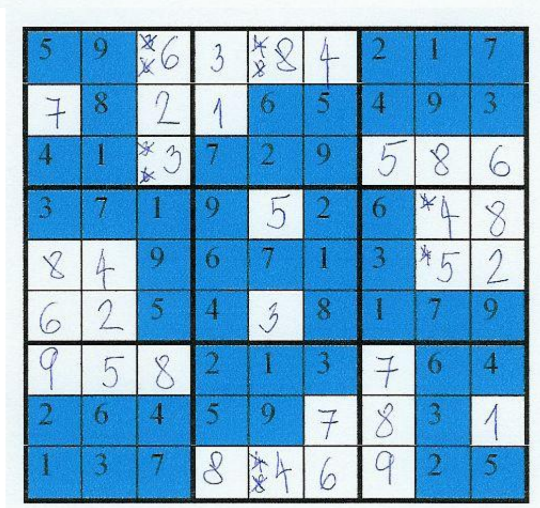
Řešení:

5	9					2	1	7
	8			6	5	4	9	3
4	1		7	2	9			
3	7	1	9		2	6		
		9	6	7	1	3		
		5	4		8	1	7	9
			2	1	3		6	4
2	6	4	5	9			3	
1	3	7					2	5

5	9	6	3	8	4	2	1	7
7	8	2	1	6	5	4	9	3
4	1	3	7	2	9	5	8	6
3	7	1	9	5	2	6	4	8
8	4	9	6	7	1	3	5	2
6	2	5	4	3	8	1	7	9
9	5	8	2	1	3	7	6	4
2	6	4	5	9	7	8	3	1
1	3	7	8	4	6	9	2	5

Žákovská řešení:



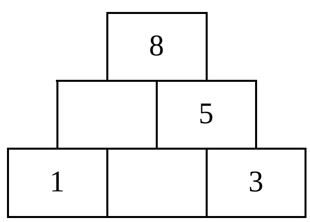


Diskuze: Byla jsem velmi překvapená, že pouze jeden žák z deseti si se Sudoku nevěděl vůbec rady, tudíž zadaný úkol nesplnil. Téměř všichni ostatní řešili mřížku velmi rychle a bezchybně a ze zadaného úkolu byli nadšení. Sedm žáků z deseti se přihlásilo, že se Sudoku věnuje i ve svém volném čase a bere to jako dobrou zábavu. Pouze u jedné žákyně se vyskytlo několik chyb, a to většinou v případech, kdy číslo nešlo určit jednoznačně, ale nabízelo se více variant řešení, žákyně tedy vybrala jednu, posléze ale zjistila, že tato volba nebyla správná. Za povšimnutí stojí metoda vpisování malých číslic do políček, kde je v daném momentu řešení přípustné více variant řešení. Žák uvedl, že tuto metodu ho naučil jeho dědeček, kvůli přehlednosti.

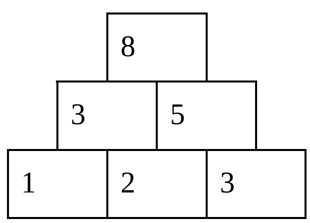
3.3.2.3 Číselné pyramidy

Zapojením číselných pyramid do výuky matematiky si žáci procvičí také početní výkony v různých oborech (např. sčítání a odčítání do sta ve 2. a 3. ročníku ZŠ apod.) zábavnou formou.

Př. Do prázdných políček doplň přirozená čísla tak, aby každé číslo bylo součtem dvou čísel uvedených pod ním.



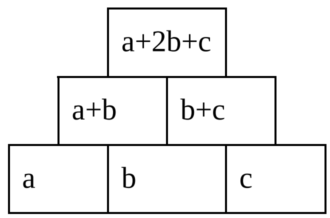
Návrh řešení:



Zjištění výsledku „2“ : 5- 3 = 2

Zjištění výsledku „3“ : 2 + 1 = 3

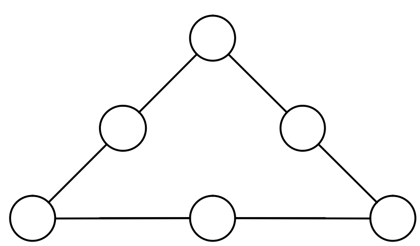
Diskuze: S tímto typem úloh nemají žáci větší potíže. Nejdůležitějším krokem při řešení takovýchto úloh je pochopení vztahů a principů vytvořené pyramidy. Číslo na vrcholu pyramidy je součtem čísel v základu, přičemž prostřední číslo přičítáme dvakrát – viz schéma:



3.3.2.4 Číselné trojúhelníky a sluníčka

Číselné trojúhelníky a sluníčka řeší žáci expe rimentálně. Úloha vyžaduje systematičnost postupu.

Př. Do prázdných kroužků v obrázku doplňte čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6 tak, aby na všech stranách byl stejný součet.



Návrh řešení:

1. zjistíme součet všech čísel : $\Sigma = (1+ 6) . 6 : 2 = 21$ (21 vyjadřuje

Součet všech čísel)

2. zjistíme nejmenší a největší možný součet na jednotlivých stranách.

Nejmenší: [21 + (1 + 2 + 3)] : 3 = 9 (v rozích 1, 2, 3)

Největší: [21 + (4 + 5 + 6)] : 3 = 12 (v rozích 4, 5, 6)

Součty 9 – 12 => 9 ; 10; 11; 12 => 4 řešení

3. Σ 9 :(9 . 3) – 21 = 6 (6 představuje součet v rozích)

6 = 1 + 2 + 3

- dále postupujeme experimentálně

Σ 10: (10 . 3) – 21 = 9

9 = 6 + 2 + 1 nelze

9 = 5 + 3 + 1

9 = 4 + 3 + 2 nelze

Σ 11: (11 . 3) – 21 = 12

12 = 6 + 4 + 2

12 = 6 + 5 + 1 nelze

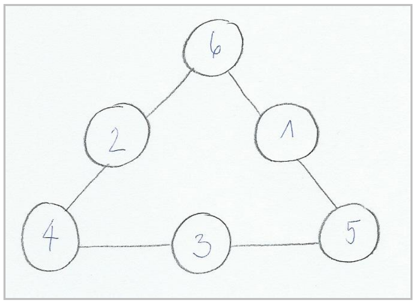
12 = 5 + 4 + 3 nelze

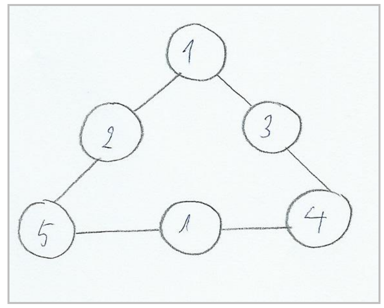
Σ 12: (12 . 3) – 21 = 15

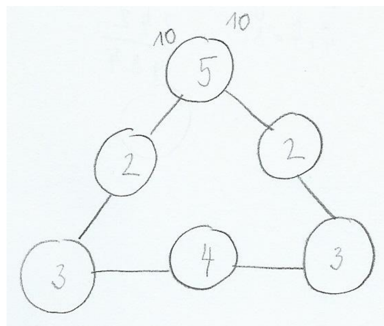
15 = 6 + 5 + 4

=> 4 řešení: čísla v rozích: 1, 2, 3 nebo 1, 3, 5 nebo 2, 4, 6 nebo 4, 5, 6

Žákovská řešení:







Diskuze: Úlohy se zhostily děti dobře. Z celkového počtu deseti bylo 8 správných řešitelů. Ve dvou případech děti ze zadání nepochopily, že každé z čísel 1, 2, 3, 4, 5 a 6 může být v trojúhelníku právě jednou.

3.2.3 Algebrogramy

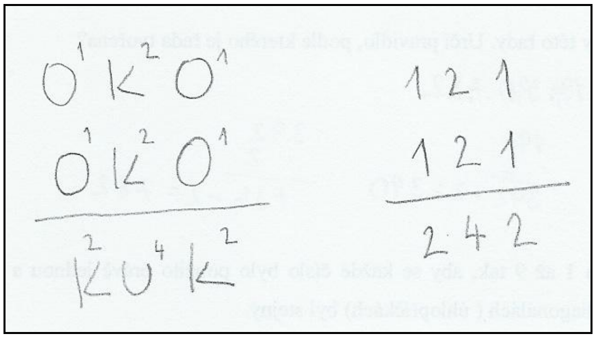
Algebrogramy chápeme jako úlohy s matematickými výrazy, kde místo číslic jsou písmena nebo symboly a úkolem je nahradit písmena nebo symboly číslicemi. Platí zde dvě pravidla:

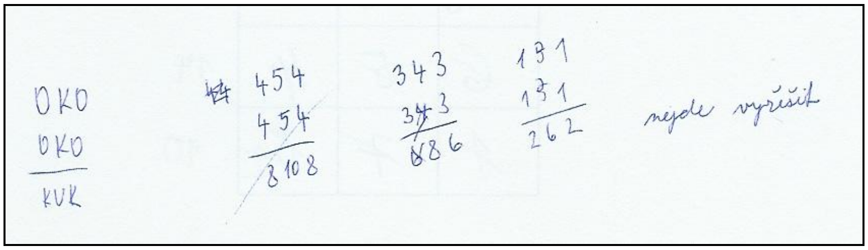
- jedno písmeno zastupuje právě jednu číslici 0 až 9
- jednu číslici může zastupovat právě jedno písmeno

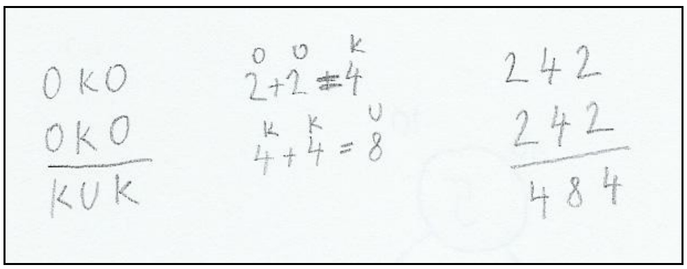
Příklady algebrogramu:

O K O	řešení:	1 2 1	2 4 2
O K O		1 2 1	2 4 2
K U K		2 4 2	4 8 4 ……….

Žákovská řešení:







Diskuze: Tři z deseti dětí u této úlohy vůbec nepochopily podstatu řešení. Ve většině případů žáci řešili úlohu nahodilým dosazováním čísel. Za povšimnutí stojí poslední uvedené žákovské řešení, kde předpokládám, že žák pochopil vztahy a neřešil tak úlohu zcela experimentálně.

3.2.4 Inverzně formulované číselné úlohy

Tento typ úloh je svou podstatou totožný s výše uvedenými inverzně formulovanými slovními úlohami. Je ovšem jednodušší, naznačuje již hotové početní operace.

Př. Myslím si číslo. Když toto číslo vynásobím číslem 3 a přičtu k němu číslo 3, dostanu číslo 30. Které číslo si myslím? (9)

Návrh řešení:

$\square . 3 + 3 = 30$ $\qquad\qquad$ $3x + 3 = 30$

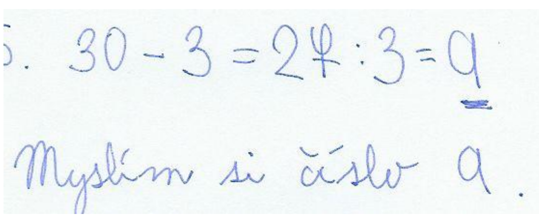
$x = (30 – 3) : 3$

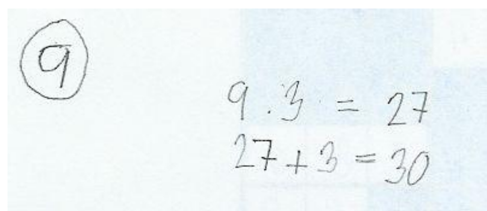
$x = 9$

nebo (30 – 3) : 3 = 9

Myslím si číslo 9.

Žákovská řešení:





Diskuze: Zápis této úlohy lze vyjádřit tzv. implicitním zápisem resp. rovnicí. nebo inverzním postupem. S touto úlohou mají problém především žáci nižších ročníků ZŠ, kdy ještě nemají dostatečně zafixovaný algoritmus.

3.3 Úlohy rozvíjející geometrckou představivost

Geometrie na 1.stupni ZŠ má zvláštní postavení. Nelze zde totiž použít jen nejobvyklejší metodu řešení geometrických úloh, rýsování, jako tomu je na 2. stupni. Žáci mladšího školního věku mají omezené možnosti, ať už je to neukončený vývoj jemné motoriky a z toho vyplývající nepřesnost při rýsování nebo neschopnost soustředit se delší časový úsek. Proto by měl být brán na tyto skutečnosti zřetel a učitel by měl uzpůsobit metody řešení geometrických úloh schopnostem a možnostem dětí. Cílem výuky na prvním stupni ZŠ je spíše seznámení s pojmy a vytvoření představy a vztahů mezi jednotlivými subjekty. Velice důležitou roli zde hraje představivost dětí. Některé děti s představivostí nemají problémy, berou to jako přirozenou součást života. Na druhé straně nemalá část dětí nemá ten dar „vidění v prostoru“ a zápasí s tímto problémem po celou dobu povinné školní docházky. Je velmi nutné děti podporovat a dávat jim vhodné úlohy podněcující rozvoj prostorové představivosti, kterých je dle mého názoru v současných učebnicích dosti málo. Velmi důležitou součástí je samozřejmě práce s názorem (kostky, puzzle, provázek, modelína, papír…)

3.3.1 Úlohy řešené v rovině

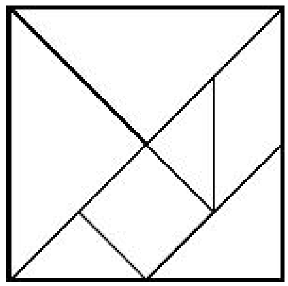
Mezi úlohy rozvíjející geometrickou představivost v rovině, jsem vybrala: tangramy, obrázky jedním tahem, úlohy s využití čtvercové sítě. Chtěla bych ovšem zdůraznit, že výčet není úplný. Do této skupiny by se dalo zařadit i mnoho dalších typů úloh jako např. úlohy s využitím geoboardu, úlohy se sirkami a mnoho dalších.

3.3.1.1 Tangramy

Existuje několik hypotéz o vzniku tangramu, avšak nejpravděpodobnějiší je, že Tangram vznikl před 18. stoletím v Orientu a potom se začal rozšiřovat směrem na západ. Kolem roku 1800 se Tangram dostal do Ameriky, do Německa, Itálie, Francie a Anglie. Jeho rozšíření jistě souvisí s otevřením obchodu s Čínou, kdy si obchodníci ze svých cest přiv áželi různé suvenýry. Hlavolam si získal svou popularitu jako nástroj zábavy, nástroj rozvíjející tvořivost i fantazii, i jako nástroj pro matematické modely.

Celá skládačka je vlastně jeden veliký čtverec rozřezaný na sedm malých kousků, které sebou nesou neuvěřitelnou variabilitu skládání. Díky tomu je možné z této skládačky sestavit obrovské množství tvarů z oblasti postav, zvířat, tvarů a dalších. Jediné omezení při skládání je, že musíte použít všech sedm dílů hlavolamu, díly se musejí dotýkat a nesmě jí být přes sebe přeloženy. Jinak je jediným dalším omezením vaše fantazie a šikovnost.

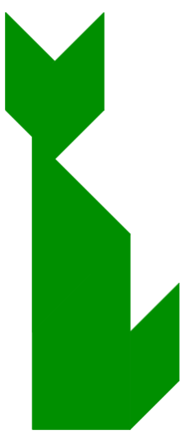
(http://wikipedia.org/wiki/Tangram)



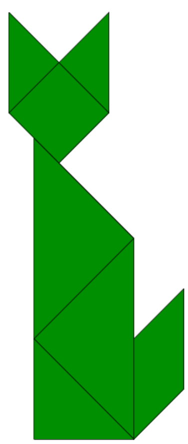
Výroba Tangramu je blíže popsána v příloze.

Řešením Tangramů se žáci seznamují s geometrickými tvary a rozvíjí geomerickou představivost.

Př. Sestav obrázek z dílů, které máš k dispozici. Při skládání použij všechny části, žádný díl nesmí zůstat stranou. Jednotlivé díly se nesmí překrývat. Části můžeš libovolně převracet.

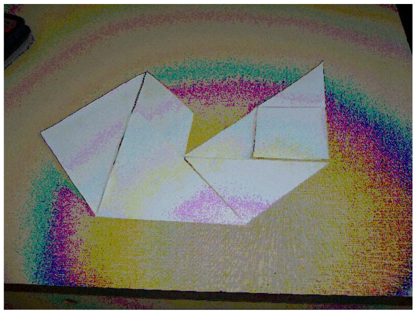


řešení:

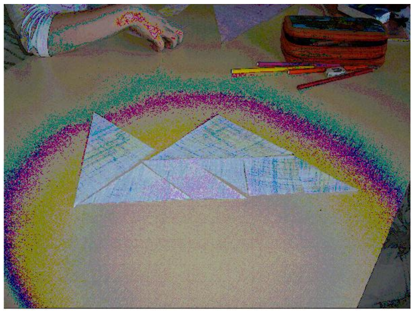


Př. Pokus se složit ze všech dílů libovolný tvar. Jednotlivé díly se nesmí překrývat. Části můžeš libovolně převracet.

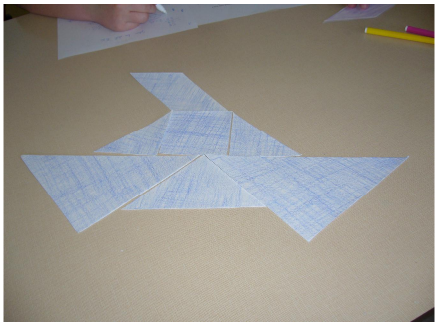
Žákovská řešení:



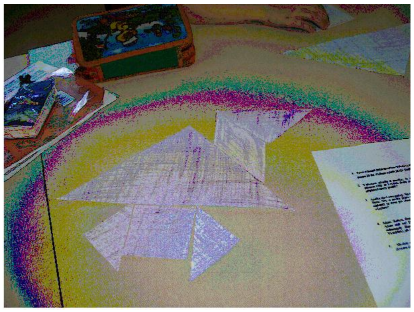
Kačena



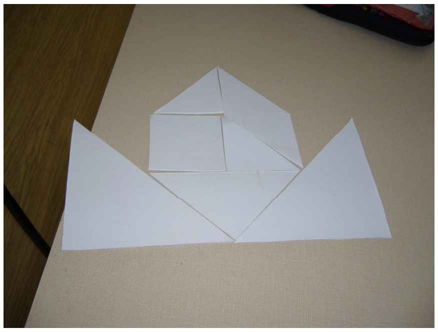
Žralok



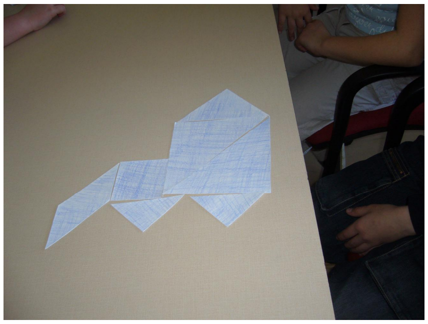
Loďka



Pštros



Parník



Liška

Diskuze: Při práci s tangramem máme několik možností. Buď můžeme dětem ukázat obrys obrazce a děti (řešitelé) tak musí přijít na to, v jaké konfiguraci mají být díly, aby se jimi složený obrazec překrýval s předlohou. Další možností je dát volný průchod fantazii a vyzvat děti k tomu, aby vytvořily libovolné obrazce, při zachování základních pravidel (nepřekrývání dílů, využití všech dílu…) Obě varianty děti velmi baví. Výroba Tangramu se může stát i dobrou motivací do hodiny pracovních činností či výtvarné výchovy, kdy si žáci takový tangram mohou vyrobit i sami. Pokud děti nemají tangram, mohou si ho „zahrát" přímo na internetu na webové stránce http://www.bosounohou.cz/tangram .

3.3.1.2 Obrázky jedním tahem

Obrázky, jednoduché grafy, kreslené jedním tahem patří mezi oblíbené činnosti nejen dětí, ale i dospělých. Učitel by měl znát základní pravidla, která platí pro tzv. jednotažky. Pokud si tato pravidla dostatečně osvojí, nabízí se mu možnost vytvořit své vlastní jednotažky, např. tématicky zaměřené k probírané látce, které jistě žáci ocení.

Pro kreslení jednotažek platí dvě základní pravidla:

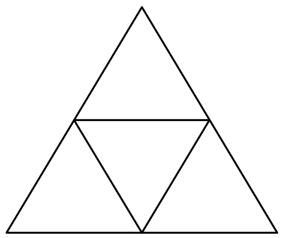
1. Tužku nesmíme ani jednou zvednou z papíru.
2. Po každé čáře můžeme jet právě jednou.

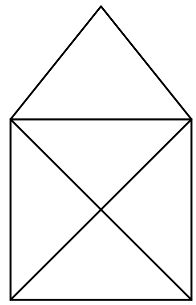
Rozpoznání obrázku kresleného jedním tahem je velice snadné. Musíme se zaměřit na uzly (uzel je bod, místo, kde se setkávají čáry v jednom bodě) tzv. lichého stupně (s lichým počtem čar). Jednotažku pak lze nakreslit pouze v případě, že:

1. Graf nemá žádný uzel lichého stupně (tzv. jednotažka 1. druhu)
2. Graf má právě dva uzly lichého stupně (tzv. jednotažka 2. druhu).

V prvním případě můžeme začít v libovolném bodě. V témže bodě nakonec i skočíme. V druhém případě v prvním lichém uzlu začneme a v druhém skončíme.

Př. Jednotažka prvního druhu: Př. Jednotažka druhého druhu



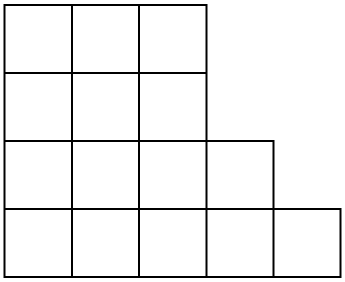


Diskuze: Obrázky kreslené jedním tahem patří mezi velmi oblíbené činnosti žáků. Žáci je řeší experimentálně nahodilým črtáním obrázků. Řešení je jednoznačné, tudíž žáci nepotřebují třetí osobu ke sdělení správného výsledku (pouze v případě, pokud si žák neví rady, jeho postup je nesprávný). Žáci jsou sami sobě „kontrolory“ správnosti řešení, což posiluje sebevědomí ve své vlastní schopnosti.

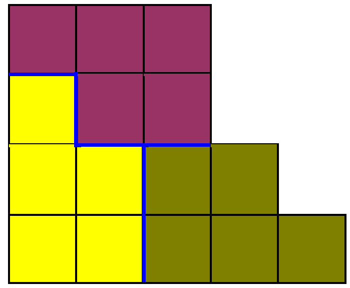
3.3.1.3 Čtvercová síť

Čtverečkovaný papír (papír se čtvercovou sítí) se jeví jako velmi vhodná didaktická pomůcka pro výuku geometrie. Velmi dobře se na něm dá objasnit problematika obvodu, obsahu, osové souměrnosti a mnoha dalších partií učiva geometrie na prvním stupni ZŠ. Napomáhá pochopení základních zákonitostí a vztahů mezi geometrickými subjekty. Jednou z možných činností je například pokrývání čtvercové sítě nastříhanými čtverci v různé tvary apod. (jeden papírový čtvereček představuje jednotkový čtverec).

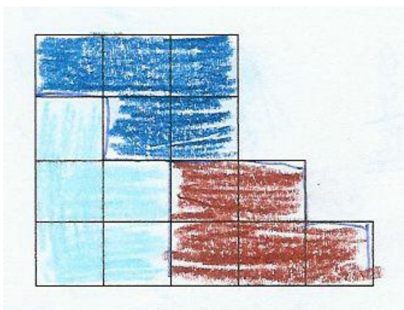
Př. Rozděl obrázek barevnou pastelkou na 3 části stejného tvaru a stejného obsahu.

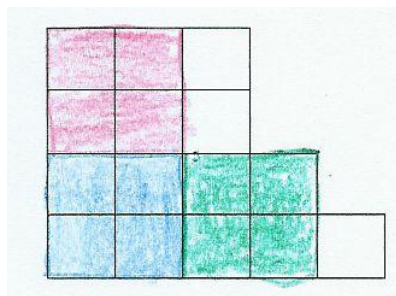


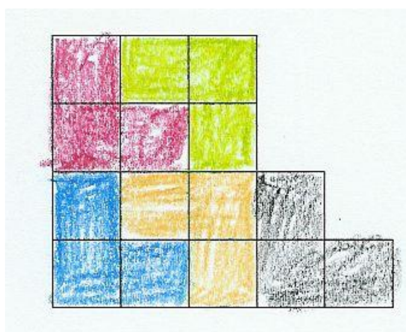
Řešení:



Žákovská řešení







Diskuze: Tato úloha nečinila žákům větší problémy, pouze ve dvou případech z deseti žáci nevyřešili úlohu zcela správně. Ačkoliv v obou chybných případech šlo spíše o špatné porozumění zadání. Oba žáci zachovali podmínku, že vytvořené obrazce mají mít stejný tvar i stejný obsah. V jednom případě žák nevyužil všech čtverců, v druhém případě nevytvořila žákyně tři části, ale pět částí o obsahu „tří čtverců“.

3.3.2 Úlohy řešené v prostoru

Mezi úlohy rozvíjející geometrickou představivost v prostoru jsem zařadila origami, úlohy s krychlemi (stavby z kostek apod.) a úlohy využívající sítí těles. Opět výčet kategorií není zcela úplný a lze sem zařadit i další typy úloh (např. úlohy využívající různých pohledů na tělesa apod.) stejně tak jak u všech předchozích kategorií.

3.3.2.1 Origami

Slovo Origami vzniklo z japonského „折り紙“ = *oru* - skládat, *kami* papír. Samotný význam slova Origami vyjadřuje japonské umění skládání rozličných motivů z papíru. Skládání papíru je rozšířené po celém světě, ovšem názory na jeho vznik se v jednotlivých zemích různí. V Americe a Anglii se běžně slovo „origami“ používá a předpokládá se, že tento druh zábavy pochází z Japonska. Ovšem ve Španělsku se slovo „origami“ do povědomí lidí téměř nedostalo. Španělé totiž užívají výrazu papiroflexia a jsou zastánci názoru, že skládání vzniklo v Evropě nezávisle na Japoncích.

(http://www.origami.cz)

Dobu vzniku počátku tradice japonského origami nelze přesně určit. Názory na tuto problematiku se v rozličných pramenech různí. Předpokládá se, že vzniklo v 9. století, ovšem je známo, že již v 1. století se Japonci seznámili s tajemstvím výroby papíru u Číňanů. Zprvu mělo origami své místo při náboženských obřadech a při výzdobě šintoistických svatyní. Ostatně tyto skládanky tam najdeme dodnes. Podobně jako šňůry s papírovými skládankami, které visí před vchody do japonských domů, kde symbolizují skutečnost, že je dům očištěn a připraven k novoročním oslavám. Jako široce rozšířená zábava se začal objevovat až v 17. století a jeho obliba výrazně stoupala následující dvě století.

Někdy kolem roku 1800 byl poprvé složen i papírový jeřáb - *orizuru*, který je dnes v Japonsku vůbec nejoblíbenější skládankou a rozšířil se i do mnoha jiných zemí celého světa. Jeřáb symbolizuje dlouhý život. Zhotovování šňůr s tisícem navlečených papírových jeřábů je také stále oblíbenou zábavou nemocných, kteří věří, že tím přispívají ke své mu uzdravení.

V současné době existují v Japonsku dva druhy origami:

1. tradiční origami (denšó origami)
2. moderní origami (sósaku origami)

Tyto dva druhy se od sebe výrazně liší. Zatímco pro tradiční origami je typické, že se vždy skládají z jednoho kusu papíru, bez použití nůžek, lepidla apod. a bez dalšího zdobení, u moderních origami je ponechán značný prostor pro vlastní fantazii skládajícího.
(http://www.origami.cz/)

Vhodnost využití origami při výuce matematiky na prvním stupni ZŠ vychází především z potřeb dětí. Děti tak mohou rýsovat pomocí překládání papíru. Ten překládají různými způsoby a tím modelují hledaný geometrický útvar. Z papíru lze snadno vymodelovat mnohoúhelníky a různá geometrická tělesa. Přeložením papíru mohou vytvářet základní geometrické konstrukce daleko snadněji, než s použitím kružítka a pravítka. Pomocí překládání papíru se seznamují se základy geometrie. Origami povzbuzuje zájem o matematiku a usnadňuje porozumět důležitým geometrickým pojmům a jejich vztahům, protože si žák vše názorně vyzkouší. Je dokázané, že prožitkové učení má trvalou hodnotu, a umožní tak lepší zafixování probíraného učiva. Při skládání origami zapojujeme více smyslů. Nejen zrak, ale také hmat. Děti, které se pravidelně věnují origami, se učí porozumět slovním i grafickým návodům a pevně stanoveným pojmům. Učí se pracovat podle určitých pravidel. Je tak podněcována schopnost pozorování a uvažování. Proměna listu papíru v trojrozměrný objekt je dle mého názoru velmi dobrou motivací pro děti a zároveň kvalitním cvičením prostorového myšlení.

Některá doporučení pro učitele:

1. Než začnete skládat se žáky, sami si několikrát skládanku složte. Můžete tak nalézt kroky, které mohou být pro některé žáky problematické.

2. Důležité je připravit vhodné pracovní prostředí – osvětlení, prostor pro skládání, vhodný materiál (pro začátky a seznámení se skládáním stačí i novinový papír, efektivní se jeví barevný papír)

3. Než se pustíte do skládání, dejte dětem prohlédnout již vytvořené modely.

4. Zpočátku je velmi vhodné skládat krok za krokem společně se žáky. Později se mohou žáci pokusit skládat podle diagramu, či jinak zvoleného postupu.

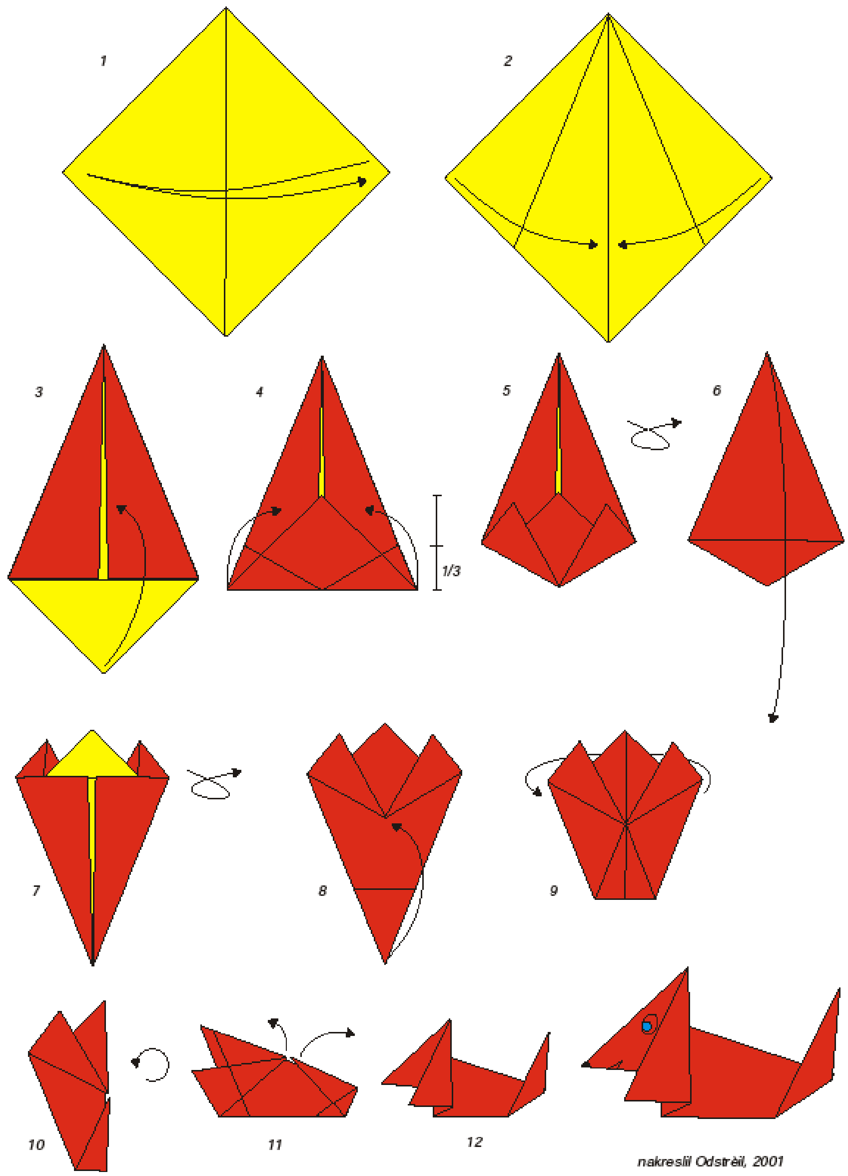
5. Do skládání dětí zasahujte jen v nezbytně nutných případech.

6. Dopřejte na skládání dostatek času.

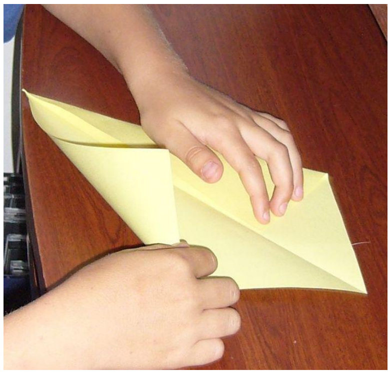
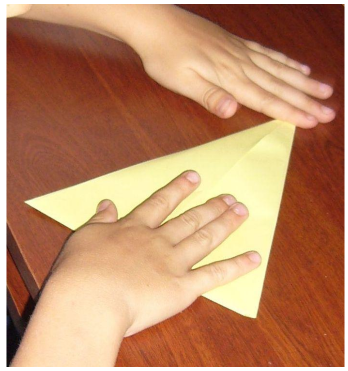
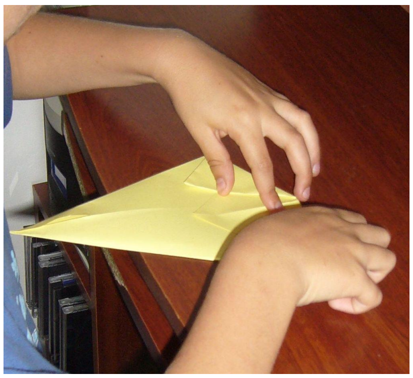
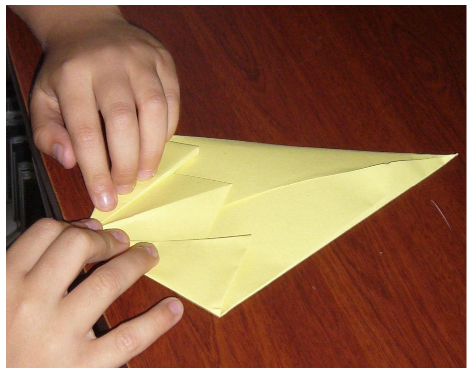
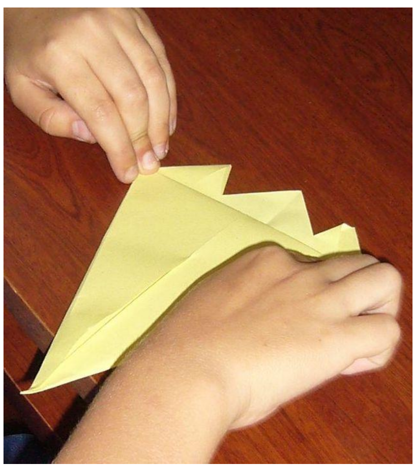
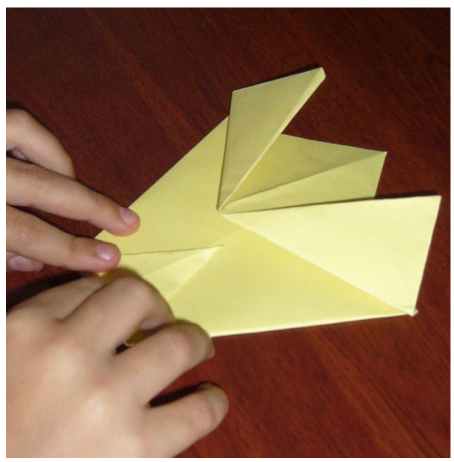
7. Nezapomeňte hodně chválit i nepovedené modely.

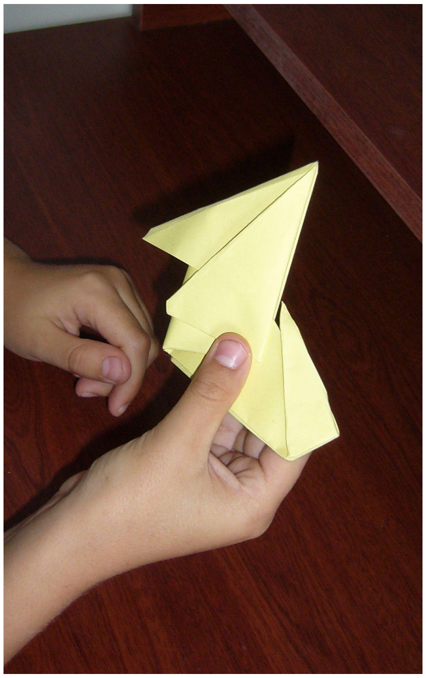
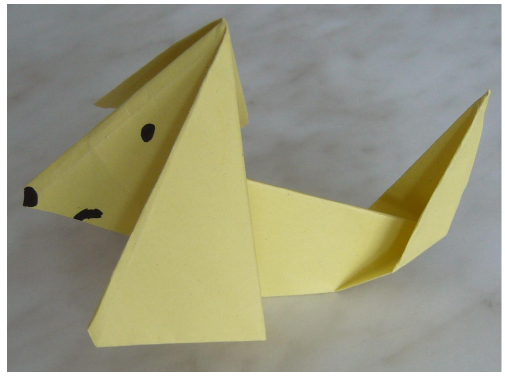
Ukázka výrobků:

Příklad jednoduchého diagramu:



Žákovské řešení:

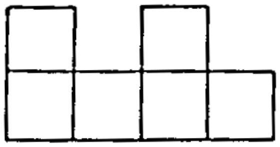







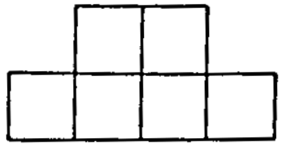



Diskuze: Skládání origami je příjemným zpestřením vhodným nejen do hodiny matematiky, ale lze využít i v hodinách pracovních činností či výtvarné výchovy. Pro žáky je velmi dobrou motivací. Žáci chápou skládání spíše jako hru a mají z výsledku obrovskou radost, což posiluje jejich sebevědomí, protože jejich výsledek je viditelný, hmatatelný. Ačkoliv během skládání docházelo v některých případech k nepřesnostem, všem žákům se výrobek podařil a motivoval je ke skládání dalších výrobků.

3.3.2.2 Krychle

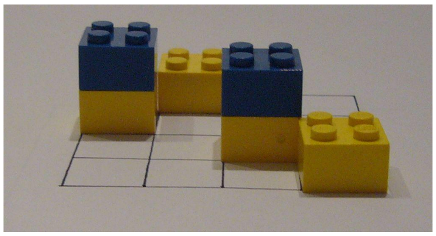
Př. Určete nejmenší a největší počet krychlí na stavbu, přičemž p rvní obrázek znázorňuje pohled z boku a druhý obrázek po hled zepředu. (nejméně 10 krychlí, nejvíce 20 krychlí)

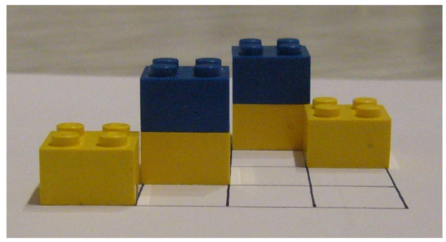




Návrh řešení:

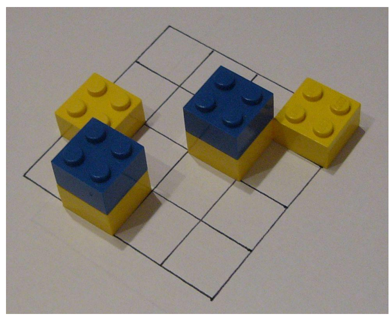
Nejméně kostek:



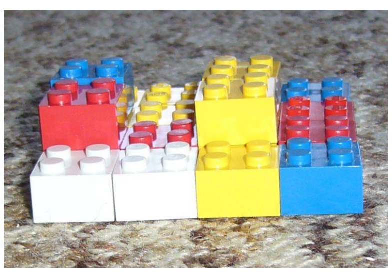


Bokorys

Nárys

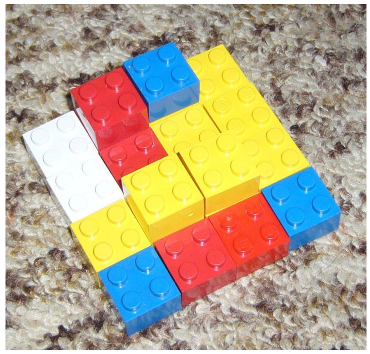


Nejvíce kostek:



Bokorys

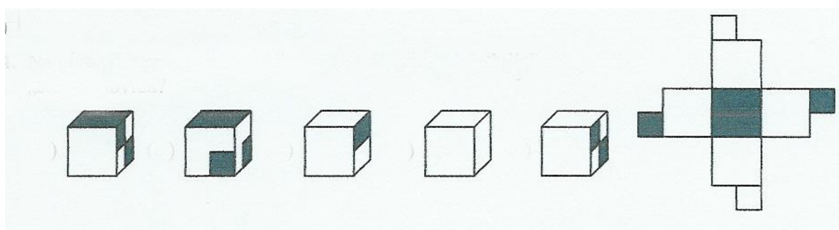
Nárys



Diskuze: U tohoto úkolu se nabízí využít názoru v podobě kostek. V tomto případě je i velmi vhodné použít čtvercové sítě pro lepší názornost. „Zpaměti“ se tento typ úlohy velmi těžko řeší nejen dětem, ale i dospělým.

3.3.2.3 Sítě těles

Př. Na obrázku vpravo vidíš „síť“ krychle. Které z následujících krychlí „síť“ odpovídá? Správnou krychli zakroužkuj. (řešením je poslední krychle)



Diskuze: U těchto typů úloh máme dvě skupiny dětí. První skupina má velmi dobrou prostorovou představivost a tato úloha jim tak nečiní žádné problémy, považují ji za velmi snadnou. Na druhé straně jsou děti, kterým tento dar vidění v prostoru chybí, a proto je pro ně velmi těžké řešit takový úkol. Proto by ani tyto typy úloh neměly v hodinách matematiky chybět. Prostorová představivost se dá totiž do jisté míry „vycvičit“.

4 Sbírka úloh

Při tvoření sbírky jsem se inspirovala hned v několika zdrojích: matematické soutěže: Klokánek, Pythagoriáda, Rallye Mathématique teransalpin; učebnice Cvičení z matematiky pro 5. ročník, Melichar 1980; Zajímavé úlohy z učiva matematiky ZŠ, Maláč, Kurfurst 1981; Sbírka úloh z matematiky pro 5. ročník základní školy, Česenek 1990; webové stránky www.rvp.cz ; www.origami.cz a http://petrkle.wz.cz/tangram/ .

V závorce za textem úlohy nalezneme správné řešení. Úlohy jsou řazené dle výše uvedené klasifikace.

4.1 Slovní úlohy

4.1.1 Inverzně formulované slovní úlohy

1. Kolik let je Petrovi? Když jeho věk zvětšíte pětkrát a přičtete 5, vyjde vám 50. (9let)

2. Barunka si koupila sáček bonbónů. Když přišla k babičce dostala ještě jeden sáček s 15 bonbóny. Tím měla celkem 32 bonbónů. Kolik bonbónů měla v sáčku, který si původně koupila? (17 bonbónů)

3. Petr si koupil pytlík s kuličkami. Při hře s kamarádem vyhrál 44 kuliček a měl pak celkem 69 kuliček. Kolik měl Petr původně kuliček ?

   (25 kuliček)

4. Matyáš je vášnivý sběratel známek (filatelista). K narozeninám dostal 62 nových známek. Tím se jeho sbírka rozšířila a čítala 555 zná mek. Kolik známek měl Matyáš před narozeninami ? (493 známek)

5. Pavel si koupil jeden hrací los. Vyhrál na něj trojnásobek ceny losu a prémii 30 Kč. Celkem vyhrál 105 Kč. Kolik korun stál Pavla los? (25 Kč)

6. Na nákladním autě byly pytle s obilím. V Praze naložili ještě 20 pytlů, v Brně vyložili 43 pytlů a v Olomouci vyložili ještě 18 pytlů. Zbylo jim 89 pytlů. Kolik pytlů s obilím bylo původně na nákladním autě? (130 pytlů)

7. Autobus na trase České Budějovice - Praha zastavuje ve třech městech - Soběslav, Tábor a Benešov u Prahy. Všichni cestující jedou do Prahy. Z Českých Budějovic jelo pouze několik cestujících. V Soběslavi přistoupilo 9 cestujících v Táboře 15 a v Benešově ještě 13 cestujících. Do Prahy přijelo celkem 42 cestujících. Kolik cestujících jelo z Českých Budějovic? (5 cestujících)

8. Mám kuličky. Ty máš 3 krát více a máš jich 12. Kolik kuliček mám já? (4 kuličky)

9. Petr a Pavel dostali od babičky jahody. Petr jich dostal o 16 více než Pavel a má jich 30. Kolik jahod má Pavel? (14 jahod)

10. Mám autíčka. Ty jich máš 4 krát méně a máš jich 8. Kolik autíček mám já? (32 autíček)

11. Magdalenka a Apolenka mají doma sadu pastelek. Magdalenka jich má o 8 méně než Apolenka a má jich 42. Kolik pastelek má Apolenka? (50 pastelek)

4.1.2 Slovní úlohy „kapitánské“

1. Sedlák měl 17 ovcí. Všechny kromě 9 mu zahynuly. Kolik mu jich zůstalo? (9 ovcí)

2. Jsi pilot letadla. Do letadla nastoupí 15 lidí, v Brně jich 6 vystoupí a v Košicích 6 nastoupí. Letadlo má 18 okének a rozpětí křídel je 16 m. Jak se jmenuje pilot letadla? (ty)

3. Na lodi je 60 pirátů. Každý třetí pirát má skleněné oko, každý čtvrtý má dřevěnou nohu. Zbytek pirátů má místo ruky železný hák. Kolik je na lodi pirátů dohromady? (60 pirátů)

4. Radkův rekord v běhu na 100 m je 16,00 s. Za jak dlouho uběhne 800 m ? (nelze určit, Radek neběží po celou dobu konstantní rychlostí)

5. Mamince je 28 let, tatínkovi 32 let. Kolik roků má jejich syn Kryštof , jestliže se narodil, rok po svatbě rodičů? (nelze určit, nevíme, kdy se rodiče vzali)

6. Na lodi kapitána Noema bylo 8 slepic; 10 prasat; 2 kočky; 4 psi a 6 kuřat. Kolik ovcí bylo na lodi? (nelze určit, nemáme žádná data nutná k výpočtu)

7. Loď je 15 m dlouhá a 6 m široká. Jak starý je kapitán? (nelze určit z údajů slovní úlohy)

8. Dědeček chová už od 23 let slepice. Už třikrát za tu dobu toho chtěl nechat. Má totiž ještě 150 prasat, které ho stojí také hodně času. Jak starý je dědeček? (nelze určit)

9. V obchodě se zeleninou stojí 54 regálů s konzervami. Každý regál má 6 přihrádek. Kolik konzerv stojí v jedné přihrádce? (nelze určit)

10. Pan Novák podstupuje odtučňovací kůru. Na začátku kůry vážil 102 kg. První týden shodil 1 kg. Kolik váží pan Novák za 80 týdnů? (nelze určit)

11. V kině mají 10 řad po dvaceti sedadlech. Na nedělní představení byly všechny lístky vyprodány. Kolik stojí 1 lístek na nedělní představení? (nelze určit)

12. Z pražského letiště denně odlétají 3 letadla do Londýna, 4 do Paříže, 6 do Bratislavy a 1 do Moskvy. Kolik cestujících denně odletí z pražského letiště? (nelze určit)

4.1.3 Slovní úlohy kombinatorického charakteru

1. V peněžence mám pět desetikorun a pět dvacetikorun. Kolika způsoby mohu zaplatit 50 korun? (3 způsoby: 10+10+10+10+10; 10+10+10+20; 10+20+20)

2. Petr má tři autíčka. Jedno autíčko je modré, jedno zelené a jedno červené. Kolika různými způsoby může autíčka seřadit do jedné řady?

   (6 způsoby- mzč, mčz, zmč, čmz, zčm, čzm)

3. Trpaslík Jelito si pozval své přátele na návštěvu. Při loučení si každý s každým podal ruku. Celkem si podaly ruku šestkrát. Kolik kamarádů přišlo na návštěvu? (3 kamarádi)

4. V pytlíku jsou tři modré, tři červené a tři žluté kuličky. Kolik kuliček musíme nejméně vytáhnout, abychom zcela jistě měli tři kuličky stejné barvy? (7 kuliček)

5. Na turnaji ve stolním tenisu hrálo pět hráčů. Kolik zápasů sehrají, jestliže hraje každý s každým? (10 zápasů)

6. V krabičce je 7 červených a 5 modrých kuliček. Se zavázanýma očima máte vytáhnout co nejmenší počet kuliček, abyste měli jistotu, že vytáhnete alespoň 3 červené a 2 modré kuličky. Kolik kuliček musíte vytáhnout? (9 kuliček)

7. Kája má v peněžence jednu bankovku v hodnotě 5 euro, jednu minci v hodnotě 1 euro jednu minci v hodnotě 2 eura. Táta zapomněl všechny peníze doma. Kolik peněz mu nemůže Kája půjčit? (4 euro)

8. Kuba vytáhl ze sáčku 9 červených kuliček. Vrátil je zpět a vytáhl 14 kuliček, z toho 6 červených. Kolik kuliček nejméně měl v sáčku? (17 kuliček)

9. Na půdě, kde je tma, visí na šňůrách pomíchané černé a bílé ponožky. Kolik nejméně ponožek musíte z půdy přinést, aby bylo zaručeno, že máte alespoň jeden pár ponožek stejné barvy ? Podotýkám ještě jednou, že na půdě je tma, a proto netušíte, jakou barvu ponožky zrovna ze šňůry berete. (3 ponožky)

4.1.4 Slovní úlohy řešené logickým úsudkem

1. Jenda je těžší než Roman a lehčí než Petr. Libor je lehčí než Roman. Který z těchto chlapců je nejlehčí? (Libor)

2. Irena, Anička, Katka, Olga a Eva bydlí v jednom domě. Dvě z děvčat bydlí v prvním poschodí, tři z nich bydlí ve druhém poschodí. Olga bydlí v jiném poschodí než Katka a Eva. Anička bydlí v jiném poschodí než Irena a Katka. Které z dívek bydlí v prvním poschodí? (Anička a Olga)

3. V prvních dvou lavicích sedí čtyři děvčata Lenka, Zdena, Marie, Alena. Lenka sedí vedle Zdeny. Zdena sedí za Marií. Před kým a vedle koho sedí Alena? (Alena sedí vedle Marie před Lenkou)

4. Petr říká: „ Mám tolik bratrů jako sester.“

   Jeho sestra říká: „ Mám dvakrát tolik bratrů jako sester.“

   Kolik dětí je v rodině? (4 kluci a 3 děvčata)

5. Na cestě z Prahy do Železné Rudy projíždí autobus městy Plzeň, Zdice, Rokycany a Klatovy. V Plzni je dříve než v Klatovech, ale později než v Rokycanech. Zapište v jakém pořadí projíždí autobus uvedenými městy. (Zdice, Rokycany, Plzeň, Klatovy)

6. Na šňůře visí 10 kapesníků. Jeden kapesník uschne za čtvrt hodiny. Za jak dlouho uschnou všechny kapesníky? (za čtvrt hodiny)

7. Děti mezi sebou měnily bonbóny, žvýkačky a malé čokolády. Za 4 bonbóny je 1 žvýkačka, za 4 žvýkačky je 1 čokoláda. Za kolik bonbónů se vymění jedna čokoláda?

   (1 čokoláda je za 16 bonbónů)

8. V basketbalovém družstvu hrálo šest chlapců: Roman, Martin, Luděk, Ondřej, Daniel a Zdeněk. Seřaďte je podle stáří od nejstaršího

k nejmladšímu, jestliže víte, že Ondřej je starší než Luděk, Zdeněk než Daniel, Martin než Roman, Ondřej než Zdeněk, Roman než Ondřej, Zdeněk než Luděk a že Daniel není nejmladší. (Luděk Danie l Zdeněk Ondřej Roman Martin)

9. Na parkovišti stálo 16 osobních automobilů. Bylo tam 10 modrých aut a 10 Škodovek. Je na parkovišti alespoň jedna modrá Škodovka? Jestliže ano, kolik jich je tam přesně?

   (4 modré škodovky)

10. Obyvatelé v dálném Kamelpúru pěstují výměnný obchod. Tak například lze u nich pořídit za 5 krav 6 koní, za 8 koní 3 velbloudy a za 9 velbloudů 2 slony. Na kolik krav vyjde 1 slon? (1 slon vyjde na 10 krav)

11. Jedna ulice v Praze se jmenuje Barevná. Najdete tam modrý, červený, růžový, žlutý a zelený dům. Domy jsou očíslovány od 1 do 5. Víme, že:

- Modrý a žlutý dům jsou označeny sudými čísly,
- Červený dům sousedí pouze s modrým domem
- Modrý dům stojí mezi zeleným a červeným domem.

  Jakou barvu má dům číslo tři?

  (zelenou)

12. Osobní vlak z Ostravy do Prahy jede směrem na Prahu. Zároveň z Prahy vyjede rychlík směrem na Ostravu. Když se vlaky potkají, který z nich má blíže do Bratislavy? (oba to mají stejně daleko)

13. Některé měsíce mají 31 dní, některé 30, kolik jich má 28 dní? (všech ny)

14. Jsi účastníkem závodu v běhu. Předběhneš druhého. Na kterém místě se umístíš? (na druhém)

4.2 Úlohy řešené na základě objevení a uplatnění číselných vztahů

4.2.1 Číselné a obrázkové pravidelnosti

1. Určete další tři členy této řady a urči pravidlo, podle které ho je tato řada tvořená. 8; 14; 26; 50; 98; . ; . ; . ; . . . (194; 386; 770)

2. Určete sté číslo řady tvořené podle určitého pravidla.

   1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 5, . . . (2)

3. Následující řady čísel jsou tvořeny podle určitého pravidla. Doplňte v nich další číslo (např. 1, 2, 3, 4, ... - doplníme 5).

   a) 1, 3, 5, 7, ... (9)
   b) 20, 17, 14, 11, ... (8)
   c) 1, 3, 9, 27, ... (81)
   d) 64, 32, 16, 8, ... (4)
   e) 1, 4, 9, 16, ... (25)
   f) 193 726, 193 730, 193 700, 194 000, ... (190000)

   g) 2, 4, 6, 8, ... (10)
   h) 27, 23, 19, 15, ... (11)
   i) 1, 2, 4, 8, ... (16)
   j) 81, 27, 9, 3, (1)
   k) 36, 25, 16, 9, ... (4)
   l) 138 274, 138 270, 138 300, 138 000, ... (14000 0)

4. Doplň další dvě čísla v řadě:

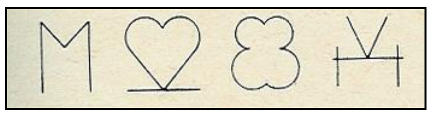
a) 25, 21, 18, 16, ... (15, 15)

b) 2, 3, 5, 9, 17, ... (33, 65)

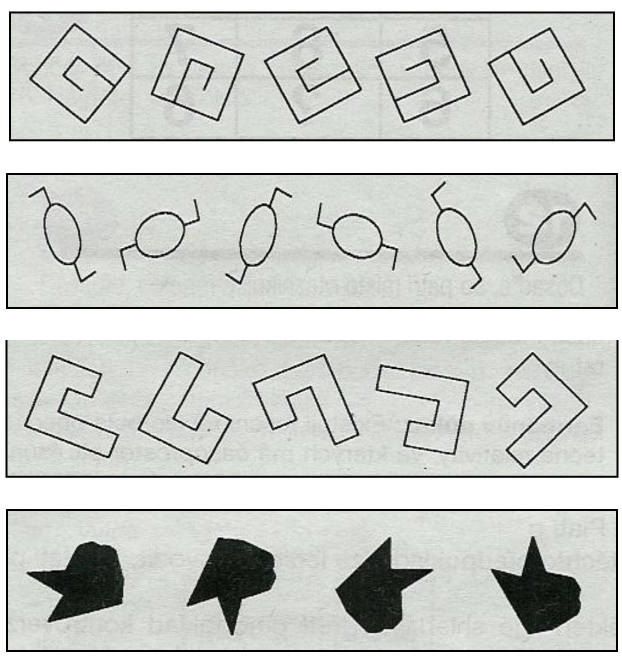
c) 3, 2, 5, 4, 7, 6, ... (9, 8)

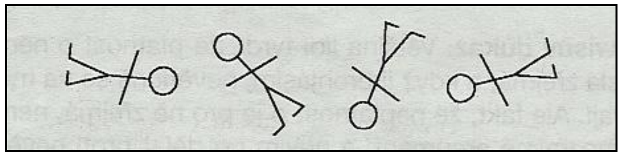
d) 11, 12, 10, 13, ….(9, 14)

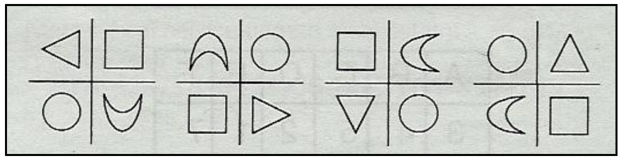
5. Prohlédni si důkladně tyto čtyři obrazce. Víš, jaký by měl následovat? Pokud si nebudeš vědět rady napovím, že v obrázcích jsou „zakleté“ číslice.

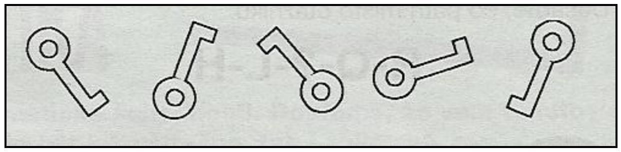
 ....

6. Jeden obrázek do řady nepatří, je zrcadlově převrácený, poznáš který? Jestli ano, zakroužkuj ho.

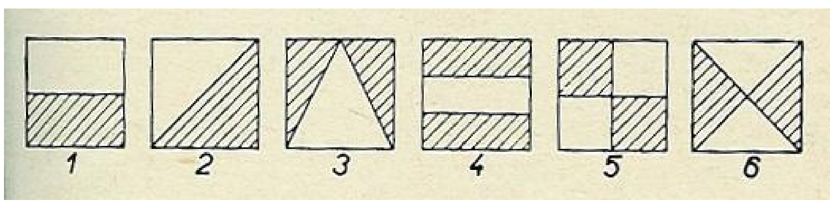








7. Který z následujících šesti obrázků, na nichž je vyšrafovaná určitá č ást obsahu čtverce, nepatří do téže skupiny? Napiš jeho číslo a odůvodni, proč do dané skupiny nepatří.(do skupiny nepatří obraz č.4, má totiž vyšrafovány 2/3 obsahu čtverce, zatímco ostatní pouze polovinu.)



4.2.2 Aritmetická schémata

4.2.2.1 Magické čtverce

1. . Doplň do schématu čísla 3, 4, ...11 tak, aby součet ve všech řádcích, sloupcích a úhlopříčkách by 18.

Řešení:

3		5
7		9

3	10	5
8	6	4
7	2	9

	4	**9**
		2
3		

5	**4**	**9**
10	6	**2**
3	8	7

2. Doplň magický čtverec tak, aby součet ve všech řádcích, sloupcích a úhlopříčkách byl 45.

Řešení:

24	**9**	
3		

24	**9**	12
3	15	2
18	21	6

3. Doplň magický čtverec tak, aby součet ve všech řádcích, sloupcích a úhlopříčkách byl 60.

		36
	28	**8**

32	12	16
4	20	**36**
24	**28**	**8**

4.2.2.4 Sudoku

Př. Vyplňte mřížku tak, aby každý řádek, každý sloupec a každý čtverec o 3 x 3 políčkách obsahoval čísla od jedné do devíti a to právě jednou.

		6	1			5		9
3	7	4				1		6
			2	6	7	3		
	4		6	8			9	
6	1						5	3
	9			7	1		4	
		8	7	2	6			
9		5				2	3	7
7		1			9	4		

2	8	6	1	3	4	5	7	9
3	7	4	8	9	5	1	2	6
1	5	9	2	6	7	3	8	4
5	4	2	6	8	3	7	9	1
6	1	7	9	4	2	8	5	3
8	9	3	5	7	1	6	4	2
4	3	8	7	2	6	9	1	5
9	6	5	4	1	8	2	3	7
7	2	1	3	5	9	4	6	8

3	4				2		9	8
6	7		3	9	8			
					1	3	2	6
		7		3		8		9
8		4		5		1		2
1		9		2		6		
9	1	6	2					
			4	8	6		1	5
	8		9				6	7

3	4	1	5	6	2	7	9	8
6	7	2	3	9	8	5	4	1
5	9	8	7	4	1	3	2	6
2	6	7	1	3	4	8	5	9
8	3	4	6	5	9	1	7	2
1	5	9	8	2	7	6	3	4
9	1	6	2	7	5	4	8	3
7	2	3	4	8	6	9	1	5
4	8	5	9	1	3	2	6	7

7					9	4	2	
4	1				2		6	
9				4	6		8	
		1	8	5	3	9		
3		2				6		8
		9	6	2	4	7		
	9		4	3				6
	3		9				1	5
	6	7	2					4

7	5	6	1	8	9	4	2	3
4	1	8	3	7	2	5	6	9
9	2	3	5	4	6	1	8	7
6	7	1	8	5	3	9	4	2
3	4	2	7	9	1	6	5	8
5	8	9	6	2	4	7	3	1
1	9	5	4	3	8	2	7	6
2	3	4	9	6	7	8	1	5
8	6	7	2	1	5	3	9	4

	4		5	2	1			
7	2	3			8			
		8				2	6	9
				9		5	3	7
4	5		3		6		2	1
2	3	7		8				
6	9	5				7		
			6			1	8	2
			7	4	3		5	

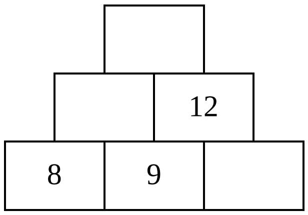
9	4	6	5	2	1	3	7	8
7	2	3	9	6	8	4	1	5
5	1	8	4	3	7	2	6	9
8	6	1	2	9	4	5	3	7
4	5	9	3	7	6	8	2	1
2	3	7	1	8	5	6	9	4
6	9	5	8	1	2	7	4	3
3	7	4	6	5	9	1	8	2
1	8	2	7	4	3	9	5	6

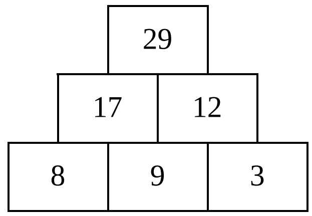
8		4		3				6
	7				9		3	
		9			5	8		7
	1	8	6		3			
4				5				2
			4		7	1	8	
3		2	5			6		
	6		9				1	
9				7		5		8

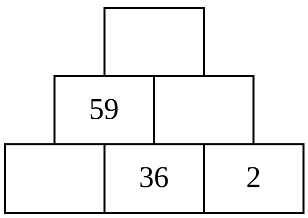
8	2	4	7	3	1	9	5	6
6	7	5	8	4	9	2	3	1
1	3	9	2	6	5	8	4	7
7	1	8	6	2	3	4	9	5
4	9	3	1	5	8	7	6	2
2	5	6	4	9	7	1	8	3
3	8	2	5	1	4	6	7	9
5	6	7	9	8	2	3	1	4
9	4	1	3	7	6	5	2	8

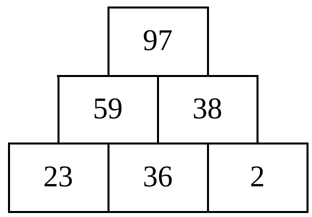
4.2.2.5 Číselné pyramidy

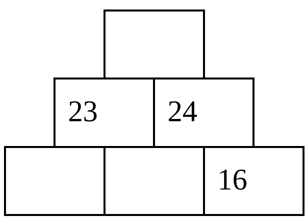
Př. Do prázdných políček doplň přirozená čísla tak, aby každé číslo bylo součtem dvou čísel uvedených pod ním.

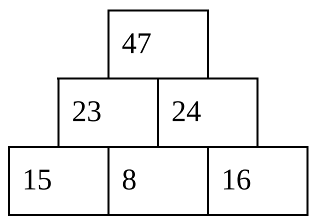


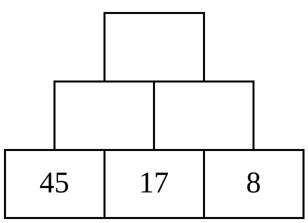


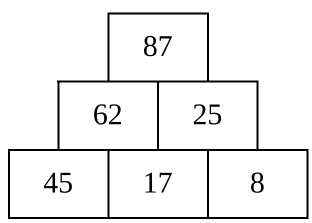


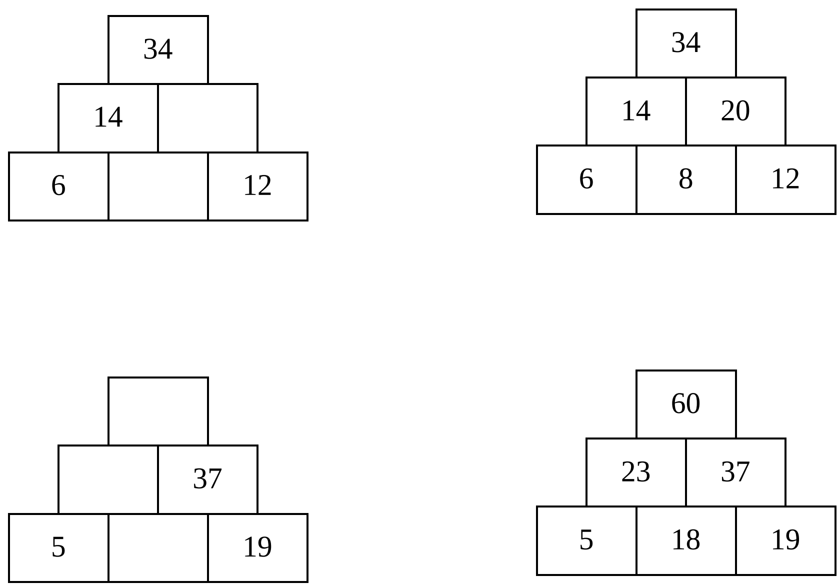












4.2.2.4 Číselné trojúhelníky; sluníčka

1. Na prázdná místa následujícího obrazce doplňte čísla 4 až 12 tak, aby jejich součet na každé straně byl 32.

……

…… ……

…… ……

….. ….. ….. …..

Řešení: V rozích přijdou čísla : 4, 8, 12.

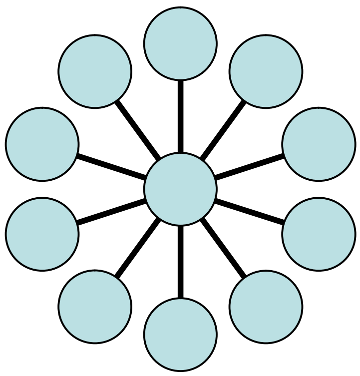
Doplňky do 32 pak budou: 4 + 8 + (9 + 11)

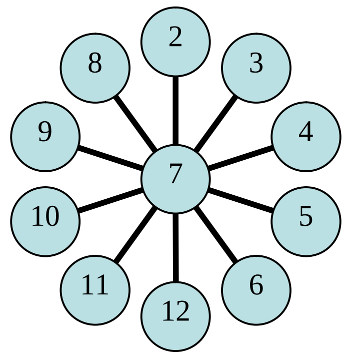
4 + 12 + (7 + 9)

8 + 12 + (5 + 7)

2. Na konce paprsků sluníčka doplňte čísla 2 až 12 tak, aby součet čísel na každé úsečce byl 21 .

Příklad řešení:





4.2.3 Algebrogramy

	B	C	D
		C	D
2	2	2	2
A	B	C	D

T	O	P	O	L
	O	L	Š	E
S	T	R	O	M

P	R	Š	Í
P	R	Š	Í
D	É	Š	Ť

	K	U	P
	L	E	S
H	N	E	D

	P	O	S	L	I
	I	H	N	E	D
P	E	N	I	Z	E

	V	A	P	E	N	I	K
K	O	M	I	N	I	K	A
	O	K	L	A	M	A	L

	S	E	N	D
	M	O	R	E
M	O	N	E	Y

F	O	R	T	Y
		T	E	N
		T	E	N
S	I	X	T	Y

	F	O	T
	B	A	L
C	V	I	K

P	R	Š	Í
P	R	Š	Í
D	É	Š	Ť

	K	U	P
	L	E	S
H	N	E	D

T	O	M	Á	Š	I
T	O	M	Á	Š	I
			M	Á	Š
	M	U	Š	L	I
					V
G	U	L	Á	Š	I

				N	A
	P	A	V	L	A
S	P	A	D	L	A
			D	V	Ě
B	R	A	D	L	A

4.2.4 Inverzně formulované číselné úlohy

1. Myslím si číslo. Jestliže od něj odečtu 11, dostanu číslo 21. Jaké číslo si myslím ? (32)

2. Myslím si číslo. Jestliže k němu přičtu 33, dostanu číslo 76. Jaké číslo si myslím ?(43)

3. Myslím si číslo. Když toto číslo vynásobím číslem 2 a při čtu 11, dostanu číslo 27. Které číslo si myslím ? (8)

4. Myslím si číslo. Když toto číslo vynásobím číslem 5 a odečtu 15, dostanu číslo 30. Které číslo si myslím ? (9)

5. Myslím si číslo. Když toto číslo vydělím 7 a přičtu 93, dostanu číslo 100. Které číslo si myslím ? (49)

6. Myslím si číslo. Když toto číslo vydělím 8 a odečtu 3, dostanu číslo 6. Které číslo si myslím ? (72)

7. Myslím si číslo. Násobím ho čtyřmi a přičtu 8. Pak ještě dělím čtyřmi a vyjde mi 8. Které číslo si myslím ? (6)

8. Myslím si číslo. Násobím ho devíti a odečtu 7. Pak ještě dělím sedmi a vyjde mi 8. Které číslo si myslím ? (7)

9. Myslím si číslo. Dělím ho pěti a přičtu 67. Pak ještě dělím osmi a vyjde mi 9. Které číslo si myslím ? (25)

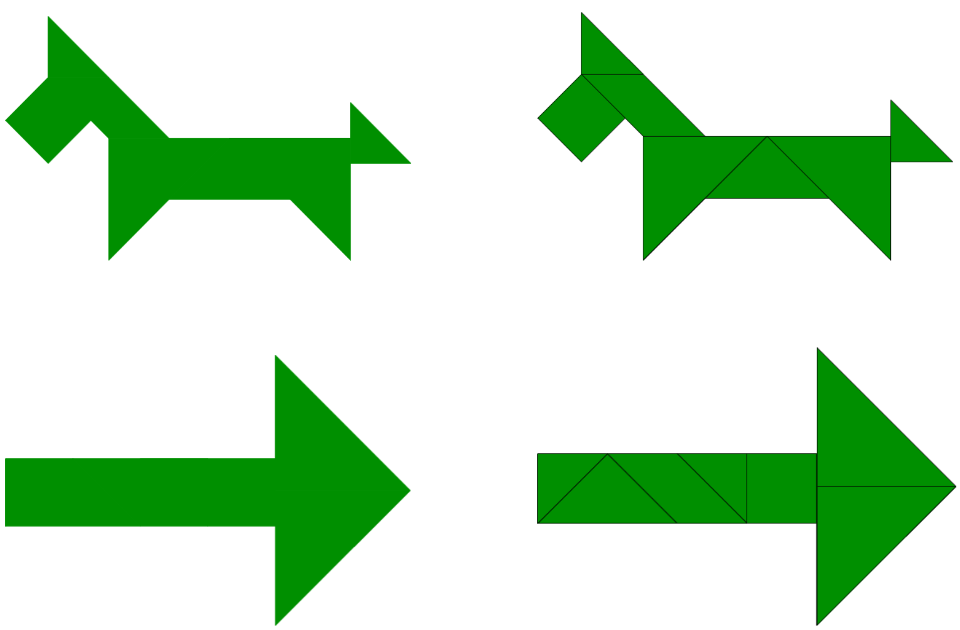
10. Myslím si číslo. Dělím ho sedmi a odečtu 4. Pak ještě vynásobím 9 a vyjde mi 18. Které číslo si myslím ? (42)

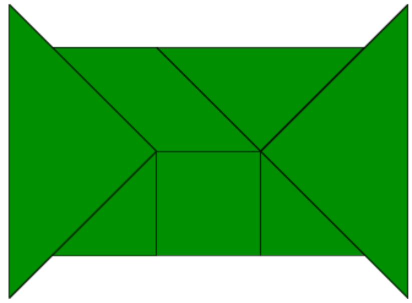
4.3 Úlohy rozvíjející geometrickou představivost

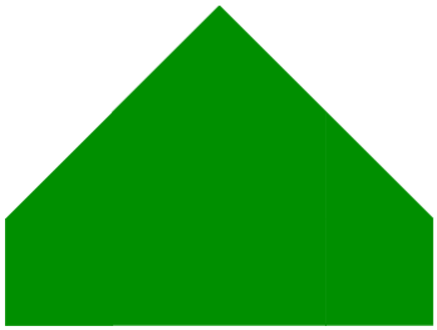
4.3.1 V rovině

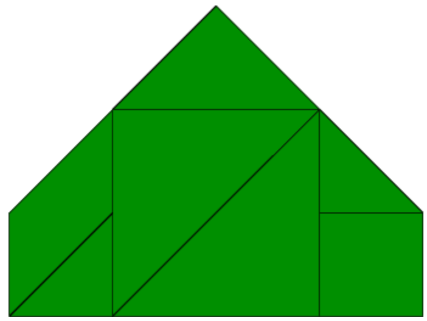
4.3.1.1 Tangramy

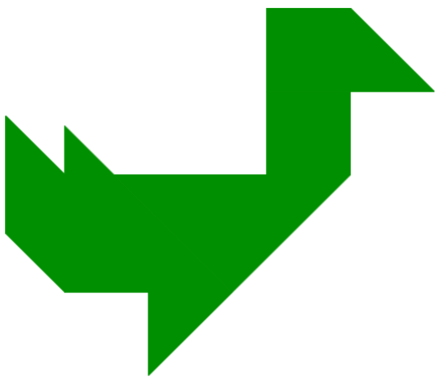
1. Sestav obrázek z dílů, které máš k dispozici. Při skládání použij všechny části, žádný díl nesmí zůstat stranou. Jednotlivé díly se nesmí překrývat. Části můžeš libovolně převracet.

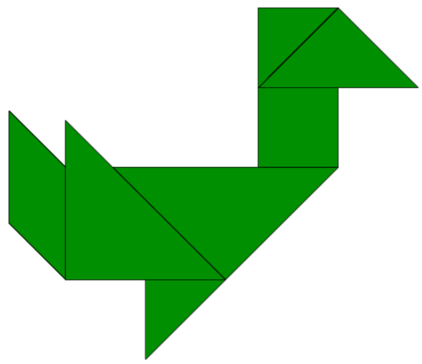


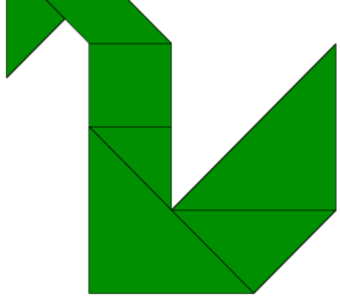










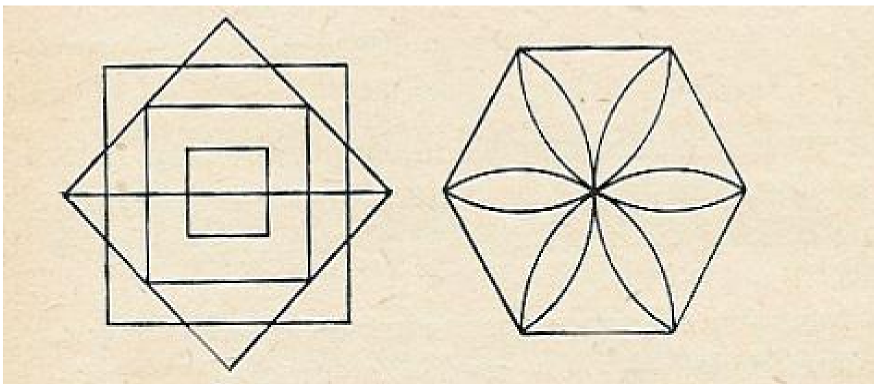


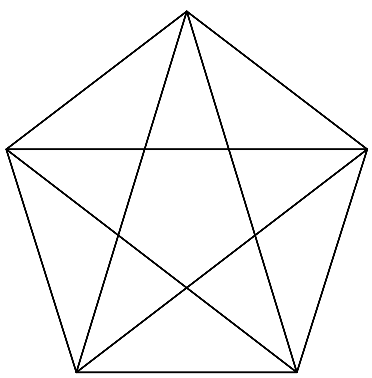
(http://petrkle.wz.cz/tangram)

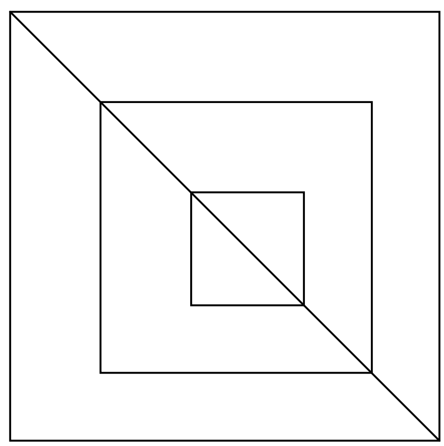
2. Pokus se složit ze všech dílů libovolný tvar. Jednotlivé díly se n esmí překrývat. Části můžeš libovolně převracet.

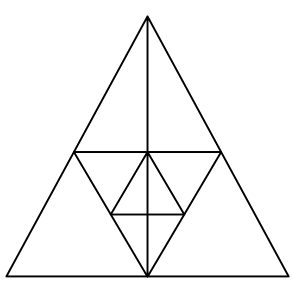
4.3.1.2 Obrázky jedním tahem

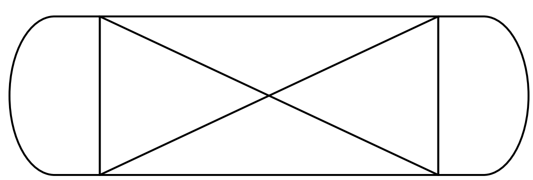
Př. Pokuste se nakreslit obrázky jedním tahem, přičemž nesmíte tužku zvednout ani jednou z papíru a po každé čáře můžete jet právě jednou.

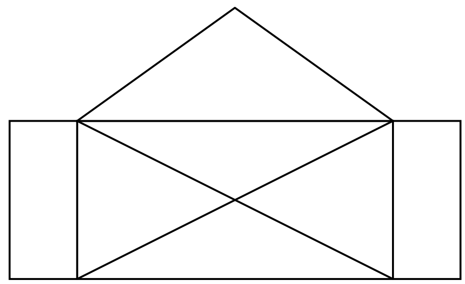








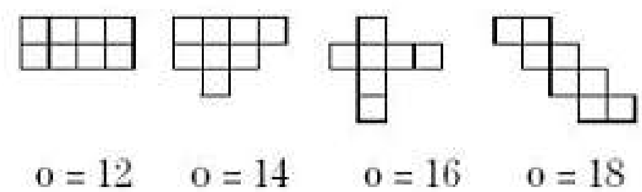




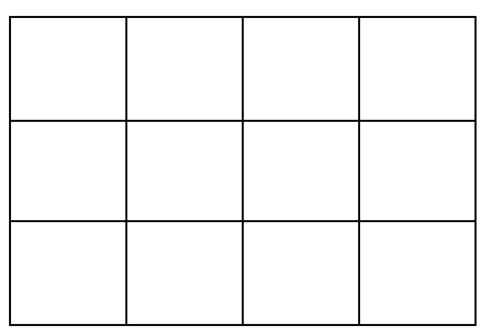
4.3.1.3 Čtvercová síť

1. Sestavte z osmi čtverečků (jednotkových, tj. čtvereček má velikost strany rovnou jednotce délky) útvar, který má obvod rovný 12, 14, 16, 18. Vymodelujte více možností pro o = 18.

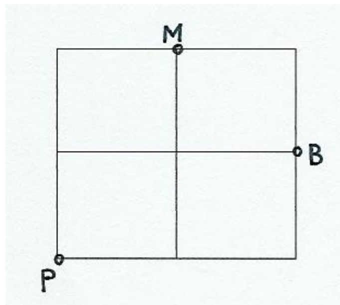
Např.



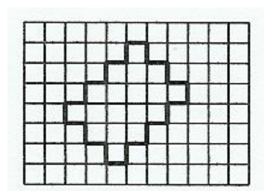
2. Na čtverečkovaný papír si vyznač daný obdélník. Ve vyznačeném obdélníku hledej čtverce různých rozměrů. Kolik si jich našel? (20 čtverců)

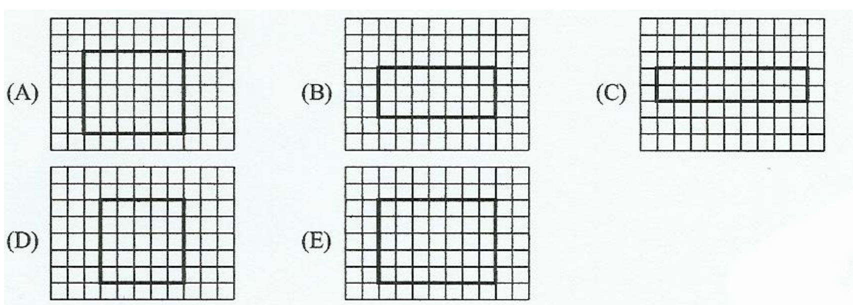


3. Autobus vyjel z *P* (Prahy). Nejdříve měl zastavit na zastávce v *M* (Měříně), potom na zastávce v *B* (Brně) a následně se vrátit do výchozí stanice Praha. Zjistěte, kolik měl řidič autobusu možností, jestliže nechtěl jet po žádném úseku dvakrát? (6 možností)

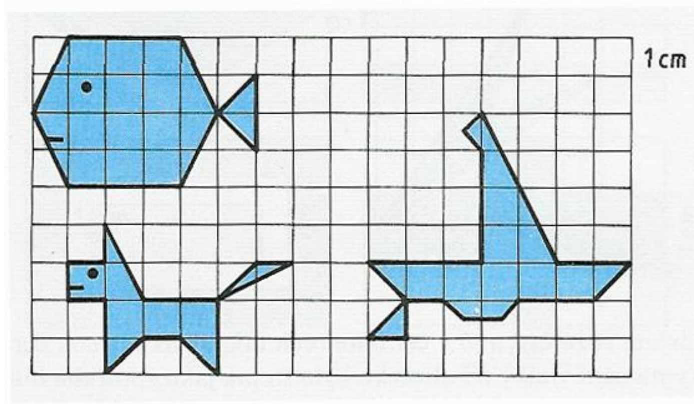


4. Na čtverečkovaném listu papíru Nela uviděla svázaný provázek položený tak, jak vidíš na obrázku vpravo. Potom ho vzala a vytvořila jeden z následujících tvarů. Poznáš který? (E)



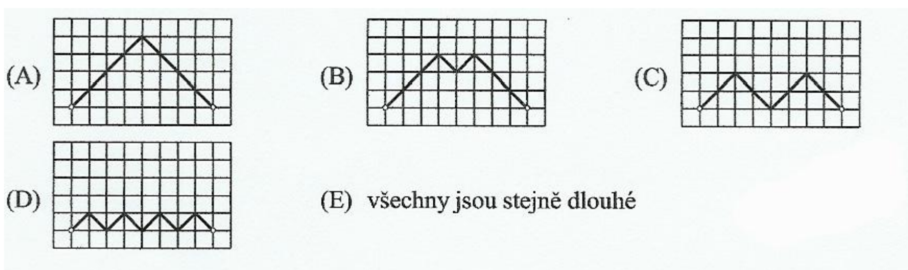


5. Vypočítejte obsah obrazců narýsovaných v centimetrové čtvercové síti na obrázku. (ryba: 17 cm^2; pes: 6,5 cm^2; loďka: 11,5 cm^2)

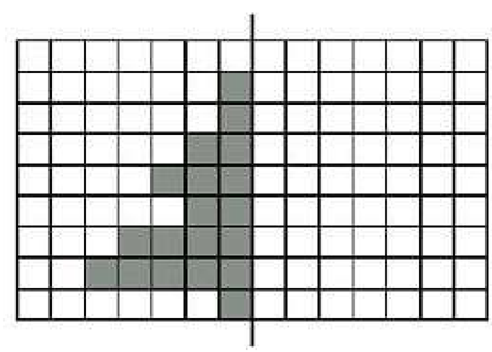


(Divíšek, Dřízal, Koman, 1991, str.39)

6. Na obrázcích vidíš různé cesty mezi dvěma body. Víš, která cesta je nejkratší? (E)

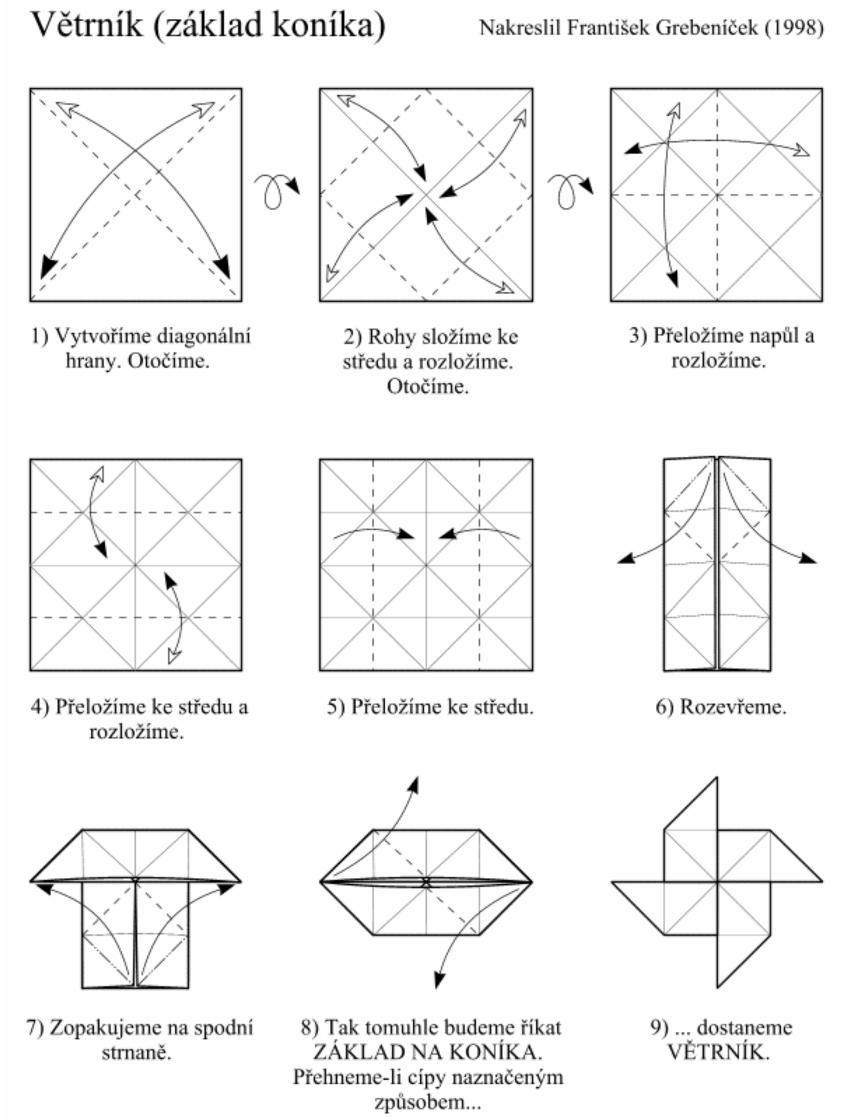


7. Dokresli obrázek do čtvercové sítě tak, aby byl osově souměrný.



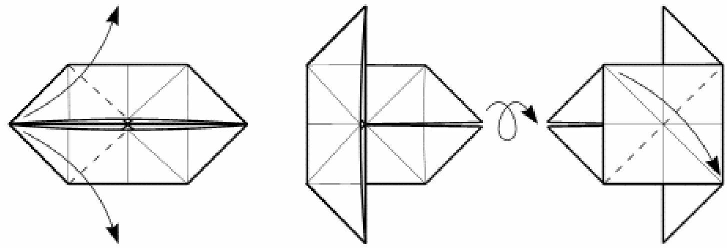
4.3.2 V prostoru

4.3.2.1 Origami



Kouzelný koník

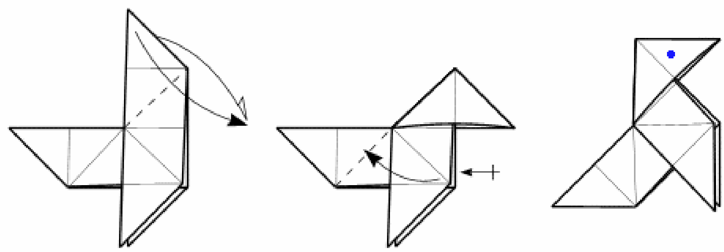
Nakreslil František Grebeníček (1998)



1) Začínáme ze základu na koníka. Přehneme cípy nahoru a dolů.

2) Obrátíme podle svislé osy.

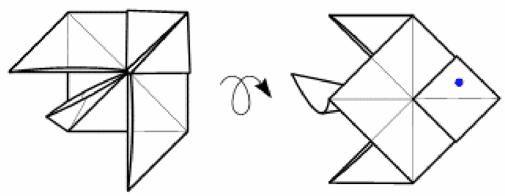
3) Přehneme podle diagonály. Vznikne tak páteř koníka.



4) Teď má skládanka tvar PLACHETNICE. Opatrně rozevřeme a přehrneme horní cíp (outside reverse fold).

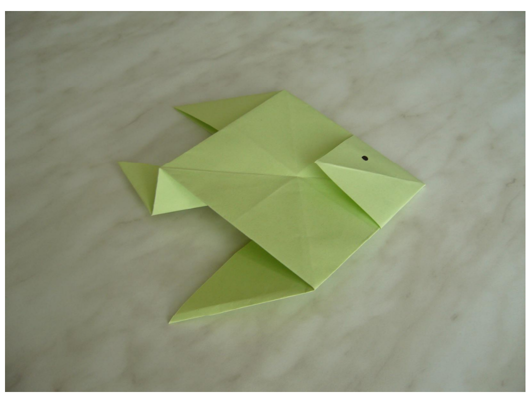
5) A máme kouzelného koníka - dovede se proměnit ve spoustu jiných věcí.

6) KONÍK. Rozevřeme-li jeho přední nohy do roviny, jak je naznačeno na obr. 5)...



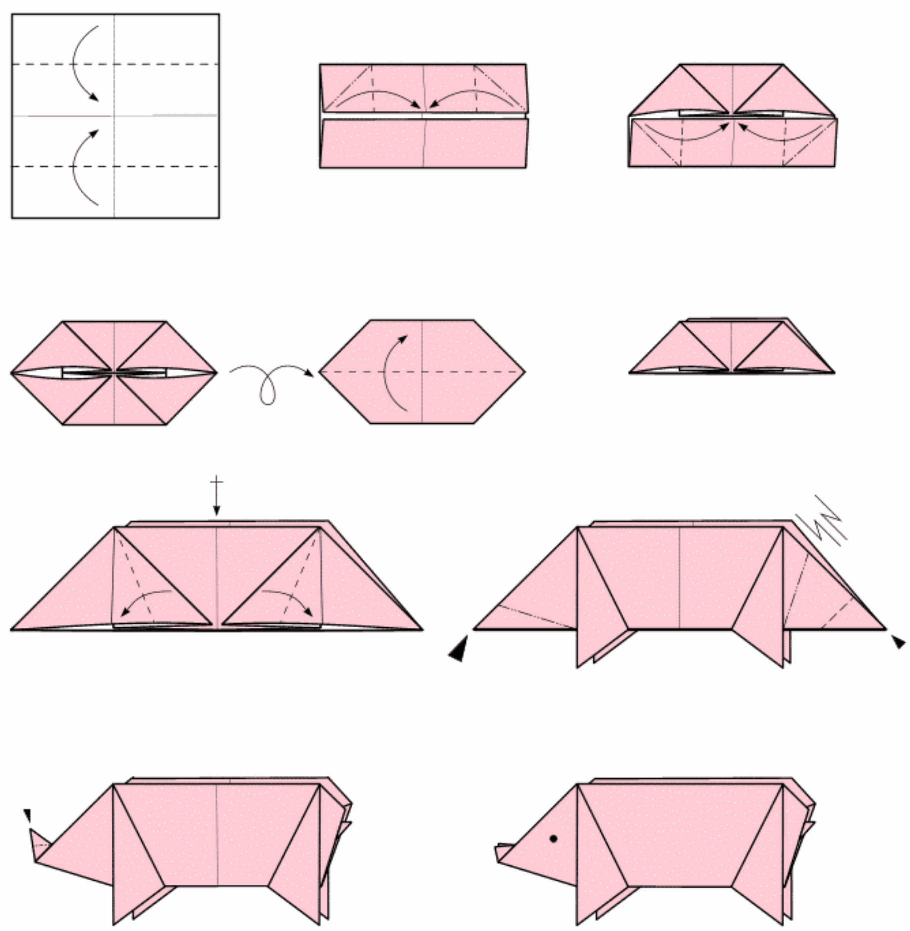
7) ... dostaneme tryskové LETADLO.

8) Při pohledu zespodu je to ovšem RYBA. Dokážete koníka proměnit i v jiné věci?



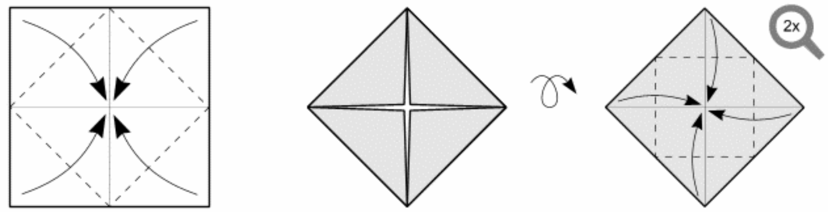
Prasátko

Nakreslil František Grebeníček (1998)

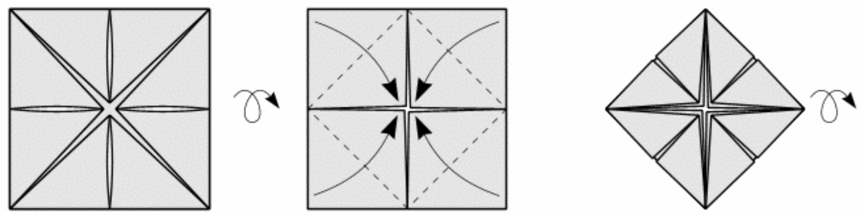


Parník (tradiční)

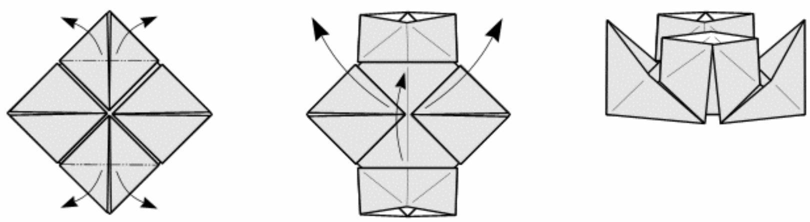
Nakreslil František Grebeníček (2000)
www.origami.cz



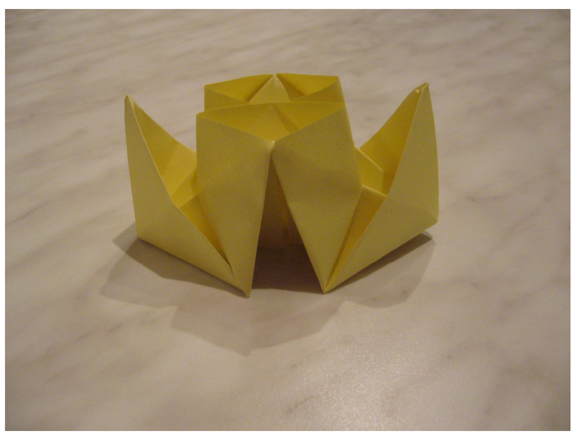
1) Blintz-fold.   2) Otočit.   3) Druhý blintz-fold.

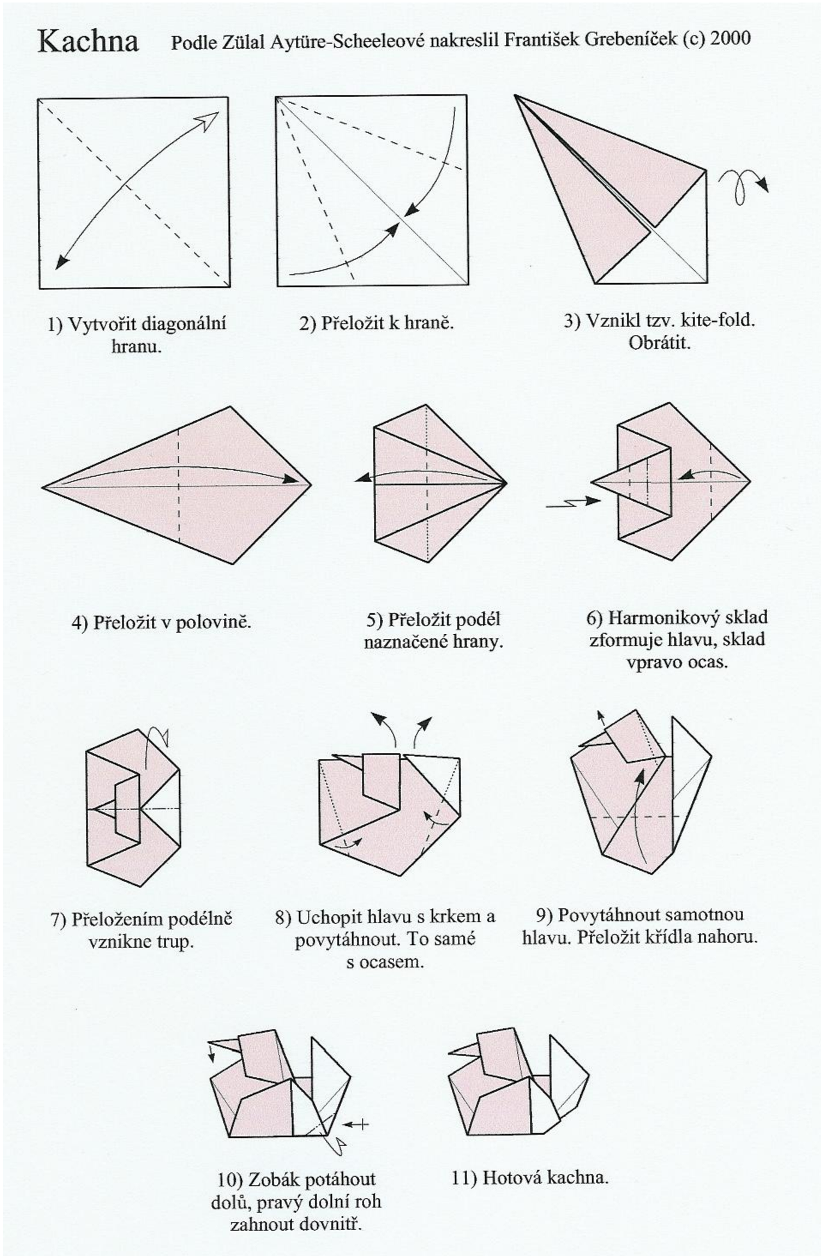


4) Otočit.   5) Třetí blintz-fold.   6) Otočit.

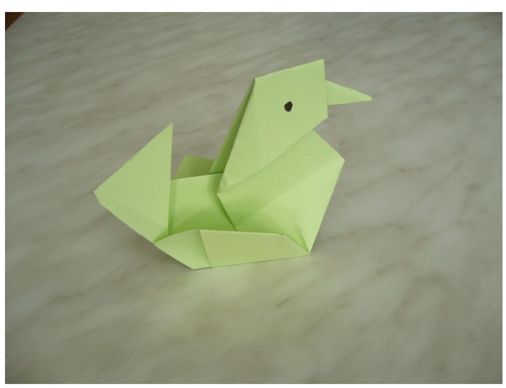


7) Rozevřít komíny.   8) Přeložit napůl a vytáhnout příď a záď.   9) Hotový parník.



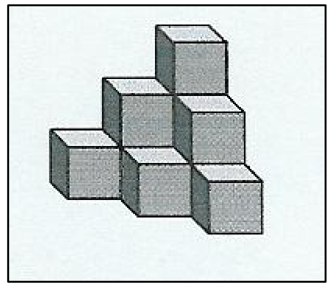


(http://origami.cz)

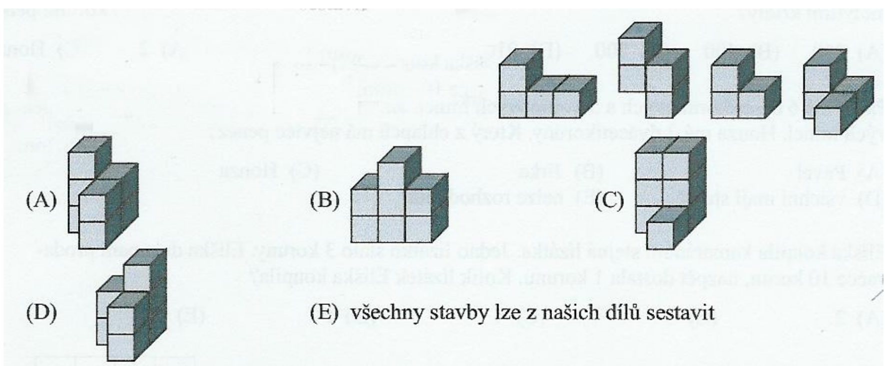


4.3.2.2 Krychle

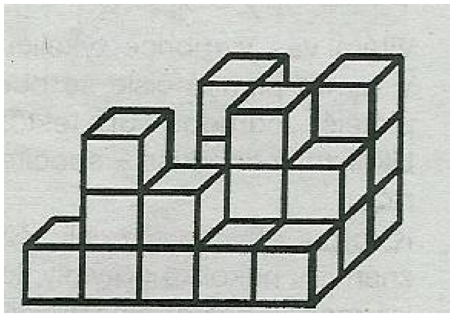
1. Petr postavil stavbu, kterou můžeme vidět na obrázku. Je postavená z deseti kostek, ty Petr slepil a záhy celou stavbu namočil do inkoustu. Kolik stěn všech deseti kostek je modrých? (36 stěn je modrých)



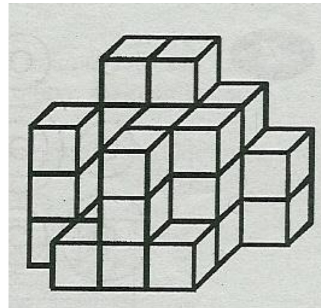
2. V řadě pod textem vidíš díly hry „Tetris“, které jsou vytvořeny ze třech nebo čtyřech kostek. Kterou ze staveb na obrázcích (A) až (D) nelze postavit z našich dílů? (E)



3. Z kolika kostek se skládají následující stavby, když musíme dodržet tato pravidla:
   - pokud část obrázku vypadá buď jako boční stěna krychličky, nebo jako horní stěna krychličky, počítáme ji
   - není-li kostka vidět a žádná na ní nestojí, nepočítáme ji
   - není-li kostka vidět, ale slouží jako podpěra pro jinou viditelnou kostku, počítáme ji

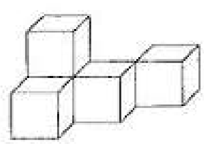


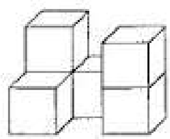
(19 kostek)



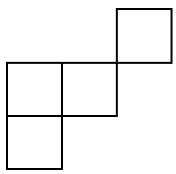
(28 kostek)

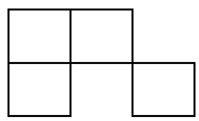
4. Zakresli do čtvercové sítě nebo poskládej se čtverečků pohled na stavbu shora (půdorys).





Řešení:

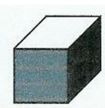


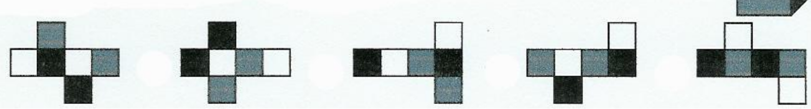


(variant půdorysu může být více, některé kostky nemusí být celé vidět)

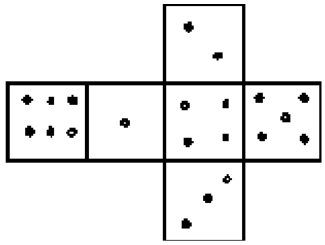
4.3.2.3 Sítě

1. Na Krychli jsou každé dvě stěny vybarveny stejnou barvou. Poznáš, na kterém obrázku je síť této krychle? Obrázek zakroužkuj. (síť dané krychle je vyobrazena na posledním obrázku)





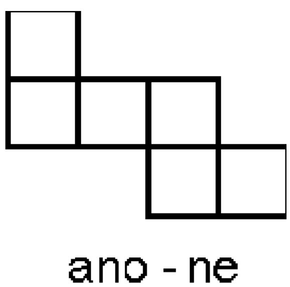
2. Pavlík a Aničkou moc rádi hrají hru „Člověče, nezlob se“. Stala se jim ovšem nemilá věc. Nemohli totiž najít hrací kostku, a tak se rozhodli, že si vyrobí vlastní. Vystřihli si následující obrazec, přehnuli a slepili.



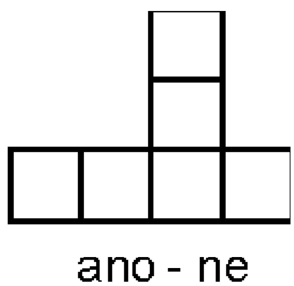
Po chvíli házení začali Anička s Pavlíkem hádat, kolik puntíků je na spodní straně kostky. Pomůžeš jim to vyřešit?

a) Co je na spodní stěně, je-li na horní stěně trojka? (2)
b) Co je horní stěně, je-li na spodní stěně šestka? (4)
c) Co když je na horní stěně jednička? (5)
d)

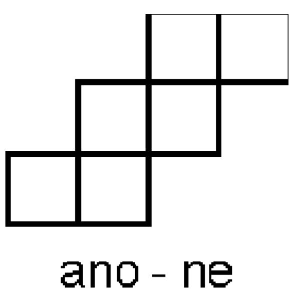
3. U každého z následujících obrázků zakroužkuj, zda z něj jde pouhým přehýbáním vytvořit krychle (kostka) nebo ne.



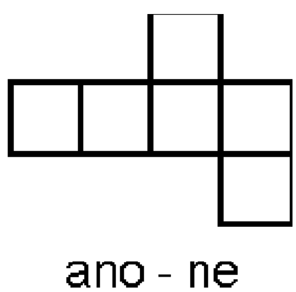
ANO



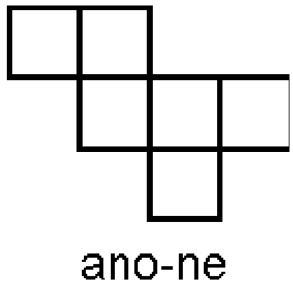
NE



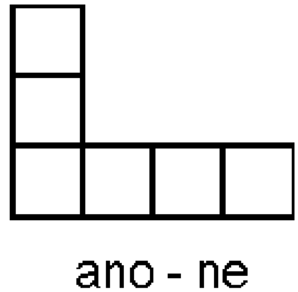
ANO



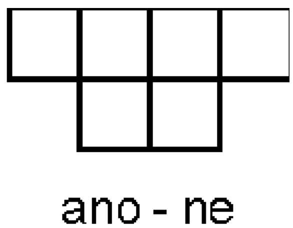
ANO



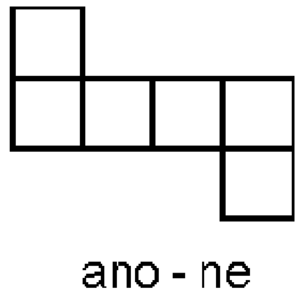
ANO



NE



NE



ANO

5 Závěr

Cílem diplomové práce bylo vytvořit pomocný materiál pro učitele na 1. stupni ZŠ, v němž by našli inspirativní přehled nestandardních typů úloh s náměty pro výuku matematiky. Součástí vypracování úkolu byla i analýza dostupných učebnic užívaných na našich školách. Dle jejich obsahu můžeme konstatovat, že nejsou zcela dostačujícími z hlediska naplňování cílů a kompetencí RVP ZV a to především vzhledem k oblasti Nestandardní aplikační úlohy a problémy, jejíž úlohy by měly organicky prolínat všemi oblastmi matematiky.

Při klasifikaci úloh jsem vycházela z požadavků RVP ZV. Jednotlivé kategorie jsou rozděleny podle postupů řešení úloh žáky. Klasifikace by mohla být zajisté obsáhlejší, ovšem to by moje práce přesáhla svůj požadovaný rozsah. Proto se tak může toto základní rozdělení stát podnětem pro další rozpracování.

Vybrané úlohy jednotlivých kategorií jsem vyzkoušela ve třetích, čtvrtých a pátých ročnících ZŠ. Obecně se dá říci, že řešení některých úloh činilo žákům značné problémy (slovní úlohy kombinatorického charakteru, magické čtverce, algebrogramy a téměř všechny úlohy rozvíjející geometrickou představivost v prostoru). Jednou z příčin by mohlo být, že všechny tyto úloh, vyjma geometrických, vyžadují důkladné pochopení podstaty zadání a vztahů mezi jednotlivými matematickými subjekty a v neposlední řadě také systematičnost při řešení. Oproti tomu byly i úlohy, které žáci vyřešili naprosto bez problémů (inverzně formulované slovní a číselné úlohy a sudoku). Úspěšnost při řešení inverzně formulovaných slovních a číselných úloh přisuzuji faktu, že řešiteli byli starší žáci, kteří již měli zcela upevněny základní algoritmy a s tímto typem úloh se , podle jejich slov, již několikrát setkali. Úspěšnost při řešení Sudoku jednoznačně přisuzuji jeho „popularitě“. Je totiž velký hitem dnešní doby, a tak jej řeší děti i ve svém volném čase, soupeří mezi sebou navzájem, kdo vyluští sudoku dříve, kdo složitější....

Za zmínku stojí i postoje žáků k řešení nestandardních typů úloh. Žáci prohlašovali, že úlohy řešené logickým úsudkem, obrázkové řady, tangramy, obrázky jedním tahem a origami, stavby z kostek přece nejsou matematické úlohy, protože se tam nepočítá, ale že by by lo moc „prima“, kdyby si v hodině matematiky mohli „hrát“ s tangramem, kostkami nebo stavět origami apod. Na těchto tvrzeních je zřejmé, že samotné zařazení nestandardních typů úloh může být i velkým motivačním činitelem pro výuku matematiky a ne jenom nutným „zlem“, jehož plnění vyžaduje RVP ZV.

6 Doporučení pro praxi

1. Nesoustředit se pouze na typové úlohy s zautomatizovaným algoritmem.

2. Systematicky zařazovat nestandardní typy úloh do výuky matematiky s ohledem na individualitu dítěte.

3. Využít mezipředmětových vztahů.

4. Nevyhýbat se skupinovému řešení úloh, problémů.

5. Dodržovat zásadu od jednoduchého ke složitému, spojení teorie s praxí, individuálního přístupu, názornosti, přiměřenosti a soustavnosti.

6. Zařazovat úlohy posilující víru ve vlastní schopnosti (origami, jednotažky, sudoku, tangramy…)

7 Seznam literatury

Blažková, R., Vaňurová, M., Matoušková, K. (1995): *Matematika pro 4. ročník ZŠ, druhý díl*, Praha: Alter

Česenek, J., aj. (1990): *Sbírka úloh z matematiky pro 5. ročník základní školy*, Praha: SPN

Divíšek, J., Dřízal, V., Koman, M. (1991): *Matematika pro 5. ročník ZŠ*, Praha: SPN

Hošpesová, A. (2002): *Matematika pro všechny děti*, České Budějovice: PF JČU

Klimeš, L. (2002): *Slovník cizích slov*, Praha: SPN

Maláč, J., Kurfirst, J. (1981): *Zajímavé úlohy z učiva matematiky ZŠ*, Praha: SPN

Webové stránky:
http://wikipedia.org/wiki/Tangram
http://en.wikipedia.org/wiki/Magic_squares
http://en.wikipedia.org/wiki/sudoku
http://petrkle.wz.cz/tangram
http://suma.jcmf.cz/userFiles/104
http://www.origami.cz/
http://www.rvp.cz/clanek/253
http://www.rvp.cz/clanek/107
http://www.vuppraha.cz/sekce/29
http://www.vuppraha.cz/sekce/59

Příloha: Výroba Tangramu

Skládačka či, chcete-li, hlavolam Tangram se dá vyrobit z mnoha druhů materiálu, ale nejsnadnější cesta ke zhotovení vlastního Tangramu je vystřihnout si jej z papíru. Zde vám nabízím obrázkové schéma, jak na jeho výrobu. Základem je list papíru běžného poměru stran formátu A, například A5.

Začneme tedy tak, že papír přeložíme jako když vyrábíme vlaštovku. Spodní část papíru přeložíme podle hrany předchozího ohybu a tento přebývající kus papíru odstřihneme. Získáme tak čtverec papíru. Zde je první část nákresu:

Takto získaný čtverec papíru rozstřihneme na dva trojúhelníky A a B se kterými budeme dále pokračovat ve výrobě hlavolamu.

Nyní vezmeme trojúhelník A, přeložíme jej a podle získaného ohybu jej rozstřihneme na dva menší trojúhelníky. To jsou pevní dva kousky Tangramu, které si schováme.

Teď budeme pokračovat s dílem B. Naznačíme si na jeho středu záhyb a na tento záhyb přeložíme spodní roh papíru.Podle ohybu odstřihneme třetí kousek Tangramu.

Zbylý kus papíru přeložíme uprostřed nyní již naplno a na tento ohyb přeložíme horní roh papíru. Tím získáme dva ohyby a podle nich papír rozstřihneme na další dva kousky hlavolamu a na poslední zbytek papíru.

Tento poslední kus papíru přeložíme podle nákresu a rozstřihneme jej na poslední dva kousky hlavolamu.

Nyní již tedy máme celou skládačku pohromadě a můžeme začít skládat figury.