

**Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích  
Pedagogická fakulta**

**Slavní matematikové dávné i nedávné minulosti  
(The famous scientists in the mathematical analysis)**

Petr PEŠEK

České Budějovice, 2008

Obsah :		
Zásady pro vypracování.....	2	
Několik slov úvodem .....	3	
1. Dějiny matematiky		
1.1. Úvod.....	4	
1.2. Prvopočátky matematického myšlení .....	4	
1.3. Staroorientální matematika .....	4	
1.4. Řecko .....	5	
1.5. Orient .....	6	
1.6. Počátky matematiky v západní Evropě .....	7	
1.7. Bolognská univerzita .....	7	
1.8. Renesanční matematici .....	9	
2. Infinitesimální počet		
2.1. Integrace a derivace.....	12	
2.2. Newtonova metoda fluxí.....	12	
2.3. Leibniz .....	14	
2.4. Pokračovatelé.....	15	
3. Issak Newton		
3.1. Vzdělání .....	18	
3.2. První objevy.....	19	
3.3. Spory s Leibnizem.....	19	3.4.
Principia .....	20	
4. Gottfried Wilhelm Leibniz		
4.1. Životopis .....	24	
4.2. Spory s Newtonem.....	24	
4.3. Dílo.....	24	
5. Pokračovatelé		
5.1. Jakob Bernoulli.....	26	
5.2. Johann Bernoulli.....	27	
5.3. Leonhard Euler.....	28	
5.4. Joseph Lous Lagrange.....	29	
5.5. Pierre Simon de Laplace.....	30	
6. Základní pojmy		
6.1. Funkce .....	31	
6.2. Základní operace s reálnými funkcemi .....	31	
6.3. Vlastnosti reálných funkcí .....	31	
6.4. Limita .....	32	
6.5. Derivace .....	32	
6.6. Primitivní funkce, neurčitý integrál.....	33	
Použité zdroje.....	35	
Příloha 1 .....	36-39	

## **Zásady pro vypracování**

Diplomant v práci předloží výčet nejslavnějších matematiků, kteří se v historii zasloužili o největší rozkvět matematické analýzy. Speciálně se zaměří na hlavní objevy v oblasti diferenciálního (případně integrálního) počtu. U jednotlivých matematiků bude krom stručného životopisu uvedeno, čím konkrétně přispěli k rozkvětu příslušné matematické disciplíny.

Doporučená literatura:

T. Šalát a kol. : Malá encyklopédia matematiky, Obzor, Bratislava, 1967.

Vedoucí diplomové práce: **Mgr. Petr Chládek, Ph.D.**

## Několik slov úvodem

Uslyšíme-li slovo derivace, funkce, matematika, ale i věda, výzkum, bádání, napadne nás okamžitě jméno, které je s těmito výrazy bytostně spjato. Muž, jenž dokázal „pokořit“ takřka všechny vědní obory, by měl být zmíněn hned v úvodu mé práce, obzvláště, když si český národ zvykl tohoto velikána jaksi přivlastňovat. Musíme však objektivně přiznat, že Jára Cimrman nepatří žádnému národu, neb jak sám říkával, byl světoběžník.

Původně jsem tomuto velikánovi chtěl věnovat celou práci, ale pak jsem změnil názor a rozhodl se dát prostor „drobným dělníkům“ matematiky, jejichž jména ne každý zná, kteří byli mnohdy již zapomenuti a o jejichž přínosech dnes ví jen ti nejzasvěcenější. Chtěl bych popsat nejen jejich život, ale i zachytit základní matematické poznatky, kterými přispěli k vývoji tohoto vědního oboru, konkrétně tu část, která se zabývala pojmem funkce a její derivace.

Doufám, že nesklouznu do nudného konstatování faktů, budu se snažit najít vždy něco osvěžujícího, nějakou tu „pikantnost“, vždyť i ty život přináší.

## 1.1. Úvod

V první části své práce chci podat stručný přehled vývoje matematiky, nejen abych připomněl největší a nejdůležitější jména historie tohoto oboru, ale také abych zdůraznil jakým revolučním přechodem prošla matematika v období 16. století s příchodem matematické analýzy, kdy byl statický pohled vystřídán dynamickým.

## 1.2. Prvopočátky matematického myšlení

Již ve starší době kamenné můžeme najít první představy o čísle. Lidé tehdy obývali jeskyně a živil se převážně lovem. Už tehdy však můžeme najít pozůstatky tvůrčích aktivit (kresby z francouzských a španělských jeskyní 15000 let př.n.l.)

K zásadní změně však dochází asi před 10000 lety, kdy člověk opouští kočovný způsob života, lidé se usazují na jednom místě, obživu zajišťuje zemědělství, začínají vznikat první řemesla. Jednotlivá sídliště navazují obchodní styk, dochází k objevu tavení mědi, později bronzu. V těchto podmínkách vzniká pojem číslo nejprve jako jeden a více, pak jeden, dva a další čísla spojováním již známých čísel  $1 + 2 = 3$ ,  $3 + 2 = 5$ . Rozvoj obchodu vyžadoval i vyjádření vyšších počtů a tak vznikají „soustavy“ o základech (počet prstů jedné ruky) 10, ... 20. Z tohoto období pochází nejstarší doklad o jednom z prvních „matematiků“ na našem území. Jedná se o tzv. vrubovník, asi 18 cm dlouhou kost mladého vlka, na níž je vyřezáno 55 hlubokých zářezů, z nichž prvních 25 je uspořádáno do skupin po pěti. K čemu člověk toto počítadlo používal prapůvodně se můžeme jen domnívat. Snad jako nástroj primitivní aritmetiky. Například při zjišťování počtu ovcí, které ráno vyháněl na pastvu. Za každou ovci vytvořil na kosti zářez. Večer pak ke každému zářezu jednu ovci přiřadil. Aniž uměl zářezy počítat, tvořil vlastně vzájemně jednoznačné přiřazení mezi dvěma množinami - mezi stádem ovcí a množinou zářezů. Jistě však víme, že podobné hůlky byly později používány jako primitivní pomůcka k evidenci dluhů (od toho vzniklo dnešní „máš u mne vroubek“).

Při počítání na prstech a vyjadřování vyšších čísel dochází k zdvojnásobování, 20 je 10 a 10, pak  $2 \times 10 = 20$ . Tento postup dal vzniknout operaci násobení, podobně půlení dalo vzniknout operaci dělení.

## 1.3. Staroorientální matematika

V průběhu 5. tisíciletí př. n. l. jsou nejvyspělejší civilizace soustředěny v okolí velkých řek, které přinášejí nejen dostatek vláhy a bohatou úrodu, ale i nebezpečí záplav, nutnost odvodňování atd. Takové podmínky nutí člověka k poznávání a tvůrčímu myšlení, které je dobrým základem pro rozvoj všech věd včetně matematiky. Tato situace vede ke vzniku územních celků organizovaných správními orgány. Správa veřejných staveb byla svěřena do rukou úředníků, kteří řídí dopravu těžkých břemen, vyměřují pozemky, zajišťují a evidují zásoby potravin a vybírají daně. Řemeslníci pak získávají mnoho technických poznatků v oblasti zpracování různých materiálů včetně kovů.

Jednou z nejvýznamnějších oblastí je povodí Nilu. Egyptskou matematiku poznáváme ze dvou papyrů. Jednak z Rhindova papyru obsahujícího 85 úloh a z Moskevského papyru obsahujícího 25 úloh. Matematika obou těchto papyrů se opírá o desítkový početní systém se zvláštním znakem pro každou decimální

jednotku. Na tomto základě vytvořili Egypťané aritmetiku převážně aditivního charakteru. Výrazným znakem egyptské matematiky je dosti komplikovaný způsob počítání se zlomky, kdy jsou všechny zlomky převáděny na součty tzv. kmenových zlomků, tj. zlomků s čitatelem rovným 1.

Mezopotamská matematika převyšuje svou úrovní matematiku egyptskou. Využívá propracovaného desítkového a šedesátkového systému. Zatímco Egypťané označovali každou vyšší jednotku novým symbolem, Sumerové využívají pouze jednoho symbolu, jehož hodnotu udává jeho místo. Příklad: 1 a 1 označovalo  $1 \cdot 61 + 1$  tedy 61, nebo 5 následované 6 a pak 3 značilo  $5 \cdot 60^2 + 6 \cdot 60 + 3$ , to je 18363. Tento poziční systém poskytoval velké výhody při počítání.

Historii čínské a indické matematiky, jejíž zrod spadá do téže doby, se pro zestručnění tohoto úvodu nemůžu ani dotknout. Poznamenám jen, že její vznik se datuje někdo do 1. tisíciletí před naším letopočtem dílem Matematika v devíti knihách.

## 1.4. Řecko

Obraťme tedy svůj pohled na starý kontinent, kde během posledních dvou tisíciletí př. n. l. v oblasti Středozevního moře probíhají nesmírné ekonomické a politické změny. Nahrazování bronzu železem přineslo nejen převrat ve válečnictví, ale hlavně zlevnění výrobních nástrojů znásobující společenské bohatství. Tato doba dává vzniknout novému typu člověka, který neuznává bezhlavě absolutního vládce ani božstvo. Člověka majícího díky práci jeho otroků dostatek času filozofovat o okolním světě, člověka tážajícího se nikoli pouze jak, ale též moderní vědeckou otázkou proč.

Za otce matematiky pokládáme kupce Thaletu z Milétu. Řecká matematika mu sloužila k nalezení řádu v chaosu, k uspořádání myšlenek v logické řetězce.

Dalším významným jménem spojeným s matematikou té doby je jméno jónského filozofa Hippokrata z Chia. Z jeho díla se bohužel zachoval jen jeden čistě matematický fragment zabývající se problémem tzv. „měsíčku“, tj. určení ploch ohraničených dvěma kruhovými oblouky a racionálně vyjádřenými průměry. Problémem kvadratury kruhu, jako jedním ze tří základních matematických problémů starověku, se zabývá i Hippokratova kniha Základy. Zbylé dva problémy jsou zdvojení krychle, tj. nalezení hrany krychle, jejíž objem je dvojnásobkem dané krychle (tzv. délský problém), a trisekce úhlu, tj. dělení daného úhlu na tři stejné části.

Zakladatelem jedné z nejvýznamnějších matematických škol byl Pythagoras. Její příslušníci se sami pojmenovali pythagorejci. Jejich snahou bylo studium neměnných prvků v přírodě a společnosti a na základě jejich poznání chtěli stanovit věčné zákony vesmíru. Studovali geometrii, aritmetiku, astronomii a muziku. Této škole, jak již název napovídá, připisujeme Pythagorovu větu. I když existují důkazy o jejím dřívějším použití, je možné, že její první obecný důkaz pocházel právě z Pythagorovy školy. Nejvýznamnějším objevem připisovaným pythagorejčům bylo objevení iracionality jako nesouměřitelnosti úseček. V souvislosti s pythagorejci je ještě třeba připomenout jména jejich nejvýznamnějších vůdců Archytase z Tarentu a Zenona z Elea, který je znám především díky svým 45 aporiím (dnes známých jako Zenonovy paradoxy z nichž se dochovalo pouze 9). Jedna z nich mi pomohla pochopit pojem limita, který je pro naše téma velmi důležitý. Proto se na chvíli zastavím u paradoxu Achilles a želva.

Achilles: Achilles a želva se pohybují přímočaře v téže směru. Achilles je mnohem rychlejší než želva, avšak aby ji dohonil musí nejprve projít bodem P, z něhož želva

vyšla. V okamžiku, kdy dostihl bodu P, postoupila již želva k bodu  $P_1$ . Achilles však nemůže chytit želvu, aniž by prošel bodem  $P_1$ , avšak želva zatím postoupí do nového bodu  $P_2$ . Je-li Achilles v  $P_2$ , želva zatím dosáhla dalšího bodu  $P_3$  atd. Achilles tedy nemůže dohonit želvu.

Zenonovy aporie zavádějí řeckou matematiku té doby do krize, ze které ji vyvádí až díla Platónova a Aristotelova propagující ideál vzdělanosti. Hlídači Platónovy Republiky musí studovat „kvadrivium“ skládající se z aritmetiky, geometrie, astronomie a muziky, aby porozuměli zákonům vesmíru. Z tohoto období budu jmenovat alespoň dva nejvýznamnější matematiky, jimiž jsou Thaitetos s teorií iracionality a Eudoxos s teorií proporcí.

Pro naše další úvahy v oblasti limit je důležité vzpomenout a na chvíli se zastavit u Demokrita a jeho pojmu „geometrického stromu“, který předpokládá, že každá úsečka, plocha nebo objem se skládá z konečného počtu dále nedělitelných „atomů“. Pohled na tuto zdánlivě absurdní teorii se ovšem výrazně změní, když si uvědomíme, že ještě v 17. století pohlíží Kepler na obvod kruhu jako na velký počet malých úseček a pomocí dnešního pojetí limity lze díky této teorii dojít k velmi přesným výsledkům.

Doba helénismu dala světu i dva z nejvýznamnějších matematiků všech dob. Euklides ve svém stěžejním díle třinácti knihách Základů vyložil tři největší objevy řecké historie a to Eudoxovu teorii proporcí, Thaitetovu teorii iracionálních veličin a teorii pěti pravidelných těles. Druhým velkým jménem dějin matematiky je Archimédes, rádce krále Hierona. Nejvýznamnější Archimédův přínos nalezneme v oblasti vět o obsahu rovinných úvarů a objemu prostorových těles.

V souvislosti s dobou helénismu je třeba zmínit ještě jméno Apollonios z Pezgy. Už samotný název jeho díla Pojednání o kuželosečkách jasně naznačuje, čím se tento matematik zabýval.

## 1.5. Orient

Po nesmírně plodném helénistickém období přichází, jak to tak bývá, doba stagnace, kdy veškeré práce byly koncipovány jako komentáře k již publikovaným dílům. Jediný pokrok můžeme sledovat v astrologii, která byla velice úzce spjata s matematikou té doby, kde se objevují první tvrzení o obíhání Země kolem Slunce.

Oživení přinášejí až alexandrijští matematici, konkrétně pak kolem roku 100 n.l. Nikomachos z Gerasy s dílem Úvod do aritmetiky. Nejvýznamnější dílem tohoto období je však Ptolemaiova Velká sbírka (arabsky Almagest). V souvislosti s Alexandrií je třeba ještě zmínit Menelaoa a jeho práci Sférika zaměřenou na geometrii koule včetně diskuze sférického trojúhelníku. Dále pak Pappose se Sbírkou (Synagoge), příručkou ke studiu řecké geometrie s poznámkami. Výraznými postavami působícími na sklonku alexandrijské matematické školy ve 4. století byli Proklos (komentář k pravé knize Euklidově) a Hypatie, která psala komentáře k dějinám klasické řecké matematiky. Obsazením Alexandrie Araby také končí éra řecké matematiky.

Po rozpadu římské říše se střediska matematiky přesouvají do Indie, konkrétně pak do Udždžajnu a Maisúru. Nejvýznamnějšími představiteli tohoto období je Árabhata a Brahmagupta. Vzniká náš dnešní desítkový poziční systém, později pak symbol pro nulu.

Babylón byl po roce 641, kdy byl dobyt Araby, nahrazen Bagdádem. Za podpory pokrokově smýšlejících kalifů z roku Abbásovců vzniká v Bagdádu „Dům moudrosti“ s knihovnou a observatoří. Muhamad ibn Músá al-Chvárizmí je autorem několika knih o matematice a astrologii. V díle známém v latinském překladu

Algorithme numero Indorum (z tohoto názvu pochází název algoritmus, který je latinským překladem jména autora) mimo jiné seznámil Evropu s desetinným pozičním systémem. Dalším dílem dává název celé matematické disciplině. Algebra totiž pochází z názvu knihy Hisab al-džabr val-muqabala, v doslovném překladu věda o redukci a vzájemném rušení, volněji věda o rovnicích. Toto dílo obsahuje diskusi o lineárních a kvadratických rovnicích.

Al-Chvárizmí je jistě nejvýznamnějším arabským matematikem. O jeho kolezích se zmíním jen telegraficky. Al-Battání byl astronom, který v díle Albategnius používá tabulku kotangent s intervalem jednoho stupně. Al-Karchí napsal propracovanou algebru. Okolo roku 1000 n.l. se v severní Persii zrodilo nové středisko obchodu a tím pádem i vědy u Mervu, ve kterém žil Omar Chajjám, autor nového přesnějšího kalendáře a Algeby, systematicky zkoumající kubické rovnice.

## 1.6. Počátky matematiky v západní Evropě

Ale teď už opravdu rychle zpátky do Evropy, a to přímo do Evropy západní, kde se po rozpadu římského impéria moc rozdělila mezi císaře cařihradského a papeže v Římě. V této nepříznivé atmosféře udržují tradici řecko-římské vzdělanosti při životě kláštery a vzdělání laici. Jedním z posledně jmenovaných je i diplomat a filosof Anicius Manilius Severinus Boetius, autor matematických spisů, které byly v západním světě považovány více než tisíc let za směrodatné zřejmě proto, že jejich autor zemřel v roce 524 jako mučedník katolické víry. Obecně je jeho dílo hodnoceno jako nevalné úrovně. K nepřilíš optimistické náladě v oblasti vzdělání v západní Evropě přispělo i to, že Arabové znemožnili Byzantské říši přístup ke Středozevnímu moři.

Kláštevní matematici se kromě výpočtu dat velikonoc (tzv. "Compotus"), věnují čistě praktické matematice. Na lepší časy se začíná blýskat až s rozvojem obchodních měst v Itálii (Janov, Pisa, Benátky ...) ve 12. a 13. století. Italští obchodníci začínali podnikat cesty do Orientu a ač nejsou příliš nakloněni studiu vědy, přece jen přinášejí zprávy o jiných kulturách. Prvním významným kupcem ve službách matematiky byl Leonardo Pisanský. Své poznatky sebrané při cestách po Orientu publikoval v knize Liber Abaci věnované aritmetice a algebře. Geometrii pak věnoval dílo Practica Geometriae.

S rozvojem obchodu se zájem o matematiku začíná šířit i do severnějších měst starého kontinentu. Především praktická matematika byla pěstována na univerzitách, ale i laickými počtáři využívajícími ji v účetnictví, navigaci atd. Teoretická matematika pak vzbuzuje zájem církevních filosofů jako součást hledání odpovědi na otázky o hledání nekonečna, ohledně pohybu atd. Z jejich řad je třeba vzpomenout jména Augustina, Tomáše Akvinského a především Mikuláše Oresme, biskupa v Lisieux v Normandii.

Po rozpadu Byzantské říše (1453 pád Cařihradu) se Evropa začíná nadechovat do nové doby. Vznikají nová centra vzdělanosti Norimberk, Vídeň, Praha. Jakoby temnotu středověku začínali prorážet paprsky nové doby. Jedním z prvních paprsků je bezesporu Johannes Müller zvaný Regiomontanus, pozoruhodný počtář, konstruktér a učenec. Kromě jeho překladatelské činnosti nutno vyzdvihnout dílo De triangulis omnimodus libri quinque. Tento systematický úvod do trigonometrie oddělil tuto vědu od astronomie. Začíná tak období, které dokazuje, že lze překonat i arabskou vědu a vytvořit nové teorie.

V tomto období také vychází první tištěná kniha o matematice, a to roku 1478 Kupecká matematika. Roku 1484 následovalo latinské vydání Euklidových Základů, ale především roku 1494 v knize Summa de Arithmetica františkánský mnich Luca



Paciolli shrnul vše, co bylo do té doby známo v oblasti aritmetiky, algebry a trigonometrie. Od té doby se běžně používalo indicko-arabských číslic a aritmetické symboly se už jen málo lišily od těch, které používáme dnes.

## 1.7. Bolognská univerzita

Koncem 15. století se nejvýznamnějším centrem matematiky stává bolognská univerzita. Z celé Evropy sem přicházejí studenti na přednášky a veřejné diskuse. Mezi nejvýznamnější patří: Paciolli, Albrecht Dürer a Koperník. Celková nálada této univerzity (ovlivněná mimo jiné objevením Ameriky a knihtisku) nutí matematiky nepřijímat pouze klasické dědictví, ale vytvářet i nové teorie, pronikat za hranice dosažené klasiky. Do popředí zájmu se dostávají kubické rovnice, které byly redukovány na tři typy  $x^3 + px = q$ ,  $x^3 = px + q$ ,  $x^3 + q = px$ . Prvním řešitelem všech tří typů byl zřejmě Spio Del Ferro. Ten však své postupy nezaznamenal. Po jeho smrti byly výsledky znovuobjevyeny benátským počtářem zvaným Tartaglia (koktal), ten je však také držel v tajnosti. Naštěstí prozradil své myšlenky Hieronymovi Cardanovi, učenému lékaři z Milána a zapřisahal ho, aby je uchoval v tajnosti. Když však roku 1545 uveřejnil Cardano svou velkou knihu o algebře *Ars magna*, objevil Tartaglia ke svému rozčarování, že v knize byla vyložena celá jeho metoda sice s náležitou zmínkou o objeviteli, ale přesto byla ukradena. Řešení se dnes označuje jako Cardanův vzorec, který má pro případ

$$x^3 + px = q$$

tvar:

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}} + \frac{q}{2}} - \sqrt[3]{\sqrt{\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}} - \frac{q}{2}}$$

Posledním velkým bolognským matematikem 16.století je Raffael Bombelli. Ten ve své knize *Algebra* (vyšla v roce 1572 a zachovala se i v rukopise) zavádí důslednou teorii ryze imaginárních čísel. Vyjadřuje ji jako  $0-9$ , doslovně označuje  $R[0m.9]$ , kde  $R$  značí radix a  $m$  méně. Toto Bombelliho dílo oslovilo mnoho pozdějších matematiků včetně Leibnize, který si ji zvolil pro studium kubických rovnic a Eulera, jež cituje Bombelliho ve své *Algebře* v kapitole o bikvadratických rovnicích.

Tato doba, která zdánlivě nepřinášela příliš podnětů pro matematické zkoumání, ale spíše jen zdokonalování početní schopnosti, kterou potřebuje buržoazie k obchodování, vládcové států k měření, navigaci, výstavbě veřejných staveb a k vojenským účelům přináší v oblasti astronomie, která zůstává důležitou součástí matematického úsilí, období vzniku velkých teorií Koperníka, Tycho de Brahe a Keplera. Vytvářelo se nové pojetí vesmíru. Tyto podněty vedou k vytváření

stále se zpřesňujících trigonometrických a astronomických tabulek, a to především v Německu. Tabulky G.J. Rheticæ dokončené roku 1596 jeho žákem Valentinem Otho obsahují hodnoty všech trigonometrických funkcí po deseti vteřinách na deset desetinných míst. Pitiscovy tabulky z roku 1613 mají patnáct desetinných míst.

Než plně vstoupíme do renesanční matematiky, chci krátce nastínit počátky a vývoj tohoto vědního oboru v Čechách, který spadá také do tohoto období. Pražská univerzita, založená roku 1348, měla od samého začátku celkem dobrou úroveň matematické výuky. Jsou zde přednášeny matematické rukopisy. Aritmetika podle spisu Sacroboscova a Boetiova, geometrie podle Euklidových Základů doplněných o partie geometrie potřebné pro výklad Ptolemaiovy astronomie. S univerzitou je také spjat první čistě matematický rukopis českého původu Algorismus prosaycus. Jeho autor Křišťan z Prachatic, který vyučoval na univerzitě v letech 1392 až 1437 v něm popisuje aritmetické výklady. K většímu rozvoji praktické matematiky dochází až s příchodem knihtisku. Roku 1530 přichází Ondřej Klatovský s příručkou praktické aritmetiky s názvem „Nové knížky vo počtech na cifry a na liný při tom některé velmi užitečné regule a exempla mince rozličné podle běhu kupeckého krátce a užitečně sebraná“. Vedle této učebnice vyšly i jiné aritmetiky např. Optáta z Telče a Jiřího Goerla z Goerlštejna. Ani v 16.století nedaly České země světu žádného velkého matematika, ale tak úplně stranou také nestojí. Tadeáš Hájek z Hájku vede odbornou korespondenci s Adrienem van Roomenem, v Praze nalézá na sklonku svého života útočiště Tycho de Brahe a zanechává zde své rukopisy z oblasti trigonometrie. Působí zde i Kepler. Na Keplerových výpočtech se také podílel švýcarský mechanik a počtář Joost Bürgi, jenž v Praze působil v letech 1605 – 1631 a který již v prvních desetiletích 17. století objevil logaritmy. Ty byly vydány až v roce 1620 pod názvem Aritmetische und geometrische Progress Tabulen. Práce Bürgiho však zůstala nepovšimnutá asi v souvislosti s úpadkem vědeckého snažení v Praze v době pobělohorské.

## 1.8. Renesanční matematici

Než se začnu věnovat překotnému rozvoji renesanční matematiky v 17. století, chci v krátkosti nastínit podmínky, kterými byl tento rozvoj podněten. Nejen početní schopnosti kupecké vrstvy, vynález knihtisku a střelných zbraní, ale i používání a zdokonalování strojů vedou k novému pohledu na vědu a rozvoj. Existence strojů je sice známa již z minulých společenských formací, ale až nyní jsou jejich zhotovitelé natolik technicky zruční, aby zdokonalili hodiny. Ty byly užitečné pro astronomii a mořeplavbu. Hodiny se často stavěly na veřejná prostranství, kde vzbuzoval obdiv jejich pravidelný chod a tím i otevřená možnost přesného měření časového úseku. To mělo hluboký vliv na filosofické myšlení. Během renesance a v pozdějších stoletích se hodiny často pokládaly za model vesmíru, což hrálo důležitou roli ve vývoji mechanického obrazu světa. Požadavky na stále vyšší dokonalost vedou k vývoji teoretické mechaniky a k vědeckému studiu pohybu a změny vůbec.

Na základě tohoto nového pohledu na svět nastává revoluce v astronomii, charakterizovaná jmény Koperníka, Tycho de Brahe a Keplera. Ta otevřela zcela nové pohledy na postavení člověka ve vesmíru a na schopnost objasnit astronomické jevy. Vytvořili jakousi novou vesmírnou mechaniku.

V díle Jana Keplera je zřetelně cítit vliv nové astronomie, obsahuje jak obsáhlé výpočtářské práce tak i infinitesimální úvahy. Jako první opouští cestu hledání „absolutní“ přesnosti a navrhuje cestu, na které si každý jeho následovník může zvolit stupeň přesnosti, se kterým bude pracovat.

Galileo Galileovi vděčíme za novou mechaniku volně padajících těles (v díle Discorsi z roku 1636 rozvinul matematické zkoumání pohybu a vztahů mezi dráhou, rychlostí a zrychlením), ale hlavně za „ducha moderní vědy“, ve kterém se snoubí experiment a teorie, přičemž zdůrazňoval matematické zpracování.

Nyní již nastal čas, aby bylo předloženo první systematické vyložení výsledků dosažených až dosud v oboru, který nyní nazýváme infinitesimálním počtem (tak nazýváme diferenciální a integrální počet dohromady). Autorem tohoto výkladu byl Bonaventura Cavalieri, profesor bolognské univerzity. Učinil tak v knize Geometria indivisibilibus continuorum vydané v roce 1635. Cavalieri zde vyložil jednoduchou formou infinitesimální počet, který se opíral o teorii indivisibilití, podle níž pohybem bodu vznikne přímka a pohybem přímky rovina.

Dalším velkým jménem, které významně přispělo k urychlení vývoje v oblasti infinitesimálního počtu je René Descartes. Vydání Géométrie roku 1637 podrobilo celou klasickou geometrii metodám algebraiků. V souvislosti s Descartem musím zmínit dílo Discours de la méthode (Pojednání o metodě). Tento „základní kámen“ v hledání vědecké pravdy pohlíží na matematiku jako na klíč umožňující pochopení mechaniky potažmo pochopení fungování celého vesmíru.

Cavalieriho kniha Geometria indivisibilibus continuorum vzbudila zájem řady matematiků z různých zemí o studium problémů, při jejichž řešení se užívalo infinitesimálních veličin. Základní problémy se začaly zkoumat v abstraktnější formě a úvahy nabývaly na obecnosti. Problém tečen, který spočíval ve stanovení metody k určení tečny na dané křivce v daném bodě, hrál stále významnější úlohu vedle starých problémů určování objemů a těžišť. Při těchto zkoumáních se zřetelně vyznačovaly dva směry, geometrický a algebraický. Následovníci Cavalieriho, zvláště Torricelli a Newtonův učitel Isaac Barrow, používali řecké metody spočívající na geometrických úvahách, aniž by se příliš starali o jejich přesnost. Také Christian Huygens byl přívržencem řecké geometrie. Jiní však, zvláště Fermat, Descartes a John Wallis, zastupovali protichůdný směr a používali na řešení těchto otázek novou algebru. Prakticky všichni autoři se v letech 1630 až 1660 omezují na problémy týkající se algebraických křivek, zvláště těch, jejichž rovnice má tvar

$$a^m \cdot y^n = b^n \cdot x^m$$

Každý došel svým vlastním způsobem k výsledkům, které jsou ekvivalentní integrálu:

$$\int_0^a x^m dx = \frac{a^{m+1}}{m+1}$$

Tato řešení byla nalezena nejprve pro kladná celočíselná  $m$  a  $n$ , později pro negativní i lomené exponenty. Příležitostně se objevují také nealgebraické křivky jako je třeba cykloida, zkoumaná Descartem a Blaise Pascalem. Pascalovo Traité général

de la roulette (1658) mělo velký vliv na mladého Leibnize. V tomto období se začalo uplatňovat několik charakteristických rysů infinitesimálního počtu. Fermat objevil roku 1638 metodu určování maxim a minim tím, že v jednoduché algebraické rovnici o malou diferenci změnil proměnnou a pak za tuto diferenci dosadil nulu. Roku 1658 zobecnil Johann Hudde tento postup na obecnější algebraické křivky. Dále byly určeny tečny, objemy a těžiště, ale nebyl správně pochopen vztah mezi integrací a diferenciací jako v podstatě inverzních operací, až to vysvětlil roku 1670 Barrow. Pascal používal příležitostně rozvoje podle malých veličin, v nichž zanedbával výrazy vyšších řádů a tak anticipoval Newtonovu spornou domněnku, že totiž platí formule  $(x + dx) - xy = xdy + ydx$ . Ospravedlňoval svůj postup spíše odvoláváním se na intuici („spirit de finesse“) než na logiku („spirit de géométrie“), přičemž předcházet Berkeleyovu kritiku Newtonova infinitesimálního počtu.

## 2.1. Integrace a diferenciacie

Až roku 1660 se objevili takoví učenci, kteří byli schopni předložit obecnou metodu diferenciacie a integrace, která by brala v úvahu skutečnost, že každý z těchto dvou procesů je inverzní k druhému. S tímto objevem, o jehož prioritě se již mnohokrát psalo, přichází dvojice učenců v osobách Newtona a Leibnize. Dnes již víme, že oba učenci našli své výsledky nezávisle na sobě. Newton objevil sice diferenciální a integrální počet jako první a to v letech 1665 – 1666, zatímco Leibniz v letech 1673 – 1676, avšak Leibniz to první zveřejnil a to v letech 1684 – 1686, kdežto Newton až v letech 1704 – 1736.

Toto ohromné zpoždění mezi objevem a uveřejněním zřejmě souvisí se silnou Newtonovou nechtí uveřejňovat své objevy. Toto otálení mělo za následek obtížnost hodnocení Newtonova vlivu na současníky. I tak zásadní objev, jakým byl zákon všeobecné gravitace (objeven v letech 1665 – 66) byl uveřejněn až v roce 1686.

## 2.2. Newtonova metoda fluxí

Newton svou obecnou metodu derivace a integrace nazývá „teorií fluxí a fluent“<sup>1</sup>. Newtonův objev „fluxí“ souvisí velmi úzce s jeho studiem nekonečných řad ve Wallisově knize Arithmetica. Přivedla ho totiž na nápad zobecnit binomickou větu také pro lomené a záporné exponenty a tak dospěl k objevu binomické řady. To mu pak velmi pomohlo při rozpracování jeho teorie fluxí pro „všechny“ funkce, jak algebraické, tak i transcendentní. „Fluxe“, která byla vyjádřena tečkou nad písmenem („tečkovaná písmena“), byla konečná hodnota, rychlost; písmena bez tečky představovala „fluenty“.

Uvedme příklad, jakým způsobem Newton objasňoval svou metodu (Metoda fluxí, 1736): „Proměnné fluenty označme v, x, y, z ..., a rychlosti, s nimiž se každá fluenta pohybem zvětšuje (které budu nazývat fluxemi nebo jednoduše rychlostmi) budu označovat týmiž písmeny s tečkou tedy v, x, y, z.“ Infinitesimální veličiny Newton nazývá „momenty fluxí“ a označuje vo, xo, yo, zo, přičemž o je „nekonečně malá veličina“. Newton dále uvádí: „Nechť je tedy dána libovolná rovnice  $x^3 - ax^2 + axy - y^3 = 0$  a dosadíme do ní  $x + xo$  za  $x$  a  $y + yo$  za  $y$ , pak dostaneme:

$$x^3 + 3x^2xo + 3xxxo + x^3o^3 - ax^2 - 2axxo - axoxo + axy + ayxo + axoyo + axyo - y^3 - 3y^2yo - 3yyoyo - y^3o^3 = 0$$

Nyní podle předpokladu je  $x^3 - ax^2 + axy - y^3 = 0$ , takže po odstranění těchto veličin a dělení zbývajících výrazů veličinou o dostáváme:

$$3x^2x - 2axx + axx + axy - 3y^2y + 3xxxo + - yxxo + axyo - 3yyyo + x^3oo - y^3oo = 0$$

Protože však se o může pokládat za nekonečně malou veličinu, takže může vyjadřovat momenty veličin, nepředstavují jí násobené veličiny ve srovnání s ostatními vlastně nic. Proto je odstraníme a zůstává:

$$3x^2x - 2axx + axx + axy - 3y^2y = 0$$

Tento příklad ukazuje, že Newton rozuměl pod svými derivacemi především rychlosti; ukazuje však také, že v jeho vyjadřování tkví jisté nepřesnosti. Znamenají symboly „o“ nuly? Jsou to infinitesimální veličiny? Nebo to jsou to konečné veličiny? Newton se pokusil o vysvětlení svého stanoviska teorií „prvého a posledního poměru“, kterou uvádí v Principiích a která obsahuje pojem limity, avšak v takovém tvaru, že ho bylo možno pochopit jen s obtížemi.

„Velmi hezké,“ řekla Alenka, když dočetla, „ale tak trochu nesrozumitelné.“  
(Caroll: Za zrcadlem a s čím se tam Alenka setkala).

Zkusíme tedy výpočet Newtonovy fluxe, čili derivace, na funkci :

$$\begin{aligned} f(x) &= c x^n, n = 1, 2, \dots \text{Pro } o \neq 0 \text{ je } \frac{f(x+o) - f(x)}{o} = c \frac{(x+o)^n - x^n}{o} \\ &= c \frac{[x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}o + \binom{n}{2}x^{n-2}o^2 + \dots + o^n] - x^n}{o} \\ &= c \frac{o[nx^{n-1} + \binom{n}{2}x^{n-2}o + \dots + o^{n-1}]}{o} \\ &= c [nx^{n-1} + \binom{n}{2}x^{n-2}o + \dots + o^{n-1}] \end{aligned}$$

Zde se objevuje hlavní problém Newtonovy teorie, aby mohl pokračovat položí  $o = 0$ .  
Dostane :  $f = (cx^n) = cnx^{n-1}$

Takto snadno určil fluxe polynomu jakožto lineární kombinace mocnin.

Nyní si popíšeme postup s obecnou mocninou ( je třeba znát obecný binomický rozvoj):

$$\begin{aligned} (1+u)^a &= 1 + \binom{a}{1}u + \binom{a}{2}u^2 + \binom{a}{3}u^3 + \dots \\ &= 1 + au + a(a-1)\frac{u^2}{2} + a(a-1)(a-2)\frac{u^3}{6} + \dots \end{aligned}$$

Vpravo se vytváří nekonečná řada a měla by se analyzovat její konvergence. To však

nyní obejdeme předpokladem, že všechno je v pořádku a  $x \neq 0$ . Pak jako předtím dostaneme:

$$\begin{aligned} \frac{f(x+o) - f(x)}{o} &= cx^a \frac{\left(1 + \frac{o}{x}\right)^a - 1}{o} \\ &= cx^a \frac{\left[1 + a\left(\frac{o}{x}\right) + \binom{a}{2}\left(\frac{o}{x}\right)^2 + \dots + \left(\frac{o}{x}\right)^a\right] - 1}{o} \\ &= cx^a \frac{a\left(\frac{o}{x}\right) + \binom{a}{2}\left(\frac{o}{x}\right)^2 + \dots + \left(\frac{o}{x}\right)^a}{o} = cx^a a \frac{o}{xo} (1 + o(\dots)) \\ &\rightarrow cax^{a-1} \end{aligned}$$

Problém je, že k tomu, abychom mohli takto upravit podíl:

$$\frac{f(x + o) - f(x)}{o}$$

Musíme předpokládat, že  $o \neq 0$ . A když dostaneme:

$$\frac{f(x + o) - f(x)}{o} = f(x) + o(\dots)$$

položíme  $o=0$ .

Tento již výše zmiňovaný problém, kdy nejprve předpokládáme, že veličina  $o$  je nenulová a posléze, když dostaneme vhodný výraz, řekneme  $o=0$ , byl hlavním terčem kritiky Newtonovy teorie. Pro mnoho jeho současníků (v jejichž čele stál George Barkeley, 1684-1753, představitel anglického empirismu) byl tento rozpor z filozofického hlediska nepřijatelný.

Z dnešního pohledu je to jasné, potíží je v tom, že v té době nebyla definována limita. Přesnou definici limity podali až začátkem 19. Století B. Bolzano (1781-1848) a A. Cauchy (1789-1853).

V dnešní době definujeme derivaci funkce  $f$  v bodě  $x$  jako limitu

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

Pro opravdové „fajnšmekry“ vkládám do přílohy čtyři strany z Newtonových Principií, kde se objevují myšlenky infinitesimálního počtu (str.32-36).

### 2.3. Leibniz

Leibniz našel svůj infinitesimální počet mezi lety 1673 a 1676 pod osobním vlivem Huygense a při studiu Descarta a Pascala. Byl k tomu podněten zprávou, že takovou metodu našel již Newton. Zatímco Newtonův postup byl zaměřen především kinematicky (kinematika je část mechaniky, která se zabývá klasifikací pohybu), byl Leibnizův postup převážně geometrického charakteru; myslel v řeči „charakteristického trojúhelníka“ ( $dx$ ,  $dy$ ,  $ds$ ), který se objevil už v mnohých dřívějších spisech, zvláště u Pascala a v Barrowově Geometrical Lectures z roku 1670.

Leibnizův výklad infinitesimálního počtu byl poprvé uveřejněn roku 1684 v šestistránkovém článku v Acta eruditorum, v matematickém časopise založeném Leibnizem roku 1682. práce měla charakteristický titul Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulae pro illi calculi genus. Byl to suchý a nejasný popis, avšak obsahoval naše symboly  $dx$  a  $dy$  a pravidla diferenciací včetně  $d(uv) = u dv + v du$  a derivace podílu, jakož i podmínku  $dy = 0$  pro existenci extrémní hodnoty a  $d^2y = 0$  pro existenci inflexního bodu. Po této práci následovala roku 1686 další s pravidly integrálního počtu, která obsahovala symbol  $\int$ . Vyjádřila např. rovnici cykloidy následujícím způsobem

$$y = \sqrt{2x - x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}}$$

Leibnizův výklad základů infinitesimálního počtu trpěl stejnou nepřesností jako Newtonův. Mnohdy byly jeho  $dx$  a  $dy$  konečnými veličinami, jindy však veličinami menšími než libovolné dané číslo, a přece většími než nula. Z nedostatku přesnějších definic použil Leibniz analogie a ukázal na poměry mezi poloměrem Země a vzdáleností stálic. Používal nejrůznějších metod při probírání otázek týkajících se pojmu nekonečna; v jednom jeho dopise (Foucherovi roku 1693) předpokládal existenci aktuálního nekonečna, aby překonal Zenonovy obtíže a chválil Grégoira de Saint Vincentia, který vypočetl místo, v němž Achilles dohoní želvu. A právě tak, jako vyvolala Newtonova nepřesnost Berkeleyovu kritiku, tak také Leibnizova nepřesnost způsobila odpor Bernarda Nieuwentijta, starosty Purmerenda, města v blízkosti Amsterodamu (1694). Jak kritika Berkeleye, tak i kritika Nieuwentijta měly své oprávnění, ale byly zcela negativní. Nemohly poskytnout přesné zdůvodnění infinitesimálního počtu, avšak daly podněty k další tvůrčí práci.

### 2.4. Pokračovatelé

Uveřejnění Newtonových a Leibnizových pojednání zahájilo neobyčejně plodné období tvůrčí práce matematiků. Ještě před rokem 1700 bylo objevena většina z toho, co se dnes učí studenti z oblasti diferenciálního a integrálního počtu. První učebnice je vydána již roku 1696 (Analyse des infiniment petites) markýzem de



l'Hospitale. Na závěr této kapitoly uvádím výčet nejvýznamnějších jmen pokračovatelů pánů Newtona a Leibnize :

Bratři Bernoulliové: Jakob (1654 – 1705), Johann (1667 – 1748)  
Euler (1707 – 1783)  
Lagrange (1736 – 1813)  
Laplace (1749 – 1827)

# Isaak Newton

(1642-31.3.1727)

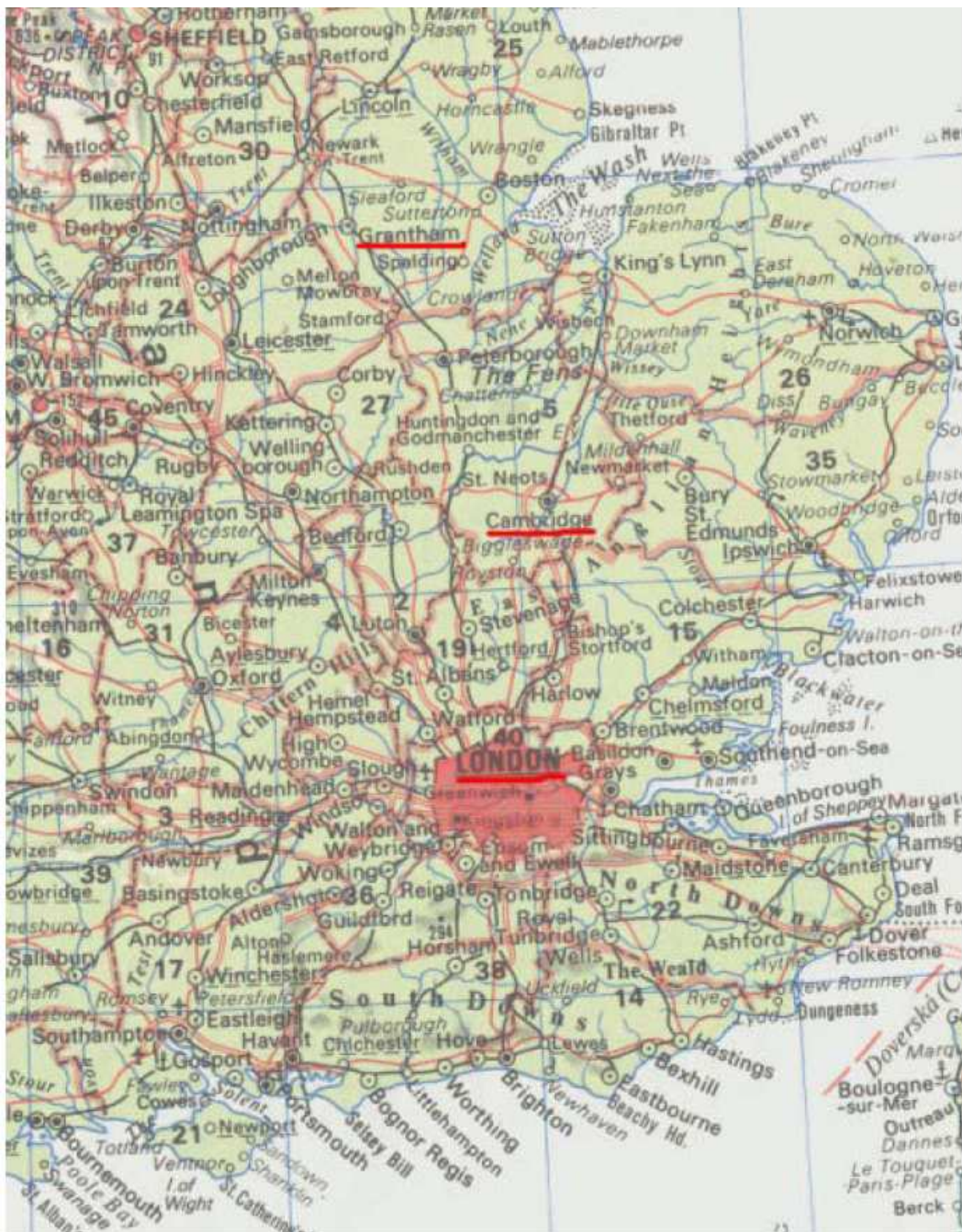


*Isaac Newton*

### 3.1. Vzdělání

Roku 1642 se v nevelké vesničce lincolnského hrabství narodil jeden z největších vědeckých géniů světa Isaak Newton. Krátce předtím zemřel jeho děd i otec. Jako novorozenec byl slabý a jeho rodina pochybovala, že zůstane na živu.

Matka se za dva roky provdala za pastora z blízké vesnice. Malého Newtona ponechala ve Woolsthorpe. Zde také žil, vychováván svou babičkou, až do svých 12 let, kdy odešel do nedalekého města Granthamu, kde nastoupil na tehdejší střední školu. V osmnácti letech nastoupil na Trinity College v Cambridgi, kde působil v následujících 25 letech. Jako zajímavost lze uvést, že jako student si nejen přivydělával podřadnými pracemi, ale i půjčováním drobných částek na úrok.



Mapa jihovýchodní Anglie.

Kromě předeepsaného studia se zajímá o dějiny, astronomii a moderní evropskou filosofii. Samostatně pak studuje matematiku ve snaze porozumět novátorským myšlenkám „kontroverzních učenců“, v jejichž čele stojí francouzský fyzik René Descartes. Na své okolí působil samotářským dojmem a dokonce i svému profesorovi matematiky Isaaku Barrowovi, po kterém později převzal katedru matematiky, byl zcela lhostejný.

### 3.2. První objevy

Významným zlomem Newtonova života je rok 1665, kdy odchází před epidemií moru, která vypukla v Cambridgi, do lincolnského hrabství. Sám pak charakterizuje období let 1665-6: „V oněch dnech jsem prožíval svá nejlepší léta, co se týče vynálezů, a věnoval jsem se matematice a filosofii více než kdykoli později.“ Mluvíme o době, kdy Newtona inspirovalo jablko padající ze stromu, kdy učinil zásadní objevy v matematice, optice a dynamice, jež položily základy větší části jeho pozdější práce a ovlivnily budoucí vývoj vědy.

Po návratu do Cambridge se uchýlil do samoty, aby se mohl věnovat alchymistickým rukopisům a pokusům. Až roku 1668 zveřejňuje svou matematickou práci, načež je jmenován profesorem matematiky. K jeho pedagogické činnosti lze konstatovat, že byl nevalným učitelem. Často přednášel jen čtyřem holým zdem. Své povinnosti zanedbával.

První veřejný úspěch přišel paradoxně ne díky nové teorii, ale přinesl mu ho malý zrcadlový dalekohled, který sám postavil a ke kterému ručně vybrousil čočky. Přístroj o délce 15 cm mu roku 1672 zajistil zvolení do Královské společnosti. Jeho projev (přednáška) ke členům Královské společnosti znamenal nejen převrat v optice, ale i metodice vědeckých postupů.

Newton přednesl členům Společnosti svůj základní pokus, v němž použil dvou hranolů, aby dokázal, že sluneční světlo se skládá z barevných světelných paprsků. Newton tvrdil, že různé barvy jsou ve slunečním světle inherentně přítomny. Považoval světlo za proud drobných částic, které se při průchodu sklem zpomalují a tím vysvětlil, že hranol dělí světlo na jednotlivé paprsky, z nichž je složeno.

Jeho přednáška byla převratnou nejen z pohledu optiky, ale i z hlediska celkového pohledu na vědu, kdy princip vytyčování abstraktních hypotéz vystřídal přístup formování teorií na základě dvou pilířů matematiky a pokusu. Od této doby jsou teorie důsledkem poznání, nikoli inspirací k němu.

### 3.3. Spory s Leibnizem

Paradoxem je, že po tomto excelentním nástupu do světa vědy se Newton nenechá unášet vlnou popularity, ale opět se stahuje do ústraní Trinity College a po většinu 70. let 17. století se zabýval alchymií a teologií. Studuje také matematiku. Přichází s významnou novinkou té doby, kterou nazval diferenciály, a které se věnují samostatně v předchozí části. Do této doby spadá počátek sporů o uznání prvenství právě v oblasti diferenciálního počtu mezi Newtonem a Gottfriedem Leibnizem, kterého považuje za svého úhlavního nepřítele. Oba vědci zastávali odlišné názory na běh světa. Rozcházel se v posuzování zásadních otázek, jako byla struktura prostoru a hmoty, povaha síly a úvahy o Bohu a vesmíru. Další výraznou částí jejich sporu byla rozlišnost verzí techniky diferenciálního a integrálního počtu. Jejich sváry se postupem doby stále vyostřovaly, ačkoli lze říci, že se vzájemně uznávali.

Dokonce nejmocnější žena Anglie té doby Karolína z Auspachu se nažila oba „kohouty“ usmířit. V dopise Leibnizovi doslova píše: „V tomto ohledu se velcí muži podobají ženám, jež se nikdy nevzdávají svých milenců, leda s krajní trpkostí a zuřivostí sahající až za hrob!“ Komu patří prvenství v oblasti diferenciálního a integrálního počtu? Leibnizovi nebo Newtonovi? Na tuto zdánlivě prostou otázku nelze najít stejně prostou odpověď. Zaprvé proto, že záleží na tom, čemu říkáme vynález, a za druhé, není jasné, zda vynášeli totéž. Mnoho účastníků sporu se shodovalo na tom, že Leibniz první zveřejnil popis diferenciálního počtu a moderní výpočetní technika se vyvinula podle jeho, nikoli Newtonova systému. Na druhé straně Newton a jeho sympatizanti tvrdili, že on vyvinul základní koncepci o dvacet let dříve a že o ní už od té doby v korespondenci s Leibnizem a jinými učenými kolegy otevřeně mluvil. Důkazy je těžko hledat. Protože matematikové z obou táborů se sami považovali za bojující strany, překrucovali stanoviska protivníků, takže propast mezi nimi je dnes větší než původně byla. "Pan Newton," dal se slyšet jeden neurvalý skotský žák, "byl německým zpozdilcem barbarsky a po hannoversku pro své principy potupen v jeho knize, spojující ničemnost a nesmyslnost."

Budeme-li věci posuzovat hlouběji, shledáme, že do značné míry šlo o to najít vhodný jazyk pro matematické vyjádření fyziky. V rozporu se svou soukromou praxí držel se Newton, když předkládal své výsledky veřejnosti, tradičního geometrického způsobu, který ho neodtrhoval od klasických filosofů. Naproti tomu Leibnizovi stoupenci na kontinentě byli hrdi na mocnou techniku manipulace, kterou umožňovalo užití symbolů, třebaže ty neměly žádnou oporu ve fyzické realitě.

Ke konci Leibnizova a života se vzájemný spor rozšířil na pole náboženství a metafyziky. Newton pátral v knihách a rukopisech po informacích o starověké chronologii, náboženských doktrínách a biblických Proroctvích. Jako zajímavost lze uvést, že vzhledem k jeho přesvědčení, že ortodoxní výklad božství Kristovy osoby je mylný, byl Newton královským výnosem zproštěn povinnosti dát se vysvětit anglikánskou církví, což bylo jinak povinné pro všechny pedagogy v Cambridgi.

Když už jsem se zmínil o zajímavostech, nedá mi, abych neuvedl ještě jednu, která s vědou a poznáním příliš nesouvisí a která nám jaksí k postavě samotářského vědce ani neseďí. Newton proslul svým odhodláním vymýtit penězokazectví. V mincovně neúnavně pronásledoval padělatele mincí až na šibenici, vymáhal výpovědi od stovek svědků, nešťítel se ani najímat špehy, aby pronikli do podsvětí, odměňoval informátory, kteří si zachraňovali krk udáváním přátel.

Newton věřil, že vědeckým pohledem na Písmo může uvést na pravou míru zkomolené texty. Velké úsilí také věnoval studiu tajů alchymie, ve kterém se snažil pochopit fungování lidské duše. Věřil totiž, že svět je prodchnut božským duchem životní síly, která vyvolává materiální a spirituální proměny, rozhoduje o transformaci kovů stejně jako o růstu rostlin a živočichů. Na zahradě kolejí si dokonce v kůlně zřídil vlastní laboratoř a zkonstruoval vlastní pece, kde zkoumal přírodní vývojové procesy.

### 3.4. Principia

Na počátku 80.let 17.století se pro Newtona staly velkou inspirací komety, které v hojném počtu křížovaly oblohu. Byl jimi natolik fascinován, že namířil svou pozornost na matematickou astronomii. Vyburcován pověrami a zděšením pojícím se k těmto úkazům, začíná psát své nejslavnější dílo Matematické principy přírody (*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*). Toto dílo vyšlo poprvé roku 1687 a dvakrát bylo po kritice zrevidováno. Tato kniha přinesla později Newtonovi proslulost,

hlavně proto, že v ní vytvořil novou kosmologii. Dnešní svět vnímáme v podstatě Newtonovými očima .

Principia revolucionizovala dění ve fyzice tím, že jediným matematickým zákonem určila pohyb nebeských těles stejně jako nepatrných hmotných částic na zemi. Poprvé mohli fyzikové spolehlivě předpovědět, kdy se ta či ona kometa znovu objeví. Díky tomu také mohli tvrdit, že svým nazíráním na svět předčí předpovědi astrologické nebo biblické, a zbaví tak autority tradiční experty. Za to, že se dohotovený rukopis vůbec dostal do tisku, vděčíme hlavně neúnavnému naléhání Edmonda Halleyho. I když tento muž byl jen placeným úředníkem Královské společnosti, později se vlastní zásluhou proslavil jako královský astronom, který správně předpověděl, že roku 1682 se vrátí kometa, která nyní nese jeho jméno. Rovněž v Newtonově případě mělo zkoumání komet lví podíl na jeho budoucí slávě. Kniha Principia, psaná latinsky a plná geometrických grafů, vypadá jako hodně suchopárné čtení, ale pro ty, kdo textu rozuměli, psal Newton přitažlivě. Na samém počátku uvedl tři své pohybové zákony, podle nichž se předměty hýbou a navzájem na sebe působí. Většina lidí se s těmito zákony setká poprvé ve škole, kde se po nich žádá, aby řešili úkoly spojené se střety kulečnickových koulí nebo s jízdou nákladních aut z kopce. Newtonovou obrovskou zásluhou bylo, že pomocí těchto zákonů popsal i pohyb planet, a sjednotil tak dění na zemi a ve vesmíru. Zavedl nový pojem gravitace, univerzální přitažlivé síly platné stejně v celém vesmíru, ať se jedná o komety, padající jablka nebo nepatrné atomy. Na rozdíl od Descarta Newton nepočítal s tím, že velké prázdné prostory dělí od sebe nejen nebeská tělesa, ale i částičky tvořící na pohled pevnou látku.

Stejný význam mělo to, že Newton matematicky vyjádřil působení gravitace. Čím bližší jsou dva předměty a čím větší mají hmotnost, tím silněji se navzájem přitahují. To je známo jako zákon nepřímé úměrnosti na druhé mocnině vzdálenosti mezi předměty.

Newtonova kniha způsobila také zásadní zvrat v autorově existenci. Kromě záplavy blahopřání, kritik a odmítavých stanovisek donutily i další události Newtona, aby přehodnotil svůj život. Zvlášť skon jeho přítele Fatia de Duilier, mladého švýcarského matematika, znamenal, že skončil jediný vřelý vztah, který kdy navázal v dospělém věku. O několik týdnů později, když začal rozesílat svým kolegům bizarní dopisy, šířily se pověsti, že se zbláznil nebo že dokonce zemřel. Newton se stranil lidí ještě více než dříve, obrátil se do sebe, pokračoval v alchymistických pokusech a revidoval své rukopisy.

Roku 1696 opustil Newton svou dobrovolnou klauzuru a nastoupil úplně novou dráhu v královské mincovně. Využil výsadního postavení metropole, stal se nejproslulejším a nejvlivnějším fyzikem Anglie. Jako guvernér a později ředitel mincovny se věnoval svým povinnostem s horlivostí obdobnou jeho předchozímu zaujetí pro alchymii, teologii a matematickou astronomii. Zavedl zásadní reformy a pronásledoval padělatele do té míry, že dokonce organizoval jejich popravu.

Když byl roku 1703 zvolen prezidentem Královské společnosti, stal se Newton autoritativním vedoucím činitelem a administrátorem, který dbal o to, aby se jeho vliv a myšlenky šířily celou Evropou. V následujícím roce uveřejnil první vydání díla Opticks. Třebaže o myšlenkách v ní už nebylo sporu, v knize by obsažen i manifest s jeho matematickým, experimentálním pojetím výzkumné práce. K dalším vydáním připojoval Newton nové a nové spekulace o fundamentálních tématech, jako byla povaha hmoty a její vztah k životu. Tyto důmyslně formulované spekulace, maskované "Otázky", často odporovaly dřívějším Newtonovým myšlenkám a představovaly náměty k experimentální práci pro jeho následovníky v 18.století. V

reakci na kritiky Newton také revidoval Principia, k nimž roku 1713 připojil dodatek (nazvaný Obecné scholion), kde se zdůrazňovala stálá boží přítomnost v celém vesmíru. Teologie a fyzika spolu stejně jako dřív nerozlučně souvisely.

Od svého povýšení do rytířského stavu roku 1705 až do roku 1727, kdy zemřel. Newton stále pracoval v mincovně. Zároveň se aktivně podílel na činnosti mezinárodního společenství fyziků, přepisoval a znovu publikoval své dřívější práce z matematiky, optiky a astronomie a dozíral na průběh svého zvilého sporu s Leibnizem. Ale v soukromí mu nejvíce záleželo na tom, aby upevnil výsledky svých předchozích teologických studií. Newton žongloval s daty ve snaze uvést v soulad sporné události a názory, takže donekonečna revidoval své rukopisy o chronologii starověku a o biblických předpovědích. Brzy po jeho smrti vyšly upravené verze těchto jeho tezí, zastírající Newtonovy kacířské náboženské myšlenky. Jeho dědicové již uvedli do chodu mechanismus, který měl chránit a ještě zvýšit jeho reputaci.



# Gottfried Wilhelm Leibniz

(1648 – 1716)



*GW Leibniz*

To, co vypadá jako B je ve skutečnosti staré německé G a celé to značí Gottfried Wilhelm von Leibniz = GWV Leibniz.



## 4.1. Životopis

Gottfried Wilhelm Leibniz se narodil 1. 7. 1648 v Lipsku jako syn váženého univerzitního profesora. Otec mu však v necelých šesti letech umírá. Už jako malý se Leibniz projevoval jako geniální dítě, ve čtyřech letech umí číst (což mu dovoluje se po otcově smrti zavírat do jeho pracovny a studovat zde uložené spisy), ve dvanácti ovládá latinu. Když bylo Leibnizovi patnáct let, započal ve svém rodném městě se studiem filozofie a práv, ve které později pokračoval v Janově. Po návratu do Lipska se stává bakalářem disertací *Disputation metaphysica de principio individui*. Roku 1666 se pak stává v Altorfě doktorem práv. Roku 1672 odchází s diplomatickým posláním do Paříže. Má přímět Ludvíka XIV. k výpravě do Egypta a odvrátit tak jeho výbojné myšlenky od Německa. Zde mu osud připravil důležité setkání, potkává slavného matematika té doby Christiana Huingense. Ten ho přivádí ke hlubšímu studiu matematiky a geometrie. Roku 1676 odešel Leibniz jako kurfiřtský knihovník a dvorní rádce do Hannoveru. Oficiálním úkolem Leibnize na hannoverském dvoře bylo vytvoření obsáhlých dějin zdejší nepřiliš staré dynastie. Zde, později jako dvorní rada Jana Bedřicha a vrchní knihovník, stráví až na malé výlety zbytek svého života. Umírá 14. 11. 1716.

## 4.2. Spory s Newtonem

O sporu mezi těmito učenici jsem psal již v předcházející kapitole. Nyní se chci na tuto otázku podívat trochu z jiného úhlu. Jak mnohé prameny ukazují, nelze tuto rivalitu chápat jako čistě intelektuální záležitost, protože těsně souvisela s politickými vztahy mezi Anglií a hannoverským panovníckým domem. I když se stal Jiří Hannoverský podle obecného očekávání anglickým králem teprve roku 1714, otázky nad tím, kdo nastoupí na trůn, se vznášely už od počátku století. Leibniz byl právem znepokojován tím, co se psalo v holandském tisku, totiž že jeho spor s Newtonem není chápán jako „válka mezi panem Newtonem a mnou, ale mezi Německem a Anglií“. Newtonovi, nehonorovanému poradci anglické monarchie, hrozilo nebezpečí, že bude zastíněn svým hannoverským protějškem, a jeho opětovné obvinění z plagiátorství mohlo jen přispět k otřesení Leibnizova postavení.

## 4.3. Dílo

V oblasti matematiky bude Leibnizovo jméno spojováno, jak již bylo zmíněno, především s vynálezem diferenciálního a integrálního počtu. Toto však nejsou jediné objevy, kterými přispěl k pokroku tohoto vědního oboru. Dále je třeba zmínit oblast kombinatoriky, kde tvoří teorii permutací a kombinací. Významně přispěl k vytvoření ustálené matematické symboliky a zápisu matematické logiky. Vytkl také pojem determinantu u soustavy tří rovnic prvního stupně.

S matematikou také úzce souvisí jeho „konstruktérská“ činnost. Leibniz roku 1671 sestrojil počítací stroj, který zvládal všechny čtyři základní početní operace. Tento mosazný strojek s titěrnými ozubenými kolečky, válečky a páčkami měl řadu prepínačů a obsluhoval se otáčením dvou kliček. Protože tehdejší technika nedovolovala vyrobit větší množství shodných a přesných ozubených kol, nebyl tento stroj, ve kterém při operacích s většími čísly do sebe zapadalo až 25 koleček, příliš spolehlivý. Z našeho dnešního pohledu přinesl tento stroj i přes svou nespolehlivost, revoluční myšlenku. Leibniz při jeho konstrukci pochopil, že desítková soustava je pro tento stroj krajně nevýhodná. Vytvořil tedy novou – dvojkovou soustavu. Je tedy autorem prvního bitu (z anglického výrazu pro dvojkovou číslici Binary digit).

V oblasti filozofie je hlavním tématem, kterým se Leibniz zabývá, problém substance. Leibniz je přesvědčen, že svět se skládá z velkého množství substancí, které nazýval monádami. Monáda jako jednoduchá substance je duchovní povahy (nemá na rozdíl od atomů materiální počátek), nemá žádné části a tudíž se nedá dále dělit. Monády nemohou vznikat, jsou věčné (jejich vznik a zánik je možný pouze z boží vůle).

Gottfried Wilhelm Leibniz je považován za jednoho z posledních „renesančních“ učenců, který svými myšlenkami ovlivnil mnoho, i zdánlivě velice vzdálených vědních oborů. Tento formát mi nedovoluje se dotknout všech. Mohu tedy pouze konstatovat, že Leibniz byl německý filosof, historik, právník, vědec, diplomat a matematik.

#### **Poznámka ke kapitolám 3.3. a 4.2.**

Obrazné smíření obou rivalů přinesla až budoucnost, když byla jedna z nejdůležitějších vět v oblasti integrálu nazvána po obou objevitelích.

#### **Newton – Leibnizova formule :**

**Věta:** Necht' je funkce  $f$  spojitá na intervalu  $(a,b)$  a  $F$  je její primitivní funkce.

**Pak platí :**

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

## 5.1.

### Jakob Bernoulli (1654 – 1705)

#### Životopis :

Jakob Bernoulli se narodil 27. prosince 1654 v Basileji. Původně vystudoval teologii a matematiku pěstoval jen jako „koníčka“. Ten však přerostl ve vášeň. Roku 1681 začal publikovat svá matematická díla. Nejprve pojednání o teorii komet. V roce 1683 *Dissertatio de gravitate Aetheris*. Roku 1687 je jmenován profesorem matematiky na univerzitě v Basileji. Zde také přednáší . Roku 1690, na základě svého studia infinitesimálního počtu, který si rychle osvojil a s kterým seznámil na univerzitě mimo jiné i svého bratra, zveřejnil pojednání o isochroně (*Acta Eruditorum*) ve kterém se poprvé objevilo slovo integrál. Roku 1691 vydal Bernoulli důležité pojednání, v němž podal vzorec pro délku poloměru křivosti a souvislost mezi křivostí a evolutou křivky. Vyšetřil logaritmickou spirálu, loxodromii a řetězovku. Dále poznal zajímavé vlastnosti logaritmické spirály. Zemřel 16. srpna 1705 v Basileji. Na vlastní žádost má na náhrobku vyobrazenou spirálu a nápis „Eadem mutata resurgo“ .

#### Hlavní přínos :

- rozvoj infinitezimálního počtu ( geometrická aplikace )
- zakladatel počtu pravděpodobnosti
- teorie chyb
- objev teorie velkých čísel
- začal používat polární souřadnice

## 5.2.

### Johann Bernoulli (1667-1748)

#### Životopis :

Johann Bernoulli se narodil 27. července 1667 ve švýcarské Basileji, kam prarodiče přišli z belgické Basilee z náboženských důvodů. Snem mladého Bernoulliho bylo věnovat se teologii, ale rodiče s ním měli jiné plány, chtěli, aby se dal na dráhu obchodníka. Protože o tento plán nejevila velký zájem, bylo mu později dovoleno se zapsat na basilejskou univerzitu ke studiu medicíny. Je fascinován Leibnizovým kalkulesem. Ten si osvojil natolik, že roku 1690 již v Ženevě, kam odešel, přednáší první diferenciální počet. Na základě těchto přednášek je osloven markýzem de l'Hospitem. Ten brzy rozpozná Bernoulliovy kvality a uzavírá s ním smlouvu, podle které učil Bernoulli za pravidelný roční honorář de l'Hospitála novým Leibnizovým metodám. Učitelem byl zřejmě dobrým, protože v roce 1696 vydal de l'Hospital historicky první učebnici infimitezimálního počtu (*Analyse des infiniment petits por l'intelligence des lingnes courbes*). To považoval Bernoulli za velkou křivku. Byly totiž použity jeho myšlenky, aniž de l'Hospital uvedl, z jakého zdroje čerpá.

V roce 1694 získal doktorát na základě své disertační práce popisující matematicky činnost svalů. Získává světový věhlas a možná i na základě korespondence se samotným Leibnizem mu jsou nabídnuta profesorská křesla v Halle a v holandském Groningenu. Přijal místo v Groningenu (1695). V roce 1705 se vrací do Basileje, kde obsadil křeslo profesora matematiky po svém zesnulém starším bratru Jakobovi. Za bratrova života jejich vztahy nebyly nijak idylické, zpočátku starší bratr žárlil na Johanna, s jakou rychlostí dohnal jeho matematické vědomosti, později se zase Johann pokouší ukrást výsledky staršího bratra. Tuto nevraživost vůči konkurenci Johann později přenáší i na svého syna, který je excelentním matematikem a fyzikem. Otec na svého syna žárlí. V závěru života se Bernoulliovým žákem stává i Leonhardo Euler.

Johann Bernoulli zemřel 1. ledna 1748. Na jeho náhrobku stojí "Archimédes své doby".

#### Hlavní přínos :

- integrace obyčejných diferenciálních rovnic
- objevitel variačního počtu
- příspěvky k řešení problému brachystochrony ( křivka, po které urazí hmotný bod nejrychleji vzdálenost mezi dvěma gravitačními poli)

### 5.3.

## LEONHARD EULER ( 1707 – 1783 )



### Životopis

Leonhard Euler se narodil 15.4.1707 ve švýcarské Basileji. Jeho otec, duchovní, který se zabýval matematikou jako koníčkem, brzy rozpoznal synovo nadání. Hoch oplýval fenomenální pamětí a proto pro něj bylo učení velice jednoduché. Ve třinácti letech nastoupil na basilejské univerzitě ke studiu oboru teologie, klasické jazyky (řečtina, latina, hebrejšтина) a později si ještě zapisuje fyziku, astronomii, medicínu a matematiku. Dnes asi těžko pochopíme chlapcův sen stát se státním úředníkem na ministerstvu, za kterým kráčí. V šestnácti letech získává titul magistra. V roce 1727 odchází na pozvání přítele z dětství Daniela Bernoulliho (syna Johanna Bernoulliho) do dalekého Ruska. Nastupuje na petrohradskou akademii, kde je jmenován roku 1733 vedoucím matematického oddělení. O dva roky později ztrácí jedno oko. Ruku 1741 Rusko opouští. Odchází na pozvání pruského krále Fridricha II. Velikého do Berlína, kde strávil v pruské akademii následujících dvacet pět let.

V roce 1766 se vrací na pozvání nové panovnice carevny Kateřiny Veliké opět do Ruska. V témž roce přišel Euler i o druhé oko, přesto pokračuje v práci a svoje objevy diktuje. Euler po sobě zanechal na 886 prací. I v osobním životě byl tento génius velice plodný, ve dvou manželstvích měl 13 dětí. V Rusku na postu ředitele petrohradské akademie strávil zbytek života až do 18.9.1783, kdy umírá.

### Hlavní přínos :

Euler přišel s významnými objevy ke všem odvětvím matematiky své doby. Proto jen stručně to nejzásadnější.

- učebnice, která ustálila symboliku algebry a infinitesimálního počtu

- nalezení základů pro dnešní diferenciální a integrální počet, ale i teorii diferenciálních rovnic
- popsal dynamiku hmotného bodu čistě analytickými metodami
- teorie kubických a bikvadratických rovnic
- teorie čísel (zákon reciprocity kvadratických zlomků)

#### 5.4. **Joseph Lous Lagrange** (1736–1813)



#### **Životopis**

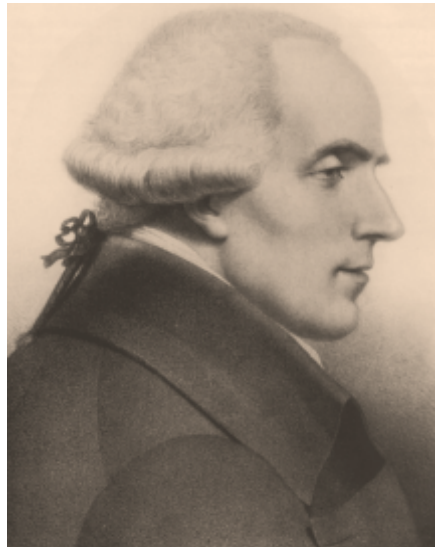
Joseph Louis Lagrange se narodil 25. 1. 1736 v Turíně (byl pokřtěn jako Giuseppe Lodovico Lagrangia). Protože byl nejstarším z jedenácti dětí v chudé rodině, musel se o sebe brzy sám postarat. Vědeckou činnost zahájil v 17 letech, ale svůj první objev našel pak už zveřejněný v korespondenci Leibnize s Bernoullim. Nedal se odradit a v roce 1755, již jako profesor na akademii, poslal Eulerovi do Berlína pojednání o nové metodě integrace a hledání extrémů. Euler zařadil jeho práce mezi základní díla variačního počtu a už v roce 1756 dosáhl, že byl Lagrange (ve svých 20 letech) zvolen zahraničním členem Berlínské akademie a dostal nabídku profesury v Berlíně. Tehdy ještě odmítl, ale po Eulerově odchodu do Petrohradu (1766) přijal po něm uvolněné místo ředitele matematické sekce Berlínské akademie. Lagrange si získal uznání a přízeň D' Alemberta a dalších francouzských matematiků, vyhrál cenu Pařížské akademie (práce o libraci Měsíce) v roce 1764 a pak ještě několikrát na témata z nebeské mechaniky. Svými rozsáhlými znalostmi, přátelským jednáním a neúnavnou pracovitostí si vybudoval pozici, kterou neotřásl ani revoluční dění ve Francii. Lagrange byl členem a často i předsedou

mnoha výborů a komisí, učil na École normale i École polytechnique, v roce 1795 byl zvolen předsedou sekce v Institut National nahrazujícím rozpuštěnou Akademií. Za Napoleonovy vlády dostal mnoho řádů, titul hraběte a další pocty. Pohřben byl v Pantheonu.

### **Hlavní přínos :**

- čistě analytický variační počet
- první partikulární řešení problému tří těles
- metoda separace reálných kořenů algebraické rovnice
- mechanika bodu a pevných těles

## **5.5. Pierre Simon de Laplace (1749 – 1847)**



### **Životopis**

Pierre Simon de Laplace se narodil 28. 3. 1749 jako syn malého statkáře v Normandii. Navštěvoval školu v Beaumontu a Caen. S pomocí známého francouzského matematika a filozofa d'Alemberta, se stal profesorem matematiky na pařížské vojenské škole. Po Velké francouzské revoluci se aktivně zúčastnil reorganizace vzdělávacího systému a zastával mnoho jiných jak pedagogických tak administrativních funkcí, byl například ministrem vnitra. Ludvík XVIII. i Napoleon mu udělili mnoho poct. Laplace měnil své politické vyznání velmi lehce. Ani přes společensky vypjatou situaci revoluční a protirevoluční Francie a díky svému „širokému svědomí“ , nikdy nepřerušil svou vědeckou činnost.

### **Hlavní přínos:**

- teorie parciálních a diferenciálních rovnic

- integrální transformace
- analytická teorie pravděpodobnosti
- centrální limitní věta
- zdokonalil důkazové metody



V závěrečné části své práce se pokusím připomenout základní pojmy z oblasti infinitesimálního počtu (název pro diferenciální a integrální počet dohromady). Už z definice vyplývá, že předmětem zájmu tohoto oboru je zkoumání všeho, co souvisí s pojmem funkce. Začneme tedy funkcí a jejími vlastnostmi.

## 6.1. Funkce

Pojem funkce jako první zavedl německý matematik a filosof G.W. Leibniz v 17. století, i když první úvahy o závislosti se objevují již u scholastických církevních myslitelů ve 14. století. Nejvýznamnější z těchto středověkých matematiků byl Mikuláš z Oresme (asi 1323 – 1382), biskup v Lisieux v Normandii, který napsal pojednání *De latitudinis formarum* (asi 1360), v němž nanáší závisle proměnnou (latitudo – šířku) vůči nezávislé proměnné (longitudo – délce), kterou lze měnit. V tomto postupu se jaksí skrývá přechod od souřadnic na zemské nebo nebeské sféře, které používali již starověcí učenci, k moderním geometrickým souřadnicím.

V současné době definujeme jako předpis, který přiřazuje hodnoty k argumentům. Značení  $y = f(x)$  znamená, že k hodnotě argumentu  $x$  přiřazuje funkce  $f$  hodnotu  $y$ . Někdy se také používá značení  $f: x \rightarrow y$ , slovy, funkce  $f$  zobrazuje  $x$  na  $y$ . Nejobvyklejší způsob, jak zadat toto přiřazování, je pomocí nějakého vzorce, tj. funkční hodnota  $y$  se obdrží tak, že se  $x$  dosadí do určitého vzorce, který definuje danou funkci.

## 6.2. Základní operace s reálnými funkcemi

Uvažujme dvě funkce,  $f$  a  $g$ . Abychom s nimi mohli dělat algebraické operace (sčítání, násobení, ...), musíme nejprve ověřit, že mají stejný definiční obor.

Nechť  $f, g$  jsou funkce jejichž definiční obory nejsou disjunktní. Pak definujeme jejich :

<b>součet</b>	$f + g$	vztahem	$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$	pro $x \in D(f) \cap D(g)$ ,
<b>rozdíl</b>	$f - g$	vztahem	$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$	pro $x \in D(f) \cap D(g)$ ,
<b>násobení</b>	$f \cdot g$	vztahem	$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$	pro $x \in D(f) \cap D(g)$ ,
<b>dělení</b>	$f/g$	vztahem	$(f/g)(x) = f(x)/g(x)$	pro $x \in D(f) \cap D(g)$ pro které $g(x)$ není nula.

## 6.3. Vlastnosti reálných funkcí

Omezenost - definice:

Řekneme, že reálná funkce  $f$  je **omezená zdola**, jestliže existuje číslo  $k$  takové, že pro všechna  $x$  z definičního oboru  $D(f)$  platí  $f(x) \geq k$ .

Řekneme, že reálná funkce  $f$  je **omezená shora**, jestliže existuje číslo  $K$  takové, že pro všechna  $x$  z definičního oboru  $D(f)$  platí  $f(x) \leq K$ .

Řekneme, že reálná funkce  $f$  je **omezená**, jestliže je zároveň omezená shora i zdola.

## 6.4. Limita

Přesnou definici jednoho z nejdůležitějších pojmů spojených s funkcemi podali až začátkem 19. století B. Bolzano (1781-1848) a A. Cauchy (1781-1853). V dnešní době definujeme limitu takto:

Uvažujme funkci  $f$  definovanou na nějakém prstencovém okolí určitého bodu  $a$ . Řekneme, že reálné číslo  $L$  je limita funkce  $f$  pro  $x$  jdoucí k  $a$ , nebo že funkce konverguje k tomuto  $L$  pro  $x$  jdoucí k  $a$ , jestliže pro každé  $\epsilon > 0$  existuje nějaké  $\delta > 0$  tak, aby pro všechna  $x \in D(f)$  splňující  $0 < |x - a| < \delta$  platilo  $|f(x) - L| < \epsilon$ .  
Značení je

## 6.5. Derivace

Nechť je funkce  $f(x)$  definována na nějakém okolí bodu  $a$ . Řekneme, že tato funkce má v bodě  $a$  vlastní derivaci, pokud existuje vlastní limita

Tuto limitu pak nazýváme vlastní derivací funkce  $f$  v bodě  $a$  a užíváme pro ni obvykle označení  $f'(a)$  nebo též  $f'(x)$ .

Jednostrannou limitu

, resp.

nazýváme derivací funkce  $f$  v bodě  $a$  zleva, resp. Zprava

## 6.6. Primitivní funkce, neurčitý integrál

Funkce  $F$  se nazývá primitivní funkce k funkci  $f$  na intervalu  $I$ , jestliže má funkce  $F$  na  $I$  derivaci a pro všechna  $x \in I$  platí  $F'(x) = f(x)$ . Existuje-li k funkci  $f$  alespoň jedna primitivní funkce  $F$ , existuje jich nekonečně mnoho, protože každá funkce  $F + c$ , kde  $c$  je tzv. integrační konstanta, je také k  $f$  primitivní. Systém všech primitivních funkcí k  $f$  se obvykle značí  $\int f(x) dx$  a nazývá se neurčitý integrál funkce  $f$ .

## Použité zdroje

### **Literatura :**

Coufal-Klůfa-Kaňka-Henzler: Učebnice matematiky pro ekonomické fakulty, VP, Praha, 1996

Fara P. : Newton – formování génia, BB/art, Praha, 2004

Koutný F. : Newton, calculus, minimalizace, Zlín

Struik D. J. : Dějiny matematiky, ORBIS, Praha, 1963

Výborný R. : Diferenciální počet, Academia, Praha 1966

### **Internet :**

<http://www.quido.cz>

<http://vedci.wz.cz>

<http://converter.cz>

<http://cs.wikipedia.org>

