

**JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH**

**Pedagogická fakulta**

**Katedra fyziky**

# **Bakalářská práce**

## **Balistické kyvadlo**

**Autor:** Milan Pešek

**Vedoucí práce:** RNDr. Pavel Kříž, Ph.D.

**2008**

## **Anotace**

Diplomová práce je zaměřena na měřící pomůcku, Balistické kyvadlo. Zabývá se konstrukcí a fyzikálním popisem zařízení. Návrhem experimentálních úloh, které můžeme měřit. Tyto úlohy jsou zpracovány a vyhodnoceny. Zařízení bude dále sloužit k potřebám studentů.

## **Klíčová slova:**

Balistické kyvadlo, experiment, měření.

## **Abstract**

The subject of my thesis is ballistic pendulum. I am describing here not only the function and the physical characteristics of this device but also I am proposing experimental procedures of tasks that can be measured. Then these tasks are processed and evaluated. Furthermore, the above mentioned device will be available to students for any kind of experiments.

## **Keywords:**

Ballistic pendulum, experiment, measurement.

Prohlašuji, že jsem svoji bakalářskou práci vypracoval samostatně, pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách.

V Sedlci dne 25. dubna 2008

.....

Pešek Milan

## **Poděkování**

Chtěl bych vyjádřit poděkování vedoucímu své diplomové práce panu RNDr. Pavlu Křížovi, Ph.D za cenné připomínky a rady k vypracování práce. Dále technikovi Janu Prollovi za jeho odbornou pomoc při kreslení technických výkresů.

# Obsah

<b>1. Úvod</b> .....	5
<b>2. Návrh a konstrukce kyvadla</b> .....	6
2.1. Složení zařízení.....	6
2.2. Podstavec.....	7
2.3. Ručička.....	9
2.4. Úhelník.....	11
2.5. Vystřelovací zařízení.....	13
2.6. Zachytávající zařízení.....	18
2.7. Celkově složené kyvadlo.....	22
2.8. Přestavěné kyvadlo.....	23
<b>3. Fyzikální teorie balistického kyvadla</b> .....	24
<b>4. Návrh a vypracování experimentálních úloh</b> .....	25
4.1. Měření rychlosti kuličky.....	25
4.1.1. Úloha.....	25
4.1.2. Pomůcky.....	25
4.1.3. Teorie.....	25
4.1.4. Postup měření.....	28
4.1.5. Přehled výsledků a výpočtů.....	28
4.1.6. Diskuse.....	32
4.1.7. Shrnutí.....	32
4.2. Ověření zákonitostí šikmého vrhu.....	33
4.2.1. Úloha.....	33
4.2.2. Pomůcky.....	33
4.2.3. Teorie.....	33
4.2.4. Postup měření.....	34
4.2.5. Přehled výsledků a výpočtů.....	35
4.2.6. Diskuse.....	40
4.2.7. Shrnutí.....	41
<b>5. Závěr</b> .....	42
<b>Literatura – použitá</b> .....	43

# 1. ÚVOD

Téma mé bakalářské práce zní: Balistické kyvadlo. Toto téma jsem si vybral proto, jelikož se jedná o práci, která vyžaduje manuální zručnost. A to je činnost, která je mi v celku blízkou a pro mě i zábavnou.

V práci se seznámíme se zařízením pojmenovaným balistické kyvadlo, s jeho konstrukcí, matematickým a fyzikálním principem a úlohami, ke kterým bude toto zařízení potřeba. Toto zařízení v praxi slouží například k určování rychlosti. Avšak pořízení originálu tohoto zařízení je poměrně dosti finančně náročné. Proto byla snaha o to, aby náklady na sestavení byly minimální.

Cílem této práce je navrhnout a zkonstruovat plnohodnotné měřící zařízení, které bude dále sloužit v měřících laboratořích, k potřebám dalších studentů. Popsat jeho matematický a fyzikální princip. A v neposlední řadě navrhnout experimentální úlohy pro toto kyvadlo. A tyto úlohy nakonec provést, vyhodnotit a získaná data zpracovat.

## 2. Návrh a konstrukce kyvadla

### 2.1. Složení zařízení

Na začátek si povíme, z čeho se takové balistické kyvadlo skládá. Obsahuje několik důležitých částí. Celé zařízení musí na něčem stát, tuto část nazýváme podstavcem, skládá se z dřevěné desky, k níž jsou přišroubovány dvě dřevěné, kulaté nožičky. Do desky podstavce jsou vyvrtány čtyři díry, pro uchycení dalších částí.

Do dvou z těchto děr se uchycuje část, kterou nazýváme vystřelovací zařízení. Tento komponent je složen z ocelové trubičky, v níž je vybroušená drážka o třech záchytných bodech. Uvnitř trubičky se nachází pružina, ke které je přivařeno ocelové táhlo, které slouží k natahování pružiny, ta po natažení vystřeluje kuličku.

K zbývajícím dírám přichycujeme ostatní části kyvadla. Jednou z nich je úhelník. Ten je zhotoven z tenkého plechu, na kterém jsou narýsované úhly od nuly do 90 stupňů. Z úhelníku můžeme odečíst úhel, o který se vychýlila vystřelená kulička. Do úhelníku jsou opět vyvrtány tři díry a vybroušená drážka. Ta, společně s jednou dírou slouží k jeho uchycení. Dvě další jsou nutné k přestavění kyvadla, aby se dalo použít pro více druhů experimentálních úloh.

Další částí, která má v kyvadle důležitou roli je ručička. Je zhotovená opět z tenkého plechu a ukazuje nám právě ten úhel na úhelníku, o který byla kulička vychýlena.

A posledním komponentem je tzv. zachytávající zařízení. Znovu byl pro výrobu použit tenký plech. Z něj je vyrobena krychlová baňka, do které vystřelená kulička vlétá. Uvnitř baňky jsou naproti sobě umístěné dva vystouplé plíšky, které kuličku zachycují a brání jí vypadnutí ven. Kuličku dostaneme z krychličky ven dvířky, které jsou přidělané na zadní stěně. Na horní stěně je přivařen další plech, k uchycení zařízení do díry, která je společná pro tuto část, pro ručičku a pro úhelník.

Tak z takovýchto částí je složeno balistické kyvadlo. Dále se jim budeme věnovat v dalších kapitolách práce.

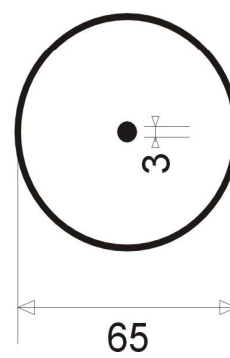
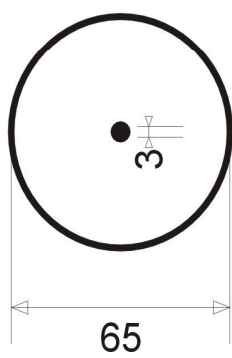
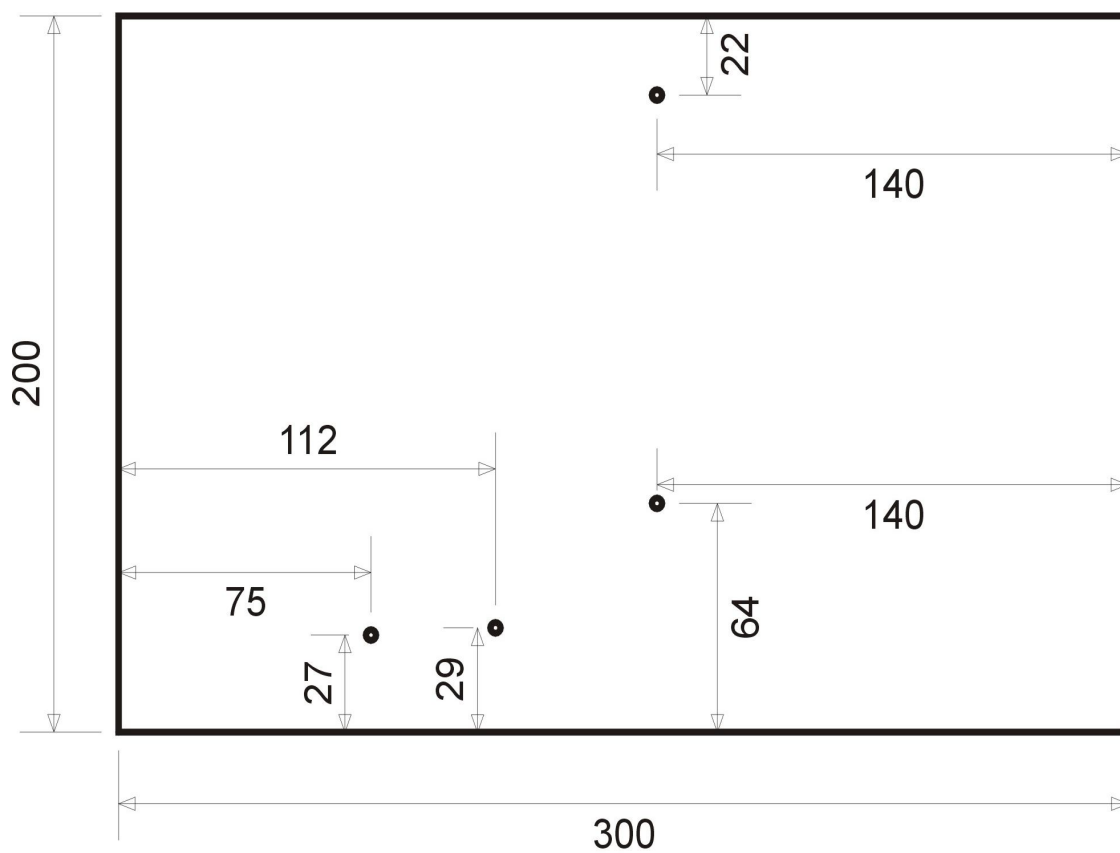
## 2.2. Podstavec

Nejprve bylo zapotřebí vybrat materiál, ze kterého se podstavec pro kyvadlo vyrobí. V úvahu přicházely dva materiály. Jedním byla umělá hmota a druhým dřevo. Nakonec bylo vybráno smrkové dřevo a to pro to, že jeho vlastnosti jsou pro opracování podstavce a i pro další následnou konstrukci kyvadla vhodnější.



*Obr. 2.2.1. Skutečný tvar podstavce*





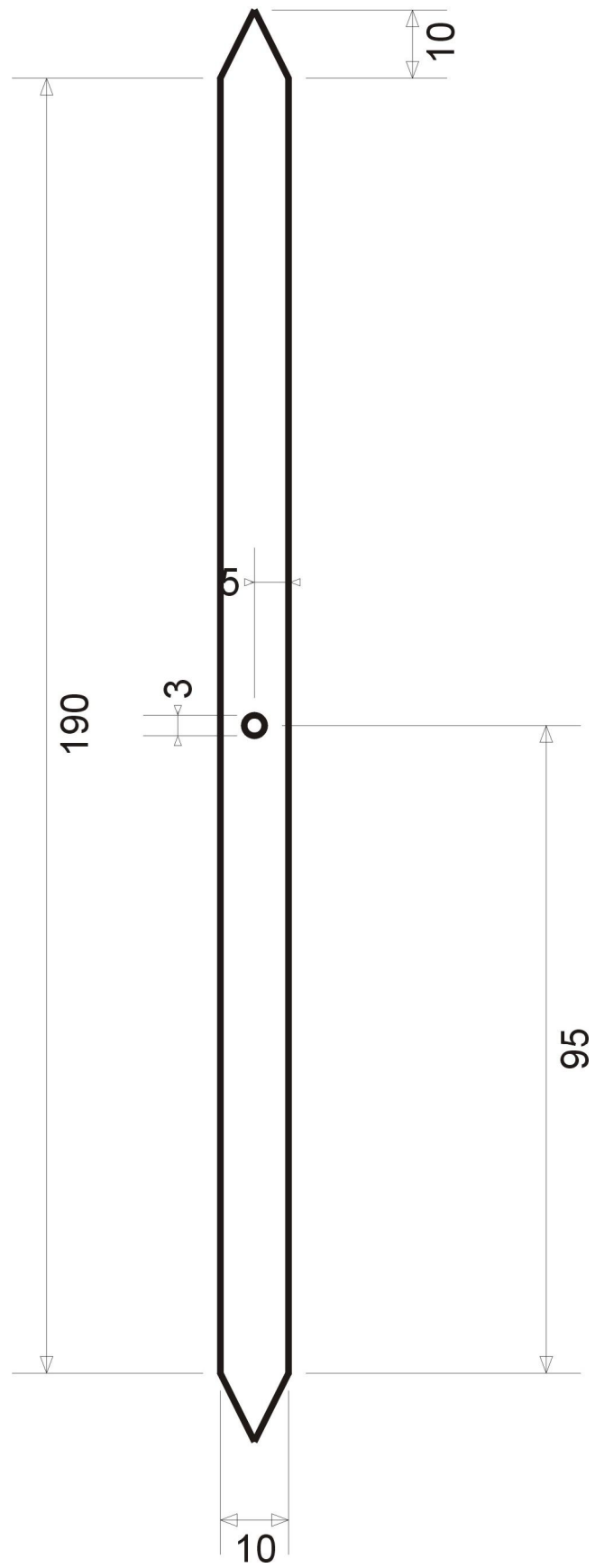
Obr 2.2.2. Technický výkres podstavce

### 2.3. Ručička

Pro výrobu ručičky je použit tenký plech o průměru 1 mm. Je zhotovená tak, že přesahuje podstavec kyvadla. V její polovině je vyvrtaná díra, pro její uchycení. Záměrně je díra v její polovině. Je to z toho důvodu, že tak bude ručička uchycena přesně v jejím těžišti, tedy bude v rovnovážné poloze volné, těleso v těžišti tak nekoná vlivem tíhové síly otáčivý ani posuvný pohyb.



*Obr. 2.3.1. Skutečný tvar ručičky*



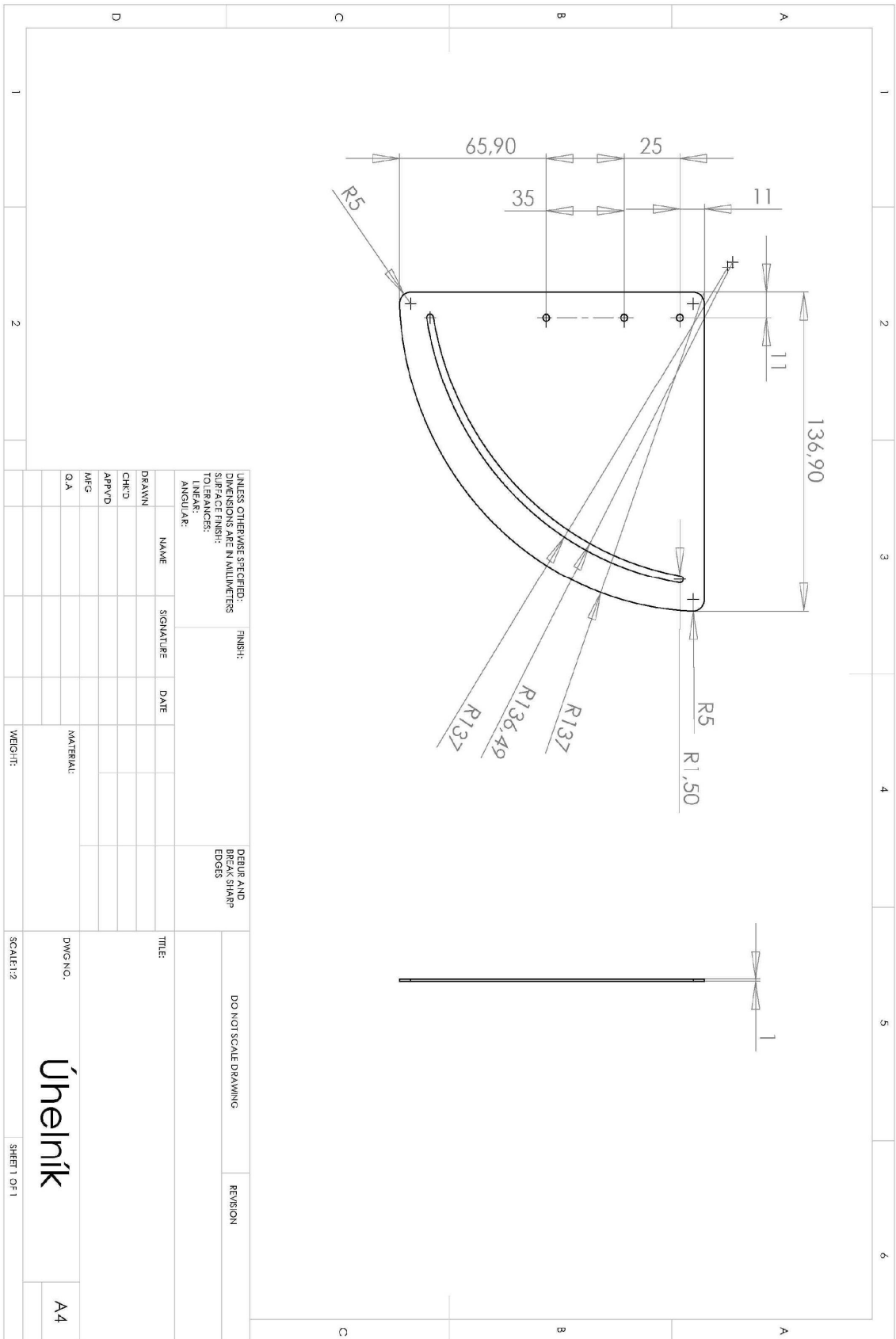
Obr. 2.3.2. Technický výkres ručičky

## 2.4. Úhelník

K sestavení znovu použit plech o průměru 1 mm. V úhelníku jsou vyryty stupně od 0 do 90. Důležitá je také vybroušená drážka, která lemují vyryté stupně. Je to drážka, v níž je umístěn šroubek, kterým přichytíme úhelník k podstavci.



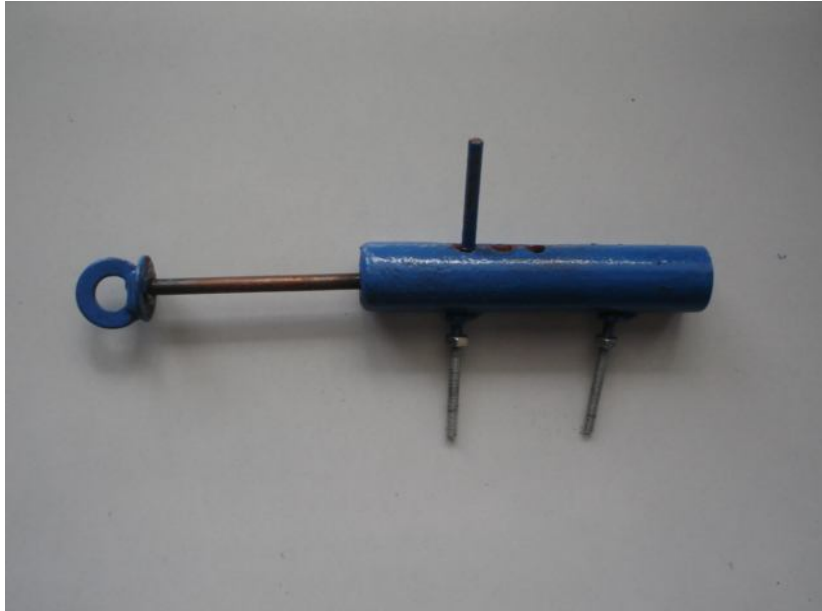
*Obr. 2.4.1. Skutečný tvar úhelníku*



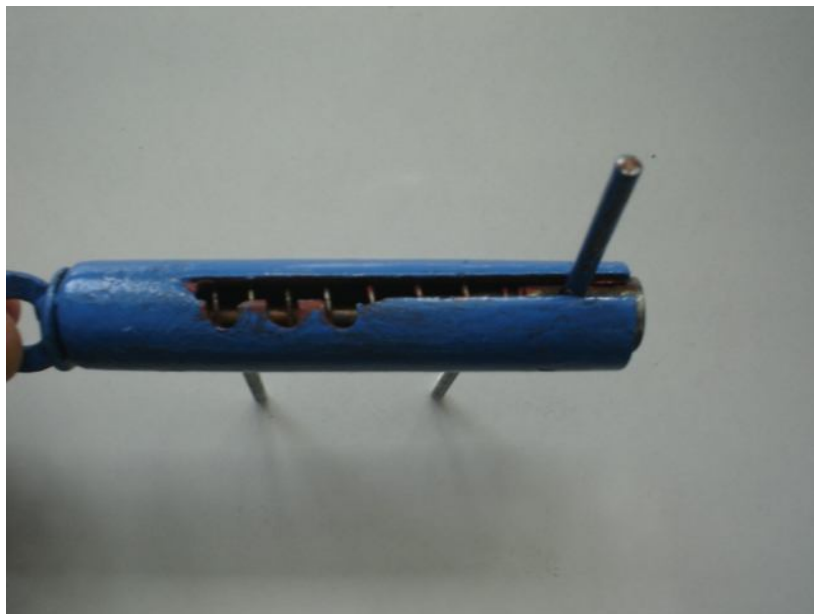
Obr. 2.4.2. Technický výkres úhelníku

## 2.5. Vystřelovací zařízení

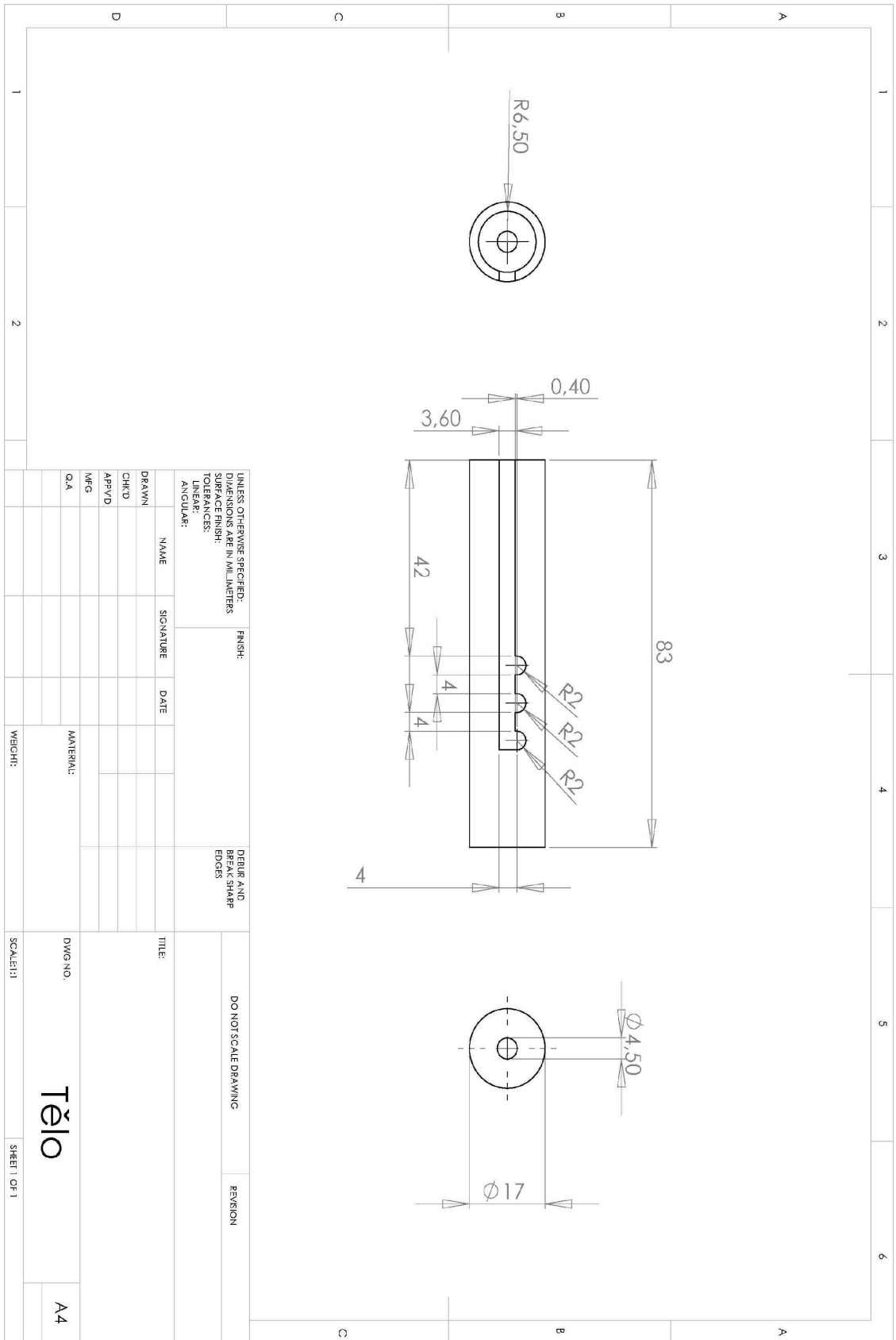
Vyrobeno z ocelové trubičky, v níž je vybroušená drážka se třemi záchytnými body. Uvnitř trubičky je umístěna pružina, na kterou je přivařeno ocelové táhlo, pomocí níž pružinu natahujeme do jednoho ze záchytných bodů. Následným uvolněním táhla u bodu dosáhneme vystřelení. Na konci táhla je přivařen úderník. Pro uchycení jsou na těle přivařeny šroubky.



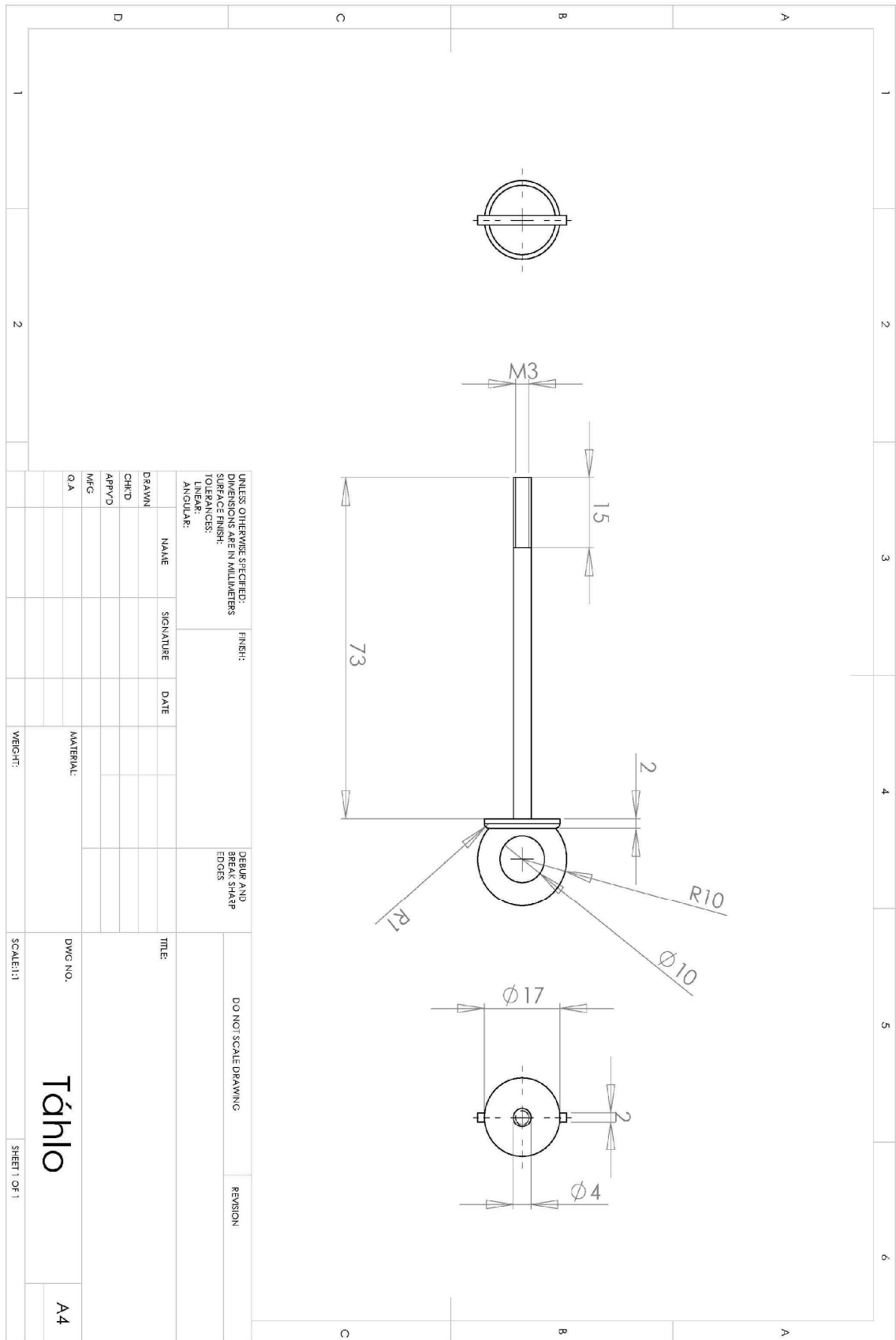
*Obr. 2.5.1. Skutečný tvar nataženého vystřelovacího zařízení*



*Obr. 2.5.2. Pohled shora na vystřelovací zařízení*

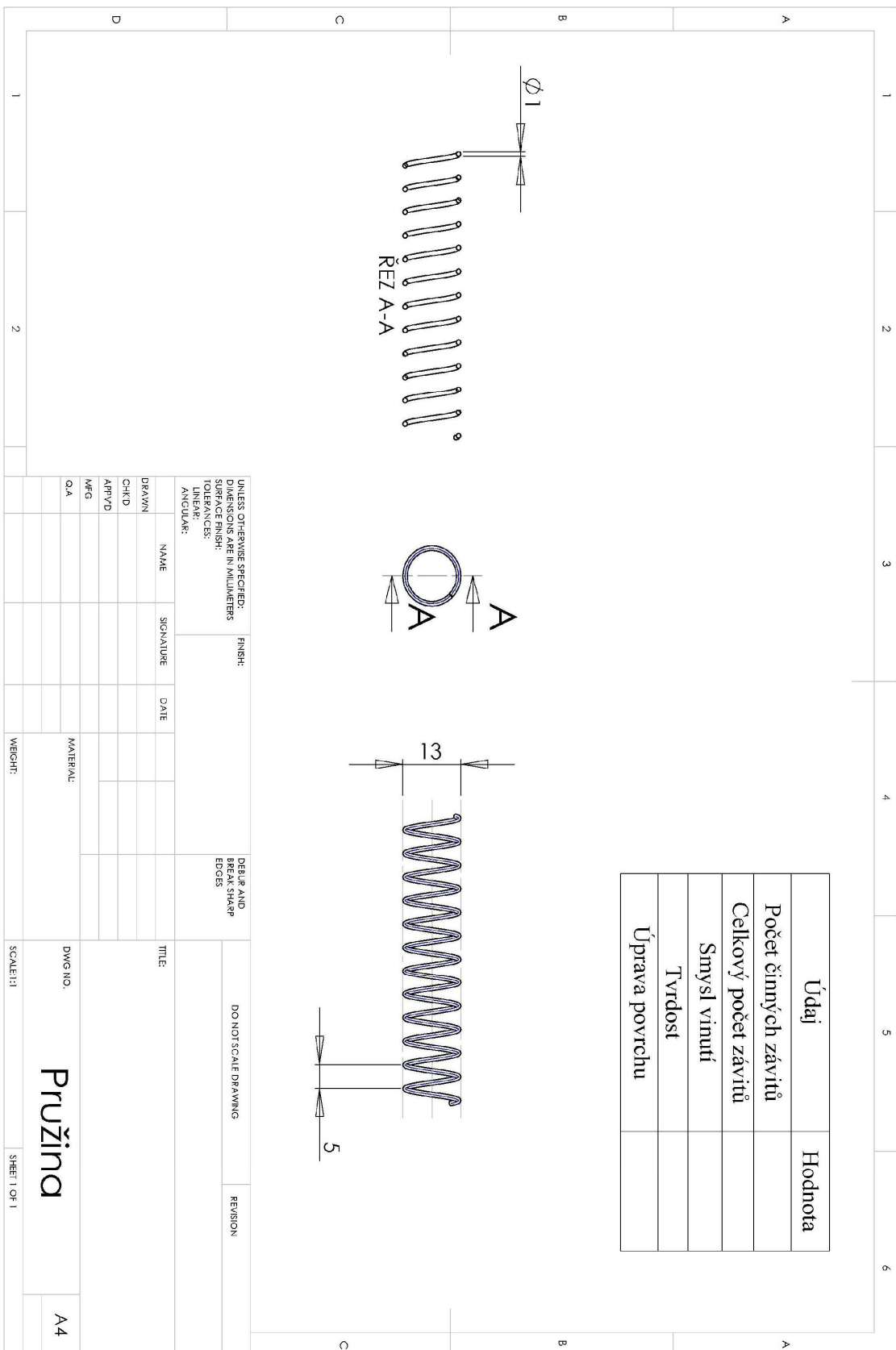


Obr. 2.5.3. Technický výkres těla vystřelovacího zařízení

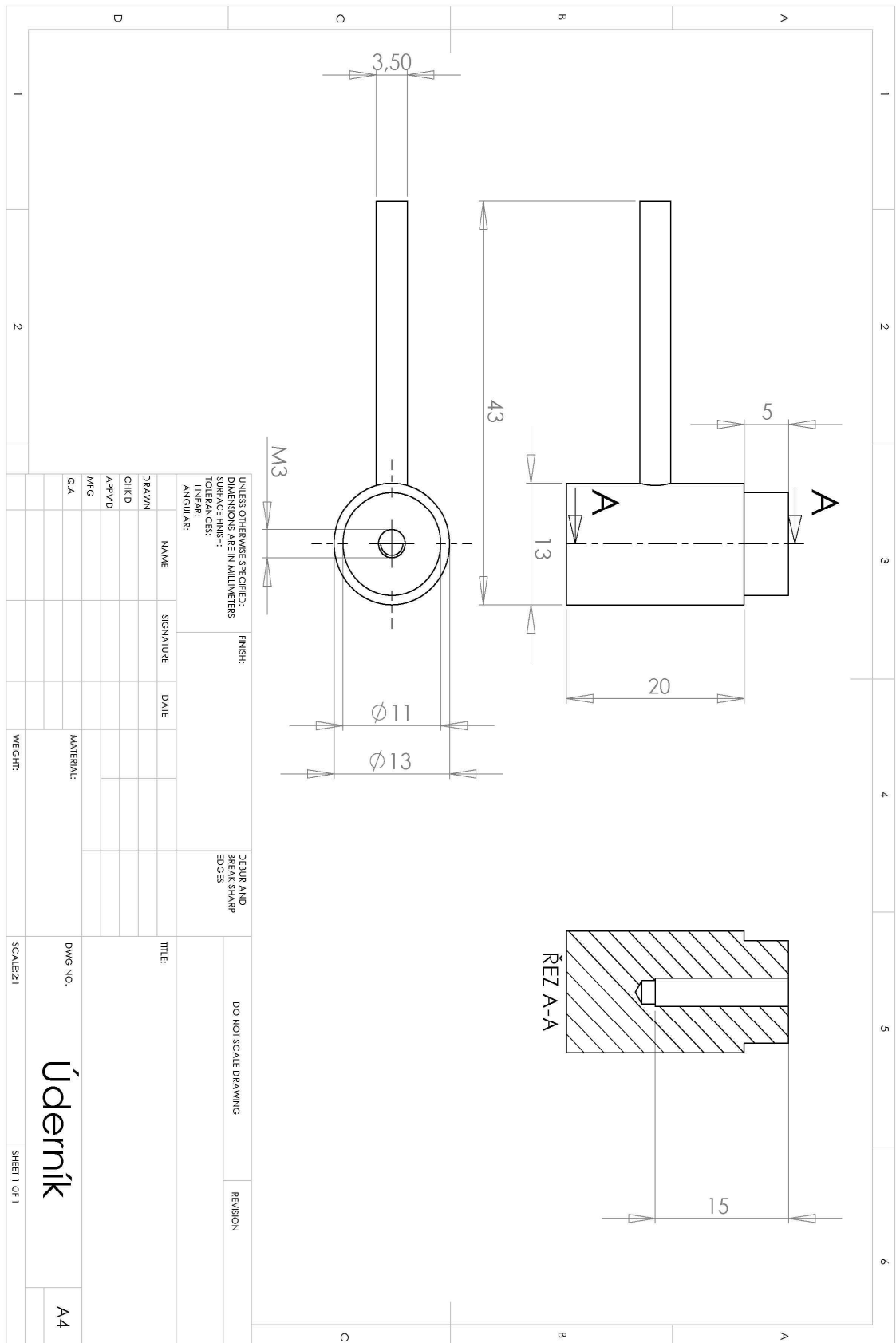


Obr. 2.5.4. Technický výkres táhla





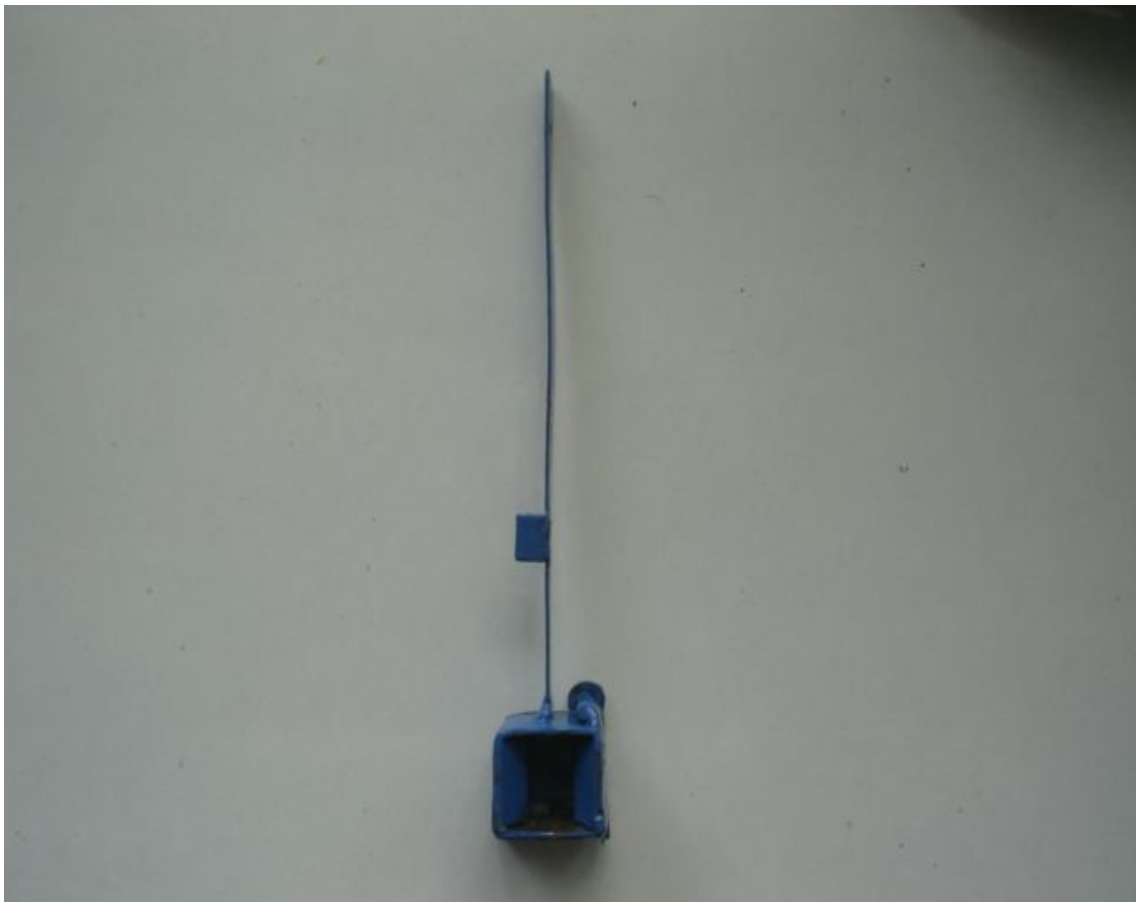
Obr. 2.5.5. Technický výkres pružiny



Obr. 2.5.6. Technický výkres úderníku

## 2.6. Zachytávající zařízení

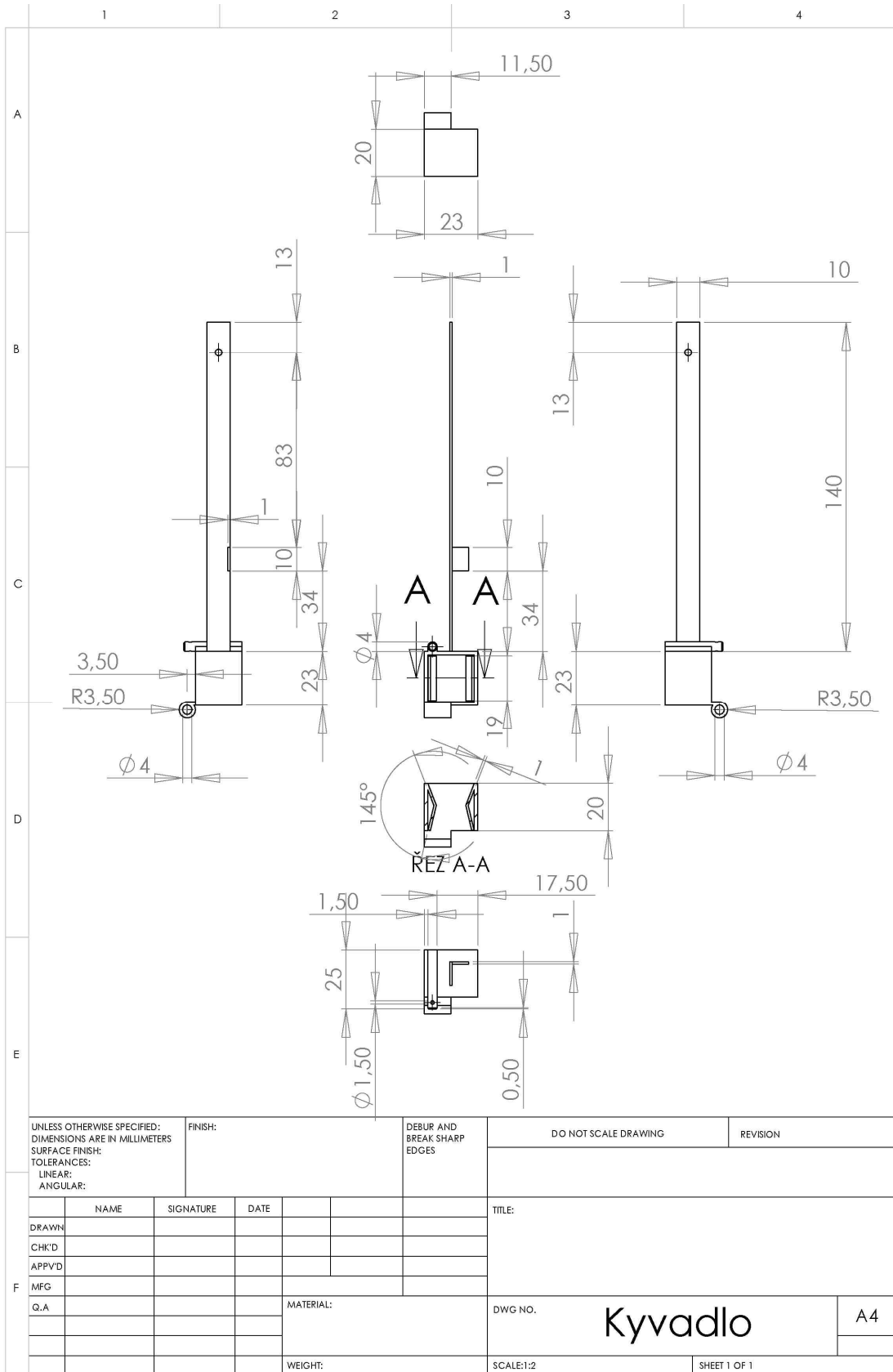
Skládá se z krychlové baňky, která zachycuje vystřelenou kuličku. K dvěma stěnám baňky jsou přivařeny tenké plíšky, které umožňují kuličce vniknout dovnitř, ale už nedopustí její vypadnutí. Ze zadní stěny jsou zkonstruována dvířka, která můžeme otevírat a tak lehce vyjmout kuličku z baňky. Na horní stěnu je přivařen delší plech, který slouží jako závěs a je jím uchyceno celé zachytávající zařízení. Na tomto závěsu je ještě přivařen menší plíšek, který vychyluje ručičku. Pro výpočet je důležitá jak hmotnost celého zachytávajícího zařízení, tak i délka závěsu této části. Ta se měří od středu díry závěsu po střed krychlové baňky, do které vlétá kulička.



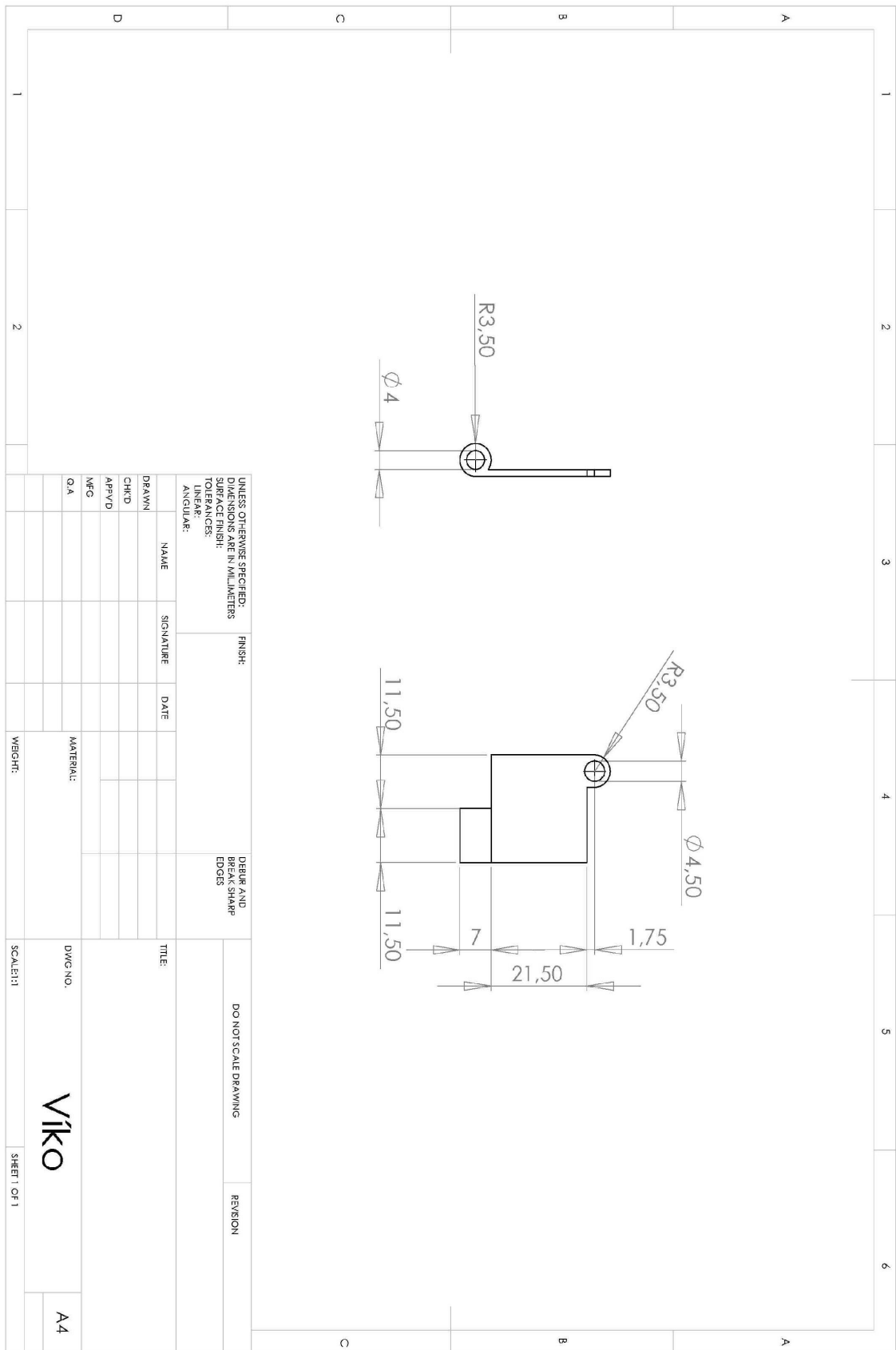
*Obr. 2.6.1. Skutečný tvar zachytávajícího zařízení*



*Obr. 2.6.2. Skutečný tvar zachytávajícího zařízení a otevřená dvířka*



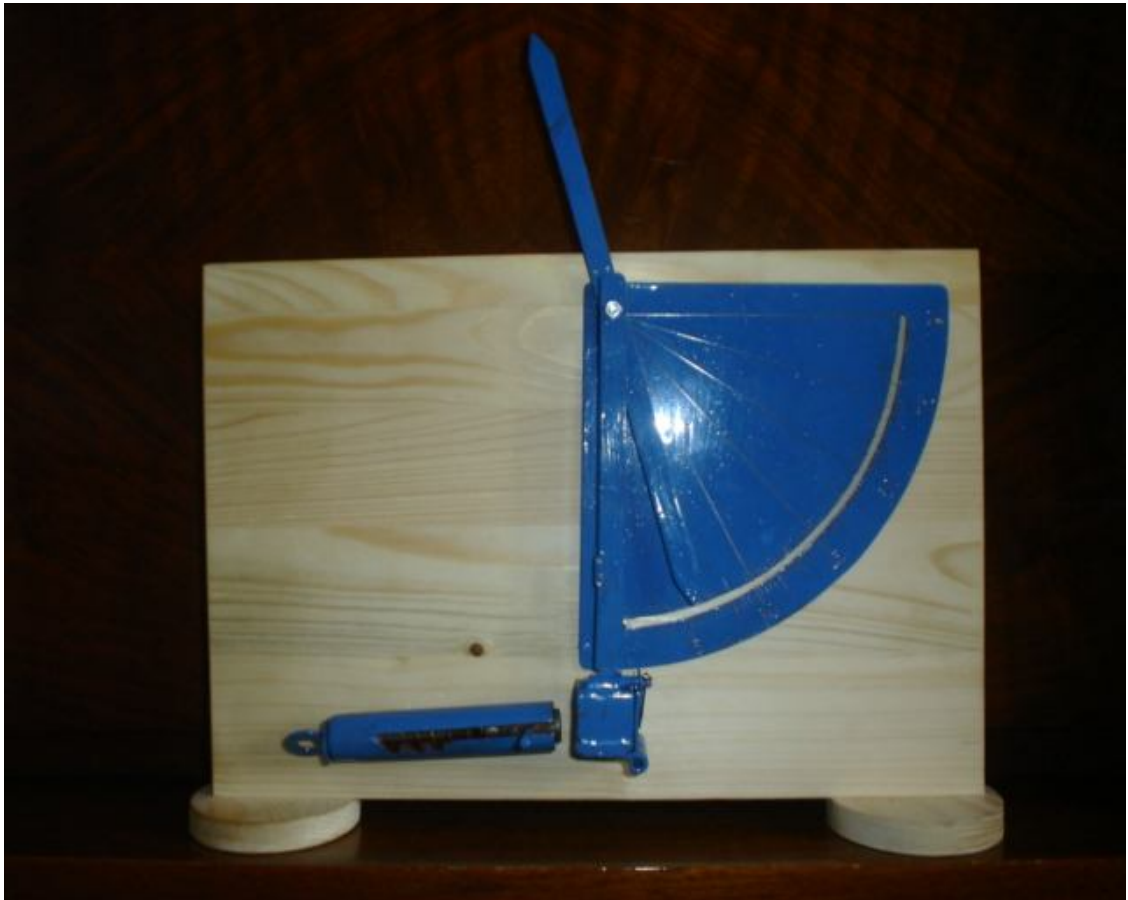
Obr. 2.6.3. Technický výkres zachytávajícího zařízení



Obr. 2.6.4. Technický výkres vika

## 2.7. Celkově složené kyvadlo

Uchycením všech částí k podstavci dostaneme složené kyvadlo. Samotné uchycení se provádí pomocí šroubků a matek. Takto sestavené kyvadlo nám bude sloužit k určování rychlosti vystřelené kuličky.



*Obr. 2.7.1. Skutečný tvar složeného kyvadla*

## 2.8. Přestavěné kyvadlo

Abychom mohli s kyvadlem provádět více druhů úloh, musíme ho trochu upravit. Odmontujeme zachytávající zařízení a ručičku. Do dvou připravených děr na úhelníku umístíme vystřelovací zařízení. S takto přestavěným kyvadlem můžeme například měřit šikmý vrh.



*Obr. 2.8.1. Skutečný tvar přestavěného kyvadla*



### 3. Fyzikální teorie balistického kyvadla

Pro balistické kyvadlo platí dva zákony. A to zákon zachování hybnosti a zákon zachování energie. Jestliže si symbolem  $V$  označíme rychlost soustavy *kulička + zachytávající zařízení* těsně po srážce. Tak podle zákona zachování hybnosti je: viz.[1]

$$mv = (M + m)V \quad (1)$$

Protože kulička uvázne v zachytávajícím zařízení, jedná se o dokonale nepružnou srážku. Kinetická energie se při ní změní. Po srážce se však již mechanická energie soustavy *kyvadlo + Země* zachovává, pokud zanedbáme odpor prostředí. Kinetická energie kyvadla v rovnovážné poloze je tedy shodná s tíhovou potenciální energií soustavy v okamžiku, kdy je kyvadlo v době obratu: viz.[1]

$$\frac{1}{2}(m + M)V^2 = (m + M)gh \quad (2)$$

Vyloučíme-li z posledních dvou rovnic rychlost  $V$ , dostaneme výsledný vztah:

$$v = \frac{M + m}{m} \sqrt{2gh} \quad (3)$$

$M$ .....hmotnost závěsu

$m$ .....hmotnost kuličky

$g$ .....tíhové zrychlení

$l$ .....délka závěsu

$\alpha$ .....měřený úhel

## 4. Návrh a vypracování experimentálních úloh

### 4.1. Měření rychlosti kuličky

#### 4.1.1. Úloha

Vypočítejte rychlost kuličky, vystřelované z balistického kyvadla, pomocí naměřeného úhlu.

#### 4.1.2. Pomůcky

Balistické kyvadlo, digitální váhy, posuvné měřítko.

#### 4.1.3. Teorie

Teorie této úlohy je již podrobně popsána v předešlé kapitole, jedná se o základní teorii pro balistické kyvadlo. Tedy pro rychlost  $v$  platí:

$$v = \frac{M + m}{m} \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} \quad (4)$$

$M$ .....hmotnost závěsu + hmotnost ručičky kyvadla

$m$ .....hmotnost kuličky

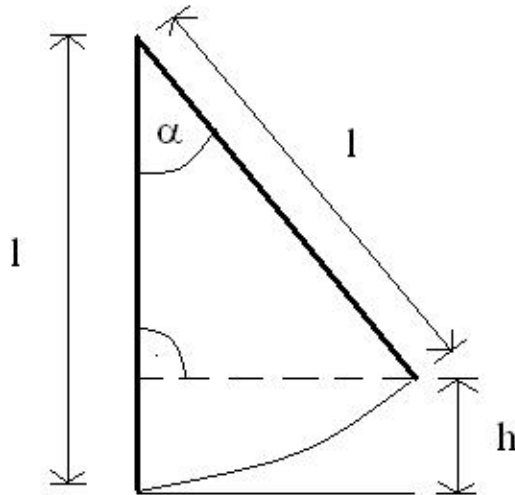
$g$ .....tíhové zrychlení

$l$ .....délka závěsu

$\alpha$ .....měřený úhel

V našem případě:

$$h = l(1 - \cos \alpha) \quad (5)$$



V měření se může vyskytnout i množství chyb, proto zde uvádím vztahy pro počítání příslušných chyb.

**Pravděpodobná chyba aritmetického průměru:**

$$g = 2/3 \sqrt{\frac{\sum |\Delta x_i|^2}{n(n-1)}} \quad (6)$$

**Chyba rychlosti  $V$ :**

$$M = \bar{M} \pm \mathcal{G}_M$$

$$m = \bar{m} \pm \mathcal{G}_m$$

$$l = \bar{l} \pm \mathcal{G}_l$$

$$\alpha = \bar{\alpha} \pm \mathcal{G}_\alpha$$

$$V = f(M, m, l, \alpha)$$

$$\mathcal{G}_v = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial M}\right)^2 \cdot \mathcal{G}_M^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial m}\right)^2 \cdot \mathcal{G}_m^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial l}\right)^2 \cdot \mathcal{G}_l^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \alpha}\right)^2 \cdot \mathcal{G}_\alpha^2} \quad (7)$$

$$\frac{\partial f}{\partial M} = \frac{\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}}{m} \quad (8)$$

$$\frac{\partial f}{\partial m} = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} \cdot \frac{m-(M+m)}{m^2} = -\frac{M}{m^2} \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} \quad (9)$$

$$\frac{\partial f}{\partial l} = \frac{M+m}{m} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}} \cdot 2g(1-\cos\alpha) = \frac{M+m}{m} \cdot \frac{g(1-\cos\alpha)}{\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}} \quad (10)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} = \frac{M+m}{m} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}} \cdot 2gl(\sin\alpha) = \frac{M+m}{m} \cdot \frac{gl \sin\alpha}{\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}} \quad (11)$$

#### 4.1.4. Postup měření

Na balistickém kyvadle natáhneme vystřelovací zařízení, zachytíme ho do jednoho ze tří záchytných bodů. Do nataženého zařízení vložíme kuličku a zkontrolujeme nastavení ručičky a zachytávajícího zařízení. Jestliže obě dvě části máme na úhelníku nastaveny na nule, můžeme vystřelit kuličku. Ta nám vychýlí jak ručičku tak i zachytávající zařízení. Ručička nám zůstane v místě největšího vychýlení. A tak z úhelníku můžeme odečíst úhel. Měření provádíme padesátkrát pro všechny tři záchytné body vystřelovacího zařízení. Pro výpočet si po odměření zvážíme důležité části balistického kyvadla na digitálních váhách. A to kuličku, zachytávající zařízení a ručičku. Nakonec musíme ještě změřit délku závěsu posuvným měřítkem. Je to délka zachytávajícího zařízení od středu místa jeho uchycení po místo kde kulička do zařízení vlétá, tedy po střed krychlové baňky.

#### 4.1.5. Přehled výsledků a výpočtů

##### **Zvážené a změřené části kyvadla:**

$$m \text{ (kulička)} = 4,48 \pm 0,01 \text{ g}$$

$$M_z \text{ (zachytávající zařízení)} = 48,45 \pm 0,01 \text{ g}$$

$$M_r \text{ (ručičky)} = 14,96 \pm 0,01 \text{ g}$$

$$M \text{ (celkové } M_z + M_r) = 63,41 \pm 0,014 \text{ g}$$

$$l \text{ (délka závěsu)} = 138,3 \pm 0,05 \text{ mm}$$

**Tabulka 1: Naměřené úhly:**

<b>Č.m.</b>	<b>3. bod [°]</b>	<b>2. bod [°]</b>	<b>1. bod [°]</b>
1	19	15	12
2	19	17	13
3	19	15	13
4	18	16	12
5	18	17	13
6	19	17	12
7	20	17	12
8	20	17	12
9	20	17	12
10	20	17	12
11	20	16	13
12	20	17	12
13	20	17	12
14	19	17	13
15	20	17	12
16	20	18	12
17	20	17	13
18	20	17	13
19	19	17	13
20	20	17	12
21	20	17	13
22	20	18	13
23	20	17	12
24	20	18	13
25	20	17	13
26	20	17	13
27	20	16	13
28	20	17	13
29	20	17	12
30	21	17	13

<b>Č.m</b>	<b>3. bod [°]</b>	<b>2. bod [°]</b>	<b>1. bod [°]</b>
31	20	17	13
32	19	17	13
33	21	16	13
34	20	17	13
35	21	17	13
36	20	16	13
37	21	15	13
38	19	15	13
39	19	16	12
40	19	16	13
41	20	17	13
42	20	17	13
43	21	17	13
44	22	17	13
45	19	16	13
46	20	17	13
47	20	18	13
48	20	17	12
49	19	17	13
50	21	17	13
<b><math>\bar{\alpha}</math> [°]</b>	<b>19,84 ± 0,0722</b>	<b>16,76 ± 0,0675</b>	<b>12,68 ± 0,0444</b>

**Výpočet rychlosti pro 3. bod podle vzorce (4):**

$$v = 6,06 \text{ m.s}^{-1}$$

**Výpočet rychlosti pro 2. bod podle vzorce (4):**

$$v = 5,12 \text{ m.s}^{-1}$$

**Výpočet rychlosti pro 1. bod podle vzorce (4):**

$$v = 3,79 \text{ m.s}^{-1}$$

**Výpočet chyby rychlosti:**

**Tabulka 2: Parciální derivace:**

	<b>3. bod</b>	<b>2. bod</b>	<b>1. bod</b>
$\frac{\partial f}{\partial M} [\text{m.s}^{-1}.\text{kg}^{-1}]$	89,31	75,35	51,34
$\frac{\partial f}{\partial m} [\text{m.s}^{-1}.\text{kg}^{-1}]$	-1263,75	-1067,87	-726,66
$\frac{\partial f}{\partial l} [\text{s}^{-1}]$	21,96	18,47	14,86
$\frac{\partial f}{\partial \alpha} [\text{m.s}^{-1}]$	17,42	17,54	19,61

**Výpočet chyby rychlosti pro 3. bod podle vzorce (7):**

$$\mathcal{G}_v = 1,26 \text{ m.s}^{-1}$$

**Výpočet chyby rychlosti pro 2. bod podle vzorce (7):**

$$\mathcal{G}_v = 1,18 \text{ m.s}^{-1}$$

**Výpočet chyby rychlosti pro 1. bod podle vzorce (7):**

$$\mathcal{G}_v = 0,87 \text{ m.s}^{-1}$$



#### 4.1.6. Diskuse

Úloha probíhala bez problémů. Jediné na co bylo třeba dávat větší pozor, bylo přesné odečítání stupňů z úhlooměru, tam nám mohly vzniknout chyby. Chyba rychlosti nám vychází přibližně 20 % což je poměrně hodně. Při pohledu do výpočtu chyby rychlosti zjistíme, že ji nejvíce ovlivňuje její poslední člen, což je měřený úhel. Tedy k eliminování chyby by bylo potřeba měřit úhel daleko přesněji. Dále bychom museli buď zvyšovat rychlost vystřelené kuličky, nebo zkrátit závěs kyvadla, což je ale u tohoto našeho zařízení konstrukčně nemožné.

#### 4.1.7. Shrnutí

Zadaný úkol se nám podařilo splnit. Byla určena rychlost kuličky, vystřelované z balistického kyvadla a dále určena chyba rychlosti. Dosáhli jsme těchto výsledků:

Rychlost pro 3. bod:  $V = 6,06 \pm 1,26 \text{ m.s}^{-1}$

Rychlost pro 2. bod:  $V = 5,12 \pm 1,18 \text{ m.s}^{-1}$

Rychlost pro 1. bod:  $V = 3,79 \pm 0,87 \text{ m.s}^{-1}$

## 4.2. Ověření zákonitostí šikmého vrhu

### 4.2.1. Úloha

Změřte délku doletu kuličky, vystřelené z balistického kyvadla. A určete závislost délky doletu na vystřelované rychlosti a závislost délky doletu na úhlu výstřelu. Sestrojte grafy těchto závislostí.

### 4.2.2. Pomůcky

Balistické kyvadlo, metr, nádoba s pískem.

### 4.2.3. Teorie

Dolet  $R$  definujeme jako vodorovnou vzdálenost, kterou kulička urazí od okamžiku výstřelu do okamžiku návratu do počáteční výšky nad povrchem země. V tomto okamžiku je poloha kuličky dána souřadnicemi  $x, y$ : viz.[1]

$$x = v_0 t \cos \alpha = R \quad (12)$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2 = 0 \quad (13)$$

Vyloučíme čas a dostaneme:

$$R = \frac{2v_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha \quad (14)$$

Výsledek můžeme upravit do tvaru:

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha \quad (15)$$

**Pravděpodobná chyba aritmetického průměru:**

$$g = 2/3 \sqrt{\frac{\sum |\Delta x_i|^2}{n(n-1)}} \quad (16)$$

#### **4.2.4. Postup měření**

Nejprve si musíme upravit balistické kyvadlo. A to tak, že odmontujeme zachytávající zařízení, vystřelovací zařízení a ručičku. Vystřelovací zařízení namontujeme zpátky, nikoliv však na jeho stávající místo, ale připevníme jej k úhelníku. Takto přestavěné balistické kyvadlo je na obrázku 2.8.1. Dále si připravíme nádobu s pískem. Písek musí být v nádobě ve stejné výšce, v jaké je kulička vystřelována z kyvadla. Po té můžeme přistoupit k měření. Na kyvadle si nastavíme požadovaný úhel, natáhneme vystřelovací zařízení a opět zachytíme do jednoho ze tří záchytných bodů. Vystřelíme kuličku do nádoby s pískem a metrem změříme délku doletu  $R$ . Je to délka od středu místa, kde kulička vylétá z vystřelovacího zařízení, do středu místa kam kulička dopadá. Měřit budeme pro úhly 15, 30, 45, 60 a 75 stupňů. Pro každý stupeň v každém záchytném bodu dvacetkrát.

#### 4.2.5. Přehled výsledků a výpočtů

Tabulka 3: Naměřené dolety pro 15°, 30°

Č.m.	15[°]			30[°]		
	3. bod [cm]	2. bod [cm]	1. bod [cm]	3. bod [cm]	2. bod [cm]	1. bod [cm]
1.	114,3	88,9	46,4	224,0	147,5	100,0
2.	117,8	91,0	46,9	203,0	141,7	100,7
3.	120,7	91,8	48,2	209,2	149,0	98,0
4.	115,2	86,8	47,0	210,5	141,7	101,5
5.	120,3	92,5	48,0	212,3	156,8	96,0
6.	125,3	84,6	48,6	213,0	147,6	99,5
7.	125,7	91,1	47,8	212,2	144,5	100,1
8.	132,8	87,4	54,3	220,1	149,2	99,2
9.	127,0	89,2	51,8	206,8	155,8	101,3
10.	132,7	88,9	52,9	204,5	155,6	96,2
11.	116,0	90,3	56,7	217,6	152,5	99,7
12.	124,8	91,3	53,2	213,3	146,0	94,2
13.	134,3	86,0	49,8	215,1	147,2	94,7
14.	131,4	93,8	52,9	212,3	154,5	102,8
15.	123,2	93,6	51,7	206,7	148,0	99,0
16.	118,4	90,6	58,1	212,7	145,0	98,1
17.	127,3	93,7	53,0	210,2	149,5	99,1
18.	123,6	88,4	54,2	223,1	145,0	97,0
19.	121,8	87,7	57,4	220,5	146,0	94,8
20.	123,2	87,6	52,5	216,5	148,2	96,5
$\bar{R}$ [cm]	<b>123,79 ± 0,89</b>	<b>89,76 ± 0,39</b>	<b>51,57 ± 0,54</b>	<b>213,18 ± 0,87</b>	<b>148,57 ± 0,66</b>	<b>98,42 ± 0,36</b>

**Tabulka 4: Naměřené dolety pro 45°, 60°, 75°**

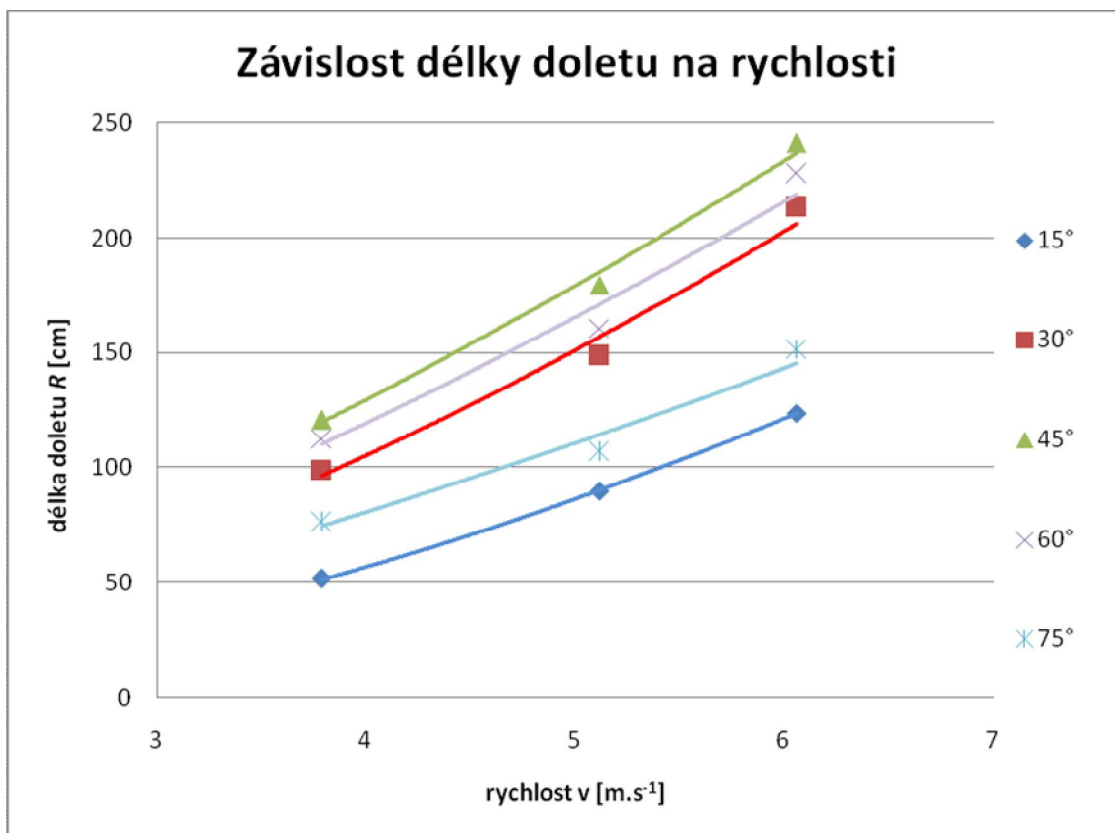
	45[°]			60[°]			75[°]		
Č.m.	3. bod [cm]	2. bod [cm]	3. bod [cm]	3. bod [cm]	3. bod [cm]	1. bod [cm]	3. bod [cm]	2. bod [cm]	1. bod [cm]
1.	234,0	177,0	123,5	226,2	159,5	115,7	151,0	102,5	72,8
2.	248,0	177,5	126,0	224,3	154,8	109,5	157,3	105,7	77,5
3.	249,5	173,0	122,4	236,8	154,5	112,0	152,3	100,5	75,0
4.	236,0	186,5	122,3	231,3	161,2	112,5	148,7	109,2	76,1
5.	245,5	182,7	119,2	226,0	165,4	113,5	149,7	110,5	75,7
6.	244,3	176,2	119,6	228,5	161,4	114,2	155,2	108,0	77,8
7.	237,6	175,5	121,3	218,7	158,5	113,5	157,2	105,3	76,5
8.	244,0	179,5	120,7	227,4	160,3	112,7	153,1	103,0	78,5
9.	239,3	178,3	123,1	224,3	162,5	114,2	156,5	110,8	76,3
10.	241,5	181,2	120,5	228,1	161,5	111,9	152,0	109,4	77,7
11.	242,3	177,5	117,6	230,3	167,7	115,5	151,8	108,6	78,2
12.	233,2	182,5	118,4	227,5	160,5	111,6	147,3	109,5	75,5
13.	236,5	184,5	119,7	233,2	166,7	112,7	146,3	109,3	73,4
14.	238,0	184,2	122,8	229,7	164,3	112,1	149,2	104,5	76,1
15.	243,2	181,4	121,1	230,5	165,5	113,2	150,5	105,6	77,5
16.	238,2	179,2	119,0	228,6	160,3	111,2	149,3	106,1	74,5
17.	246,8	174,5	119,9	226,0	155,0	112,5	153,5	108,3	73,2
18.	244,5	175,3	121,7	225,7	157,6	111,7	151,5	106,3	78,2
19.	239,8	182,7	119,5	223,0	155,7	112,8	149,3	105,5	77,6
20.	241,5	179,5	119,2	227,5	158,2	111,4	151,7	109,4	76,5
$\bar{R}$ [cm]	<b>241,19</b> ± 0,69	<b>179,44</b> ± 0,55	<b>120,86</b> ± 0,30	<b>227,68</b> ± 0,58	<b>160,56</b> ± 0,59	<b>112,72</b> ± 0,22	<b>151,67</b> ± 0,46	<b>106,90</b> ± 0,43	<b>76,23</b> ± 0,26

Rychlosti kuličky vystřelené z jednotlivých záchytných bodů známe již z předchozí úlohy, tedy:

Rychlost pro 3. bod:  $v = 6,06 \pm 1,26 \text{ m.s}^{-1}$

Rychlost pro 2. bod:  $v = 5,12 \pm 1,18 \text{ m.s}^{-1}$

Rychlost pro 1. bod:  $v = 3,79 \pm 0,87 \text{ m.s}^{-1}$



Obr. 4.2.5.1. graf závislosti délky doletu na rychlosti (proložení mocninou spojnicí trendu)

Pro lepší znázornění proložíme graf ještě lineární spojnicí trendu. Abychom toto mohli provést musíme upravit a zlogaritmovat vztah:

$$R = \frac{\sin 2\alpha}{g} v_0^2 \quad (17)$$

můžeme napsat jako:

$$R = K \cdot v_0^2 \quad (18)$$

kde:

$$K = \frac{\sin 2\alpha}{g} \quad (19)$$

poté logaritmujeme:

$$\ln R = \ln K + n \cdot \ln v_0 \quad (20)$$

vztah napíšeme jako:

$$Y = K + n \cdot X \quad (21)$$

kde:

$$Y = \ln R \quad (22)$$

$$K = \ln k \quad (23)$$

$$n = 2 \quad (24)$$

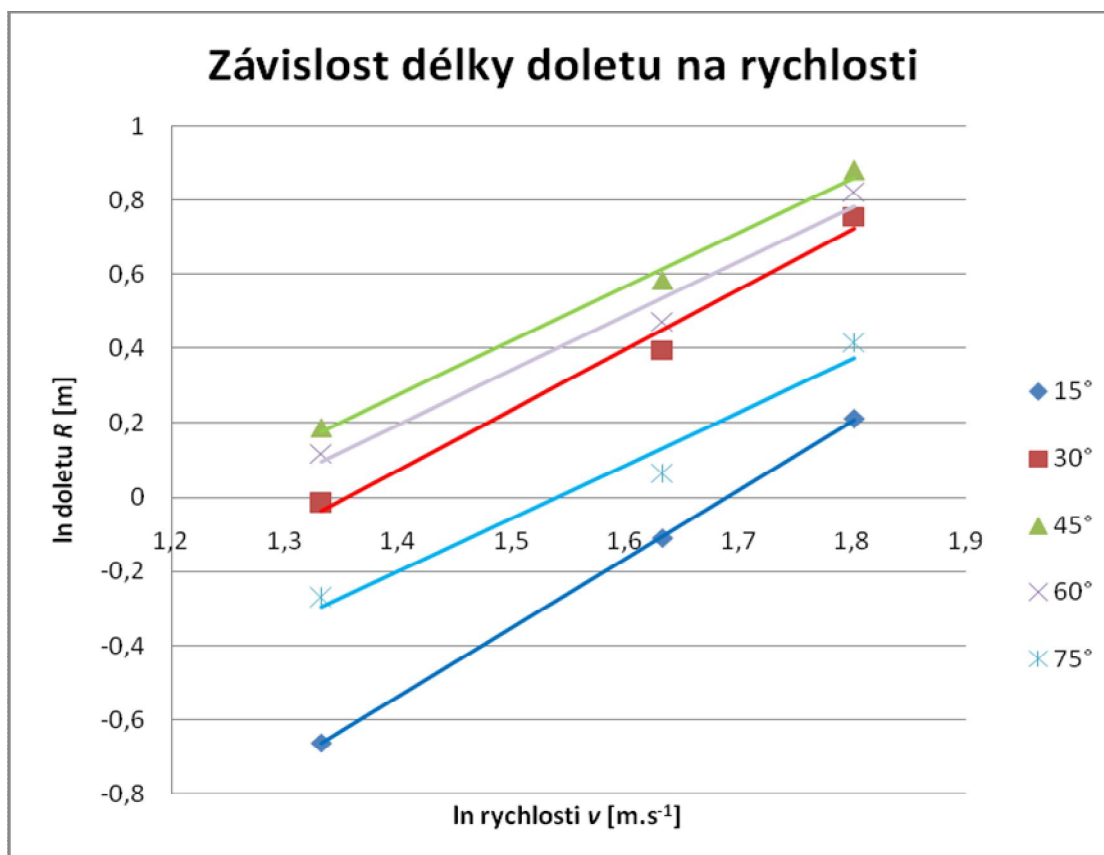
$$X = \ln v_0 \quad (25)$$

$$k = e^K \quad (26)$$

Vypočítáme si funkci lineární regrese, pro porovnání uváděných vztahů.

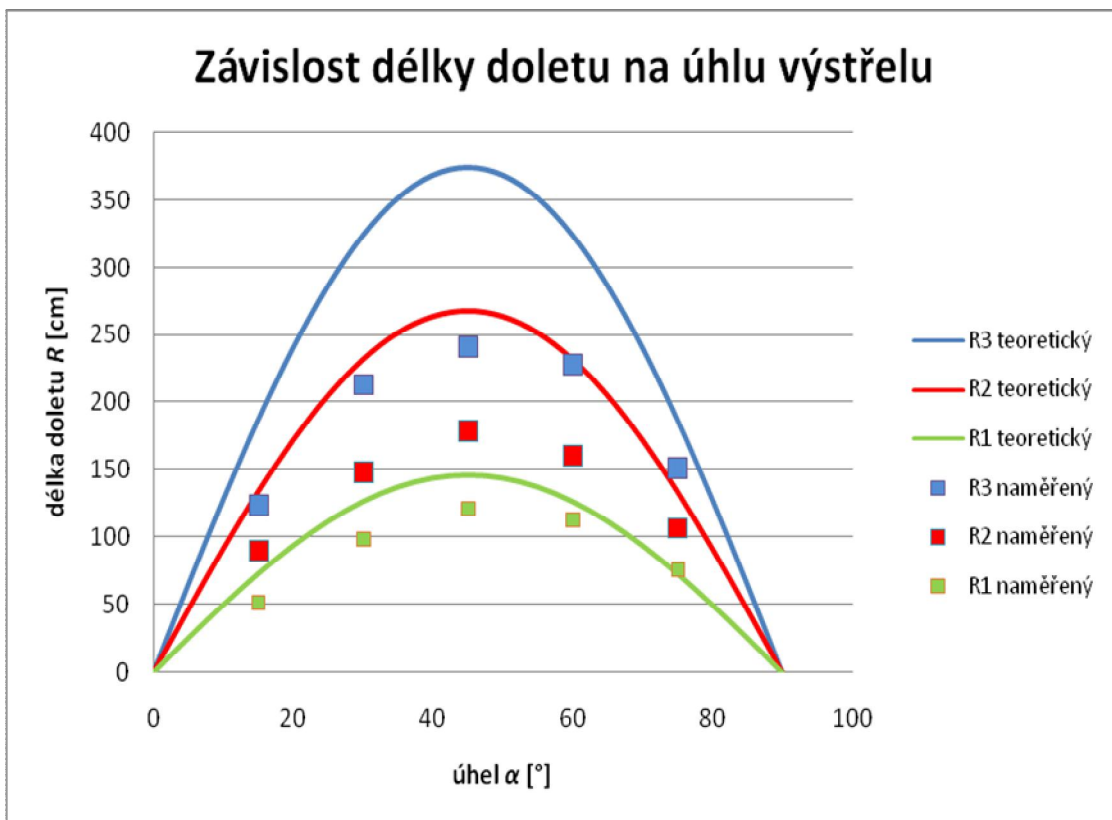
**Tabulka 5: Dosažené výpočty z lineární regrese**

pro úhel	$n$	$k$ [ $\text{m}^{-1} \cdot \text{s}^2$ ]	teoretické $k$ [ $\text{m}^{-1} \cdot \text{s}^2$ ]
15 [°]	$1,86 \pm 0,02$	$0,04 \pm 0,01$	0,05
30 [°]	$1,61 \pm 0,20$	$0,11 \pm 0,04$	0,09
45 [°]	$1,45 \pm 0,11$	$0,17 \pm 0,03$	0,10
60 [°]	$1,46 \pm 0,23$	$0,16 \pm 0,06$	0,09
75 [°]	$1,43 \pm 0,25$	$0,11 \pm 0,04$	0,05



Obr. 4.2.5.2. Graf závislosti délky doletu na rychlosti (proložení lineární spojnicí trendu)





Obr. 4.2.5.3 Graf závislosti délky doletu na úhlu výstřelu (v legendě je uveden naměřený a teoretický dolet R3 pro  $v = 6,06 \text{ m.s}^{-1}$ , R2 pro  $v = 5,12 \text{ m.s}^{-1}$  a R1 pro  $v = 3,79 \text{ m.s}^{-1}$ )

#### 4.2.6. Diskuse

Naměření doletů probíhalo bez problémů. Bylo zapotřebí přesně odečítat vzdálenost kuličky od vystřelovacího zařízení kyvadla, do místa doletu. Z grafu na obr. 4.2.5.1 je patrné, že nám vznikaly chyby. Teoreticky by měly body ležet na mocninné spojnici trendu, ovšem většina leží mimo. Stejně tak na obr. 4.2.5.2. I v tabulce 5 vidíme rozdíly. Zde by se  $k$  mělo rovnat teoretickému  $k$ . Na obr. 4.2.5.3 dochází opět k témuž problému, body naměřených doletů by měly ležet na křivce teoretických doletů. Tyto odchylky mohly vzniknout z několika důvodů. Především v prováděné úloze se zanedbává vliv prostředí na vystřelovanou kuličku, což nám mohlo výrazně ovlivnit délku doletu. Při každém výstřelu mohla kulička dostat jinou rotaci, to by také zapříčinilo rozdílné výsledky. Potenciálním zdrojem chyb může být i to, že počítáme s rychlostmi z předchozí úlohy, které také nebyly úplně přesné.

### **4.2.7. Shrnutí**

Úlohu se nám podařilo splnit. Byla určena závislost délky doletu na rychlosti a závislost délky doletu na úhlu výstřelu. Sestrojeny požadované grafy.

## **5. Závěr**

Celá práce se zabývala měřícím zařízením zvaným Balistické kyvadlo. I když originál zařízení je finančně náročný, podařilo se ho sestavit s minimálními náklady. Je zde popsána jeho konstrukce, nakresleny technické výkresy. Dále je poukázáno na fyzikální princip kyvadla. Druhá část práce se zaměřuje na samotné využití zařízení. Tedy na měření experimentálních úloh. Dosažené výsledky jsou posléze zpracovány a vyhodnocovány. Byly vypracovány dvě úlohy, které můžeme kyvadlem měřit. Tato měřící pomůcka bude nadále sloužit v laboratořích univerzity.

## **Literatura – použítá**

- [1] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker: Fyzika. VUTUIM, BRNO, nebo PROMETHEUS, Praha, 2000.