Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

katedra matematiky

MATEMATIKA V ANGLIČTINĚ

diplomová práce

Autor: Jana Vavřinová
Vedoucí práce: Doc. RNDr. Pavel Pech

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně na základě vlastních zjištění a s použitím v závěru uvedené literatury.

V Českých Budějovicích, dne 25. 4. 2007 ………………………..

Děkuji vedoucímu mé diplomové práce doc. RNDr. Pavlu Pechovi, CSc. za jeho odborné vedení, poskytnutí odborné literatury, cenných rad a připomínek.

ANOTACE

Cílem mé práce bylo vytvoření textu, který by mohl být využit ve výuce matematiky v angličtině. Texty mají sloužit ke vzdělávání studentů pedagogické fakulty, k dalšímu vzdělávání učitelů i pro učitele základních škol, kteří mají ve třídě integrované anglicky mluvící žáky. Diplomová práce by měla studentům pomoci při přípravě na zahraniční stáž. Práce je psána dvojjazyčně a je nutná alespoň částečná znalost anglického jazyka.

OBSAH:

ÚVOD

V dnešní době se klade poměrně velký důraz na znalost světových jazyků. Studenti vysokých škol mají možnost studovat v zahraničí a stejně tak mají možnost zahraniční studenti studovat v naší republice.

Tuto práci jsem se rozhodla napsat na základě vlastní zkušenosti na univerzitě v Szegedu, kde jsem se jeden měsíc účastnila hodin matematiky. Pochopila jsem, že při studiu či výuce matematiky v angličtině je velmi důležité znát a správně používat anglické matematické termíny, názvosloví, slovíčka, fráze a také je umět používat ve větách. A přesně k tomu je tato práce určena.

Vzhledem k tomu, že jsem se rozhodla psát práci dvojjazyčně a to tak, že na levé straně je anglický text a na pravé straně je jeho český překlad, je tato diplomová práce napsána v netradičním oboustranném formátu.

Práce je členěna na výkladové kapitoly, závěrečné příklady s výsledky, anglicko - český a česko - anglický slovník a dodatek ve formě přehledu čtení matematických výrazů.

Obsahem práce je učivo matematiky na základní škole (kromě geometrie). Kapitoly jsou řazeny dle obtížnosti a návaznosti. A to jak z hlediska matematiky tak z hlediska angličtiny. Jsou to kapitoly: Čísla, Čtyři základní operace, Počítání pod sebe, Testy dělitelnosti, NSD, NSN, Zlomky, Poměr, Desetinná čísla, Metrický systém, Procenta, Mocniny a odmocniny, Algebraické výrazy, Racionální výrazy, Algebraické rovnice, Slovní úlohy, Kvadratické rovnice a pro ucelení tématu rovnic i Soustavy lineárních rovnic.

Každá kapitola obsahuje výkladový text obsahující vysvětlení daného tématu, názvosloví, definice, vzorce, popř. obrázky a je doplněn řešenými příklady, které jsou vysvětlené. Slovíčka obsahují většinou pouze vybrané matematické termíny, nebo méně známé anglické termíny z textu. Vzhledem k tomu, že je předpokládána určitá znalost anglického jazyka nejsou ve slovíčkách v závěru kapitoly uvedena všechna slovíčka z textu. Závěrečný text souvisí s obsahem kapitoly a je určený k doplnění daného tématu. Tento text není přeložen a nejsou k němu přeložena ani slovíčka.

S touto prací by se mělo zacházet jako s učebnicí cizího jazyka. Student by se měl snažit sám číst anglický text a český překlad by mu měl být pouze oporou, když si není zcela jistý. Znalost slovíček v závěru je velmi podstatná. Pro rychlejší, výkonnější či více znalé studenty je určen závěrečný článek. Student se dozví něco dalšího z dané tématiky, nebo si tak osvojí některé další termíny a jejich užití.

Práci lze využít jako učební text na seminářích vysoké školy, pro přípravu učitele na takový seminář, nebo také jako pomůcka pro učitele základních škol, kteří mají ve své třídě integrovaného anglicky mluvícího žáka. Tento text může být použit i k samostudiu jako učební pomůcka pro studenty, kteří se chystají na zahraniční stáž.

Během své souvislé praxe jsem se setkala s anglicky mluvícím žákem integrovaným do česky mluvící třídy a tak i s tím, jak je pro učitele s běžnou znalostí angličtiny náročné získat pro tyto děti a pro svou přípravu materiály. Využila jsem tedy tuto práci i ve výuce matematiky na základní škole a i nadále s učitelem tohoto žáka spolupracuji.

NUMBERS

The words for 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 and 10 are: zero, one, two, three, four, five, six, seven, eight, nine and ten.

The words for 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 and 20 are: eleven, twelve, thirteen, fourteen, fifteen, sixteen, seventeen, eighteen, nineteen and twenty.

The words for 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 and 90 are: twenty, thirty, forty, fifty, sixty, seventy, eighty and ninety.

If the ones place has more than zero, the word is formed by using the ten's place word, a hyphen, and then the ones place word.

For example:

38 is thirty-eight

84 is eighty-four

25 is twenty-five

Even and Odd Numbers

Even numbers can be divided evenly into groups of two. The number four can be divided into two groups of two.

Odd numbers can not be divided evenly into groups of two. The number five can be divided into two groups of two and one group of one.

Even numbers always end with a digit of 0, 2, 4, 6 or 8. 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30 are even numbers.

Odd numbers always end with a digit of 1, 3, 5, 7, or 9. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31 are odd numbers.

Ordinal Numbers

When objects are placed in order, we use ordinal numbers to tell their position. If ten students ran a race, we would say that the student that ran the fastest was in first place, the next student was in second place, and so on.

The first ten ordinal numbers are:

First	Sixth
Second	Seventh
Third	Eighth
Fourth	Ninth
Fifth	Tenth

The next ten ordinal numbers are:

Eleventh	Sixteenth
Twelfth	Seventeenth
Thirteenth	Eighteenth
Fourteenth	Nineteenth
Fifteenth	Twentieth

ČÍSLA

Slova pro 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 a 10 jsou: nula, jedna, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět a deset.

Slova pro 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 a 20 jsou: jedenáct, dvanáct, třináct, čtrnáct, patnáct, šestnáct, sedmnáct, osmnáct, devatenáct a dvacet.

Slova pro 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 a 90 jsou dvacet, třicet, čtyřicet, padesát, šedesát, sedmdesát, osmdesát a devadesát.

Jestliže je na místě jednotek více než nula, slovo je tvořeno použitím slova na místě desítek pomlčky a pak slova na místě jednotek.

Například:

38 je třicet osm

84 je osmdesát čtyři

25 je dvacet pět

Sudá a lichá čísla

Sudá čísla mohou být rovnoměrně rozdělena do skupin po dvou. Číslo čtyři může být rozděleno na dvě skupiny po dvou.

Lichá čísla nemohou být rovnoměrně rozdělena do skupin po dvou. Číslo pět může být rozděleno na dvě skupiny po dvou a jedné skupině po jednom.

Sudá čísla vždy končí číslicí 0, 2, 4, 6 nebo 8. Čísla 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30 jsou sudá.

Lichá čísla vždy končí číslicí 1, 3, 5, 7 nebo 9. Čísla 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31 jsou lichá.

Řadové číslovky

Když jsou objekty umístěny v řadě, používáme pro určení jejich pozice řadové číslovky. Jestliže deset studentů běželo závod, řekneme, že student, který běžel nejrychleji, byl na prvním místě, další student byl na druhém místě a tak dále.

Prvních deset řadových číslovek je:

první	šestý
druhý	sedmý
třetí	osmý
čtvrtý	devátý
pátý	desátý

Dalších deset řadových číslovek je:

jedenáctý	šestnáctý
dvanáctý	sedmnáctý
třináctý	osmnáctý
čtrnáctý	devatenáctý
patnáctý	dvacátý

Place Value

The position, or place, of a digit in a number written in standard form determines the actual value the digit represents. This table shows the place value for various positions:

Place (bold)	Name of position
1 00**0**	ones (units) position
1 0**0**0	tens
1 **0**00	hundreds
1 000	thousands
1 0**0**0 000	ten thousands
1 **0**00 000	hundred thousands
1 000 000	millions
1 0**0**0 000 000	ten millions
1 **0**00 000 000	hundred millions
1 000 000 000	billions

Example:

The number 721040 has a 7 in the hundred thousands place, a 2 in the ten thousands place, a one in the thousands place, a 4 in the tens place, and a 0 in both the hundreds and ones place.

Expanded Form

The expanded form of a number is the sum of its various place values.

Example:

9836 = 9000 + 800 + 30 + 6

Mathematical Numbers

Natural Numbers

Natural numbers are the numbers beginning with 1, with each successive number greater than its predecessor by 1. If the set of natural numbers is denoted by N, then

$N = \{ 1, 2, 3, ...\}$.

The set which combines the set of natural numbers and the number 0 is denoted by N_0, and

$N_0 = \{ 0, 1, 2, 3, ...\}$.

Integers

Integers are the numbers that are in either

1 the set of natural numbers with zero, or
2 the set of numbers that contain the negatives of the natural numbers. If the set of integers is denoted by I, then

$I = \{......, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$.

Positive integers are the numbers in I greater than 0. Negative numbers are the numbers in I less than 0.

Číselné řády

Pozice nebo místo číslice v čísle napsaném ve standardní formě určuje skutečnou hodnotu číslice, kterou reprezentuje. Tato tabulka ukazuje číselné řády pro různé pozice:

místo (tučně)	**jméno pozice**
1 00**0**	jednotky
1 0**0**0	desítky
1 **0**00	stovky
1 000	tisíce
1 0**0**0 000	deseti tisíce
1 **0**00 000	sta tisíce
1 000 000	miliony
1 0**0**0 000 000	deseti miliony
1 **0**00 000 000	sta miliony
1 000 000 000	miliardy

Příklad:

Číslo 721040 má 7 na místě sta tisíců, 2 na místě deseti tisíců, jedničku na místě tisíců, 4 na místě desítek a 0 na místě stovek a jednotek.

Rozšířený tvar čísla

Rozšířený tvar čísla je součet jeho různých číselných řádů.

Příklad:

9836 = 9000 + 800 + 30 + 6

Matematická čísla

Přirozená čísla

Přirozená čísla jsou čísla začínající 1 taková, že každé následující číslo je o 1 větší než jeho předchůdce. Jestliže množinu čísel označíme N, potom

$N = \{ 1, 2, 3, ...\}$.

Množina, která slučuje množinu přirozených čísel a číslo nula, je označena N_0 a

$N_0 = \{ 0, 1, 2, 3, ...\}$.

Celá čísla

Celá čísla jsou čísla, která patří buď

1 do množiny přirozených čísel včetně nuly, nebo
2 do množiny čísel, které obsahují zápory přirozených čísel. Pokud množinu čísel označíme I, potom

$I = \{......, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$.

Kladná celá čísla jsou čísla v I větší než 0. Záporná čísla jsou čísla v I menší než 0.

The number zero is neither positive nor negative, i.e., it is both nonpositive and nonnegative.

Given the above definitions, the following statements about integers can be made:

1 *N* is the set of positive integers.
2 The set of numbers that contain the negatives of the numbers in *N* is the set of negative integers.
3 I is the union of *N*, the set of negative integers and zero.

Rational and Irrational Numbers

Rational numbers are the numbers that can be represented as the quotient of two integers *p* and *q*, where *q* is not equal to zero. If the set of rational numbers is denoted by *Q*, then

$$Q = \{ \text{ all } x, \text{ where } x = \frac{p}{q}, p \text{ and } q \text{ are integers, } q \text{ is not zero} \}.$$

Rational numbers can be represented as:

1 integers: $\frac{4}{2} = 2$, $\frac{12}{4} = 3$
2 fractions: $\frac{3}{4}$, $\frac{13}{3}$
3 terminating decimals: $\frac{3}{4} = 0.75$, $\frac{6}{5} = 1.2$
4 repeating decimals: $\frac{13}{3} = 4.333...$, $\frac{4}{11} = 0.363636...$

Conversely, irrational numbers are the numbers that cannot be represented as the quotient of two integers, i.e., irrational numbers cannot be rational numbers and vice-versa. If the set of irrational numbers is denoted by H, then

$$H = \{ \text{ all } x, \text{ where there exists no integers } p \text{ and } q \text{ such that } x = \frac{p}{q}, q \text{ is not zero } \}.$$

Typical examples of irrational numbers are the numbers π and e, as well as the principal roots of rational numbers. They can be expressed as non-repeating decimals, i.e., the numbers after the decimal point do not repeat their pattern.

Real Numbers

Real numbers are the numbers that are either rational or irrational, i.e., the set of real numbers is the union of the sets *Q* and *H*. If the set of real numbers is denoted by *R* , then

$$R = Q \cup H .$$

Since *Q* and *H* are mutually exclusive sets, any member of *R* is also a member of only one of the sets *Q* and *H*. Therefore, a real number is either rational or irrational (but not both). If a real number is rational, it can be expressed as an integer, as the quotient of two integers, and it can be represented by a terminating or repeating decimal; otherwise, it is irrational and cannot be represented in the above formats.

Číslo nula není kladné ani záporné, tj. je jak nekladné tak nezáporné.

Jsou -li dány definice nahoře, potom mohou být vytvořena následující tvrzení:

1 N je množina kladných celých čísel.
2 Množina čísel, která obsahuje záporná čísla v N, je množina záporných celých čísel.
3 I je sjednocení N, množiny záporných celých čísel a nuly.

Racionální a iracionální čísla

Racionální čísla jsou čísla, která mohou být zapsána jako podíl dvou celých čísel p a q, kde q není rovno nule. Je -li množina racionálních čísel označena Q, pak

$$Q = \{ \text{ všechna } x, \text{ kde } x = \frac{p}{q}, p \text{ a } q \text{ jsou celá čísla, } q \text{ není nula} \}.$$

Racionální čísla mohou být zapsána jako:

1 celá čísla: $\frac{4}{2} = 2$, $\frac{12}{4} = 3$

2 zlomky: $\frac{3}{4}$, $\frac{13}{3}$

3 ukončená desetinná čísla: $\frac{3}{4} = 0{,}75$, $\frac{6}{5} = 1{,}2$

4 periodická desetinná čísla: $\frac{13}{3} = 4{,}333...$, $\frac{4}{11} = 0{,}363636...$

A naopak iracionální čísla jsou čísla, která nemohou být zapsána jako podíl dvou celých čísel, tj. iracionální čísla nemohou být racionální čísla a naopak. Jestliže je množina iracionální čísel označena H, pak

$$H = \{ \text{ všechna } x, \text{ kde neexistují žádná celá čísla } p \text{ a } q \text{ tak, že } x = \frac{p}{q}, q \text{ není nula } \}.$$

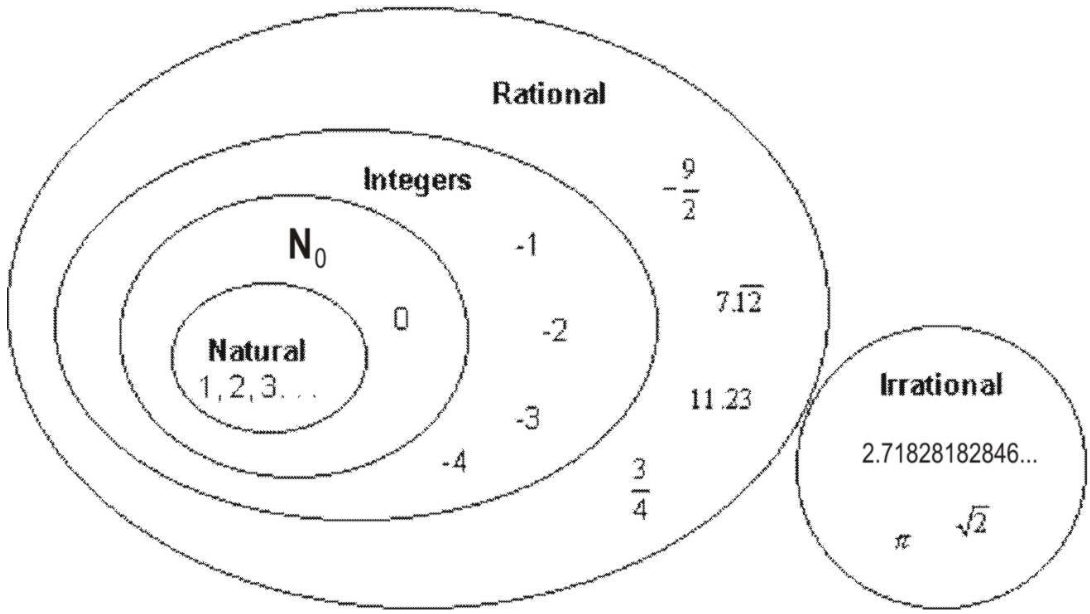
Typické příklady iracionálních čísel jsou čísla π a e, stejně tak jako kladné odmocniny z racionálních čísel. Mohou být vyjádřeny jako neperiodické desetinné číslo, tj. čísla za desetinnou čárkou se neopakují určitým způsobem.

Reálná čísla

Reálná čísla jsou čísla, která jsou buď racionální nebo iracionální, tj. množina reálných čísel je sjednocení množin Q a H. Jestliže je množina reálných čísel označena R, pak

$$R = Q \cup H .$$

Protože Q a H jsou vzájemně se vylučující množiny, je jakýkoli prvek R také prvkem právě jedné z množin Q a H. Proto je reálné číslo buď racionální nebo iracionální (ale ne obojí). Jestliže je reálné číslo racionální, může být vyjádřeno jako celé číslo, jako podíl dvou celých čísel a může být zapsáno ukončeným nebo periodickým desetinným číslem; jinak je iracionální a nemůže být zapsáno ve výše uvedených tvarech.

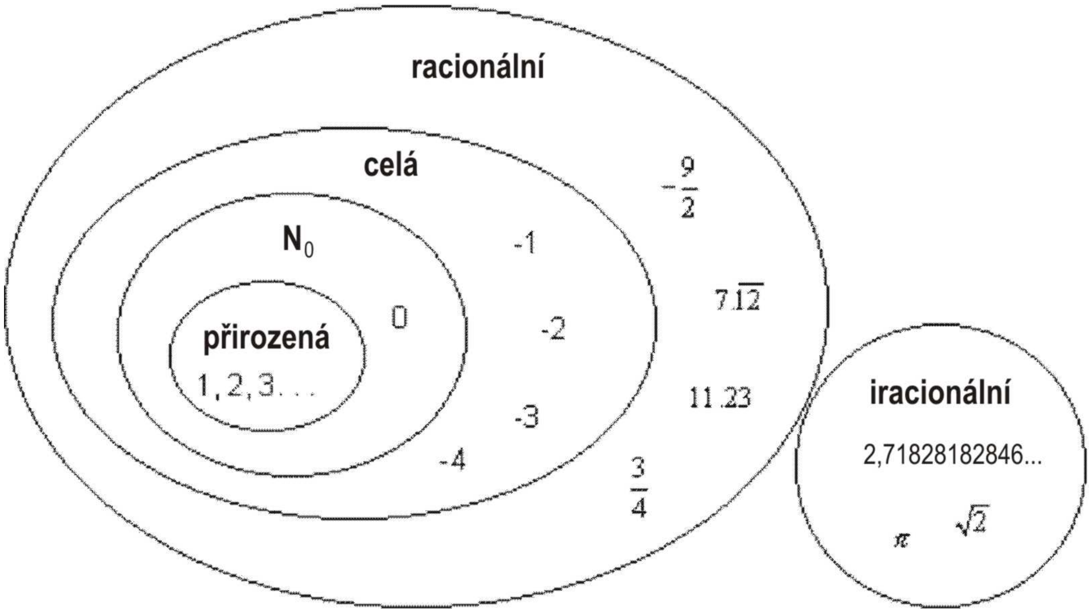


Complex Numbers

Complex numbers are the numbers with the format $a + b\text{i}$, where a and b are real numbers and $\text{i}^2 = -1$. If we denote the set of complex numbers by C, then

$$C = \{ a + b\text{i}, \text{ where } a \text{ and } b \text{ are real numbers, } \text{i}^2 = -1\}.$$

If in the number $x = a + b\text{i}$, b is set to zero, then $x = a$, where a is a real number. Thus, all real numbers are complex numbers, i.e., the set of complex numbers includes the set of real numbers.



Komplexní čísla

Komplexní čísla jsou čísla ve tvaru $a + b\mathrm{i}$, kde a a b jsou reálná čísla a $\mathrm{i}^2 = -1$. Jestliže označíme množinu komplexních čísel C, pak

$$C = \{\ a + b\mathrm{i}, \text{ kde } a \text{ a } b \text{ jsou reálná čísla, } \mathrm{i}^2 = -1\}.$$

Pokud v čísle $x = a + b\mathrm{i}$ položíme b rovno nule, pak $x = a$, kde a je reálné číslo. Tedy všechna reálná čísla jsou komplexní čísla, tj. množina komplexních čísel obsahuje množinu reálných čísel.

Vocabulary:

conversely obráceně, naopak
definition definice, definování
digit číslice, cifra
even sudý
evenly rovnoměrně
expanded form rozšířený tvar
greater than větší než
group skupina
hyphen pomlčka
less than menší než
member prvek
mutually vzájemně, společně
negative záporný
number číslo, počet
object předmět, účel
odd lichý
ones jednotky
ordinal number řadová číslovka
pattern vzorec
place místo
positive kladný
predecessor předchůdce
principal roots kladná odmocnina
quotient podíl
repeating decimal periodické desetinné číslo
set množina
similar podobný
statement tvrzení
successive následný, po sobě jdoucí
terminating decimal ukončené desetinné číslo
to be equal být rovno, rovnat se
to combine spojit, slučovat
to count počítat, spočítat
to count up sečíst, spočítat
to denote ukazovat, označit
to divide rozdělit, dělit
union sjednocení
value hodnota
various různý
vice-versa naopak

About the Number Zero

What is zero? Is it a number? How can the number of nothing be a number? Is zero nothing, or is it something?

Well, before this starts to sound like a Zen koan, let's look at how we use the numeral "0." Arab and Indian scholars were the first to use zero to develop the place-value number system that we use today. When we write a number, we use only the ten numerals 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, and 9. These numerals can stand for ones, tens, hundreds, or whatever depending on their position in the number. In order for this to work, we have to have a way to mark an empty place in a number, or the place values won't come out right. This is what the numeral "0" does. Think of it as an empty container, signifying that that place is empty. For example, the number 302 has 3 hundreds, no tens, and 2 ones.

So is zero a number? Well, that is a matter of definition, but in mathematics we tend to call it a duck if it acts like a duck, or at least if it's behavior is mostly duck-like. The number zero obeys most of the same rules of arithmetic that ordinary numbers do, so we call it a number. It is a rather special number, though, because it doesn't quite obey all the same laws as other numbers—you can't divide by zero, for example.

Note for math purists: In the strict axiomatic field development of the real numbers, both 0 and 1 are singled out for special treatment. Zero is the additive identity, because adding zero to a number does not change the number. Similarly, 1 is the multiplicative identity because multiplying a number by 1 does not change it.

About Negative Numbers

How can you have less than zero? Well, do you have a checking account? Having less than zero means that you have to add some to it just to get it up to zero. And if you take more out of it, it will be even further less than zero, meaning that you will have to add even more just to get it up to zero.

The strict mathematical definition goes something like this:

For every real number n, there exists its opposite, denoted $-n$, such that the sum of n and $-n$ is zero, or

$n + (-n) = 0$

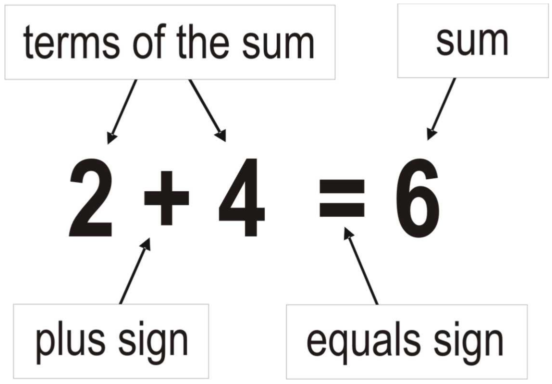
Note that the negative sign in front of a number is part of the symbol for that number: The symbol "–3" is one object—it stands for "negative three," the name of the number that is three units less than zero.

The number zero is its own opposite, and zero is considered to be neither negative nor positive.

THE FOUR BASIC OPERATIONS

All the basic operations of arithmetic can be defined in terms of addition.

Addition



When you add two numbers together you find how many you have in all.

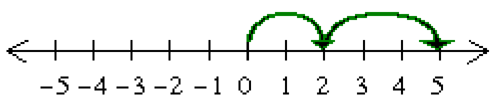
When zero (which is really nothing) is added to a second number the answer is the second number. (e.g. 0+6=6)

Addition on the Number Line

A positive number represents a distance to the right on the number line, starting from zero (zero is also called the origin since it is the starting point). When we add another positive number, we visualize it as taking another step to the right by that amount.

For example:

We all know that 2 + 3 = 5. On the number line we would imagine that we start at zero, take two steps to the right, and then take three more steps to the right, which causes us to land on positive 5.



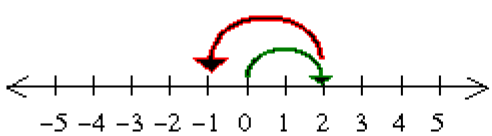
Addition of Negative Numbers

What does it mean to add negative numbers? We view a negative number as a displacement to the left on the number line, so we follow the same procedure as before but when we add a negative number we take that many steps to the left instead of the right.

Examples:

2 + (–3) = –1

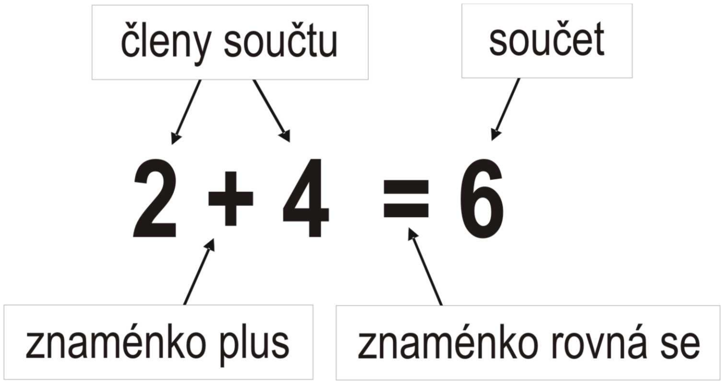
First we move two steps to the right, and then three steps to the left:



ČTYŘI ZÁKLADNÍ OPERACE

Všechny základní aritmetické operace mohou být definovány pomocí sčítání.

Sčítání



Když sčítáte dvě čísla, hledáte kolik máte celkem.

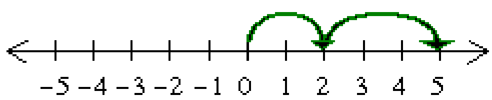
Když je nula (to ve skutečnosti není nic) přičtena k druhému číslu, výsledek je to druhé číslo. (např. 0 + 6 = 6)

Sčítání na číselné ose

Kladné číslo reprezentuje vzdálenost na číselné ose vpravo od nuly (nula je také nazývána počátek, protože to je místo startu). Když přičítáme další kladné číslo, představíme si to jako další krok doprava o dané množství.

Například

Všichni víme, že 2 + 3 = 5. Na číselné ose bychom si to představili tak, že začneme od nuly, posuneme se dva kroky doprava, a pak se posuneme o tři další kroky doprava, to způsobí, že se dostaneme na kladné 5.



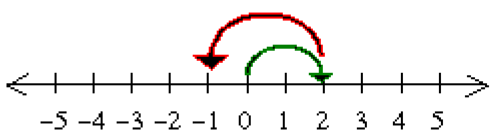
Sčítání záporných čísel

Co to znamená sčítat záporná čísla? Na záporné číslo pohlížíme jako na posunutí vlevo na číselné ose, tak se držíme stejné procedury jako předtím, ale když přičítáme záporné číslo, vezmeme tolik kroků vlevo namísto vpravo.

Příklady:

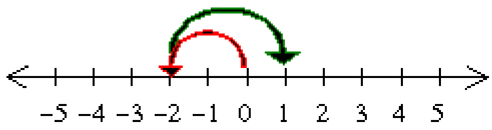
2 + (–3) = –1

Nejdříve se pohybujeme dvěma kroky doprava a pak tři kroky doleva:



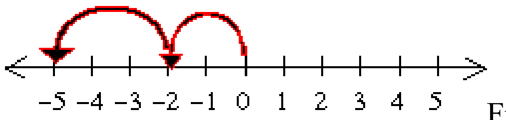
$(-2) + 3 = 1$

We move two steps to the left, and then three steps to the right:



$(-2) + (-3) = -5$

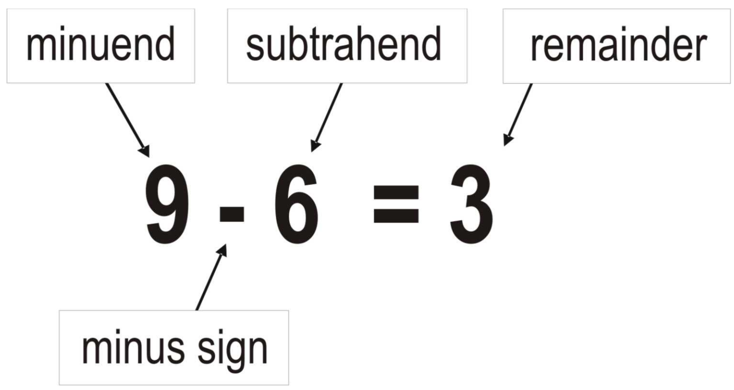
Two steps to the left, and then three more steps to the left:



From these examples, we can make the following observations:

1. If we add two positive numbers together, the result will be positive.
2. If we add two negative numbers together, the result will be negative.
3. If we add a positive and a negative number together, the result could be positive or negative, depending on which number represents the biggest step.

Subtraction



There are two ways to define subtraction:

1. $a - b = c$ if and only if $a = b + c$
2. For every real number b there exists its opposite $-b$.

$$a - b = a + (-b)$$

In algebra it usually best to always think of subtraction as adding the opposite.

Subtraction on the Number Line

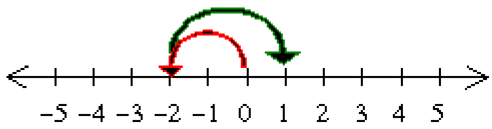
Addition of a positive number moves to the right, and adding a negative moves to the left.

Subtraction of a positive number moves to the left, and subtracting a negative moves to the right.

Notice that subtracting a negative is the same thing as adding a positive.

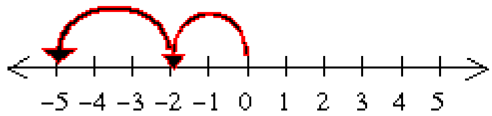
$(-2) + 3 = 1$

Pohybujeme se dva kroky doleva a pak tři kroky doprava:



$(-2) + (-3) = -5$

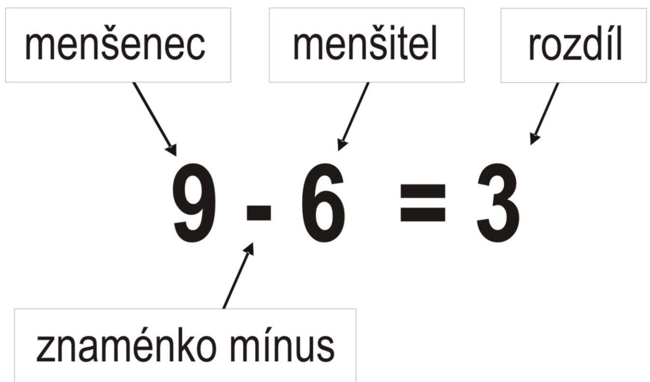
Dva kroky doleva a pak tři další kroky doleva:



Z těchto příkladů můžeme objasnit následující:

1. Jestliže sčítáme dvě kladná čísla, výsledek bude kladný.
2. Jestliže sčítáme dvě záporná čísla, výsledek bude záporný.
3. Jestliže sčítáme kladné a záporné číslo, výsledek by mohl být kladný nebo záporný, to závisí na čísle, které je větší.

Odčítání



Jsou dva způsoby jak definovat odčítání:

1. $a - b = c$ právě tehdy, když $a = b + c$
2. Ke každému reálnému číslu b existuje k němu opačné číslo $-b$.

$$a - b = a + (-b)$$

V algebře je obvykle nejlepší uvažovat o odčítání jako o přičítání opačného čísla.

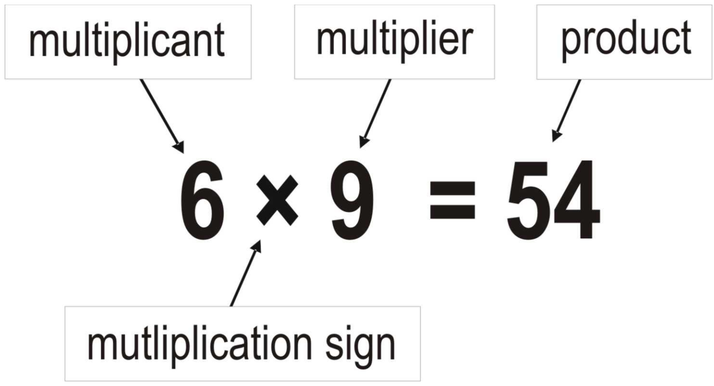
Odčítání na číselné ose

Při přičítání kladného čísla se pohybujete doprava a při přičítání záporných čísel se pohybujete doleva.

Při odčítání kladného čísla se pohybujete doleva a při odčítání záporného čísla se pohybujete doprava.

Všimněte si, že odčítání záporného čísla je to samé jako přičítání opačného čísla.

Multiplication



Multiplication as Repeated Addition

Statement like "2×3" means "Add two threes together.", or

$3 + 3$

and "4×9" as "Add 4 nines together.", or

$9 + 9 + 9 + 9$.

In general, $a \times b$ means to add b's together such that the number of b's is equal to a:

$a \times b = b + b + b + \ldots + b$ (a times)

Any number multiplied by 0 equals 0.
Any number multiplied by 1 equals that number.
To multiply any number by ten add a 0 to the end of the number.
To multiply any number by hundret add a 00 to the end of the number.

Multiplication with Signed Numbers

We can apply this same rule to make sense out of what we mean by a positive number times a negative number.

For example,

$3 \times (-4)$

just means to take 3 of the number "negative four" and add them together:

$3 \times (-4) = (-4) + (-4) + (-4) = -12$

Unfortunately, this scheme breaks down when we try to multiply a negative number times a number. It doesn't make sense to try to write down a number a negative number of times. There are two ways to look at this problem.

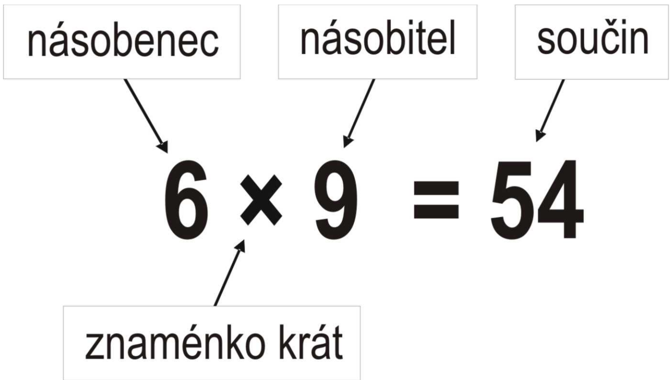
One way is to use the fact that multiplication obeys the commutative law, which means that the order of multiplication does not matter:

$a \times b = b \times a$

This lets us write a negative times a positive as a positive times a negative and proceed as before:

$(-3) \times 4 = 4 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -12$

Násobení



Násobení jako opakované sčítání

Tvrzení jako je "2×3", znamená "Sečtěte dvě trojky." nebo

$3 + 3$

a "4×9" jako "Sečtěte 4 devítky." nebo

$9 + 9 + 9 + 9$.

Obecně $a \times b$ znamená sečíst tolik b, že množství b se rovná a:

$a \times b = b + b + b + \ldots + b$ (a krát)

Jakékoli číslo násobené 0 se rovná 0.

Jakékoli číslo násobené 1 se rovná tomu číslu.

Když násobíte jakékoli číslo deseti, přidejte 0 na konec čísla.

Když násobíte jakékoli číslo stem, přidejte 00 na konec čísla.

Násobení čísel se znaménkem

Můžeme použít stejné pravidlo, abychom dali smysl tomu, co znamená kladné číslo krát záporné číslo.

Například:

$3 \times (-4)$

znamená pouze vzít 3 "záporné čtyřky" a sečíst je:

$3 \times (-4) = (-4) + (-4) + (-4) = -12$

Bohužel toto schéma nefunguje, když se pokoušíme násobit dvě záporná čísla. Nemá smysl pokoušet se napsat číslo záporně vícekrát. Jsou dva způsoby pohledu na tento problém.

Jeden způsob je použít to, že násobení splňuje komutativní zákon, to znamená, že při násobení nezáleží na pořadí:

$a \times b = b \times a$

Napišme záporné číslo krát kladné číslo jako kladné číslo krát záporné číslo a pokračujeme jako předtím:

$(-3) \times 4 = 4 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -12$

We are still in trouble when it comes to multiplying a negative times a negative. If we look at a multiplication table for positive numbers and then extend it to include negative numbers, the results in the table should continue to change in the same pattern.

For example, consider the following multiplication table:

a	b	$a \times b$
3	2	6
2	2	4
1	2	2
0	2	0

The numbers in the last column are decreasing by 2 each time, so if we let the values for a continue into the negative numbers we should keep decreasing the product by 2:

a	b	$a \times b$
3	2	6
2	2	4
1	2	2
0	2	0
–1	2	–2
–2	2	–4
–3	2	–6

We can make a bigger multiplication table that shows many different possibilities.

Sign Rules for Multiplication

(+)(+) = (+)

(–)(–) = (+)

(–)(+) = (–)

(+)(–) = (–)

Multiplication Table

	–5	**–4**	**–3**	**–2**	**–1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
–5	25	20	15	10	5	0	–5	–10	–15	–20	–25
–4	20	16	12	8	4	0	–4	–8	–12	–16	–20
–3	15	12	9	6	3	0	–3	–6	–9	–12	–15
–2	10	8	6	4	2	0	–2	–4	–6	–8	–10
–1	5	4	3	2	1	0	–1	–2	–3	–4	–5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
2	–10	–8	–6	–4	–2	0	2	4	6	8	10
3	–15	–12	–9	–6	–3	0	3	6	9	12	15
4	–20	–16	–12	–8	–4	0	4	8	12	16	20
5	–25	–20	–15	–10	–5	0	5	10	15	20	25

Máme stále potíže, když se to stane při násobení záporného čísla číslem záporným. Jestliže se díváme na tabulku násobení kladných čísel a pak to rozšíříme na záporná čísla, výsledky v tabulce by se měly měnit podle stejného vzoru.

Například uvažujte následující tabulku násobení:

a	b	$a \times b$
3	2	6
2	2	4
1	2	2
0	2	0

Čísla v posledním sloupci se vždy snižují o 2, takže pokud necháme hodnoty pokračovat do záporných čísel, měli bychom dodržet pokles součinu o 2:

a	b	$a \times b$
3	2	6
2	2	4
1	2	2
0	2	0
–1	2	–2
–2	2	–4
–3	2	–6

Můžeme vytvořit větší tabulku násobení, která ukazuje mnoho různých možností.

Znaménková pravidla pro násobení

(+)(+) = (+)

(–)(–) = (+)

(–)(+) = (–)

(+)(–) = (–)

Tabulka násobení

	–5	**–4**	**–3**	**–2**	**–1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
–5	25	20	15	10	5	0	–5	–10	–15	–20	–25
–4	20	16	12	8	4	0	–4	–8	–12	–16	–20
–3	15	12	9	6	3	0	–3	–6	–9	–12	–15
–2	10	8	6	4	2	0	–2	–4	–6	–8	–10
–1	5	4	3	2	1	0	–1	–2	–3	–4	–5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
2	–10	–8	–6	–4	–2	0	2	4	6	8	10
3	–15	–12	–9	–6	–3	0	3	6	9	12	15
4	–20	–16	–12	–8	–4	0	4	8	12	16	20
5	–25	–20	–15	–10	–5	0	5	10	15	20	25

Notation for Multiplication

We are used to using the symbol "×" to represent multiplication in arithmetic, but in algebra we prefer to avoid that symbol because we like to use the letter "x" to represent a variable, and the two symbols can be easily confused.

Multiplication is implied if two quantities are written side-by-side with no other symbol between them.

Example:

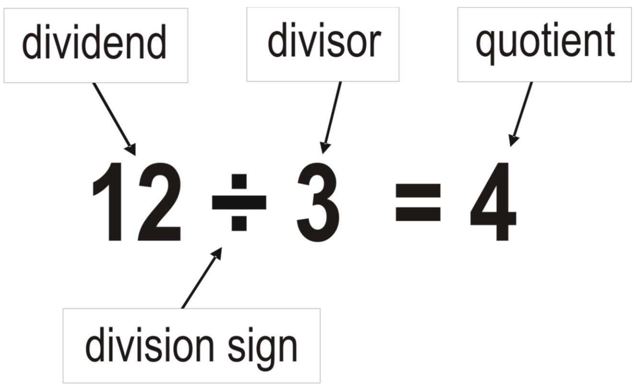
ab means $a \times b$.

If a symbol is needed to prevent confusion, we use a dot.

Example:

If we need to show 3 times 5, we cannot just write them next to each other or it would look like the number thirty-five, so we write $3 \cdot 5$.

Division



Division as Related Multiplication

The statement "$12 \div 3 = 4$" is true only because $3 \times 4 = 12$.

In general:

$a \div b = c$ if and only if $a = b \times c$

This also shows why you cannot divide by zero. If we asked "What is six divided by zero?" we would mean "What number times zero is equal to six?", but any number times zero gives zero, so there is no answer to this question.

The Reciprocal

For every real number a (except zero) there exists a real number denoted by $\frac{1}{a}$ such that

$$a\left(\frac{1}{a}\right) = 1.$$

Zápis násobení

Při násobení jsme v aritmetice zvyklí používat symbol “×”, ale v algebře se tomu raději vyhneme, protože jako proměnnou používáme písmeno “x“ a tyto dva symboly mohou být snadno zaměněny.

Jestliže jsou dvě veličiny napsány vedle sebe bez symbolu mezi nimi, je předpokládáno násobení.

Příklad:

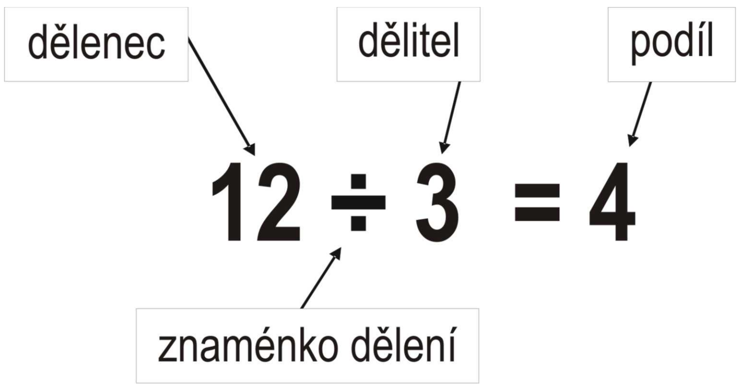
ab znamená $a \times b$.

Jestliže je k zamezení záměny potřebný symbol, používáme tečku.

Příklad:

Jestliže potřebujeme ukázat 3 krát 5, nemůžeme je jen napsat vedle sebe, to by vypadalo jako číslo třicet pět, tak píšeme 3×5.

Dělení



Dělení jako spřízněné násobení

Výraz "$12 \div 3 = 4$" je pravdivý, protože $3 \times 4 = 12$

Obecně:

$a \div b = c$ právě tehdy, když $a = b \times c$

To také ukazuje, proč nemůžete dělit nulou. Jestliže jsme se ptali "Kolik je šest děleno nulou?" mínili bychom "Jaké číslo krát nula se rovná šest?", ale jakékoli číslo krát nula dává nulu, takže neexistuje odpověď na tuto otázku.

Převrácená hodnota

Pro každé reálné číslo a (kromě nuly) existuje reálné číslo označené $\frac{1}{a}$ tak, že

$$a\left(\frac{1}{a}\right) = 1.$$

The number $\frac{1}{a}$ is called the reciprocal.

Note that the reciprocal of $\frac{1}{a}$ is a. The reciprocal of the reciprocal gives you back what you started with.

This allows us to define division as multiplication by the reciprocal:

$$a \div b = a \times \left(\frac{1}{b}\right)$$

Notation for Division

Instead of using the symbol " ÷ " to represent division, we prefer to write it using the fraction notation:

$$a \div b = \frac{a}{b}$$

Sign Rules for Division

Because division can always be written as a multiplication by the reciprocal, it obeys the same sign rules as multiplication.

If a positive is divided by a negative, or a negative divided by a positive, the result is negative:

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

but if both numbers are the same sign, the result is positive:

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

Absolute Value

When we want to talk about how "large" a number is without regard as to whether it is positive or negative, we use the absolute value function. The absolute value of a number is the distance from that number to the origin (zero) on the number line. That distance is always given as a non-negative number.

If a number is positive (or zero), the absolute value function does nothing to it:

$$|4| = 4$$

If a number is negative, the absolute value function makes it positive:

$$|-4| = 4$$

If there is arithmetic to do inside the absolute value sign, you must do it before taking the absolute value.

Example:

$$|5+(-2)| = |3| = 3$$

Číslo $\frac{1}{a}$ je nazýváno převrácená hodnota.

Všimněte si, že převrácená hodnota $\frac{1}{a}$ je a. Převrácená hodnota převrácené hodnoty vám dává opět to, s čím jste začínali.

To nám dovoluje definovat dělení jako násobení převrácenou hodnotou:

$$a \div b = a \times \left(\frac{1}{b}\right)$$

Zápis dělení

Namísto použití symbolu “ $\div$ ” k znázornění dělení, dáváme přednost zápisu ve zlomku:

$$a \div b = \frac{a}{b}$$

Znaménková pravidla pro dělení

Protože dělení vždy může být zapsáno jako násobení převrácenou hodnotou, splňuje stejná pravidla jako násobení.

Jestliže je kladné číslo dělené záporným a nebo záporné číslo dělené kladným, výsledek je záporný:

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

ale pokud mají obě čísla stejné znaménko, výsledek je kladný:

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

Absolutní hodnota

Když chceme mluvit o “velikosti“ čísla a nedbat na to, jestli je kladné nebo záporné, používáme funkci absolutní hodnoty. Absolutní hodnota čísla je vzdálenost čísla od počátku (nuly) na číselné ose. Tato vzdálenost je vždy dána jako nezáporné číslo.

Jestliže je číslo kladné (nebo nula), funkce absolutní hodnoty s ním nic neudělá:

$$|4| = 4$$

Jestliže je číslo záporné, funkce absolutní hodnoty ho učiní kladné:

$$|-4| = 4$$

Jestliže počítáte uvnitř znamének absolutní hodnoty, musíte to udělat dřív, než odstraníte absolutní hodnotu.

Příklad:

$$|5+(-2)| = |3| = 3$$

Vocabulary:

***a* times** *a* krát
addition sčítání
amount množství
answer (to) odpověď na
arithmetic počty, aritmetický
basic základní, hlavní
column sloupec
commutative law komutativní zákon
confused popletený, zmatený
confusion zmatek, záměna
counting počítání
decreasing klesající
depending závisející
displacement posunutí, přemístění
distance vzdálenost, rozestup
dividend dělenec
division dělení
divisor dělitel
general obecný, hlavní
if and only if právě tehdy když
implying naznačující
in all celkem
instead místo, spíše
inverse obrácený, opačný
letter písmeno
like stejný, jako
minuend menšenec
multiplicand násobenec
multiplication násobení
multiplier násobitel
notation značení, zápis
number line číselná osa
observation pozorování, poznámka
opposite opačný, opak
origin počátek
parenthesis kulatá závorka
possibility možnost
problem úloha
procedure postup
product součin
quantity množství, veličina
reciprocal převrácená hodnota
related příbuzný, mající vztah
remainder rozdíl
result výsledek, důsledek
rule pravidlo, zákon
sense smysl
scheme schéma, zobrazení
sign znaménko
subtrahend menšitel
sum součet
term člen
to add sčítat, přidat
to adopt přijmout, převzít
to amount obnášet, činit
to apply použít, aplikovat
to avoid vyhnout se, vyvarovat se
to break down selhat, zhroutit se
to confuse mást, poplést
to consider předpoládat, vzít v úvahu
to decrease snížit se, ubývat
to define definovat, vymezit
to depend záviset, být závislý
to exist existovat, být, žít
to factor dělit, rozložit (na činitele)
to find najít, objevit
to imagine představit si
to include zahrnovat, obsahovat
to land on dostat se na
to make observation objasnit
to mean znamenat, mínit
to move přemístit
to multiply násobit
to notice všimnout si, zmínit se
to obey vyhovovat, splňovat
to prevent zabránit, předejít
to represent znázorňovat
to separate oddělit, separovat
to think myslet, uvažovat
to view dívat se, považovat za
to visualize představit si
unfortunately bohužel, naneštěstí
variable proměnná
way způsob

Arithmetic Axioms

The arithmetic operations with real numbers are governed by the following axioms:

(1) Closure Axiom of Addition / Multiplication

For real numbers a and b,

$a + b$ is a unique real number

ab is a unique real number

(2) Commutative Axiom of Addition / Multiplication

For real numbers a and b,

$a + b = b + a$

$ab = ba$

(3) Associative Axiom of Addition / Multiplication

For real numbers a, b and c,

$(a + b) + c = a + (b + c)$

$(ab)c = a(bc)$

(4) Identity Axiom of Addition

For any real number a,

$a + 0 = 0 + a = a$

(5) Identity Axiom of Multiplication

For any real number a,

$a(1) = 1(a) = a$

(6) Additive Inverse Axiom

For any real number a, there exists a unique real number $-a$ such that

$a + (-a) = -a + a = 0$

The number $-a$ is known as the additive inverse of a.

(7) Multiplicative Inverse Axiom

For any nonzero real number a, there exists a unique real number $\left(\frac{1}{a}\right)$ such that

$$a\left(\frac{1}{a}\right) = \left(\frac{1}{a}\right)a = 1$$

The number $\left(\frac{1}{a}\right)$ is known as the multiplicative inverse or reciprocal of a, where $a \neq 0$.

(8) Distributive Axiom

For any real numbers a, b, and c,

$a (b + c) = ab + ac$

$a (b - c) = ab – ac$

$(a + b) c = ac + bc$

$(a - b) c = ac - bc$

COUNTING IN A COLUMN FORMAT

Adding Numbers

How to add two two-digit numbers ?

Example:

45 + 53 = ?

Place one number above the other number so that the tens' place digits and ones' place digits are lined up. Draw a line under the bottom number.

45
53

Add the two ones' place digits (5 + 3 = 8).

45
53
8

Add the numbers in the tens' place column (4 + 5 = 9) and place the answer below the line and to the left of the ones' place sum.

45
53
98

How to add two two-digit numbers ?

Example:

45 + 67 = ?

Write one number above the other so that the tens' place digits and ones' place digits are lined up. Draw a line under the bottom number.

45
67

Add the ones' place digits (5 + 7 = 12). This sum is a two-digit number so place a one above the tens' place column and place the two below the line in the ones' place column.

1
45
67
2

Add the numbers in the tens' place column (1 + 4 + 6 = 11) and place the answer below the line and to the left of the ones' place sum.

1
45
67
112

POČÍTÁNÍ POD SEBE

Sčítání čísel

Jak sečíst dvě dvojciferná čísla?

Příklad:

45 + 53 = ?

Umístěte jedno číslo nad druhé číslo tak, že číslice na místě desítek a číslice na místě jednotek jsou seřazeny. Podtrhněte spodní číslo.

$$\begin{array}{r} 45 \\ \underline{53} \end{array}$$

Sečtěte dvě číslice na místě jednotek (5 + 3 = 8).

$$\begin{array}{r} 45 \\ \underline{53} \\ 8 \end{array}$$

Sečtěte čísla ve sloupci na místě desítek (4 + 5 = 9) a umístěte odpověď pod čáru a to vlevo od součtu číslic na místě jednotek.

$$\begin{array}{r} 45 \\ \underline{53} \\ 98 \end{array}$$

Jak sečíst dvě dvojciferná čísla?

Příklad:

45 + 67 = ?

Napište jedno číslo nad druhé tak, že číslice na místě desítek a číslice na místě jednotek jsou seřazeny. Podtrhněte spodní číslo.

$$\begin{array}{r} 45 \\ \underline{67} \end{array}$$

Sečtěte číslice na místě jednotek (5 + 7 = 12). Tento součet je dvojciferný, tak umístěte jedničku nad sloupec na místě desítek a dvojku umístěte pod sloupec na místě jednotek.

$$\begin{array}{rr} 1 & \\ 4 & 5 \\ \underline{6} & \underline{7} \\ & 2 \end{array}$$

Sečtěte čísla ve sloupci na místě desítek (1 + 4 + 6 = 11) a umístěte odpověď pod čáru a to vlevo od součtu číslic na místě jednotek.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 45 \\ \underline{67} \\ 112 \end{array}$$

Subtracting Numbers

How to subtract two digit numbers ?

Example:

67 – 45 = ?

Place one number above the other so the tens' place digits and ones' place digits are lined up. Draw a line under the bottom number.

$$\begin{array}{r} 67 \\ \underline{45} \end{array}$$

Subtract the two digits in the ones' place column (7 - 5 = 2).

$$\begin{array}{r} 67 \\ \underline{45} \\ 2 \end{array}$$

Subtract the digits in the tens' place column (6 - 4 = 2) and place the answer below the line in the tens' place column.

$$\begin{array}{r} 67 \\ \underline{45} \\ 22 \end{array}$$

If the ones' place digit that is being subtracted is larger than the top ones' place digit, decrease the top tens' place digit by one and increase the top ones' place value by ten before subtracting.

How to subtract four digit numbers ?

Example:

6583 – 4729 = ?

Place the number to be subtracted below the first number so that the thousands', hundreds', tens' and ones' places are lined up. Draw a line under the bottom number.

$$\begin{array}{r} 6583 \\ \underline{4729} \end{array}$$

Subtract the bottom ones' place digit from the top ones' place digit (3 - 9). We do not know how to do this so we need to rearrange the number to make the top value larger. Borrow one ten from the top tens' place digit and make the 3 into 13. The top tens' place value becomes a 7 after borrowing one ten from it. Now subtract 9 from 13 to get the answer of 4. The 4 is placed below the line in the ones' place column.

$$\begin{array}{cccc} & & 7 & \\ 6 & 5 & 8 & 3 \\ \underline{4} & \underline{7} & \underline{2} & \underline{9} \\ & & & 4 \end{array}$$

Subtract the digits in the tens' place column (7 - 2 = 5) and place the answer below the line in the tens' place column.

$$\begin{array}{cccc} & & 7 & \\ 6 & 5 & 8 & 3 \\ \underline{4} & \underline{7} & \underline{2} & \underline{9} \\ & & 5 & 4 \end{array}$$

Odčítání čísel

Jak odečíst dvojciferná čísla?

Příklad:

67 – 45 = ?

Umístěte jedno číslo nad druhé číslo tak, že číslice na místě desítek a číslice na místě jednotek jsou seřazeny. Podtrhněte spodní číslo.

67
45

Odečtěte dvě číslice ve sloupci na místě jednotek (7 - 5 = 2).

67
45
2

Odečtěte číslice ve sloupci na místě desítek (6 - 4 = 2) a umístěte odpověď pod čáru do sloupce na místo desítek.

67
45
22

Jestliže je číslice na místě jednotek, od které je odčítáno, větší než horní číslice na místě jednotek, zmenšete horní číslici na místě desítek o jedna a před odčítáním zvětšete horní číslici na místě jednotek o deset.

Jak odečíst čtyřciferná čísla?

Příklad:

6583 – 4729 = ?

Umístěte číslo, které je odčítáno, pod první číslo a to tak že tisíce, stovky, desítky a jednotky jsou seřazeny. Podtrhněte spodní číslo.

6583
4729

Odečtěte spodní číslici na místě jednotek od horní číslice na místě jednotek (3 - 9). Nevíme jak to udělat, tak potřebujeme změnit číslo, aby horní hodnota byla větší. Vypůjčete si jednu desítku z horní číslice na místě desítek a z 3 vytvořte 13. Horní hodnota na místě desítek se po půjčení jedničky stane 7. Nyní odečtěte 9 od 13 a dostanete odpověď 4. 4 je umístěna pod čarou ve sloupci na místě jednotek.

7
6583
4729
4

Odečtěte číslice ve sloupci na místě desítek (7 - 2 = 5) a umístěte odpověď pod čáru do sloupce na místo desítek.

7
6583
4729
54

Subtract the numbers in the hundreds' place column (5 - 7 = ?). Once again, rearrange and borrow one from the thousands' place to make the top value larger than the bottom value. When this is done subtract (15 - 7 = 8) and place the 8 below the line in the hundreds' place column.

```
5 7
6583
4729
----
 854
```

Subtract the digits in the thousands' place column (5 - 4 = 1) and place the answer below the line in the thousands' place column.

```
5 7
6583
4729
----
1854
```

Multiplying numbers

How to multiply a two digit number by a one digit number ?

Example:

59 × 7 = ?

Place one number above the other so that the ones' place digits are lined up. Draw a line under the bottom number.

```
 59
  7
---
```

Multiply the two ones' place digits (9 × 7 = 63). This number is larger than 9, so place the six above the tens' place column and place the three below the line in the ones' place column.

```
 6
 59
  7
---
  3
```

Multiply the digit in the tens' place column (5) by the second number (7). The result is 5 * 7 = 35. Add the 6 to the 35 (35 + 6 = 41) and place the answer below the line and to the left of the 3.

```
 59
  7
---
413
```

How to multiply a three digit number by a two digit number ?

Example:

529 × 67 = ?

Place one number above the other so that the hundreds', tens' and ones' places are lined up. Draw a line under the bottom number.

```
 529
  67
----
```

Odečtěte čísla ve sloupci na místě stovek (5 - 7 = ?). Ještě jednou změňte a půjčete si jedničku z místa tisíců, abyste vyrobili horní hodnotu větší než je ta spodní. Když je to uděláno, odečtěte (15 - 7 = 8) a umístěte 8 pod čáru do sloupce na místo jednotek.

```
5  7
6583
4729
 854
```

Odečtěte číslice ve sloupci na místě tisíců (5 - 4 = 1) a umístěte odpověď pod čáru do sloupce na místo tisíců.

```
5 7
6583
4729
1854
```

Násobení čísel

Jak násobit dvojciferné číslo číslem jednociferným?

Příklad:

59 × 7 = ?

Umístěte jedno číslo nad druhé tak, že číslice na místě jednotek jsou seřazeny. Podtrhněte spodní číslo.

```
 59
  7
```

Vynásobte dvě číslice na místě jednotek (9 × 7 = 63). Toto číslo je větší než 9, tak umístěte šestku nad sloupec na místě desítek a trojku umístěte pod čáru do sloupce na místě jednotek.

```
 6
 59
  7
  3
```

Vynásobte číslici ve sloupci na místě desítek (5) druhým číslem (7). Výsledek je 5 × 7 = 35. Přičtěte 6 k 35 (35 + 6 = 41) a umístěte odpověď pod čáru a to vlevo od 3.

```
 59
  7
413
```

Jak násobit trojciferné číslo číslem dvojciferným?

Příklad:

529 × 67 = ?

Umístěte jedno číslo nad druhé tak, že jsou seřazena místa stovek, desítek a jednotek. Podtrhněte spodní číslo.

```
 529
  67
```

Multiply the two numbers in the ones' places. ($9 \times 7 = 63$) This number is larger than 9 so place a 6 above the tens' place column and place 3 below the line in the ones' place column.

```
  6
529
 67
  3
```

Muliply the digit in the top tens' place column (2) by the digit in the lower ones' place column (7). The answer ($2 \times 7=14$) is added to the 6 above the top tens' place column to give an answer of 20. The 0 of 20 is placed below the line and the 2 of the 20 is placed above the hundreds' place column.

```
 26
529
 67
 03
```

The hundreds' place of the top number (5) is multiplied by the ones' place of the multiplier. ($5 \times 7=35$) The two that was previously carried to the hundreds' place is added and the 37 is placed below the line.

```
  26
 529
  67
3703
```

After 529 has been multiplied by 7 as shown above, 529 is multiplied by the tens' place of the multiplier which is 6. The number is moved one place to the left because we are multiplying by a tens' place number. The result would be 3174.

```
  15
  529
  67
 3703
3174
```

Underline the lower product (3174) and add the products together to get the final answer of 35443.

```
   15
  529
   67
 3703
3174
35443
```

Dididing numbers

How to divide a three digit number by a one digit number ?

Example:

$416 \div 7 = ?$

Place the divisor (7) before the division bracket and place the dividend (416) under it.

```
7)416
```

Vynásobte dvě čísla na místě jednotek. ($9 \times 7 = 63$) Toto číslo je větší než 9, tak umístěte 6 nad sloupec na místě desítek a 3 umístěte pod čáru do sloupce na místě jednotek.

$$\begin{array}{r} 6 \\ 529 \\ \underline{67} \\ 3 \end{array}$$

Násobte horní číslici ve sloupci na místě desítek (2) spodní číslicí ve sloupci na místě jednotek (7). Odpověď ($2 \times 7 = 14$) je přičtena k 6 nad sloupcem na místě desítek a dává odpověď 20. 0 z 20 je umístěna pod čáru a 2 z 20 je umístěna nad sloupec na místě stovek.

$$\begin{array}{r} 26 \\ 529 \\ \underline{67} \\ 03 \end{array}$$

Místo stovek horního čísla (5) je násobeno místem jednotek násobitele. ($5 \times 7=35$) Dvojka, která byla předtím přenášena na místo stovek, je přičtena a 37 je umístěno pod čáru.

$$\begin{array}{r} 26 \\ 529 \\ \underline{67} \\ 3703 \end{array}$$

Poté, co bylo 529 násobeno 7, jak je ukázáno nahoře, 529 je násobeno místem desítek násobitele, který je 6. Číslo je posunuto o jedno místo do leva, protože násobíme číslem na místě desítek. Výsledek by byl 3174.

$$\begin{array}{r} 15 \\ 529 \\ \underline{67} \\ 3703 \\ 3174 \end{array}$$

Podtrhněte nižší součin (3174) a součiny spolu sečtěte, tím dostanete konečnou odpověď 35443.

$$\begin{array}{r} 15 \\ 529 \\ \underline{67} \\ 3703 \\ \underline{3174} \\ 35443 \end{array}$$

Dělení čísel

Jak dělit trojciferné číslo číslem jednociferným?

Příklad:

$416 \div 7 = ?$

Umístěte dělitel (7) před dělící závorku a umístěte dělenec (416) podle tohoto.

$7\overline{)416}$

Examine the first digit of the dividend(4). It is smaller than 7 so it can't be divided by 7 to produce a whole number. Next take the first two digits of the dividend (41) and determine how many 7's it contains. In this case 41 holds five sevens (5 × 7 = 35) but not six (6 × 7 = 42). Place the 5 above the division bracket.

```
  5
7)416
```

Multiply the 5 by 7 and place the result (35) below the 41 of the dividend.

```
  5
7)416
  35
```

Draw a line under the 35 and subtract it from 41 (41 – 35 = 6). Bring down the 6 from the 416 and place it to the right of the other 6.

```
  5
7)416
  35
  --
   66
```

Divide 66 by 7 and place that answer above the division bracket to the right of the five.

```
  59
7)416
  35
  --
   66
```

Multiply the 9 of the quotient by the divisor (7) to get 63 and place this below the 66. Subtract 63 from 66 to give an answer of 3. The number 3 is called the remainder and indicates that there were three left over.

```
  59 R 3
7)416
  35
  --
   66
   63
   --
    3
```

Zkuste první číslici dělence (4). Je menší než 7, tak nemůže být dělena 7, aby vyšlo celé číslo. Dále vezměte první dvě číslice dělence (41) a určete kolik obsahuje 7ček. V tomto případě 41 obsahuje pět sedmiček (5 × 7 = 35), ale ne šest (6 × 7 = 42). Umístěte 5 nad závorku dělení.

```
  5
7)416
```

5 vynásobte 7 a umístěte výsledek (35) pod 41 z dělitele.

```
  5
7)416
  35
```

Podtrhněte 35 a odečtěte to od 41 (41-35=6). Přeneste 6 z 416 a umístěte ji napravo od druhé 6.

```
  5
7)416
  35
   66
```

66 dělte 7 a tuto odpověď umístěte nad závorku dělení vpravo od pětky.

```
  59
7)416
  35
   66
```

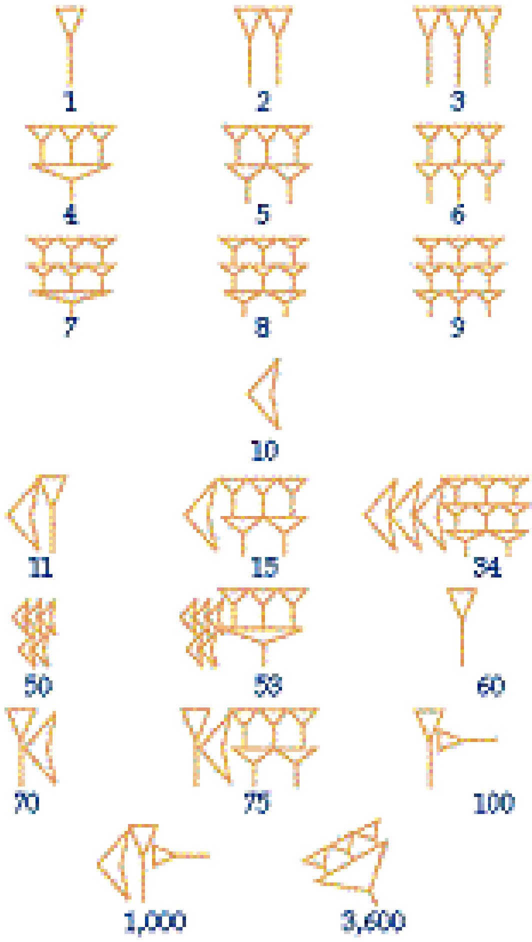
Vynásobte 9 z podílu dělitelem (7), abyste dostali 63 a umístěte to pod 66. Odečtěte 63 od 66, abyste dostali odpověď 3. Číslo 3 je nazýváno zbytek a ukazuje, že zde zbyla 3.

```
  59 R 3
7)416
  35
   66
   63
    3
```

Vocabulary:

bottom dolní, spodní
bracket závorka (hranatá)
four digit čtyřciferný
large velký, rozsáhlý
line čára, přímka
one digit jednociferný
remainder zbytek
to be line up být seřazený
to borrow vypůjčit si
to bring down přenést
to carry nést, vést
to contain obsahovat, rovnat se čemu
to determine určovat, stanovit
to draw a line under podtrhnout
to examine pohlížet, zkoumat
to hold obsahovat, platit,
to increase zvětšit se, přibývat
to indicate značit, udávat, naznačit
to leave zanechat, vynechat, odejít
to place umístit, stanovit
to rearrange přeskupit
two-digit dvojciferný

Babylonian Numbers



The Babylonians also used clay for writing. They incised numbers with a stylus that left wedge-shaped marks. This resulted in the writing system being known as cuneiform, from cuneus, meaning a wedge, and forma, meaning a shape. The Babylonian system used a mixture of base ten and base sixty. Base sixty tended to be used for larger numbers.

The numerical notation for small numbers was quite simple; one was represented by a short, straight, vertical stroke, or wedge, two to nine by two to nine short strokes, 10 by an angle, and 100 by a short vertical wedge followed by a short horizontal wedge (see picture).

Sometimes 10 was represented by a vertical crossed by a horizontal stroke, 20 by a vertical crossed by two horizontals, etc., and the units were represented by horizontal rather than vertical strokes. The tens were sometimes represented by circles, and the units by a kind of crescent. In larger numbers, which were not standardized, the vertical stroke also stood for 60, 3600, and in general for 60n, where n is a positive integer. The angle also stood for 10×60, 10×3600, etc., and in general for $10 \times 60n$. The value to be taken depended entirely upon the context. The Babylonians also had a place-value system so it was usually clear what each symbol was being used to represent in a number. For example, 11 would be represented by the symbol for ten followed by the symbol for one (or sixty), whereas 70 would be the represented by the same two symbols in reverse order. Sometimes the symbols for one and sixty were different sizes.

DIVISIBILITY TESTS, GCD, LCM

Divisibility Tests

There are many quick ways of telling whether or not a whole number is divisible by certain basic whole numbers.

Divisibility by 2

A whole number is divisible by 2 if the digit in its units position is even, (either 0, 2, 4, 6, or 8).

Example:

The number 84 is divisible by 2 since the digit in the units position is 4, which is even.

Divisibility by 3

A whole number is divisible by 3 if the sum of all its digits is divisible by 3.

Example:

The number 177 is divisible by three, since the sum of its digits is 15, which is divisible by 3.

If a number is not divisible by 3, the remainder when it is divided by 3 is the same as the remainder when the sum of its digits is divided by 3.

Example:

The number 3248 is not divisible by 3, since the sum of its digits is 17, which is not divisible by 3. When 3248 is divided by 3, the remainder is 2, since when 17, the sum of its digits, is divided by three, the remainder is 2.

Divisibility by 4

A whole number is divisible by 4 if the number formed by the last two digits is divisible by 4.

Example:

The number 3124 is divisible by 4 since the number formed by its last two digits, 24, is divisible by 4.

If a number is not divisible by 4, the remainder when the number is divided by 4 is the same as the remainder when the last two digits are divided by 4.

Example:

The number 172345 is not divisible by 4, since the number formed by its last two digits, 45, is not divisible by 4. When 172345 is divided by 4, the remainder is 1, since when 45 is divided by 4, the remainder is 1.

Divisibility by 5

A whole number is divisible by 5 if the digit in its units position is 0 or 5.

Example:

The number 95 is divisible by 5 since the last digit is 5.

TESTY DĚLITELNOSTI, NSD, NSN

Testy dělitelnosti

Je mnoho rychlých způsobů, které nám říkají, zda je nebo není celé číslo dělitelné určitými základními celými čísly.

Dělitelnost 2

Celé číslo je dělitelné 2, jestliže je číslice na místě jeho jednotek sudá (buď 0, 2, 4, 6 nebo 8).

Příklad:

Číslo 84 je dělitelné 2, protože číslice na místě jednotek je 4, která je sudá.

Dělitelnost 3

Celé číslo je dělitelné 3, jestliže je jeho ciferný součet dělitelný 3.

Příklad:

Číslo 177 je dělitelné třemi, protože jeho ciferný součet je 15, což je dělitelné 3.

Jestliže není číslo dělitelné 3, zbytek po dělení 3 je stejný jako zbytek po dělení jeho ciferného součtu 3.

Příklad:

Číslo 3248 není dělitelné 3, protože jeho ciferný součet je 17, což není dělitelné 3. Když je 3248 děleno 3, zbytek je 2, protože když ciferný součet 17 dělen 3, je zbytek 2.

Dělitelnost 4

Celé číslo je dělitelné 4, jestliže je číslo tvořené posledními dvěmi číslicemi dělitelné 4.

Příklad:

Číslo 3124 je dělitelné 4, protože číslo 24 tvořené jeho posledními dvěmi číslicemi je dělitelné 4.

Jestliže není číslo dělitelné 4, zbytek po dělení čísla 4 je stejný jako zbytek po dělení 4 jeho posledních dvou číslic.

Příklad:

Číslo 172345 není dělitelné 4, protože číslo 45 tvořené jeho posledními dvěmi číslicemi není dělitelné 4. Když je 172345 děleno 4, zbytek je 1, protože když je 45 děleno 4, zbytek je 1.

Dělitelnost 5

Celé číslo je dělitelné 5, jestliže je číslice na místě jeho jednotek 0 nebo 5.

Příklad:

Číslo 95 je dělitelné 5, protože poslední číslice je 5.

If a number is not divisible by 5, the remainder when it is divided by 5 is the same as the remainder when the last digit is divided by 5.

Example:

The number 145632 is not divisible by 5, since the last digit is 2. When 145632 is divided by 5, the remainder is 2, since 2 divided by 5 is 0 with a remainder of 2.

Divisibility by 9

A whole number is divisible by 9 if the sum of all its digits is divisible by 9.

Example:

The number 1737 is divisible by nine, since the sum of its digits is 18, which is divisible by 9.

If a number is not divisible by 9, the remainder when it is divided by 9 is the same as the remainder when the sum of its digits is divided by 9.

Example:

The number 3248 is not divisible by 9, since the sum of its digits is 17, which is not divisible by 9. When 3248 is divided by 9, the remainder is 8, since when 17, the sum of its digits, is divided by 9, the remainder is 8.

Divisibility by 10

A whole number is divisible by 10 if the digit in its units position is 0.

Example:

The number 1229570 is divisible by 10 since the last digit is 0.

If a number is not divisible by 10, the remainder when it is divided by 10 is the same as the units digit.

Example:

The number 145632 is not divisible by 10, since the last digit is 2. When 145632 is divided by 10, the remainder is 2, since the units digit is 2.

Divisibility by 25

A number is divisible by 25 if the number formed by the last two digits is any of 0, 25, 50, or 75 (the number formed by its last two digits is divisible by 25).

Example:

The number 73224050 is divisible by 25, since its last two digits form the number 50.

Divisors

A number may be made by multiplying two or more other numbers together. The numbers that are multiplied together are called factors of the final number. All numbers have a divisor of one since one multiplied by any number equals that number. All numbers can be divided by themselves to produce the number one.

Jestliže číslo není dělitelné 5, zbytek po dělení 5 je stejný jako zbytek po dělení poslední číslice 5.

Příklad:

Číslo 145632 není dělitelné 5, protože poslední číslice je 2. Když je 145632 děleno 5, zbytek je 2, protože 2 děleno 5 je 0 se zbytkem 2.

Dělitelnost 9

Celé číslo je dělitelné 9, jestliže je jeho ciferný součet dělitelný 9.

Příklad:

Číslo 1737 je dělitelné devíti, protože jeho ciferný součet je 18 a to je dělitelné 9.

Jestliže číslo není dělitelné 9, zbytek po dělení 9 je stejný jako zbytek po dělení 9 jeho ciferného součtu.

Příklad:

Číslo 3248 není dělitelné 9, protože jeho ciferný součet je 17, což není dělitelné 9. Když je 3248 děleno 9, zbytek je 8, protože když je jeho ciferný součet 17 dělený 9, zbytek je 8.

Dělitelnost 10

Celé číslo je dělitelné 10, jestliže číslice na místě jeho jednotek je 0.

Příklad:

Číslo 1229570 je dělitelné 10, protože poslední číslice je 0.

Jestliže číslo není dělitelné 10, zbytek po dělení 10 je stejný jako číslice na místě jednotek.

Příklad:

Číslo 145632 není dělitelné 10, protože poslední číslice je 2. Když je 145632 děleno 10, zbytek je 2, protože na místě jednotek je 2.

Dělitelnost 25

Číslo je dělitelné 25, jestliže číslo tvořené posledními dvěmi číslicemi je jakékoli z 0, 25, 50 nebo 75 (číslo tvořené jeho posledními dvěmi číslicemi je dělitelné 25).

Příklad:

Číslo 73224050 je dělitelné 25, protože jeho poslední dvě číslice tvoří číslo 50.

Dělitelé

Číslo může být vytvořené násobením dvou nebo více jiných čísel. Čísla, která jsou násobena mezi sebou, jsou nazývána činiteli konečného čísla. Všechna čísla mají dělitel jedna, protože jedna násobena jakýmkoliv číslem se rovná stejnému číslu. Všechna čísla mohou být dělena sama sebou, výsledek je jedna.

Prime and Composite Numbers

A prime number is a whole number that only has two divisors which are itself and one. A composite number has divisors in addition to one and itself.

The numbers 0 and 1 are neither prime nor composite.

The prime numbers between 2 and 100 are 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 and 97.

Greatest Common Divisor - GCD

The greatest common divisor of two or more whole numbers is the largest whole number that divides each of the numbers.

There are two methods of finding the greatest common divisor of two numbers.

Method 1:

List all the divisors of each number, then list the common divisors and choose the largest one.

Example:

36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

54: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54

The common divisors are: 1, 2, 3, 6, 9, and 18.

The greatest common divisor is: 18.

Method 2:

List the prime divisors, then multiply the common prime divisors.

Example:

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$

The common prime divisors are 2, 3, and 3.

The greatest common divisor is $2 \times 3 \times 3 = 18$..

Least Common Multiple - LCM

The least common multiple of two or more nonzero whole numbers is the smallest whole number that is divisible by each of the numbers.

There are two common methods for finding the least common multiple of 2 numbers.

Method 1:

List the multiples of each number, and look for the smallest number that appears in each list.

Example:

Find the least common multiple of 12 and 42.

We list the multiples of each number:

12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, ...

42: 42, 84, 126, 168, 190, ...

Prvočísla a čísla složená

Prvočíslo je celé číslo, které má pouze dva dělitele, to je jedna a samo sebe. Složené číslo má i jiné dělitele kromě jedné a sebe sama.

Čísla 0 a 1 nejsou ani prvočísla, ani čísla složená.

Prvočísla mezi 2 a 100 jsou 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 a 97.

Největší společný dělitel - NSD

Největší společný dělitel dvou nebo více celých čísel je největší celé číslo, které dělí každé z čísel.

Jsou dvě metody pro hledání největšího společného dělitele dvou čísel.

Metoda 1:

Utvořte seznam všech dělitelů každého čísla, pak seznam společných dělitelů a vybere ten největší.

Příklad:

36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

54: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54

Společnými děliteli jsou: 1, 2, 3, 6, 9 a 18.

Největší společný dělitel je: 18.

Metoda 2:

Utvořte seznam prvočíselných dělitelů, potom násobte společné prvočíselné dělitele.

Příklad:

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$

Společná prvočísla jsou 2, 3, a 3.

Největší společný dělitel je $2 \times 3 \times 3 = 18$.

Nejmenší společný násobek - NSN

Nejmenší společný násobek dvou nebo více nenulových celých čísel je nejmenší celé číslo, které dělí každé z čísel.

Jsou dvě obvyklé metody pro hledání nejmenšího společného násobku 2 čísel.

Metoda 1:

Utvořte seznam násobků každého čísla a hledejte nejmenší číslo, které se objeví v každém seznamu.

Příklad:

Najděte nejmenší společný násobek 12 a 42.

Vytvoříme seznam násobků každého čísla:

12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, ...

42: 42, 84, 126, 168, 190, ...

We see that the number 84 is the smallest number that appears in each list.

Method 2:

Factor each of the numbers into primes. For each different prime number in either of the factorizations, follow these steps:

1. Count the number of times it appears in each of the factorizations.
2. Take the largest of these two counts.
3. Write down that prime number as many times as the count in step 2.

To find the least common multiple take the product of all of the prime numbers written down in steps 1, 2, and 3.

Example:

Find the least common multiple of 24 and 90.

First, we find the prime factorization of each number.

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

The prime numbers 2, 3, and 5 appear in the factorizations. We follow steps 1 through 3 for each of these primes.

The number 2 occurs 3 times in the first factorization and 1 time in the second, so we will use three 2's.

The number 3 occurs 1 time in the first factorization and 2 times in the second, so we will use two 3's.

The number 5 occurs 0 times in the first factorization and 1 time in the second factorization, so we will use one 5.

The least common multiple is the product of three 2's, two 3's, and one 5.

$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$

Vidíme, že číslo 84 je nejmenším číslem, které se objevilo v každém seznamu.

Metoda 2:

Rozložte každé číslo na prvočísla. Pro každé různé prvočíslo v kterémkoli rozkladu, následujte tyto kroky:

1 Spočítejte kolikrát se objeví v každém z rozkladu.
2 Vezměte největší z těchto dvou počtů.
3 Napište prvočíslo tolikrát, jaký je počet ve fázi 2.

Pro hledání nejmenšího společného násobku, vezměte všechny prvočísla napsaná ve fázi 1, 2 a 3.

Příklad:

Najděte nejmenší společný násobek 24 a 90.

Nejdříve najdeme rozklad na prvočísla u každého čísla.

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

V rozkladu se objevila prvočísla 2, 3 a 5. Opakujeme kroky 1 až 3 pro každé z těchto prvočísel.

Číslo 2 se vyskytuje 3 krát v prvním rozkladu a 1 ve druhém, tak použijeme tři 2.

Číslo 3 se vyskytuje 1 krát v prvním rozkladu a 2 krát ve druhém, tak použijeme dvě 3.

Číslo 5 se vyskytuje 0 krát v prvním rozkladu a 1 krát ve druhém, tak použijeme jednu 5.

Nejmenší společný násobek je součin tří 2, dvou 3 a jedné 5.

$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$

Vocabulary:

certain nějaký, určitý
composite number složené číslo, smíšené číslo
divisibility tests testy dělitelnosti
formed by tvořené (čím)
greatest common divisor GCD největší společný dělitel NSD
least common multiple LCM nejmenší společný násobek NSN
prime number prvočíslo
to appear objevit se, zdát se
to form vytvořit, utvářet
to check ověřit, zastavit
to list vytvořit seznam

Further notions and facts of divisibility

Some elementary rules:

If $a \mid b$ and $a \mid c$, then $a \mid (b + c)$, in fact, $a \mid (mb + nc)$ for all integers m, n.

If $a \mid b$ and $b \mid c$, then $a \mid c$.

If $a \mid b$ and $b \mid a$, then $a = b$ or $a = -b$.

The following property is important:

If $a \mid bc$, and $\mathrm{GCD}(a,b) = 1$, then $a \mid c$.

A positive divisor of n which is different from n is called a proper divisor (or aliquot part) of n. (A number which does not evenly divide n, but leaves a remainder, is called an aliquant part of n.)

An integer $n > 1$ whose only proper divisor is 1 is called a prime number. Equivalently, one would say that a prime number is one which has exactly two factors: 1 and itself.

Any positive divisor of n is a product of prime divisors of n raised to some power. This is a consequence of the Fundamental theorem of arithmetic.

If a number equals the sum of its proper divisors, it is said to be a perfect number. Numbers less than the sum of their proper divisors are said to be abundant; while numbers greater than that sum are said to be deficient.

The total number of positive divisors of n is a multiplicative function $d(n)$ (e.g. $d(42) = 8 = 2 \times 2 \times 2 = d(2) \times d(3) \times d(7)$). The sum of the positive divisors of n is another multiplicative function $\sigma(n)$ (e.g. $\sigma(42) = 96 = 3 \times 4 \times 8 = \sigma(2) \times \sigma(3) \times \sigma(7)$).

If the prime factorization of n is given by

$$n = p_1^{v_1} p_2^{v_2} \dots p_n^{v_n}$$

then the number of positive divisors of n is

$$d(n) = (v_1 + 1)(v_2 + 1)\dots(v_n + 1)$$

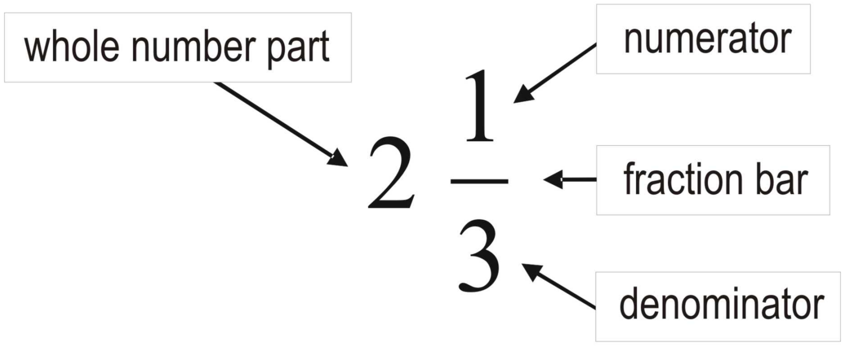
and each of the divisors has the form

$$p_1^{\mu_1} p_2^{\mu_2} \dots p_n^{\mu_n}$$

where

$$\forall i : 0 \le \mu_i \le v_i .$$

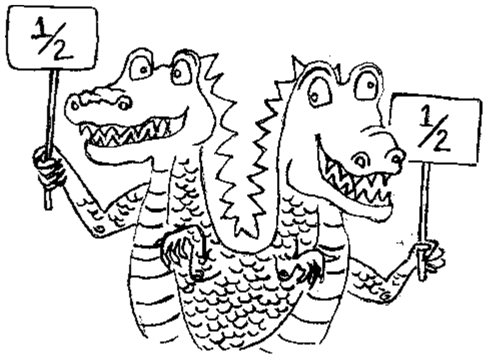
FRACTIONS



Fractions are numbers of the form $\frac{a}{b}$, where a and b are integers, but b cannot be zero.

The bottom number is called the denominator. It tells you what size units you are talking about.

The top number is the numerator. It tells you how many of those units you have.



The following numbers are fractions.

$\frac{1}{2}$ a half, one over two

$\frac{2}{3}$ two thirds, two over three

$\frac{3}{4}$ tree quarters

$\frac{4}{5}$ four fifths

$\frac{5}{6}$ five sixths

$\frac{6}{7}$ six sevenths

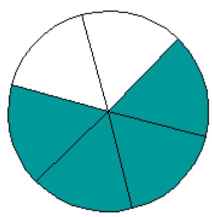
$\frac{7}{8}$ seven eighths

$\frac{8}{9}$ eight ninths

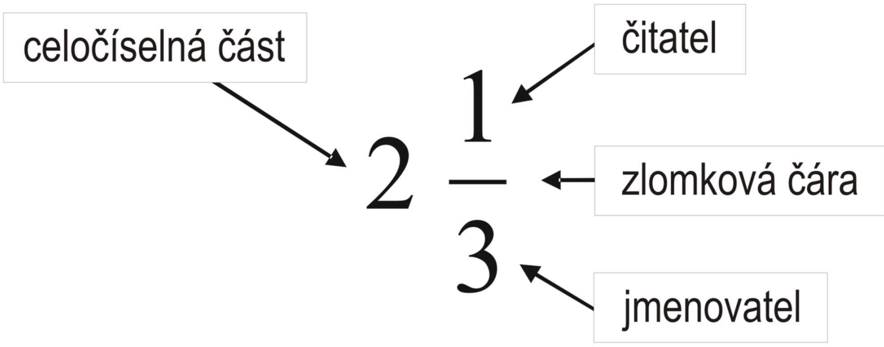
$\frac{9}{10}$ nine tenths

Example:

The fraction $\frac{4}{6}$ represents the shaded portion of the circle. There are 6 pieces in the group, and 4 of them are shaded.

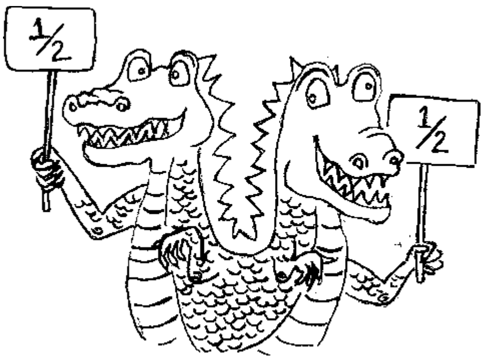


ZLOMKY



Zlomky jsou čísla ve tvaru $\frac{a}{b}$, kde *a* a *b* jsou celá čísla, ale *b* nemůže být nula. Spodní číslo se nazývá jmenovatel. Říká vám o jaké velikosti částí hovoříte.

Horní číslo je čitatel. Říká vám kolik částí máte.



Následující čísla jsou zlomky.

$\frac{1}{2}$ jedna polovina

$\frac{2}{3}$ dvě třetiny

$\frac{3}{4}$ tři čtvrtiny

$\frac{4}{5}$ čtyři pětiny

$\frac{5}{6}$ pět šestin

$\frac{6}{7}$ šest sedmin

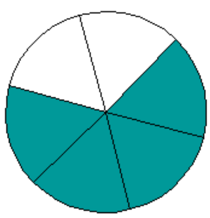
$\frac{7}{8}$ sedm osmin

$\frac{8}{9}$ osm devítin

$\frac{9}{10}$ devět desetin

Příklad:

Zlomek $\frac{4}{6}$ znázorňuje vyšrafovanou část kruhu. Je tam celkem 6 částí a 4 z nich jsou vyšrafovány.



Improper Fractions

Improper fractions have numerators that are larger than or equal to their denominators.

$\frac{11}{4}$; $\frac{5}{5}$; $\frac{13}{2}$ are improper fractions.

Mixed Numbers

Mixed numbers have a whole number part and a fraction part.

$2\frac{3}{4}$;$6\frac{1}{2}$ are mixed numbers.

Conversion

Mixed Number to Improper Fraction

1 Multiply the integer part with the bottom of the fraction part.
2 Add the result to the top of the fraction.

Improper Fraction to Mixed Number

1 Do the division to get the integer part
2 Put the remainder over the old denominator to get the fractional part.

Comparing Fractions

Equivalent fractions are different fractions which name the same amount.

The fractions $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{100}{200}$ are all equivalent fractions.

To compare fractions with the same denominator, look at their numerators. The larger fraction is the one with the larger numerator.

To compare fractions with different denominators, take the cross product. The first cross-product is the product of the first numerator and the second denominator. The second cross-product is the product of the second numerator and the first denominator. Compare the cross products using the following rules:

1 If the cross-products are equal, the fractions are equivalent.
2 If the first cross product is larger, the first fraction is larger.
3 If the second cross product is larger, the second fraction is larger.

Example:

Test if $\frac{3}{7}$ and $\frac{18}{42}$ are equivalent fractions.

Smíšené zlomky

Smíšené zlomky mají čitatele, které jsou větší nebo rovny jejich jmenovatelům.

$\frac{11}{4}$; $\frac{5}{5}$; $\frac{13}{2}$ jsou smíšené zlomky.

Smíšená čísla

Smíšená čísla mají celočíselnou a zlomkovou část.

$2\frac{3}{4}$; $6\frac{1}{2}$ jsou smíšená čísla.

Převádění

Smíšené číslo na smíšený zlomek

1 Násobte celočíselnou část se spodní částí zlomku.
2 Přičtěte výsledek k hornímu číslu ve zlomku.

Smíšený zlomek na smíšené číslo

1 Proveďte dělení, abyste dostali celočíselnou část.
2 Zbytek dejte nad původního jmenovatele, abyste dostali zlomkovou část.

Porovnávání zlomků

Ekvivalentní zlomky jsou různé zlomky, které pojmenovávají stejné množství.

Zlomky $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{100}{200}$ jsou ekvivalentní.

Při porovnávání zlomků se stejným jmenovatelem, bereme v úvahu jejich čitatele. Větší zlomek je ten s větším čitatelem.

Pro porovnávání zlomků s různými jmenovateli, použijeme křížový součin. První křížový součin je součin prvního čitatele a druhého jmenovatele. Druhý křížový součin je součin druhého čitatele a prvního jmenovatele. Porovnejte křížové součiny užitím následujících pravidel:

1 Jestliže jsou křížové součiny shodné, zlomky jsou ekvivalentní.
2 Jestliže je větší první křížový součin, je větší první zlomek.
3 Jestliže je větší druhý křížový součin, je větší druhý zlomek.

Příklad:

Zjistěte, jestli jsou zlomky $\frac{3}{7}$ a $\frac{18}{42}$ ekvivalentní.

The first cross-product is the product of the first numerator and the second denominator:

$3 \times 42 = 126$

The second cross-product is the product of the second numerator and the first denominator:

$18 \times 7 = 126$

Since the cross-products are the same, the fractions are equivalent: $\frac{3}{7} = \frac{18}{42}$

Example:

Test if $\frac{2}{4}$ and $\frac{13}{20}$ are equivalent fractions.

The first cross-product is the product of the first numerator and the second denominator:

$2 \times 20 = 40$

The second cross-product is the product of the second numerator and the first denominator:

$4 \times 13 = 52$

Since the cross-products are different, the fractions are not equivalent. Since the second cross-product is larger than the first, the second fraction is larger than the first.

Converting and Reducing Fractions

For any fraction, multiplying the numerator and denominator by the same nonzero number gives an equivalent fraction. We can convert one fraction to an equivalent fraction by using this method.

Example:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$$

Another method of converting one fraction to an equivalent fraction is by dividing the numerator and denominator by a common divisor of the numerator and denominator.

Example:

$$\frac{20}{42} = \frac{20 \div 2}{42 \div 3} = \frac{10}{21}$$

When we divide the numerator and denominator of a fraction by their greatest common factor, the resulting fraction is an equivalent fraction in lowest terms.

Lowest Terms

A fraction is in lowest terms when the greatest common divisor of its numerator and denominator is 1. There are two methods of reducing a fraction to lowest terms.

První křížový součin je součin prvního čitatele a druhého jmenovatele:

$3 \times 42 = 126$

Druhý křížový součin je součin druhého čitatele a prvního jmenovatele:

$18 \times 7 = 126$

Protože jsou křížové součiny shodné, zlomky jsou ekvivalentní: $\frac{3}{7} = \frac{18}{42}$

Příklad:

Zjistěte jestli jsou zlomky $\frac{2}{4}$ a $\frac{13}{20}$ ekvivalentní.

První křížový součin je součin prvního čitatele a druhého jmenovatele:

$2 \times 20 = 40$

Druhý křížový součin je součin druhého čitatele a prvního jmenovatele:

$4 \times 13 = 52$

Protože jsou křížové součiny různé, zlomky nejsou ekvivalentní. Protože je druhý křížový součin větší než první, je druhý zlomek větší než ten první.

Rozšiřování a krácení zlomků

Násobení čitatele a jmenovatele jakéhokoli zlomku stejným nenulovým číslem dává ekvivalentní zlomek. Zlomek můžeme převést na ekvivalentní zlomek použitím této metody.

Příklad:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$$

Další metoda převádění zlomku na zlomek ekvivalentní je dělení čitatele a jmenovatele společným dělitelem čitatele a jmenovatele.

Příklad:

$$\frac{20}{42} = \frac{20 \div 2}{42 \div 3} = \frac{10}{21}$$

Když dělíme čitatele a jmenovatele zlomku jejich největším společným dělitelem, výsledný zlomek je ekvivalentní zlomek v základním tvaru.

Základní tvar

Zlomek je v základním tvaru, když největší společný dělitel jeho čitatele a jmenovatele je 1. Jsou dvě metody redukování zlomku na základní tvar.

Method 1:

Divide the numerator and denominator by their greatest common divisor.

$$\frac{12}{30} = \frac{12 \div 6}{30 \div 6} = \frac{2}{5}$$

Method 2:

Divide the numerator and denominator by any common divisor. Keep dividing until there are no more common divisors.

$$\frac{12}{30} = \frac{12 \div 2}{30 \div 2} = \frac{6}{15} = \frac{6 \div 3}{15 \div 3} = \frac{2}{5}$$

Adding and Subtracting Fractions

If the fractions have the same denominator, their sum is the sum of the numerators over the denominator.

If the fractions have the same denominator, their difference is the difference of the numerators over the denominator. We do not add or subtract the denominators! Clear if necessary.

Examples:

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{9}{2} - \frac{5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

If the fractions have different denominators:

1. First, find the least common denominator.
2. Then write equivalent fractions using this denominator.
3. Add or subtract the fractions. Clear if necessary.

Example:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = ?$$

The least common denominator is 12.

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$$

To add or subtract mixed numbers, simply convert the mixed numbers into improper fractions, then add or subtract them as fractions.

Example:

$$9\frac{1}{2} + 5\frac{3}{4} = ?$$

Converting each number to an improper fraction, we have $9\frac{1}{2} = \frac{19}{2}$ and $5\frac{3}{4} = \frac{23}{4}$

.

Metoda 1:

Dělte čitatele a jmenovatele jejich největším společným dělitelem.

$$\frac{12}{30} = \frac{12 \div 6}{30 \div 6} = \frac{2}{5}$$

Metoda 2:

Dělte čitatele a jmenovatele jakýmkoliv společným dělitelem. Dělení provádějte, dokud nejsou žádní další společní dělitelé.

$$\frac{12}{30} = \frac{12 \div 2}{30 \div 2} = \frac{6}{15} = \frac{6 \div 3}{15 \div 3} = \frac{2}{5}$$

Sčítání a odčítání zlomků

Jestliže mají zlomky stejného jmenovatele, jejich součet je součet čitatelů dělený jmenovatelem.

Jestliže mají zlomky stejného jmenovatele, jejich rozdíl je rozdíl čitatelů dělený jmenovatelem. Nesčítáme a neodečítáme jmenovatele! Zkraťte, pokud je to nutné.

Příklady:

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{9}{2} - \frac{5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Jestliže mají zlomky různé jmenovatele:

1. Nejdříve najděte nejmenší společný jmenovatel.
2. Pak napište ekvivalentní zlomky použitím toho jmenovatele.
3. Sečtěte nebo odečtěte zlomky. Zkraťte, pokud je to nutné.

Příklad:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = ?$$

Nejmenší společný jmenovatel je 12.

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$$

Při sčítání nebo odčítání smíšených čísel jednoduše převeďte smíšená čísla na smíšené zlomky a pak je jako zlomky sečtěte nebo odečtěte.

Příklad:

$$9\frac{1}{2} + 5\frac{3}{4} = ?$$

Převedením každého čísla na smíšený zlomek máme $9\frac{1}{2} = \frac{19}{2}$ a $5\frac{3}{4} = \frac{23}{4}$.

We want to calculate $\frac{19}{2} + \frac{23}{4}$. The LCM of 2 and 4 is 4, so

$$\frac{19}{2} + \frac{23}{4} = \frac{38}{4} + \frac{23}{4} = \frac{61}{4}.$$

Converting back to a mixed number, we have $\frac{61}{4} = 15\frac{1}{4}$.

The strategy of converting numbers into fractions when adding or subtracting is often useful, even in situations where one of the numbers is whole or a fraction.

Example:

$$13 - 1\frac{1}{3} = ?$$

In this situation, we may regard 13 as a mixed number without a fractional part. To convert it into a fraction, we look at the denominator of the fraction $\frac{4}{3}$, which is $1\frac{1}{3}$ expressed as an improper fraction.

The denominator is 3, and $13 = \frac{39}{3}$.

So $13 - 1\frac{1}{3} = \frac{39}{3} - \frac{4}{3} = \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}$.

Multiplying Fractions

When two fractions are multiplied, the result is a fraction with a numerator that is the product of the fractions' numerators and a denominator that is the product of the fractions' denominators.

Example:

$$\frac{4}{7} \times \frac{5}{11} = ?$$

The numerator will be the product of the numerators: 4×5, and the denominator will be the product of the denominators: 7×11.

The answer is $\frac{4 \times 5}{7 \times 11} = \frac{20}{77}$.

Remember that like numbers in the numerator and denominator cancel out.

To multiply a fraction by a whole number, write the whole number as an improper fraction with a denominator of 1, then multiply as fractions.

Example:

$$8 \times \frac{5}{21} = ?$$

Chceme vypočítat $\frac{19}{2} + \frac{23}{4}$. NSN 2 a 4 je 4, tak

$$\frac{19}{2} + \frac{23}{4} = \frac{38}{4} + \frac{23}{4} = \frac{61}{4}.$$

Převedením zpět na smíšené číslo máme $\frac{61}{4} = 15\frac{1}{4}$.

Strategie převádění čísel na zlomky při sčítání nebo odčítání je často užitečná dokonce i v situacích, kde jedno z čísel je celé číslo nebo zlomek.

Příklad:

$$13 - 1\frac{1}{3} = ?$$

V této situaci můžeme považovat 13 za smíšené číslo bez zlomkové části. Pro převedení tohoto do zlomku se podíváme na jmenovatele zlomku $\frac{4}{3}$, který je vyjádřený jako smíšený zlomek $1\frac{1}{3}$.

Jmenovatel je 3 a $13 = \frac{39}{3}$.

Tak $13 - 1\frac{1}{3} = \frac{39}{3} - \frac{4}{3} = \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}$.

Násobení zlomků

Když jsou dva zlomky násobeny, výsledek je zlomek s čitatelem, který je součinem čitatelů zlomků, a jmenovatelem, který je součinem jmenovatelů zlomků.

Příklad:

$$\frac{4}{7} \times \frac{5}{11} = ?$$

Čitatel bude součin čitatelů: 4×5 a jmenovatel bude součin jmenovatelů: 7×11.

Odpověď je $\frac{4 \times 5}{7 \times 11} = \frac{20}{77}$.

Nezapomeňte, že se stejná čísla v čitateli a jmenovateli vykrátí.

Při násobení zlomku celým číslem, napište celé číslo jako smíšený zlomek s jmenovatelem 1, pak je násobte jako zlomky.

Příklad:

$$8 \times \frac{5}{21} = ?$$

We can write the number 8 as $\frac{8}{1}$. Now we multiply the fractions.

$$8 \times \frac{5}{21} = \frac{8}{1} \times \frac{5}{21} = \frac{8 \times 5}{1 \times 21} = \frac{40}{21}$$

The Reciprocal

The reciprocal of a fraction is obtained by switching its numerator and denominator. To find the reciprocal of a mixed number, first convert the mixed number to an improper fraction, then switch the numerator and denominator of the improper fraction.

Notice that when you multiply a fraction and its reciprocal, the product is always 1.

Example:

Find the reciprocal of number $\frac{31}{75}$.

We switch the numerator and denominator to find the reciprocal: $\frac{75}{31}$.

Dividing Fractions

To divide a number by a fraction, multiply the number by the reciprocal of the fraction.

Examples:

$$7 \div \frac{1}{5} = 7 \times \frac{5}{1} = 7 \times 5 = 35$$

$$\frac{1}{5} \div 16 = \frac{1}{5} \div \frac{16}{1} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{16} = \frac{1 \times 1}{5 \times 16} = \frac{1}{80}$$

$$\frac{3}{5} \div \frac{7}{12} = \frac{3}{5} \times \frac{12}{7} = \frac{3 \times 12}{5 \times 7} = \frac{36}{35} = 1\,\frac{1}{35}$$

To divide mixed numbers, you should always convert to improper fractions, then multiply the first number by the reciprocal of the second.

Simplifying Complex Fractions

A complex fraction is a fraction whose numerator or denominator is also a fraction or mixed number.

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}}\,;\ \frac{\frac{3}{7}}{100}\,;\ \frac{11}{\frac{2}{3}}\,;\ \frac{23\,\frac{1}{5}}{\frac{2}{3}}$$ are complex fractions.

To simplify complex fractions, change the complex fraction into a division problem: divide the numerator by the denominator.

Číslo 8 můžeme psát jako $\frac{8}{1}$. Nyní násobíme zlomky.

$$8 \times \frac{5}{21} = \frac{8}{1} \times \frac{5}{21} = \frac{8 \times 5}{1 \times 21} = \frac{40}{21}$$

Převrácená hodnota

Převrácená hodnota zlomku je získána přehozením jeho čitatele a jmenovatele. Při hledání převrácené hodnoty smíšeného čísla, nejdříve předeme smíšené číslo na smíšený zlomek, pak přehodíme čitatele a jmenovatele smíšeného zlomku.

Všimněte si, že když násobíte zlomek a jeho převrácenou hodnotou, výsledek je vždy 1.

Příklad:

Najděte převrácenou hodnotu čísla $\frac{31}{75}$.

Přehodíme čitatele a jmenovatele, abychom našli převrácenou hodnotu: $\frac{75}{31}$.

Dělení zlomků

Při dělení čísla zlomkem násobte číslo převrácenou hodnotou zlomku.

Příklady:

$$7 \div \frac{1}{5} = 7 \times \frac{5}{1} = 7 \times 5 = 35$$

$$\frac{1}{5} \div 16 = \frac{1}{5} \div \frac{16}{1} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{16} = \frac{1 \times 1}{5 \times 16} = \frac{1}{80}$$

$$\frac{3}{5} \div \frac{7}{12} = \frac{3}{5} \times \frac{12}{7} = \frac{3 \times 12}{5 \times 7} = \frac{36}{35} = 1\,\frac{1}{35}$$

Při dělení smíšených čísel byste je měli vždy převést na smíšené zlomky a potom první číslo násobit převrácenou hodnotou toho druhého.

Zjednodušování složených zlomků

Složený zlomek je zlomek, jehož čitatel nebo jmenovatel je také zlomek nebo smíšené číslo.

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}};\ \frac{\frac{3}{7}}{100};\ \frac{11}{\frac{2}{3}};\ \frac{23\,\frac{1}{5}}{\frac{2}{3}}$$ jsou složené zlomky.

Při zjednodušování složených zlomků převeďte složený zlomek na úlohu s dělením: dělte čitatele jmenovatelem.

Example:

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{8}$$

Příklad:

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{8}$$

Vocabulary:

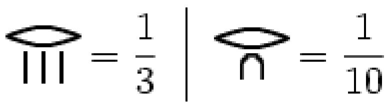
comparing porovnávání, porovnání
complex fraction složený zlomek
converting převádění, konverze
cross-multiplying násobení křížem
cross-product křížový součin
denominator jmenovatel
equivalent ekvivalentní, shodný
fraction zlomek
fraction part zlomková část
fraction bar zlomková čára
general formula obecný vzorec
improper fraction smíšený zlomek
t
mixed number smíšené číslo
nonzero nenulový
numerator čitatel
reducing redukování, zmenšování
simplifying zjednodušování
to cancel krátit, vyškrtnout
to regard dívat se pozorně, mít ohled
to shade vyšrafovat, vystínovat
to simplify zhednodušit, usnadnit
to switch prohodit, vyměnit
whole number part celočíselná čás

Egyptian fraction

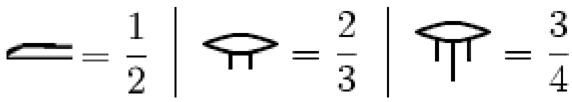
An Egyptian fraction is the sum of distinct unit fractions, such as $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{16}$. That is, each fraction in the sum has a numerator equal to 1 and a denominator that is a positive integer, and all the denominators differ from each other. It can be shown that every positive rational number, a/b, can be written in the form of an Egyptian fraction. This type of sum was used as a serious notation for fractions by the ancient Egyptians, continuing into medieval times. In modern mathematical notation, Egyptian fractions have been replaced by vulgar fractions and decimal notation. However, Egyptian fractions continue to be an object of study in modern number theory and recreational mathematics, as well as in modern historical studies of ancient mathematics.

One of the first known uses of Egyptian fractions comes from the Rhind Mathematical Papyrus. Three older texts are the Egyptian Mathematical Leather Roll, the Moscow Mathematical Text, and the Akhmim Wooden Tablet. The Rhind papyrus was written by Ahmes and other Egyptian scribes and dates from the Second Intermediate Period. It includes a table of Egyptian fraction expansions for rational numbers $\frac{2}{n}$, as well as 84 math problems and Egyptian fraction solutions. The Egyptians left few formal descriptions of the methods, other than scribal notes, used to obtain the solutions on this papyrus. So what little we know about ancient methods for calculating with Egyptian fractions has often based on extrapolation from the patterns observed in one papyrus, and finding a related method in another papyrus.

The Egyptians placed the hieroglyph  (er, "[one] among" or possibly re, mouth) above a number to represent a unit fraction. For example:



They also had special symbols for $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, and $\frac{3}{4}$:



The Egyptians used an alternative notation based on the parts of the Eye of Horus to denote a special set of fractions of the form $\frac{1}{2}k$ (for $k = 1, 2, ..., 6$), that is, dyadic rational numbers. The Horus-Eye fractions were used in conjunction with the other notation for Egyptian fractions to divide a hekat, the primary ancient Egyptian volume measure for grain. They were also used for such grain products as bread and beer. If any remainder was left after using Eye of Horus fractions of a hekat to express a quantity, the remainder was written using the regular Egyptian fraction notation as multiples of a ρ, a unit equal to $\frac{1}{320}$ of a hekat.

RATIO

Ratio

A ratio is a comparison of two numbers. We generally separate the two numbers in the ratio with a colon (:).

For ekamle:

Suppose we want to write the ratio of 8 and 12.

We can write this as 8:12 or as a fraction $\frac{8}{12}$, and we say the ratio is eight to twelve.

Example:

Jeannine has a bag with 3 videocassettes, 4 marbles, 7 books, and 1 orange.

1 What is the ratio of books to marbles?

Expressed as a fraction, with the numerator equal to the first quantity and the denominator equal to the second, the answer would be $\frac{7}{4}$.

Two other ways of writing the ratio are 7 to 4, and 7:4.

2 What is the ratio of videocassettes to the total number of items in the bag?

There are 3 videocassettes, and $3 + 4 + 7 + 1 = 15$ items total.

The answer can be expressed as $\frac{3}{15}$, 3 to 15, or 3:15.

Comparing Ratios

To compare ratios, write them as fractions. The ratios are equal if they are equal when written as fractions.

Example:

Are the ratios 3 to 4 and 6:8 equal?

The ratios are equal if $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$.

These are equal if their cross products are equal; that is, if $3 \times 8 = 4 \times 6$. Since both of these products equal 24, the answer is yes, the ratios are equal.

Remember to be careful! Ratio of 1:7 is not the same as a ratio of 7:1.

Proportion

A proportion is an equation with a ratio on each side. It is a statement that two ratios are equal.

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ is an example of a proportion.

POMĚR

Poměr

Poměr je porovnání dvou čísel. Zpravidla tyto dvě čísla poměru oddělujeme dvojtečkou (:).

Například:

Předpokládejme, že chceme napsat poměr 8 a 12.

Můžeme to napsat jako 8:12 nebo jako zlomek $\frac{8}{12}$ a říkáme, že poměr je osm ku dvanácti.

Příklad:

Jeannine má v tašce 3 videokazety, 4 kuličky, 7 knih a 1 pomeranč.

1 Jaký je poměr knih a kuliček?

Vyjádřeno jako zlomek s čitatelem rovným prvnímu množství a jmenovatelem rovným druhému množství, by byla odpověď $\frac{7}{4}$.

Jiné dva způsoby zapisování poměru jsou 7 ku 4 a 7:4.

2 Jaký je poměr videokazet a celkového počtu položek v tašce?

Videokazety jsou 3 a položek je celkem $3 + 4 + 7 + 1 = 15$.

Odpověď může být vyjádřena jako $\frac{3}{15}$, 3 ku 15 nebo 3:15.

Porovnání poměrů

Při porovnávání poměrů si je napište jako zlomky. Poměry jsou shodné, jestliže jsou shodné jejich zápisy ve zlomkách.

Příklad:

Jsou poměry 3 ku 4 a 6:8 shodné?

Poměry jsou shodné, jestliže $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$.

Ty jsou shodné, jestliže jsou si rovny jejich křížové součiny; to je pokud $3 \times 8 = 4 \times 6$. Protože oba tyto součiny se rovnají 24, odpověď je ano, poměry jsou shodné.

Nezapomeňte být opatrní! Poměr 1:7 není stejný jako poměr 7:1.

Proporce

Proporce je rovnice s poměrem na každé straně. Je to sdělení, že dva poměry jsou shodné.

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ je příklad proporce.

When one of the four numbers in a proportion is unknown, cross products may be used to find the unknown number. This is called solving the proportion. Question marks or letters are frequently used in place of the unknown number.

Example:

Solve for n: $\frac{1}{2} = \frac{n}{4}$.

Using cross products we see that

$2 \times n = 1 \times 4$,

so

$2 \times n = 4$.

Dividing both sides by 2,

$n = 4 \div 2$

so that $n = 2$.

Když je jedno číslo ve vzájemném poměru čtyř čísel neznámé, mohou být použity ke zjištění neznámého čísla křížové součiny. To se nazývá řešení proporce. Místo neznámého čísla jsou často užívané otazníky nebo písmena.

Příklad:

Řešte pro n: $\frac{1}{2} = \frac{n}{4}$.

Použitím křížových součinů vidíme, že

$2 \times n = 1 \times 4$

tak

$2 \times n = 4$.

Dělením obou stran 2

$n = 4 \div 2$

tak, že $n = 2$.

Vocabulary:

colon dvojtečka
comparison, in * with porovnání, ve srovnání s
expressed vyjádřený
frequently často
generally obecně
item položka
marble kulička
proportion proporce
ratio poměr
to express vyjádřit, vyslovit
unknown neznámá

Rate

A rate is a ratio that expresses how long it takes to do something, such as traveling a certain distance. To walk 3 kilometers in one hour is to walk at the rate of 3 km/h. The fraction expressing a rate has units of distance in the numerator and units of time in the denominator.

Problems involving rates typically involve setting two ratios equal to each other and solving for an unknown quantity, that is, solving a proportion.

We compare rates just as we compare ratios, by cross multiplying. When comparing rates, always check to see which units of measurement are being used. For instance, 3 kilometers per hour is very different from 3 meters per hour!

3 kilometers/hour = 3 kilometers/hour × 1000 meters/1 kilometer = 3000 meters/hour

because 1 kilometer equals 1000 meters; we "cancel" the kilometers in converting to the units of meters.

One of the most useful tips in solving any math or science problem is to always write out the units when multiplying, dividing, or converting from one unit to another.

The average rate of speed for a trip is the total distance traveled divided by the total time of the trip.

DECIMAL NUMBERS

Decimal numbers such as 3.762 are used in situations which call for more precision than whole numbers provide.

As with whole numbers, a digit in a decimal number has a value which depends on the place of the digit. The places to the left of the decimal point are ones, tens, hundreds, and so on, just as with whole numbers. This table shows the decimal place value:

Place (bold)	Name of position
1.234567	ones (units) position
1.**2**34567	tenths
1.2**3**4567	hundredths
1.23**4**567	thousandths
1.234**5**67	ten thousandths
1.2345**6**7	hundred thousandths
1.23456**7**	millionths

Example:

In the number 3.762, the 3 is in the ones place, the 7 is in the tenths place, the 6 is in the hundredths place, and the 2 is in the thousandths place.

Adding extra zeros to the right of the last decimal digit does not change the value of the decimal number.

Whole Number Portion

The whole number portion of a decimal number are those digits to the left of the decimal place.

Example:

In the number 23.65, the whole number portion is 23.

Expanded Form of a Decimal Number

The expanded form of a decimal number is the number written as the sum of its whole number and decimal place values.

Example:

3 + 0.7 + 0.06 + 0.002 is the expanded form of the number 3.762.

Converting Decimals to Fractions

Because all the denominators are powers of 10, it is very easy to add these fractions by finding a common denominator. In this example, the common denominator is 1000, and we get

$$2.345 = \frac{2}{1} + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000} = \frac{2000}{1000} + \frac{300}{1000} + \frac{40}{1000} + \frac{5}{1000} = \frac{2345}{1000}.$$

General rule for converting a decimal number to its fraction form is: put all the digits over the denominator that corresponds to the last decimal place value.

DESETINNÁ ČÍSLA

Desetinná čísla jako je 3,762 jsou užívány v situacích, které vyžadují větší přesnost než poskytují celá čísla.

Jako u celých čísel, má číslice v desetinném čísle hodnotu, která závisí na její pozici. Pozice vlevo od desetinné čárky jsou jednotky, desítky, stovky a tak dále právě tak jako u celých čísel. Tato tabulka ukazuje hodnotu desetinného místa.

místo (tučně)	**jméno pozice**
1,234567	jednotky
1,**2**34567	desetiny
1,2**3**4567	setiny
1,23**4**567	tisíciny
1,234**5**67	desetitisíciny
1,2345**6**7	stotisíciny
1,23456**7**	miliontiny

Příklad:

V čísle 3,762 je 3 na místě jednotek, 7 na místě desetin, 6 na místě setin a je 2 na místě tisícin.

Přidávání dodatečných nul vpravo na poslední desetinné místo nemění hodnotu desetinného čísla.

Celočíselná část

Celočíselnou částí desetinného čísla jsou číslice vlevo od desetinného místa.

Příklad:

V čísle 23,65 je celočíselná část 23.

Rozšířený tvar desetinného čísla

Rozšířený tvar desetinného čísla je číslo napsané jako součet jeho celočíselných a desetinných řádů.

Příklad:

3 + 0,7 + 0,06 + 0,002 je rozšířený tvar čísla 3,762.

Převádění desetinných čísel na zlomky

Protože všechny jmenovatelé jsou mocniny 10, je velmi snadné sčítat tyto zlomky pomocí nelezení společného jmenovatele. V tomto příkladě je společný jmenovatel 1000 a my dostaneme

$$2{,}345 = \frac{2}{1} + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000} = \frac{2000}{1000} + \frac{300}{1000} + \frac{40}{1000} + \frac{5}{1000} = \frac{2345}{1000}.$$

Obecné pravidlo pro převádění desetinného čísla na jeho zlomkový tvar je: položíte všechny číslice nad jmenovatel, který odpovídá poslední desetinné hodnotě.

Converting Fractions to Decimals

We know the decimal equivalents for some common fractions without having to think about it: $\frac{1}{2} = 0.5$, $\frac{3}{4} = 0.75$, etc. But how do we arrive at these numbers? Remember that the fraction bar means the same thing as division.

To convert a fraction to a decimal, do the division.

Example:

$$\frac{5}{7} = 5 \div 7 = 0.7142857...$$

Rounding Decimal Numbers

To round a number to any decimal place value, we want to find the number with zeros in all of the lower places. As with whole numbers, we look at the digit to the right of the place we wish to round to.

When the digit 5, 6, 7, 8, or 9 appears in the ones place, round up; when the digit 0, 1, 2, 3, or 4 appears in the ones place, round down.

Examples:

Rounding 1.19 to the nearest tenth gives 1.2 (1.20).

Arithmetic with Decimals

Addition and Subtraction

To add or subtract decimal numbers, you use the familiar column method. Decimal points must be lined up, and you can fill in with zeros if one number has more decimal places than the other.

Example:

$5.46 + 11.2 = ?$

Becomes:

$$\begin{array}{r} 5.46 \\ \underline{11.20} \\ 16.66 \end{array}$$

Multiplication

To multiply two decimal numbers, you can use the column method. The product will have the number of decimal places as the total number of decimal places in the factors.

In the following example, the first factor has 2 decimal places and the second factor has 1 decimal place, so the product must have 3 decimal places.

$$\begin{array}{r} 3.74 \\ \underline{\times\ 2.3} \\ 1122 \\ \underline{+7480} \\ 8.602 \end{array}$$

Převádění zlomku na desetinná čísla

Pro nějaké zlomky známe ekvivalentní desetinná čísla bez přemýšlení: $\frac{1}{2} = 0{,}5$, $\frac{3}{4} = 0{,}75$, atd. Ale jak dospějeme k těmto číslům? Pamatujte si, že zlomková čára znamená totéž jako dělení.

Při převádění zlomku na desetinné číslo proveďte dělení.

Příklad:

$$\frac{5}{7} = 5 \div 7 = 0{,}7142857...$$

Zaokrouhlování desetinných čísel

Při zaokrouhlování čísla na libovolné desetinné místo, potřebujeme najít číslo s nulami ve všech nižších řádech. Jako u celých čísel se díváme na číslici napravo od místa, které chceme zaokrouhlovat.

Když se na místě jednotek objeví číslice 5, 6, 7, 8 nebo 9, zaokrouhlujte nahoru, když se na místě jednotek objeví číslice 0, 1, 2, 3 nebo 4, zaokrouhlujte dolů.

Příklad:

Zaokrouhlení 1,19 na nejbližší desetinu dává 1,2 (1,20).

Počítání s desetinnými čísly

Sčítání a odčítání

Při sčítání nebo odčítání desetinných čísel používáte důvěrně známé počítání pod sebe. Desetinné čárky musí být seřazeny, a jestliže má jedno číslo více desetinných míst než to druhé, můžete doplnit nuly.

Příklad:

$5{,}46 + 11{,}2 = ?$

Je:

$$\begin{array}{r} 5.46 \\ \underline{11.20} \\ 16.66 \end{array}$$

Násobení

Při násobení dvou desetinných čísel můžete použít počítání pod sebe. Výsledek bude mít počet desetinných míst stejný jako je celkový počet desetinných míst v činitelích.

V následujícím příkladě má první činitel 2 desetinná místa a druhý činitel má 1 desetinné místo, proto výsledek musí mít 3 desetinná místa.

$$\begin{array}{r} 3.74 \\ \underline{\times\, 2.3} \\ 1122 \\ \underline{+7480} \\ 8.602 \end{array}$$

Division

You can divide decimal numbers using the technique of long division. It can be made easier by multiplying both the dividend and divisor by ‘10’s to make the divisor a whole number. This will not change the result of the division, because division is the same thing as fractions, and multiplying both the numerator and denominator of a fraction by the same number will not change the value of the fraction.

For example:

$12.24 \div 3.2 = ?$

```
       3.825
32)122.400
     96
     26.4
     25.6
        .80
        .64
        .16
        .16
       0
```

Comparing Decimal Numbers

Symbols are used to show how the size of one number compares to another. These symbols are < (less than), > (greater than), and = (equals). To compare the size of decimal numbers, we compare the whole number portions first. The larger decimal number is the one with the lager whole number portion. If the whole number parts are both equal, we compare the decimal portions of the numbers. The leftmost decimal digit is the most significant digit. Compare the pairs of digits in each decimal place, starting with the most significant digit until you find a pair that is different. The number with the larger digit is the larger number. Note that the number with the most digits is not necessarily the largest.

Example:

Compare 1 and 0.002.

We begin by comparing the whole number parts: in this case 1>0, 0 being the whole number part of 0.002, and so 1>0.002.

Dělení

Dělit čísla můžete s použitím techniky dlouhého dělení. Může to být ulehčeno násobením dělence a dělitele '10' tkami a vytvořit tak celočíselný dělitel. Nezmění to výsledek dělení, protože dělení je to samé jako zlomky a násobení čitatele a jmenovatele zlomku stejným číslem nebude měnit hodnotu zlomku.

Například:

$12{,}24 \div 3{,}2 = ?$

```
      3.825
32)122.400
    96
    ____
    26.4
    25.6
      .80
     .64
    ____
     .16
     .16
    ____
    0
```

Porovnávání desetinných čísel

Pro ukázání velikosti jednoho čísla v porovnání s jiným číslem jsou užívány symboly. Jsou to symboly < (menší než), > (větší než) a = (rovná se). Při porovnávání velikosti desetinných čísel nejprve porovnáme celočíselnou část. Větší desetinné číslo je to s větší celočíselnou částí. Jestliže jsou celočíselné části stejné, srovnáme desetinné části čísel. Levá krajní desetinná číslice je nejvyšší platná číslice. Porovnejte dvojice číslic na každém desetinném místě, začněte u nejvyšší platné číslice až najdete pár, který je různý. Číslo s větší číslicí je větší číslo. Všimněte si, že číslo s více číslicemi není nutně největší.

Příklad:

Porovnejte 1 a 0,002.

Začneme porovnáním celočíselné části: v tomto případu 1 > 0, 0 je celočíselná část 0,002 a tak 1 > 0,002.

Vocabulary:

awkward nešikovný
basically v podstatě
correct správný, přesný
decimal destinný, desetinné číslo
decimal point desetinná tečka (u nás desetinná čárka)
fortunately naštěstí, šťastnou náhodou
general rule obecné pravidlo
hundred thousandths sto tisíciny
hundredths setiny
leftmost levý krajní
low nízký
millionths milióntiny
necessarily nutně
original původní, počáteční
pair pár, dvojice
portion část, podíl
position postavení
precision přesnost
repeating fraction periodiký zlomek
shorthand zkratka
significant významný, podstatný
the simplest form jednodušší forma
ten thousandths deseti tisíciny
tenths desetiny
the closest nejblíže
the nearest nejbližší
thousandths tisíciny
to carry out provést
to compare porovnat, srovnat
to convert přeměnit, změnit
to correspond (with) shodovat se, odpovídat (čemu)
to equal rovnat se, vyrovnat se
to estimate odhadnout na
to fill plnit, zaplnit
to ignore nevšímat si, nevědět
to obtain získat, obdržet
to provide poskytovat
to recall připomenout, vzpomenout
to reduce zmenšit, snížit, redukovat
to rejoin znovu spojit, odpovědět
to round zaokrouhlit
to suggest navrhnout, naznačit
to underline potrhnout
trick trik, způsob

Rounding 5's

Why round fives up? The number 3.5 is *exactly* halfway between 3.0 and 4.0, so it makes just as much sense to round it down as it does to round it up.

Most of the time there is no harm in using the 'always round fives up' rule. This is the rule that the United States Internal Revenue Service advises you to use on your taxes, and who is going to argue with them?

Sometimes, though, it can cause problems. Suppose you are adding a very large number of values that have all been rounded by this rule. The sum that you get will be a little bit bigger than it ought to be. This can be a very serious problem in computer programs. When thousands or even millions of additions are being performed, the accumulated roundoff error can be quite large.

One way of dealing with this problem is the *even-odd rule*. This rule says that:

- If the five is the last significant digit and the round-off digit (the one to the left of the 5) is odd, round up.
- If the five is the last significant digit and the round-off digit is even, don't round up.

Actually, you could reverse *even* and *odd* in this rule. All that matters is that about half the time you will be rounding up on a 5, and half the time down.

The reason it matters that the five is the last significant digit is because if there are any other non-zero digits past the five then you *must* round up, because the part that you are chopping off is more than 50% of the roundoff place-value. For example, suppose you want to round 3.351 to the nearest tenth. The decimal part represents the fraction $\frac{351}{1000}$, which is $\frac{1}{1000}$ closer to $\frac{400}{1000}$ than it is to $\frac{300}{100}$. Therefore you would always round this up to 3.4.

The Value of π

To obtain the value of π to thirty decimal places, count the number of letters in each word and treat each word as a decimal value.

"Sir, I sent a rhyme excelling
In sacred truth and rigid spelling
Numerical sprites elucidate
For me, the lesson's dull weight
If nature gain,
Not you complain
Tho' Dr Johnson fulminate"

After doing this you will find that the value of π (to 30 decimal places)

π = 3.141592653589793237462643383279

METRIC SYSTEM

Decimals in measurement

We use decimals to specify units of measurement when we need more precision about length, volume, mass, or time.

For example:

When specifying the height of a person 1.63 meters tall, to say that person is 1 or 2 meters tall doesn't give us a very good idea of how tall that person really is.

The prefixes for the different units of length, volume, and mass in the metric system obey the following rules:

Prefix	Symbol	Multiply by	Word
tera	T	1,000,000,000,000	trillion
giga	G	1,000,000,000	billion
mega	M	1,000,000	million
kilo	k	1,000	thousand
hecto	h	100	hundred
deca	da	10	ten
deci	d	0.1	tenth
centi	c	0.01	hundredth
milli	m	0.001	thousandth
micro	u	0.000001	millionth
nano	n	0.000000001	billionth
pico	p	0.000000000001	trillionth

Length

The standard unit of length in the metric system is the meter. Other units of length and their equivalents in meters are as follows:

1 millimeter = 0.001 meter

1 centimeter = 0.01 meter

1 decimeter = 0.1 meter

1 kilometer = 1000 meters

We abbreviate these lengths as follows:

1 millimeter = 1 mm

1 centimeter = 1 cm

1 meter = 1 m

1 decimeter = 1 dm

1 kilometer = 1 km

METRICKÁ SOUSTAVA

Desetinná čísla v měření

Desetinná čísla používáme k upřesnění jednotek měření, když potřebujeme větší přesnost vzdálenosti, objemu, hmotnosti nebo času.

Například:

Když uvádíme výšku osoby 1,63 metru, říkat, že osoba je 1 nebo 2 metry vysoká, nám nedá velmi dobrou představu o tom jak je ta osoba doopravdy vysoká.

V metrické soustavě se předpony pro různé jednotky délky, objemu a hmotnosti řídí podle následujících pravidel:

předpona	symbol	násobeno	slovo
tera	T	1.000.000.000.000	trilión
giga	G	1.000.000.000	bilión
mega	M	1.000.000	milión
kilo	k	1.000	tisíc
hecto	h	100	sto
deca	da	10	deset
deci	d	0,1	desetina
centi	c	0,01	setina
mili	m	0,001	tisícina
micro	u	0,000001	milióntina
nano	n	0,000000001	bilióntina
pico	p	0,000000000001	trilióntina

Vzdálenost

V metrické soustavě je standardní jednotkou délky metr. Další jednotky délky a jejich ekvivalenty v metrech jsou následující:

1 milimetr = 0,001 metru

1 centimetr = 0,01 metru

1 decimetr = 0.1 metru

1 kilometr = 1000 metrů

Tyto délky zkracujeme následovně:

1 milimetr = 1 mm

1 centimetr = 1 cm

1 metr = 1 m

1 decimetr = 1 dm

1 kilometr = 1 km

Volume

The standard unit of volume in the metric system is the liter.

One liter is equal to 1000 cubic centimeters in volume.

1 liter = 1000 cm^3

Other units of volume and their equivalents in liters are as follows:

1 milliliter = 0.001 liter

1 centiliter = 0.01 liter

1 deciliter = 0.1 liter

From these units, we see that 1000 milliliters equal 1 liter; so 1 milliliter equals 1 cubic centimeter in volume.

1 mililiter = 1 cm^3

We abbreviate these volumes as follows:

1 milliliter = 1 ml

1 centiliter = 1 cl

1 deciliter = 1 dl

1 liter = 1 l

Mass

The standard unit of mass in the metric system is the gram. Other units of mass and their equivalents in grams are as follows:

1 milligram = 0.001 gram

1 decigram = 0.1 gram

1 kilogram = 1000 grams

We abbreviate these masses as follows:

1 milligram = 1 mg

1 decigram = 1 dg

1 gram = 1 g

1 kilogram = 1 kg

Time

The following conversions are useful when working with time:

1 minute = 60 seconds

1 hour = 60 minutes = 3600 seconds

1 day = 24 hours

1 week = 7 days

1 year = $365\frac{1}{4}$ days (for the Earth to travel once around the sun)

Objem

Standardní jednotkou objemu je v metrické soustavě litr.

Jeden litr se rovná 1000 kubickým centimetrům.

1 litr = 1000 cm^3

Další jednotky objemu a jejich ekvivalenty v litrech jsou následující:

1 mililitr = 0,001 litru

1 centilitr = 0,01 litru

1 decilitr = 0,1 litru

Z těchto jednotek vidíme, že 1000 mililitrů se rovná 1 litr; tak 1 mililitr se rovná 1 kubický centimetr.

1 mililitr = 1 cm^3

Tyto objemy zkracujeme následovně:

1 mililitr = 1 ml

1 centilitr = 1 cl

1 decilitr = 1 dl

1 litry = 1 l

Hmotnost

Standardní jednotkou hmotnosti je v metrické soustavě gram. Další jednotky hmotnosti a jejich ekvivalenty v gramech jsou následující:

1 miligram = 0,001 gramu

1 decigram = 0,1 gramu

1 kilogram = 1000 gramů

Tyto hmotnosti zkracujeme následovně:

1 miligram = 1 mg

1 decigram = 1 dg

1 gram = 1 g

1 kilogram = 1 kg

Čas

Následující převody jsou užitečné při práci s časem:

1 minuta = 60 sekund

1 hodina = 60 minut = 3600 sekund

1 den = 24 hodin

1 týden = 7 dnů

1 rok = $365\frac{1}{4}$ dnů (cesta Země jednou okolo Slunce)

In practice, every three calendar years will have 365 days, and every fourth year is a "leap year", which has 366 days, to make up for the extra quarter day over four years. The years 1992, 1996, 2000, and 2004 are all leap years. This gives us a total of 52 complete 7 day weeks in each calendar year, with 1 day left over (or 2 in a leap year).

The year is divided into 12 months, each of which has 30 or 31 days, except for February, which has 28 days (or 29 days in a leap year).

Temperature

Temperature is expressed in degrees Celsius in the metric system. The boiling point of water (at sea level) is 100°Celsius, or 100°C. The freezing point of water (at sea level) is 0° Celsius. A hot day is about 30° Celsius.

V praxi budou mít každé tři kalendářní roky 365 dnů, každý čtvrtý rok je "přestupný", má 366 dnů a jednou za čtyři roky tak nahradí mimořádnou čtvrtinu dne. Roky 1992, 1996, 2000 a 2004 jsou roky přestupné. To nám dává celkem 52 celých 7denních týdnů v každém kalendářním roce a 1 den zbude (nebo 2 v přestupném roce).

Rok je rozdělen na 12 měsíců, každý z nich má 30 nebo 31 dnů s výjimkou února, který má dnů 28 (nebo 29 v přestupném roce).

Teplota

V metrické soustavě je teplota vyjádřena ve stupních Celsia. Bod varu vody (v úrovni moře) je 100°Celsia nebo 100°C. Bod mrazu vody (v úrovni moře) je 0° Celsia. Teplý den je okolo 30° Celsia.

Vocabulary:

boiling point bod varu
conversion převedení, převod
cubic kubický, krychlový
February únor
freezing point bod mrazu
height výška
in practice v praxi
leap year přestupný rok
length délka, vzdálenost
mass hmotnost
measurement měření
prefix předpona
sea level hladina moře
temperature teplota
time čas
to abbreviate zkrátit, zjednodušit
to specify specifikovat, výslovně uvést,
units jednotka
volume objem

U.S.

Length Measurements

The smaller U.S. standard basic units of length are the inch, foot and yard. A foot is twelve inches and a yard is 3 feet or 36 inches.

Many measurements are made that are less than one inch and for these the U.S. system of measurement uses fractions of an inch ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ etc.).

There are other units for measuring small lengths but they are used only in specialized areas (mils, points, picas etc.).

- foot
- yard=3 feet
- eighth mile = 220 yards = 660 feet
- quarter mile = 440 yards = 1320 feet
- half mile = 880 yards = 2640 feet
- mile = 1760 yards = 5280 feet

There are other length units such as rods, chains, leagues, nautical miles, hands, etc. but they are used only for specialized areas or measurements.

There are a number of approximate conversions between metric and US length units. These include:

- A meter is about the same length as a yard.
- A meter is about three feet long.
- A decimeter is about four inches long.
- An inch is about 25 millimeters.
- A foot contains about 30 centimeters.
- A foot contains about 3 decimeters.

Volume Units

The common measures of volume in the U.S. system of measurements are:

- teaspoons
- tablespoons = 3 teaspoons
- fluid ounces = 2 tablespoons, 6 teaspoons
- cups = 8 fluid ounces, 16 tablespoons
- pints = 2 cups, 16 fluid ounces
- quarts = 2 pints, 4 cups
- gallons = 4 quarts, 8 pints, 16 cups

Temperature

The metric system uses the Celsius scale to measure temperature. However, temperatures are still measured on the Fahrenheit scale in the U.S.

Water freezes at 0^o Celsius and boils at 100^o Celsius which is a difference of 100^o. Water freezes at 32^o Fahrenheit and boils at 212^o Fahrenheit which is a difference of 180^o. Therefore each degree on the Celsius scale is equal to $\frac{180}{100}$ or $\frac{9}{5}$ degrees on the Fahrenheit scale.

PERCENTS

What is a Percent?

A percent is a ratio of a number to 100. A percent can be expressed using the percent symbol %.

Example:

10 percent or 10% are both the same, and stand for the ratio 10:100.

Percents

Percent means "per hundred", so

$$x\% = \frac{x}{100}$$

or x hundredths.

A percent is just a fraction

However, it is a fraction with a denominator of 100, not just any fraction. When we write the percent, we are just writing the numerator of the fraction. The denominator of 100 is expressed by the percent symbol " %." Remembering that the percent symbol means "over one-hundred" can prevent a lot of confusion.

" % " means " /100 "

To convert a percent to a decimal

Divide the percentage by 100 (or move the decimal point two places to the left).

Since $x\% = \frac{x}{100}$, the decimal equivalent is just the percentage divided by 100. But dividing by 100 just causes the decimal point to shift two places to the left:

$$75\% = \frac{75}{100} = 0.75$$

$$325\% = \frac{325}{100} = 3.25$$

To convert a decimal to a percent

Multiply the decimal number by 100 (or move the decimal point two places to the right).

Since $x\% = \frac{x}{100}$, it is also true that $100\ x\% = x$. Recall that the hundredths place is the second place to the right of the decimal, so this is the digit that gives the units digit of the percent. Of course, all this means is that you move the decimal point two places to the right.

PROCENTA

Co je procento?

Procento je poměr čísla ku 100. Procento může být vyjádřeno použitím symbolu procenta %.

Příklad:

10 procent nebo 10% je stejné a je to poměr 10:100.

Procenta

Procento znamená "ku stu", tak

$$x\% = \frac{x}{100}$$

nebo x setin.

Procento je pouze zlomek

Ať tak či onak je to zlomek s jmenovatelem 100, ale není to nějaký zlomek. Když píšeme procento, píšeme právě čitatele zlomku. Jmenovatel 100 je vyjádřen symbolem procenta "%". Pamatujte si, že symbol procenta znamená "nad jedním stem", můžete tak zabránit mnoha záměnám.

" % " znamená " /100 "

Převádění procent na desetinná čísla

Dělte celkové procento 100 (nebo přemístěte desetinnou čárku o dvě místa vlevo).

Protože $x\% = \frac{x}{100}$ je ekvivalentní desetinné číslo, právě celkovému procentu dělenému 100. Ale dělení 100 způsobuje pouze posun desetinné čárky o dvě místa vlevo:

$$75\% = \frac{75}{100} = 0{,}75$$

$$325\% = \frac{325}{100} = 3{,}25$$

Převádění desetinných čísel na procenta

Násobte desetinné číslo 100 (nebo přemístěte desetinnou čárku o dvě místa doprava).

Protože $x\% = \frac{x}{100}$, je také pravda, že $100\, x\% = x$. Vzpomeňte si, že místo setin je druhé místo vpravo od desetinné čárky, tak to je číslice, která udává jednotkovou číslici procenta. Samozřejmě, všechno to znamená, že pohybujete desetinnou čárkou o dvě místa doprava.

Converting between percents and their decimal equivalents is so simple that it is usually best to express all percents in decimal form when you are working percent problems.

To convert a percent to a fraction

Put the percentage over a denominator of 100 and calcel.

Writing a percent as a fraction is very simple if you remember that the percent is the numerator of a fraction with a denominator equal to 100.

Example:

$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$325\% = \frac{325}{100} = \frac{13}{4} = 3\,\frac{1}{4}$$

$$0.2\% = \frac{0.2}{100} = \frac{2}{1000} = \frac{1}{500}$$

In this last example, the first fraction has a decimal in it, which is not a proper way to represent a fraction. To clear the decimal, just multiply both the numerator and the denominator by 10 to produce an equivalent fraction written with whole numbers.

To convert a fraction to a percent

Divide the numerator by the denominator and multiply by 100.

To write a fraction as a percent you need to convert the fraction into hundredths.

For example:

If you saw the fraction $\frac{13}{50}$, you should notice that doubling the numerator and the denominator will produce an equivalent fraction that has a denominator of 100. Then the numerator will be the percent that you are seeking:

$$\frac{13}{50} = \frac{26}{100} = 26\%$$

With other fractions it is not always so easy. It is not at all obvious how to convert a fraction like $\frac{5}{7}$ into something over 100. In this case, the best thing to do is to convert the fraction into its decimal form, and then convert the decimal into a percent. To convert the fraction to a decimal, remember that the fraction bar indicates division:

$$\frac{5}{7} = 5 \div 7 \cong 0.7142857 \cong 71.4\%$$

The "approximately equal to" sign ($\cong$) is used because the decimal parts have been rounded off. It is more conventional to just use the standard equal sign with approximate numbers, even though it is not entirely accurate.

Převádění mezi procenty a jejich ekvivalentními desetinnými čísly je tak jednoduché, že je obvykle lepší, když počítáte příklady s procenty, vyjádřit všechna procenta ve tvaru desetinného čísla.

Převádění procent na zlomky

Dejte celkové procento nad jmenovatele 100 a zkraťte.

Zapsání procenta jako zlomku je velmi jednoduché, jestliže si pamatujete, že procento je čitatel zlomku s jmenovatelem 100.

Příklad:

$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$325\% = \frac{325}{100} = \frac{13}{4} = 3\,\frac{1}{4}$$

$$0{,}2\% = \frac{0{,}2}{100} = \frac{2}{1000} = \frac{1}{500}$$

V posledním příkladě je ve zlomku desetinné číslo a to není ten pravý způsob zápisu zlomku. Při odstranění desetinného čísla stačí jen čitatele a jmenovatele roznásobit 10, abychom dostali ekvivalentní zlomek zapsaný z celých čísel.

Převádění zlomku na procento

Dělte čitatele jmenovatelem a vynásobte 100.

K zápisu zlomku jako procenta potřebujete převést zlomek na setiny.

Například:

Když vidíte zlomek $\frac{13}{50}$, měli byste si všimnout si, že zdvojnásobením čitatele a jmenovatele vznikne ekvivalentní zlomek, který má jmenovatel 100. Potom čitatel bude procento, které hledáte:

$$\frac{13}{50} = \frac{26}{100} = 26\%$$

S jinými zlomky, to není vždy tak snadné. Není vůbec zřejmé jak převést zlomek jako $\frac{5}{7}$ na něco nad 100. V tomto případě je nejlepší převést zlomek na jeho desetinnou formu a pak převést desetinné číslo na procento. Při převádění zlomku na desetinné číslo si pamatujte, že zlomková čára naznačuje dělení:

$$\frac{5}{7} = 5 \div 7 \cong 0{,}7142857 \cong 71{,}4\%$$

Znaménko "přibližně rovno jako" ($\cong$) se používá, protože desetinná část byla zaokrouhlena. Použití standardního znaménka rovná se je pohodlnější i s přibližnými čísly, dokonce i když to není úplně přesné.

Working percent problems

In percent problems, just as in fraction problems, the word "of" implies multiplication:

"x percent of a number" means "x% times a number"

Example:

What is 12% of 345?

12% is $\frac{12}{100}$, which we can express in decimal form as 0.12. 12% of 345 means 12% times 345, or

$$\frac{12}{100} \times 345 = 0.12 \times 345 = 41.4.$$

We solve a problem like this by translating the question into mathematical symbols, using x to stand for the unknown "what" and that the "of" means "times":

What is 12% of 345?

$$x = (0.12) \times (345)$$

Example:

What percent of 2342 is 319?

Once again we translate this into mathematical symbols:

What percent of 2342 is 319?

$$x\% \times (2342) = 319$$

Solving this equation involves a little bit of algebra. To isolate the x% on one side of the equation we must divide both sides by 2342:

$$x\% = \frac{319}{2342}$$

The calculator tells use that

$$x\% = 0.1362$$

Now the right-hand side of this equation is the decimal equivalent that is equal to x%, which means that $x = 13.62$, or

319 is 13.62% of 2342.

If that last step confused you, remember that the percent symbol means "over 100", so the equation

$$x\% = 0.1362$$

really says

$$\frac{x}{100} = 0.1362$$

Počítání úloh s procenty

V úlohách s procenty tak jako v úlohách se zlomky slovo "z" naznačuje násobení:

"x procent z čísla" znamená "x% krát číslo"

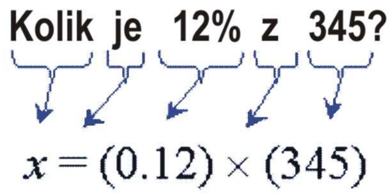
Příklad:

Kolik je 12% z 345?

12% je $\frac{12}{100}$, to může být vyjádřeno jako desetinné číslo 0,12. 12% z 345 znamená 12% krát 345, nebo

$$\frac{12}{100} \times 345 = 0{,}12 \times 345 = 41{,}4$$

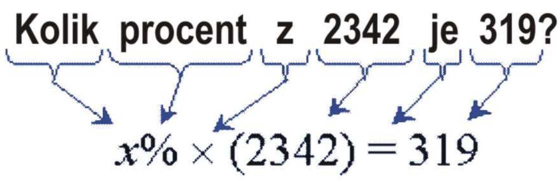
Úlohu řešíme přeložením otázky do matematických symbolů, použitím x pro neznámou "kolik" a "z" znamená "krát":



Příklad:

Kolik procent z 2342 je 319?

Opět to přeložíme do matematických symbolů:



Řešení této rovnice zahrnuje trochu algebry. Pro izolaci x% na jednu stranu rovnice musíme dělit obě strany 2342:

$$x\% = \frac{319}{2342}$$

Kalkulačka prozradí, že

$$x\% = 0{,}1362$$

Nyní pravá strana této rovnice je ekvivalentní desetinné číslo, které se rovná x% a to znamená, že $x = 13{,}62$, nebo

319 je 13,62% z 2342

Jestliže vás poslední krok zmátl, pamatujte si, že symbol procenta znamená "nad 100", takže rovnice

$$x\% = 0{,}1362$$

ve skutečnosti říká

$$\frac{x}{100} = 0{,}1362$$

or

$x = 100 \times 0.1362$

$x = 13.62$.

Example:

2.4 is what percent of 19.7?

Translating into math symbols:

$$\text{2.4 is what percent of 19.7?}$$

$$2.4 = x\% \times (19.7)$$

Solving for x:

$$2.4 = x\% \times 19.7$$

$$\frac{2.4}{19.7} = x\%$$

$$x\% = 0.1218$$

$$x = 12.18$$

So we can say that 2.4 is 12% of 19.7 (rounding to 2 significant figures).

Example:

46 is 3.2% of what?

Translating into math symbols:

$$\text{46 is 3.2\% of what?}$$

$$46 = 3.2\% \times (x)$$

Solving for x:

$$46 = 3.2\% \times x$$

$$46 = 0.032x$$

$$\frac{46}{0.032} = x$$

$$x = 1437.5$$

Therefore, we can say that 46 is 3.2% of 1400 (rounding to 2 significant figures). Notice that in the second step the percentage (3.2%) is converted into its decimal form (0.032).

nebo

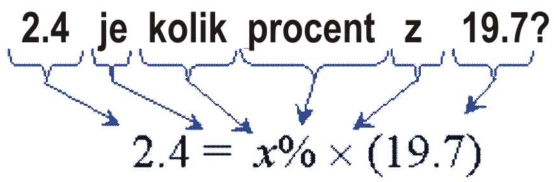
$x = 100 \times 0{,}1362$

$x = 13{,}62$

Příklad:

2,4 je kolik procent z 19,7?

Přeloženo do matematických symbolů:



Řešení pro x:

$2{,}4 = x\% \times 19{,}7$

$\frac{2{,}4}{19{,}7} = x\%$

$x\% = 0{,}1218$

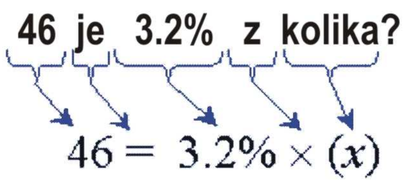
$x = 12{,}18$

Tak můžeme říci, že 2,4 je 12% z 19,7 (zaokrouhlením na 2 platné číslice).

Příklad:

46 je 3,2% z kolika?

Přeloženo do matematických symbolů:



Řešení pro x:

$46 = 3{,}2\% \times x$

$46 = 0{,}032x$

$\frac{46}{0{,}032} = x$

$x = 1437{,}5$

Proto, můžeme říci, že 46 je 3,2% z 1400 (zaokrouhlením na 2 platné číslice). Všimněte si, že ve druhém kroku je procento (3,2%) převedeno na desetinný tvar (0,032).

Vocabulary:

acceptable range přijatelný rozsah
accidentally náhodně, nešťastné důsledky
accurate přesný
approximately (to) přibližně
conventional tradiční, obecný
direction směr, vedení
entirely úplně, celkově
error chyba
estimating odhadování
exact přesný, určitý
obvious zřejmý
percent procento
percentage celkové procento
proper (to) řádný, správný, hodící se
rounded zaokrouhlený
simple jednoduchý, prostý
to shift sunout odstranit, řadit

Interest, Simple Interest, Compound Interest

Interest is a fee paid to borrow money. It is usually charged as a percent of the total amount borrowed. The percent charged is called the interest rate. The amount of money borrowed is called the principal. There are two types of interest, simple interest and compound interest.

Example:

> A bank charges 7% interest on a $1000 loan. It will cost the borrower 7% of $1000, which is $70, for each year the money is borrowed. Note that when the loan is up, the borrower must pay back the original $1000.

Simple interest is interest figured on the principal only, for the duration of the loan. Figure the interest on the loan for one year, and multiply this amount by the number of years the money is borrowed for.

Example:

> A bank charges 8% simple interest on a $600 loan, which is to be paid back in two years. It will cost the borrower 8% of $600, which is $48, for each year the money is borrowed. Since it is borrowed for two years, the total charge for borrowing the money will be $96. After the two years the borrower will still have to pay back the original $600.

Compound interest is interest figured on the principal and any interest owed from previous years. The interest charged the first year is just the interest rate times the amount of the loan. The interest charged the second year is the interest rate, times the sum of the loan and the interest from the first year. The interest charged the third year is the interest rate, times the sum of the loan and the first two years' interest amounts. Continue figuring the interest in this way for any additional years of the loan.

Example:

> A bank charges 8% compound interest on a $600 loan, which is to be paid back in two years. It will cost the borrower 8% of $600 the first year, which is $48. The second year, it will cost 8% of $600 + $48 = $648, which is $51.84. The total amount of interest owed after the two years is $48 + $51.84 = $99.84. Note that this is more than the $96 that would be owed if the bank was charging simple interest.

Percent increase, decrease and Discount

Percent increase and decrease of a value measure how that value changes, as a percentage of its original value.

Example:

> A collectors' comic book is worth $120 in 1994, and in 1995 its value is $132. The change is $132 - $120 = $12, an increase in price of $12; since $12 is 10% of $120, we say its value increased by 10% from 1994 to 1995.

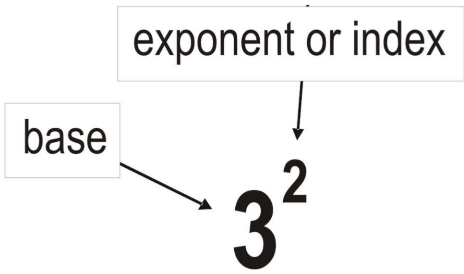
A discount is a decrease in price, so percent discount is the percent decrease in price.

Example:

> Chocolate bars normally cost 80 cents each, but are on sale for 40 cents each, which is 50% of 80, so the chocolate is on sale at a 50% discount.

POWERS AND ROOTS

Exponents (Powers of 2, 3, 4, ...)



Exponential notation is useful in situations where the same number is multiplied repeatedly.

The number being multiplied is called the base, and the exponent tells how many times the base is multiplied by itself.

Example:

$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^6$

The base in this example is 4, the exponent is 6.

We refer to this as four to the sixth power, or four to the power of six.

We define positive integer powers by

$$x^n = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \; . \; . \; . \cdot x_n \quad (n \text{ factors of } x).$$

Properties

The above definition can be extended by other powers (i.e. other than positive integers) to behave like the positive integer powers.

For example, we know that

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$

for positive integer powers, because we can write out the multiplication.

Example:

$$x^2 x^5 = (x \cdot x)(x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x) = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^7$$

We now require that this rule hold even if n and m are not positive integers, although this means that we can no longer write out the multiplication.

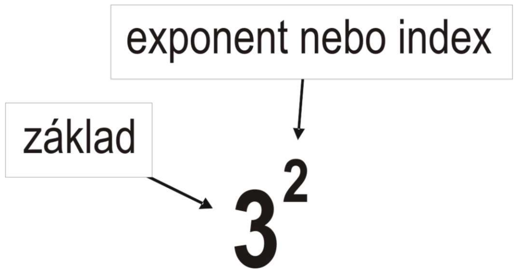
We can find several new properties of exponents by similarly considering the rule for dividing powers:

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

We will assume that $x \neq 0$. This rule is quite reasonable when m and n are positive integers and $m > n$.

MOCNINY A ODMOCNINY

Exponenty (Mocniny 2, 3, 4, ...)



Exponenciální zápis je užitečný v situacích, když je stejné číslo opakovaně násobeno.

Číslo, které je násobené, se nazývá základ a exponent prozradí, kolikrát je základ násoben sám sebou.

Příklad:

$$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^6$$

V tomto příkladu je 4 základ, 6 je exponent.

Čteme to jako čtyři na šestou nebo čtvrtá mocnina šesti.

Kladné celočíselné mocniny definujeme jako

$$x^n = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \ . \ . \ . \ . \cdot x_n \ (n \text{ čitatelů } x)$$

Vlastnosti

Předcházející definice může být rozšířena pro jiné mocniny (tj. pro jiná než kladná celá čísla), které se chovají jako kladné celočíselné mocniny.

Například víme že

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$

pro kladné celočíselné mocniny, protože to můžeme napsat jako násobení.

Příklad:

$$x^2 x^5 = (x \cdot x)(x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x) = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^7$$

Nyní požadujeme, aby toto pravidlo platilo, jestliže n a m nejsou kladná celá čísla, ačkoli to znamená, že nemůžeme vypsat násobení.

Některé nové vlastnosti exponentů můžeme najít, když budeme podobně uvažovat pravidlo pro dělení mocnin:

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

Budeme předpokládat, že $x \neq 0$. Toto pravidlo je docela užitečné, když m a n jsou kladná celá čísla a $m > n$.

Example:

$$\frac{x^5}{x^2} = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}{x \cdot x} = \frac{x \cdot x \cdot x}{1} = x^3$$

where indeed 5 – 2 = 3.

However, in other cases it leads to situation where we have to define new properties for exponents. First, suppose that $m < n$. We can simplify it by canceling like divisors as before:

$$\frac{x^2}{x^5} = \frac{x \cdot x}{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x} = \frac{1}{x \cdot x \cdot x} = \frac{1}{x^3}$$

But following our rule would give

$$\frac{x^2}{x^5} = x^{2-5} = x^{-3}$$

In order for these two results to be consistent, it must be true that

$$\frac{1}{x^3} = x^{-3}$$

or, in general,

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

Notice that a minus sign in the exponent does not make the result negative- instead, it makes it the reciprocal of the result with the positive exponent.

Now suppose that $n = m$. The fraction becomes

$$\frac{x^n}{x^n}$$

which is obviously equal to 1. But our rule gives

$$\frac{x^n}{x^n} = x^{n-n} = x^0$$

Again, in order to remain consistent we have to say that these two results are equal, and so we define

$$x^0 = 1$$

for all values of x (except $x = 0$, because 0^0 is undefined).

Příklad:

$$\frac{x^5}{x^2} = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}{x \cdot x} = \frac{x \cdot x \cdot x}{1} = x^3$$

kde vskutku 5 - 2 = 3.

Avšak v jiných případech to vede k situaci, kde musíme definovat pro exponenty nové vlastnosti. Nejdříve předpokládejme, že $m < n$. Můžeme to zjednodušit zkrácením stejných dělitelů tak jako předtím:

$$\frac{x^2}{x^5} = \frac{x \cdot x}{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x} = \frac{1}{x \cdot x \cdot x} = \frac{1}{x^3}$$

Ale naše následující pravidlo by dalo

$$\frac{x^2}{x^5} = x^{2-5} = x^{-3}$$

Aby se tyto dva výsledky shodovaly, musí platit, že

$$\frac{1}{x^3} = x^{-3}$$

nebo obecně

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

Všimněte si, že znaménko mínus v exponentu neznamená záporný výsledek – místo toho převrátí hodnotu výsledku s kladným exponentem.

Nyní předpokládejte, že $n = m$. Zlomek je

$$\frac{x^n}{x^n}$$

to je očividně rovno 1. Ale naše pravidlo dává

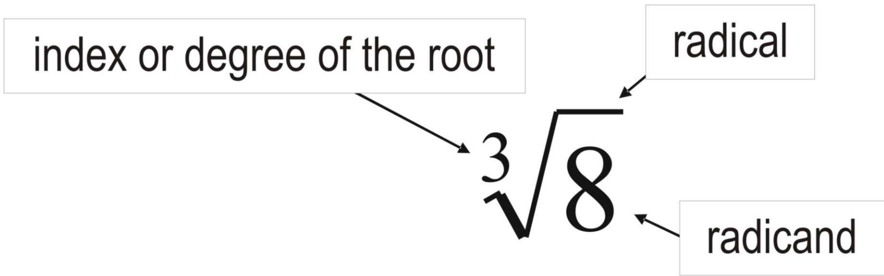
$$\frac{x^n}{x^n} = x^{n-n} = x^0$$

Opět, aby zůstali shodné, musíme říct, že tyto dva výsledky se rovnají a tak definujeme

$$x^0 = 1$$

pro všechny hodnoty x (kromě $x = 0$, protože 0^0 není definováno).

Roots



Roots are the inverse of exponents. The common example is the square root, which "undoes" the act of squaring.

For example:

Take 3 and square it to get 9. Now take the square root of 9 and get 3 again. It is also possible to have roots related to powers other than the square. The cube root, for example, is the inverse of raising to the power of 3. The cube root of 8 is 2 because $2^3 = 8$.

$\sqrt[n]{x} = y$ if and only if $y^n = x$.

$\sqrt[3]{64} = 4$ because $4^3 = 64$.

It is understood that if no index is shown, then the index is 2.

$\sqrt{x} = y$ if and only if $y^2 = x$.

$\sqrt{16} = 4$ because $4^2 = 16$.

Square Roots

The square root is the inverse function of squaring.

Every positive number has two square roots, one positive and one negative.

Example:

2 is a square root of 4 because $2 \times 2 = 4$, but –2 is also a square root of 4 because $(-2) \times (-2) = 4$.

Properties

$\left(\sqrt{x}\right)^2 = x$ for all non-negative numbers *x*.

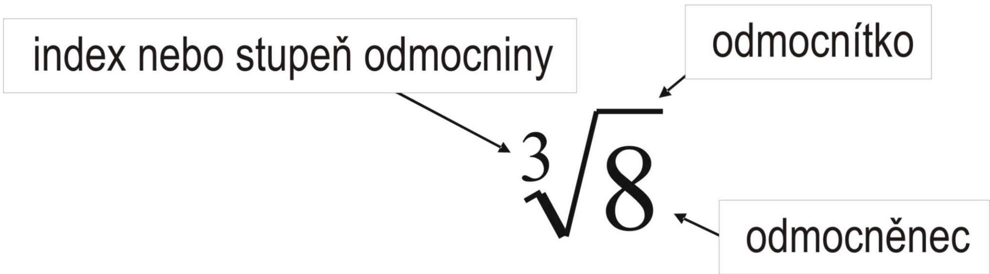
$\sqrt{x^2} = x$ for all non-negative numbers *x*.

If *x* happens to be negative, then squaring it will produce a positive number, which will have a positive square root, so

$\sqrt{x^2} = |x|$ for all real numbers *x*.

You don't need the absolute value sign if you already know that *x* is positive.

Odmocniny



Odmocniny jsou inverzní k exponentům. Běžný příklad je druhá odmocnina, která "zruší" umocnění na druhou.

Například:

Vezměte 3 a umocněním dostanete 9. Nyní vezměte druhou odmocninu z 9 a dostanete znovu 3. Také je možné mít odmocniny, které souvisí s jinými než druhými mocninami. Například třetí odmocnina je inverzní k 3 mocnině. Třetí odmocnina z 8 je 2, protože $2^3 = 8$.

$\sqrt[n]{x} = y$ právě tehdy, když $y^n = x$.

$\sqrt[3]{64} = 4$, protože $4^3 = 64$.

Jestliže není uveden žádný index, je to chápáno tak, že je index 2.

$\sqrt{x} = y$ právě tehdy, když $y^2 = x$.

$\sqrt{16} = 4$, protože $4^2 = 16$.

Druhé odmocniny

Druhá odmocnina je inverzní funkce k funkci druhé mocniny.

Každé kladné číslo má dvě druhé odmocniny, jednu kladnou a jednu zápornou.

Příklad:

2 je druhá odmocnina ze 4, protože $2 \times 2 = 4$, ale -2 je také druhá odmocnina z 4, protože $(-2) \times (-2) = 4$.

Vlastnosti

$\left(\sqrt{x}\right)^2 = x$ pro všechna nezáporná čísla *x*.

$\sqrt{x^2} = x$ pro všechna nezáporná čísla *x*.

Jestliže je náhodou *x* záporné, pak umocněním na druhou vytvoříme číslo kladné, které bude mít kladnou druhou odmocninu, tak

$\sqrt{x^2} = |x|$ pro všechna reálná čísla *x*.

Znaménko absolutní hodnoty nepotřebujete, pokud víte, že je *x* kladné.

Do not attempt to do something like the distributive law with radicals:

$$\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a^2 + b^2} \neq a + b$$

This is a violation of the order of operations. The radical operates on the result of everything inside of it, not individual terms. Try it with numbers to see:

$$\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

But if we (incorrectly) do the square roots first, we get

$$\sqrt{9 + 16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$$

Perfect Squares

Some numbers are perfect squares, that is, their square roots are integers:

0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, etc.

It turns out that all other whole numbers have irrational square roots:

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}$, etc. are all irrational numbers.

The square root of an integer is either perfect or irrational.

Simplifying Radical Expressions

$\sqrt{x^2} = |x|$ for all real numbers.

$\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$ if both x and y are non-negative, and

$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ if both x and y are non-negative, and y is not zero.

Never cancel something inside a radical with something outside of it:

$$\frac{\sqrt{3x}}{3} \neq \sqrt{x}$$

The general plan for reducing the radicand is to remove any perfect powers.

In the following examples we will assume that x is positive.

Example:

$$\sqrt{16x} = \sqrt{16}\sqrt{x} = 4\sqrt{x}$$

In this case the 16 was recognized as a perfect square and removed from the radical, causing it to become its square root, 4.

Example:

$$\sqrt{x^3} = \sqrt{x^2 x} = \sqrt{x^2}\sqrt{x} = x\sqrt{x}$$

Although x^3 is not a perfect square, it has a factor of x^2, which is the square of x.

The basic idea is to factor out anything that is “square-root able” and then go ahead and square root it.

Nepokoušejte se u odmocnin používat něco jako distributivní zákon:

$$\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a^2 + b^2} \neq a + b$$

To je porušení pořadí operací. Odmocnina platí pro všechno, co je pod ní, ne pro každý člen zvlášť. Zkuste to s čísly a uvidíte:

$$\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

Ale pokud nejdříve (nesprávně) odmocníme, dostaneme

$$\sqrt{9 + 16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$$

Dokonalé čtverce

Některá čísla jsou dokonalé čtverce, protože jejich druhé odmocniny jsou celá čísla:

0, 1, 4, 9, 16, 25, 36 atd.

Ukazuje se, že všechna ostatní celá čísla mají iracionální druhé odmocniny:

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}$ atd. jsou všechno iracionální čísla.

Druhá odmocnina z celého čísla je buď dokonalé nebo iracionální číslo.

Zjednodušování výrazů s odmocninou

$\sqrt{x^2} = |x|$ pro všechna reálná čísla.

$\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$ jestliže x a y jsou nezáporná a

$\sqrt{\dfrac{x}{y}} = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ jestli x a y jsou nezáporná a y není nula

Nikdy nekraťte něco uvnitř odmocniny s něčím vně:

$$\frac{\sqrt{3x}}{3} \neq \sqrt{x}$$

Obecný postup při redukování výrazu pod odmocninou je odstranit všechny dokonalé mocniny.

V následující příkladech budeme předpokládat, že x je kladné.

Příklad:

$$\sqrt{16x} = \sqrt{16}\sqrt{x} = 4\sqrt{x}$$

V tomto případě jsme našli 16 jako dokonalý čtverec a odstranili ji z pod odmocniny, to způsobilo, že se stala druhou odmocninou 4.

Příklad:

$$\sqrt{x^3} = \sqrt{x^2 x} = \sqrt{x^2}\sqrt{x} = x\sqrt{x}$$

Ačkoli x^3 není dokonalý čtverec, má činitele x^2, což je druhá mocnina x.

Základní myšlenka je, rozložit cokoli, co je "odmocnitelná druhá mocnina" a pak pokračovat a odmocnit to.

Vocabulary:

base základ
canceling zrušení, krácení
causing způsobení, způsobující
consistent shodný, souhlasný
convention dohoda, úmluva
cube root třetí odmocnina
distributive law distributivní zákon
exponent exponent, mocnitel
exponential exponenciální
extended rozšířený
incorrectly nesprávně, chybně
indeed vskutku, skutečně
index index
inside uvnitř, vnitřek
perfect power dokonalá mocnina
perfect square dokonalý čtverec
power mocnina
property vlastnost
provided za předpokladu, hodící se
radical radikální
reasonable racionální, rozumný
recognized rozpoznaný
repeatedly opět a opět, opětovně
requiring vyžadující
root odmocnina
root able odmocnitelný
situation situace
square čtverec
square root druhá odmocnina
squaring umocnění na druhou
superfluous nadbytečný
to assume předpokládat, domnívat se
to cause způsobit, být příčinnou
to look for hledat
to mention zmínit se
to recorgnize poznat, uznat
to refer odkázat, odvolávat se
to remain zůstat, zbýt
to require žádat, požadovat
to suppose předpokládat, připustit
violation porušení
wrong špatný, nesprávný

Exponential growth

The law of exponential growth can be written in different but mathematically equivalent forms, by using a different base. The most common forms are the following:

$$x(t) = x_0 e^{kt} = x_0 e^{t/T} = x_0 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t,$$

where as in the example above x^0 expresses the initial quantity(i.e. $x(t)$ for $t = 0$).

The quantity k is called the growth constant; the quantity r is known as the growth rate; τ is the e-folding time; and T is the doubling time. Indicating one of these four equivalent quantities automatically permits calculating the three others, which are connected by the following equation (which can be derived by taking the natural logarithm of the above):

$$k = \frac{1}{\tau} = \frac{\ln 2}{T} = \ln\left(1 + \frac{r}{100}\right).$$

Examples of exponential growth

- *Biology.*

Microorganisms in a culture dish will grow exponentially, at first, after the first microorganism appears (but then logistically until the available food is exhausted, when growth stops).

A virus (SARS, West Nile, smallpox) of sufficient infectivity ($k > 0$) will spread exponentially at first, if no artificial immunization is available. Each infected person can infect multiple new people.

Human population, if the number of births and deaths per person per year were to remain at current levels (but also see logistic growth).

- *Physics*

Avalanche breakdown within a dielectric material. A free electron becomes sufficiently accelerated by an externally applied electrical field that it frees up additional electrons as it collides with atoms or molecules of the dielectric media. These secondary electrons also are accelerated, creating larger numbers of free electrons. The resulting exponential growth of electrons and ions may rapidly lead to complete dielectric breakdown of the material.

Nuclear chain reaction (the concept behind nuclear weapons). Each uranium nucleus that undergoes fission produces multiple neutrons, each of which can be absorbed by adjacent uranium atoms, causing them to fission in turn. If the probability of neutron absorption exceeds the probability of neutron escape (a function of the shape and mass of the uranium), $k > 0$ and so the production rate of neutrons and induced uranium fissions increases exponentially, in an uncontrolled reaction.

ALGEBRAIC EXPRESSIONS

Variables

A variable is a symbol which represents an unknown or generic real number. Often we use a letter from the end of the alphabet: x, y, z or a letter that stands for a physical quantity: d for distance, t for time, etc.

Constants

Constants are fixed values, like 2 or 7.

It can also be represented by letters: a, b, c, π, e, k

Expressions

An expression is a mathematical statement that may use numbers, variables, or both.

The following are examples of expressions:

x

$3 + 7$

$2 \times y + 5$

Example:

Roland weighs 70 kilograms, and Mark weighs k kilograms. Write an expression for their combined weight.

The combined weight in kilograms of these two people is the sum of their weights, which is $70 + k$.

To evaluate an expression at some number means we replace a variable in an expression with the number, and simplify the expression.

Terms

Terms are separated by + or –

$$2x^2 - 3x + 4$$

3 Terms

Factors

Factors are multiplied together.

Coefficients

Coefficients are constant factors that multiply a variable or powers of a variable

The middle term has 2 factors: –3 and x. We say that the coefficient of x is –3.

ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

Proměnné

Proměnná je symbol, který reprezentuje neznámou nebo obecné reálné číslo. Často užíváme písmeno z konce abecedy: x, y, z nebo písmeno, které nahrazuje fyzikální veličiny: d pro vzdálenost, t pro čas, atd.

Konstanty

Konstanty jsou pevné hodnoty jako 2 nebo 7.

Mohou být také reprezentovány písmeny: a, b, c, π, e, k

Výrazy

Výraz je matematické tvrzení, které může užívat čísla, proměnné nebo obojí.

Toto jsou ukázky výrazů:

x

$3 + 7$

$2 \times y + 5$

Příklad:

Roland váží 70 kilogramů a Mark váží k kilogramů. Napište výraz pro jejich celkovou hmotnost.

Celková hmotnost v kilogramech těchto dvou lidí je součet jejich hmotností, což je $70 + k$.

Vypočítat hodnotu výrazu pro nějaké číslo znamená, že nahradíme proměnnou ve výrazu číslem a výraz zjednodušíme.

Členy

Členy jsou oddělené + nebo –.

$$2x^2 - 3x + 4$$

3 členy

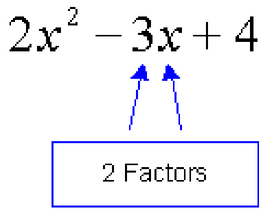
Činitelé

Činitelé jsou mezi sebou násobeny.

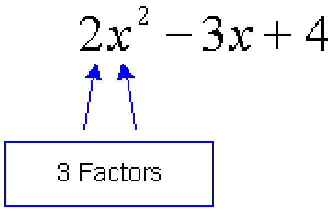
Koeficienty

Koeficienty jsou konstantní činitelé, které násobí proměnné nebo mocniny proměnných.

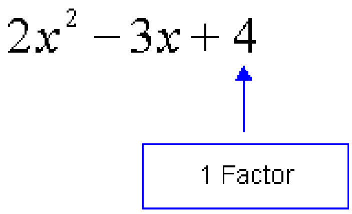
Prostřední člen má 2 činitele: -3 a x. Říkáme, že koeficient x je -3.



The first term has three factors: 2 and two factors of x. We say that 2 is the coefficient of x^2.



The last term is a factor all by itself (although the number 4 could be factored into 2×2).



Simplifying Algebraic Expressions

By "simplifying" an algebraic expression, we mean writing it in the most compact or efficient manner, without changing the value of the expression. This mainly involves collecting like terms, which means that we add together anything that can be added together. The rule here is that only like terms can be added together.

Like (or similar) terms

Like terms are those terms which contain the same powers of same variables. They can have different coefficients, but that is the only difference.

$3x$, x, and $-2x$ are like terms.

xy^2 and x^2y are not like terms, because the same variable is not raised to the same power.

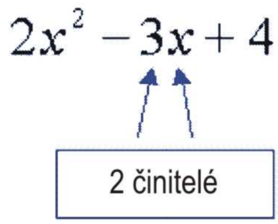
Combining Like terms

Combining like terms is permitted because of the distributive law.

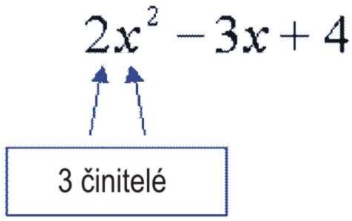
For example,

$$3x^2 + 5x^2 = (3 + 5)x^2 = 8x^2$$

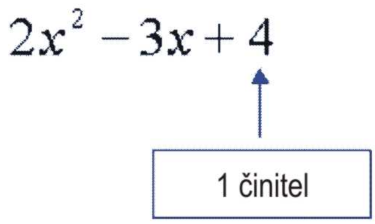
What happened here is that the distributive law was used in reverse.



První člen má tři činitele: 2 a dva činitele x. Říkáme, že 2 je koeficient x^2.



Poslední člen je činitel pouze sám se sebou (ačkoli číslo 4 může být rozloženo na 2×2).



Zjednodušování algebraických výrazů

"Zjednodušováním" algebraického výrazu míníme psaní v nejkompaktnějších nebo úsporné formě aniž změníme hodnotu výrazu. To zahrnuje hlavně vybírání stejných členů, což znamená, že spolu sčítáme to, co sečteno být může. Pravidlo je zde takové, že mohou být sečteny pouze stejné členy.

Stejné (nebo podobné) členy

Shodné členy jsou ty členy, které obsahují stejné mocniny stejných proměnných. Mohou mít různé koeficienty, ale to je jediný rozdíl.

$3x$, x, a $-2x$ jsou stejné členy.

xy^2 a $x^2 y$ nejsou stejné členy, protože stejná proměnná nemá stejnou mocninu.

Slučování stejných členů

Slučování stejných členů je dovoleno díky distributivnímu zákonu.

Například

$$3x^2 + 5x^2 = (3 + 5)x^2 = 8x^2$$

To co se zde stalo je, že byl distributivní zákon použit obráceně.

Parentheses

Parentheses must be multiplied out before collecting like terms.

You cannot combine things in parentheses with things outside the parentheses. Think of parentheses as opaque- the stuff inside the parentheses can't "see" the stuff outside the parentheses. If there is some factor multiplying the parentheses, then the only way to get rid of the parentheses is to multiply using the distributive law.

Example:

$$3x + 2(x - 4) = 3x + 2x - 8 = 5x - 8$$

Subtraction and Negatives

Subtraction can be replaced by adding the opposite

$$3x - 2 = 3x + (-2)$$

Negative signs in front of parentheses

A special case is when a minus sign appears in front of parentheses. At first glance, it looks as though there is no factor multiplying the parentheses, and you may be tempted to just remove the parentheses. What you need to remember is that the minus sign indicating subtraction should always be thought of as adding the opposite. This means that you want to add the opposite of the entire thing inside the parentheses, and so you have to change the sign of each term in the parentheses. Another way of looking at it is to imagine an implied factor of one in front of the parentheses. Then the minus sign makes that factor into a negative one, which can be multiplied by the distributive law:

$$3x - (2 - x) = 3x + (-1)[2 + (-x)]$$
$$= 3x + (-1)(2) + (-1)(-x) = 3x - 2 + x$$
$$= 4x - 2$$

If there is only a plus sign in front of the parentheses, then you can simply erase the parentheses:

$$3x + (2 - x) = 3x + 2 - x$$

Závorky

Závorky musí být před vybíráním shodných členů roznásobeny.

Věci v závorkách nemůžete slučovat s věcmi mimo závorky. Vnímejte závorky jako neprůhledné - hmota uvnitř závorek nemůže "vidět" hmotu vně závorek. Jestliže nějaký činitel násobí závorky, pak jediný způsob, jak se zbavit závorek, je násobení s použitím distributivního zákona.

Příklad:

$$3x + 2(x - 4) = 3x + 2x - 8 = 5x - 8$$

Odčítání a záporné hodnoty

Odčítání může být nahrazeno přičtením opačného čísla.

$$3x - 2 = 3x + (-2)$$

Záporná znaménka před závorkami

Speciální případ je, když se znaménko mínus objeví před závorkami. Na první pohled to vypadá, jako že tam není žádný činitel násobící závorku a může vás to svádět k pouhému odstranění závorky. To co si potřebujete pamatovat je, že znaménko mínus naznačuje odčítání, to by mělo být vždy myšleno jako sčítání opačných čísel. Toto znamená, že potřebujete přičíst opačnou hodnotu toho, co je v závorce a tak musíte změnit znaménko každého členu v závorce. Další způsob, jak na toto pohlížet, je představit si činitele jedna před závorkou. Pak z činitele udělá znaménko mínus záporný činitel, který může být násoben podle distributivního zákona:

$$3x - (2 - x) = 3x + (-1)[2 + (-x)]$$
$$= 3x + (-1)(2) + (-1)(-x) = 3x - 2 + x$$
$$= 4x - 2$$

Jestliže je před závorkou jen znaménko plus, můžete závorky jednoduše vymazat:

$$3x + (2 - x) = 3x + 2 - x$$

Vocabulary:

coefficient koeficient, součinitel
collecting sbírání
combining kombinování, slučovací
compact kompaktní, pevný
constant konstanta
efficient účinný, výkonný
entire celý, úplný
explicitly explicitně, výslovně
factor faktor, dělitel, činitel
generic všeobecný
glance letmý pohled
grouping seskupení, seskupování
immediately ihned, okamžitě
inconvenient nevhodný, nevyhovující
indicating oznamující, signalizující
manner způsob, zvyk
opaque neprůhledný
permitted dovolený
physical quantity fyzikální veličina
restriction snížení
reverse obrácený, opačný
separated oddělený, odloučený
stuff hmota
tedious nudný, únavný
to erase vymazat
to evaluate vypočítat hodnotu
to fix upevnit, stanovit
to group tvořit skupinu
to imply implikovat
to involve vyžadovat, umocnit
to permit dovolit, povolit
to raise zvýšit, povýšit
to remove odstranit
to replace nahradit
to get rid zbavit se, odstranit
to tempt svádět k špatnému
to undistribute neroztřídit
undistributed nerozložený

Special Products of Binomials

Some products occur so frequently in algebra that it is advantageous to be able to recognize them by sight. This will be particularly useful when we talk about factoring.

In the following examples the special products of binomials are multiplied out using the FOIL method, and then simplified

Product of two binomials: FOIL (First-Outer-Inner-Last)

Because the situation of a binomial times a binomial is so common, it helps to use a quick mnemonic device to help remember all the products. This is called the FOIL method.

Example:

$$(x+2)(x+3)$$

F O I L

$$x^2 + 3x + 2x + 6$$

1 The F stands for *first*, which means the x in the first factor times the x in the second factor.
2 The O stands for *outer*, which means the x in the first factor times the 3 in the second factor.
3 The I stands for *inner*, which means the 2 in the first factor times the x in the second factor.
4 The L stands for *last*, which means the 2 in the first factor times the 3 in the second factor.

Of course you would then combine the $3x + 2x$ into a $5x$, because they are like terms, so the final result is

$(x + 2)(x + 3) = x^2 + 5x + 6.$

Difference of two squares and Squaring a binomial

What you should to be able to recognize by sight are these three formulas:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

You should be able to recognize these products both ways. That is, if you see the left side you should think of the right side, and if you see the right side you should think of the left side.

RATIONAL EXPRESSIONS

A rational expression is a ratio of polynomials:

$$\frac{x^2 - 1}{2 - x}$$

$$\frac{1}{x}$$

$$\frac{x^3 + 2x^2 - x + 5}{x^2 + 3x - 1}$$

Excluded Values

Whenever an expression containing variables is present in the denominator of a fraction, you should be alert to the possibility that certain values of the variables might make the denominator equal to zero, which is forbidden. This means that when we are talking about rational expressions we can no longer say that the variable represents "any real number." Certain values may have to be excluded.

For example, in the expression

$$\frac{2x - 1}{3x},$$

we cannot allow the value $x = 0$ so we would add the comment ($x \neq 0$).

We don't care if the numerator is zero. If the numerator is zero, that just makes the whole rational expression zero.

It is important to keep this in mind as you work with rational expressions, because it can happen that you are trying to solve an equation and you get one of the "forbidden" values as a solution. You would have to discard that solution as being unacceptable. You can also get some crazy results if you don't pay attention to the possibility that the denominator might be zero for certain values of the variable.

Simplifying Rational Expressions

Canceling Like Divisors

When we reduce a common fraction we do so by noticing that there is a divisor common to both the numerator and the denominator which we can divide out of both the numerator and the denominator.

Example:

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

We use exactly the same procedure to reduce rational expressions.

Example:

$$\frac{4x^2}{6x} = \frac{2x \cdot 2x}{2x \cdot 3} = \frac{2x}{3}$$

LOMENÉ VÝRAZY

Lomený výraz je poměr mnohočlenů:

$$\frac{x^2 - 1}{2 - x}$$

$$\frac{1}{x}$$

$$\frac{x^3 + 2x^2 - x + 5}{x^2 + 3x - 1}$$

Vyloučené hodnoty

Kdykoli je ve jmenovateli zlomku výraz obsahující proměnné, měli byste být ostražití, protože je možnost, že určité hodnoty proměnných by mohly učinit jmenovatel rovný nule, což je zakázáno. Toto znamená, že když hovoříme o lomených výrazech, nemůžeme dále říkat, že proměnná reprezentuje "nějaké reálné číslo". Určité hodnoty musí být vyřazeny.

Například ve výrazu

$$\frac{2x - 1}{3x}$$

nemůžeme povolit hodnotu $x = 0$, tak bychom přidali poznámku ($x \neq 0$).

Nestaráme se, jestli je čitatel nula. Jestliže je čitatel nula, učiní pouze z celého lomeného výrazu nulu.

Je důležité na to pamatovat, když pracujete s lomenými výrazy, protože se může stát, že se pokoušíte řešit rovnici a jako řešení dostanete jednu ze "zakázaných" hodnot. Toto nevyhovující řešení byste museli vyřadit. Také můžete dostat nějaké šílené výsledky, jestliže si nevšimnete možnosti, že by jmenovatel mohl být pro určité hodnoty proměnných nula.

Zjednodušování lomených výrazů

Krácení stejných dělitelů

Když redukujeme běžný zlomek, děláme to tak, že si všímáme, že existuje společný dělitel jak pro čitatel tak pro jmenovatel, kterým můžeme čitatele i jmenovatele vydělit.

Příklad:

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

Úplně stejný postup používáme při snižování lomených výrazů.

Příklad:

$$\frac{4x^2}{6x} = \frac{2x \cdot 2x}{2x \cdot 3} = \frac{2x}{3}$$

Polynomial / Monomial

Each term in the numerator must have a divisor that cancels a common divisor in the denominator.

For example:

$$\frac{4x + 6}{2y} = \frac{2x + 3}{y},$$

but

$$\frac{2x + 1}{2}$$

cannot be reduced because the 2 is not a common divisor of the entire numerator.

You can only cancel a divisor of the entire numerator with a divisor of the entire denominator.

A fraction with more than one term in the numerator can be split up into separate fractions with each term over the same denominator; then each separate fraction can be reduced if possible.

Example:

$$\frac{2x + 1}{2} = \frac{2x}{2} + \frac{1}{2} = \frac{x}{1} + \frac{1}{2} = x + \frac{1}{2}$$

Think of this as the reverse of adding fractions over a common denominator. Sometimes this is a useful thing to do, depending on the circumstances. You end up with simpler fractions, but the price you pay is that you have more fractions than you started with.

Polynomials must be factored first. You can't cancel divisors unless you can see the divisors:

Example:

$$\frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x + 4)}{(x - 2)} = \frac{(x + 4)}{1} = x + 4$$

Notice how canceling the $(x - 2)$ from the denominator left behind a factor of 1.

Multiplication

Both the numerators and the denominators multiply together.

Common divisors may be cancelled before multiplying.

Example:

Given expression:	$\frac{x^2 + 3x + 2}{x - 2} \cdot \frac{x^2 - 4}{x + 1}$
First factor all the expressions.	$= \frac{(x + 1)(x + 2)}{(x - 2)} \cdot \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x + 1)}$
Now cancel common divisors.	$= \frac{(x + 2)}{1} \cdot \frac{(x + 2)}{1}$
Now just multiply what's left.	$= (x + 2)(x + 2) = (x + 2)^2$

Mnohočlen / Jednočlen

Každý člen v čitateli musí mít dělitele, který krátí společný dělitel v jmenovateli.

Například:

$$\frac{4x+6}{2y} = \frac{2x+3}{y}$$

ale

$$\frac{2x+1}{2}$$

nemůže být redukován, protože 2 není společný dělitel celého čitatele.

Můžete vyškrtnout jen dělitele celého čitatele s dělitelem celého jmenovatele.

Zlomek s více než jedním členem v čitateli může být rozdělen do oddělených zlomků s každým členem nad stejným jmenovatelem; pak každý jednotlivý zlomek může být redukován, jestliže je to možné.

Příklad:

$$\frac{2x+1}{2} = \frac{2x}{2} + \frac{1}{2} = \frac{x}{1} + \frac{1}{2} = x + \frac{1}{2}$$

Myslete to jako obrácené sčítání zlomků nad společným jmenovatelem. Udělat to, je někdy užitečná věc, záleží na okolnostech. Skončíte s jednoduššími zlomky, ale na úkor toho, že máte víc zlomků než s kolika jste začali.

Nejdříve musí být mnohočleny rozloženy na činitele. Nemůžete škrtnout dělitele, jestliže je nevidíte.

Příklad:

$$\frac{x^2+2x-8}{x-2} = \frac{(x-2)(x+4)}{(x-2)} = \frac{(x+4)}{1} = x+4$$

Všimněte si, jak vyškrtnutí $(x-2)$ z jmenovatele dole zanechá činitele 1.

Násobení

Jak čitatele tak jmenovatele násobte společně.

Společný dělitel může být před násobením zkrácen.

Příklad:

Je dán výraz: $\dfrac{x^2+3x+2}{x-2} \cdot \dfrac{x^2-4}{x+1}$

Nejdříve rozložte všechny výrazy. $= \dfrac{(x+1)(x+2)}{(x-2)} \cdot \dfrac{(x-2)(x+2)}{(x+1)}$

Nyní vyškrtněte společné dělitele. $= \dfrac{(x+2)}{1} \cdot \dfrac{(x+2)}{1}$

Nyní pouze vynásobte to, co zůstalo. $= (x+2)(x+2) = (x+2)^2$

Division

Division is multiply by the reciprocal of the divisor. Invert the second fraction, then proceed with multiplication as above. Do not attempt to cancel divisors before it is written as a multiplication.

Addition and Subtraction

Finding the LCM

The LCM is built up of all the divisors of the individual denominators, each divisor included the most number of times it appears in an individual denominator.

The product of all the denominators is always a common denominator, but not necessarily the LCM.

Example:

Given expression:	$\dfrac{x-1}{x^2-1}+\dfrac{2x}{x^2-2x+1}$
Factor both denominators.	$=\dfrac{x-1}{(x+1)(x-1)}+\dfrac{2x}{(x-1)(x-1)}$
Assemble the LCM.	$LCD=(x+1)(x-1)(x-1)$
Build up the fractions so that they both have the LCM for a denominator.	$=\dfrac{(x-1)(x-1)}{(x+1)(x-1)(x-1)}+\dfrac{2x(x+1)}{(x+1)(x-1)(x-1)}$
Now that they are over the same denominator, you can add the numerators.	$=\dfrac{(x-1)(x-1)+2x(x+1)}{(x+1)(x-1)(x-1)}$
And simplify.	$=\dfrac{x^2-2x+1+2x^2+2x}{(x+1)(x-1)(x-1)}=\dfrac{3x^2+1}{(x+1)(x-1)(x-1)}$

Dělení

Dělení je násobení převrácenou hodnotou dělitele. Převraťte druhý zlomek, potom pokračujte s násobením, jak je uvedeno výše. Nepokoušejte se krátit činitele dříve, než je to napsáno jako násobení.

Sčítání a odčítání

Hledání NSN

NSN je sestaven ze všech dělitelů jednotlivých jmenovatelů, každý dělitel je zahrnutý tolikrát, kolikrát se objeví v jednotlivém jmenovateli.

Součin všech jmenovatelů je vždy společný jmenovatel, ale ne nutně NSN.

Příklad:

Je dán výraz: $\dfrac{x-1}{x^2-1}+\dfrac{2x}{x^2-2x+1}$

Rozložte oba jmenovatele. $=\dfrac{x-1}{(x+1)(x-1)}+\dfrac{2x}{(x-1)(x-1)}$

Najděte NSN. $LCD=(x+1)(x-1)(x-1)$

Vytvořte zlomky tak, že v obou jmenovatelích bude NSN. $=\dfrac{(x-1)(x-1)}{(x+1)(x-1)(x-1)}+\dfrac{2x(x+1)}{(x+1)(x-1)(x-1)}$

Nyní mají stejný jmenovatel, tak můžete sčítat čitatele. $=\dfrac{(x-1)(x-1)+2x(x+1)}{(x+1)(x-1)(x-1)}$

A zjednodušte. $=\dfrac{x^2-2x+1+2x^2+2x}{(x+1)(x-1)(x-1)}=\dfrac{3x^2+1}{(x+1)(x-1)(x-1)}$

Vocabulary:

alert ostražitý, živý, bystrý
alternative alternativní, náhradní
attention pozornost
circumstance okolnost, náhoda
comment poznámka, komentář
containing obsahující
excluded vyřazený, vyjmutý
expression výraz, vyjádření
forbidden zakázaný, nedovolený
LCD NSD
monomial jednočlen
polynomial polynom
rational expression lomený výraz
to alert varovat
to assemble shromáždit, sestavit
to exclude from vybrat z , vyloučit z
to extend protáhnout, rozšířit
to forbid zakázat
to split up rozdělit se, rozpadnout
to undefine nedefinovat
unacceptable nepřijatelný, nevhodný
undefined nedefinovaný, neurčitý
unless jestliže ne, aby ne

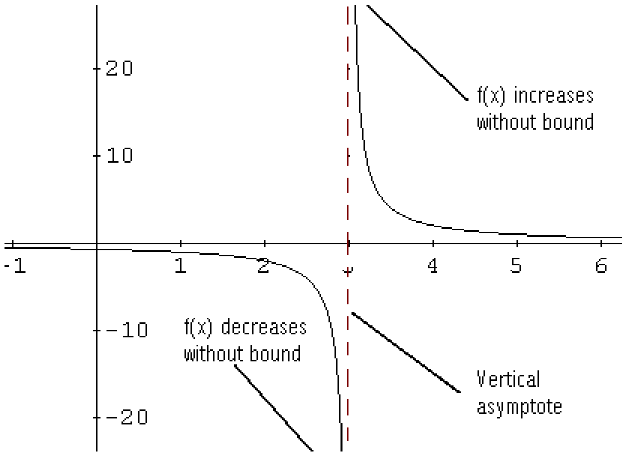
Graphing Rational Functions

A rational function is a function of the form $y = \frac{p(x)}{q(x)}$ where both $p(x)$ and $q(x)$ are polynomials. Although polynomials are defined for all real values of x, rational functions are not defined for those values of x for which the denominator, $q(x)$, is 0. The x-intercepts (if any) of y are the zeros of the numerator, $p(x)$, since the function is zero only when it's numerator is 0. The most important feature that distinguishes the graphs of rational functions is the presence of asymptotes. Generally, asymptotes of a function are lines that the graph of the function gets closer and closer to (but does not actually touch), as one travels out along that line in either direction.

The vertical asymptotes for a rational function are determined by the zeros of the denominator (i.e. the values for which the denominator equals 0). You can find the vertical asymptotes by equating the denominator to 0 and solving, and then see if y approaches infinity or negative infinity on each side of the potential asymptote.

For example,

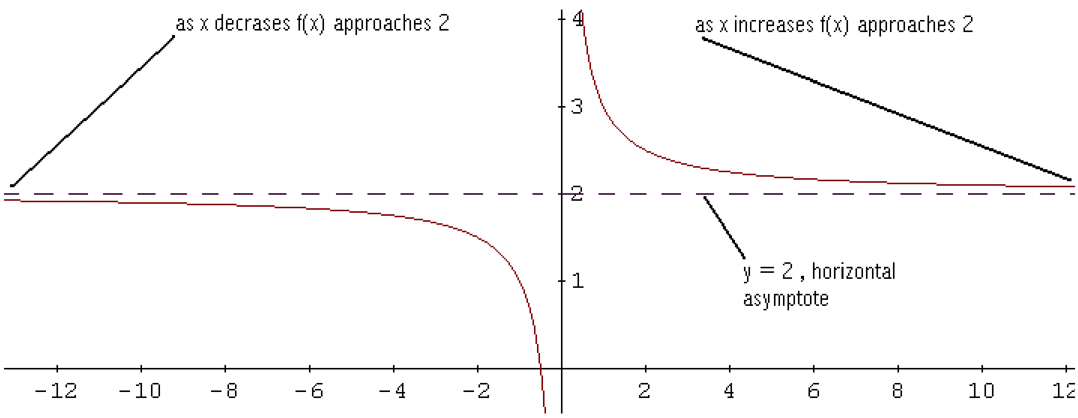
$$f(x) = \frac{2}{x - 3}$$



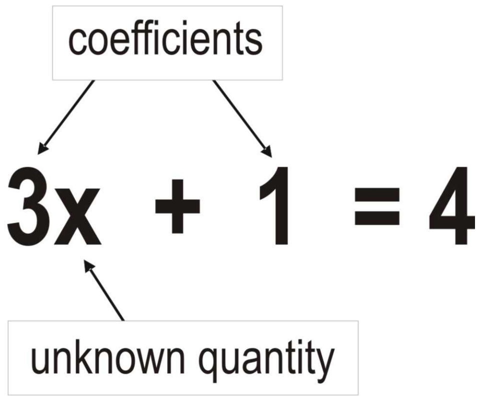
The horizontal asymptotes of a function can be found by dividing both the numerator and denominator of the rational function by the highest power of x that appears in the denominator. You will then likely produce at least one term of the form $\frac{c}{xn}$. As x approaches infinity (positive or negative), this term approaches zero, thus it can be eliminated from the expression, and you can solve for y to find the horizontal asymptotes.

For exapmle,

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x}$$



ALGEBRAIC EQUATIONS



Solutions of Algebraic Equations

An expression is just a statement like

$$2x + 3$$

This expression might be equal to any number, depending on the choice of x.

For example:

If $x = 3$ then the value of this expression is 9. But if we are writing an equation, then we are making a statement about its value. We might say

$$2x + 3 = 7$$

A mathematical equation is either true or false. This equation, $2x + 3 = 7$, might be true or it might be false; it depends on the value chosen for x. We call such equations conditional, because their truth depends on choosing the correct value for x. If I choose $x = 3$, then the equation is clearly false because $2 \cdot (3) + 3 = 9$, not 7. In fact, it is only true if I choose $x = 2$. Any other value for x produces a false equation. We say that $x = 2$ is the solution of this equation.

Solutions

The solution of an equation is the value of the variable that make the equation a true statement.

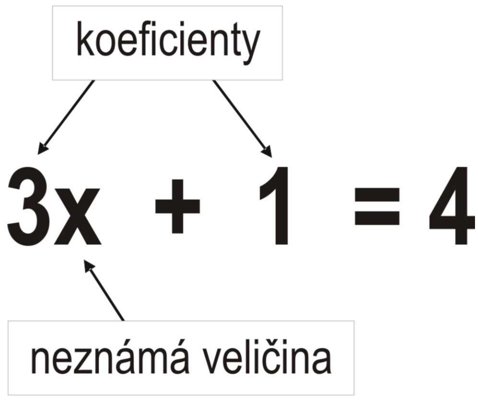
An equation like $2x + 3 = 7$ is a simple type called a linear equation in one variable. These will always have one solution, no solutions, or an infinite number of solutions.

One Solution

This is the normal case, as in our example where the equation $2x + 3 = 7$ had exactly one solution, namely $x = 2$.

The other two cases (no solution and an infinite number of solutions) are the oddball cases that you don't expect to run into very often. Nevertheless, it is important to know that they can happen in case you do encounter one of these situations.

ALGEBRAICKÉ ROVNICE



Řešení algebraických rovnic

Výraz je jen tvrzení jako

$2x + 3$

Tento výraz by mohl být v závislosti na výběru x roven jakémukoliv číslu.

Například:

Jestliže $x = 3$, pak je hodnota tohoto výrazu 9. Ale pokud píšeme rovnici, pak o jeho hodnotě činíme výpověď. Mohli bychom říct

$2x + 3 = 7$

Matematická rovnice je buď pravdivá nebo nepravdivá. Tato rovnice $2x + 3 = 7$ by mohla být pravdivá nebo by mohla být nepravdivá; to závisí na hodnotě, zvolenou za x. Takové rovnice nazýváme podmínkové, protože jejich pravdivost závisí na výběru správné hodnoty pro x. Jestli si vyberu $x = 3$, pak rovnice je jasně nepravdivá, protože $2 \cdot (3) + 3 = 9$, ne 7. Ve skutečnosti, je pravdivá, jen jestliže si vyberu $x = 2$. Jakákoli jiná hodnota pro x produkuje nepravdivou rovnici. Říkáme, že $x = 2$ je řešením této rovnice.

Řešení

Řešením rovnice je hodnota proměnné, která činí rovnici pravdivým tvrzením.

Rovnice jako $2x + 3 = 7$ je jednoduchý typ nazývaný lineární rovnice s jednou proměnnou. Bude mít vždy jedno řešení, žádná řešení nebo nekonečně mnoho řešení.

Jedno řešení

To je normální případ tak jako v našem příkladu, kde rovnice $2x + 3 = 7$ měla právě jedno řešení a to $x = 2$.

Jiné dva případy (žádné řešení a nekonečně mnoho řešení) jsou zvláštní případy, které neočekáváte, že nastanou velmi často. Nicméně je důležité vědět, že se mohou přihodit v případě, že se s jednou z těchto situací setkáte.

Infinite Number of Solutions

Consider the equation

$$x = x$$

This equation is obviously true for every possible value of x. This is, of course, a ridiculously simple example, but it makes the point. Equations that have this property are called identities.

Some *examples* of identities would be

$$2x = x + x$$

$$3 = 3$$

All of these equations are true for any value of x.

The second *example,*

$$3 = 3,$$

is interesting because it does not even contain an x, so obviously its truthfulness cannot depend on the value of x!

When you are attempting to solve an equation algebraically and you end up with an obvious identity (like $3 = 3$), then you know that the original equation must also be an identity, and therefore it has an infinite number of solutions.

No Solutions

Now consider the equation

$$x + 4 = x + 3$$

There is no possible value for x that could make this true. If you take a number and add 4 to it, it will never be the same as if you take the same number and add 3 to it. Such an equation is called a contradiction, because it cannot ever be true.

If you are attempting to solve such an equation, you will end up with an extremely obvious contradiction such as $1 = 2$. This indicates that the original equation is a contradiction, and has no solution.

Equivalent Equations

The basic approach to finding the solution to equations is to change the equation into simpler equations, but in such a way that the solution set of the new equation is the same as the solution set of the original equation. When two equations have the same solution set, we say that they are equivalent.

What we want to do when we solve an equation is to produce an equivalent equation that tells us the solution directly. Going back to our previous example.

$$2x + 3 = 7$$

We can say that the equation $x = 2$ is an equivalent equation, because they both have the same solution, namely $x = 2$. We need to have some way to convert an equation like $2x + 3 = 7$ into an equivalent equation like $x = 2$ that tells us the solution. We solve equations by using methods that rearrange the equation in a manner that does not change the solution set, with a goal of getting the variable by itself on one side of the equal sign. Then the solution is just the number that appears on the other side of the equal sign.

Nekonečně mnoho řešení

Předpokládejte rovnici

$$x = x$$

Tato rovnice je očividně pravdivá pro každou možnou hodnotu x. Toto je ovšem směšně jednoduchý příklad, ale vytváří hlavní smysl. Rovnice, které mají tuto vlastnost, jsou nazývány identitami.

Některé *příklady* identit jsou

$$2x = x + x$$

$$3 = 3$$

Všechny tyto rovnice jsou pravdivé pro jakoukoliv hodnotu x.

Druhý *příklad*

$$3 = 3$$

je zajímavý, protože dokonce neobsahuje x, takže pravdivost určitě nemůže záviset na hodnotě x!

Když se pokoušíte řešit rovnici algebraicky a skončíte se zřejmou identitou (jako $3 = 3$), pak víte, že původní rovnice musí být také identitou, a proto má nekonečně mnoho řešení.

Žádné řešení

Nyní předpokládejte rovnici

$$x + 4 = x + 3$$

Neexistuje žádná přijatelná hodnota pro x, která by mohla učinit rovnici pravdivou. Jestliže vezmete číslo a přičtete k němu 4, nikdy to nebude stejné, jako pokud byste vzali stejné číslo a přičetli k němu 3. Taková rovnice se nazývá spor, protože nemůže být nikdy pravdivá.

Pokud se pokoušíte řešit takovou rovnici, skončíte s extrémně zřejmým sporem jako 1 = 2. To naznačuje, že původní rovnice je spor a nemá žádné řešení.

Ekvivalentní rovnice

Základní přístup k nalezení řešení rovnic je měnit rovnici na jednodušší rovnice, ale takovým způsobem, že množina řešení nové rovnice je stejná jako množina řešení původní rovnice. Když mají dvě rovnice stejnou množinu řešení, říkáme, že jsou ekvivalentní.

Co chceme dělat, když řešíme rovnici, je produkovat ekvivalentní rovnici, která nám rovnou řekne řešení. Vraťte se zpět k našemu předchozímu příkladu.

$$2x + 3 = 7$$

Můžeme říct, že rovnice $x = 2$ je ekvivalentní rovnice, protože obě mají stejné řešení a to $x = 2$. Potřebujeme mít nějaký způsob k transformaci rovnice jako $2x + 3 = 7$ na ekvivalentní rovnici jako $x = 2$, která nám řekne řešení. Řešíme rovnice používáním metod, které v určitém smyslu přeskupí rovnici a nezmění množinu řešení s cílem dostat samotnou proměnnou na jednu stranu znaménka rovná se. Potom je řešení číslo, které se objeví na druhé straně znaménka rovná se.

The methods of changing an equation without changing its solution set are based on the idea that if you change both sides of an equation in the same way, then the equality is preserved. Think of an equation as a balance - whatever complicated expression might appear on either side of the equation, they are really just numbers. The equal sign is just saying that the value of the expression on the left side is the same number as the value on the right side. Therefore, no matter how horrible the equation may seem, it is really just saying something like $3 = 3$.

The Addition Principle

Adding (or subtracting) the same number to both sides of an equation does not change its solution set.

Think of the balance analogy—if both sides of the equation are equal, then increasing both sides by the same amount will change the value of each side, but they will still be equal.

For example, if

$3 = 3$,

then

$3 + 2 = 3 + 2$.

Consequently, if

$6 + x = 8$

for some value of x (which in this case is $x = 2$), then we can add any number to both sides of the equation and $x = 2$ will still be the solution. If we wanted to, we could add a 3 to both sides of the equation, producing the equation

$9 + x = 11$.

As you can see, $x = 2$ is still the solution. Of course, this new equation is no simpler than the one we started with, and this maneuver did not help us solve the equation.

Example:

If we want to solve the equation $6 + x = 8$,

the idea is to get x by itself on one side, and so we want to get rid of the 6 that is on the left side. We can do this by subtracting a 6 from both sides of the:

$6 - 6 + x = 8 - 6$

or

$x = 2$

You can think of this operation as moving the 6 from one side of the equation to the other, which causes it to change sign.

The addition principle is useful in solving equations because it allows us to move whole terms from one side of the equal sign to the other. While this is a convenient way to think of it, you should remember that you are not really “moving” the term from one side to the other—you are really adding (or subtracting) the term on both sides of the equation.

Metody transformace rovnice bez měnění její množiny řešení jsou založené na myšlence, že pokud měníte obě strany rovnice stejným způsobem, pak je rovnost zachována. Myslete na rovnici jako na váhu - jakkoliv složitý výraz by se mohl objevit na jedné nebo druhé straně rovnice, jsou to opravdu jen čísla. Znaménko rovná se jen říká, že hodnota výrazu na levé straně je stejné číslo jako hodnota na straně pravé. Proto bez ohledu na to jak hrozná se rovnice může zdát, nám v podstatě říká jen něco jako $3 = 3$.

Sčítací princip

Sčítání (nebo odčítání) stejného čísla k obou stranám rovnice nemění množinu jejích řešení.

Myslete na obdobu váhy - jestliže jsou obě strany rovnice stejné, pak zvětšování obou stran o stejné množství bude měnit hodnotu obou stran, ale budou si stále rovny.

Například jestli

$3 = 3$,

pak

$3 + 2 = 3 + 2$.

Následkem toho, jestliže

$6 + x = 8$

pro nějakou hodnotu x (která je v tomto případě $x = 2$), pak můžeme přičíst jakékoli číslo k oběma stranám rovnice a $x = 2$ bude stále řešení. Jestliže chceme, můžeme k oběma stranám rovnice přičíst 3 a to produkuje rovnici

$9 + x = 11$.

Jak můžete vidět, $x = 2$ je stále řešení. Samozřejmě tato nová rovnice není jednodušší než ta, se kterou jsme začínali a tento manévr nám řešit rovnici nepomohl.

Příklad:

Jestliže chceme řešit rovnici $6 + x = 8$,

je myšlenka dostat na jednu stranu samotné x a tak se chceme zbavit 6, která je na levé straně. Můžeme to udělat odečtením 6 od obou stran rovnice:

$6 - 6 + x = 8 - 6$

nebo

$x = 2$

Můžete na tuto operaci myslet jako na přesunutí 6 z jedné strany rovnice na druhou, což způsobí změnu znaménka.

Sčítací princip je při řešení rovnic užitečný, protože nám dovoluje přemístit celočíselné členy z jedné strany znaménka rovná se na druhou. Zatímco toto je vhodný způsob jak na to myslet, měli byste si pamatovat, že doopravdy "nepřesouváte" výraz z jedné strany na druhou - doopravdy přičítáte (nebo odečítáte) člen na obou stranách rovnice.

Notes

In the previous example, we wrote the –6 in-line with the rest of the equation. This is analogous to writing an arithmetic subtraction problem in one line, as in

$$234 - 56 = 178\,.$$

You probably also learned to write subtraction and addition problems in a column format, like

$$\begin{array}{r} 234 \\ -\,56 \\ \hline 178 \end{array}$$

We can also use a similar notation for the addition method with algebraic equations.

Example:

Given the equation

$$x + 3 = 2$$

We want to subtract a 3 from both sides in order to isolate the variable.

$$\begin{array}{rcr} x + 3 & = & 2 \\ -\,3 & = & -3 \\ \hline x & = & -1 \end{array}$$

Here the numbers in the second row are negative 3's, so we are adding the two rows together to produce the bottom row.

The advantage of the column notation is that it makes the operation easier to see and reduces the chances for an error. The disadvantage is that it takes more space, but that is a relatively minor disadvantage. Which notation you prefer to use is not important.

Multiplication Principle

Multiplying (or dividing) the same non-zero number to both sides of an equation does not change its solution set.

Example:

$$6 \times 2 = 12$$
$$3 \times 6 \times 2 = 3 \times 12$$

so if $6x = 12$, then $18x = 36$ for the same value of x (which in this case is $x = 2$).

The way we use the multiplication principle to solve equations is that it allows us to isolate the variable by getting rid of a factor that is multiplying the variable.

Example:

$$2x = 6$$

To get rid of the 2 that is multiplying the x, we can divide both sides of the equation by 2, or multiply by its reciprocal (one-half).

Poznámky

V předchozím příkladu jsme -6 psali v řadě se zbytkem rovnice. Je to obdobný zápis v jednom řádku jako psaní úloh aritmetického odčítání, jako v

$$234 - 56 = 178\,.$$

Pravděpodobně jste se také učili psát příklady na odčítání a sčítání pod sebe, jako

$$\begin{array}{r} 234 \\ -\ 56 \\ \hline 178 \end{array}$$

Můžeme také podobný zápis použít u sčítací metody s algebraickými rovnicemi.

Příklad:

Dána rovnice

$$x + 3 = 2$$

Chceme odečíst 3 z obou stran, abychom izolovali proměnné.

$$\begin{array}{rcr} x + 3 & = & 2 \\ -\ 3 & = & -3 \\ \hline x & = & -1 \end{array}$$

Čísla ve druhém řádku jsou záporné 3ky, tak sčítáme dva řádky dohromady a výsledkem je spodní řádek.

Výhodou sloupcového zápisu je, že operace je snadněji viditelná a sníží se šance na chybu. Nevýhodou je, že zabírá více prostoru, ale to je relativně menší nevýhoda. Není důležité, který zápis preferujete.

Princip násobení

Násobení (nebo dělení) obou stran rovnice stejným nenulovým číslem, nemění množinu jejích řešení.

Příklad:

$$6 \times 2 = 12$$

$$3 \times 6 \times 2 = 3 \times 12$$

Tak jestliže $6x = 12$, pak $18x = 36$ pro stejnou hodnotu x (která je v tomto případě $x = 2$).

Způsob, který používáme při řešení rovnic principem násobení, nám dovolí izolovat proměnné, zbavením se činitele, který násobí proměnnou.

Příklad:

$$2x = 6$$

2, kterou je x násobeno, se můžeme zbavit dělením obou stran rovnice 2 nebo násobením její převrácenou hodnotou (jednou polovinou).

Either divide both sides by 2:

$$2x = 6$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

or multiply both sides by a half:

$$2x = 6$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) \cdot 2x = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot 6$$

$$x = 3$$

Whether you prefer dividing by the number or multiplying by its reciprocal is not important.

Using the Principles Together

Suppose you were given an equation like

$$2x - 3 = 5 .$$

You will need to use the addition principle to move the –3, and the multiplication principle to remove the coefficient 2. Which one should you use first? Strictly speaking, it does not matter - you will eventually get the right answer. In practice, however, it is usually simpler to use the addition principle first, and then the multiplication principle. The reason for this is that if we divide by 2 first we will turn everything into fractions.

Example:

Given: $2x - 3 = 5$

Suppose we first divide both sides by 2.

$$\frac{2x - 3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{2x}{2} - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$x - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

Now there is nothing wrong with doing arithmetic with fractions, but it is not as simple as working with whole numbers. In this example we would have to add $\frac{3}{2}$ to both sides of the equation to isolate the x. It is usually more convenient to use the addition principle first.

Example:

Given: $2x - 3 = 5$

Buď dělte obě strany 2:

$$2x = 6$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

nebo násobte obě strany polovinou:

$$2x = 6$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) \cdot 2x = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot 6$$

$$x = 3$$

Není důležité, jestli preferujete dělení číslem nebo násobením jeho převrácenou hodnotou.

Použití principů společně

Předpokládejte, že byla dána rovnice jako

$$2x - 3 = 5 .$$

Budete potřebovat použít sčítací princip k pohybování -3 a princip násobení k odstranění koeficientu 2. Který máte použít první? Přesně řečeno, na tom nezáleží -nakonec dostanete správný výsledek. Nicméně v praxi je obvykle jednodušší použít nejdříve sčítací princip a potom princip násobení. Důvod je, že když nejdříve dělíme 2, přeměníme všechno na zlomky:

Příklad:

Dáno: $2x - 3 = 5$

Připusťme, že nejdříve dělíme obě strany 2.

$$\frac{2x - 3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{2x}{2} - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$x - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

Nyní není nic špatného na počítání se zlomky, ale není to tak jednoduché jako pracování s celými čísly. V tomto příkladě bychom museli přičíst $\frac{3}{2}$ k oběma stranám rovnice, abychom izolovali x. Je obvykle vhodnější nejdříve použít sčítací princip.

Příklad:

Dáno: $2x - 3 = 5$

Add 3 to both sides:

$$\begin{array}{r}
2x - 3 = 5 \\
\underline{\quad 3 = 3} \\
2x = 8
\end{array}$$

At this point all we need to do is divide both sides by 2 to get $x = 4$.

Přičtěte 3 k oběma stranám:

$$\begin{array}{r} 2x - 3 = 5 \\ 3 = 3 \\ \hline 2x = 8 \end{array}$$

Všechno co potřebujeme udělat v tomto bodě je dělit obě strany 2 a dostat $x = 4$.

Vocabulary:

approach přístup
balance rovnováha, váha
case případ
clearly jasně, zřetelně, zjevně
close blízký
complicated složitý, komplikovaný
conditional podmínkový, předpoklad
consequently následkem toho, v důsledku toho
contradiction spor, rozpor
convenient vhodný, vyhovující
directly přímo, rovnou
disadvantage nevýhoda, nedostatek
equality rovnost, stejnost
extremely neobyčejně, do krajnosti
choice volba, výběr
identity identita
in fact ve skutečnosti
increasing rostoucí, zvětšování
infinite nekonečno, neurčitý
interesting zajímavý
linear lineární, přímočarý
maneuver manévr
manner zbůsob
namely a totiž, a to
nevertheless nicméně, avšak
oddball podivný
possible možná, přijatelná
preserved uchovaný, chráněný
probably pravděpodobně
relatively relativně, poměrně
ridiculously směšně
row řada
several několik, pár
solution řešení
strictly striktně, přesně
to allow dovolit, poskytovatt
to approach přiblížit se, přistupovat
to attempt pokusit se, usilovat
to balance uvažovat
to encounter potkat se
to expect očekávat, předpokládat
to change měnit
to isolate oddělit, izolovat
to make dělat, učinit, vytvořit
to preserve uchovat, shránit
to produce předvést, vyrobit
to satisfy uspokojit, vyhovět, splňovat
to take brát, vzít, ujmout se,
to tell říct
truthfulness pravdivost

Straight Lines

The equations are called *linear* because their graphs are straight lines.

Describing Lines

Just as there are an infinite number of equations that satisfy the above conditions, there are also an infinite number of straight lines that we can draw on a graph. To describe a particular line we need to specify two distinct pieces of information concerning that line. A specific straight line can be determined by specifying two distinct points that the line passes through, or it can be determined by giving one point that it passes through and somehow describing how "tilted" the line is.

Slope

The *slope* of a line is a measure of how "tilted" the line is.

In general, if we say that the coordinates of point 1 are (x_1, y_1) and the coordinates of point 2 are (x_2, y_2), then we can define the slope m as follows:

$$m = \frac{rise}{run} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

where (x_1, y_1) and (x_2, y_2) are any two distinct points on the line.

It is customary (in the US) to use the letter m to represent slope. No one knows why.

Positive and Negative Slope

The x coordinate increases to the right, so moving from left to right is motion in the positive x direction. Suppose that you are going uphill as you move in the positive x direction. Then both your x and y coordinates are increasing, so the ratio of rise over run will be positive—you will have a positive increase in y for a positive increase in x. On the other hand, if you are going downhill as you move from left to right, then the ratio of rise over run will be negative because you *lose* height for a given positive increase in x.

And of course, no change in height means that the line has zero slope.

Intercepts

Two lines can have the same slope and be in different places on the graph. This means that in addition to describing the slope of a line we need some way to specify exactly where the line is on the graph. This can be accomplished by specifying one particular point that the line passes through. Although any point will do, it is conventional to specify the point where the line crosses the y-axis. This point is called the *y-intercept*, and is usually denoted by the letter b. Note that every line except vertical lines will cross the y-axis at some point, and we have to handle vertical lines as a special case anyway because we cannot define a slope for them.

WORD PROBLEMS

Problem Solving Strategies

Understand

1. Read the problem carefully.
2. Make sure you understand the situation that is described.
3. Make sure you understand what information is provided, and what the question is asking.
4. For many problems, drawing a clearly labeled picture is very helpful.

Plan

1. First focus on the objective. What do you need to know in order to answer the question?
2. Then look at the given information. How can you use that information to get what you need to know to answer the question?
3. If you do not see a clear logical path leading from the given information to the solution, just try something. Look at the given information and think about what you can find from it, even if it is not what the question is asking for. Often you will find another piece of information that you can then use to answer the question.

Write equations

You need to express mathematically the logical connections between the given information and the answer you are seeking. This involves:

1. Assigning variable names to the unknown quantities. The letter x is always popular, but it is a good idea to use something that reminds you what it represents, such as d for distance or t for time. The trickiest part of assigning variables is that you want to use a minimum number of different variables. If you know how two quantities are related, then you can express them both with just one variable.

For example:

If Jim is two years older than John is, you might let x stand for John's age and ($x + 2$) stand for Jim's age.

2. Translate English into Math. Mathematics is a language, one that is particularly well suited to describing logical relationships. English, on the other hand, is much less precise. The next page is a table of English phrases and their corresponding mathematical meanings, but don't take it too literally. The meaning of English words has to be taken in context.

Solve

Now you just have to solve the equation for the unknown.

Remember to answer the question that the problem asks.

SLOVNÍ ÚLOHY

Strategie řešení úloh

Porozumění:

1 Čtěte úlohu pečlivě.
2 Přesvědčte se, že rozumíte situaci, která je popsána.
3 Ujistěte se, že rozumíte jaké informace jsou poskytnuty a na co se otázka ptá.

4 Pro mnoho úloh je velmi užitečný obrázek a jeho jasné označení.

Plánování

1 Nejdříve zaostřete na cíl. Co potřebujete znát, abyste mohli odpovědět na otázku?

2 Potom se podívejte na danou informaci. Jak můžete využít informaci k získání toho, co potřebujete znát k odpovědi na otázku?
3 Jestliže nevidíte jasnou logickou cestu vedoucí z dané informace k řešení, jen něco zkuste. Podívejte se na danou informaci a přemýšlejte co z ní můžete zjistit, dokonce jestli to není to, na co se otázka ptá. Často najdete další část informace, kterou můžete potom využít k odpovědi na otázku.

Zápis rovnice

Potřebujete vyjádřit matematicky logická spojení mezi danou informací a odpovědí, kterou hledáte. Toto zahrnuje:

1. Přidělení názvů proměnných k neznámým veličinám. Písmeno x je stále oblíbená neznámá, ale je dobrý nápad použít něco, co nám připomíná to, co reprezentuje, jako d pro vzdálenost nebo t pro čas. Ošidná část přidělování proměnné je, že chcete použít minimální množství různých proměnných. Pokud víte, jaký mají dvě proměnné vztah, pak můžete obě vyjádřit pouze jedinou proměnnou.

Například:

Jestliže je Jim o dva roky starší než John, možná byste mohli dát x pro Johnův věk a $(x+2)$ pro Jimův věk.

2. Přeložit angličtinu do matematiky. Matematika je jazyk, který je zvláště vhodný pro popisování logických vztahů. Angličtina je na druhé straně mnohem méně přesná. Na další stránce je tabulka anglických frází a jim odpovídající matematické výrazy, ale neberte to příliš doslovně. Význam anglických slov musí být vnímán v souvislostech.

Řešení

Nyní musíte řešit jen rovnici pro neznámou.

Nezapomeňte odpovědět na otázku, na kterou se úloha ptá.

Check

Think about your answer. Does your answer come out in the correct units? Is it reasonable? If you made a mistake somewhere, chances are your answer will not just be a little bit off, but will be completely ridiculous.

Words for Operations

Subtraction	**minus**	"a number minus 2"	$x-2$
	difference between	"the difference between a number and 8"	$x-8$
	from	"2 from a number"	$n-2$
	less	"a number less 3"	$n-3$
	less than	"3 less than a number"	$y-3$
	fewer than	"2 fewer than a number"	$y-2$
	decreased by	"a number decreased by 2"	$x-2$
	take away	"a number take away 2"	$x-2$
Addition	**plus**	"a number plus 2"	$x+2$
	and	"3 and a number"	$3+n$
	added to	"8 added to a number"	$x+8$
	greater than	"3 greater than a number"	$n+3$
	more than	"3 more than a number"	$y+3$
	increased by	"a number increased by 2"	$y+2$
	total	"the total length"	l_1+l_2
	sum of	"The sum of length and width"	$l+w$
Multiplication	**times**	"5 times a number"	$5n$
	product	"The product of 3 and a number"	$3y$
	at	"3 at 1.59"	3×1.59
	double	"double a number"	$2x$
	twice	"twice a number"	$2y$
	of (fractions of)	"three-fourths of a number"	$\left(\frac{3}{4}\right)y$

Division	**quotient of**	"The quotient of 5 and a number"	$\frac{5}{n}$
	half of	"half of a number"	$\frac{n}{2}$
	goes into	"a numbergoes into 6 twice"	$\frac{6}{n} = 2$
	per	"The price is $8 per 50"	$P = \frac{8}{50}$
Equals	**Is, is the same as, gives, will be, was, is equivalent to**		

Kontrola

Přemýšlejte nad vaší odpovědí. Je váš výsledek ve správných jednotkách? Je to reálné? Jestliže jste někde udělali chybu, je šance, že vaše odpověď bude buď trochu mimo, nebo bude zcela absurdní.

Slova pro operace

odčítání	**mínus**	"číslo mínus 2"	$x - 2$
	rozdíl mezi	"rozdíl mezi číslem a 8"	$x - 8$
	od	"2 od čísla"	$n - 2$
	méně	"číslo méně 3"	$n - 3$
	méně než	"o 3 méně než číslo"	$y - 3$
	menší než	"o 2 menší než číslo"	$y - 2$
	zmenšení	" číslem zmenšeným o 2"	$x - 2$
	ubrat	"uberte 2"	$x - 2$
sčítání	**plus**	"číslo plus 2"	$x + 2$
	a	"3 a číslo"	$3 + n$
	přidat, aby	"přidejte 8, aby číslo"	$x + 8$
	větší než	"o 3 větší než číslo"	$n + 3$
	více než	"o 3 více než číslo"	$y + 3$
	zvětší se	"číslo se zvětší o 2"	$y + 2$
	celková	"celková délka"	$l_1 + l_2$
	součet	"součet délky a šířky"	$l + w$
násobení	**krát**	"5 krát číslo"	$5n$
	součin	"součin 3 a čísla"	$3y$
	v	"3 v 1.59"	3×1.59
	zdvojnásobí	"zdvojnásobte číslo"	$2x$
	dvakrát	"dvakrát číslo"	$2y$
	z (zlomek z)	"tři-čtvrtiny z čísla"	$\left(\frac{3}{4}\right)y$
dělení	**podíl**	"podíl 5 a čísla"	$\frac{5}{n}$
	polovina	"polovina čísla"	$\frac{n}{2}$
	vejít se	"číslo se vejde do 6 dvakrát"	$\frac{6}{n} = 2$
	za	"cena je \$8 za 50"	$P = \frac{8}{50}$
rovná se	**je, je stejný jako, dává, bude, byl, je ekvivalentní**		

Number and Geometry Problems

Example:

Find a number such that 5 more than one-half the number is three times the number.

Let x be the unknown number.

Translating into math: $5 + \frac{x}{2} = 3x$

Solving:

$$5 + \frac{x}{2} = 3x$$

$$10 + x = 6x$$

$$10 = 5x$$

$$x = 2$$

Rate-Time Problems

$$Rate = \frac{Quantity}{Time}$$

or

$$Quantity = Rate \times Time$$

Example:

A fast employee can assemble 7 radios in an hour, and another slower employee can only assemble 5 radios per hour. If both employees work together, how long will it take to assemble 26 radios?

The two together will build 7 + 5 = 12 radios in an hour, so their combined rate is 12 radios/hr.

Using

$Time = \frac{Quantity}{Rate} = \frac{26}{12} = 2\frac{1}{6}$ h or 2 hours 10 minutes

Aritmetické a geometrické úlohy

Příklad:

Najděte takové číslo, že o 5 víc než polovina toho čísla je třikrát to číslo.

Nechť x je neznámé číslo.

Přeloženo do matematiky: $5 + \frac{x}{2} = 3x$

Řešení:

$$5 + \frac{x}{2} = 3x$$
$$10 + x = 6x$$
$$10 = 5x$$
$$x = 2$$

Úlohy na rychlost a čas

$$rychlost = \frac{množství}{čas}$$

nebo

$$množství = rychlost \times čas$$

Příklad:

Rychlý zaměstnanec může sestavit 7 rádií za hodinu a jiný pomalejší zaměstnanec může sestavit pouze 5 rádií za hodinu. Jestliže pracují oba zaměstnanci spolu, za jak dlouho sestaví 26 rádií?

Oba společně sestaví 7 + 5 = 12 rádií za hodinu, takže jejich společná rychlost je 12 radií/hod.

Použitím

$čas = \frac{množství}{rychlost} = \frac{26}{12} = 2\,\frac{1}{6}$ hod nebo 2 hodiny 10 minut.

Vocabulary:

assigning přidělení, přiřazující
connection spojení
context souvislost, kontext
corresponding odpovídající
described popisovaný, popsaný
express rychlý, zřetelný
focus ohnisko, střed
helpful užitečný
labeled označený
leading vedoucí, první v pořadí
logical logický
mistake chyba
objective objektivní, cíl
particularly zvláště, zejména
path dráha
phrase výraz
t

picture obrázek, zobrazení
piece kus
precise přesný
rectangle obdélník
relationship vztah, poměr
ridiculous absurdní, směšný
suited vhodný
the trickiest nejošidnější
to describe popsat
to label označit
to lead vést
to remember to nezapomenout
to suite hodit se, přizpůsobit
to translate přeložit
to understand rozumět, chápa

Fibonacci's Rabbits

Let's look at the Rabbit Puzzle that Fibonacci wrote about and then at two adaptations of it to make it more realistic. This introduces you to the Fibonacci Number series and the simple definition of the whole never-ending series.

The original problem that Fibonacci investigated (in the year 1202) was about how fast rabbits could breed in ideal circumstances.

Suppose a newly-born pair of rabbits, one male, one female, are put in a field. Rabbits are able to mate at the age of one month so that at the end of its second month a female can produce another pair of rabbits. Suppose that our rabbits never die and that the female always produces one new pair (one male, one female) every month from the second month on. The puzzle that Fibonacci posed was...

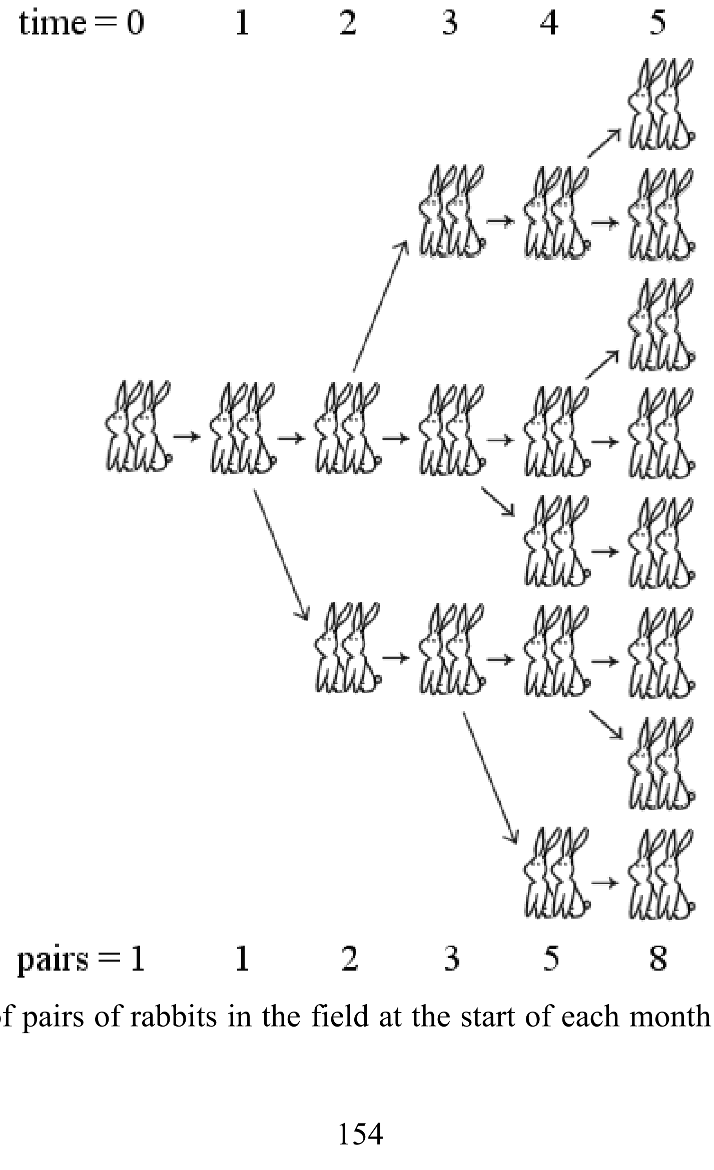
How many pairs will there be in one year?

At the end of the first month, they mate, but there is still one only 1 pair.

At the end of the second month the female produces a new pair, so now there are 2 pairs of rabbits in the field.

At the end of the third month, the original female produces a second pair, making 3 pairs in all in the field.

At the end of the fourth month, the original female has produced yet another new pair, the female born two months ago produces her first pair also, making 5 pairs.



The number of pairs of rabbits in the field at the start of each month is 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

QUADRATIC EQUATIONS

$$ax^2 + bx + c = 0$$

a, b, c are constants (generally integers).

Roots

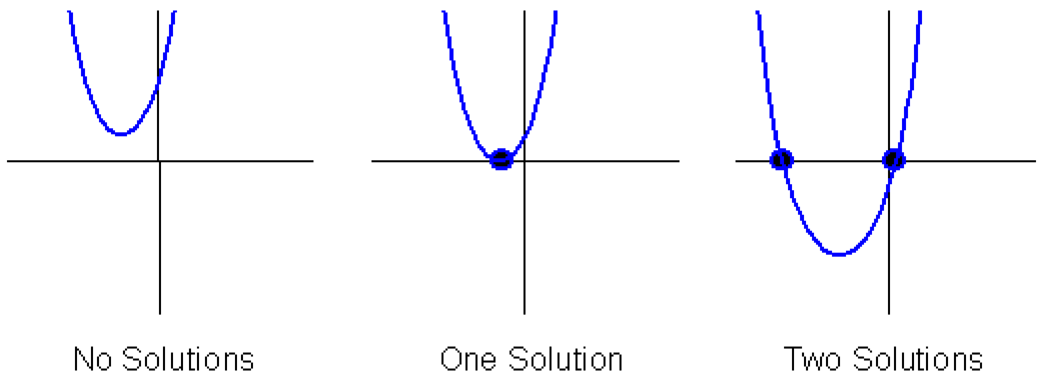
The quadratic equation can have 0, 1, or 2 real roots.

The quadratic equation looks like $ax^2 + bx + c = 0$, but if we take the quadratic expression on the left and set it equal to y, we will have a function:

$$y = ax^2 + bx + c$$

When we graph y vs. x, we find that we get a curve called a parabola. The specific values of a, b, and c control where the curve is relative to the origin (left, right, up, or down), and how rapidly it spreads out. Also, if a is negative then the parabola will be upside-down. What does this have to do with finding the solutions to our original quadratic equation? Well, whenever $y = 0$ then the equation $y = ax^2 + bx + c$ is the same as our original equation.

Graphically, y is zero whenever the curve crosses the x-axis. Thus, the solutions to the original quadratic equation ($ax^2 + bx + c = 0$) are the values of x where the function ($y = ax^2 + bx + c$) crosses the x-axis. From the figures below, you can see that it can cross the x-axis once, twice, or not at all.



Solving by Square Roots

No Linear Term

If the quadratic has no linear, or first-degree term (i.e. $b = 0$), then it can be solved by isolating the x^2 and taking square roots of both sides:

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = -c$$

$$x^2 = \frac{-c}{a}$$

$$x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

KVADRATICKÉ ROVNICE

$$ax^2 + bx + c = 0$$

a, b, c jsou konstanty (obecně celá čísla).

Kořeny

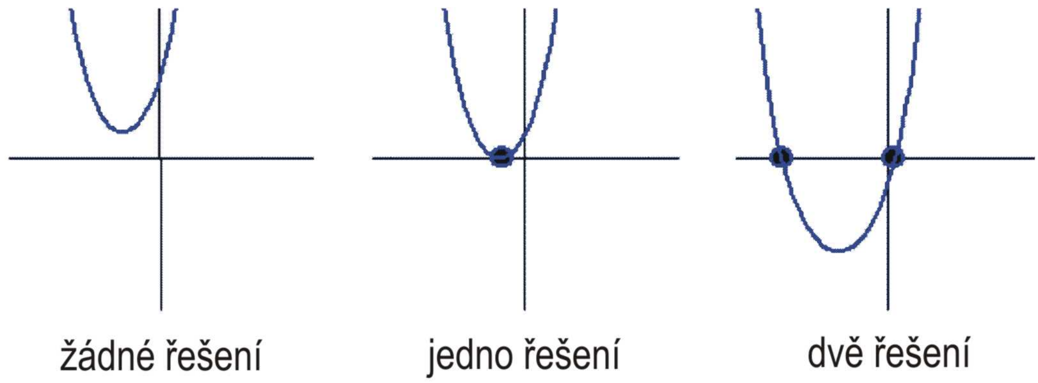
Kvadratická rovnice může mít 0, 1 nebo 2 reálné kořeny.

Kvadratická rovnice vypadá jako $ax^2 + bx + c = 0$, ale pokud vezmeme kvadratický výraz nalevo a položíme ho rovno y, budeme mít funkci:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Když znázorňujeme y podle x, zjistíme, že dostaneme křivku zvanou parabola. Dané hodnoty a, b a c řídí, kde je křivka vzhledem k počátku (vlevo, vpravo, nahoře nebo dole) a to jak rychle se rozevírá. Také jestli je a záporné, pak bude parabola vzhůru nohama. Co to má společného s hledáním řešení naší původní kvadratické rovnice? Dobře, kdykoli $y = 0$, pak je rovnice $y = ax^2 + bx + c$ stejná jako naše původní rovnice.

Graficky je y nula, kdykoli křivka překříží osu x. Tak řešením původní kvadratické rovnice ($ax^2 + bx + c = 0$) jsou hodnoty x, kde funkce ($y = ax^2 + bx + c$) překříží osu x. Na obrázcích dole můžete vidět, že osu x může překřížit jednou, dvakrát nebo vůbec ne.



Řešení pomocí druhých odmocnin

Žádný lineární člen

Jestliže kvadratická rovnice nemá žádný lineární člen nebo člen prvního stupně (to jest $b = 0$), pak může být vyřešena oddělením x^2 a odmocněním obou stran:

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = -c$$

$$x^2 = \frac{-c}{a}$$

$$x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

You need both the positive and negative roots because $\sqrt{x^2} = |x|$, so x could be either positive or negative.

This is only going to give a real solution if either a or c is negative (but not both).

Solving by Factoring

Solving a quadratic (or any kind of equation) by factoring it makes use of a principle known as the zero-product rule.

Zero Product Rule

If $ab = 0$ then either $a = 0$ or $b = 0$ (or both).

In other words, if the product of two things is zero then one of those two things must be zero, because the only way to multiply something and get zero is to multiply it by zero.

Thus, if you can factor an expression that is equal to zero, then you can set each factor equal to zero and solve it for the unknown.

The expression must be set equal to zero to use this principle.

You can always make any equation equal to zero by moving all the terms to one side.

Example:

Given:	$x^2 - x = 6$
Move all terms to one side.	$x^2 - x - 6 = 0$
Factor.	$(x - 3)(x + 2) = 0$
Set each factor equal to zero and solve.	$(x - 3) = 0$ or $(x + 2) = 0$
Solutions:	$x = 3$ or $x = -2$

No Constant Term

If a quadratic equation has no constant term (i.e. $c = 0$) then it can easily be solved by factoring out the common x from the remaining two terms:

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x(ax + b) = 0$$

Then, using the zero-product rule, you set each factor equal to zero and solve to get the two solutions:

$$x = 0 \text{ or } ax + b = 0$$

$$x = 0 \text{ or } x = -\frac{b}{a}$$

Do not divide out the common divisor of x or you will lose the $x = 0$ solution. Keep all the divisors and use the zero-product rule to get the solutions.

Trinomials

When a quadratic has all three terms, you can still solve it with the zero-product rule if you are able to factor the trinomial.

Remember, not all trinomial quadratics *can* be factored with integer constants.

Potřebujete kladnou a zápornou odmocninu, protože $\sqrt{x^2} = |x|$, tak x by mohlo být buď kladné nebo záporné.

To vede k dostání pouze skutečného řešení, jestliže je buď a nebo c záporné (ale ne obě).

Řešení rozložením na činitele

Vypočítání kvadratické rovnice (nebo jakéhokoliv druhu rovnice) rozložením na činitele použijte princip známý jako pravidlo nulového součinu.

Pravidlo nulového součinu

Jestliže $ab = 0$, pak buď $a = 0$ nebo $b = 0$ (nebo obě).

Jinými slovy, jestliže je součin dvou věcí nula pak jedna z těchto dvou věcí musí být nula, protože jediný způsob jak násobit něco a dostat nulu je násobit to nulou.

Tak jestliže můžete rozložit výraz tak, že se rovná nule, pak můžete položit každý činitel rovno nule a řešit to pro neznámou.

Při použití tohoto principu musí být výraz položen rovno nule.

Vždy můžete vytvořit nějakou rovnici rovnou nule přesunutím všech členů na jednu stranu.

Příklad:

Dáno:	$x^2 - x = 6$
Přesuňte všechny členy na jednu stranu.	$x^2 - x - 6 = 0$
Rozložte.	$(x - 3)(x + 2) = 0$
Položte každý činitel rovno nule a řešte.	$(x - 3) = 0$ nebo $(x + 2) = 0$
Řešení:	$x = 3$ nebo $x = -2$

Žádné konstanty

Jestliže kvadratická rovnice nemá žádnou konstantu (to jest $c = 0$), pak může být snadno vyřešena vytknutím společného x ze zbývajících dvou členů:

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x(ax + b) = 0$$

Potom použitím pravidla nulového součinu, položíte každý činitel rovno nule a řešením dostanete dvě řešení:

$$x = 0 \text{ nebo } ax + b = 0$$

$$x = 0 \text{ nebo } x = -\frac{b}{a}$$

Nedělte společným dělitelem x nebo nedostanete řešení $x = 0$. Ponechte si všechny dělitele a použijte pravidlo nulového součinu, abyste dostali řešení.

Trojčleny

Když má kvadratická rovnice všechny tři členy, můžete to ještě řešit pravidlem nulového součinu, jestliže jste schopni rozložit trojčlen.

Pamatujte si, že ne všechny trojčlenné kvadratické rovnice mohou být rozloženy s celočíselnými konstantami.

If it can be factored, then it can be written as a product of two binomials. The zero-product rule can then be used to set each of these factors equal to zero, resulting in two equations that are both simple linear equations that can be solved for x.

Completing the Square

Before considering the technique of completing the square, we must define a perfect square trinomial.

Perfect Square Trinomial

What happens when you square a binomial?

$$(a + x)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

Note that the coefficient of the middle term ($2a$) is twice the square root of the constant term (a^2).

Thus the constant term is the square of half the coefficient of x.

These observations only hold true if the coefficient of x is 1.

This means that any trinomial that satisfies this condition is a perfect square.

For example,

$$x^2 + 8x + 16$$

is a perfect square, because half the coefficient of x (which in this case is 4) happens to be the square root of the constant term (16). That means that

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2.$$

Multiply out the binomial $(x + 4)$ times itself and you will see that this works.

The technique of completing the square is to take a trinomial that is not a perfect square, and make it into one by inserting the correct constant term (which is the square of half the coefficient of x). Of course, inserting a new constant term has to be done in an algebraically legal manner, which means that the same thing needs to be done to both sides of the equation. This is best demonstrated with an example.

Example:

Given equation:	$x^2 + 6x - 2 = 0$
Move original constant to other side.	$x^2 + 6x = 2$
Add new constant to both sides (the square of half the coefficient of x).	$x^2 + 6x + 9 = 2 + 9$
Write left side as perfect square:	$(x + 3)^2 = 11$
Square root both sides (remember to use plus-or-minus).	$x + 3 = \pm\sqrt{11}$
Solve for x.	$x = -3 \pm \sqrt{11}$

Factoring can only find integer or rational roots.

When you write it as a binomial squared, the constant in the binomial will be half of the coefficient of x.

Jestliže mohou být rozloženy, pak mohou být napsány jako součin dvou dvojčlenů. Potom může být při položení každého z těchto činitelů rovno nule použito pravidlo nulového součinu plynoucí ve dvě rovnice, které jsou jednoduché lineární rovnice a mohou být vyřešeny pro x.

Doplnění na čtverec

Před zvážením postupu doplnění na čtverec, musíme definovat dokonalý kvadratický trojčlen.

Dokonalý kvadratický trojčlen

Co se stane, když umocníte dvojčlen?

$$(a + x)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

Všimněte si, že součinitel prostředního členu ($2a$) je dvakrát druhá odmocnina konstanty (a^2).

Tudíž konstanta je druhá mocnina poloviny koeficientu x.

Tato pozorování jsou pravdivá pouze pokud je koeficient x 1.

To znamená, že jakýkoli trojčlen, který splňuje tuto podmínku, je dokonalý čtverec.

Například

$$x^2 + 8x + 16$$

je dokonalý čtverec, protože polovina součinitele x (který je v tomto případě 4) se stane se druhou odmocninou z konstanty (16). To znamená, že

$$x^2 + 8x + 16 = (\mathrm{x} + 4)^2.$$

Násobte dvojčlen $(\mathrm{x} + 4)$ sám sebou a uvidíte, že to funguje.

Postup doplnění na čtverec je, vzít trojčlen, který není dokonalý čtverec a vyrobit ho vložením správné konstanty (která je mocnina poloviny součinitele x). Samozřejmě vkládání nové konstanty musí být uděláno algebraicky povoleným způsobem, což znamená, že stejná věc bude udělána pro obě strany rovnice. Nejlepší je demonstrovat to na příkladu.

Příklad:

Dána rovnice:	$x^2 + 6x - 2 = 0$
Přesuňte původní konstanty na druhou stranu.	$x^2 + 6x = 2$
Přičtěte nové konstanty k oběma stranám (mocnina poloviny koeficientu x).	$x^2 + 6x + 9 = 2 + 9$
Napište pravou stranu jako dokonalý čtverec.	$(x + 3)^2 = 11$
Odmocněte obě strany (nezapomeňte použít plus nebo mínus).	$x + 3 = \pm\sqrt{11}$
Řešte pro x.	$x = -3 \pm \sqrt{11}$

Rozložením můžete najít pouze celočíselné nebo racionální kořeny.

Když to napíšete jako dvojčlen na druhou, konstanta v dvojčlenu bude jedna polovina koeficientu x.

If the Coefficient of x^2 is Not 1

First divide through by the coefficient, then proceed with completing the square.

Example:

Given Equation:	$2x^2 + 3x - 2 = 0$
Divide through by coefficient of x^2 (in this case a 2).	$\frac{1}{2}(2x^2 + 3x - 2 = 0)$
	$x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = 0$
Move constant to other side.	$x^2 + \frac{3}{2}x = 1$
Add new constant term (the square of half the coefficient of x, in this case $\frac{9}{16}$).	$x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 1 + \frac{9}{16}$
Write as a binomial squared (the constant in the binomial is half the coefficient of x).	$(x + \frac{3}{4})^2 = \frac{25}{16}$
Square root both sides (remember to use plus-or-minus).	$x + \frac{3}{4} = \pm\frac{5}{4}$
Solve for x.	$x = \frac{3 \pm 5}{4}$

Thus $x = \frac{1}{2}$ or $x = -2$.

The Quadratic Formula

The solutions to a quadratic equation can be found directly from the quadratic formula. The equation

$$ax^2 + bx + c = 0$$

has solutions

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

The advantage of using the formula is that it always works. The disadvantage is that it can be more time-consuming than some of the methods previously discussed. As a general rule you should look at a quadratic and see if it can be solved by taking square roots; if not, then if it can be easily factored; and finally use the quadratic formula if there is no easier way.

Notice the plus-or-minus symbol (±) in the formula. This is how you get the two different solutions - one using the plus sign, and one with the minus.

Make sure the equation is written in standard form before reading off a, b, and c.

Most importantly, make sure the quadratic expression is equal to zero.

Jestliže koeficient x^2 není 1

Nejdříve dělte koeficientem, potom pokračujte s doplňováním na čtverec.

Příklad:

Dána rovnice:

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

Dělte koeficientem x^2 (v tomto případě 2).

$$\frac{1}{2}(2x^2 + 3x - 2 = 0)$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = 0$$

Přesuňte konstantu na druhou stranu.

$$x^2 + \frac{3}{2}x = 1$$

Přičtěte novou konstantu (mocninu poloviny koeficientu x, v tomto případě $\frac{9}{16}$).

$$x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 1 + \frac{9}{16}$$

Napište jako dvojčlen na druhou (konstanta ve dvojčlenu je polovina koeficientu x).

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

Odmocněte obě strany (nezapomeňte použít plus nebo mínus).

$$x + \frac{3}{4} = \pm\frac{5}{4}$$

Řešte pro x.

$$x = \frac{3 \pm 5}{4}$$

Tak $x = \frac{1}{2}$ nebo $x = -2$.

Kvadratická formule

Řešení kvadratické rovnice může být nalezeno rovnou z kvadratické formule.

Rovnice

$$ax^2 + bx + c = 0$$

má řešení

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Výhodou použití vzorce je, že funguje vždy. Nevýhoda je, že může být více časově náročný než některé metody popsané dříve. Jako obecné pravidlo byste se měli dívat na kvadratickou rovnici a poznat, jestli může být vyřešena odmocněním; jestliže ne, pak jestli může být rozložena; a nakonec použít kvadratickou formuli, jestliže není žádný snadnější způsob.

Všimněte si, že ve vzorci je symbol plus nebo mínus (±). Proto dostanete dvě různá řešení - jedno použitím znaménka plus a jedno použitím mínus.

Než začnete určovat a, b a c, ujistěte se, že je rovnice napsána v normální formě.

Nejdůležitější je, ujistit se, že je kvadratický výraz položen rovno nule.

The Discriminant

The formula requires you to take the square root of the expression $b^2 - 4ac$, which is called the discriminant because it determines the nature of the solutions.

For example:

You can't take the square root of a negative number, so if the discriminant is negative then there are no solutions.

If $b^2 - 4ac > 0$	There are two distinct real roots.
If $b^2 - 4ac = 0$	There is one real root.
If $b^2 - 4ac < 0$	There are no real roots.

Diskriminant

Vzorec vyžaduje, abyste vzali druhou odmocninu výrazu $b^2 - 4ac$, což je nazýváno diskriminantem, protože určuje povahu řešení.

Například:

Nemůžete odmocnit záporné číslo, tak jestliže je diskriminant záporný, pak rovnice nemá žádné řešení.

Jestliže $b^2 - 4ac > 0$	Tady jsou dva odlišné reálné kořeny.
Jestliže $b^2 - 4ac = 0$	Tady je jeden reálný kořen.
Jestliže $b^2 - 4ac < 0$	Tady není žádný reálný kořen.

Vocabulary:

algebraically algeraicky
axis osa
binomial dvojčlen
common společný, obvyklý
curve křivka
degree stupeň, postupně
demonstrated demonstrovaný, ukázaný
discussion jednání, diskuze
equation rovnice
figure číslice, cifra, obrázek
function funkce
graph graf
graphically graficky
inserting vkládání
isolating izolující
middle střední, prostřední
parabola parabola
principle základ, princip
quadratic kvadratický, čtvereční
rapidly rychle, prudce
relative vzájemný, příbuzný
remaining zbývající, zbylý
technique postup, technika
to cross křížit, protnout
to divide out rozdělit (mezi)
to happen stát se, přihodit se
to insert vložit, zasunout
to lose ztratit, zmeškat
to set položit
to solve řešit, vypočítat
to spread out rozložit, rozkládat se
to square umocnit na druhou
trinomial trojčlen
zero-product rule pravidlo nulového součinu

Tips for Factoring Trinomials

1 Clear fractions (by multiplying through by the common denominator).
2 Remove common divisors if possible.
3 If the coefficient of the x^2 term is 1, then $ax^2 + bx + c = (x + n)(x + m)$, where n and m.
   i. Multiply to give c.
   ii. Add to give b.
4 If the coefficient of the x^2 term is not 1, then use either.
   a. Guess-and Check
      i. List the divisors of the coefficient of the x^2 term.
      ii. List the divisorss of the constant term.
      iii. Test all the possible binomials you can make from these divisors.
   b. Factoring by Grouping
      i. Find the product ac.
      ii. Find two divisors of ac that add to give b.
      iii. Split the middle term into the sum of two terms, using these two divisors.
      iv. Group the terms into pairs.
      v. Factor out the common binomial.

Deriving the Quadratic Formula

The quadratic formula can be derived by using the technique of completing the square on the general quadratic formula:

Given:	$ax^2 + bx + c = 0$
Divide through by a.	$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$
Move the constant term to the right side.	$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$
Add the square of one-half the coefficient of x to both sides.	$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$
Factor the left side (which is now a perfect square), and rearrange the right side.	$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$
Get the right side over a common denominator.	$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$
Take the square root of both sides (remembering to use plus-or-minus).	$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Solve for x.	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS

The Solutions of a System of Equations

A system of equations refers to a number of equations with an equal number of variables. We will only look at the case of two linear equations in two unknowns.

A system of two linear equations in two unknowns might look like

$$\begin{aligned} 2x + 4y &= 3 \\ x - 3y &= 1 \end{aligned}.$$

This is the standard form for writing equations when they are part of a system of equations: the variables go in order on the left side and the constant term is on the right.

When we talk about the solution of this system of equations, we mean the values of the variables that make both equations true at the same time. There may be many pairs of x and y that make the first equation true, and many pairs of x and y that make the second equation true, but we are looking for an x and y that would work in both equations. In the following pages we will look at algebraic methods for finding this solution, if it exists.

The whole problem with solving a system of equations is that you cannot solve an equation that has two unknowns in it. You need an equation with only one variable so that you can isolate the variable on one side of the equation. Both methods that we will look at are techniques for eliminating one of the variables to give you an equation in just one unknown, which you can then solve by the usual methods.

Addition Method

The first method of solving systems of linear equations is the addition method, in which the two equations are added together to eliminate one of the variables.

Adding the equations means that we add the left sides of the two equations together, and we add the right sides together. This is legal because of the Addition Principle, which says that we can add the same amount to both sides of an equation. Since the left and right sides of any equation are equal to each other, we are indeed adding the same amount to both sides of an equation.

Example:

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 4 \\ 2x - 2y &= 1 \end{aligned}$$

If we add these equations together, the terms containing y will add up to zero ($2y$ plus $-2y$), and we will get

$$\begin{array}{l} 3x + 2y = 4 \\ \underline{2x - 2y = 1} \\ 5x + \quad 0 = 5 \end{array}$$

or

$$\begin{aligned} 5x &= 5 \\ x &= 1 \end{aligned}.$$

SOUSTAVY LINEÁRNÍCH ROVNIC

Řešení soustavy rovnic

Soustava rovnic se vtahuje k počtu rovnic se stejným počtem proměnných. Budeme brát v úvahu pouze případ dvou rovnic o dvou neznámých.

Soustava dvou lineárních rovnic o dvou neznámých by mohla vypadat jako

$$\begin{aligned} 2x + 4y &= 3 \\ x - 3y &= 1 \end{aligned} .$$

Toto je standardní tvar pro zapisování rovnic, které jsou částí soustavy rovnic: proměnné jdou v řadě na levou stranu a konstanty na pravou.

Když hovoříme o řešení této soustavy rovnic, míníme ty hodnoty proměnných, které udělají pravdivé obě rovnice zároveň. Může být mnoho dvojic x a y, které udělají první rovnici pravdivou a mnoho dvojic x a y, které udělají druhou rovnici pravdivou, ale my hledáme x a y, které by fungovali v obou rovnicích. Na následujících stránkách se podíváme na algebraické metody pro hledání řešení, pokud existuje.

Celý problém s řešením soustavy rovnic je, že nemůžete řešit rovnici, která má dvě neznámé. Potřebujete rovnici s jedinou proměnnou tak, že můžete izolovat proměnnou na jednu stranu rovnice. Obě metody, na které se podíváme, jsou techniky pro eliminaci jedné z proměnných, které vám dají rovnici s jednou neznámou a tu pak můžete řešit obvyklými metodami.

Sčítací metoda

První metoda řešení soustav lineárních rovnic je sčítací metoda, ve které jsou spolu sečteny dvě rovnice a tím odstraněna jedna z proměnných.

Sčítání rovnic znamená, že spolu sečteme levé a pravé strany obou rovnic. To je dovolené kvůli sčítacímu principu, který říká, že můžeme přičítat stejné množství k oběma stranám rovnice. Protože levá a pravá strana jakékoli rovnice si je rovna, ve skutečnosti přičítáme stejné množství k oběma stranám rovnice.

Příklad:

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 4 \\ 2x - 2y &= 1 \end{aligned}$$

Jestliže spolu sčítáme tyto rovnice, členy obsahující y budou dávat nulový součet ($2y$ plus $-2y$) a dostaneme

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 4 \\ \underline{2x - 2y} &\underline{= 1} \\ 5x + \quad 0 &= 5 \end{aligned}$$

nebo

$$\begin{aligned} 5x &= 5 \\ x &= 1 \end{aligned} .$$

However, we are not finished yet - we know x, but we still don't know y. We can solve for y by substituting the now known value for x into either of our original equations. This will produce an equation that can be solved for y:

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 4 \\ 3 \cdot (1) + 2y &= 4 \\ 3 + 2y &= 4 \\ 2y &= 1 \\ y &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Now that we know both x and y, we can say that the solution to the system is the pair $\left(1, \frac{1}{2}\right)$.

Example:

$$\begin{aligned} x + 2y &= 3 \\ 3x + 4y &= 2 \end{aligned}$$

Now there is nothing so obvious, but there is still something we can do. If we multiply the first equation by -3, we get:

$$\begin{aligned} -3x - 6y &= -9 \\ 3x + 4y &= 2 \end{aligned}$$

Don't forget to multiply every term in the equation, on both sides of the equal sign. Now if we add them together the terms containing x will cancel:

$$\begin{array}{r} -3x - 6y = -9 \\ 3x + 4y = 2 \\ \hline -2y = -7 \end{array}$$

or

$$y = \frac{7}{2}$$

As in the previous example, now that we know y we can solve for x by substituting into either original equation. The first equation looks like the easiest to solve for x, so we will use it:

$$x + 2y = 3$$

$$x + 2 \cdot \left(\frac{7}{2}\right) = 3$$

$$x + 7 = 3$$

$$x = -4$$

And so the solution point is $\left(-4, \frac{7}{2}\right)$.

Nicméně, ještě jsme neskončili - známe x, ale ještě neznáme y. y můžeme vypočítat substitucí nyní známé hodnoty x do kterékoli z našich původních rovnic. To vytvoří rovnici, kterou může být y vyřešeno:

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 4 \\ 3 \cdot (1) + 2y &= 4 \\ 3 + 2y &= 4 \\ 2y &= 1 \\ y &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Nyní, když známe x a y, můžeme říci, že řešení soustavy je dvojice $\left(1, \frac{1}{2}\right)$.

Příklad:

$$\begin{aligned} x + 2y &= 3 \\ 3x + 4y &= 2 \end{aligned}$$

Nyní tam není nic tak očividného, je ale ještě něco, co můžeme dělat. Jestliže znásobíme první rovnici -3, dostaneme:

$$\begin{aligned} -3x - 6y &= -9 \\ 3x + 4y &= 2 \end{aligned}$$

Nezapomeňte násobit každý člen v rovnici na obou stranách znaménka rovná se. Nyní, jestliže je spolu sečteme, členy obsahující x se vyruší:

$$\begin{aligned} -3x - 6y &= -9 \\ \underline{3x + 4y} &= \underline{2} \\ -2y &= -7 \end{aligned}$$

nebo

$$y = \frac{7}{2}$$

Jako v předcházejícím příkladu, známe nyní y, můžeme řešit x substitucí do jedné nebo druhé počáteční rovnice. První rovnice vypadá nejsnadnější pro řešení x, tak ji použijeme:

$$\begin{aligned} x + 2y &= 3 \\ x + 2 \cdot \left(\frac{7}{2}\right) &= 3 \\ x + 7 &= 3 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

A tak je řešení bod $\left(-4, \frac{7}{2}\right)$.

Substitution Method

When we used the addition method to solve a system of equations, we still had to do a substitution to solve for the remaining variable. With the substitution method, we solve one of the equations for one variable in terms of the other, and then substitute that into the other equation.

Example:

$$2y + x = 3 \qquad (1)$$

$$4y - 3x = 1 \qquad (2)$$

Equation (1) looks like it would be easy to solve for x, so we take it and isolate x:

$$2y + x = 3$$

$$x = 3 - 2y \qquad (3)$$

Now we can use this result and substitute 3 - $2y$ in for x in equation 2:

$$\begin{aligned} 4y - 3x &= 1 \\ 4y - 3(3 - 2y) &= 1 \\ 4y - 9 + 6y &= 1 \\ 10y - 9 &= 1 \\ 10y &= 10 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

Now that we have y, we still need to substitute back in to get x. We could substitute back into any of the previous equations, but notice that equation 3 is already conveniently solved for x:

$$x = 3 - 2y$$

$$x = 3 - 2 \cdot (1)$$

$$x = 3 - 2$$

$$x = 1$$

And so the solution is (1, 1).

As a rule, the substitution method is easier and quicker than the addition method when one of the equations is very simple and can readily be solved for one of the variables.

Substituční metoda

Když jsme užívali sčítací metodu k řešení soustavy rovnic, ještě jsme museli udělat substituci při řešení zbývající proměnné. Při substituční metodě vypočítáme jednu z rovnic pro jednu proměnnou pomocí té druhé a potom to nahradíte do druhé rovnice.

Příklad:

$$2y + x = 3 \qquad (1)$$

$$4y - 3x = 1 \qquad (2)$$

Rovnice (1) vypadá jako by bylo snadné x řešit, tak ji vezmeme a x izolujeme:

$$2y + x = 3$$

$$x = 3 - 2y \qquad (3)$$

Nyní můžeme použít tento výsledek a x v rovnici (2) nahradit 3 - 2y:

$$\begin{aligned} 4y - 3x &= 1 \\ 4y - 3(3 - 2y) &= 1 \\ 4y - 9 + 6y &= 1 \\ 10y - 9 &= 1 \\ 10y &= 10 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

Nyní když máme y, ještě potřebujeme nahradit y zpět, abychom dostali x. Mohli jsme y nahradit zpět do nějaké z předchozích rovnic, ale všimněte si, že rovnice (3) je již pro x výhodně vyřešena:

$$x = 3 - 2y$$

$$x = 3 - 2 \cdot (1)$$

$$x = 3 - 2$$

$$x = 1$$

A tak řešení je (1, 1).

Když je jedna z rovnic velmi jednoduchá a může být hned vyřešena pro jednu z proměnných, je zpravidla substituční metoda snazší a rychlejší než metoda sčítací.

Vocabulary:

fortunate příznivý, šťastný
presence přítomnost, výskyt
to add up to dávat součet
to eliminate odstranit, vyloučit
to substitute nah radit

Systems of Linear Equations: Solution by Graphing

Because these are linear equations, their graphs will be straight lines. This can help us visualize the situation graphically. There are three possibilities:

1. Independent Equations

In this case the two equations describe lines that intersect at one particular point. Clearly this point is on both lines, and therefore its coordinates (x, y) will satisfy the equation of either line. Thus the pair (x, y) is the one

2. Dependent Equations

Sometimes two equations might look different but actually describe the same line. For example, in

$$
\begin{aligned}
2x + 3y &= 1 \\
4x + 6y &= 2
\end{aligned}
$$

The second equation is just two times the first equation, so they are actually equivalent and would both be equations of the same line. Because the two equations describe the same line, they have *all* their points in common; hence there are an infinite number of solutions to the system.

If you try to solve a dependent system by algebraic methods, you will eventually run into an equation that is an *identity*. An identity is an equation that is always true, independent of the value(s) of any variable(s). For example, you might get an equation that looks like $x = x$, or $3 = 3$. This would tell you that the system is a dependent system, and you could stop right there because you will never find a unique solution.

3. Inconsistent Equations

If two lines happen to have the same slope, but are not identically the same line, then they will never intersect. There is no pair (x, y) that could satisfy both equations, because there is no point (x, y) that is simultaneously on both lines. Thus these equations are said to be *inconsistent*, and there is no solution. The fact that they both have the same slope may not be obvious from the equations, because they are not written in one of the standard forms for straight lines. The slope is not readily evident in the form we use for writing systems of equations. (If you think about it you will see that the slope is the negative of the coefficient of x divided by the coefficient of y).

By attempting to solve such a system of equations algebraically, you are operating on a false assumption—namely that a solution exists. This will eventually lead you to a *contradiction*: a statement that is obviously false, regardless of the value(s) of the variable(s). At some point in your work you would get an obviously false equation like $3 = 4$. This would tell you that the system of equations is inconsistent, and there is no solution.

EXAMPLES

The four basic operations

Solve:

$6 + 3 = ?$	(9)
$6 + (-3) = ?$	(3)
$(-6) + 3 = ?$	(-3)
$(-6) + (-3) = ?$	(-9)
$7 \times 3 = ?$	(21)
$7 \times (-3) = ?$	(-21)
$(-7) \times 3 = ?$	(-21)
$(-7) \times (-3) = ?$	(21)
$36 \div 4 = ?$	(9)
$36 \div (-4) = ?$	(-9)
$(-36) \div 4 = ?$	(-9)
$(-36) \div (-4) = ?$	(9)
$\lvert 19 + 5 \rvert = ?$	(24)
$\lvert 19 + (-5) \rvert = ?$	(14)
$\lvert (-19) + 5 \rvert = ?$	(14)
$\lvert (-19) + (-5) \rvert = ?$	(24)

Counting in a column format

Solve:

$11259 + 25986 = ?$	(37245)
$7956828 + 45896 = ?$	(8002724)
$54896 \times 296 = ?$	(16249216)
$4589119 \times 58 = ?$	(266168902)
$2569853 \div 5 = ?$	(513970,6)
$129024 \div 36 = ?$	(3584)

Divisibility tests

Is the number 333336 divisible by 2?	(Yes, it is.)
Is the number 1297000 divisible by 2?	(Yes, it is.)
Is the number 8882151 divisible by 3?	(Yes, it is.)
Is the number 162345 divisible by 3?	(Yes, it is.)
Is the number 172345 divisible by 3?	(No, it isn´t. The remainder is 1.)
Is the number 1333336 divisible by 4?	(Yes, it is.)

Is the number 1297000 divisible by 4? (Yes, it is.)
Is the number 1297000 divisible by 5? (Yes, it is.)
Is the number 7332899 divisible by 5? (No, it isn´t. The remainder is 4.)
Is the number 6867414 divisible by 6? (Yes, it is.)
Is the number 297663 divisible by 6? (No, it isn´t.)
Is the number 367942 divisible by 6? (No, it isn´t.)
Is the number 8882451 divisible by 9? (Yes, it is.)
Is the number 762345 divisible by 9? (Yes, it is.)
Is the number 172345 divisible by 9? (No, it isn´t. The remainder is 4.)
Is the number 676767000 divisible by 10? (Yes, it is.)
Is the number 129700190 divisible by 10? (Yes, it is.)
Is the number 7332899 divisible by 10? (No, it isn´t. The remainder is 9.)
Is the number 802199730000 divisible by 20? (Yes, it is.)
Is the number 1008922200 divisible by 25? (Yes, it is.)

Find the greatest common divisor of:

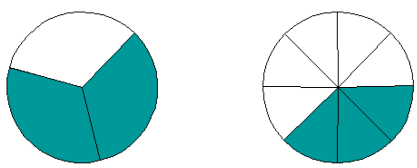
100 and 25 (25)
21 and 14 (7)
64 and 24 (8)
99 and 45 (9)

Find the least common multiple of:

14 and 49 (98)
12 and 9 (36)
6 and 18 (18)
2, 3, 4, and 5 (61)

Fractions

Which the fraction represents the shaded portion of the circles?



$\left(\frac{3}{8}, \frac{2}{3}\right)$

Are the fractions $\frac{3}{7}$; $\frac{6}{14}$; $\frac{24}{56}$ all equivalent? (Yes, they are)

Compare the fractions:

$\frac{3}{7}$ and $\frac{1}{2}$ $\left(\frac{3}{7} \rangle \frac{1}{2}\right)$

$\frac{13}{20}$ and $\frac{3}{5}$ $\left(\frac{13}{20} \rangle \frac{3}{5}\right)$

Convert the fractions $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{36}{72}$ and $\frac{9}{27}$ to some equivalent fractions.

Solve:

$\frac{9}{10} - \frac{1}{2} = ?$ $\left(\frac{2}{5}\right)$

$\frac{2}{3} + \frac{2}{7} = ?$ $\left(\frac{20}{21}\right)$

$5\frac{1}{8} - \frac{2}{3} = ?$ $\left(\frac{107}{24} = 4\frac{11}{24}\right)$

$92 + \frac{4}{5} = ?$ $\left(92\frac{4}{5}\right)$

$\frac{14}{15} \cdot \frac{15}{17} = ?$ $\left(\frac{14}{17}\right)$

$\frac{4}{11} \cdot \frac{22}{36} = ?$ $\left(\frac{2}{9}\right)$

$\frac{2}{15} \cdot 10 = ?$ $\left(\frac{4}{3}\right)$

$4\frac{1}{5} \cdot 2\frac{2}{3} = ?$ $\left(\frac{168}{15} = 11\frac{3}{15}\right)$

$\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{8} = ?$ $\left(\frac{27}{32}\right)$

$3 \cdot 7\frac{3}{4} = ?$ $\left(\frac{93}{4} = 23\frac{1}{4}\right)$

Find the reciprocal of $12\frac{1}{2}$. $\left(\frac{2}{25}\right)$

Solve:

$1\frac{1}{2} : 3\frac{1}{8} = ?$ $\left(\frac{24}{50}\right)$

$1 : 3\frac{3}{5} = ?$ $\left(\frac{5}{18}\right)$

$3\frac{1}{8} : 2 = ?$ $\left(1\frac{9}{16}\right)$

$\frac{\frac{3}{7}}{100} = ?$ $\left(\frac{3}{700}\right)$

$\frac{11}{\frac{2}{3}} = ?$ $\left(16\frac{1}{2}\right)$

$$\frac{23\frac{1}{5}}{\frac{2}{3}} = ?$$

($34\frac{4}{5}$)

Ratio

There are 5 red marbles, 10 blue marbles, 12 yellow marbles, 3 pink marbles and 8 green marbles in the polling urn.

What is the ratio of red to blue marbles? (1:2)
What is the ratio of yellow to green marbles? (3:2)
What is the ratio of pink to red marbles? (3:5)
What is the ratio of blue to yellow marbles? (10:3)
What is the ratio of green to blue marbles? (4:5)
What is the ratio blue marbles to the total number of items in urn? (5:19)
What is the ratio green marbles to the total number of items in urn? (4:19)
What is the ratio pink marbles to the total number of items in urn? (3:38)

Are the ratios 7:1 and 4:81 equal? (No)

Are 7:14 and 36:72 equal? (Yes)

Solve for *n*:

$$\frac{5}{4} = \frac{n}{20}$$

(25)

Decimal numbers

Write the expanded form of the number 103.06. (100 + 3 + 0.06)

Write the whole number portion in the number 0.024. (0)

Round:

1.545 to the nearest hundredth (1.55)
0.1024 to the nearest thousandth (0.102)
1.80 to the nearest one (2)
150.090 to the nearest hundred (200)
4499 to the nearest thousand (4000)

Solve:

$5.25 + 1.359 = ?$ (6.609)
$89.5862 + 0.25899 = ?$ (89.84519)

$6.6 \times 1.85 = ?$ (12.21)
$3.249 \times 4.75 = ?$ (15.43275)

$182 \div 0.7 = ?$ (260)
$453 \div 1{,}8 =$ ($251.\overline{6}$)

Compare:

0.402 and 0.412 (0.402<0.412)

120.65 and 34.999 (120.65>34.999)

12.345 and 12.097 (12.345>12.097)

Metric system

Convert:

1 hectometre = ______ meters (100)

1 centigram = _____ gram (0.01)

3 milliliters = _____ liters (0.003)

0.9 kilometers = ______ meters (900)

Percents

Convert a percent to a fraction.

80% = ? $(\frac{4}{5})$

101% = ? $(\frac{101}{100})$

0,05% = ? $(\frac{1}{2000})$

1,8% = ? $(\frac{9}{500})$

Convert a fraction to a percent.

$\frac{6}{20} = ?$ (30%)

$\frac{3}{5} = ?$ (60%)

$\frac{9}{8} = ?$ (112.5%)

$\frac{11}{3} = ?$ (3.7%)

What is 15% of 478? (71.7)

What percent of 1548 is 741? (47.87%)

9.8 is what percent of 31.4? (31.21%)

78 is 5.1% of what? (1529.41)

A bank charges 4% compound interest on a $1000 loan, which is to be paid back in three years.

How much it will cost in the first year? ($40)

How much it will cost in the second year? ($41.26)

How much it will cost in the third year? ($43.26)
What will be the totel amount of interest owed after three years? ($124.86)

Amy is training for the 1500 meter run. When she started training she could run 1500 meters in 5 minutes and 50 seconds. After a year of practice her time decreased by 8%. How fast can she run the race now? (5 min and 22 sec)

A fishing magazine sells 110000 copies each month. The company's president wants to increase the sales by 6%. How many extra magazines would they have to sell to reach this goal? (6600 more)

A compact disc that sells for $12 is on sale at a 20% discount. How much does the disc cost on sale? ($9.60)

Movie tickets sell for $8.00 each, but if you buy 4 or more you get $1.00 off each ticket. What percent discount is this? (12.5%)

Exponents and roots

Solve:

$2 \times 2 \times 2 = ?$ $(2^3 = 8)$

$1.1^2 = ?$ (1.21)

$0.5^3 = ?$ (0.125)

$10^6 = ?$ (1000000)

$x^8 x^3 = ?$ (x^{11})

$\frac{x^6}{x^4} = ?$ (x^2)

$\frac{x^{11}}{x^8} = ?$ (x^3)

$\frac{x^3}{x^9} = ?$ (x^{-6})

$\sqrt{7 + 29} = ?$ (6)

$\sqrt{81x^3}$ $(9x\sqrt{x})$

$\sqrt{x^5}$ $(x^2\sqrt{x})$

$\sqrt{8x^5} = ?$ $(2x^2\sqrt{2x})$

Algebraic expressions

A car travels down the freeway at 55 kilometers per hour. Write an expression for the distance the car will have traveled after *h* hours. $(55 \times h)$

There are 2000 liters of water in a swimming pool. Water is filling the pool at the rate of 100 liters per minute. Write an expression for the amount of water, in liters, in the swimming pool after *m* minutes. $(100 \times m + 2000)$

Are $2x^2$, $-5x^2$, and $\frac{1}{2}x^2$ like terms? (Yes)

Are xy^2, $3y^2x$, and $3xy^2$ like terms? (Yes)

Are x^2y^3, x^2y^2 and x^3y^2 like terms? (No)

Solve:

$x^2 + 2x + 3x^2 + 2 + 4x + 7 = ?$ $(4x^2 + 6x + 9)$

$9y + 5(8 - y) = ?$ $(4y + 40)$

$5x - (3x - 5) + 7 = ?$ $(2x + 2)$

Rational expressions

Write exclude value in the expression:

$\frac{2x}{x-3} = ?$ $(x \neq 3)$

$\frac{x+3}{1-x^2} = ?$ $(x \neq 1, x \neq -1)$

Solve:

$\frac{18x^4}{24x^7} = ?$ $(\frac{3}{4x^3}, x \neq 0)$

$\frac{15y-9}{6x} = ?$ $(\frac{5y-3}{2x}, x \neq 0)$

$\frac{x^2+x-6}{x+3} = ?$ $((x-2), x \neq -3)$

$\frac{5}{x} - \frac{a+1}{a^2-4} + \frac{a}{3a-6} = ?$ $(\frac{a^3+14a^2-3a-60}{3a^2-12}, x \neq 2, x \neq -2)$

$\frac{x^2-4x-5}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x-5} = ?$ $((x+1)^2, x \neq 1, x \neq 5)$

Algebraic equations

Solve:

$x - 14 = 7x + 10$ $(x = -4)$

$\frac{3x}{4} - \frac{x}{2} = 1$ $(x = 4)$

$\frac{2x}{6} - \frac{4x}{3} + \frac{3x}{2} = x - 1$ $(x = 2)$

Word problems

If the perimeter of a rectangle is 10 inches, and one side is one inch longer than the other, how long are the sides? (The sides have length 2 and 3 inches.)

You are driving along at 55 mph when you are passed by a car doing 85 mph. How long will it take for the car that passed you to be one mile ahead of you?
(t = 1/30 hr or 2 minutes)

How much of a 10% vinegar solution should be added to 2 cups of a 30% vinegar solution to make a 20% solution? (2 cups)

Quadratic equations

Solve:

$x^2 + 5x = 0$ ($x = 0$ or $x = -5$)

$x^2 - 3x = 0$ ($x = 0$ or $x = 3$)

$x^2 + 6x + 10 = 0$ (no solution)

$x^2 + 5x + 6 = 0$ ($x = -2$ or $x = -3$)

$x^2 + 10x + 25 = 0$ ($x = -5$)

$2x^2 - 8x + 8 = 0$ ($x = 2$)

$6x^2 + 10x - 5 = 0$ ($x = 0.81$ or $x = -4.14$)

$6x^2 + 10x + 5 = 0$ (no solution)

System of linear equations

Solve:

$$\begin{aligned} 5x - 2y &= 6 \\ 2x + 3y &= 10 \end{aligned}$$
(2, 2)

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 0 \\ -4x + y &= -10 \end{aligned}$$
(3, 2)

$$\begin{aligned} 10x &= 6 + 2y \\ 2(x - y) &= 3(1 - x) - y \end{aligned}$$
(infinite number of solutions)

ENGLISH - CZECH DICTIONARY:

A

***a* times** *a* krát
abbreviate zkrátit, zestručnit, zjednodušit
acceptable range přijatelný rozsah
accidentally náhodně, nešťastné důsledky
accurate přesný, správný
add sčítat, přičítat, přidat, sečíst
add up to dávat součet
adopt přijmout, převzít
alert ostražitý, živý, bystrý
alert varovat
algebraically algeraicky
allow dovolit, poskytovat, připustit
alphabet abeceda
alternative alternativní, náhradní, jiný
amount množství, částka, suma
amount obnášet, činit, dělat
answer (to) odpověď, reakce na
appear objevit se, jevit se, zdát se, vycházet
apply použít, používat, aplikovat
approach přístup, přibližování
approach přiblížit se, přistupovat, přistoupit k
approximately (to) přibližně, asi, kolem
arithmetic počty, aritmetika, počítání, aritmetický, početní
assemble shromáždit, sestavit
assign připisovat komu co, přiřazovat
assume předpokládat, domnívat se, napodobit, přijmout
attempt pokusit se, usilovat
attention pozornost, ošetření, péče, pozor
avoid vyhnout se, vyvarovat se
awkward nešikovný, nemotorný, nemístný, trapný
axis osa

B

balance rovnováha, váha
balance uvažovat
base základ, základna, podklad
basic základní, hlavní, zásadní, výchozí, elementární
basically v podstatě, základním způsobem, v zásadě
be equal být rovno, rovnat se
be line up být seřazený
binomial dvojčlen, dvojčlenný
boiling point bod varu
borrow vypůjčit si, půjčovat si
bracket závorka (hranatá)
bracket dát do závorky
break down selhat, zhroutit se
bring down přenést, srazit

C

cancel krátit, rušit, vymazat, vyškrtnout
carry nést, vést, táhnout
carry out provést
case případ, důvod
cause důvod, příčina
cause způsobit, být příčinnou
certain nějaký, určitý
chance šance, náhoda, příležitost
change měnit, měnit se, střídat
check ověřit, zastavit, ovládnout
choice volba, výběr, tip
circumstance okolnost, náhoda, osud
clearly jasně, zřetelně, zřejmě, zjevně, názorně
close blízký, těsný, uzavřený
coefficient koeficient, součinitel
collecting sbírání, hromadící
colon dvojtečka
column sloupec
combine spojit, slučovat, kombinovat
comment poznámka, komentář, vysvětlivka
common společný, obecný, obvyklý
commutative law komutativní zákon
compact kompaktní, složený z, pevný
compare porovnat, srovnat
comparison, in * with porovnání, ve srovnání s
complex fraction složený zlomek
complicate komplikovat, plést

composite number složené číslo, smíšené číslo
conditional podmínkový, předpoklad, podmiňovací
confusion zmatek, záměna
confuse mást, zmást, poplést, zamotat
connection spojení, souvislost
consequently následkem toho, v důsledku toho, proto
consider rozmyslet si, uvážit, vzít v úvahu, pokládat, předpokládat
consistent shodný, souhlasný
constant konstanta, stálý, neměnný
contain obsahovat, rovnat se čemu, mít, skládat se, ovládnout
context souvislost, kontext
contradiction spor, rozpor, popření
convenient vhodný, vyhovující
convention dohoda, úmluva, společenská zvyklost
conventional tradiční, obecný, obvyklý, dohodnutý
conversely obráceně, naopak, a naopak
conversion převedení, změna, převod, přeměna, úprava
convert přeměnit, změnit
correct správný, přesný
correspond (with) shodovat se, odpovídat (čemu), souhlasit
count počítat, spočítat
count up sečíst, spočítat
crazy divný, šílený
cross křížit, protnout, přeškrtnout
cross-multiplying násobení křížem
cross-product křížový součin
cube root třetí odmocnina
cubic kubický, krychlový
curve křivka

D

decimal desetinný, desetinné číslo
decrease snížit se, klesnout, ubývat, zmenšit se
define definovat, vymezit, formulovat, určit, charakterizovat
definition definice, definování, vysvětlení
degree stupeň, postupně
demonstrate demonstrovat, ukázat
denominator jmenovatel
denote ukazovat, udávat co, označit
depend záviset, být závislý
describe popsat, vylíčit, charakteristikovat
determine určovat, vymezit, stanovit, udávat
digit číslice, cifra
direction směr, řízení, vedení, kontrola, pokyn
directly přímo, rovnou, okamžitě, ihned
disadvantage nevýhoda, nedostatek
discussion jednání, diskuze, debata
displacement posunutí, přemístění, náhrada
distance vzdálenost, rozestup, odstup
distributive law distributivní zákon
divide rozdělit, dělit
divide out rozdělit (mezi)
dividend dělenec
division dělení
divisor dělitel
draw a line under podtrhnout

E

efficient účinný, výkonný, zdatný, dobře fungující
eliminate odstranit, vyloučit, vynechat, vypustit
encounter potkat se, střetnout se, utkat se
entire celý, úplný, veškerý
entirely úplně, celkově
equal rovný, stejný, rovnající se
equal rovnat se, vyrovnat se
equality rovnost, stejnost
equation rovnice
equivalent ekvivalentní, stejný, shodný, rovnocenný
erase vymazat
error chyba, omyl, odchylka
estimate odhadnout na, ocenit
estimating odhadování
evaluate vyčíslit, vypočítat hodnotu
even sudý, rovný, stejný, vyrovnaný, dokonce, stejně, právě
evenly rovnoměrně
exact přesný, určitý
examine pohlížet, zkoumat, zkoušet, vyšetřovat
exclude vyloučit, vyjmout, vyřadit

exclude from vybrat z , vyloučit z, vyjmout
exist existovat, být, žít
expanded form rozšířený tvar, rozvinutý tvar
expect očekávat, předpokládat, čekat
explicitly explicitně, výlučně, výslovně
exponent exponent, mocnitel
exponential exponenciální
express vyjádřit, vyslovit
express rychlý, zřetelný, jasný
expression výraz, vyjádření
extend protáhnout, rozšířit, rozpínat se, rozprostírat
extremely neobyčejně, do krajnosti

F

factor faktor, dělitel, činitel, rozklad
factor dělit, rozložit, rozložit na činitele
February únor
figure číslice, cifra, obrázek, tvar
fill plnit, zaplnit, zásobit
find najít, objevit, nalézt, zjistit
fix upevnit, stanovit, upravit, rozhodnout se
focus ohnisko, střed
forbid zakázat
form vytvořit, utvářet
form tvar, forma, podoba
formed by tvořené (čím)
formula vzorec, předpis, pravidlo
fortunate příznivý, šťastný
fortunately naštěstí, šťastnou náhodou
four digit čtyřciferný
fraction zlomek
fraction bar zlomková čára
freezing point bod mrazu
frequently často, hojně, rychle, obvykle
function funkce

G

general obecný, hlavní
generally obecně
generic všeobecný
glance letmý pohled
graph graf
graphically graficky
greater than větší než
greatest common divisor GCD největší společný dělitel NSD
group skupina, seskupení
group utvořit, tvořit skupinu

H

happen stát se, přihodit se
height výška
helpful užitečný
hold obsahovat, držet, platit, považovat
horrible hrozný, strašný
hundred thousandths sto tisíciny
hundredths setiny
hyphen pomlčka, spojovací čárka

I

identity identita
if and only if právě tehdy když
ignore nevšímat si, nevědět, nedbat
imagine představit si, domnívat se, chápat
immediately ihned, okamžitě, hned
imply implikovat, obsahovat, předpokládat, znamenat, chtít říct
improper fraction smíšený zlomek
in additioin to st kromě něčeho, ještě, nad to
in all celkem
in fact ve skutečnosti
include zahrnovat, obsahovat, započítat, svírat
inconvenient nevhodný, nevyhovující
incorrectly nesprávně, chybně
increase zvětšit se, růst, přibývat
indeed vskutku, skutečně, rozhodně
index index
indicate označit, udávat, naznačit, být vyjádření čeho
indicate naznačit, oznamovat, signalizovat
infinite nekonečno, nekonečný, neurčitý
insert vložit, zasunout
inside uvnitř, vnitřek
instead místo, spíše
interesting zajímavý
inverse obrácený, opačný

involve vyžadovat, umocnit, znamenat, týkat se
isolate oddělit, izolovat
item položka

L

label označit
land on dostat se na, dopadnout
large velký, rozsáhlý
LCD NSD
lead vést, řídit, mířit
leap year přestupný rok
least common multiple LCM nejmenší společný násobek NSN
leave zanechat, odkázat, vynechat, dovolit, odejít
leftmost levý krajní
length délka, vzdálenost
less than menší než
letter písmeno
like stejný, jako, podobný, tentýž
line čára, přímka
linear lineární, přímočarý
list vytvořit seznam
logical logický
look for hledat
lose ztratit, zmeškat
low nízký, malý

M

make dělat, udělat, učinit, vytvořit, zhotovit, přinutit, vydělat, přivodit, směřovat
maneuver manévr
manner způsob, zvyk
marble kulička
mass hmotnost
mean znamenat, mínit, mít v úmyslu
measurement měření, míra, rozměry, velikost
member prvek, člen
mention zmínit se
middle střední, prostřední
millionths milióntiny
minuend menšenec
mistake chyba
mixed number smíšené číslo
monomial jednočlen
move pohnout, hýbat
multiplicand násobenec
multiplication násobení
multiplier násobitel
multiply násobit, rozmnožit
mutually vzájemně, oboustraně, společně

N

near blízko
necessarily nutně, nuceně
negative záporný
nevertheless nicméně, avšak, přesto
nonzero nenulový
notation značení, zápis, záznam
notice všimnout si, upozornit, zmínit se
number číslo, počet
number line číselná osa
numerator čitatel

O

obey vyhovovat, splňovat
object předmět, účel, cíl
objective objektivní, cíl, účel, úkol
observation pozorování, poznámka, pozornost, postřeh
obtain získat, obdržet, obstarat si
obvious zřejmý, jasný, samozřejmý, očividný
odd lichý
oddball podivný
one digit jednociferný
ones jednotky
opaque neprůhledný
opposite opačný, opak
ordinal number řadová číslovka
origin počátek
original původní, počáteční

P

pair pár, dvojice
parabola parabola
parenthesis kulatá závorka
particularly zvláště, obzlášť, zejména
path dráha
pattern vzorec, model, předloha, vzor
percent procento
percentage celkové procento
perfect power dokonalá mocnina

permit dovolit, povolit, tolerovat
phrase výraz, fráze, úsloví, rčení
physical fyzikální
picture obrázek, zobrazení
piece kus, mince, dílo, hra
place místo
place umístit, stanovit
polynomial polynom
portion část, podíl
position postavení, poloha, hodnost
positive kladný
possibility možnost
possible možná, přijatelná
power mocnina
precise přesný, absolutní, ostrý
precision přesnost, jemnost
predecessor předchůdce, předek
prefix předpona
presence přítomnost, výskyt
preserve uchovat, chránit
prevent zabránit, předejít
previously předtím
prime number prvočíslo
principal roots kladná, základní odmocnina
principle základ, princip, podstata, zásada
probably pravděpodobně
problem problém, úloha
procedure postup
produce předvést, předložit, vyrobit, plodit
product součin
proper (to) řádný, správný, hodící se, vlastní
property vlastnost
proportion proporce
provide poskytovat, postarat se

Q

quadratic kvadratický, čtvereční
quantity množství, velikost, veličina
quotient podíl

R

race závod
radical radikální, zásadní, základní
raise zvýšit, pozvednout, povýšit
rapidly rychle, prudce
ratio poměr
rational lomený
rearrange přeskupit, přerovnat
reasonable racionální, rozumný
recall připomenout, vzpomenout, odvolat, zrušit
reciprocal převrácená hodnota
recorgnize poznat, uznat
rectangle obdélník, pravoúhelník
reduce zmenšit, snížit, přeměnit, omezit
refer odkázat, odvolávat se, upozornit, přiřazovat k, vztahovat se k
regard dívat se pozorně, mít ohled, týkat se, vážit si
rejoin znovu spojit, odpovědět
related souviset, vztahovat se (k), být v poměru
relationship vztah, poměr, vazba
relative vzájemný, příbuzný
relatively relativně, poměrně
remain zůstat, zbýt, setrvat, trvat, zbývat
remainder zbytek, rozdíl
remember to nezapomenout
remove odstranit, odložit, vyloučit
repeatedly opět a opět, opětovně
repeating decimal periodické desetinné číslo
replace nahradit, vystřídat
represent znázorňovat, představovat
require žádat, požadovat, vyžadovat
restriction snížení, omezení, zmenšení
result výsledek, důsledek
reverse obrácený, opačný, převrácený, zpětný
rid, to get rid zbavit se, odstranit
ridiculous absurdní, směšný
ridiculously směšně
root odmocnina
root able odmocnitelný
round zaokrouhlit
row řada
rule pravidlo, zákon, předpis

S

satisfy uspokojit, vyhovět, přesvědčit, ujistit, splňovat, vyhovovat, učinit zadost
sea level hladina moře
sense smysl, význam

separate oddělit, dělit, odloučit, separovat
set množina
set položit
several několik, pár
shade vyšrafovat, vystínovat
shift sunout, odstranit, řadit
shorthand zkratka
scheme schéma, zobrazení, nákres
sign znaménko
significant významný, podstatný, mnohoznačný
similar podobný
simple jednoduchý, prostý
simplify zhednodušit, ulehčit, usnadnit
situation situace, poloha, postavení, stav
solution řešení
solve řešit, vyřešit, vypočítat
specify výslovně uvést, specifikovat, upřesnit
split up rozdělit se, rozpadnout
spread out rozložit, rozkládat se, prostírat se, rozvinout
square čtverec
square umocnit na druhou, povýšit na druhou
square root druhá odmocnina
statement tvrzení, výpověď, údaj, výkaz, prohlášení
step krok
strictly striktně, přesně
stuff hmota, látka
substitute nahradit
subtrahend menšitel
successive postupný, posloupný, následný, po sobě jdoucí,
suggest navrhnout, naznačit, doporučit
suite hodit se, přizpůsobit
sum součet, suma
superfluous nadbytečný, postradatelný, zbytečný
suppose předpokládat, připustit, myslet si
switch prohodit, vyměnit
symbol symbol, znak

T

take brát, vzít, chytit, ujmout se, přijmout (nabídku), donést, zabírat (čas), dát (práci), skládat (zkoušku),
tedious nudný, únavný, fádní
technique postup, technika
tell říct, vypravovat
temperature teplota
tempt pokoušet, svádět k špatnému
ten thousandths deseti tisíciny
tenths desetiny
term člen, výraz
terminating decimal ukončené desetinné číslo
thing věc, záležitost, něco
think myslet, uvažovat
think of myslet na
thousandths tisíciny
time čas
together společně
translate přeložit
trick trik, způsob
tricky ošidný, podivný, klamný
trinomial trojčlen, trojčlenný
truthfulness pravdivost, přesnost
two-digit dvojciferný

U

unacceptable nepřijatelný, nevítaný, nehodící se, nevhodný
undefine nedefinovat, neomezit, necharakterizovat
underline potrhnout, zdůraznit
understand rozumět, chápat, věřit
undistribute neroztřídit, nedistribuovat
unfortunately bohužel, naneštěstí
union sjednocení
unit jednotka, část
unknown neznámá

V

value hodnota, cena, význam
variable proměnná
various různý
vice-versa naopak
view dívat se, považovat za
violation porušení
visualize představit si
volume objem

W

way způsob

whatever jakýkoli, cokoli
whole number part celočíselná část
word problem slovní úloha
wrong špatný, nesprávný

Z

zero-product rule pravidlo nulového součinu

ČESKO - ANGLICKÝ SLOVNÍK:

A

***a* krát** *a* times
aplikovat to apply
aritmetika arithmetic

B

bod mrazu freezing point
bod varu boiling point
brát to take
být příčinnou to cause
být rovno to be equal
být seřazený to be line up
být v poměru to related

C

celkem in all
celkově entirely
celočíselná část whole number part
celý entire
cifra digit

Č

čára line
čas time
část portion, unit
činit to amount
činitel factor
číselná osa number line
číslice digit, figure
číslo number
čitatel numerator
člen member, term
čtverec square
čtvereční quadratic

D

dát do závorky to bracket
dávat součet to add up to
definice definition
definovat to define
dělat to make
dělenec dividend
dělení division
dělit to divide
dělitel divisor, factor (US)
délka length
deseti tisíciny ten thousandths
desetinný decimal
desetiny tenths
distributivní zákon distributive law
dívat se to view
domnívat se to assume
dostat se na to land on
dovolit to allow, to permit
druhá odmocnina square root
důvod case
dvojčlen binomial
dvojice pair
dvojtečka colon

E

ekvivalentní equivalent
existovat to exist
exponenciální exponential
exponent exponent

F

forma form
formulovat to define
funkce function
fyzikální physical

G

graf graph
graficky graphically

H

hlavní basic
hledat to look for
hmotnost mass
hodící se proper (to)
hodit se to suite
hodnota value
hýbat to move

Ch

chápat to understand

chyba error, mistake
chybně incorrectly

I

identita identity
index index
izolovat to isolate

J

jednočlen monomial
jednoduchý simple
jednotka unit
jednotky ones
jmenovatel denominator

K

kladný positive
koeficient coefficient
komplikovat to complicate
komutativní zákon commutative law
konstanta constant
krátit to cancel
krychlový cubic
křivka curve
křížit to cross
křížový součin cross-product
kubický cubic
kvadratický quadratic

L

lichý odd
lineární linear
logický logical
lomený rational

M

měnit to change
menší než less than
měření measurement
milióntiny millionths
mínit to mean
místo place
mnohočlen polynomial
množina set
množství amount, quantity
mocnina power
mocnitel exponent
možnost possibility
myslet to think

N

nahradit to replace
náhradní alternative
najít to find
naopak conversely
následkem toho consequently
násobení multiplication
násobit to multiply
násobitel multiplier
nahradit to substitute
navrhnout to suggest
naznačit to indicate, to suggest
nedefinovat to undefine
necharakterizovat to undefine
nejmenší společný násobek NSN least common multiple LCM
největší společný dělitel NSD greatest common divisor GCD
nekonečno infinite
nenulový nonzero
nepřijatelný unacceptable
neroztřídit to undistribute
nesprávně incorrectly
nesprávný wrong
neurčitý infinite
nevědět to ignore
nevhodný inconvenient
nevhodný unacceptable
nevšímat si to ignore
nevýhoda disadvantage
nevyhovující inconvenient
nezapomenout to remember to
neznámá unknown
nízký low
NSD LCD

O

obdélník rectangle
obdržet to obtain
obecně generally
obecný general
objem volume
objevit se to appear
obnášet to amount
obráceně conversely
obrácený inverse, reverse
obrázek figure, picture

obsahovat to contain, to hold, to imply, to include
obstarat si to obtain
obvyklý common, conventional
očekávat to expect
oddělit to isolate, to separate
odhadnout na to estimate
odhadování estimating
odchylka error
odkázat to refer
odmocnina root
odmocnitelný root able
odpověď answer
odpovídat (čemu) to correspond with
odstranit to eliminate
odstranit to remove
odstup distance
okolnost circumstance
omezení restriction
omezit to reduce
opačný inverse
opačný opposite, reverse
opětovně repeatedly
osa axis
ostražitý alert
ověřit to check
označit to denote, to indicate, to label
oznamovat to indicate

P

pár pair
parabola parabola
písmeno letter
platit to hold
plnit to fill
počáteční original
počátek origin
počet number
počítání arithmetic
počítat to count
podíl quotient
podobný like, similar
podstata principle
podstatný significant
podtrhnout to draw a line under
pohlížet to examine
pohnout to move
pokoušet to tempt
pokusit se to attempt
poloha position, situation
položit to set
položka item
poměr ratio
pomlčka hyphen
poplést to confuse
popsat to describe
porovnání comparison
porovnat to compare
porušení violation
poskytovat to provide
postavení position
postup procedure, technique
postupně degree
postupný successive
posunutí displacement
potkat se to encounter
potrhnout to underline
použít to apply
považovat to hold
považovat za to view
povolit to permit
poznámka comment
pozornost attention
pozorování observation
požadovat to require
pravděpodobně probably
pravdivost truthfulness
právě tehdy když if and only if
pravidlo formula, rule
pravoúhelník rectangle
problém problem
procento percent
prohodit to switch
proměnná variable
proporce proportion
prostřední middle
prostý simple
protáhnout to extend
provést to carry out
prvek member
prvočíslo prime number
předejít to prevent
předložit to produce
předpis formula, rule
předpoklad conditional
předpokládat to assume, to expect, to imply, to suppose, to consider
předpona prefix
představit si to imagine, to visualize
představovat to represent
předtím previously
předvést to produce
přeložit to translate

přeměnit to convert, to reduce
přemístění displacement
přenést to bring down
přeskupit to rearrange
přesně strictly
přesnost precision, truthfulness
přesný accurate, correct, precise
přestupný rok leap year
převedení conversion
převrácená hodnota reciprocal
převzít to adopt
přiblížit se to approach
přibližně (k) approximately (to)
přibývat to increase
příčina cause
přidat to add
přihodit se to happen
přijatelná possible
přijatelný rozsah acceptable range
přijmout to adopt, to také
přímka line
přímo directly
případ case
připisovat komu co to assign
připustit to allow
přiřazovat to assign, to refer
přistupovat to approach
přítomnost presence
přizpůsobit to suite
původní original

R

racionální reasonable
rovnající se equal
rovnat se to be equal, to equal
rovnice equation
rovnoměrně evenly
rovnost equality
rovnou directly
rovnováha balance
rovný equal
rozdělit to divide
rozdělit (mezi) to divide out
rozdělit se to split up
rozestup distance
rozklad factor
rozkládat se to spread out
rozložit to spread out
rozložit na činitele to factor
rozměry measurement
rozmyslet si to consider
rozprostírat to extend
rozumět to understand
růst to increase
rušit to cancel
různý various
rychle rapidly
rychlý express

Ř

řada row
řadit to shift
řadová číslovka ordinal number
řešení solution
řešit to solve
říct to tell

S

sbírat to collect
sčítat to add
sečíst to count up
selhat to break down
separovat to isolate, to separate
seskupení group
sestavit to assemble
setiny hundredths
shodný consistent, equivalent
shodovat se to correspond
shromáždit to assemble
schopný efficient
signalizovat to indicate
situace situation
sjednocení union
skládat se to contain
skupina group
sloupec column
slovní úloha word problem
složený z compact
složený zlomek complex fraction
slučovat to combine
směr direction
smíšené číslo composite number, mixed number
smíšený zlomek improper fraction
smysl sense
snížení restriction
snížit se to decrease
součet sum
součin product
součinitel coefficient
souhlasit to correspond

souhlasný consistent
souviset to related
souvislost connection, context
specifikovat to specify
splňovat to obey, to satisfy
spočítat to count (up)
spojení connection
spojit to combine
společně together
společný common
spor contradiction
správný correct
srazit to bring down
srovnat to compare
stanovit to determine, to fix
stát se to happen
stejnost equality
stejný equal, equivalent, like
sto tisíciny hundred thousandths
striktně strictly
střed focus
střední middle
střídat to change
stupeň degree
sudý even
sunout to shift
symbol symbol

Š

špatný wrong

T

technika technique
teplota temperature
tip choice
tisíciny thousandths
tradiční conventional
trik trick
trojčlen trinomial
třetí odmocnina cube root
tvar figure, form
tvořené (čím) formed by
tvořit skupinu group
tvrzení statement
týkat se to involve, to regard

U

ubývat to decrease
učinit to make
udávat to indicate
uchovat to preserve
ukázat to demonstrate
ukazovat to denote
ukončené desetinné číslo terminating decimal
umístit to place
umocnit na druhou to square
upevnit to fix
upravit to fix
určit to define
určitý certain, exact
určovat to determine
usilovat to attempt
usnadnit to simplify
utkat se to encounter
utvářet to form
uvažovat to balance, to think
uvnitř inside
uzavřený close
užitečný helpful

Ú

účel object
úloha problem
úplně entirely
úplný entire
úprava conversion

V

v důsledku toho consequently
v podstatě basically
varovat to alert
ve skutečnosti in fact
ve srovnání s in comparison with
věc thing
veličina quantity
velikost measurement, quantity
velký big
vést to carry, to lead
větší larger
větší než greater than
vhodný convenient
vlastnost property
vložit to insert
volba choice
všeobecný generic
všimnout si to notice
výběr choice
vyčíslit to evaluate

vyhnout se to avoid
vyhovovat to obey, to satisfy
vyhovující convenient
vycházet to appear
vyjádření expression
vyjádřit to express
vyjmout to exclude
vylíčit to describe
vyloučit to eliminate
vyloučit to exclude, to remove
výlučně explicitly
vymazat to erase
vyměnit to switch
vymezit to define, to determine
vynechat to eliminate
vypočítat to solve
výpověď statement
vypůjčit si to borrow
vypustit to eliminate
výraz expression, phrase, term
vyrovnat se to equal
vyřadit to exclude
vyřešit to solve
výskyt presence
výsledek product, result
výsledek result
vyslovit to express
výslovně explicitly
výslovně uvést to specify
vystřídat to replace
vysvětlení definition
vysvětlivka comment
vyšetřovat to examine
výška height
vyškrtnout to cancel, to shade
vytvořit to form, to make
vytvořit seznam to list
vyvarovat se to avoid
význam sense
významný significant
vyžadovat to involve
vzájemně mutually
vzájemný relative
vzdálenost distance, length
vzít to take
vzít v úvahu to consider
vzorec formula, pattern
vztah relationship
vztahovat se (k) to refer, to related

Z

zabránit to prevent
zahrnovat to include
zajímavý interesting
zakázat to forbid
základ base, principle
základ principle
základna base
základní basic
zákon rule
záležitost thing
záměna confusion
zanechat to leave
zaokrouhlit to round
zápis notation
zaplnit to fill
započítat to include
záporný negative
zásadní basic
zastavit to check
záviset to depend
závod race
závorka (hranatá) bracket
závorka (kulatá) parenthesis
zbavit se to rid
zbýt to remain
zbytečný superfluous
zbytek remainder
zdát se to appear
zhodnotit to evaluate
zhroutit se to break down
získat to obtain
zjednodušit to abbreviate
zjednodušit to simplify, to abbreviate
zjevně clearly
zjistit to find
zkoumat to examine
zkrátit to abbreviate
zkratka shorthand
zlomek fraction
zlomková čára fraction bar
změna conversion
změnit to convert
zmenšit to reduce
zmenšit se to decrease
zmínit se to mention
znak symbol
znamenat to imply, to involve, to mean
znaménko sign
znázorňovat to represent

zobrazení scheme
způsob manner, way
způsobit to cause
zřejmý obvious
zřetelně clearly
zřetelný express
ztratit to lose
zůstat to remain
zvětšit se to increase
zvýšit to raise

APPENDIX

How to read mathematical expressions?

1.23	one point two three
0.75	(nought) point seven five
± 2	plus or minus two
$\frac{1}{2}$	a half or one over two
$\frac{2}{3}$	two thirds or two over three
$\frac{5}{6}$	five sixths
$\frac{9}{10}$	nine tenth
$\frac{45}{81}$	fourty-five over eighty-one
$1\frac{1}{12}$	one and a one twelfth
$\frac{3x}{4y}$	three *x* over four *y*
2^2	two squared
7^3	seven cubed, seven to the third
3^4	three to the fourth or three to the power of four
$\sqrt{9}$	the square root of nine
$\sqrt[3]{8}$	cube root of eight
$\sqrt[4]{16}$	the fourth root of 16
2^{-2}	two to the minus second
5^{-3}	five to the (power of) minus three
$8y$	eight times *y*
$6x^2$	six times *x* squared
$\frac{1}{5}x^3$	one fifth *x* cubed
$9x^{10}$	nine times *x* to the power of ten
$7x^{-1}$	seven times *x* to the (power of) minus one
$2y^{-2}$	twice *y* to the minus second

$6\sqrt{a^2}$	six times the square root of *a* squared
$(a + b)^2$	*a* plus *b* (in brackets) all squared
$(x + 5)^{-3}$	*x* plus five (in brackets) all to the (power of) minus three
$\sqrt[3]{(3 - y)}$	the cube root of three minus *y* (in brackets)
$2 + 4 = 6$	two plus four equals six or two plus four is six
$9 - 6 = 3$	nine minus six equals three or nine minus six is three
$6 \times 9 = 54$	six times nine equals fifty-four or six nines are fifty-four or six multiplied by nine is fifty-four
$9 \div 3 = 3$	nine divided by three equals three or nine divided by three is three
$3^2 = 9$	three squared equals nine or three squared is nine
$\sqrt{4} = 2$	the square root of four equals two or the square root of four is two
$\sqrt[3]{8} = 2$	the cube root of eight equals two or the cube root of eight is two
$5x - 1 = 4$	five times x minus one equals four or five times x minus one is four
$a : b = c : d$	a is to b as c is to d

ZÁVĚR

Při sestavování této práce jsem vycházela z anglických článků, které jsem získala ze zdrojů uvedených v seznamu literatury. Tyto články jsem zkombinovala, upravila, přeložila a doplnila názornými obrázky, které jsem vytvořila v grafickém programu Corel Draw.

Během překladu textů jsem byla nucena řešit dva hlavní problémy.

První problém spočíval ve volbě přesnosti překladu. Mohla jsem buď volněji překládat anglická slova a tím si pomoci při tvorbě českých vět, nebo se snažit zachovat přesné znění anglických slov na úkor češtiny. Po konzultaci s vedoucím mé diplomové práce, jsem se rozhodla, že překlad bude co nejpřesněji odpovídat anglickému originálu.

Druhým problémem byly anglické výrazy, které nemají shodné české ekvivalenty nebo nejsou v českém jazyce pojmenovány vůbec (např. column format, principal root). Proto jsem v těchto případech upřednostnila české výrazy, které mají stejný význam.

Doufám, že práce bude nápomocná studentům i vyučujícím pro jejich další vzdělávání a přínosná v době, kdy mají studenti možnost studia na zahraničních univerzitách a kdy se stále častěji hovoří o integraci žáků, ať už s nějakým handicapem nebo jiným mateřským jazykem.

LITERATURA:

- Dlouhá Pavla: Čítanka odborných textů pro posluchače matematicko- fyzikální fakulty, SPN Praha, 1967
- Nimrichter František: Matematika pro I. a II. ročník středních ekonomických škol, SPN Praha, 1970
- PhDr. Řešetka Miroslav: Anglicko- český, česko- anglický slovník, FIN Publishing, 2003
- en.wikipedia.org
- library.thinkquest.org
- math.rice.edu
- mathforum.org
- mathworld.wolfram.com
- planetmath.org
- www.aaamath.com
- www.coolmath.com
- www.jamesbrennan.org
- www.math.com
- www.mathematicshelpcentral.com
- www.mathleague.com
- www.themathpage.com