Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Brožová Pavlína **2008**

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

CELÁ ČÍSLA PRO STUDENTY UČITELSTVÍ 1. STUPNĚ ZŠ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Autor diplomové práce: Pavlína Brožová

Vedoucí diplomové práce: PaedDr. Dana Tržilová, CSc.

České Budějovice, duben 2008

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „ Celá čísla pro studenty učitelství 1. stupně ZŠ“ zpracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, fakultou elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách.

V Českých Budějovicích 1.4. 2008 ……………………………………

Děkuji vedoucí diplomové práce PaedDr. Daně Tržilové, CSc. za odborné vedení, cenné rady, připomínky a ochotnou pomoc, kterou mi poskytla při zpracování diplomové práce. Dále děkuji zaměstnancům ZŠ Borotín a ostatním ZŠ v celé České republice za umožnění výzkumu potřebného při vypracování této diplomové práce.

OBSAH

1. Úvod

Celá čísla se na prvním stupni základní školy s dětmi souvisle neprobírají, ale někdy se učitel přece jen k tomuto tématu dostane. Je proto důležité, aby v takovéto situaci byl dostatečně poučen a byl schopen podat dětem odborné srozumitelné vysvětlení. Proto se pokusím do mé diplomové práce shrnout vše podstatné, co by měl učitel na 1. stupni vědět. Zaměřím se na teoretické zpracování celých čísel z několika pohledů. Pokusím se na základě odborné literatury usnadnit učitelům pochopení celých čísel – především záporných, aby pak byli schopni snadněji vysvětlit práci s celými čísly dětem.

Ve výzkumné části se zaměřím především na znalosti dětí v 5. a 1. ročníku, tedy na jejich znalosti v době, kdy se ještě celá čísla ve škole neučily. Dále si ověřím zkušenosti učitelů při vysvětlování celých čísel, co dělá dětem problémy a proč, kolik času tomuto tématu věnují na 1 stupni a zda by nebylo vhodné, věnovat se celým číslům více. Zaměřím se i na znalosti studentů pedagogické fakulty, protože každý, kdo chce učit na 1. stupni, musí vystudovat pedagogickou fakultu a právě zde by měl získat největší množství znalostí, které pak bude při své praxi využívat.

V neposlední řadě bych chtěla sestavit sbírku úloh s tématem - celá čísla. Měla by sloužit studentům a následně učitelům, aby byli schopni prakticky používat celá čísla. Některé slovní úlohy budou vhodné i pro práci s dětmi a tak má učitel připravenou zásobu příkladů, které jsou přímo zaměřeny na počítání s celými čísly. Učitel tak získá další náměty pro práci s celými čísly.

Diplomová práce je rozdělena do kapitol:

1. Teoretické zpracování oboru celých čísel vzhledem k potřebám učitelů 1. stupně ZŠ. Zpracování celých čísel z několika pohledů:

    Jaroslav Drábek;

    Doc. PaedDr. Miroslav Bělík, CSc.;

    František Kuřina, Zdeněk Půlpán;

    Milan Hejný;

    Petr Rys, Tomáš Zdráhal;

2. Výzkumné sondy zjišťující znalosti o celých číslech na základní škole (1. ročník, 5. ročník) a na vysoké škole. Názory učitelů na výuku celých čísel.

3. Sestavení sbírky úloh pro potřeby studujících učitelství 1. stupně ZŠ.

2. Teoretické zpracování celých čísel

Teoretická příprava v oboru celých čísel budoucích učitelů se střetává s příliš abstraktně pojatou literaturou vzhledem k potřebám těchto učitelů. Základ pro teorii tvořila dlouhou dobu pouze publikace Jaroslava Drábka, která je zaměřena na definice, matematické věty a důkazy, které jsou nadmíru abstraktní.

O zpřístupnění Drábkovi publikace budoucím učitelům se pokusil Doc. PaedDr. Miroslav Bělík, CSc, jehož přínosem byl jistý podíl příkladů, na nichž je abstraktní teorie přiblížena reálným situacím, které se ve škole odehrávají. Teorií celých čísel se zabýval i František Kuřina a Zdeněk Půlpán. Jejich pojetí celých čísel jsem citovala z publikace Podivuhodný svět elementární matematiky.

Další teoretickou podporou nám může být publikace Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky od Milana Hejného a kol., která je zaměřena na vnitřní psychologické procesy, které probíhají u žáků při vyučování matematiky a na jejichž podkladu můžeme najít optimální cestu jak efektivně učit.

Operacemi s celými čísly se zabýval Petr Rys a Tomáš Zdráhal. Vytvořili způsob, jak se děti snadněji naučí počítání s celými čísly.

Každá z těchto publikací je konkrétně zaměřena na jistou oblast celých čísel a právem pociťujeme absenci komplexního studijního materiálu.

2.1 Jaroslav Drábek

Základy elementární aritmetiky pro učitelství 1. stupně ZŠ

Autor se ve své publikaci zabývá tématy:

-Konstrukce oboru integrity celých čísel

-Kladná a záporná celá čísla, uspořádání oboru integrity celých čísel

-Izomorfismus algebraických struktur

-Absolutní hodnota celého čísla

-Dělení se zbytkem v oboru integrity celých čísel

-Dělitelnost celých čísel, znaky dělitelnosti

Drábek [1] s.171-188

Z této publikace vyšel ve své práci i Miroslav Bělík a pokusil se teoretické poznatky přiblížit praktickému životu. Proto jsem se v teoretické části zabývala především jeho zpracováním.

2.2 Doc. PaedDr. Miroslav Bělík, CSc

Celá a racionální čísla ve studiu učitelství prvního stupně základní školy

Teorie celých čísel

Problémy s odčítáním přirozených čísel

(množina 1,2,3,4,...všech přirozených čísel)

Úloha 1: Hledejte přirozená čísla, která jsou rovna rozdílu přirozených čísel:

a) $5 - 3$ *b)* $3 - 5$

a) 5 – 3 = 2, protože 2 + 3 = 5 podle definice odčítání přirozených čísel.

b) Kdyby existovalo přirozené číslo, které by bylo rovno rozdílu 3 – 5, označme je x, pak by platilo, že x + 5 =3.

Víme ale dobře, že součet dvou přirozených čísel (z nichž alespoň jedno není rovno nule) je větší než kterýkoliv sčítanec. To však v tomto případě pro žádné přirozené číslo x není splněno, neboť 3 není větší než 5.

Neexistuje tedy ***přirozené číslo****, které by bylo rovno rozdílu 3 – 5.*

„ Rozdílem a - b dvou přirozených čísel a, b **je** *přirozené číslo, právě když* $a \geq b$*.“*

„ Rozdílem a - b dvou přirozených čísel a, b **není** *přirozené číslo, právě když* $a < b$*.“*

Uspořádaná dvojice přirozených čísel jako reprezentant celého čísla

Motivační příklad:

Jdete nakoupit a zaplatíte desetikorunou a vyberete si věc, která stojí pouze šest korun. Kolik korun vám prodavačka vrátí ? 10 – 6 = 4

údaje: číslo 10 a číslo 6

Zapíšeme zadání úlohy pomocí čísel 10 a 6 a to použitím uspořádané dvojice [10 ; 6].

Tímto je **reprezentován** výsledek řešení. Ten získáme po odečtení druhého čísla od čísla prvního, tedy jako rozdíl údajů v příslušném pořadí. V tomto odčítání je první složka (číslo) uspořádané dvojice *menšencem* a druhá složka *menšitelem.*

Výsledek odčítání dvou přirozených čísel je *rozdíl.*

Pozn.: Rozdíl dvou přirozených čísel lze napsat do uspořádané dvojice i tehdy, když je menšitel větší než menšenec (větší číslo odečítáme od menšího), tedy i poté, kdy je rozdílem číslo, které není přirozené.

Pro snadnější představu jsou na škole prvního stupně nejvhodnější úlohy „o nakupování“.

Příklad:

peníze na nákup

cena zboží

[40 ; 26] $\Rightarrow$ 14 $\rightarrow$ zbytek peněz z nákupu

dal má dáti zůstatek

Matematické řešení dané situace na 1. stupni ZŠ: 40 – 26 = 14

Příklad:

peníze na nákup

cena zboží

[12 ; 12] $\Rightarrow$ 0 $\rightarrow$zbytek peněz z nákupu

Matematické řešení dané situace na 1. stupni ZŠ: 12 – 12 = 0

Příklad:

peníze na nákup

cena zboží

[40 ; 60] Nemáme zavedená záporná čísla

Matematické řešení dané situace na 1. stupni ZŠ: 40 – 60 = obchod se neuskuteční

Pokud chceme v obchodě nakoupit zboží, které má větší cenu než kolik peněz máme, zboží si koupit nemůžeme.Obchod se neuskuteční.

Zápis této úlohy je pouze uspořádanou dvojicí [40 ; 60].

Zde si již nevystačíme s přirozenými čísly.

Množina všech uspořádaných dvojic přirozených čísel

- *Každá uspořádaná dvojic [a ; b], kde a $\geq$ b, bude reprezentovat přirozené číslo a–b.*

Příklad: [17 ; 9] bude reprezentovat číslo 17 – 9 , tj. číslo 8

Zde si vystačíme s tím, co víme o číslech přirozených. Tyto uspořádané dvojice je možné považovat za množinu přirozených čísel.

- *Každá uspořádaná dvojice [a ; b] ,kde a < b, bude reprezentovat zcela nový prvek –* záporné celé číslo. Zapisuje se pomocí znaménka – před celé číslo.

Příklad: [2 ; 7] bude reprezentovat záporné celé číslo -5.

Tyto uspořádané dvojice lze považovat za rozšíření množiny všech přirozených čísel.

„Množina všech přirozených čísel je tedy podmnožinou množiny všech celých čísel." „Každá uspořádaná dvojice libovolných dvou přirozených čísel bude představovat (reprezentovat) právě jedno celé číslo."

Rovnost uspořádaných dvojic reprezentujících celá čísla

Při motivaci nakupováním to znamená, že dva nakupující mají různé nákupy, tedy platí různě vysoké částky, ale prodavačka vrací v obou případech stejné množství peněz.

V takovém případě nejsou uspořádané dvojice stejné, ale jsou si v určitém smyslu rovné.

Tuto zvláštní rovnost, která platí pro naše nové prvky (pro uspořádané dvojice přirozených čísel jako reprezentanty celých čísel) budeme zapisovat symbolem ±. Budeme jej číst „rovná se" nebo „ rovná se v určitém smyslu".

Příklady:

Uspořádané dvojice[20 ; 13] ± [10 ; 3] nejsou stejné, ale jsou si v uvedeném smyslu rovny (20 – 13 = **7** , 10 – 3 = **7**) 7 = zbytek po nákupu

Uspořádané dvojice [100 ; 158] ± [0 ; 58] nejsou stejné, ale jsou si v uvedeném smyslu rovny (100 – 158 = **- 58** , 0 – 58 = **- 58**) -58 = částka, která chybí na nákup

Uspořádané dvojice [17 ; 17] ± [5 ; 5] nejsou stejné, ale jsou si v uvedeném smyslu rovny (17 – 17 = **0,** 5 – 5 = **0**) 0 = útrata celého obnosu

O rovnosti uspořádaných dvojic jako reprezentantů celých čísel můžeme rozhodnout:

- *Intuitivně*, třeba podle představ o nakupování
- *Odečítáním* složek z obou uspořádaných dvojic.

O tom zda [a ; b] ± [c ; d] rozhodneme pak tímto způsobem:

[a ; b] ± [c ; d] právě tehdy, když nastane jeden z těchto tří případů:

1) $a > b \wedge c > d \wedge a - b = c - d$
2) $a < b \wedge c < d \wedge b - a = d - c$
3) $a = b \wedge c = d$

Současně platí i **definice rovnosti** uspořádaných dvojic: (jakožto reprezentantů celých čísel)

[**a ; b**] ± [**c ; d**] ⇔ **a** + **d** = **b** + **c**

rovnost uspořádaných dvojic uvedené součty

[a ; b] ± [c ; d] a + d b + c

Uvedené součty se sobě rovnají.

Rovnost ± uspořádaných dvojic je v množině všech uspořádaných dvojic přirozených čísel reflexivní, symetrická a tranzitivní.

Reflexivní: každá dvojice je rovna sama sobě.

Symetrická: jestliže je první dvojice rovna druhé, je i druhá dvojice rovna první.

Tranzitivní: jestliže je první dvojice rovna druhé a druhá je rovna třetí, pak je první dvojice rovna dvojici třetí.

Množina všech uspořádaných dvojic přirozených čísel se rozkládá na třídy sobě rovných dvojic. Každá tato třída vlastně zastupuje jedno celé číslo.

Sčítání uspořádaných dvojic jako reprezentantů celých čísel

- Uspořádanou dvojici [12 ; 6] můžeme při motivaci nakupováním interpretovat:

Pepa dostal na nákup 12 korun a vybral si věc, která stojí pouze 6 korun. Zbytek z nákupu je tedy 6 korun.

➢ Uspořádaná dvojice *[6 ; 12] :*

Pepa dostal na nákup 6 korun, ale vybral si věc, která stojí 12 korun. Chybí mu tedy dalších 6 korun, aby mohl nákup uskutečnit.

Příklad sčítání:

Pepa a David jdou nakupovat. Pepa má 100 korun a David 60 korun. Pepa si vybral věc za 70 korun, ale David věc za 80 korun. David by si sám věc koupit nemohl a proto se dohodli, že dají své peníze „ dohromady “ a zaplatí obě věci společně.

Vyjádříme původní situaci před uzavřením dohody:

-uspořádaná dvojice [100 ; 70] zapisuje situaci Pepy

-uspořádaná dvojice [60 ; 80] zapisuje situaci Davida

Situace po uzavření dohody:

[100 + 60 ; 70 + 80], tj. uspořádaná dvojice [160 ; 150]

Nyní jsme poznali, že má smysl dvě uspořádané dvojice sčítat a jakým způsobem je možné sčítání provést.

Oba chlapci měli tedy 160 korun a utratili 150 korun. Po uskutečnění nákupu jim tedy zbylo 10 korun a dále již nic nenakupovali. To lze vyjádřit uspořádanou dvojicí [10 ; 0]

Tedy platí [160;150] ± [10 ; 0] → uspořádané dvojice se rovnají v určitém smyslu.

V této obchodní situaci může být současně každý, kdo dostane při nákupu nazpět 10 korun. Takových případů může teoreticky nastat neomezeně mnoho.

Pro zápis „sčítání dvojic“ jako zástupců tříd volíme symbol ⊕:

[60 ; 80] ⊕ [100 ; 70] ± [160 ; 150]

Definice sčítání dvojic přirozených čísel jako reprezentantů čísel celých:

[a ; b] ⊕ [c ; d] ± [a + c ; b + d]

Součet uspořádané dvojice [a ; b] a uspořádané dvojice [c ; d] se rovná uspořádané dvojici [a + c ; b + d].

Neutrální prvek:

V množině všech celých čísel vzhledem k operaci sčítání ***existuje neutrální prvek*** *a je reprezentován každou takovou dvojicí, jejíž složky se sobě rovnají.*

Tedy uspořádanou dvojicí ***[m ; m]****, kde* ***m*** *je libovolné přirozené číslo.*

Např. kteroukoliv z uspořádaných dvojic [1 ; 1], [3 ; 3], [5 ; 5], [0 ; 0].

Neutrální prvek v množině všech celých čísel vzhledem ke sčítání se nazývá „ nula“.

Inverzní prvek:

Ke každému celému číslu, které je reprezentováno uspořádanou dvojicí, existuje inverzní prvek a je reprezentován uspořádanou dvojicí, která vznikne z původní dvojice vzájemnou záměnou jejích složek.

$[x ; y] \pm [y ; x]$

Sčítání je v množině celých čísel, stejně jako čísel přirozených, úplná operace.

Odčítání uspořádaných dvojic reprezentujících celá čísla

Odčítání je inverzní operací vzhledem ke sčítání uspořádaných dvojic.

Odčítání uspořádaných dvojic jako reprezentantů celých čísel se označuje symbolem Θ.

Odčítání celých čísel se označuje symbolem –. Problém s tímto zápisem se může objevit při označování záporných čísel. Tradiční užívání tohoto symbolu je však těžké měnit.

Příklad: 4 – (- 8).

Podle definice inverzní operace má platit:

$$[a ; b]\ \Theta\ [c ; d] \pm [x ; y] \Leftrightarrow [x ; y] \oplus [c ; d] \pm [a ; b]$$

Příklad: $5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 + 4 = 5$

Platí : $[a ; b]\ \Theta\ [c ; d] \pm [a + d ; b + c]$

Příklad: $[8 ; 3]\ \Theta\ [9 ; 5] \pm [8 + 5 ; 3 + 9]$

$8 - 3\ \Theta\ 9 - 5 \pm 13 - 12$

$5 - 4 = 1$

$1 = 1$

Definice odčítání uspořádaných dvojic jako reprezentantů čísel celých:

$$\boldsymbol{[a ; b]\ \Theta\ [c ; d] \pm [a + d ; b + c]}$$

Odčítání (tj. inverzní operace ke sčítání) je v množině všech celých čísel úplná operace.

Násobení uspořádaných dvojic reprezentujících celá čísla

Při zápisu násobení uspořádaných dvojic se používá znak ⊗.

*Pro zápis násobení celých čísel se používá znak *.*

Definice násobení uspořádaných dvojic přirozených čísel jako reprezentantů celých čísel:

$$\boldsymbol{[a ; b] \otimes [c ; d] \pm [a * c + b * d ; a * d + b * c]}$$

Příklad: uspořádané dvojice zaměníme za celá čísla

$[5 ; 3] \otimes [7 ; 2] \pm [5 * 7 + 3 * 2 ; 5 * 2 + 3 * 7]$

$5 - 3 \otimes 7 - 2 \pm [35 + 6 ; 10 + 21]$

$2 * 5 = 41 - 31$

$10 = 10$

Neutrální prvek: Je vyjádřen uspořádanou dvojicí [n + 1 ; n].

Inverzní prvek: Neexistuje ke všem prvkům vzhledem k operaci násobení.

$\Downarrow$

Z toho vyplývá, že inverzní operace k násobení- tj. operace dělení v množině celých čísel- není úplná.

Abychom mohli vytvořit úplnou operaci, museli bychom obor celých čísel dále rozšířit na nezáporná čísla racionální.

Bělík [2], s. 7 - 44

2.3 František Kuřina, Zdeněk Půlpán Podivuhodný svět elementární matematiky, Elementární matematika čtená podruhé

Již na základní škole se žáci učí odčítat, např.

7 – 10 = -3, přitom ovšem -3 = 1 – 4 = 2 – 5 = 3 – 6 = 4 – 7= 5 – 8 = 6 – 9 =….

Každé záporné číslo tak můžeme „ ztotožnit “ s rozdíly nekonečně mnoha dvojic čísel přirozených. Tato skutečnost vede k následující matematické konstrukci založené na pojmu relace ekvivalence.

(cit.: Kuřina, Půlpán. [5] s. *64- Relace r v množině M je relací ekvivalence právě tehdy, je-li reflexivní, symetrická a tranzitivní.* cit.: Kuřina, Půlpán. [5] s. *65- Každá relace ekvivalence rozkládá množinu, na níž je definována, na třídy navzájem ekvivalentních prvků.* Podrobnější informace viz. Drábek [1] .)

Na množině dvojic přirozených čísel [x , y] definujeme relaci r takto:

[x, y] r [u, v] znamená $x + v = y + u$ *.*

Dokažme, že relace r je relací ekvivalentní, tj. že je reflexivní, symetrická a tranzitivní.

1.*Každá dvojice x , y je v relaci r sama se sebou. [x , y] r [x , y], neboť* $x + y = y + x$*.*
Vzhledem k tomu, že sčítání přirozených čísel je komutativní, je relace r reflexivní.

2.*Je-li [x , y] r [u , v], pak je i [u , v] r [x , y]. Podle definice platí:* $x + v = y + u$*, což ovšem je ekvivalentní s rovností* $u + y = v + x$*. Relace r je tedy symetrická.*

3.*Máme ověřit, že platí* $[x , y]\ r\ [u , v] \wedge [u , v]\ r\ [p , q] \Rightarrow [x , y]\ r\ [p , q]$*.*

Podle definice platí: $x + v = y + u, \quad u + q = v + p$*.*

Platí tedy i $x + u + v + q = y + v + u + p$*.*

Odečteme-li od obou stran poslední rovnosti číslo $u+v$*, dostaneme* $x+q = y+ p$*.*

To ovšem znamená, že platí [x , y] r [p , q] a tranzitivita relace r je dokázána.

cit.: Kuřina, Půlpán. [3] s. 43,44

2.4 Milan Hejný a kol.
Záporná čísla

Tradiční kurikulum staví do středu matematického vzdělávání prvních čtyř ročníků základní školy seznámení se s přirozenými čísly a čtyřmi početními operacemi. Počínaje 5. ročníkem se začíná obor přirozených čísel rozšiřovat a to dvěma směry: k částem (zlomky a desetinná čísla) a záporným číslům. Každá z těchto oblastí představuje vážný a dobře známý didaktický problém.

Záporná čísla představují v tradičním pojetí školství velký problém a někteří žáci je zcela nepochopí nikdy. Je to především v tom, že někteří žáci mají pocit, že k pochopení této látky potřebují zvláštní nadání a jejich snaha a spolupráce s učitelem je pak malá. I přes maximální úsilí učitele je jeho práce bez patřičné odezvy.

Problém ve vnímání záporných čísel je především v pochopení tohoto pojmu jako takového. Žák musí, stejně jako pochopil čísla kladná, pochopit na stejné úrovni i čísla záporná.

Velké množství výzkumů se věnuje metodám zkoumání operačních činností žáka. Zde se klade důraz na povrchovou práci žáka se znaménky a na jeho schopnost manipulovat s čísly. Je však jen málo výzkumů zabývajících se budováním pojmu záporné číslo, kde jde především o to, jak se rodí a rozvíjí představa záporného čísla u dítěte.

M. D. Koškinová identifikuje tři hlavní myšlenky vztahující se k záporným číslům:

1. *pozdní vstup záporných čísel do matematiky,*
2. *struktura aritmetiky jako cesta, kterou záporná čísla do matematiky vstupovala,*
3. *jejich malá přítomnost v reálném světě.*

Příčiny didaktické náročnosti záporných čísel podle Milana Hejného:

1. *Řídký výskyt záporných čísel v reálném světě.*

Sémantická podpora záporného čísla je daleko menší než sémantická podpora čísla kladného. Výrazy jako: je –5 °C, výtah jede do –2, bylo to v roce –255, nebo výrazy v ekonomické oblasti při počítání zisků a ztrát (mám –100 Kč) jsou nedostatečné. Navíc je lze vyjádřit pomocí kladných hodnot: je 5 stupňů pod nulou, výtah jede do 2 podzemí, bylo to v roce 255 před Kr., mám 100 korun dluhu… Záporné číslo si nemůže žák nijak znázornit (vnímat smysly). Počítání prvků lze využít pouze pro čísla kladná.

2. *Náhlý vpád záporných čísel do výuky.*

Záporná čísla vstupují do matematiky náhle a žák na ně není dostatečně připraven. *Jak tento pojem, v životě tak málo frekventovaný, žákům předkládat již, řekněme, ve 2. ročníku? To bude vážné téma dalších úvah.*

3. *Způsob výuky záporných čísel zaměřený na nácvik pravidel.*

Velmi brzy se ve výuce záporných čísel ztrácí sémantická představa záporného čísla a je nahrazována strukturálními pravidly. Problémem je i vysvětlování těchto pravidel v některých učebnicích, kde je tato látka předkládána v těžce pochopitelné podobě.

Např. v učebnici (Urbanová aj.1985 s. 116) je v graficky zvýrazněné formě uvedeno:

a) *Mají-li dvě čísla stejná znaménka, sečteme je jako přirozená čísla. Znaménko součtu je shodné se znaménkem sčítanců.*
b) *Mají-li dvě čísla různá znaménka, odečteme je jako přirozená čísla, tj. od většího přirozeného čísla odečteme menší. Znaménko součtu je shodné se znaménkem čísla, které je na číselné ose dále od nuly.*

4. *Faktická nepotřebnost záporných čísel.*

V případech, jako je výtah, teplota, vrstevnice mořského dna… je možné záporné číslo (znaménko mínus) použít, ale to přece není důvod, aby se jejich výuce věnovalo ve škole tolik času. Je tedy nutné, aby záporná čísla byla součástí poznatkové struktury vzdělaného člověka? Na tuto otázku odpovídá nejlépe historie matematiky. Ukazuje, kde nepřítomnost záporného čísla vede k vážným konfliktům.

Sémantické modely záporných čísel

Místo záporných čísel v matematice základní školy

Tajná chodba:

Učitel vypráví žákům, jak hrdina prochází tajnou chodbou, žáci si to zaznamenávají na papír a pak řeknou, na kolikátém schodu je tajná komnata.

„Jdete 5 schodů nahoru, 2 rovně, 8 dolů…“ Žáci vymýšlí nejsnazší způsob zápisu.

Žáci graficky zaznamenávají učitelem popsaný pohyb.

Po několika měsících se žáci postupně dopracují k zápisu pomocí kladných a záporných čísel.

Modifikace: cestování výtahem

Adresa:

Je údaj místa nebo času vyjádřený záporným číslem. Teploměr, výtah, číselná osa.

Veličina:

Je uspořádaná trojice (číslo, jednotka, objekt). I když záporné veličiny existují, nevstupují do světa žáka na 1. stupni ZŠ. Výjimku tvoří kapitál měřený v korunách (finanční model) *a teplota měřená ve stupních Celsia* (žák ji nesmí brát jako Adresu). *Další záporná veličina vstoupí do vědomí žáka až později, například při pojmu orientovaný úhel, orientovaný objem a obsah…, takové objekty se objevují v integrálním počtu* (což není učivem 1. stupně ZŠ).

Operátor porovnání:

Měří kvantitativní rozdíl dvou adres nebo mnohostí nebo operátorů. Přitom může být použito záporné číslo, ale běžně se to nedělá.

Dlužíš mi –50 Kč, Láďa je –3 cm vyšší než Karel, počítání průměru.

Operátor změny:

Měří změnu adresy nebo mnohosti nebo operátora.

Změny výšky při putování tajnou chodbou. Záporné číslo použijeme, jen pokud je změn více.

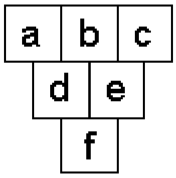
Opozitní modely:

Jsou modely, v nichž vystupují prvky dvou číselně opozitních kvalit: majetek-dluh, vpravo-vlevo, nahoru-dolů, vpřed-vzad…

Strukturální modely záporných čísel

Budování struktury celých čísel

Sčítací trojúhelníky:



a + b = d

b+ c = e

d + e = f

Obr. 1

Do trojúhelníků lze zapisovat záporná čísla.

Zadání: a = 1 , d = 4, e = 2

Řešení: f = 6, b = 3, c = -1

I když už děti záporná čísla znají, trvá značnou chvíli, než si toto řešení uvědomí.

Tramvaj:

Učitel vypráví, jak jede tramvaj a na každé stanici někdo vystoupí a někdo nastoupí. Učitel pak klade otázky. *„Kolik lidí bylo v tramvaji na 3. zastávce?“,*

„Kolik lidí vystoupilo na konečné zastávce?“,

„Kolik lidí nastoupilo na 1. zastávce?“

Je zde možné pracovat i se zápornými čísly.

Posloupnosti vztahů:

Model je založen na známém principu: *„ najdi další číslo“* je modifikován na model: *„najdi další vztah“*.

Př.: Pro žáky 5. –6. Ročníku:

3 + 2 + 1 = 6

4 + 3 + 2 –1 = 8

5 + 4 + 3 – 2 – 1 = 9

6 + 5 + 4 - 3 – 2 – 1 = 9

7 + 6 + 5 – 4 – 3 – 2 – 1 = 8

?

Pro 3. Ročník:

5 – 1 + 6 = 10

5 – 2 + 7 = 10

5 – 3 + 8 = 10

5 – 4 + 9 = 10

5 – 5 + 10 = 10

?

Model „Panáček“

Po číselné ose chodí panáček P a svým pohybem sčítá a odčítá.

Př.: číselný zápis 3 – 1 – (- 5 + 2) + 4 =

Pravidla: *Kladné číslo přikazuje počet kroků vpřed*

Záporné číslo přikazuje počet kroků vzad

Zápis čteme vždy zleva. První číslo je adresa, na kterou se P postaví tváří k + nekonečnu.

Každé další číslo nápisu je operátor určující počet kroků, které P udělá.

Objeví-li se v nápisu mínus před závorkou, udělá P čelem vzad.

Ukončení závorky, před kterou bylo mínus, znamená opět příkaz čelem vzad.

Číselná osa je na podlaze ve třídě a dětí hrají „divadlo“. Začínáme se snadnými zápisy a pokud děti zvládají, zápisy prodlužujeme.

Příklad:

číselný zápis 3 – 1 – (- 5 + 2) + 4 = 9

Rozklad zápisu na prvky

3							*P se postaví na číslo 3 tváří k + nekonečnu*
	-1						*P udělá krok vzad, je na čísle 2 tváří k + nekonečnu*
		-(					*P udělá čelem vzad, je na čísle 2 tváří k – nekonečnu*
			-5				*P udělá 5 kroků vzad, je na čísle 7 tváří k – nekonečnu*
				+2			*P udělá 2 kroky vpřed, je na čísle 5 tváří k – nekonečnu*
					)		*P udělá čelem vzad, je na čísle 5 tváří k + nekonečnu*
						+4	*P udělá 4 kroky vpřed, je na čísle 9 tváří k + nekonečnu*

Nula

Nula je číslo, které na číselné ose odděluje čísla kladná od záporných.

Ve škole vznikají při počítání s nulou nemalé potíže a většinou se učitelé místo vysvětlení a místo diskuse s dětmi omezují pouze na určitá ustálená pravidla.

(problém s nulou ve jmenovateli, problém při dělení nulou)

Pro žáky je představa nuly velmi obtížná z několika důvodů:

- *Nula nemá v představě žáka sémantické ukotvení.* Př.: Výtah- jede do 0. patra = jede do přízemí; Mám 0 korun = nemám nic; auto jede 0 km/h = auto stojí;
- *Nula jako objekt aritmetické struktury, stojí izolovaně, zejména v její multiplikativní podstruktuře.*

Děti druhého a třetího ročníku většinou neví, proč „nulou nelze dělit“- Prostě jim to tak řekli ve škole.

Dítě raději napíše do výsledku nemám žádné peníze, než mám 0 Kč.

- *Žáci 6. či 7. ročníku jsou již schopni samostatně dojít k poznání, že nelze rozumně zavést operaci (např.) 12: 0 ani objekt 0/0.*

Dělení nulou je nesmyslné → 0/0 může být jakékoli číslo. Proto s ním nelze počítat.

Závěr: Je vhodné zavádět nulu do vyučování na prvním stupni a to již od prvního ročníku. Přičemž by se tato problematika měla ve vyučování objevit alespoň jednou do měsíce. Pojem „nula“ zavádět při popisování běžných věcí. Záporné číslo je nutné žákům přibližovat, jak po stránce strukturální, tak sémantické, jinak bude poznání trpět formalizmem.

Hejný [4] s. 327 – 342

2.5 Petr Rys, Tomáš Zdráhal

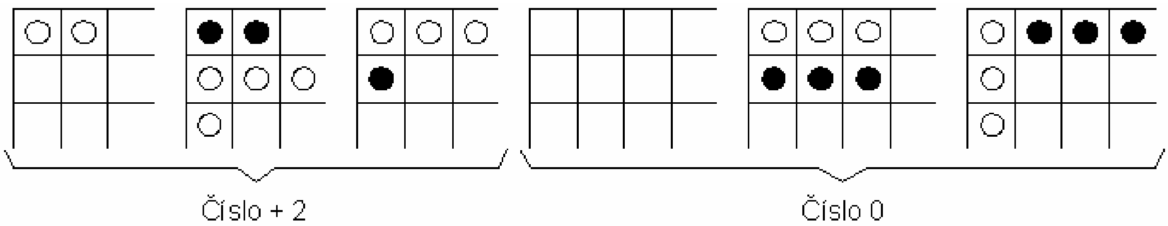
Operace s celými čísly

Jak máme zavést pravidla pro počítání s celými čísly do výuky na základní škole?

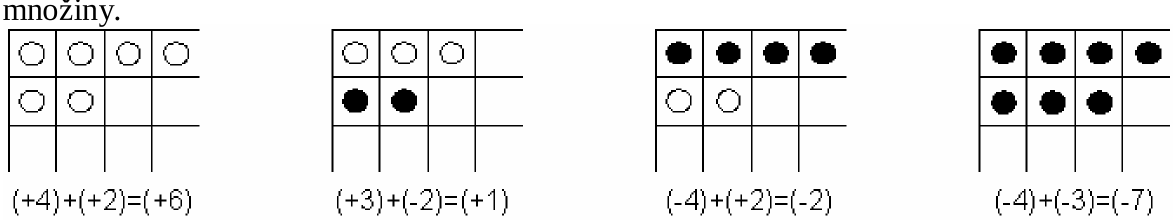
Zavedení těchto pravidel vychází z potřeb směny zboží. Obchodníci ve staré Číně dostali za prodané zboží černé tyčinky a za koupené zboží červené tyčinky. Každá tyčinka reprezentovala jeden jen. Věděli, že černá tyčinka (kladné číslo) ruší červenou tyčinku (záporné číslo). Pokud měl obchodník na konci dne více černých tyčinek, podařilo se mu vydělat nějaké peníze (jeny).

Znázornění na šachovnici s figurkami:

Bílá kolečka – figurky- představují kladná čísla. Černá kolečka –figurky- záporná čísla.



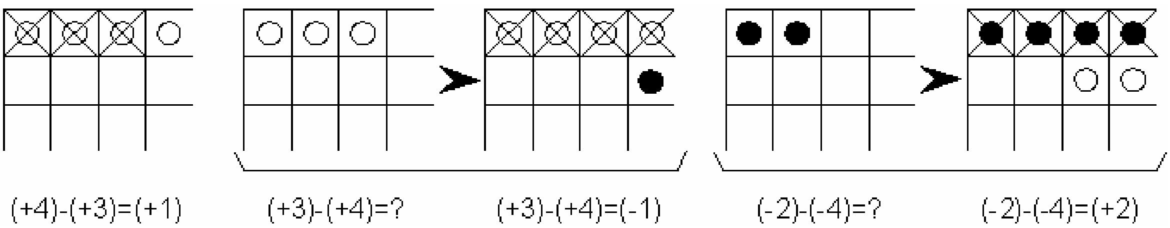
Sčítání: Zrušíme všechny páry tvořené bílou a černou figurkou. Sjednotíme obě množiny.



Je-li počet černých figurek větší, než počet bílých figurek, odečteme počet bílých figurek od počtu černých figurek a dostaneme jako výsledek jistý počet černých figurek, tj. výsledek bude záporné číslo.

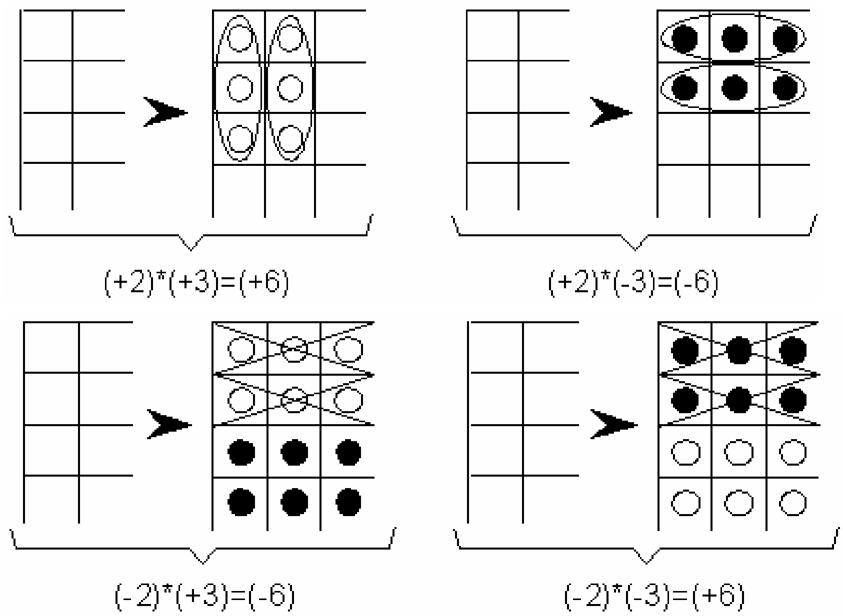
Odčítání: Odstranění příslušného počtu černých nebo bílých figurek.

Odečtení znázorníme přeškrtnutím.



zde si musíme nejprve šachovnici upravit

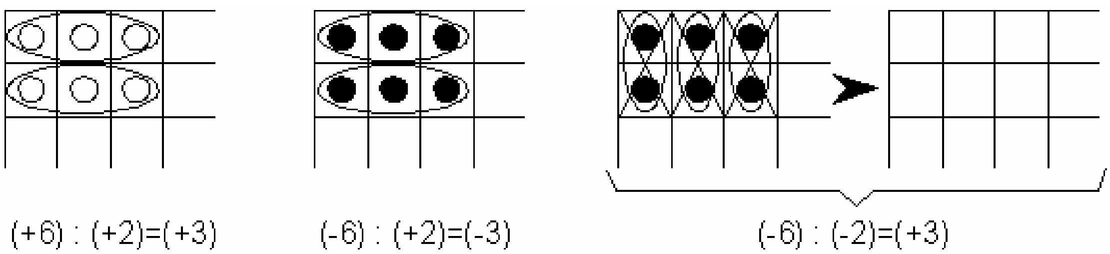
Násobení: *Součin n * p. Kolikrát máme přidat (pro n je kladné) nebo ubrat (pro n záporné) p figurek. Vždy vycházíme z prázdné tabulky, která představuje 0.*



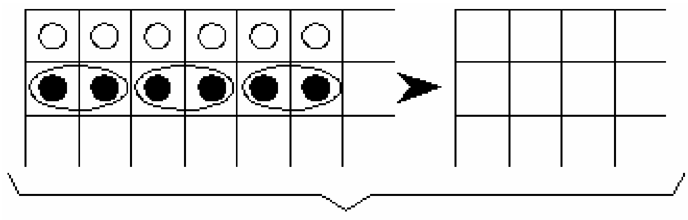
Abychom mohli odstranit dvakrát tři bílé (černé) figurky, musíme si šachovnici upravit.

Dělení: Dělení beze zbytku a / b.

Pro případ b bude kladné- rozdělující (odebírající) charakter této operace. Pro b je záporné není model dostačující. Dělení je inverzní operací vzhledem k násobení.



Kolikrát můžeme odebrat 2 černé figurky?



Kolikrát lze odebrat dvě černé figurky z šesti bílých?

Závěrem tedy můžeme shrnout, že popsané aktivity usnadní aktivní zvládnutí aritmetických operací s celými čísly, přesněji řečeno tzv. práci se znaménky.

Melichar [5] s. 190-195

3. Výzkumná část

Příklady využívané pro výzkum jsou vybrány ze sbírky úloh na straně 55.

3.1 Dotazník na školy pro učitele 1.stupně ZŠ

Dotazníky jsem zadávala na školách po celé České republice. Oslovovala jsem učitele 1. stupně ZŠ, především učitele 5. ročníku ZŠ. Dotazníky jsem získávala v průběhu roku 2007.

Některé školy jsem navštívila osobně a požádala jsem učitele o vyplnění dotazníku. Jiné dotazníky jsem zaslala na školy prostřednictvím internetu (e-mailová zpráva). Také jsem požádala některé studenty pedagogické fakulty, aby dotazníky zanesli do škol v místě svého bydliště.

Ve většině případů, jsem se setkala s velkými problémy. Učitelé neměli zájem dotazníky vyplňovat a bylo velmi obtížné dostat vyplněné dotazníky zpět. Přibližně v 70% se mi to nepodařilo vůbec.

Dalším problémem bylo, že někteří učitelé neodpověděli na všechny otázky. Dále se často stávalo, že učitelé zaměňovali obor celých čísel (záporná čísla, nula a čísla kladná) za obor přirozených čísel (čísla kladná a nula). Záporná čísla ve svých úvahách vynechali.

Při zpracování tohoto výzkumu mám k dispozici 13 vyplněných dotazníků.
Ukázky naleznete v přílohách na straně 74 - 77.
Příloha1., Příloha 2., Příloha 3., Příloha 4.

3.1.1 Vyhodnocení dotazníkových otázek

Otázka číslo 1)

Měl/a jste potřebu v průběhu výuky seznámit děti s celými čísly?

ANO NE POUZE OKRAJOVĚ

V jakém předmětu?

a) v matematice

b) přírodověda

c) v jiném předmětu- ....

Na otázku: Měla jste potřebu v průběhu výuky seznámit děti s celými čísly?

Odpovědělo: 7 dotazovaných POUZE OKRAJOVĚ

5 dotazovaných ANO

1 dotazovaný neodpověděl

0 dotazovaných NE

V jakém předmětu? Matematika- 8 učitelů

Přírodověda- 7 učitelů

Jiné- Vlastivěda- 5 učitelů, Prvouka- 4 učitelé;

Otázka číslo 2)

Do výuky matematiky na 1. stupni ZŠ zařazujete celá čísla v ročníku:

	1.pololetí	*2.pololetí*	*měsíc*
2. ročník			
3. ročník			
4. ročník			
5. ročník			
Nezařazuji			

Odpověď: Zařazujeme ve 2. – 5. ročníku- 6 učitelů

Nezařazujeme- 4 učitelé

Zařazujeme ve 2. – 5. ročníku- pouze kladná celá čísla- 2 učitelé

Nezařazujeme, pouze zájmový kroužek- 1 učitel

Rozdíl mezi 1. a 2. pololetím učitelé nedělali.

Do kolonky měsíc vyplňovali učitelé *V průběhu celého roku,* popřípadě nevyplňovali.

Otázka číslo 3)

Do výuky přírodovědy na 1. stupni ZŠ zařazujete celá čísla v ročníku:

	1. pololetí	*2. pololetí*	*téma: teplota, nadmořská výška...*
2. ročník			
3. ročník			
4. ročník			
5. ročník			
Nezařazuji			

Odpověď:	Zařazujeme ve 4.-5. ročníku-	6 učitelů
	Zařazujeme ve 2.-5. ročníku-	3 učitelé
	Zařazujeme ve 3.-5. ročníku-	2 učitelé
	Zařazujeme ve 3., 5. ročníku-	1 učitel
	Zařazujeme ve 4. ročníku -	1 učitel

Rozdíl mezi 1. a 2. pololetím učitelé nedělali- až na 2 případy (1x1.; 1x 2. pololetí).

Téma:	Celkový počet odpovědí ve všech ročnících:
teplota	14x
nadmořská výška	7x
hodiny	3x
délka	2x
veličiny	2x
objem	2x
kalendář přírody	2x
vesmír-planety	2x
letopočty	2x
počet obyvatel	1x
telefonní čísla	1x
domov	1x
hmotnost	1x
hloubka moře	1x

Otázka číslo 4)

Myslíte, že by tuto látku děti zvládly ve větším rozsahu než se učí?

ANO *NE*

Jestliže ano- kdy byste ji zařadil/a? V jakém rozsahu?

	ročník	*rozsah, způsob, téma, jiné...*
1.ročník		
2. ročník		
3. ročník		
4. ročník		
5. ročník		

NE 8 x (8 učitelů odpovědělo, že by děti tuto látku ve větším rozsahu nezvládly)

ANO-ne však celá třída-3x -5. ročník-matematika-číselná osa; porovnávání;
vlastivěda-dávná historie- před naším letopočtem

ANO- 2x	1.ročník-	prvouka-	teplota v zimě
	3.ročník-	prvouka-	měření teploty
	4.ročník-	matematika-	zajímavé úlohy
		vlastivěda-	nadmořská výška; teplota
	5. ročník-	matematika-	zajímavé úlohy
		vlastivěda-	nadmořská výška

Otázka číslo 5)

Mělo by podle Vašeho názoru význam jejich zařazení dříve (v normální výuce, v zájmové matematice, v matematických soutěžích)?

Odpovědi:	NE	4 x
	V zájmové matematice a soutěžích	4x
	ANO	3x
	Jen okrajově	1x
	Záleží na úrovni žáků	1x

Otázka číslo 6)

Jaký je, podle Vás, největší problém v představě záporného čísla pro děti?

Odpovědi:	Na dotaz neodpověděl	5x
	Je to moc abstraktní, nemohou pracovat s konkrétními věcmi	2x
	Žádný problém není	2x
	Věk, nezralost	2x
	Nemají odkoukáno od života, představa o čísle-den, rok, čas	1x
	Nemají představu číselné osy	1x

Závěr:

Celá čísla jsou pro děti na 1. stupni ZŠ obtížná. Většinou si je nedokáží představit. Podle učitelů je toto učivo správně zařazeno až na druhý stupeň ZŠ. Pokud se ve výuce učitel setká s touto problematikou, tak ji vysvětlí, ale pochopení tohoto problému nepovažuje za stěžejní učivo.

Většina učitelů zařazuje zmínku o celých číslech do jiných předmětů (prvouka, vlastivěda). V matematice se jim věnují v zájmovém kroužku nebo v matematických soutěžích.

3.2 Testy zkoumající úroveň znalostí studentů na VŠ

Testování probíhalo na Pedagogické fakultě Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích v průběhu prosince 2007. Testováno bylo 19 studentů oboru Učitelství 1. stupně ZŠ. Test jim zadávala PaedDr. Dana Tržilová, CSc..

Zadání:*1) Napište:*

a) nejmenší jednociferné záporné celé číslo……………………………

b) největší dvojciferné záporné celé číslo………………………………

c) celé číslo, které není ani kladné, ani záporné………………………

d) nejmenší nezáporné celé číslo………………………………………

e) největší nekladné celé číslo…………………………………………

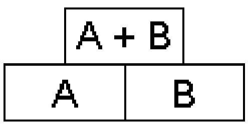
f) nejmenší trojciferné kladné celé číslo…………………………………

g) největší trojciferné záporné celé číslo…………………………………

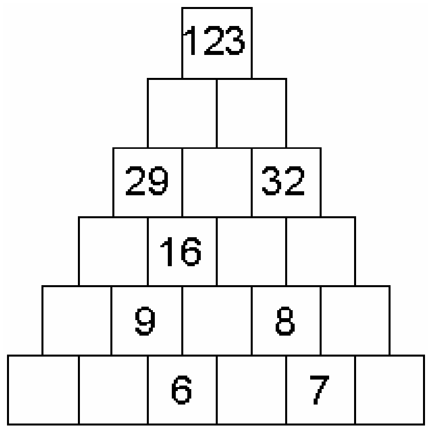
2) Čísla v jednotlivých políčkách levého sloupce tabulky jsou dělenci, čísla v jednotlivých políčkách horního řádku tabulky jsou dělitelé a čísla ve zbývajících políčkách tabulky jsou podíly. Doplňte chybějící dělence, dělitele a podíly.

:	*-2*	*4*		*-12*	*15*	*-30*
60						
120						
			-36	*15*		

3)Na obrázku je číselná pyramida s prázdnými políčky. Doplňte volná políčka čísly tak, aby se součet dvou spodních sousedních čísel rovnal číslu nacházejícímu se bezprostředně nad těmito čísly ve vyšší řadě.



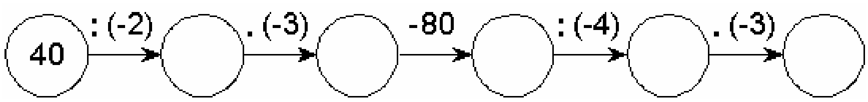
Obr. 2



Obr. 3

4)K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní operace ve směru šipek?

Obr. 4



3.2.1 Zjednodušené statistické vyhodnocení testu

Otázka 1.

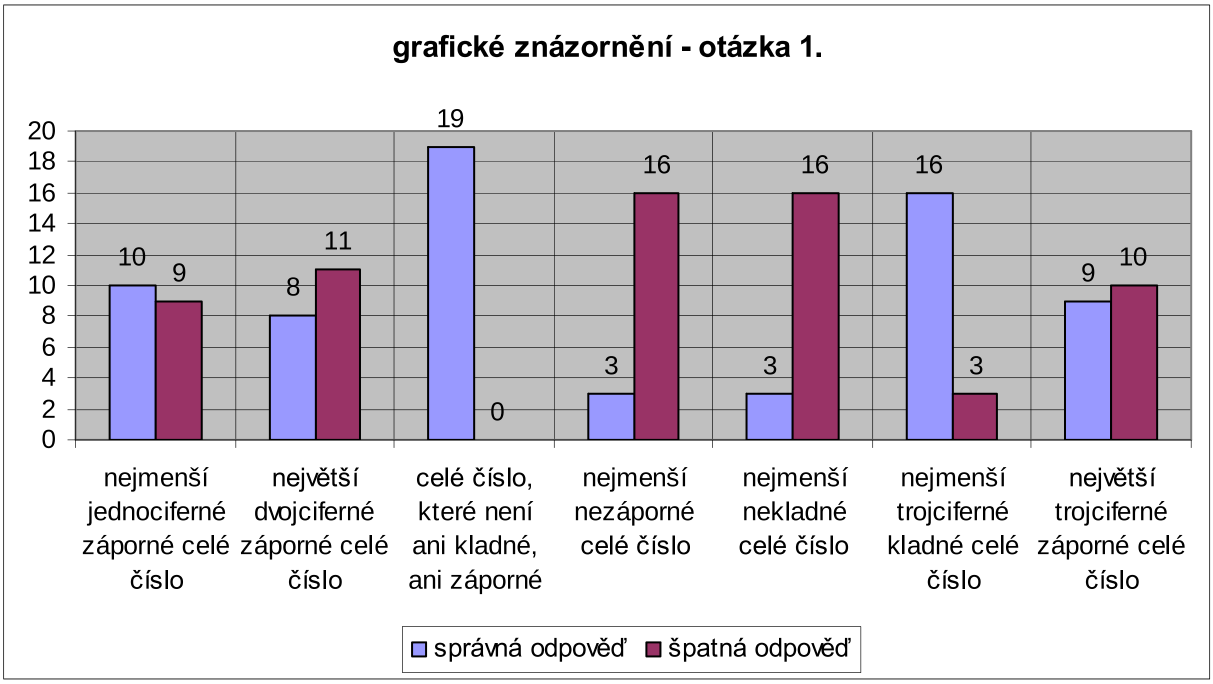
Tato úloha se skládala ze 7 podotázek.

Hodnocení: Počet studentů, kteří opověděli na danou podotázku správně.

Počet studentů, kteří odpověděli na danou podotázku špatně.

	správná odpověď	špatná odpověď
nejmenší jednociferné záporné celé číslo	10	9
největší dvojciferné záporné celé číslo	8	11
celé číslo, které není ani kladné, ani záporné	19	0
nejmenší nezáporné celé číslo	3	16
nejmenší nekladné celé číslo	3	16
nejmenší trojciferné kladné celé číslo	16	3
největší trojciferné záporné celé číslo	9	10

Tab. 1



Graf. 1

Otázka 2., 3., 4.

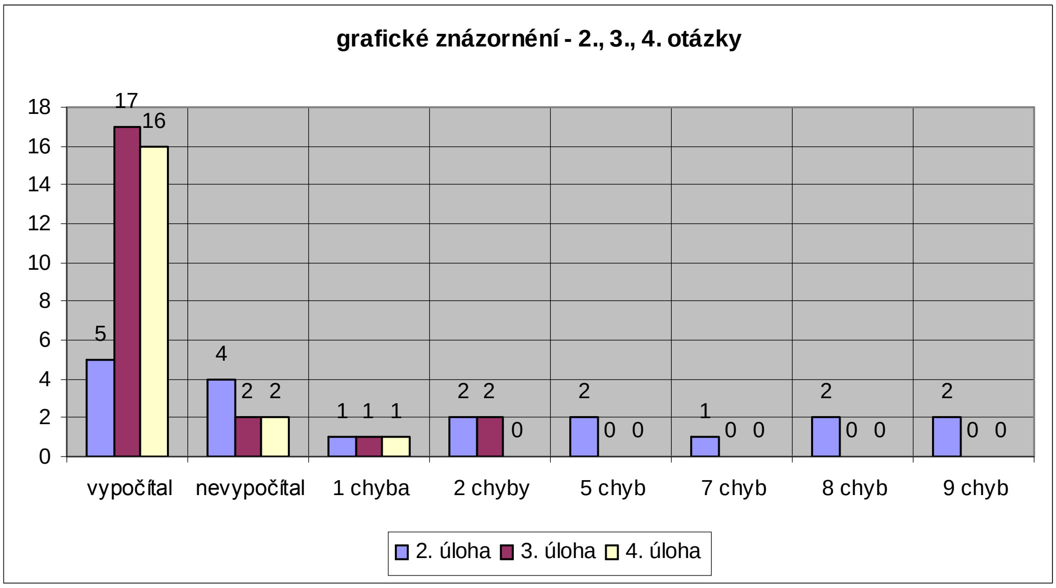
Hodnocení: Počet studentů, kteří vypočítali danou úlohu bez chyby (vypočítal).

Počet studentů, kteří danou úlohu počítat nezačali (nevypočítal).

Počet studentů, kteří v dané úloze udělali 1, 2, 5, 7, 8, 9 chyb (jiné možnosti se při testování neobjevily).

	vypočítal	nevypočítal	1 chyba	2 chyby	5 chyb	7 chyb	8 chyb	9 chyb
2. úloha	5	4	1	2	2	1	2	2
3. úloha	17	2	1	2	0	0	0	0
4. úloha	16	2	1	0	0	0	0	0

Tab. 2



Graf. 2

Závěr:

První úloha byla pro studenty docela obtížná. Pouze na otázku, které celé číslo není ani kladné, ani záporné odpověděli všichni správně. Jinde se objevovaly větší nebo menší problémy s vyřešením tohoto úkolu. Myslím si, že se zde odrazil celkový vztah studentů k matematice. Někteří bez problémů odpověděli na všechny úlohy správně (viz. příloha: 5. str.78), někteří si nevěděli rady ani s jednoduššími úlohami (viz.příloha: 6., příloha: 7. ,str. 79, 80). Myslím, že to není tím, že by studenti neuměli počítat s celými čísly, ale spíše tím, jaký je jejich celkový vztah k matematice a jak celkově ovládají matematické postupy. Při testování se neobjevil nikdo, kdo by nedokázal vypočítat žádnou úlohu a z toho mohu usuzovat, že studenti znají formální pravidla pro počítání s celými čísly, jen je neumí dostatečně používat.

3.3 Informativní rozbor poznatků - test pro žáky 5. ročníku ZŠ

3.3.1 Objektivní vyhodnocení dotazníků - zjednodušené statistické vyhodnocení

Sondu jsem prováděla na základních školách v pátém ročníku po celé České republice. Žáci dostali test a bylo jim vysvětleno, jak mají s úlohami pracovat. Měli odpovědět na všechny úkoly. Žáci měli dostatek času a nestalo se, že by nestihli na některou otázku odpovědět. Zároveň bylo dětem znemožněno opisování od spolužáka.

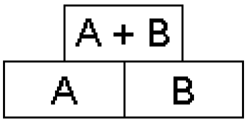
Zjišťovaly se aktuální znalosti žáků o celých číslech a proto jim nebyla vysvětlována pravidla pro práci s celými čísly. Při osobním rozhovoru s vyučujícími jsem se ujistila, že se děti v rámci výuky s celými čísly podrobně neseznámily.

Při vyplňování testu jsem se setkala s různými reakcemi. Jelikož žáci neměli příliš velké zkušenosti s celými čísly, byli často bezradní a snažili se získat informace o celých číslech ode mě. K dispozici od nich mám 50 testů.

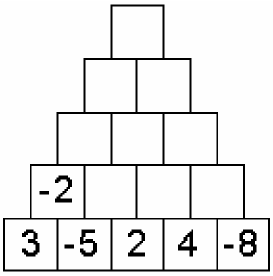
Zadání: *1) Určete všechny údaje, které v tabulce chybí.*

a	*+2*	*0*	*-1*	*+5*	*+7*
b	*+1*	*+3*	*+4*	*-10*	*-6*
a + b					
a + (-b)			*-5*		
b- (+a)					

2) Každé číslo v trojúhelníku, kromě čísel posledního řádku, je součtem dvou čísel ležících bezprostředně pod ním.
Doplňte podle klíče daný trojúhelník:

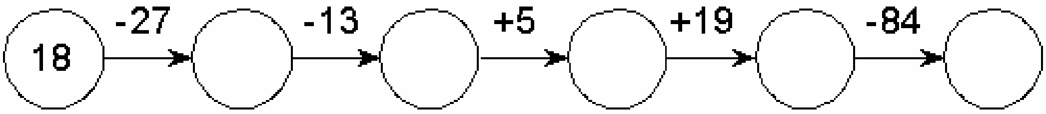


Obr. 5



Obr. 6

3) K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní výkony ve směru šipek?



Obr. 7

4) Nejvyšší hora světa Mount Everest měří 8847 m. Největší hloubka moře byla naměřena u Filipin 10 899 m. Vypočítejte výškový rozdíl.

5) V poledne 3. prosince ukazoval venkovní teploměr pana Záruby +9°C. V průběhu noci klesla tato teplota o 3°C. Následujícího dne bylo z teploměru pana Záruby zřejmé, že teplota vzduchu opět klesla, a to o 11 °C. V průběhu dne se *teplota vzduchu zvýšila jen nepatrně, o 2 °C. Jakou teplotu vzduchu ukazoval teploměr pana Záruby po všech těchto změnách?*

6) *Teplota tání olova je 327 °C. Vypočítejte teplotu tuhnutí rtuti, která je o 366°C nižší.*

7) *Vyznačte na číselné ose obraz čísla, jehož vzdálenost od obrazů čísel (-7) a (+3) je stejná.*

0

8) *Uspořádejte čísla od nejmenšího k největšímu a znázorněte je na číselné ose:*
(-3), (+5), 0, (-8), (-12), (+10)

0

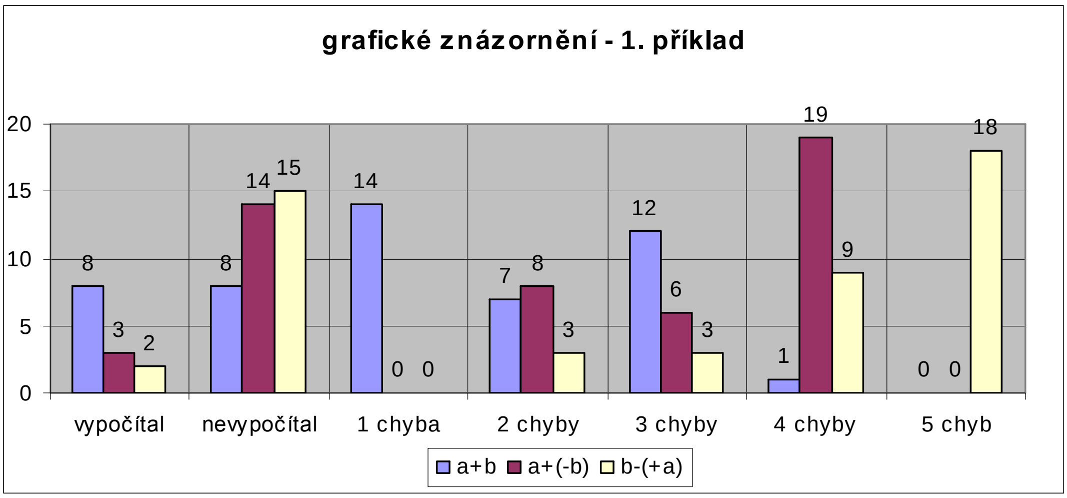
Vyhodnocení testu:

1. příklad:

Hodnocení: Počet žáků, kteří vypočítali danou úlohu správně (vypočítal).
Počet žáků, kteří danou úlohu vůbec počítat nezačali (nevypočítal).
Počet žáků, kteří vypočítali danou úlohu s 1, 2, 3, 4, 5 chybami.

	vypočítal	nevypočítal	1 chyba	2 chyby	3 chyby	4 chyby	5 chyb
a+b	8	8	14	7	12	1	0
a+(-b)	3	14	0	8	6	19	0
b-(+a)	2	15	0	3	3	9	18

Tab. 3



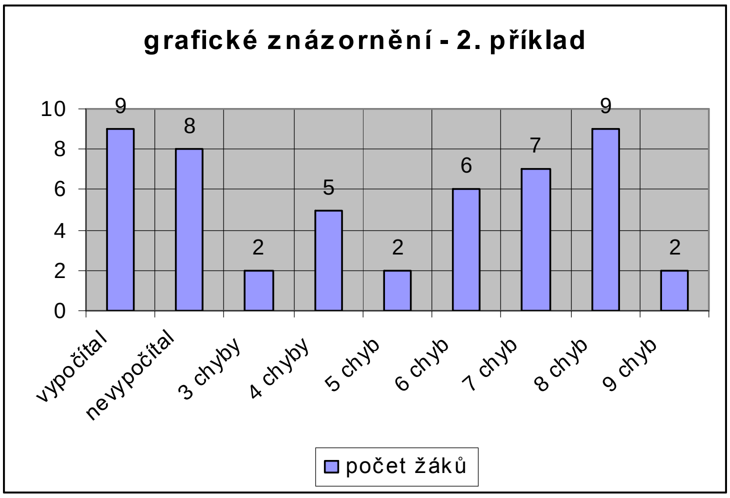
Graf. 3

2. příklad:

Hodnocení: Počet žáků, kteří vypočítali danou úlohu správně (vypočítal).
Počet žáků, kteří danou úlohu vůbec počítat nezačali (nevypočítal).
Počet žáků, kteří vypočítali danou úlohu s 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 chybami.

	vypočítal	nevypočítal	3 ch.	4 ch.	5 ch.	6 ch.	7 ch.	8 ch.	9 ch.
počet žáků	9	8	2	5	2	6	7	9	2

Tab. 4



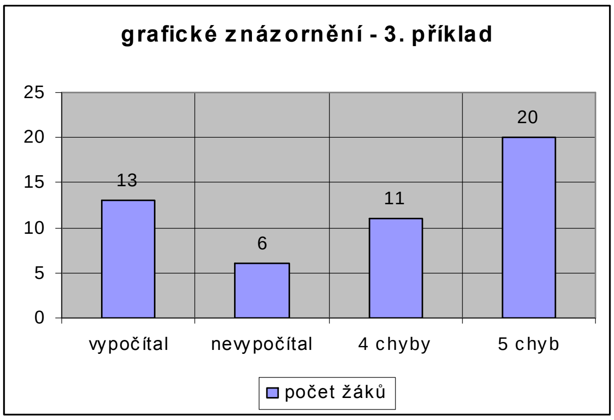
Graf. 4

3. příklad:

Hodnocení: Počet žáků, kteří vypočítali danou úlohu správně (vypočítal).
Počet žáků, kteří danou úlohu vůbec počítat nezačali (nevypočítal).
Počet žáků, kteří vypočítali danou úlohu s 4, 5 chybami (jiné nebyly).

	vypočítal	nevypočítal	4 chyby	5 chyb
počet žáků	13	6	11	20

Tab. 5



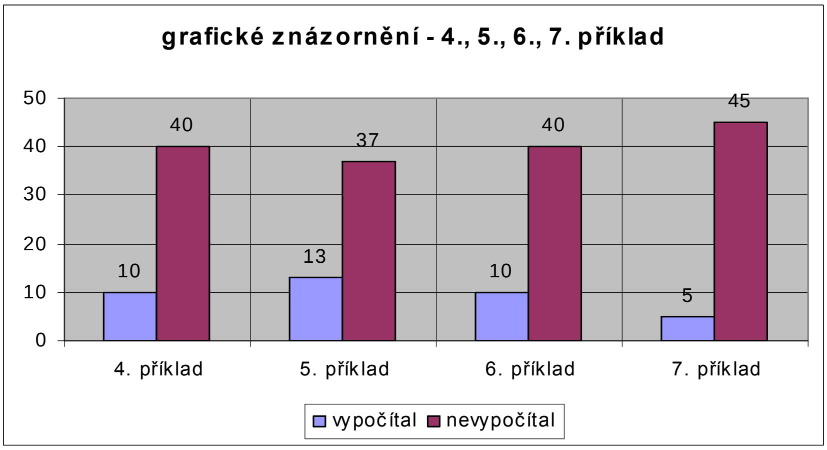
Graf. 5

4., 5., 6., 7. příklad:

Hodnocení: Počet žáků, kteří vypočítali danou úlohu správně.
Počet žáků, kteří danou úlohu nevypočítali.

	vypočítal	nevypočítal
4. příklad	10	40
5. příklad	13	37
6. příklad	10	40
7. příklad	5	45

Tab. 6



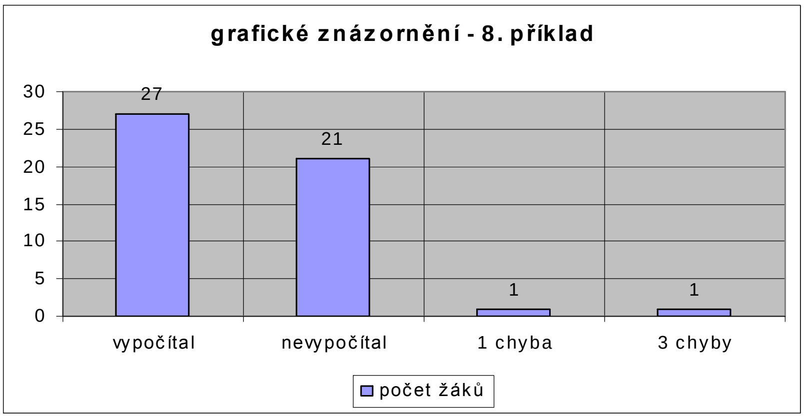
Graf. 6

8. příklad:

Hodnocení: Počet žáků, kteří vypočítali danou úlohu správně (vypočítal).
Počet žáků, kteří danou úlohu vůbec počítat nezačali (nevypočítal).
Počet žáků, kteří vypočítali danou úlohu s 1, 3 chybami (jiné nebyly).

	vypočítal	nevypočítal	1 chyba	3 chyby
počet žáků	27	21	1	1

Tab. 7

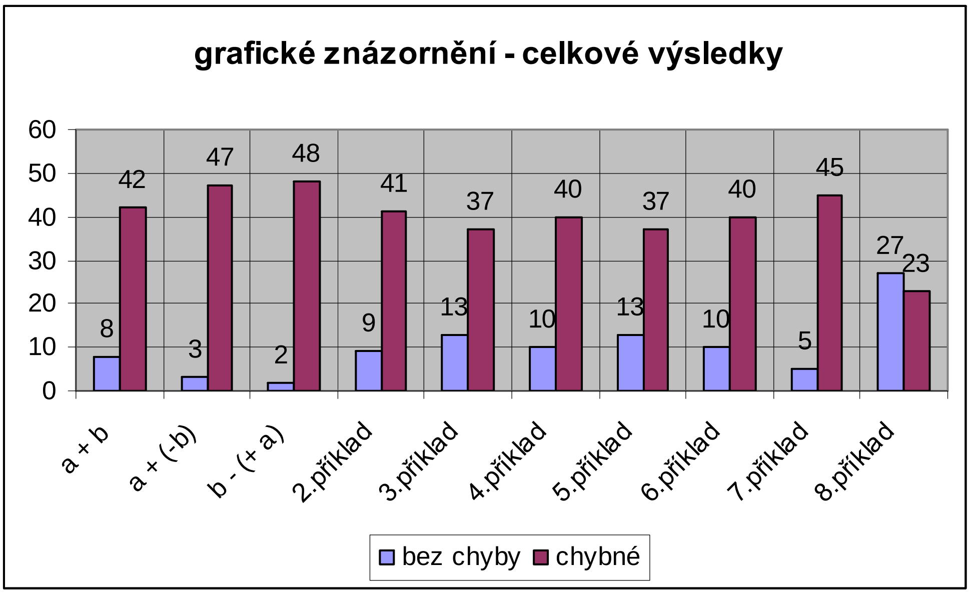


Graf. 7

Celkové výsledky 5. ročníku:

	bez chyby	chybné
a + b	8	42
a + (-b)	3	47
b - (+ a)	2	48
2.příklad	9	41
3.příklad	13	37
4.příklad	10	40
5.příklad	13	37
6.příklad	10	40
7.příklad	5	45
8.příklad	27	23

Tab. 8



Graf. 8

Závěr:

Žáci měli s vyplňováním tohoto dotazníku značné problémy, ale i tak se našlo několik dětí, které vyplnily dotazník správně (viz. Příloha: 8., Příloha: 9. str. 81, 82). Některé děti však nebyly schopné vyplnit do dotazníku téměř nic (viz Příloha: 10., Příloha: 11.str. 83, 84). Jelikož se tato problematika ještě na základní škole neprobírala, tak je přirozené, že děti příklady nezvládly. Přesto jsem si ale ověřila svou domněnku, že děti získávají velké množství informací i mimo školu a proto byly schopné příklady vypočítat.

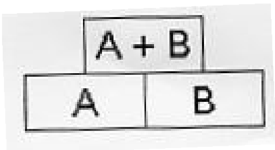
Ukázky některých zajímavých způsobů řešení úloh od žáků 5. ročníku naleznete v Příloze: 12., 13., 14., 15., 16., 17., 18., na straně 85, 86.

Subjektivní vyhodnocení dotazníků - pokus o shrnutí informací

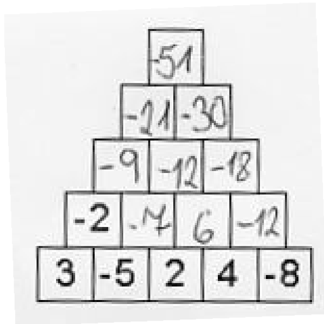
Testování probíhalo v průběhu souvislé pedagogické praxe na Základní škole v Borotíně. Testované byly 3 náhodně vybrané děti (v době testování celé třídy byly nemocné). Testování bylo nahráváno na magnetofonový pásek. Děti měly vyplnit 3 úlohy. Požádala jsem je, aby se mi snažily říkat všechny myšlenky, které je při řešení úlohy napadly. Pokud jsem chtěla některé jejich postupy dovysvětlit, kladla jsem jim další otázky.

Doslovný přepis z magnetofonové nahrávky a vypracované úlohy od 1. žákyně:

Zadání: *Každé číslo v trojúhelníku, kromě čísel posledního řádku, je součtem dvou čísel ležících bezprostředně pod ním.*
Doplňte podle klíče daný trojúhelník.



Obr. 8



Obr. 9

1. příklad:

Uč.:Žákyně nevěděla, jak má začít, proto jsem si ověřila, jestli rozumí zadání a ví, jak má počítat a poradila jsem jí první příklad. Kolik je podle tebe -5 +2.

Ž.: -7.

Uč.: Tak to tam napiš a proč si to myslíš?

Ž.: Sečetla jsem -5 a 2 2 + 4 je 6 4 + (-8) je -12.

Uč.: Proč?

Ž.: Protože jsem sečetla 4 a 8; -2 + (-7) je -9;-7 + 6 je 12 teda -12; 6 + (-12) je -18.

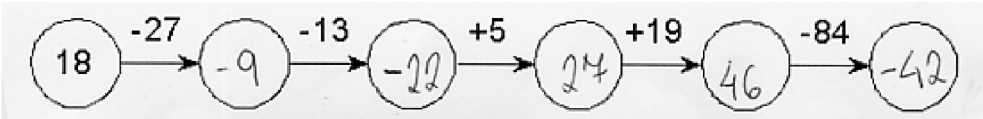
Uč.: Tak to napiš, když si to myslíš.

Ž.: -9 + (-12) je -21; -12 + (-18) rovná se -30; -21 + (-30) je (-51)

Uč.: Tak jo, myslíš si, že je to takhle správně, nechceš už s tím nic dělat?

Ž.: Hmm ne.

2. příklad:



Obr. 10

Uč.: Zkus přečíst zadání nahlas.

Ž.: K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní výkony ve směru šipek? 18-27 je 9 , -9.

Uč.: Tak to napiš a jak jsi na to přišla?

Ž.: Odečetla jsem si 18 - 27 .

Uč.: A jak?

Ž.: Odečetla jsem si 10 – 20 to je 10 a 8 – 7 to je 1, (žákyně přemýšlí a neví si rady).

Uč.: Ještě jednou to zkusíš, nebo to necháš takhle? (žákyně dlouze přemýšlí)

Ž.: Ne (výsledek neopravila).

Uč.: Tak počítej dál.

Ž.: -9 + (-13) je 22 teda -22.

Uč.: Proč?

Ž.: Odečetla, teda přičetla jsem si 9 a 13. -22 + 5 je 27.

Uč.: Proč?

Ž.: Protože jsem si přičetla 22 + .

Uč.: -22.

Ž.: Teda -22 + 5 je 27; 27 + 19 rovná se 46 .

Uč.:Proč?

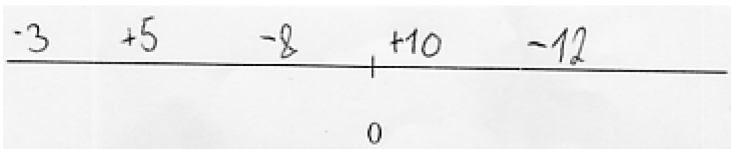
Ž.: Protože jsem přičetla 27 a 19 to je 46; 46 – 84 je -42 .

Uč.: Proč, zkusíš mi to vysvětlit?

Ž.: Odečetla jsem si 46 od 84 a to je – 42.

Uč: Tak chceš něco změnit, nebo si takhle za tím stojíš? Tak přečti další příklad.

3. příklad:



Obr. 11

Ž.: Uspořádejte čísla od nejmenšího k největšímu a znázorněte je na číselné ose:
(-3), (+5), 0, (-8), (-12), (+10)

Uč.:Tak 0 jsem ti tam už naznačila, tu už tam psát nemusíš a teď mi nejprve zkus říct, které číslo tu je nejmenší.

Ž.: -3 je nejmenší.

Uč.: Tak napiš, kde si myslíš, že má být na ose. Které je trošku větší.

Ž.: Pak je +5.

Uč.: To nemusí jít tak, jak je to napsané nahoře, má to být řada, od nejmenšího k největšímu.

Ž.: Hmm pak je -8; pak 10 a -12.

Uč.:Tak zkusíš to vysvětlit, proč jsi to na té ose dala tak a ne jinak? Ne? Zkus to, nějaký důvod jsi mít musela.

Ž.: Je to od nejmenšího k největšímu, 3 je menší než 5. Podle velikosti.

Uč.: Dobře, tak myslíš, že máš všechny příklady vyplněné tak, jak chceš? Tak já ti děkuji.

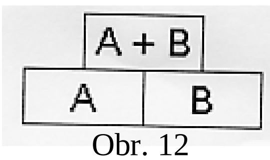
Závěr: Žákyně neměla příliš znalostí o celých číslech. V některých případech se jí podařilo na otázku odpovědět správně, ale z jejího projevu nemám pocit, že by tomu příliš rozuměla. Většinou libovolně zaměňovala znaménka a často nebyla schopná své názory vysvětlit. Vzhledem k tomu, že má v matematice ve škole problémy, myslím, že pracovala dobře.

Doslovný přepis z magnetofonové nahrávky a vypracovaná úloha od 2. žáka:

(poznámky v závorkách nebyly součástí rozhovoru)

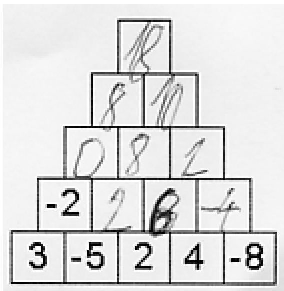
1. příklad:

klíč:



Obr. 12

Obr. 13



Uč.: Přečti zadání a říkej mi všechno, co tě napadá.

Ž.: Každé číslo v trojúhelníku, kromě čísel posledního řádku, je součtem dvou čísel ležících bezprostředně pod ním. Doplňte podle klíče daný trojúhelník:

Uč.: Rozumíš zadání, tady máš klíč a radí ti, že 3 -5 je -2, tak počítej dál.

Ž.: 5 + 2.

Uč.: -5.

Ž.: -5 + 2 je 2.

Uč.: Tak to napiš.

Ž.: 2 + 2 + 4 je 8.

Uč.: 2 + 4, … jo jenom takhle.

Ž.: jo… 2 + 4 je 6.

Uč.: Tak to přepiš.

Ž.: A 4 - 8 je -4.

Uč.: Aha a jak jsi na to přišel?

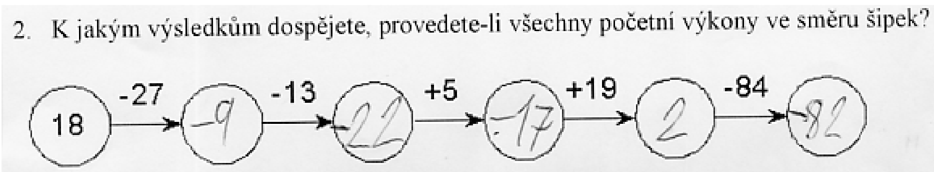
Ž: No, protože to je polovina.

Uč.: Ano a jak bys mi to ještě třeba vysvětlil, kdybych nevěděla.

Ž.: Protože to je větší číslo. A -2 + 2 je 0; 2 a 6 je 8 a 6 - 4 je 2; 0 + 8 je 8 ; 8 +2 je 10; 18.

Uč.: Tak to byla rychlost a nechceš tady něco třeba změnit? Stojíš si za tím? Tak přečti další příklad.

2. příklad:



Obr. 14

Ž.: K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní výkony ve směru šipek? 18 – 27 je -9.

Uč.:Proč, jak jsi na to přišel?

Ž.: Protože když si doplním 2, tak je to devítka (k 27 + 2 = 29).

Uč.: Takže, když sem přidáš 2 (18) a přidáš ji i sem (27).

Ž.: Ne protože tady je -7 (27) a ještě musím přidat ty 2 (27+2=29) jako do těch 20 (18+2=20).

Uč.: Jo takže k 18 přidáš 2 abys měl 20, 27 rozdělíš na 20 a 7 a plus ještě ty 2, které jsi taky přidal k 18. Jo tak jsi to myslel? A proč zrovna mínus?

Ž.:No protože 27 je větší číslo než tohle (18). A -9 -13 je…jo 22, teda -22.

Uč.:Proč?

Ž.: Protože to je 10 ne… (-9) +(-10) je 19 a 3 je… je -22 ; a -22 + 5 je 17… -17.

Uč.: Proč?

Ž.: Protože tohle musím zase přičíst, aby výsledek byl mínus, takže to vlastně odečtu.; a -17 + 19 je 2.

Uč.:Proč ?

Ž: Protože ta 17 je menší než 19, takže to musí být zase + .

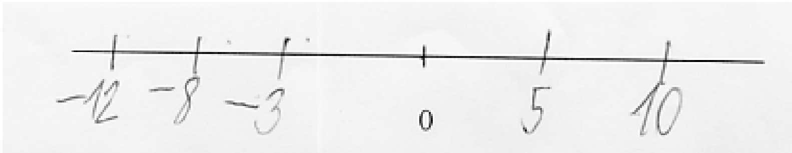
Uč.:A proč 2?

Ž: Protože 17 je o 2 menší než 19; a 2 – 84 je 82, protože 2, když si odečtu, tak je to 82.(doplní mínus)

Uč.: Takže proč jsi tam doplnil mínus?

Ž.: Protože tady je to mínus 84 a musí se to dát do mínusu.
Uč:A proč se to musí dát do mínusu?
Ž.:Tady je 2 – 84 a 84 je větší než 2.

3. příklad:



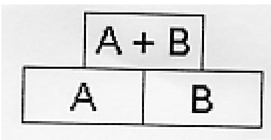
Obr. 15

Ž.: Uspořádejte čísla od nejmenšího k největšímu a znázorněte je na číselné ose: (-3), (+5), 0, (-8), (-12), (+10).
Uč.: 0 už tam máš vyznačenou. Jaké číslo je nejmenší.
Ž.: -8, pak… ne -12 (zapíše před -8).
Uč.: Proč je -12 menší než -8?
Ž.: Protože je to v mínusu a je to větší než 8.
Uč.:A proč jsi to nenapsal třeba na druhou stranu osy?
Ž: Protože to má být od nejmenšího.Teď bude -3 a potom je 0 a pak + 5.
Uč.: A proč tu pětku třeba nenapíšeš sem (na druhou stranu)?
Ž.: Protože 0 je tady a tam mají být mínus a tady pod plusem (ukazuje). Pak je +10.
Uč.: Všechno, takhle si za tím stojíš? Tak já ti děkuji.

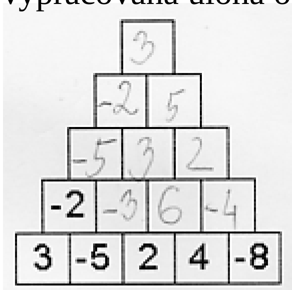
Závěr: Při osobním rozhovoru jsem zjistila, že chlapec se o celých číslech dověděl v televizní soutěžní hře a pak se dále snažil pochopit práci s nimi. Až na drobné nepřesnosti ve vysvětlování svých postupů myslím, že tento žák práci s celými čísly zvládá a pochopil podstatu matematických operací s celými čísly.

Doslovný přepis z magnetofonové nahrávky a vypracovaná úloha od 3. žáka:

1. příklad:



Obr. 16



Obr. 17

Žák přečetl zadání, neví, co má dělat, poradila jsem mu v prvním příkladu 3 – 5 = - 2; dále už počítal sám.

Ž.: Takže -5 + 2 je -3?

Uč.: Já nevím, to je tvoje odpověď, ty napiš to, co si myslíš, že je správně.

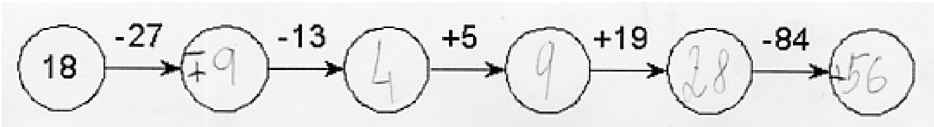
Ž.: -3; 2 a 4 je 6; 4 -8 je…-4; 2 – 3…jo?

Uč.: -2 a -3.

Ž.: -2 -3 je… -5; 6 – 4 je 2; -3 +6 je 3; -5 + 3 je -2; 3+2 rovná se 5; 5 -2 je 3.

Uč. To bylo tak rychle vypočítané, že jsem se tě nestihla ani na nic zeptat! Takže si myslíš, že je to takhle správně, už s tím nechceš nic dělat? Tak přečti další příklad.

2. příklad – žák přečetl zadání:



Obr. 18

Ž.: 18 - 27 je 9 (žák začal přemýšlet a dál nepočítá).

Uč.:Tak jak přemýšlíš?

Ž.: Řeknu si 18 – 18 je 0 a ještě mi zbude 9 a 27 je mínus a výsledek je -9.

Uč.: A proč -9. …Proč to není +9 a přepsal si to na -9.

Ž.: Protože 18 – 27 to nejde.

Uč.: No a když to nejde, tak proč je to – 9?

Ž.: Protože 18 – 27 je -9.

Uč.: Ale proč?

Ž.: Já nevím, protože 27 je větší a je to mínus.

Uč.: Tak jo, pokračuj.

Ž.: -9 – 13 se rovná… řeknu si 9 – 9 to je 0 a plus 4 se rovná 13.

Uč.: Zkusíš mi to vysvětlit ještě nějak víc?

Ž.:Řeknu si 9 – 9 to je nula a připočítám ty 4.

Uč.: A proč připočítáš ty 4?

Ž.: Ty chybí do těch 13.

Uč.: A proč jsi nejdřív odečítal 9?

Ž.: Abych to měl jednodušší, 4 + 5 je 9; 9 + 19 je 28; 28 – 84 je … řeknu si 28 – 28 to je 0 a 46 zbývá do 84 tak je připočítám.

Uč: Proč 46?

Ž.. Protože 28 je do 30…2 …… 84 – 30 je 54 a ještě ty dvě (napíše výsledek + 56) Teda – 56. (přepíše).

Uč.: A proč jsi změnil názor?

Ž.:Protože 28 – 28 je 0 a do 30 je to dva. A -84 – 30 je – 54 a ještě ty dvě to bude - 56.

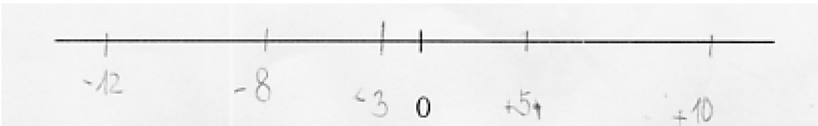
Protože prostě 56 bude do 80 zbývat 24 a ještě ty čtyři do 84 a přidám je i k těm 24 a mám 28.

Uč.: Dobře, takže si myslíš jaký výsledek?

Ž.: + 56 (žák už je velmi zmaten, ale myslím, že si spíš myslel odpověď -56, jen už se do svých úvah příliš „zamotal“).

Uč.: Tak už to raději asi necháme viď? Tak se podívej na další příklad.

3. příklad:



Obr. 19

Žák přečetl zadání.

Uč.: 0 už tady máme a které číslo je podle tebe nejmenší (žák začal postupně vpisovat čísla do osy. Všechny umístil rychle a správně).

Tak a teď mi řekni proč jsi ta čísla s mínusem dal do téhle části osy a + sem?

Ž.: Protože 0, když si nakreslím čáru, tak od 0 tady (vlevo) je mínus tady (vpravo) +.

Uč.: A není třeba ta -3 před -8?

Ž.: Ne.

Uč.: Takže takhle si za tím stojíš? Tak já ti děkuji za spolupráci.

Závěr: Žák měl představu o celých číslech. Uměl je používat v matematických operacích, ale jejich používání ještě neměl plně zautomatizované a proto se občas dostal do problému a pak nevěděl, co je vlastně správně. Na konci druhého příkladu byl už tak „zamotán“ do svých myšlenek, že nebyl schopen říci již nic rozumného a proto jsme tento příklad dále neřešili. Myslím, že žák by si teď potřebovat projít všechna pravidla pro počítání s celými čísly a utřídit si je. Pak už by mu práce s nimi nedělala vůbec žádné potíže. Když jsem se s ním po testu bavila, řekl mi, že má starší sestru, která už se záporná čísla učila, a tak se už s nimi setkal i on.

3.4 Informativní rozbor poznatků - test pro žáky 1. ročníku ZŠ

3.4.1 Objektivní vyhodnocení dotazníků - zjednodušené statistické vyhodnocení

Sonda byla prováděna na základních školách v 1. ročníku po celé České republice. Žáci dostali test a bylo jim vysvětleno, jak mají s úlohami pracovat. Měli odpovědět na všechny úlohy. Žáci měli dostatek času a nestalo se, že by nestihli na úlohy odpovědět. Zároveň bylo dětem znemožněno opisování od spolužáka.

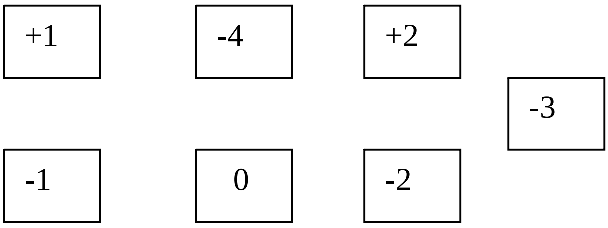
Zjišťovaly se aktuální znalosti žáků o celých číslech a proto jim nebyla vysvětlována pravidla pro práci s celými čísly. Při osobním rozhovoru s vyučujícími jsem se ujistila, že se děti v rámci výuky s celými čísly neseznámily.

Při vyplňování testu jsem se setkala s různými reakcemi. Děti neměly příliš velké zkušenosti s celými čísly, proto byly často bezradné a snažily se získat informace o tom, co to jsou celá čísla ode mě. Některé děti odmítly po nějaké chvíli spolupráci, ale nakonec všechny test dokončily. Často jsem se setkala s názorem, „to jsme se ještě neučili“, nebo „to ale přece nejde“.

Zadání dětem přečetla učitelka a přesvědčila se o tom, že děti zadání rozumí, ale nesnažila se jim poradit v řešení příkladu. K dispozici mám 37 trestů.

Zadání:

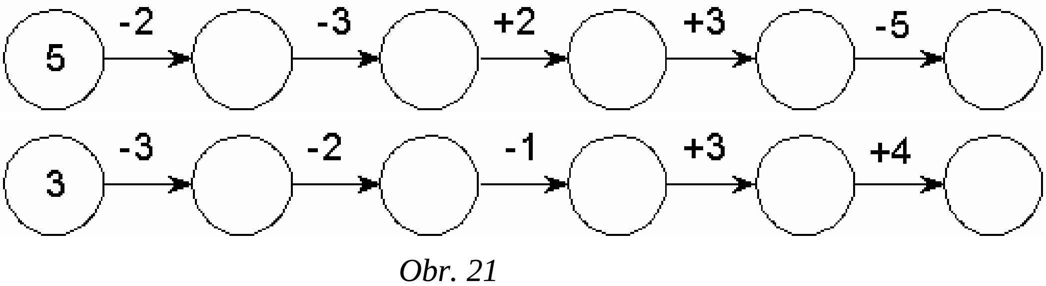
1. *Pomocí šipek vyznačte „cestu“ od nejmenšího čísla k největšímu.*



Obr. 20

2. *K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní výkony ve směru šipek?*

a)
b)



Obr. 21

3. Teplota vzduchu nad hladinou přehradního jezera byla -3 °C a teplota vody u dna tohoto jezera byla +2 °C. Určete rozdíl obou teplot.

4. Dne 3. září byla hladina Ohře na kontrolním místě 2 cm nad normálem. Následujícího dne stoupla o další 2 cm a den nato klesla o 5 cm. Určete výslednou odchylku hladiny Ohře od normálu.

5. U podlahy sklepa, která je 2 m pod úrovní chodníku, je vývod plynového potrubí. Od tohoto místa pokračuje toto potrubí svisle vzhůru až do výšky 5 m, kde se ve vodorovném směru rozvětvuje. V jaké vzdálenosti od úrovně chodníku se plynové potrubí větví.

6. Podle normy měl soustružník vyrobit denně 10 strojních součástek. V pěti po sobě následujících dnech vyrobil 11, 8, 10, 9 a 12 součástek. Zapište odchylky denních výkonů soustružníka od stanovené normy.

7. Vyznačte na ose obraz čísla -3, 0, 5.

0

8. Zapište pomocí celých čísel:
a) teplota 18°C nad nulou, 5 °C pod nulou, devítistupňový mráz,
b) pokladník přidal do pokladny 5 Kč, vydal z pokladny 8Kč,
c) 11. června byla hladina Labe v určitém místě 5 cm nad normálem, 28. června byla 2 cm pod normálem, 3. července byla na normálu

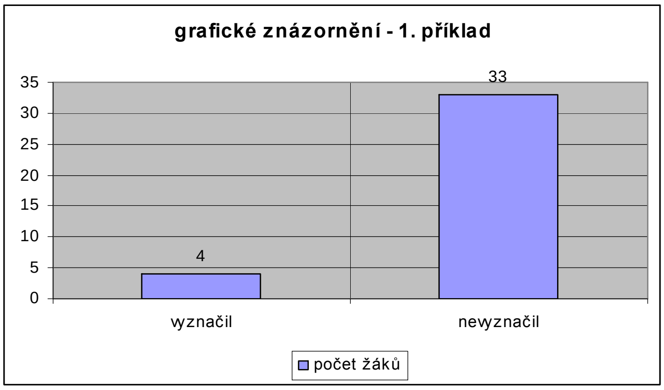
Vyhodnocení testu:

1. příklad:

Hodnocení: Počet žáků, kteří cestu vyznačili.
Počet žáků, kteří se o vyznačení cesty nepokusili, nebo ji vyznačili chybně.

	vyznačil	nevyznačil
počet žáků	4	33

Tab. 9



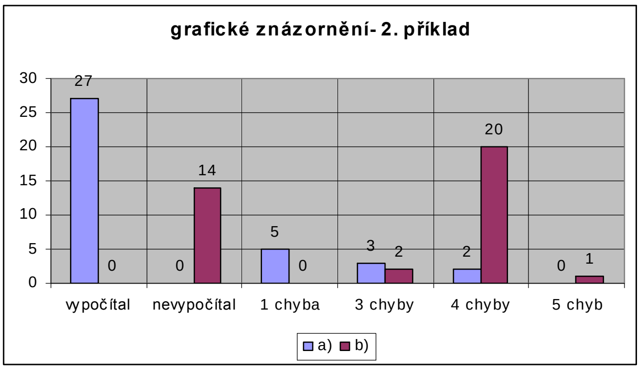
Graf. 9

2. příklad:

Hodnocení: Počet žáků, kteří správně vyplnili všechny početní výkony.
Počet žáků, kteří danou úlohu vůbec počítat nezačali (nevypočítal).
Počet žáků, kteří vypočítali danou úlohu s 1, 3, 4, 5 chybami.

	vypočítal	nevypočítal	1 chyba	3 chyby	4 chyby	5 chyb
a)	27	0	5	3	2	0
b)	0	14	0	2	20	1

Tab. 10



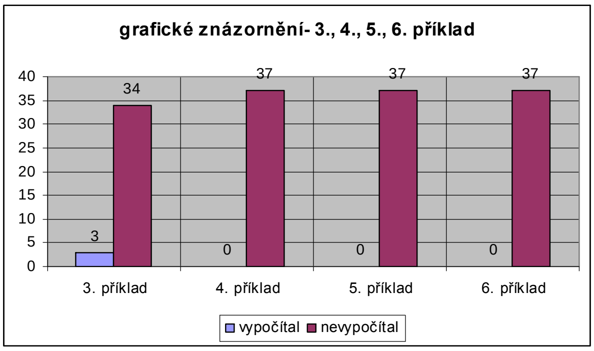
Graf. 10

3., 4., 5., 6. příklad:

Hodnocení: Počet žáků, kteří vypočítali danou úlohu správně (vypočítal).
Počet žáků, kteří danou úlohu vůbec počítat nezačali, nebo ji vypočítali chybně (nevypočítal).

	vypočítal	nevypočítal
3. příklad	3	34
4. příklad	0	37
5. příklad	0	37
6. příklad	0	37

Tab. 11



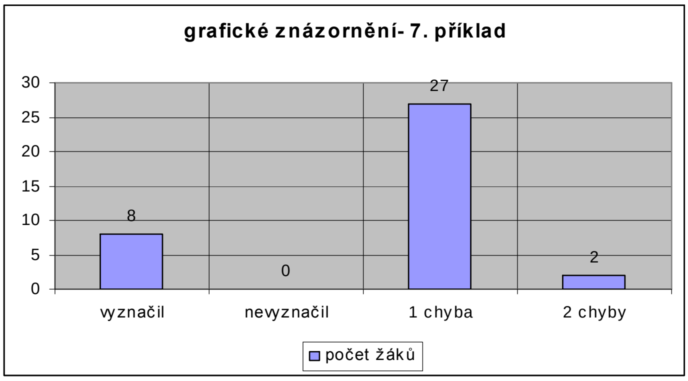
Graf. 11

7. příklad:

Hodnocení: Počet žáků, kteří čísla vyznačili.
Počet žáků, kteří úlohu nedělali.
Počet žáků, kteří čísla vyznačili s1, 2 chybami (nejčastěji bylo špatně vyznačené číslo -3).

	vyznačil	nevyznačil	1 chyba	2 chyby
počet žáků	8	0	27	2

Tab. 12



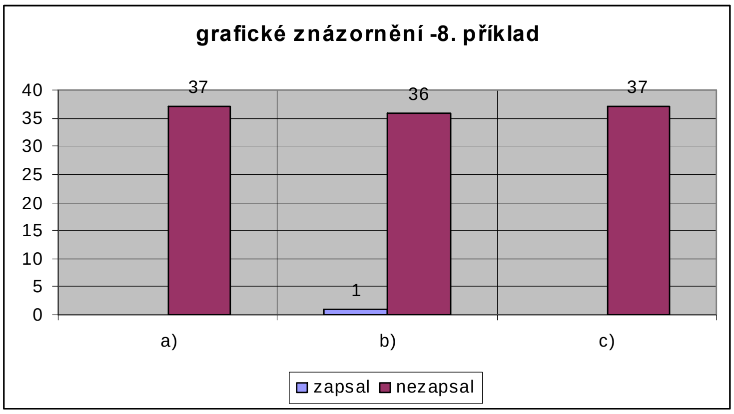
Graf. 12

8. příklad:

Hodnocení: Počet žáků, kteří správně zapsali čísla.
Počet žáků, kteří čísla nezapsali, nebo je zapsali špatně.

	zapsal	nezapsal
a)		37
b)	1	36
c)		37

Tab. 13



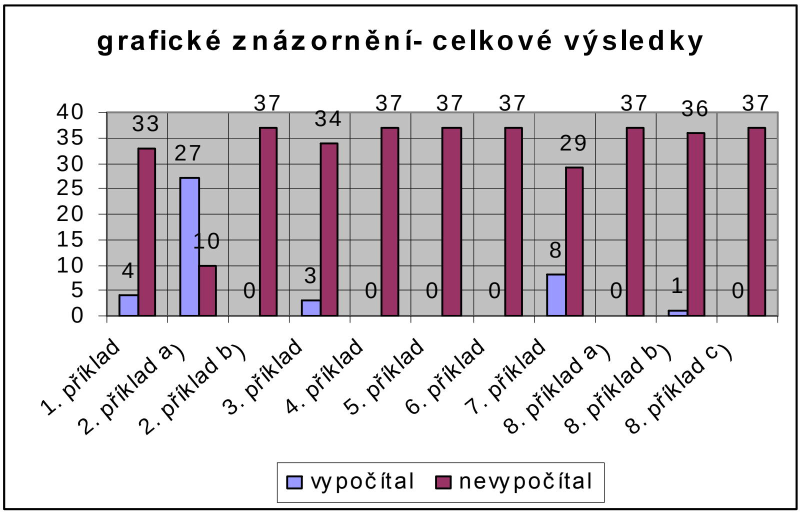
Graf. 13

Celkové výsledky 1. třídy:

Hodnocení: Počet žáků, kteří správně vyznačili, zapsali nebo vypočítali danou úlohu. Počet žáků, kteří zadání dané úlohy nesplnili.

	vypočítal	nevypočítal
1. příklad	4	33
2. příklad a)	27	10
2. příklad b)	0	37
3. příklad	3	34
4. příklad	0	37
5. příklad	0	37
6. příklad	0	37
7. příklad	8	29
8. příklad a)	0	37
8. příklad b)	1	36
8. příklad c)	0	37

Tab. 14



Graf. 14

Závěr:

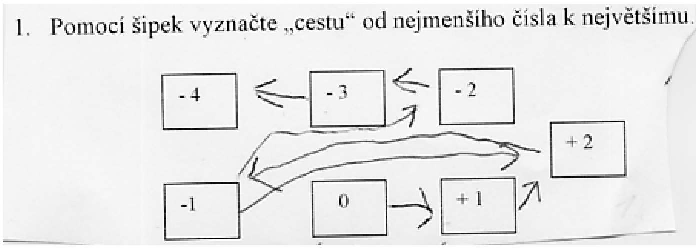
Žáci měli s vyplňováním testu veliké problémy. Toto téma pro ně bylo neznámé a proto se na mnohé úlohy ani nepokusili odpovědět. Některé příklady pro ně byli příliš složité a myslím, že by bylo vhodnější zvolit jednodušší formu. Když děti test vyplnily pokusila jsem se jim ve stručnosti vysvětlit pravidla pro počítání s celými čísly (na číselné ose) a většina dětí mi potvrdila, že kdyby toto věděli před vyplňováním testu byl by pro ně jednodušší. Samozřejmě, že některé děti ani po vysvětlení podstatu těchto čísel nepochopily. Ukázky vypracovaných dotazníků naleznete na str. 87, 88 (přílohy: 20., 21., 22., 23., 24.)

3.4.2 Subjektivní vyhodnocení dotazníků- pokus o shrnutí informací

Testování probíhalo v průběhu souvislé pedagogické praxe na Základní škole v Borotíně. Testované byli 3 náhodně vybrané děti. Měly vyplnit 3 úlohy. Požádala jsem děti, aby se mi snažily říkat všechny myšlenky, které je při řešení úlohy napadly. Součástí vyhodnocení je vyplnění úloh od dětí a stručný popis toho, co děti při testování říkaly.

1. žák:

1. příklad:



Obr. 22

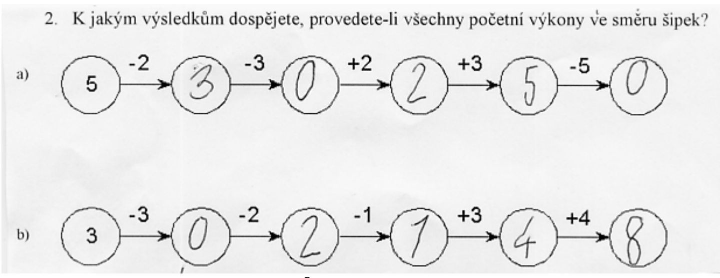
Zadání: Pomocí šipek vyznačte „cestu“ od nejmenšího čísla k největšímu.

„Nejmenší je 0, o trošku větší je +1 a pak +2, další + už není.“

Uč.: Jak tedy můžeme na cestu napojit další čísla?

„Nejmenší dále je -1, větší je -2 a -3 a -4“ (nerespektuje znaménka a dále volně napojuje).

2. příklad:



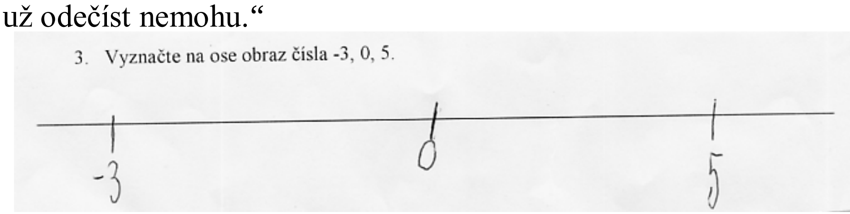
Obr. 23

Zadání: K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní výkony ve směru šipek?

a) Vypočítal bez problémů, je to učivo, které se probírá ve škole.

b) „Od 0 už nemůžeme nic odečíst, tak tam musí být 2, když od 3 odečtu 2, tak mám taky 1, ale od 0 už odečíst nemohu.“

3. příklad:



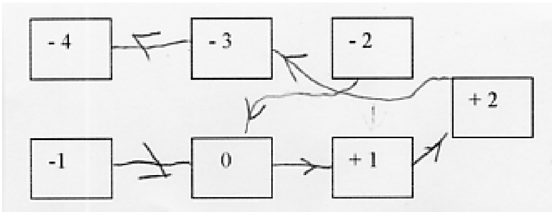
Obr. 24

Zadání: Vyznačte na ose obraz čísla -3, 0, 5.

Žák čísla vyznačil v takovém pořadí, jako jsou uvedené v zadání.

2. žák:

1. příklad:



Obr. 25

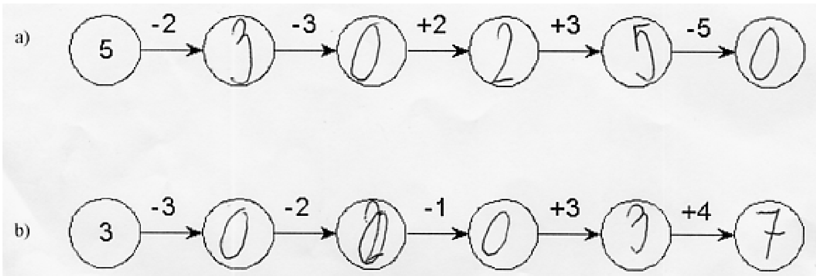
Dívka napojila na sebe čísla 0, +1, +2, -3 , -4.

„0 je nejmenší, 1 je větší, 2 a o trochu větší je -3 pak -4.“

Uč.: K čemu napojíme -2 a -1?

„K nule, je větší než 0, napojí se to na 0.“

2. příklad:

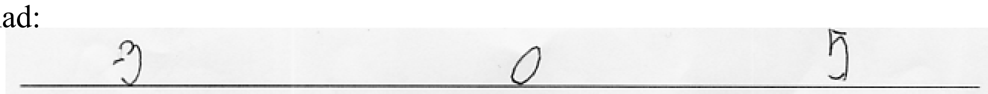


Obr. 26

a)Vypočítala bez problémů, je to učivo, které se probírá ve škole.

b)„ Když už nemohu od 0 nic odečíst, tak je to vždy 0.“

3. příklad:

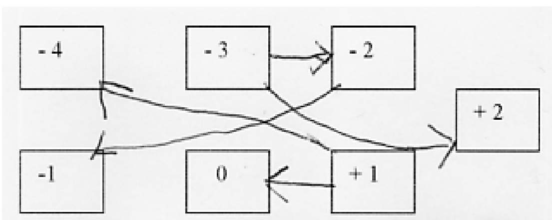


Obr. 27

„ Líbí se mi to tak, nevím, proč jsem si to tak zvolila.“

3. žák:

1. příklad:



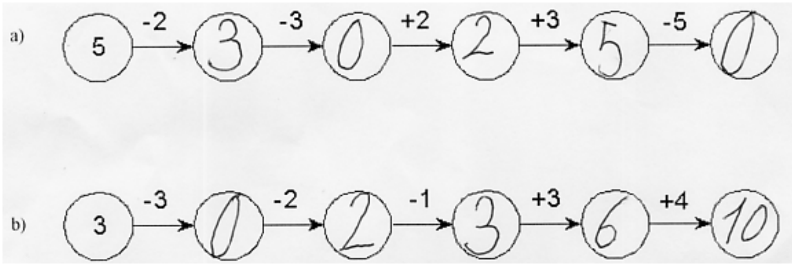
Obr. 28

„Nula je nejmenší, větší je 1, další -4, jinak se to napojit nedá, víc už tam nejde.“

Uč.: Můžeš alespoň vytvořit další vazby?

„ -2 a -1 →-1 je menší; -3 a +2 → +2 je menší.“

2. příklad:



Obr. 29

a) Vypočítala bez problémů, je to učivo, které se probírá ve škole.

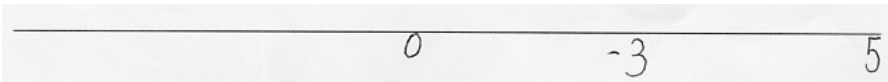
b) Nejprve zapsala 0 a pak se ptala jestli má být další 2.

Uč.: Zdůraznila jsem, že když se odečítá, tak se odebírá.

Ž.:„Já nevím, to nejde. Tak by teda asi měla být (místo 2)…0.“ (Ale čísla neopravila)

Dál už řetěz dopočítala normálně, nerespektovala znaménka.

3. příklad:



Obr. 30

„ 0 je nejmenší; -3 je menší než +5; 5 je největší; 0 < -3; -3 < 5; 0 < 5;“

(nerespektovala znaménka)

Závěr:

Žáci v 1. třídě neumí počítal s celými čísly. Ve škole se s nimi nesetkali. Myslí si, že nic menšího než 0 není. Pokud se pokusím odečítat větší číslo od menšího, výsledek bude vždy 0. Nedělají rozdíl mezi např.: +3 a -3, je to pro ně stejné číslo.

Postupem času se budou seznamovat i s celými čísly (záporná čísla), ale v současné době neví, že něco takového existuje.

4. Sbírka úloh celých čísel pro potřeby učitele na 1. stupni

Sbírku úloh mohou využívat učitelé při činnostech s dětmi. Poskytují jim další náměty pro práci. Ukazují učiteli, jak jinak se dá s celými čísly počítat. Jsou vhodné pro práci s nadanými dětmi i do matematického kroužku.

Tyto příklady také mohou sloužit jako materiál informující studenty o možnostech seznámení žáků 1. stupně s celými čísly. Lze je rovněž využít pro doplnění a zpestření učiva matematiky na semináři věnovaném celým číslům na pedagogické fakultě. Studenti tak získají zkušenosti s výpočty s celými čísly, které by byly sdělitelné případným zájemcům z řad žáků 1. stupně ZŠ.

4.1 Úlohy řešené pomocí tabulky
4.2 Slovní úlohy s celými čísly
4.3 Sčítalkové trojúhelníky
4.4 Zábavné počítání s celými čísly
4.5 Absolutní hodnota celého čísla
4.6 Početní příklady s celými čísly

4.1 Úlohy řešené pomocí tabulky

❖ Soukromý zemědělec měl 8 dojnic. Množství mléka, které 3. srpna od jednotlivých dojnic nadojil, je uvedeno v následující tabulce:

Dojnice	A	B	C	D	E	F	G	H
Počet **l** mléka	11	10	11	9	5	6	12	8

a)Vypočítejte průměrnou dojivost jedné dojnice dne 3. srpna.

b) Zapište celými čísly u každé dojnice odchylku od průměru dojivosti uvedeného dne.

❖ Čísla v jednotlivých políčkách horního řádku a levého sloupce tabulky jsou sčítanci, čísla ve zbývajících políčkách tabulky jsou součty. Doplňte chybějící sčítance i součty.

+	2	-10	4	-50	
-23					10
7					
		-30			

❖ Čísla v jednotlivých políčkách levého sloupce tabulky jsou menšenci, čísla v políčkách horního řádku tabulky jsou menšitelé a čísla ve zbývajících políčkách tabulky jsou rozdíly. Doplňte chybějící menšence, menšitele i rozdíly.

-	3	-5		0	7
-2			6		
	3				
-4					

❖ Určete všechny údaje, které v tabulce chybí.

A	+2	0	-1	+5	+7
B	+1	+3	+4	-10	-6
a + b					
a + (-b)			-5		
b- (+a)					

❖ Čísla v levém sloupci a horním řádku tabulky jsou činitelé. Zbývající čísla jsou jejich součiny. Určete všechny údaje, které v tabulce chybí.

*	2	-3	12		0	-25
-6						
3				-27		
			-60			

❖ Čísla v jednotlivých políčkách levého sloupce tabulky jsou dělenci, čísla v jednotlivých políčkách horního řádku tabulky jsou dělitelé a čísla ve zbývajících políčkách tabulky jsou podíly. Doplňte chybějící dělence, dělitele a podíly.

:	-2	4		-12	15	-30
60						
120						
			-36	15		

❖ Určete všechny podíly, které v tabulce chybí.

A	-40	+32	+300	-1000	-50
B	+8	-16	-50	-125	+5
C	-2	+4	-25	-25	-5
a : b					
b :c				5	
a : c					

❖ Na postžirovém účtu (kontě), který má pan Stoklasa u Poštovní spořitelny, byly v průběhu června evidovány různé příjmové a výdajové položky (viz. tabulka). Určete výslednou částku na kontě pana Stoklasy dne 30. června. Výslednou částku napište do pravého dolního rámečku tabulky.

Den	Příjem v Kč	Vydání v Kč	Konto v Kč
1.6			22350
3.6	1800		
6.6	659		
10.6		5200	
13.6	856	978	
18.6		380	
		1056	
25.6	5638		
27.6		490	
30.6			

Trejbal a kol. [6]

❖ Jirka vypracoval za domácí úkol následující tabulku. Překontrolujte (pokud možno zpaměti) správnost výpočtů.

X	***0***	***+1***	***-1***	***+2***	***-2***	***+3***	***-3***	***+5***	***+10***	***-8***
x + 2	2	3	3	-4	2	1	5	7	8	10
x – 9	-9	10	10	-7	-11	6	-12	4	1	-17

Zapletal a kol. [7]

❖ Doplňte tabulku:

x	0		-1						
x - 3					-5			1	
4 + x				6		7			
1 – x		0					4		
-x - 2									2

4.2 Slovní úlohy s celými čísly

V úvodu je několik slovních úloh, jejichž součástí je i způsob řešení, pro snazší pochopení studentem i učitelem.

❖ V Arabské poušti byla naměřena teplota +57 °C, ve východní Sibiři –78 °C. Jaký je rozdíl teplot?

Řešení:

+57 – (- 78) = +57 + 78 = 135 °C

Rozdíl teplot je 135 °C.

Trejbal a kol. [6]

❖ Nejvyšší hora světa Mount Everest měří 8847 m. Největší hloubka moře byla naměřena u Filipín 10 899 m. Vypočítejte výškový rozdíl.

Řešení: Mount Everest +8847 m

Filipínský příkop – 10899 m

+8847 – (- 10 899) = 8847 + 10 899 = 19 746 (m)

Výškový rozdíl je 19 746 m.

❖ V průběhu týdne byly naměřeny ranní teploty: pondělí 6 °C, úterý 1 °C, středa –5 °C, čtvrtek –6 °C, pátek 0 °C, sobota 2 °C, neděle 4 °C.

a) Vyjádřete pomocí celého čísla změnu teploty z úterý na středu.

b) Který den byla nejnižší a který den nejvyšší teplota?

Řešení:

a)úterý +1 °C středa –5 °C

Teplota poklesla o 6 °C, změna je tedy –6 °C.

b)Nejnižší teplota byla ve čtvrtek –6 °C a nejvyšší v pondělí 6 °C.

❖ Pokladní měla ráno v příruční pokladně hotovost 5000 Kč. Během dne postupně vydala dvakrát 253 Kč, přijala 18 Kč, třikrát přijala 72 Kč, vydala 118 Kč a čtyřikrát vydala 95 Kč. Jaký byl stav hotovosti na konci pracovní doby?

Řešení: 5000 – (2*253) + 18 +(3*72) – 118 –(4*95) = 5000 – 506 + 18 + 216 – 118 – 380 = 4 230

Stav hotovosti v pokladně na konci pracovní doby byl 4230 Kč.

❖ Dne 3. září byla hladina Ohře na kontrolním místě 4 cm nad normálem. Následujícího dne stoupla o 5 cm a den nato klesla o 12 cm. Určete výslednou odchylku hladiny Ohře od normálu.

❖ Teplota vzduchu nad hladinou přehradního jezera byla -19 °C a teplota vody u dna tohoto jezera byla + 4 °C. Určete rozdíl obou teplot.

❖ V poledne 3. prosince ukazovat venkovní teploměr pana Záruby + 9°C. V průběhu noci klesla tato teplota o 3°C. Následujícího dne bylo z teploměru pana Záruby zřejmé, že teplota vzduchu opět klesla, a to o 11 °C. V průběhu dne se teplota vzduchu zvýšila jen nepatrně, o 2 °C. Jakou teplotu vzduchu ukazoval teploměr pana Záruby po všech těchto změnách?

❖ Karel zjistil, že jeho tělesná výška je o 3 cm větší než průměrná výška žáka jeho třídy. Jirkovi do této průměrné výšky chybělo 6 cm. O kolik centimetrů byl Jirka menší než Karel?

❖ Určete teplotu tání cínu, která je o 348 °C vyšší než teplota tuhnutí lihu, která je -116°C.

❖ Teplota tání olova je 327 °C. vypočítejte teplotu tuhnutí rtuti, která je o 366°C nižší.

❖ Určete rozdíl nadmořských výšek vrcholu Sněžky (1 602 m n. m.) a hladiny Mrtvého moře (- 394 m n. m.).

❖ Na dole Petra Bezruče v Ostravě má dno 14. těžebního patra nadmořskou výšku -780 m n. m. Určete nadmořskou výšku paty těžební věže, víte-li, že rozdíl mezi její nadmořskou výškou a nadmořskou výškou dna uvedeného patra je 1028 metrů.

❖ U podlahy sklepa, která je 8 m pod úrovní chodníku, je vývod plynového potrubí. Od tohoto místa pokračuje toto potrubí svisle vzhůru až do výšky 23 m, kde se ve vodorovném směru rozvětvuje. V jaké vzdálenosti od úrovně chodníku se plynové potrubí větví.

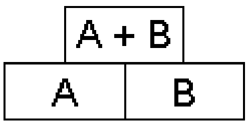
❖ Podle normy měl soustružník vyrobit denně 200 strojních součástek. V pěti po sobě následujících dnech vyrobil 205, 194, 200, 198 a 207 součástek. Pomocí celých čísel zapište odchylky denních výkonů soustružníka od stanovené normy.

Trejbal a kol. [6]

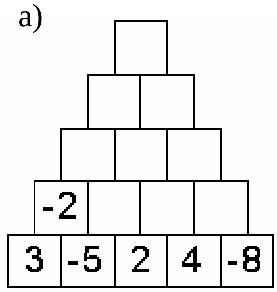
4.3 Sčítalkové trojúhelníky

❖ Každé číslo v trojúhelníku, kromě čísel posledního řádku, je součtem dvou čísel ležících bezprostředně pod ním.

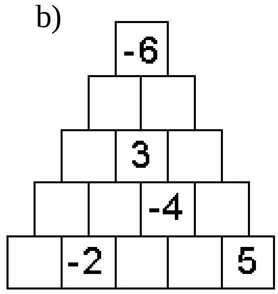
Doplňte podle klíče:



a)

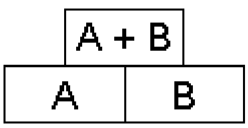


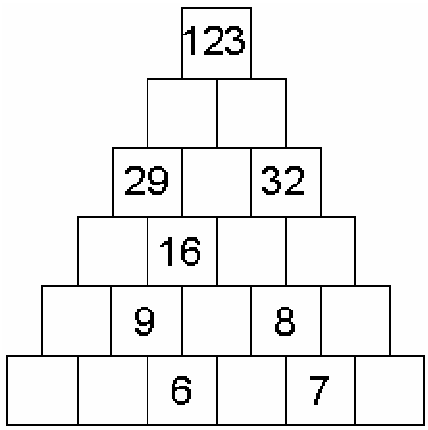
b)



❖ Na obrázku je číselná pyramida s prázdnými políčky. Doplňte volná políčka čísly tak, aby se součet dvou spodních sousedních čísel rovnal číslu nacházejícímu se bezprostředně nad těmito čísly ve vyšší řadě.

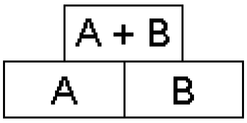
Klíč:

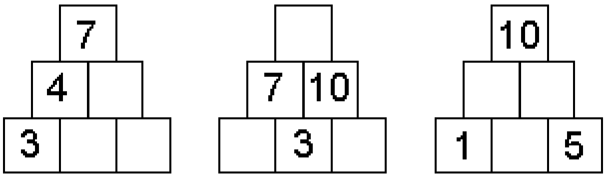




❖ V daném sčítalkovém trojúhelníku jsou známa pouze některá čísla. Najděte všechna další čísla příslušná k danému trojúhelníku.

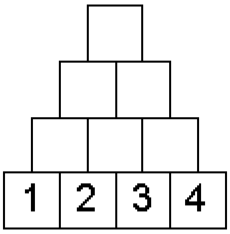
Klíč:

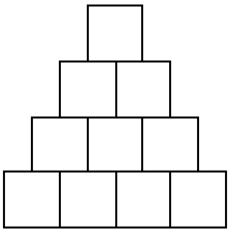


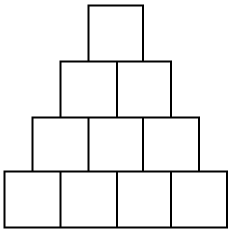


❖ Přeuspořádejte čísla 1, 2, 3, 4 v dolním řádku sčítalkového trojúhelníka tak, abyste v horním políčku dostali:

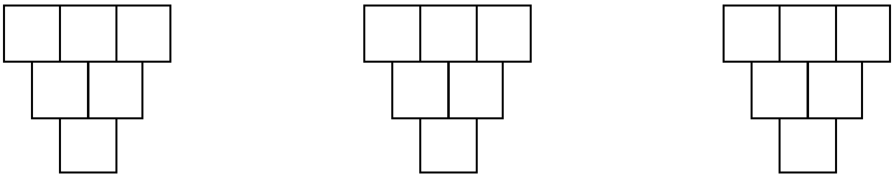
Vzor: a) nejmenší možné číslo: b) největší možné číslo:





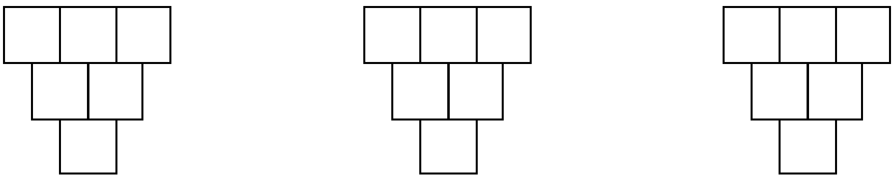


❖ Do první řádky trojúhelníku vlož čísla 2, 5, 6 v různém pořadí tak, aby při sčítání bylo na nejnižším řádku číslo:



co nejmenší co největší sudé

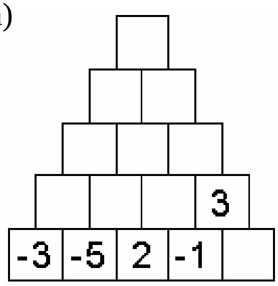
❖ Do první řádky trojúhelníku vlož čísla 3, 5, 7 v různém pořadí tak, aby při sčítání bylo na nejnižším řádku číslo:



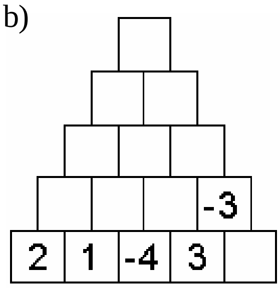
co nejmenší co největší liché

❖ V číselné pyramidě a) platí: Součet čísel ve dvou sousedních políčkách tabulky se rovná číslu, které je v políčku nad nimi. V číselné pyramidě b) platí: Součin čísel ve dvou sousedních políčkách tabulky se rovná číslu, které je v políčku nad nimi. Které číslo je třeba napsat do horního políčka tabulky a) a tabulky b)?

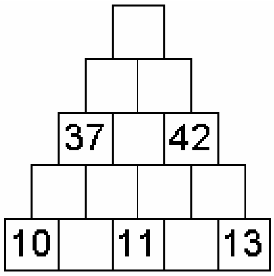
a)



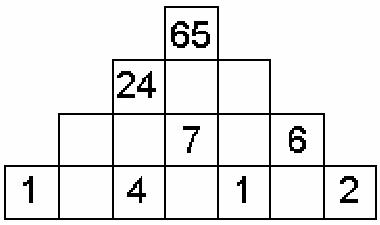
b)



❖ Do prázdných políček doplň čísla tak, aby každé číslo bylo součtem dvou čísel stojících pod ním.



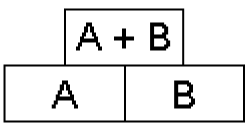
❖ Doplňte do pyramidy čísla tak, aby součet 3 čísel vedle sebe dal hodnotu čísla nad prostředním z nich.

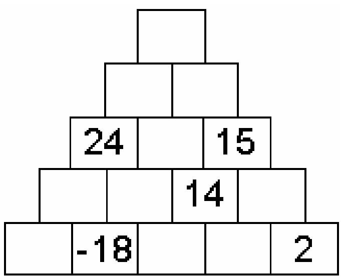


❖ Trpaslíkovi se z trojúhelníku zatoulaly číslice. Doplníš je správně podle klíče?

Doplň číslice: 45, 15, 26, 35, -1, 27, 11, 6, 11, -3

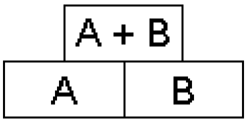
Klíč:

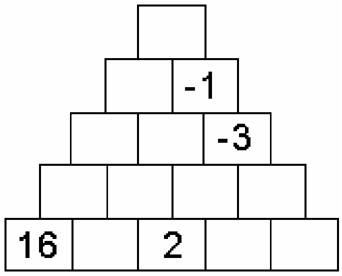




❖ Doplň čísla do sčítalkového trojúhelníku.

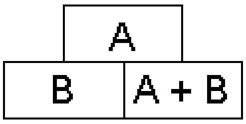
Klíč:

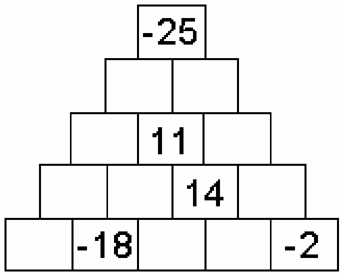




❖ Doplň čísla do sčítalkového trojúhelníku podle vzoru:

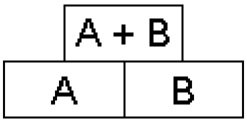
Vzor:

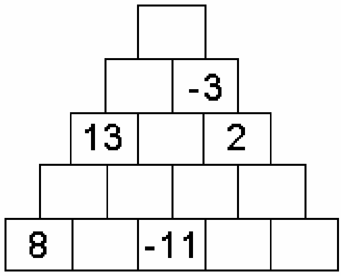




❖ Doplň čísla do sčítalkového trojúhelníku

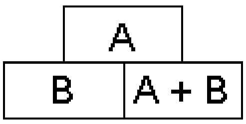
Klíč:

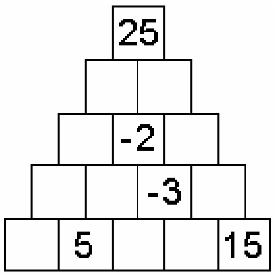




❖ Doplň čísla do sčítalkového trojúhelníku podle vzoru:

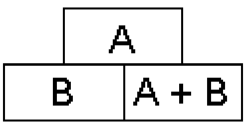
Vzor:

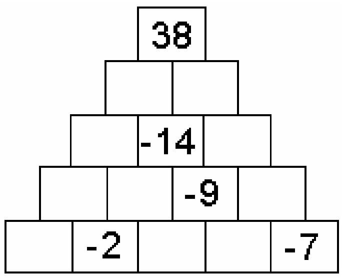




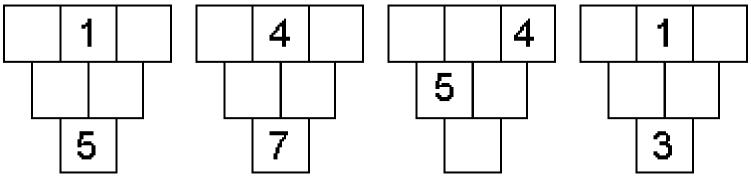
❖ Doplň čísla do sčítalkového trojúhelníku podle vzoru:

Vzor:



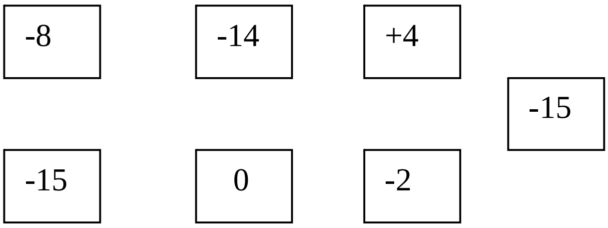


❖ Kolika způsoby lze trojúhelník doplnit?



4.4 Zábavné počítání s celými čísly

❖ Pomocí šipek vyznačte „cestu“ od nejmenšího čísla k největšímu.



Trejbal a kol. [6]

❖ Máme k dispozici tabulky A-E s těmito výroky:

A	Čísla jsou kladná.
B	Čísla jsou záporná.
C	Čísla jsou opačná.
D	Čísla jsou celá.
E	Čísla jsou přirozená.

K daným množinám čísel přiřaďte písmena A-E tak, aby výroky byly pravdivé.

a) K = { -3 ; +3 }

b) L = { 5 ; +8 ; 1 ; 19}

c) M = { 6 ; (-6); 0 }

d) N = { (-5) ; (-25); (-118); (-1) }

e) O = { 5; 25; 118; 1; 0 }

f) P = { 3; 8; 13; 1; 100 }

Zapletal a kol. [7]

❖ Přiřaďte slovní formulace **a** až **d** k zápisům **A, B:**

A) 3 +5 * 4 **B)** (3 + 5) * 4

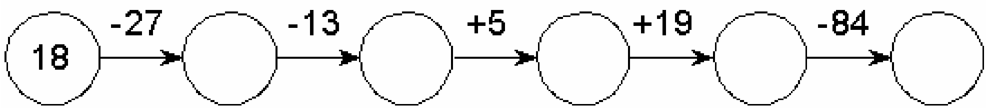
a) K číslu 3 přičteme součin čísel 5 a 4.

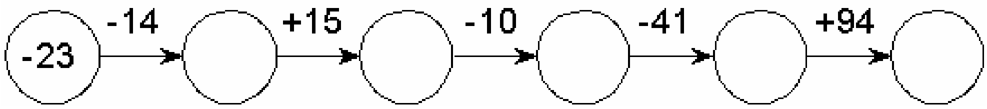
b) K číslu 3 přičteme číslo 5 a výsledný součet vynásobíme číslem 4.

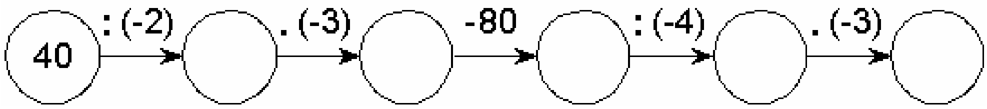
c) Součet čísel 3 a 5 vynásobíme číslem 4.

d) Číslo 3 zvětšíme o součin čísel 5 a 4.

❖ K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní výkony ve směru šipek?

a) 

b) 

c) 

Zapletal a kol. [7]

❖ Kolik osmiček je obsaženo ve všech celých číslech od 1 do 100?

❖ Místo ***p*** napište takové číslo, aby byla rovnost pravdivá:

a) – (- 52) = ***p***

b) – (+ 28) = ***p***

c) - [- (- 100)] = ***p***

d) - [- (+ 25)] = ***p***

❖ Pomocí čtyř číslic 3, znamének +, -, *, / a závorek sestavte čísla od 1 do 10

❖ Mezi čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 vložte znaménka +, -, *, / a závorky (čísla musí zůstat v uvedeném pořadí) tak, abyste získali hodnoty od 1 do 10.

❖ Číslo 1000 můžeme dostat z osmi osmiček pomocí znamének +, -, *, /
888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000
pokuste se vytvořit: a) 700 z osmi sedmiček
b) 500 z deseti čtyřek
c) 1000 z deseti devítek
d) 600 z deseti šestek
e) 200 z osmi dvojek

Jak jsou staří:

❖ Kdyby mně bylo osmkrát víc a ještě 12 let, bylo by mi 100 let. Kolik je mně let?

❖ Když mému otci bylo 31 let, bylo mně 8 let. Dnes je otec dvakrát starší než já. Kolik je mi let?

❖ Aby mi bylo 100 let, musel bych žít ještě pětkrát tak dlouho, jak jsem žil dosud, a ještě 10 let. Kolik je mi let?

❖ Otec se synem mají dohromady 80 let. Před 8 lety byl otec třikrát starší než syn. Kolik let je každému z nich?

❖ Otec měl pět synů v tomto stáří „ 12, 11, 8, 7 a 4 roky. Sám byl stár právě tolik let, kolik činilo stáří všech synů dohromady. Kdy bude stáří otcovo jen polovinou součtu let všech synů?

❖ Za deset let budu šestkrát starší, než jsem byl před deseti lety. Kolik mi je let?

❖ Myslím si číslo. Vydělím je pěti, od výsledku odečtu 30 a přičtu 20. Zůstane mi 50. Které číslo jsem si myslel?

❖ Od kterého čísla jsem odečetl pět, výsledek dělil třemi a vyšlo mi 25?

Vztahy mezi čísly:

❖ Které číslo je o tolik menší než 15, o kolik je jeho čtyřnásobek větší než 15? (Najdi číslo, které je o tolik menší než 100, o kolik je jeho devítinásobek větší než 100?)

❖ Trojnásobek čísla zvětšeného o tři a dvojnásobek téhož čísla zmenšeného o 1 jsou dohromady právě tak velké, jako trojnásobek téhož čísla zvětšeného o pět. Které je to číslo?

❖ Kupec z Bagdádu.
Žil v Bagdádu kupec, který poslal sluhu na tržiště nakoupit zásoby do kuchyně a něco prodat. Sluha objevil tři trhy. Na prvním zdvojnásobil své peníze a utratil třicet drachen. Na druhém zdvojnásobil své peníze a utratil 54 drachen. Na třetím zčtyřnásobil své peníze a utratil 72 drachen. Kolik měl na začátku, jestliže na konci měl 48 drachen.

Loukotka [8]

4.5 Absolutní hodnota celého čísla

Definice: Ke každému celému číslu můžeme přiřadit nezáporné celé číslo, které se nazývá absolutní hodnotou tohoto čísla.

$a \geq 0$ $|a| = a$
$a < 0$ $|a| = -a$

❖ Vypočtěte hodnotu výrazů: $|\,|a| - |b|\,|$; $-|a| - |b|$; $a * |-b|$, je-li

a) a = -7, b = -10 c) a = 2, b = -9

b) a = -5, b = 1 d) a = 2, b = 3

❖ Vypočtěte:

a) $-5 - |2| =$
b) $-3 - (-1)| =$
c) $|8 - 10| - |3 - 9| =$
d) $15 - |4 - 7| =$
e) $|-3 - (5 - 8)| =$
f) $|-(2 - 3) + 1| =$

❖ Určete, pro které hodnoty x nabývá výraz:

a) $|2x|$ hodnoty rovné šesti

b) $|x + 1|$ hodnoty rovné dvěma

c) $|2x - 1|$ hodnoty rovné třem

d) $|16 - 3x|$ hodnoty rovné jedné

e) $|x + 8|$ hodnoty rovné pěti

❖ Určete součet absolutních hodnot čísel;

Určete rozdíl absolutních hodnot čísel v daném pořadí;

Určete absolutní hodnotu součtu čísel;

Určete absolutní hodnotu rozdílu čísel:

a) 2, -3 b) –1, -5 c) –5, 3

❖ Danou množinu celých čísel znázorněte na číselné ose. Označte všechna navzájem opačná celá čísla:

a) A = { 3, -4, 10, -7, -3, 0, 4, 5, -6}

b) B = { -5, 1, 2, 0, -8, -2, 7, -10} Eberová [9]

4.6 Početní příklady s celými čísly

❖ Narýsujte vodorovnou číselnou osu a vyznačte na ní obrazy všech celých čísel ležících mezi obrazy čísel (-6) a (+5).

❖ Narýsujte svislou číselnou osu a vyznačte na ní obraz čísla, jehož vzdálenost od obrazů čísel (-7) a (+3) je stejná.

❖ Zapište pomocí celých čísel:

a) teplota 18°C nad nulou, 5 °C pod nulou, devítistupňový mráz,

b)zvýšení tělesné teploty Pavla o 2 °C, snížení jeho teploty o 1°C,

c) pokladník přidal do pokladny 2 500 Kč, vydal z pokladny 3825 Kč, žádné peníze do pokladny nepřidal ani z ní žádné nevydal,

d)úspory obyvatel u peněžního ústavu se za určité období zvýšily přibližně o 9 620 000 Kč, snížily o 1 205 000 Kč,

e) 11. června byla hladina Labe v určitém místě 15 cm nad normálem, 28. června byla 20 cm pod normálem, 3. července byla na normálu.

❖ Napište všechna kladná celá čísla, která jsou a) menší než (+9), b) menší než (+1), c)větší než (+3) a menší než (+7).

❖ Napište všechna záporná celá čísla, která jsou a) větší než (-6), b) větší než (-1), c)větší než (-14) a menší než (-8).

❖ Napište všechna celá čísla, která jsou: a) větší než (-9) a menší než 0,
b) větší než (-4) a menší než (+5).

❖ Napište všechna nezáporná celá čísla, která jsou menší než 6.

❖ Napište všechna nekladná čísla, která jsou větší než (-4).

❖ Uspořádejte vzestupně: a) -6, +4, -10 b) +5, -3, +12, 0, -16, -4

❖ Uspořádejte sestupně: a) -2, -8, -6 b) -7, +3, 11, -15, 8, 0

❖ Napište:

a) nejmenší jednociferné záporné celé číslo,

b) největší dvojciferné záporné celé číslo,

c) celé číslo, které není ani kladné, ani záporné,

d) nejmenší nezáporné celé číslo,

e) největší nekladné celé číslo,

f) nejmenší trojciferné kladné celé číslo,

g) největší trojciferné záporné celé číslo.

❖ Určete alespoň jedno celé číslo x, pro které platí:

a) $x > -3$ b) $-9 \leq x < 0$ c) $-7 < x < -2$

❖ Sečtěte:

a)	(+3) + (+7)=	(-8) + (–5)=	(-152) + (+ 63)=
b)	(-4) + (-2)=	(-9) + (+8)=	36 + (-24)=
c)	(-5) + (-2)=	(-10) + (+10)=	-92 + (+180)=

❖ Odečtěte:

a) (+7) – (+4)=	(-7) - (+7)=	90 – (-80)=
b) (-12) – (+10)=	(-18) – (-6)=	19 – (-13)=
c) (+14) – (-9)=	-32 – (+49)=	156 – (+81)=

❖ Od čísla 0 odečtěte čtyřnásobek čísla (-12).

Od čísla (-24) odečtěte rozdíl čísel 14 a (-15).

Součet čísel (-25) a (-5) vynásobte rozdílem čísel (-7) a (-6).

Rozdíl čísel 3 a (-6) zmenšete o součet čísel (-4) a 8.

K součtu čísel (-30) a (+6) přičtěte podíl čísel (-20) a 4.

Od podílu čísel (-40) a (-8) odečtěte součin čísel (-20) a (-3).

Trejbal a kol. [6]

❖ Uspořádejte čísla od nejmenšího k největšímu a znázorněte je na číselné ose:
(-3), (+5), 0, (-8), (-12), (+10)

0

❖ Z dané množiny čísel **A** = {+13, -20, -11, +58, -44, -72, +52, +36} vypište podmnožinu $\mathbf{A_1}$ všech čísel kladných a podmnožinu $\mathbf{A_2}$ všech čísel záporných.

❖ K daným číslům napište čísla opačná:
+15, -26, -21, +98, +52, -24, +19, +48, -29

❖ Vypočtěte co nejsnadněji:

a) 24 + 8 * 12 =	c)8 * 5 + 7 * 5 =	e) 9 * 6 + 4 * 6 =	g) (8 – 7) * 5 =
b) 9 * 6 + 46 =	d) (8 + 7) * 5 =	f) 9 * 6 – 4 * 6 =	h) 4 * (15 – 9) =

❖ Určete číslo o jednu věší (menší), než je číslo (-7), (-128), (-1), 0, +1, +15.

❖ Vydělte a odůvodněte výsledek:
a) 32 : (-8) =
b) (-42) : (-7) =
c) (-72) : 9 =

❖ Nejdříve rozhodněte o znaménku výsledného čísla a pak vynásobte:
a) 4 * (-7) * (-3) * 9 (- 1) =
b) 13 * (-6) * (-15) * (-1) * 100 =
c) 23 * (-62) * (- 5) * (-1) =
d) (-14) * (-12) * (-25) * 0 * (- 250) =

Zapletal a kol. [7]

5. Závěr

Cílem této diplomové práce bylo připravit ucelený studijní materiál týkající se celých čísel pro potřeby posluchačů učitelství 1. stupně ZŠ. Zjistit, jaké zastoupení mají celá čísla ve výuce matematiky na prvním stupni základní školy a jak se s celými čísly pracuje. Získat informace jaké vědomosti o celých číslech mají budoucí učitelé studující na pedagogické fakultě. Dále jsem chtěla zjistit, zda děti mohou počítání s celými čísly pochopit a zda se s nimi setkávají, i když třeba nevědí, že se těmto číslům říká čísla celá.

Celá čísla se sice jako celek v matematice na 1. stupni základní školy neprobírají, ale učitelé se s nimi setkávají především v jiných předmětech (viz str.:27 - 31). Je proto důležité, aby učitelé o těchto číslech byli dostatečně poučeni již v průběhu studia na pedagogických fakultách. Výzkum na Pedagogické fakultě v Českých Budějovicích (viz. str.32 - 34), který jsem provedla, ukazuje na to, že studenti znají formální pravidla pro práci s celými čísly, ale někdy je neumí dostatečně využít v praxi. Zarážející je, že existují i studenti, kteří nezvládají matematické postupy jako takové. Na druhou stranu, někteří studenti byli schopni pracovat s celými čísly bezchybně a s porozuměním.

Děti se ve škole v hodinách matematiky na 1. stupni setkávají spíše s kladnými celými čísly, ale ve svém okolí se mohou setkat i se zápornými celými čísly (měření záporné teploty, hloubka moře…). Podle mého mínění jsou děti na konci prvního stupně schopné pochopit podstatu celých čísel a naučit se s nimi počítat. Jsou mentálně vyzrálé, aby pochopily i práci se zápornými čísly. K tomuto názoru mě vede rozbor dotazníkového výzkumu v pátém ročníku základní školy (viz.: str.40 - 46), kde některé děti i přes to, že se v rámci výuky s celými čísly nesetkaly, jsou schopné s nimi pracovat. Informace o práci se zápornými čísly získaly z jiných zdrojů a dokáží je používat. Jsem si vědoma toho, že tento výzkum nebyl prováděn na velkém množství žáků, a proto jej nelze příliš zobecňovat, ale i tak se domnívám, že i na tomto malém vzorku je jasně vidět, že některé děti jsou schopné pochopit podstatu celých čísel již na prvním stupni základní školy. I když se většinou v rámci normální výuky neprobírají, je vhodné zařadit problematiku celých čísel alespoň do zájmové matematiky, matematických kroužků nebo pro individuální studijní program nadaných dětí.

V rámci této práce jsem dále připravila sbírku úloh s tématem celá čísla. Domnívám se, že si na těchto příkladech mohou studenti i učitelé ověřovat své znalosti a dovednosti s celými čísly. Zároveň může být učiteli tato sbírka námětem, jak jinak se dá s celými čísly pracovat.

6. Seznam použité literatury

[1] Drábek, J.: *Základy elementární aritmetiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*, Praha: SPN, 1985.

[2] Bělík, M.: *Celá a racionální čísla ve studiu učitelství prvního stupně základní školy*, Ústí nad Labem: Univerzita J.E. Purkyně, 2000.

[3] Kuřina, Fr., Půlpán, Z.: *Podivuhodný svět elementární matematiky*: *Elementární matematika čtená podruhé*, Praha: ACADEMIA, 2006.

[4] Hejný, M., Novotná, J., Stehlíková, N.: *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky,* 2. díl, Praha: Pedagogická fakulta UK, 2004.

[5] Melichar, J., a kol.: *Matematika v přípravě učitelů elementární školy,* Ústí nad Labem: Univerzita J.E.Purkyně, 2000.

[6] Trejbal, J., Kučinová, E. a Veselý, M., aj.: *Sbírka úloh z matematiky I pro 6. a 7. ročník základní školy*, Praha: SPN, 1999.

[7] Zapletal, Fr., Bobek, J. a Urbanová, J.: *Matematika pro 6. ročník ZŠ*, I.díl Aritmetika, Praha: SPN, 1981.

[8] Loukotka, J.: *Veselá matematika aneb kouzla, hříčky, hádanky, rébusy, hlavolamy*, Olomouc: VOTOBIA, 1998.

[9] Eberová, J., Novák, B., Stopenová, A.: *Cvičebnice matematiky pro studenty učitelství 1. stupně ZŠ a SŠ*, Univerzita Palackého v Olomouci: Pedagogická fakulta, 2000.

7. Přílohy:

7.1 Ukázky vyplněných dotazníků od učitelů 1. stupně ZŠ

Příloha:1.

1) Měla jste potřebu v průběhu výuky seznámit děti s celými čísly?

ANO NE POUZE **OKRAJOVĚ**

V jakém předmětu?

a) v matematice **Ano**
b) přírodověda **Ano**
c) v jiném předmětu- . Prvouka, vlastivěda..

2) Do výuky matematiky na 1.stupni ZŠ zařazujete celá čísla v ročníku:

	1.pololetí	2.pololetí	měsíc
2. ročník	--------------	----------	
3. ročník	--------------	----------	
4. ročník	--------------	----------	
5. ročník	--------------	----------	
Nezařazuji			

3) Do výuky přírodovědy na 1. stupni ZŠ zařazujete celá čísla v ročníku:

	1. pololetí	2. pololetí	téma: teplota, nadmořská výška...
2. ročník	--------------	-------------	
3. ročník	ano	ano	Měření teploty
4. ročník	ano	ano	nadmořská výška, měření teploty
5. ročník	ano	ano	nadmořská výška, měření teploty
Nezařazuji			

4) Myslíte, že by tuto látku děti zvládly ve větším rozsahu než se učí?

ANO NE

Jestliže ano- kdy byste ji zařadil/a? V jakém rozsahu?

	ročník	rozsah, způsob, téma, jiné...
1.ročník		
2. ročník		
3. ročník	ano	Prvouka – měření teploty
4. ročník	ano	Matematika – zajímavé úlohy, VL – nadm.výška
5. ročník	ano	totéž

5) Mělo by podle Vašeho názoru význam jejich zařazení dříve (v normální výuce, v zájmové matematice, v matematických soutěžích)?

Jen okrajově

7) Jaký je, podle Vás, největší problém v představě záporného čísla pro děti?

Nemohou pracovat s konkrétními věcmi

Příloha:2.

1) Měla jste potřebu v průběhu výuky seznámit děti s celými čísly?

ANO NE <u>POUZE OKRAJOVĚ</u>

V jakém předmětu?

a) v matematice
b) přírodověda
c) v jiném předmětu- ....

2) Do výuky matematiky na 1.stupni ZŠ zařazujete celá čísla v ročníku:<u>nezařazujeme</u>

	1.pololetí	2.pololetí	měsíc
2. ročník			
3. ročník			
4. ročník			
5. ročník			
Nezařazuji			

3) Do výuky přírodovědy na 1. stupni ZŠ zařazujete celá čísla v ročníku:

	1. pololetí	2. pololetí	téma: teplota, nadmořská výška...
2. ročník			
3. ročník			
4. ročník		zařazujeme	teplota
5. ročník			
Nezařazuji			

4) Myslíte, že by tuto látku děti zvládly ve větším rozsahu než se učí?

ANO **<u>NE</u>**

Jestliže ano- kdy byste ji zařadil/a? V jakém rozsahu?

	ročník	rozsah, způsob, téma, jiné...
1.ročník		
2. ročník		
3. ročník		
4. ročník		
5. ročník		

5) Mělo by podle Vašeho názoru význam jejich zařazení dříve (v normální výuce, v zájmové matematice, v matematických soutěžích)?

Rozhodně ne.

7) Jaký je, podle Vás, největší problém v představě záporného čísla pro děti?

Je to pro ně moc abstraktní.

Příloha: 3.

1) Měla jste potřebu v průběhu výuky seznámit děti s celými čísly?

ANO

V jakém předmětu?

a) **v matematice**
b) **přírodověda**
c) v jiném předmětu- **...prvouka, vlastivěda...**

2) Do výuky matematiky na 1.stupni ZŠ zařazujete celá čísla v ročníku:

	1.pololetí	2.pololetí	měsíc
2. ročník	ano	ano	
3. ročník	ano	ano	
4. ročník	ano	ano	
5. ročník	ano	ano	
Nezařazuji			

3) Do výuky přírodovědy na 1. stupni ZŠ zařazujete celá čísla v ročníku:

	1. pololetí	2. pololetí	téma: teplota, nadmořská výška...
2. ročník			
3. ročník			
4. ročník	ano	ano	
5. ročník	ano	ano	
Nezařazuji			

4) Myslíte, že by tuto látku děti zvládly ve větším rozsahu než se učí?

ANO NE

Jestliže ano- kdy byste ji zařadil/a? V jakém rozsahu?

	ročník	rozsah, způsob, téma, jiné...
1.ročník	ano	Teplota v zimě
2. ročník	ano	
3. ročník	ano	
4. ročník	ano	Nadmořská výška, teplota
5. ročník	ano	Nadmořská výška

5) Mělo by podle Vašeho názoru význam jejich zařazení dříve (v normální výuce, v zájmové matematice, v matematických soutěžích)?

V matematických soutěžích

7) Jaký je, podle Vás, největší problém v představě záporného čísla pro děti?

Příloha: 4.

1) Měla jste potřebu v průběhu výuky seznámit děti s celými čísly?

ANO NE POUZE OKRAJOVĚ

V jakém předmětu?

a) v matematice ano
b) přírodověda ano
c) v jiném předmětu- ..vlastivěda..

2) Do výuky matematiky na 1.stupni ZŠ zařazujete celá čísla v ročníku:

	1.pololetí	2.pololetí	měsíc
2. ročník	ne	ne	
3. ročník	ne	ne	
4. ročník	ne	ne	
5. ročník	ne	ne	
Nezařazuji			

3) Do výuky přírodovědy na 1. stupni ZŠ zařazujete celá čísla v ročníku:

	1. pololetí	2. pololetí	téma: teplota, nadmořská výška...
2. ročník	ano	ano	Teplota
3. ročník	ano	ano	Teplota
4. ročník	ano	ano	Teplota,nadmořská výška
5. ročník	ano	ano	Teplota, nadmořská výška
Nezařazuji			

4) Myslíte, že by tuto látku děti zvládly ve větším rozsahu než se učí?

ANO NE

Jestliže ano- kdy byste ji zařadil/a? V jakém rozsahu?

	ročník	rozsah, způsob, téma, jiné...
1.ročník	Ne	
2. ročník	Ne	
3. ročník	Ne	
4. ročník	Ne	
5. ročník	Ne	

5) Mělo by podle Vašeho názoru význam jejich zařazení dříve (v normální výuce, v zájmové matematice, v matematických soutěžích)?

ne

7) Jaký je, podle Vás, největší problém v představě záporného čísla pro děti?

věk

7.2 Ukázka vyplněných testů od studentů vysoké školy

- Ukázka bezchybného vyplnění testu

Příloha: 5.

Vypočítejte samostatně:

1) Napište:

a) nejmenší jednociferné záporné celé číslo……… -9

b) největší dvojciferné záporné celé číslo……… -10

c) celé číslo, které není ani kladné, ani záporné……… 0

d) nejmenší nezáporné celé číslo……… 0

e) největší nekladné celé číslo……… 0 — 0 ok.

f) nejmenší trojciferné kladné celé číslo……… 100

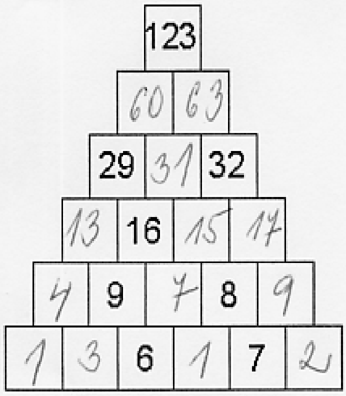
g) největší trojciferné záporné celé číslo……… -100

2) Čísla v jednotlivých políčkách levého sloupce tabulky jsou dělenci, čísla v jednotlivých políčkách horního řádku tabulky jsou dělitelé a čísla ve zbývajících políčkách tabulky jsou podíly. Doplňte chybějící dělence, dělitele a podíly.

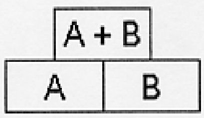
:	-2	4	5	-12	15	-30
60	-30	15	12	-5	4	-2
120	-60	30	24	-10	8	-4
-180	90	-45	-36	15	-12	6

1

3) Na obrázku je číselná pyramida s prázdnými políčky. Doplňte volná políčka čísly tak, aby se součet dvou spodních sousedních čísel rovnal číslu nacházejícímu se bezprostředně nad těmito čísly ve vyšší řadě.



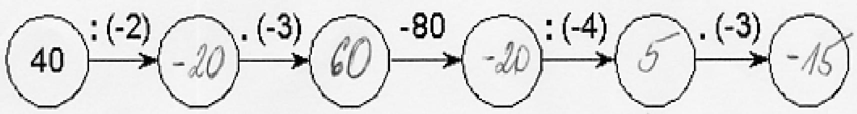
Klíč:



1

4) K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní výkony ve směru šipek?

c)



1

➢ Ukázka testu, kde žák některé úlohy nezačal řešit (2., 4.) a některé vyřešil chybně (1.). Tento žák vyřešil bezchybně úlohu 3.

Příloha: 6.

Vypočítejte samostatně:

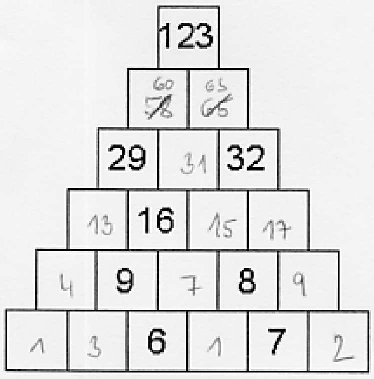
1) Napište:

a) nejmenší jednociferné záporné celé číslo……-1……………………
b) největší dvojciferné záporné celé číslo…………-99………………
c) celé číslo, které není ani kladné, ani záporné……0……………………
d) nejmenší nezáporné celé číslo……0……………………………………
e) největší nekladné celé číslo………-1……………………………………
f) nejmenší trojciferné kladné celé číslo….100……………………………
g) největší trojciferné záporné celé číslo…-999……………………………

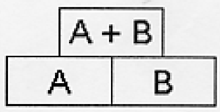
2) Čísla v jednotlivých políčkách levého sloupce tabulky jsou dělenci, čísla v jednotlivých políčkách horního řádku tabulky jsou dělitelé a čísla ve zbývajících políčkách tabulky jsou podíly. Doplňte chybějící dělence, dělitele a podíly.

:	-2	4		-12	15	-30
60						
120						
			-36	15		

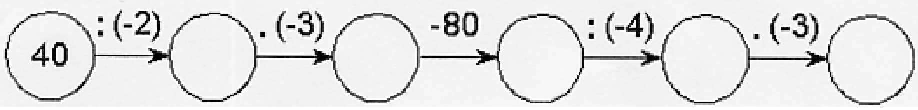
3) Na obrázku je číselná pyramida s prázdnými políčky. Doplňte volná políčka čísly tak, aby se součet dvou spodních sousedních čísel rovnal číslu nacházejícímu se bezprostředně nad těmito čísly ve vyšší řadě.



Klíč:



4) K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní výkony ve směru šipek?

c) 

➢ Ukázka testu, kde žák některé úlohy nezačal řešit (2., 3.) a některé vyřešil chybně (1.). Tento žák vyřešil bezchybně úlohu 4.

Příloha: 7.

Vypočítejte samostatně:

1) Napište:

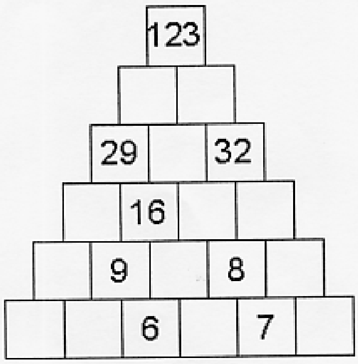
a) nejmenší jednociferné záporné celé číslo.......-1.......
b) největší dvojciferné záporné celé číslo.......-11.......
c) celé číslo, které není ani kladné, ani záporné.......0.......
d) nejmenší nezáporné celé číslo.......1.......
e) největší nekladné celé číslo.......................
f) nejmenší trojciferné kladné celé číslo.......999.......
g) největší trojciferné záporné celé číslo.......-999.......

6 b.

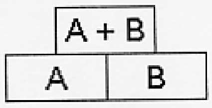
2) Čísla v jednotlivých políčkách levého sloupce tabulky jsou dělenci, čísla v jednotlivých políčkách horního řádku tabulky jsou dělitelé a čísla ve zbývajících políčkách tabulky jsou podíly. Doplňte chybějící dělence, dělitele a podíly.

:	-2	4		-12	15	-30
60						
120						
			-36	15		

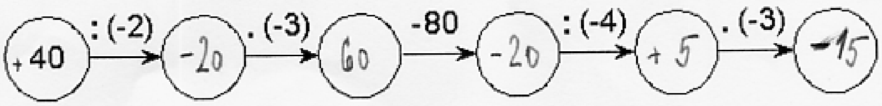
3) Na obrázku je číselná pyramida s prázdnými políčky. Doplňte volná políčka čísly tak, aby se součet dvou spodních sousedních čísel rovnal číslu nacházejícímu se bezprostředně nad těmito čísly ve vyšší řadě.



Klíč:



4) K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní výkony ve směru šipek?

c) 

1

7.3 Ukázka vyplněných testů od žáků 5. ročníků ZŠ

- Ukázky správně vyplněných testů:

Příloha: 8.

1. Určete všechny údaje, které v tabulce chybí.

a	+2	0	-1	+5	+7
b	+1	+3	+4	-10	-6
a + b	+3	+3	+3	-5	+1
a + (-b)	+1	-3	-5	+15	+13
b- (+a)	-1	+3	+5	-15	-13

2. Každé číslo v trojúhelníku, kromě čísel posledního řádku, je součtem dvou čísel ležících bezprostředně pod ním.
Doplňte podle klíče daný trojúhelník:

A + B	
A	B

3
-2 5
-5 3 2
-2 -3 6 -4
3 -5 2 4 -8

3. K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní výkony ve směru šipek?

a) $18 \xrightarrow{-27} -9 \xrightarrow{-13} -22 \xrightarrow{+5} -17 \xrightarrow{+19} 2 \xrightarrow{-84} -82$

4. Nejvyšší hora světa Mount Everest měří 8847 m. Největší hloubka moře byla naměřena u Filipin 10 899 m. Vypočítejte výškový rozdíl.

8847
10899
19746

Výškový rozdíl je 19746 m.

5. V poledne 3. prosince ukazovat venkovní teploměr pana Záruby +9°C. V průběhu noci klesla tato teplota o 3°C. Následujícího dne bylo z teploměru pana Záruby zřejmé, že teplota vzduchu opět klesla, a to o 11 °C. V průběhu dne se teplota vzduchu zvýšila jen nepatrně, o 2 °C. Jakou teplotu vzduchu ukazoval teploměr pana Záruby po všech těchto změnách? Teploměr pana Záruby ukazoval po všech těchto změnách -3°C.

6. Teplota tání olova je 327 °C. Vypočítejte teplotu tuhnutí rtuti, která je o 366°C nižší.

327
-366
-39

Teplota tuhnutí rtuti je -39°C.

7. Vyznačte na číselné ose obraz čísla, jehož vzdálenost od obrazů čísel (-7) a (+3) je stejná.

-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 +1 +2 +3

8. Uspořádejte čísla od nejmenšího k největšímu a znázorněte je na číselné ose:
(-3), (+5), 0, (-8), (-12), (+10)

-12 -8 -3 0 +5 +10

Příloha: 9.

1. Určete všechny údaje, které v tabulce chybí.

a	+2	0	-1	+5	+7
b	+1	+3	+4	-10	-6
a + b	3	3	3	− 5	1
a + (-b)	1	−3	-5	−15	−13
b- (+a)	−1	3	5	−15	−13

2. Každé číslo v trojúhelníku, kromě čísel posledního řádku, je součtem dvou čísel ležících bezprostředně pod ním.
Doplňte podle klíče daný trojúhelník:

A + B	
A	B

3				
-2	5			
-5	3	2		
-2	-3	6	-4	
3	-5	2	4	-8

3. K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní výkony ve směru šipek?

a) $18 \xrightarrow{-27} -9 \xrightarrow{-13} -22 \xrightarrow{+5} -17 \xrightarrow{+19} 2 \xrightarrow{-84} -82$

8847
10899
~~20 52~~
19746

4. Nejvyšší hora světa Mount Everest měří 8847 m. Největší hloubka moře byla naměřena u Filipin 10 899 m. Vypočítejte výškový rozdíl.

Výškový rozdíl je 19746 m.

5. V poledne 3. prosince ukazovat venkovní teploměr pana Záruby +9°C. V průběhu noci klesla tato teplota o 3°C. Následujícího dne bylo z teploměru pana Záruby zřejmé, že teplota vzduchu opět klesla, a to o 11 °C. V průběhu dne se teplota vzduchu zvýšila jen nepatrně, o 2 °C. Jakou teplotu vzduchu ukazoval teploměr pana Záruby po všech těchto změnách?

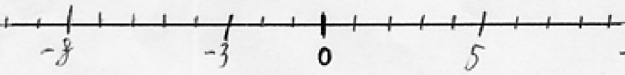
$9 \xrightarrow{-3°C} 6 \xrightarrow{-11°C} -5 \xrightarrow{+2°C} -3$ Po všech změnách ukazoval -3 °C.

6. Teplota tání olova je 327 °C. Vypočítejte teplotu tuhnutí rtuti, která je o 366°C nižší.

327
− 366
= 39

Teplota tuhnutí rtuti je −39 °C.

7. Vyznačte na číselné ose obraz čísla, jehož vzdálenost od obrazů čísel (-7) a (+3) je stejná.



8. Uspořádejte čísla od nejmenšího k největšímu a znázorněte je na číselné ose:
(-3), (+5), 0, (-8), (-12), (+10)

−12, −8, −3, 0, 5, 10

➢ Ukázky testů s velkým počtem chyb při vyplňování. Některé otázky žáci vůbec řešit nezačali.

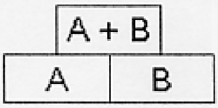
Příloha: 10.

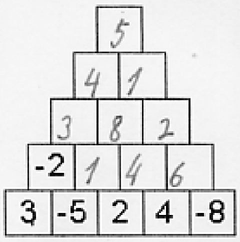
1. Určete všechny údaje, které v tabulce chybí.

a	+2	0	-1	+5	+7
b	+1	+3	+4	-10	-6
a + b	3	3	5	15	13
a + (-b)	2	3	-5	5	7
b- (+a)	1	0	4	5	8

3
4
5

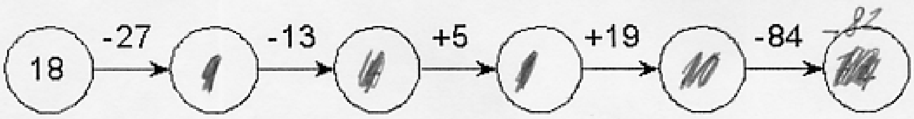
2. Každé číslo v trojúhelníku, kromě čísel posledního řádku, je součtem dvou čísel ležících bezprostředně pod ním.
Doplňte podle klíče daný trojúhelník:





8

3. K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní výkony ve směru šipek?

a)


4. Nejvyšší hora světa Mount Everest měří 8847 m. Největší hloubka moře byla naměřena u Filipín 10 899 m. Vypočítejte výškový rozdíl.

10 899
− 8847
2052

—

5. V poledne 3. prosince ukazovat venkovní teploměr pana Záruby +9°C. V průběhu noci klesla tato teplota o 3°C. Následujícího dne bylo z teploměru pana Záruby zřejmé, že teplota vzduchu opět klesla, a to o 11 °C. V průběhu dne se teplota vzduchu zvýšila jen nepatrně, o 2 °C. Jakou teplotu vzduchu ukazoval teploměr pana Záruby po všech těchto změnách?

9
3
11
2
25°C

—

6. Teplota tání olova je 327 °C. Vypočítejte teplotu tuhnutí rtuti, která je o 366°C nižší.

366
−327
39

—

7. Vyznačte na číselné ose obraz čísla, jehož vzdálenost od obrazů čísel (-7) a (+3) je stejná.

0

—

8. Uspořádejte čísla od nejmenšího k největšímu a znázorněte je na číselné ose:
(-3), (+5), 0, (-8), (-12), (+10)

0

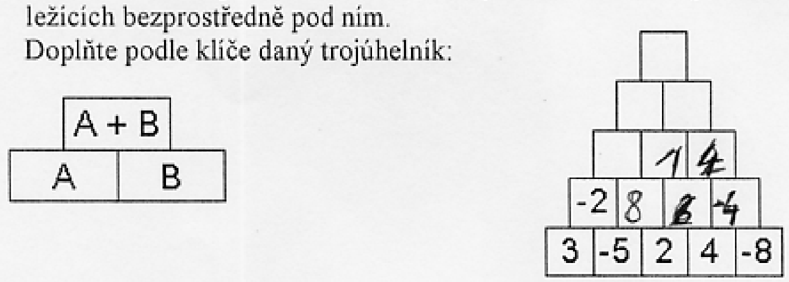
—

Příloha: 11.

1. Určete všechny údaje, které v tabulce chybí.

a	+2	0	-1	+5	+7
b	+1	+3	+4	-10	-6
a + b	[illegible]				
a + (-b)			-5		
b- (+a)					

2. Každé číslo v trojúhelníku, kromě čísel posledního řádku, je součtem dvou čísel ležících bezprostředně pod ním.
Doplňte podle klíče daný trojúhelník:



3. K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní výkony ve směru šipek?

a) $18 \xrightarrow{-27} 9 \xrightarrow{-13} 4 \xrightarrow{+5} 28 \xrightarrow{+19} 37 \xrightarrow{-84} 47$ 5

4. Nejvyšší hora světa Mount Everest měří 8847 m. Největší hloubka moře byla naměřena u Filipin 10 899 m. Vypočítejte výškový rozdíl.

$$\begin{array}{r} 10\,899 \\ -\ 8\,847 \\ \hline 2\,052 \end{array}$$

Filipiny jsou o 2052 m větší.

5. V poledne 3. prosince ukazovat venkovní teploměr pana Záruby +9°C. V průběhu noci klesla tato teplota o 3°C. Následujícího dne bylo z teploměru pana Záruby zřejmé, že teplota vzduchu opět klesla, a to o 11 °C. V průběhu dne se teplota vzduchu zvýšila jen nepatrně, o 2 °C. Jakou teplotu vzduchu ukazoval teploměr pana Záruby po všech těchto změnách? 9 - 3 = 6 · 2 = 12 - 11 = 1 + 2 = 3

Teploměr pana Záruby ukazoval +3 °C.

6. Teplota tání olova je 327 °C. Vypočítejte teplotu tuhnutí rtuti, která je o 366°C nižší.

$$\begin{array}{r} 366 \\ -\ 327 \\ \hline 39 \end{array}$$

(~~[illegible]~~) Teplota tuhnutí rtuti je o 39 stupňů menší

7. Vyznačte na číselné ose obraz čísla, jehož vzdálenost od obrazů čísel (-7) a (+3) je stejná.

0

8. Uspořádejte čísla od nejmenšího k největšímu a znázorněte je na číselné ose:
(-3), (+5), 0, (-8), (-12), (+10)

0

➢ Ukázka zajímavých způsobů řešení žáků 5. ročníků.

Příloha: 12.

1. Určete všechny údaje, které v tabulce chybí.

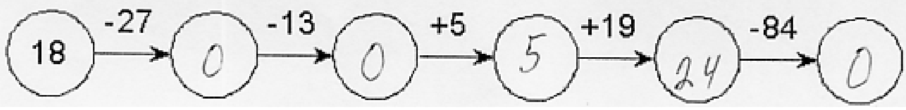
a	+2	0	-1	+5	+7
b	+1	+3	+4	-10	-6
a + b	2+1	0+3	1+4	5+10	7+6
a + (-b)	2+(-1)	0+(-3)	1 -5	5+(-10)	7+(-6)
b- (+a)	1-(+2)	3-(+0)	4-(+1)	10-(+5)	6-(+7)

Příloha: 13.

Místo minusových hodnot všude píše nulu. Nic není menší než 0.

3. K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní výkony ve směru šipek?

a)

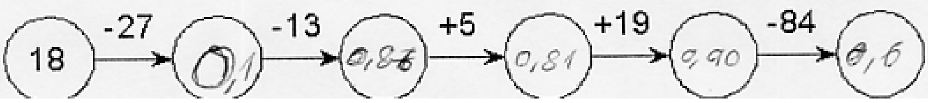


Příloha: 14.

Žáci ve škole právě probírali desetinná čísla a proto se objevila i zde.

3. K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní výkony ve směru šipek?

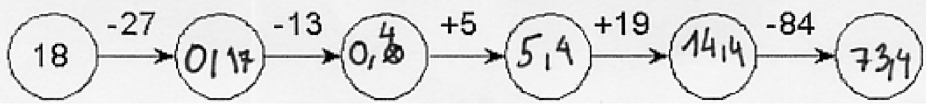
a)



Příloha: 15.

3. K jakým výsledkům dospějete, provedete-li všechny početní výkony ve směru šipek?

a)



Příloha: 16.

5. V poledne 3. prosince ukazovat venkovní teploměr pana Záruby +9°C. V průběhu noci klesla tato teplota o 3°C. Následujícího dne bylo z teploměru pana Záruby zřejmé, že teplota vzduchu opět klesla, a to o 11 °C. V průběhu dne se teplota vzduchu zvýšila jen nepatrně, o 2 °C. Jakou teplotu vzduchu ukazoval teploměr pana Záruby po všech těchto změnách?

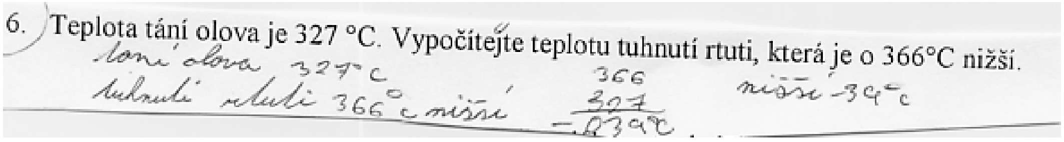
+9°C − 3°C = 6°C

6°C − 11°C = −5°C

−5°C + 2°C = −3°C

Po všech těchto změnách ukazoval -3°C.

Příloha: 17.


6. Teplota tání olova je 327 °C. Vypočítejte teplotu tuhnutí rtuti, která je o 366°C nižší.

tání olova 327°C

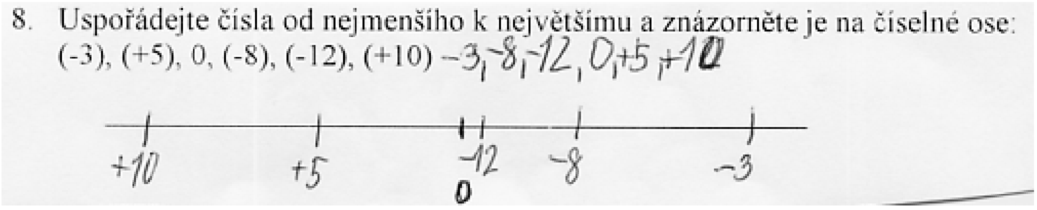
tuhnutí rtuti 366°C nižší

366
327
-039°C

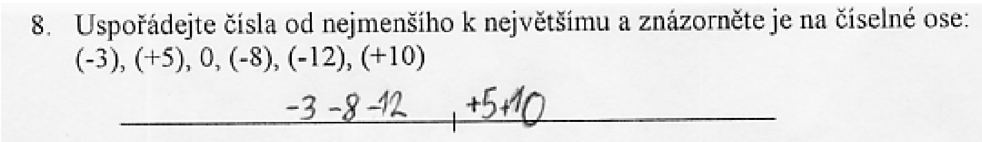
nižší -39°C

Příloha: 18.

Žák ví, jak jdou čísla od nejmenšího k největšímu, ale nedokáže je správně umístit na číselné ose.

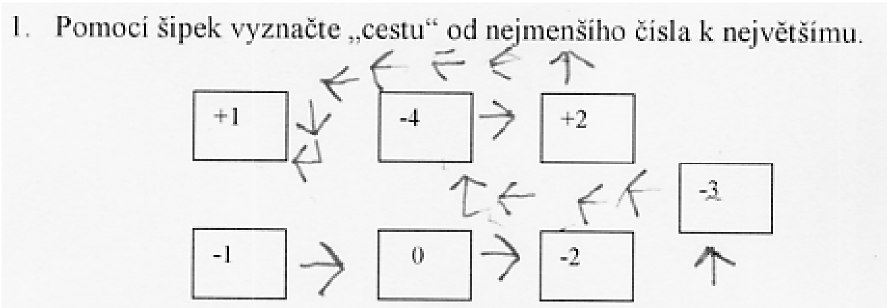

8. Uspořádejte čísla od nejmenšího k největšímu a znázorněte je na číselné ose:
(-3), (+5), 0, (-8), (-12), (+10) -3, -8, -12, 0, +5, +10

Příloha. 19.

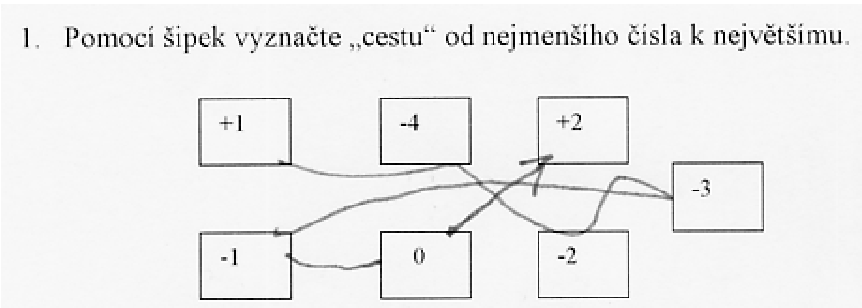

8. Uspořádejte čísla od nejmenšího k největšímu a znázorněte je na číselné ose:
(-3), (+5), 0, (-8), (-12), (+10)

7.4 Ukázka vyplněných testů od žáků 1. ročníku ZŠ

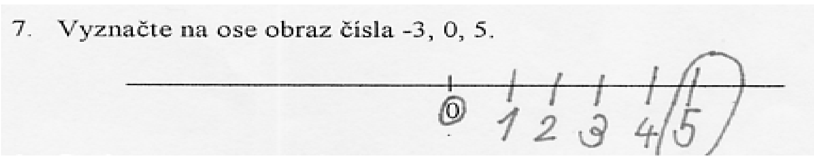
Příloha: 20.


1. Pomocí šipek vyznačte „cestu“ od nejmenšího čísla k největšímu.

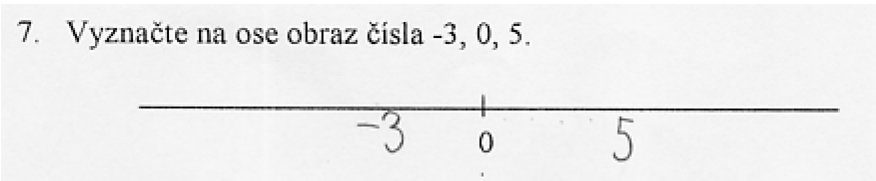
Příloha: 21.


1. Pomocí šipek vyznačte „cestu“ od nejmenšího čísla k největšímu.

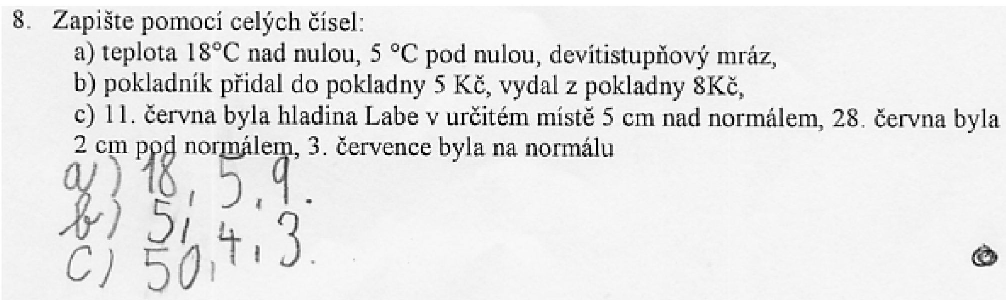
Příloha: 22.


7. Vyznačte na ose obraz čísla -3, 0, 5.

Příloha: 23.


7. Vyznačte na ose obraz čísla -3, 0, 5.

Příloha: 24.


8. Zapište pomocí celých čísel:

a) teplota 18°C nad nulou, 5 °C pod nulou, devítistupňový mráz,

b) pokladník přidal do pokladny 5 Kč, vydal z pokladny 8Kč,

c) 11. června byla hladina Labe v určitém místě 5 cm nad normálem, 28. června byla 2 cm pod normálem, 3. července byla na normálu

a) 18, 5, 9.

b) 5, 4, 3.

c) 50, 4, 3.