Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta

PRAVDĚPODOBNOST PRO STUDENTY UČITELSTVÍ 1. STUPNĚ ZŠ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Martina Peterková

České Budějovice, duben 2008

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracovala samostatně a použitou literaturu jsem citovala.

V Českých Budějovicích . . . . .2008 vlastnoruční podpis

Anotace

Název: Pravděpodobnost pro studenty učitelství 1. stupně ZŠ

Vypracovala: Martina Peterková

Vedoucí práce: RNDr. Tomáš Mrkvička, Ph.D.

Tato diplomová práce je věnována pravděpodobnosti .
V teoretické části popisuji, kde všude se v běžném životě s pravděpodobností může obyčejný člověk setkat, líčím historii pravděpodobnosti společně s osobnostmi, které se zasloužily o její vstup na scénu matematiky a o její rozvoj. Následně popisuji i teorii pravděpodobnosti a na konkrétních příkladech ukazuji výpočty pravděpodobnosti.
V praktické části vyhodnocuji písemné práce vypracované studenty učitelství 1. stupně ZŠ, dále dokládám svůj výzkum mezi dospělými lidmi. Za nejhodnotnější a nejzajímavější považuji dvě hodiny se žáky základní školy. Jedna hodina byla zaměřena na praktické řešení úkolů z pravděpodobnosti, druhá pak na prostorové vytváření předmětů, které s pravděpodobností souvisejí (hrací kostka, pexeso a ruleta).

Annotation

Title: Probability theory for students of Primary School Tutoring

This thesis deals with probability.
The theoretical part of the paper dwells on the situations in everyday life that might contain probability. It includes the history of probability theory and points out important figures that contributed to its development and incorporated the theory into mathematics. Subsequently, the thesis describes the probability theory and, using concrete problems, the author shows particular calculations of probability.
The practical section includes evaluation of written tests filled in by students of Primary School Tutoring; following that there is also a survey made among adult people. The most valuable and interesting aspects of the work were – in author's opinion – the two lessons she had with primary school pupils. One class was aimed at practical solution of probability exercises; the second focused on three-dimensional forming of objects closely related to probability (dice, "Memory" game, and roulette).

Ráda bych touto cestou poděkovala RNDr. Tomáši Mrkvičkovi, Ph.D. za odbornou pomoc a důležité rady při realizaci této práce.
Dále mé poděkování patří PaedDr. Daně Tržilové, CSc. za velkou pomoc při zadávání písemných prací pro studentky a vstřícnost, s jakou odpovídala na mé dotazy.
Velký dík bych ráda věnovala také studentkám učitelství 1. stupně ZŠ za ochotné vypracování písemných prací.
Děkuji i žákům Základní školy v Deštné, kteří mi pomohli v praktickém užití pravděpodobnosti, a všem mým příbuzným a známým, kterým jsem zadala test pro veřejnost.

OBSAH

1 Úvod

Myslím, že zvolit si téma své diplomové práce je pro každého studenta dost obtížný krok. Většinou si volí předmět, který je mu nejbližší a který ho zaujal. U mne to bylo stejné. Musím se přiznat, že kdyby mi někdo po maturitě řekl, že budu jednou psát diplomovou práci z matematiky, asi bych mu nevěřila. V té době jsem matematiku neměla příliš v lásce. Změna nastala až na vysoké škole, kdy do hodin vstupovaly nejen výpočty, ale i zajímavé úlohy a zábavné hry, a já konečně začala matematiku chápat. Teď ještě zvolit si téma.

Snad každého člověka alespoň trochu láká proniknout do tajemství nějaké hry. Patřím mezi ty lidi, kteří si například před nějakou obtížnější životní situací vypočítávají všechny možnosti, které mohou nastat. Občas se mi ale stane, že právě s tou možností, která ve skutečnosti nastala, jsem vůbec nepočítala. Podruhé už počítám i s opravdu neuvěřitelnými variantami a doufám, že mne nemůže už nic překvapit.

Když jsme začali v prvním semestru probírat pravděpodobnost, hned mě zaujala. Narozdíl od jiných oblastí byla pravděpodobnost nejen v rukou pouček a axiomů, ale také jaksi v režii náhody či snad osudu. Řekla jsem si, že by bylo zajímavé zjistit, co o pravděpodobnosti vědí obyčejní lidé. Dokáží říci, jaká je pravděpodobnost nějakého jevu? Přinesl jim běžný život obecné znalosti z pravděpodobnosti?
Přemýšlela jsem i o žácích 1. stupně ZŠ. Jak by se dala pravděpodobnost využít u nich? Dokázaly by děti pravděpodobnost pochopit? Zaujala by je?
Nesmím opomenout ani studenty učitelství 1. stupně. Je pro ně téma pravděpodobnost hrozbou nebo příjemným zpestřením?

Rozhodla jsem se odpovědět si na všechny své dotazy a pustila jsem se do práce.
Chtěla jsem se pokusit napsat takovou diplomovou práci, která by studentům pomohla pochopit pravděpodobnost. Ať už pomocí sbírky úloh, kterou jsem se snažila vytvořit, nebo i ukázkou praktického využití pravděpodobnosti na 1. stupni ZŠ.

Prvním krokem bylo prostudování literatury o pravděpodobnosti. Tato fáze mi sebrala všechnu odvahu, protože jsem zjistila, že mé vědomosti jsou pouhým zlomkem toho, co vše pravděpodobnost obsahuje. Rozhodla jsem se tedy pojmout toto téma spíše prakticky a zábavnou formou. Místo vzorečků jsem se chtěla zaměřit spíše na to, co dospělý člověk nebo dítě intuitivně tuší a zná z běžného života. Zda se mi to podařilo se dozvíte na následujících stranách.

2 Historie a současnost pravděpodobnosti

Každý z nás se už alespoň jednou zamyslel nad otázkou, jakou roli hraje náhoda a pravděpodobnost v našem životě.

Když se například nemůžeme dlouho rozhodnout, často spoléháme na náhodu. Pokud se rozhodujeme mezi dvěma možnostmi, házíme někdy mincí a doufáme, že panna nebo orel nám určí, kterou z předem stanovených možností zvolit. Tuto metodu používáme, pokud se rozhodujeme nestranně mezi dvěma možnostmi a chceme, aby o výsledku rozhodla pouze náhoda. Tak to například dělá rozhodčí při fotbalovém zápase. Jsou dva možné výsledky hodu mincí. Padne-li mince znakem nahoru, říkáme, že padl rub (R). Pokud mince spadne naopak, říká se, že padl líc (L).

Přiznejme si ale zároveň, že ne vždy nám vyhovuje to, co nám náhoda přidělila a pokoušíme se jí dále ovlivnit dalšími pokusy. V praxi to znamená, že házíme mincí tak dlouho, dokud nepadne varianta, která je pro nás přijatelnější.

Někdy můžeme k vylosování jedné ze dvou osob použít místo mince nějaký malý předmět ukrytý v dlani. Jedna z osob ho schová v dlani a nastaví obě ruce zkřížené před sebe. Druhá osoba hádá, ve které dlani je předmět ukryt, a pokud uhádne, vyhrává předem domluvenou výhodu ona. Pokud neuhádne, vítězí osoba, která ukrývala předmět.

U spousty her se hází šestistěnnou kostkou. Počet ok na protějších stranách kostky dává součet sedm. Při házení kostkou však musíme používat jen nikterak neovlivněnou a standardní kostku, aby nemohl být náhodný pokus ovlivněn a aby o výsledku rozhodovala opravdu jenom náhoda.

Každá dívka si asi v dětství utrhla kopretinu a spoléhala na to, že jí odhalí pravdu o jejím vyvoleném. Vzpomínám si, že já sama jsem měla vyzkoušeno, že pokud začnu u prvního okvětního lístku slovíčky:„nemá mě rád", je pravděpodobnost, že mi u posledního lístku vyjde „má mě rád", mnohem vyšší.

S pravděpodobností, náhodou či snad osudem se setkáváme denně. Potkáme-li někoho několikrát za den, řekneme si: „To je ale náhoda." Když se něčemu snažíme usilovně vyhnout a přesto nás to nemine, říkáme: „To je snad osud." A když jsme se z osmdesáti otázek na zkoušku pět otázek nenaučili, řekneme si: „ Je malá pravděpodobnost, že si zrovna tyto otázky vytáhnu.“

Lidé se nad otázkou pravděpodobnosti zamýšlejí již odedávna. V renesanci chtěli obchodníci a finančníci poznat míru rizika a případného zisku zamýšlených transakcí. Hazardní hráči již tušili, že do hry kromě osudu a podvodů zasahují i nějaké zákonitosti. Tento podnět hrál důležitou roli při vzniku nové disciplíny, teorie pravděpodobnosti, která později zasáhla do nejrůznějších oblastí lidské činnosti.

Náhoda provázela i objevení různých léků či fyzikálních jevů. Někdo se například léta snažil dosáhnout kýženého výsledku, ale až náhoda nebo dokonce nehoda pomohla ke konečnému výsledku.

Můžeme zde například zmínit Galvaniho objev elektřiny, Pasteurovu oslabenou vakcínu nebo Ehrlichův objev cukerínu. Vše bylo objeveno náhodou.

Dá se říci, že celý lidský život je velká náhoda. Jedna obrovská náhoda způsobila srážku Země s asteroidem a následné vyhynutí dinosaurů a umožnila vyvinutí savců do současné podoby. Ale zde náhody nekončí. Jaká náhoda svedla dohromady právě naše rodiče a způsobila naše narození? Jaká náhoda určila, které znaky po rodičích se projeví více či méně a jací tím pádem budeme? Je tedy patrné, že náhoda provází již náš prenatální i perinatální život. Vzpomeňme si na telenovely, kde hrozná záměna způsobí již v porodnici odloučení dítěte od rodiny, ale šťastná náhoda svede rodinu znovu k sobě.

Na tomto příkladu můžeme vidět, že náhoda vstupuje jako námět i do laciných příběhů a scénáristé nás tím chtějí upozornit, že něco náhodného se může stát každému z nás.

2.1 Osobnosti, které se věnovaly pravděpodobnosti

2.1.1 Antoine Gombaud de Méré (1607 – 1685)

Byl známou postavou na dvoře Ludvíka XIV. V povědomost vstoupil jako literát a filozof. Měl zájem o matematiku a traduje se, že udržoval korespondenci téměř se všemi významnými matematiky své doby. Rytíř de Méré se často aktivně podílel na řešení úloh, které v té době matematikové řešili. Při jednom výletu do Poitou předložil de Méré Pascalovi a Robervalovi dva problémy. První z nich, „kolikrát je třeba vrhat hrací kostky, aby pravděpodobnost, že budou jednou hozeny dvě šestky, byla nadpoloviční“, vyřešil Méré sám. Druhý problém podnítil Pascala ke korespondenci s Fermatem.

2.1.2 Pierre de Fermat (1601 – 1665)

Francouzský právník z Beaumont de Lomagne. Matematikou se zabýval pouze ze záliby, přesto je tvůrcem významných objevů nejen v pravděpodobnosti ale i v analytické geometrii. Ze svých matematických výsledků však publikoval jen nepatrnou část. Jeho dílo začalo být zveřejňováno teprve roku 1679 z pozůstalosti.

V roce 1654 se Pierre de Fermat v korespondenci s B. Pascalem zabýval řešením základních otázek teorie pravděpodobnosti.

2.1.3 Blaise Pascal (1623 – 1662)

Francouzský myslitel a matematik z Clermont-Ferrand. První matematické vzdělání mu poskytl jeho otec Etienn (1588 – 1651).

V roce 1653 podnikl Pascal se svými přáteli cestu do Poitou. Během této cesty mu de Méré zadal dva problémy hazardních her. V následujícím roce se Pascal jedním z těchto problémů usilovně zabýval a vyměnil si několik dopisů na toto téma s Fermatem. Těmito dopisy podstatně přispěli k rozvoji teorie pravděpodobnosti, i když tohoto termínu ještě vůbec nepoužívali. Pascal v této oblasti navazoval na úvahy boloňských matematiků ze 16. století a připravoval půdu pro bádání de Moivra, Stirlinga a Jakoba Bernoulliho. Zdá se, že současně studoval i otázky kombinatoriky a odtud vyplynul i Pascalův trojúhelník binomických koeficientů. Blaise Pascal měl v úmyslu napsat knihu Matematika náhody.

K realizaci tohoto záměru už však nedošlo.

2.2 Historie pravděpodobnosti

Teorie pravděpodobnosti je poměrně mladý obor. V roce 1654 se začal rozvíjet jako samostatná větev matematiky. Příčinou rozvoje byla především korespondence dvou vynikajících vědců té doby - Blaise Pascala a Pierra Fermata.

Pojem pravděpodobnost byl používán již za Platóna a starořečtí matematikové se dokonce domnívali, že i přírodní zákony jsou důsledkem celé řady náhodných jevů. Tuto myšlenku dokládají některé verše v Lucretově spisu.

O přírodě

„ Poslouchej chvíli a shledáš, že jsou i takové věci,
které sic nespatříš zrakem, přesto však uznáš, že jsou.
Vzpomeň, jak vichřice dravá bičuje osmahlé tváře,
na lodích láme stěžně, ničí je jak stébla trav,
za bouří rozhání mračna, jak netvor skučí a hvízdá,
vyvrací stromy i háje, sužuje vrcholy hor,
krajinu promění ve spoušť – a přitom nespatří nikdo,
co že je příčinou zkázy, čím mocným zuří ten běs!
Vítr a vichřice totiž jsou vírem tělísek malých,
neviditelných okem, která svou krutou silou
na moři potopí koráb, na souši zpustoší les.“ (Rényi [6], s. 174)

Ústřední pojem teorie pravděpodobnosti – pravděpodobnost – se během tří století proměňoval. Nespokojenosti s klasickou definicí pravděpodobnosti, vyslovenou Fermatem a Pascalem, se objevovaly již v 18. století. Ukázalo se, že je třeba starou teorii prohloubit. Od začátku 20. století se teorii pravděpodobnosti věnovala velká pozornost a tento obor výrazně pokročil vpřed.

Teorie pravděpodobnosti je dnes již pevnou a plně propracovanou součástí rozvětvené rodiny matematických věd. (Rényi [6], s.23)
Jak již víme, zabýval se pravděpodobností i francouzský šlechtic, pan Chevalier de Méré. Jeho myšlenky směřovaly k odhalení tajemství hry v kostky. Vymýšlel různé varianty hry a doufal, že tak získá velký majetek. Domníval se, že při čtyřikrát opakovaném hodu kostkou alespoň jednou padne šestka. Pokud v těchto čtyřech pokusech šestka nepadla, vyhrál soupeř.
Jelikož ještě nebyla známa matematická disciplína pravděpodobnost, obrátil se rytíř de Méré na svého přítele B. Pascala. Požádal ho, aby rozhodl, zda jsou jeho úvahy správné. Pascal se tímto problémem usilovně zabýval sám, ale zároveň si začal vyměňovat korespondenci se slavným matematikem P. Fermatem.

Tak se vzrušující problémy hazardních her staly jedním z podnětů k vytvoření nové, nesmírně důležité matematické disciplíny: teorie pravděpodobnosti. (Kowal [3], s. 262)

Tématu historie pravděpodobnosti se věnoval Prof. dr. Alfred Rényi, DrSc., vynikající matematik, který dosáhl světového uznání zejména v oboru teorie pravděpodobnosti. Jeho kniha Dialogy o matematice líčí ve smyšlených dopisech mezi Pascalem a Fermatem zrod teorie pravděpodobnosti. Zde je ukázka jednoho z dopisů.

„Slovutný pane Fermate!
.....Skličující nejistota, o které jsem psal, je spjata s mnoha pověrami. Většinu lidí vede k domněnce, že nedosažitelnost plného vědění je důvodem nemožnosti konečných soudů, a tím i důvodem pro neexistenci vědecké jistoty.

Já však vycházím z názoru, že taková domněnka je hluboce chybná. Jsem přesvědčen, že i jen částečná znalost, částečné vědění je věděním. Tvrdím, že i neúplná jistota může mít svůj význam, zejména známe-li míru, stupeň její neúplnosti.
Jistě se ptáte – „A to snad lze stupeň neúplnosti nějak měřit?“ – Troufám si odpovědět, že ano. Vždyť právě s takovým měřením, přesněji s odhadováním této míry stojí a padá každá hazardní hra. K důkazu postačí sledovat tuto úvahu: Vrhá-li hráč hrací kostku, nemá samozřejmě ani pojetí, jaké číslo nebo jaký počet bodů mu padne. Něco však přece jen ví. Například to, že každý z možných výsledků pádu kostky má stejnou naději na úspěch, stejnou šanci. Smluvíme-li se a označíme-li šanci toho, co je jisté, číslem 1, pak šanci pádu šestky – podobně jako šanci pádu kteréhokoli jiného čísla na hrací kostce - vyjádří zlomek 1/6. Házíme-li kostkou čtyřikrát po sobě, pak – jak správně uvažoval již rytíř Méré – se určitě vyplatí vsadit na to, že padne alespoň jedna šestka. Totéž lze vyjádřit také jinak: naděje na to, že při čtyřech hodech kostkou padne alespoň jednou šestka, je větší než polovina. Je-li naděje na výskyt nějakého jevu stejná jako naděje na jeho nevýskyt (jako například při házení mincí, kdy může padnout jen panna nebo orel), pak můžeme možnosti takového jevu přiřadit číslo 1/2. Je tady stejně možné, že takový jev nastane, jako že vůbec nenastane.
To, že zde možnost nebo naději poměřuji jedničkou, nehraje nijak podstatnou roli. Místo 1 bych mohl psát třeba číslo 100 a stupeň možnosti nebo míru naděje bych pak vyjadřoval v procentech. Možnost uskutečnění, tedy jistotu mohu v konkrétním případě označit jakýmkoli číslem. Například při házení kostkou mohu jistotu, že padne právě jedna z jejích šesti stěn, vyjádřit číslem 6. Protože každá strana má šestinu naděje na to, že padne právě ona, znamená to, že naděje každé z těchto stran bude rovna číslu 1. Ale myslím, že nejjednodušší a nejvhodnější zároveň bude označit jistý jev jedničkou a počítat se zlomky.
Stupeň možnosti náhodných jevů (tedy jejich možnost uskutečnění, jinými slovy „míru naší naděje na uskutečnění očekávaného výsledku“) pak poměříme jako odpovídající část celku. Určíme-li z přirozených důvodů stupeň možné uskutečnitelnosti nemožného jevu jako nulu, můžeme říci, že naděje na vznik nějakého jevu bude kladná právě tehdy, když bude takový jev možný, třebaže jsou vyhlídky na jeho uskutečnění jen nepatrné. Stupeň možnosti

uskutečnění jsem si pro sebe nazval ***pravděpodobnost.*** *Dlouho jsem nad tím slovem váhal. Nakonec jsem je však uznal za nejvýstižnější, nejlépe odpovídající tomu, co má označovat. Často se přece mluvívá o náhodných událostech a o tom, že jsou pravděpodobné a nepravděpodobné, nebo o tom, že jedna událost je pravděpodobnější než jiná. Ve své teorii pak vycházím z předpokladu, že každému jevu, který závisí na náhodě lze – jako jeho pravděpodobnost – přiřadit určité číslo mezi nulou a jedničkou.*

…….

(Rényi [6], s. 129, 130)

Málokoho z nás už překvapí, že matematika objevuje zákony, na jejichž základě můžeme předpovídat objevení se komet, zatmění Slunce nebo vypočítat vzdálenost planet a hvězd. Bez údivu přijímáme skutečnost, že matematika je nástrojem v rukou inženýra budujícího mosty nebo vědce užívajícího počítač.

Leckdo se však podiví, uslyší-li, že matematika umožňuje předpovědět např. kolik punčoch první jakosti je obsaženo v zásilce 1000 párů punčoch, kterou obdrží od výrobce obchodní dům, zdali salva 250 střelců zasáhne nepřátelské letadlo nebo kolik žárovek odpovídajících normě (takových, které vydrží alespoň 1200 hodin svícení) je v každém tisíci žárovek vyrobených jistou továrnou. (Kowal [3], s. 261)

Výše zmiňované události řadíme mezi jevy náhodné, tedy takové, které nepodléhají žádným zákonům. Přesto i tyto případy zahrnuje matematika do svých tvrzení.

2.3Pravděpodobnost v lidském životě

Pravděpodobnost využívali lidé již odedávna. Na jarmarcích a poutích bylo a stále je možné se setkávat s kulatým stolkem rozděleným na sektory. V každém sektoru byl umístěn jeden předmět. Hráč zaplatí za účast ve hře a pak už jen čeká, na jakém sektoru se zastaví šipka, kterou roztočil. To, kde se šipka zastaví, bylo věcí náhody. Sektory však nebyly stejně velké a hodnotnější věci stály v menších sektorech. Rozmístění předmětů bylo výsledkem důmyslných pokusů a pozorování. Zde už provozovatelé této hry počítali s pravděpodobností.

Více než dvě stě let je v Evropě známa ruleta. Hlavní rekvizitou ve hře je hrací kolo, které nazýváme ruletou. Ruleta má tvar talíře, jehož dno je rozděleno na 37 sektorů. Osmnáct těchto sektorů je červených a osmnáct černých. Poslední zbývající je bílý a má číslo nula. Ruleta se uvede do otáčivého pohybu a pak se proti směru otáčení hodí kulička. Číslo sektoru, kde se kulička zastaví je výherním číslem. Toto číslo je výsledkem náhodného pokusu s 37 možnými výsledky. Podobnou ruletu jsem se pokusila vyrobit i s dětmi.

V Čechách je celkem známá hra Kámen-nůžky-papír. Dva hráči drží proti sobě dlaně pravé ruky a na znamení ukazují buď celou otevřenou dlaň (papír), tři roztažené prsty (nůžky) anebo pěst (kámen). Pravidla jsou jednoduchá. Nůžky mohou rozstřihnout papír, papír zabalí kámen a kámen ztupí nůžky. Pokud mají oba hráči stejné symboly, hra končí nerozhodně a opakuje se.

Je tato hra pouze náhodná nebo můžeme zvolit nějakou výhodnou strategii? Vyplatí se snad nějaký symbol používat častěji než jiný? Odpověď najdeme v následující tabulce.

x	**papír**	**nůžky**	**kámen**
papír	x	nůžky	papír
nůžky	nůžky	x	kámen
kámen	papír	kámen	x

Tabulka převzata : (Plocki [5], s.114)

Z tabulky vidíme, že pokud zvolíme jednu ze tří možností, máme pravděpodobnost $\frac{1}{3}$, že vyhrajeme. Pokud první hra skončí nerozhodně a my se rozhodujeme v dalším kole jaký symbol zvolíme my nebo protihráč, je situace o to složitější, že zvažujeme tyto možnosti:

1. Minule použil tento symbol, podruhé už ho nepoužije.
2. Minule použil tento symbol, bude mě chtít zmást a použije ho podruhé.

Zde do problému vstupuje nejen náhoda, ale i naše kalkulace.

2.4 Pravděpodobnost v genetice

Pravděpodobnost nám umožňuje nahlédnout i do některých podivuhodných tajů přírody. Některé vlastnosti květin, rostlin či zvířat se předávají z generace na generaci pomocí genů.

V každé buňce organismu se nalézají dvě nitky, chromozómy. Geny jsou jako korálky navlečené na tyto nitky. (Plocki [5], s.88)
Jeden znak určují vždy dva geny, každý je ale na jiném chromozómu. Tyto geny jsou ve dvou formách – tzv. alelách. Alely jednoho páru označujeme stejně, buď velkými nebo malými písmeny. Jestliže jsou nositelem vlastnosti geny Aa, máme tři různé dvojice genů: AA, Aa, aa. Dvojice AA a aa jsou typické pro homozygoty, dvojice Aa pro heterozygoty.
Pohlavní buňky (gamety) vznikají dělením buňky na dvě části. Gameta obsahuje pouze jeden gen. Heterozygoti produkují geny **A** a **a**. Spojením gamet vzniká zygota, která již obsahuje dva geny. Jeden od otce a druhý od matky. Jen náhoda rozhoduje o tom, které gamety se spojí. Jde tedy o jakýsi náhodný pokus.

Jestliže otec i matka jsou heterozygoti (Aa), pak **A** je například nositelem modré barvy očí a **a** je nositelem hnědé barvy očí. Oba rodiče by v tomto případě měli šedou barvu očí. Jakou barvu očí by mohl mít jejich potomek?

Aa/Aa	A	a
A	AA	Aa
a	Aa	aa

Z tabulky vidíme, že potomek může mít dvojici genů AA, Aa i aa. Počet všech možných jevů je 4. Pravděpodobnost, že nastane jev AA je 1/4. Pravděpodobnost, že nastane jev aa je také 1/4. Nejvyšší pravděpodobnost má tedy jev Aa, 2/4 = 1/2. Dítě tedy bude mít pravděpodobně šedé oči. Teoretické základy genetiky položil Gregor Mendel, český přírodovědec, mnich v augustiánském klášteře v Brně, od roku 1854 také učitel na gymnáziu v Brně. Zabýval se pokusy s rostlinami. Vysadil dva druhy hrachu. V případě jedné odrůdy je gen **A** nositelem červené barvy květů a gen **a** je nositelem bílé barvy květů. Rostliny s genotypem Aa mají růžové květy. Nastala zajímavá skutečnost. Jeden rok měly všechny květy růžovou barvu, následující rok však kvetly rostliny červeně, bíle i růžově.

2.5 Hrací kostky

Hrací kostky mají za sebou již dlouhou historii. Připomeňme si výrok, který pronesl Gaius Iulius Caesar: „Kostky jsou vrženy.“

Jak už jsem se zmiňovala, pravděpodobností se lidé zabývali odedávna. Je známa jedna velmi stará úloha, týkající se výpočtu pravděpodobnosti, a nazývá se *úloha o dělení sázky*. Dva hráči, které označíme A a B, spolu hrají několik partií.
Budeme předpokládat, že partie nemůže skončit nerozhodně. Pravděpodobnost výhry v jedné partii je pro oba hráče stejná a to ½. Hráči hrají o určitý obnos. Tento obnos vyhraje ten, kdo první dosáhne šesti vítězství. Hra musela být přerušena, když hráč A dosáhl pěti vítězství a hráč B dosáhl tří vítězství. Protože se ve hře již nebude pokračovat, vznikl problém, jak rozdělit částku, o kterou se hrálo. Tuto úlohu řešil již přítel Leonarda da Vinciho (Fra Luca Paccioli) na přelomu 15. a 16. století. Úloha se vyskytuje také v italském rukopisu z roku 1380. Paccioli při svém počítání, opírajícím se o formální výpočet poměru, dospěl k nesprávnému výsledku, že spravedlivé rozdělení částky bude 2:1. Opomněl však, že úloha má pravděpodobnostní charakter. Ke správnému řešení dospěli (nezávisle na sobě a každý jiným způsobem) teprve Pascal a Ferman v roce 1654. Odvodili, že spravedlivé je rozdělení částky v poměru 7:1 pro hráče A.
Ferman vycházel z toho, že v dané chvíli již zbývá odehrát nejvýše tři partie, aby jeden z hráčů dosáhl šesti vítězství. Počítejme tedy s tím, že se budou hrát ještě tři partie, i když hra může skončit i dříve. Označíme symbolem *a* vítězství hráče A a symbolem *b* vítězství hráče B. Může nastat 8 možností o stejné pravděpodobnosti:

aaa   *aba*   *abb*   *bba*

aab   *baa*   *bab*   *bbb*   (Anděl [1], s. 16)

Pouze poslední z nich by přineslo celkové vítězství hráči B, proto spravedlivé dělení je opravdu 7:1.

3 *Tématický celek pravděpodobnost*

Tento celek je úzce provázán s celkem kombinatorika. Budeme předpokládat, že student, začínající s pravděpodobností, má již nějaké poznatky o kombinatorice.

3.1 Klasická pravděpodobnost

Pravděpodobnost vychází z jediného vzorce P= $\frac{X}{Y}$, kde P je pravděpodobnost jevu, X je počet příznivých případů a Y je počet všech možných případů. Vzorec P= $\frac{X}{Y}$ se nazývá klasická pravděpodobnost a vznikl v 18. století.

Dlouho trvalo, než se podařilo vybudovat vhodný matematický model náhodného pokusu. Dnes se používá převážně model, který vypracoval Kolmogorov: Mějme nějaký prostor *Ω,* jehož prvky budeme značit symbolem ω. Těmto prvkům říkáme elementární jevy a *Ω* se nazývá prostor elementárních jevů. Jestliže chceme třeba popsat házení obyčejnou hrací kostkou, můžeme za elementární jevy považovat počet ok, která se objeví na horní straně kostky. Zkráceně to zapíšeme ve tvaru $\omega_{1}= 1,\ldots\ldots \omega_{6} = 6$.
Číslu P(A) se říká pravděpodobnost jevu A. Při házení kostkou, bychom měli mít od výrobce zaručeno, že kostka je homogenní. Z toho můžeme usoudit, že pravděpodobnost padnutí každé strany kostky je při běžném házení $\frac{1}{6}$.
Pravděpodobnost nějakého obecného jevu vypočteme tak, že nejprve zjistíme, z kolika elementárních jevů se skládá. Tím dostaneme tzv. *počet příznivých případů.* Pravděpodobnost zkoumaného jevu je pak rovna podílu počtu příznivých případů ku počtu všech prvků v prostoru Ω. Dříve se tímto způsobem pravděpodobnost definovala, a tak dnes říkáme, že jde o klasickou pravděpodobnost.

Klasická pravděpodobnost je založena na pojmu stejné možnosti nastání všech jevů. Tento pojem chápeme jako jakousi apriorní rovnocennost, rovnoprávnost všech možných výsledků pokusu, jako objektivní vlastnost možných variant průběhu pokusu.

Ukazuje se, že základní strategie řešení úloh z pravděpodobnosti je dána trojicí otázek:
Jak vypadá jeden konkrétní případ?
Jak vypadá množina všech možných případů?
Které z nich jsou příznivé?
(Helný, Stehlíková $[2]$, s.52)

Házíme-li například mincí, pak P(R) = $\frac{1}{2}$. Možné případy jsou dva, R a L, a příznivý

je
jeden.
Házíme-li hrací kostkou, pak P(padne 1 nebo 2) je 2/6 = 1/3. Všech možných případů je šest (1, 2, 3, 4, 5, 6), příznivé jsou dva .
Máme-li v osudí 3 bílé kuličky a 2 modré kuličky, pak při vytažení jedné kuličky z osudí je P(B) - vytáhneme bílou kuličku - P(B) = 3/5, neboť všech možných je pět a příznivé jsou tři.
Budeme-li tahat z balíčku karet jednu kartu, pak P(eso) = 1/4, neboť karet je 32, es je 8 a 8/32 = 1/4.
Neplatí ovšem, že pokud mám při hodu mincí poloviční pravděpodobnost, že padne rub a poloviční pravděpodobnost, že padne líc, padne mi při dvakrát opakovaném hodu jednou rub a jednou líc. Víme, že to tak není.
Tato úvaha by byla platná pouze pro velký počet pokusů. Například, hodíme-li mincí miliónkrát, je velice pravděpodobné, že nám rub padne více než 450 000 krát.
Další mýlka by mohla nastat, pokud bychom (místo běžnou kostkou) házeli krabičkou od sirek. Ta má sice také šest stěn jako krychle, ale to, že krabička padne na jednu z nich není vždy stejně pravděpodobné. Pravděpodobnost toho, že padne krabička na plocho, není stejná jako pravděpodobnost toho, že padne na výšku.
Vzorec tedy platí za předpokladu, že jsou všechny případy stejně pravděpodobné.

Pokud máme jistotu toho, že nějaký jev nastane, hovoříme o **jevu jistém**. Jestliže naopak za určitých podmínek jev nenastane, mluvíme o **jevu nemožném**.
Pravděpodobnost nějakého jevu se pohybuje v intervalu $P = \langle 0,1 \rangle$. Pravděpodobnost tedy nikdy nemůže vyjít větší než jedna! Vyjadřujeme ji většinou zlomkem.

Pravděpodobnost se může vyskytovat v různých oblastech našeho života.
Tak například při práci v továrně se neubrání tomu, aby nebyl nějaký výrobek vadný. Jaká je tedy pravděpodobnost, že z několika výrobků bude právě jeden vadný? Takové pokusy nazýváme náhodnými. Při realizaci náhodných pokusů určitý jev buď nastane nebo nenastane. Takový jev se nazývá jev náhodný a je výchozím pojmem počtu pravděpodobnosti.

3.2 Součtový zákon

Nejjednodušším a nejdůležitějším zákonem používaným při výpočtu pravděpodobnosti je **součtový zákon.** (Kowal $[3]$, s. 264)
Vysvětlíme si ho na následujícím příkladu.
Na stanici tramvaje na Prašném mostě v Dejvicích staví tyto tramvaje: 2, 8, 20, 23, 31. Pan Novák může použít tramvaje 8 nebo 31. Předpokládáme, že všechny tramvaje jezdí ve stejných intervalech. Jak vypočítáme pravděpodobnost, že jako první přijede na stanici tramvaj, kterou pan Novák může jet? Už víme, že pravděpodobnost je poměr počtu příznivých případů k počtu všech možných. Příznivé možnosti jsou dvě (přijede tramvaj číslo 8 nebo tramvaj číslo 31), všech možných případů je pět. Výsledek jsou tedy $\frac{2}{5}$, neboť P(8 nebo 31) = P(8) + P(31) = $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$.

3.3 Pravidlo o násobení pravděpodobností

Jestliže A, B jsou dva nezávislé jevy (výskyt jednoho nemá vliv na výskyt druhého), pak pravděpodobnost výskytu obou jevů je dána součinem jejich pravděpodobností.

P(A i B) = P(A) . P(B)

Toto tvrzení si objasníme na příkladech.

Házíme-li jednou mincí, pravděpodobnost, že padne rub, je $\frac{1}{2}$. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma mincemi padne na obou mincích rub? Pravděpodobnost padnutí rubu u obou mincí je rovna součinu pravděpodobností obou jevů:

$P(A) \,.\, P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Technik obsluhuje tři automaty. Pravděpodobnost, že během hodiny nebude automat vyžadovat technikův zásah, je u prvního 0,9, u druhého 0,8 a u třetího 0,75. Jaká je pravděpodobnost, že během hodiny nebude žádný z automatů vyžadovat technikův zásah? (Kowal [3], s.267)

P(A) . P(B) . P(C) = 0,9 . 0,8 . 0,75 = 0,54

Manželům Novákovým se narodili po sobě 4 synové. Jaká je pravděpodobnost, že páté (očekávané) dítě bude opět syn, tedy že se těmto partnerům narodí po sobě pět synů?

Pravděpodobnost narození syna je stejná jako narození dcery: $\frac{1}{2}$.

$P(A) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32} = 3{,}13\%.$

3.4 Podmíněná pravděpodobnost

Podmíněná pravděpodobnost jevu je pravděpodobnost, že jev nastane za podmínky, že jiný jev nastal. (Novovičová [4], s.38)

Máme jevy A, B. Podmíněnou pravděpodobnost, P(A/B), čteme „ pravděpodobnost jevu A za podmínky B“ a znamená to, že nastane jev A za podmínky, že nastal jev B. Tuto definici můžeme doložit na příkladu.

Hodíme-li jedenkrát pravidelnou hrací kostkou, může nastat 6 stejně pravděpodobných výsledků (1, 2, 3, 4, 5, 6).

Jev A = (padne číslo 5) a jev L = (padne liché číslo). Vypočítáme si následující pravděpodobnosti.

a) pravděpodobnost, že padne číslo 5

Už víme, že číslo 5 je jedno příznivé číslo ze šesti možných. P(A)= $\frac{1}{6}$.

b) podmíněnou pravděpodobnost, že padne číslo 5 za podmínky, že padne liché číslo

Lichá čísla jsou tyto: 1, 3, 5. Vybíráme tedy jen ze tří možností a číslo 5 je jedno příznivé číslo ze tří možných. P(A/L)= $\frac{1}{3}$ = 0,333.

c) podmíněnou pravděpodobnost, že padne liché číslo za podmínky, že nepadne číslo 5.

V tomto případě vybíráme z čísel 1, 2, 3, 4 a 6. Lichá čísla jsou 1 a 3. P(L/Ã)= $\frac{2}{5}$

Někdy nelze podmíněnou pravděpodobnost určit přímo, ale musíme ji počítat pomocí pravděpodobností nepodmíněných.

Pro jevy A, B platí, že P(B)>0, potom P(A/B) = $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Podmíněná pravděpodobnost, že nastane jev A za podmínky, že nastal jev B, je tedy rovna podílu pravděpodobnosti průniku jevů A a B a pravděpodobnosti jevu B. Vraťme se k předchozímu příkladu b) pravděpodobnost P(A/L).

V případě b) je jev $A \cap L$ roven jevu A, tj. $A \cap L = \{5\} = L$ (číslo 5 je zároveň lichým číslem).

Pomocí vzorce tedy vyjádříme P(A/L) = $\dfrac{P(A \cap L)}{P(L)} = \dfrac{P(A)}{P(L)} = \dfrac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \dfrac{1}{3} = 0{,}333.$

3.5 Pravděpodobnost výhry

Každý z nás se už určitě pokusil vyhrát v nějaké hře či soutěži. Někde je pravděpodobnost výhry větší a někde menší. Zamysleme se společně nad mírou pravděpodobnosti výhry ve Sportce a jí podobným hrám.

Pan Jonáš nekouřil, neměl žádné velké neřesti, přesto měl svoji vášeň: sázel Matesa. Sázel náruživě a rozhodl se vyhrát milión. Pan Jonáš prostudoval veškerou literaturu o hazardních hrách. Sázel, ale stále prohrával. Rozhodl se jít k věštkyni, ale ani tato návštěva nepomohla. Zdálo se, jako by si s panem Jonášem pohrával nějaký zlomyslný skřítek. Pan Jonáš tipoval 12 a skřítek číslo změnil na 21, z čísla 23 udělal 32 a podobně. Přátelé panu Jonášovi rozmlouvali jeho vášeň, ale když si pan Jonáš nedal říct, rozhodli se, že se pokusí přijít hře Mates na kloub. Populární Mates se hrál s 35 čísly od 1 do 35. V každém tahu se vylosovalo 5 čísel. Hráč vsadil na pět libovolných čísel z těchto 35.

Počet všech možných tahů je tedy roven počtu všech kombinací po 5 číslech z 35 čísel čili

$$C^k_n = C^5_{35} = \binom{35}{5} = \frac{35.34.33.32.31}{1.2.3.4.5} = 324\ 632.$$ (Kowal [3], s.269)

Nejprve si výpočet ukážeme pro jedno vyhrávající číslo a 34 čísel nevyhrávajících. Kdybychom losovali pět čísel, jaká je pravděpodobnost, že mezi nimi bude číslo vyhrávající?

Počet příznivých tahů, obsahujících vyhrávající číslo, je roven počtu kombinací čísel, mezi nimiž je číslo vyhrávající a jakákoli čtyři čísla z ostatních 34 čili tolik, kolik je

$$\binom{34}{4} = \frac{34.33.32.31}{1.2.3.4}.$$ (Kowal [3], s.269)

Počet příznivých tahů musíme vydělit počtem všech tahů možných.

Hledanou pravděpodobnost označíme p_1, $p_1 = \dfrac{\binom{34}{4}}{\binom{35}{5}} = \dfrac{34.33.32.31.1.2.3.4.5}{35.34.33.32.31.1.2.3.4} = \dfrac{5}{35} = \dfrac{1}{7}$.

Nyní si vypočítáme pravděpodobnost pro případ, že v osudí jsou 2 čísla vyhrávající a 33 čísel nevyhrávajících. Opět losujeme 5 čísel. Jaká by byla pravděpodobnost, že mezi pěti vylosovanými čísli jsou právě ta dvě čísla vyhrávající? Uvažujeme stejně jako v předchozím případě. Počet příznivých je $\binom{33}{3} = \dfrac{33.32.31}{1.2.3}$ (dvě čísla vyhrávající a libovolná tři čísla ze zbývajících 33 čísel)

$$p_2 = \frac{\binom{33}{3}}{\binom{35}{5}} = \frac{33.32.31.1.2.3.4.5}{35.34.33.32.31.1.2.3} = \approx \frac{1}{60}.$$

Podle stejného vzorce najdeme i pravděpodobnost tří vyhrávajících čísel

$$p_3 = \frac{\binom{32}{2}}{\binom{35}{5}} = \approx \frac{1}{655}$$

a také pravděpodobnost čtyř vyhrávajících čísel

$$p_4 = \frac{\binom{31}{1}}{\binom{35}{5}} = \frac{1}{10472}.$$

Pravděpodobnost výhry v Matesu, tedy že bude vylosováno všech pět výherních čísel, je tedy

$$p_5 = \frac{1}{\binom{35}{5}} = \frac{1}{324632}.$$

Do čitatele výrazu p_5 napíšeme 1, protože je jen jedna možnost vylosování pěti vyhrávajících čísel.

Kdybychom se rozhodli vypočítat pravděpodobnost výhry první ceny ve Sportce, vypadal by vzorec takto: $p = \frac{1}{\binom{49}{6}} = \frac{1.2.3.4.5.6}{49.48.47.46.45.44} = \frac{1}{13983816}$. Losujeme totiž 6 čísel ze 49.

Je těžké najít jehlu v kupce sena, ještě těžší je najít perlu v azurových vlnách Baltického moře, ale snad ještě obtížnější je vyhrát vytouženou první cenu. (Kowal [3], s.270)

4 Praktické užití pravděpodobnosti na základní škole

Mým cílem při tvoření diplomové práce nebylo pouze účelové sepsání teorie, ale také ověření, zda i takto neobvyklý obor může najít uplatnění na základní škole. Každý, kdo se setkal s výukou na základních školách asi poznal, že osnovy jsou tak plné, že učitelé jen neradi přijímají do svých hodin nějaké nadstandardní učivo. Přesto si myslím, že motivované a zaujaté děti se toho naučí více než děti znuděné. Pravděpodobnost určitě nepatří mezi učivo základní školy a troufám si říct, že bez jejího poznání se každý žák obejde. Přesto - jak jsem měla možnost se přesvědčit - by mohla sloužit jako zpestření nejen matematiky.

4.1 Hodina matematiky v 6. třídě

2.11.2007 jsem na Základní škole v Deštné natočila jednu vyučovací hodinu **matematiky** na téma pravděpodobnost. Pro svou hodinu jsem potřebovala, aby děti měly alespoň částečnou znalost zlomků. Jelikož se zlomky probírají v páté třídě a má hodina měla probíhat téměř na začátku školního roku, rozhodla jsem se raději pro šestou třídu. Těsně před hodinou mi však vyučující učitel sdělil, že zlomky ještě neprobírali. Naštěstí děti měly intuitivní představu o zlomcích a po několika příkladech už byly schopné tvořit příklady samy. Ve třídě bylo pět dívek a pět chlapců. Deštěnská škola je vesnická a počet dětí ve třídě je nízký.

Když jsem vstoupila do třídy, bylo velmi patrné, že žáci mají strach. Nejen že měli být natáčeni kamerou, ale (jak jsem se od nich dozvěděla) bylo jim řečeno, že budou zkoušeni u tabule a při tom natáčeni. Hned jsem děti vyvedla z omylu a slíbila jim, že naše hodina bude mít spíš formu hry než jakéhokoliv zkoušení.

Příprava na hodinu matematiky

Téma: Pravděpodobnost

Cíl: Seznámit děti s vybranými příklady z pravděpodobnosti

Třída : 6. třída

Pomůcky: mince, kostky, barevné kuličky, sáček, papíry, tužky, předtištěné materiály

Organizace: skupinová práce, samostatná práce, hromadné vyučování

Čas: 45 minut

Metodický postup

1) Úvodní část: seznámení s dětmi, motivace, sdělení obsahu hodiny, seznámení s tématem.
2) Hlavní část: Děti napíší, co je podle nich pravděpodobnost a zda se s ní už někdy setkaly. V krátkém řízeném rozhovoru rozebereme odpovědi dětí.

Na jednoduchém příkladu vysvětlím dětem pravděpodobnost.

Děti praktickou činností zjišťují a zapisují do archu výsledky při opakovaném hodu mincí a kostkou. Své výsledky sdělí ostatním.

Děti se snaží vymyslet odpovědi na otázky:

Jaká je pravděpodobnost, že se jeden žák ve třídě jmenuje……….?

Jaká je pravděpodobnost, že dnes bude zkoušený ……………….?

Jaká je pravděpodobnost, že spolužák dostane jedničku ze zkoušení, pokud vůbec nevím, jak se připravil?

Děti se rozdělí do 4 skupinek. Ve skupinkách řeší následující úlohy:

- V neprůhledném sáčku je 10 kuliček - 6 modrých, 3 červené a 1 bílá. Vypočítejte pravděpodobnost, že bude tažena kulička

a) modrá
b) červená
c) bílá
d) zelená
e) modrá nebo bílá

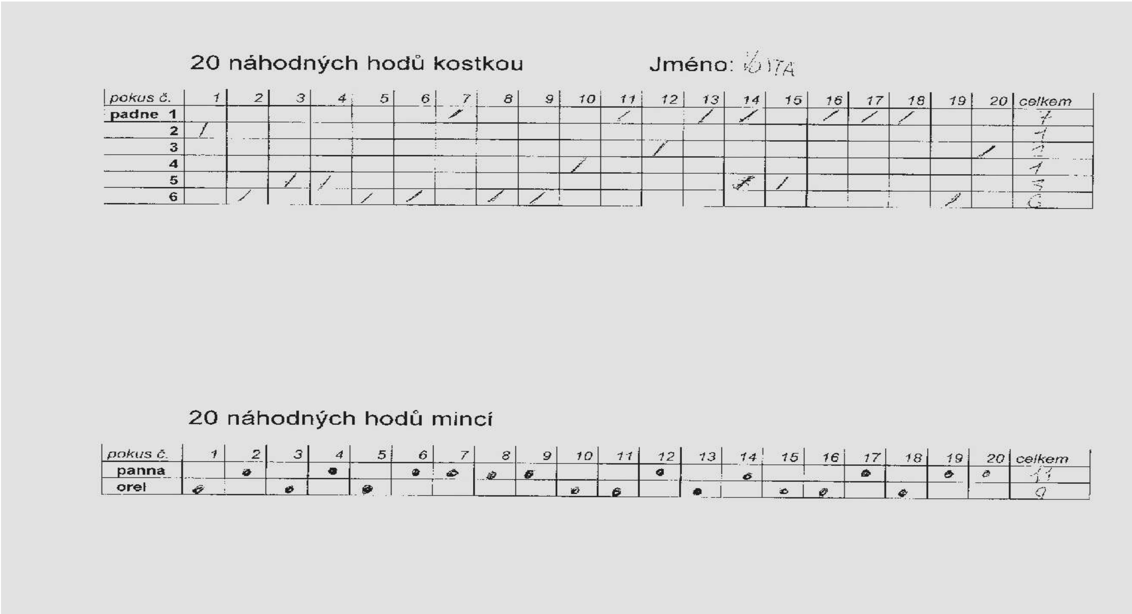
- V balíčku karet je 32 karet, jaká je pravděpodobnost, že si vytáhnu eso? Jaká je pravděpodobnost, že si vytáhnu červenou sedmu?
- Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá: „ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“ odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“ Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

3) Závěrečná část: Děti se pokusí vymyslet vlastní příklady na pravděpodobnost.

V kruhu si budeme posílat kuličku a každý řekne svůj názor na hodinu a na nové téma. Poděkování a rozloučení s dětmi.
Hodinu jsem si nechala natočit. Záznam hodiny přikládám. Z přepisu dialogů vybírám několik zajímavých okamžiků.

Učitelka: Kdybychom počítali s čísli od jedné do deseti, představte si, že je mám někde nastřihané na papírku, jaká by byla pravděpodobnost, že číslo, které si vyberu, je pětka?
Děti: Jedna desetina.
Učitelka: Výborně.
Učitelka: Jaká by byla pravděpodobnost, že to číslo je menší než pět? Možností je zase deset. Menší než pět jsou tato čísla. Těch je kolik?
Děti: Čtyři
Učitelka: Takže by to byly …
Děti: Čtyři desetiny.
Učitelka: Výborně, přesně tak. Čtyři desetiny.
Jaká by byla pravděpodobnost, že z těch čísel si vyberu číslo dělitelné třemi. Jaká jsou to čísla?
Děti: Tři, šest, devět. Tři desetiny.
Učitelka: Přesně tak. Jsou tři z deseti, takže tři desetiny. Dál…
Jaká by byla pravděpodobnost, že by to bylo číslo sudé? Sudá čísla máme tady.
Děti: Pět desetin.
Učitelka: Pět desetin. A když se na to podíváte, sudých je přesně polovina, takže je to jedna polovina. Výborně.
………………

Děti si při opakovaných hodech kostkou a mincí zapisovaly a porovnávaly své výsledky. Došli jsme společně k závěru, že pravděpodobnosti padnutí rubu i líce jsou stejné, podobně i padnutí jakéhokoliv čísla na kostce je stejně pravděpodobné.



20 náhodných hodů kostkou Jméno: VOJTA

pokus č.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	celkem
padne 1							/				/		/	/		/	/	/			7
2	/																				1
3												/								/	2
4										/											1
5			/	/										~~/~~	/						3
6		/			/	/		/	/										/		6

20 náhodných hodů mincí

pokus č.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	celkem
panna		•		•		•	•	•	•			•		•			•		•	•	11
orel	•		•		•					•	•		•		•	•		•			9

Skupinovou práci řešily všechny děti správně, třetí úloha nabízela různá řešení.

Učitelka: No a teď ta třetí úloha, kdy si ten synáček tahal z těch dvou klobouků. Jak jste to vyřešili?

Pája: Já jo.

Učitelka: No povídej, Pájo.

Pája: Pravděpodobnost je poloviční. V prvním klobouku bylo pět dolarů…

Učitelka: Pět desetidolarových a pět jednodolarových ?

Pája: No, a v tom druhým taky.

Učitelka: Výborně, to je taky jedna možnost. Jak jste to vymysleli vy?

Štěpánka: No, my jsme mysleli, že by v tom pravým klobouku bylo sedm desetin a v tom levým tři desetiny.

Učitelka: Teď jste mysleli ty desetidolarové bankovky?

Štěpánka: No.

Učitelka: Takže jste to rozdělili na sedm a tři. A ty jednodolarové jste rozdělili jak? Půl na půl nebo…

Štěpánka: Do toho prvního by byly tři.

Učitelka: To jste rozpočítali, aby jich bylo dohromady deset.

Štěpánka: No, a ze začátku jsme taky mysleli, že by to bylo pět a pět.

Učitelka: Tak, a vy? Jak jste to vymysleli?

Lucka: My bysme dali do prvního osm desetidolarovek a dvě dolarovky a do druhého jsme dali dvě desetidolarovky a osm dolarovek.

Učitelka: Vy jste to vymysleli takhle.

V závěrečné části hodiny měly děti hodinu zhodnotit samy. Hodnotily ji jako netradiční a zajímavou.

David: No, tak bavilo mě to.

Vojta: Mě to taky bavilo. Bylo to zajímavý v těch různejch názorech.

Pája: Že jsme poznali něco jako novýho zase.

Alena: Tak bylo to takový zajímavý hlavně a jinačí než jsme zvyklý.

Jana: Bylo to zajímavý a nemuseli jsme psát písemku.

Hodina dopadla velmi dobře. Děti pracovaly s radostí a zájmem, činnosti je zaujaly. Překvapila mne vytrvalost, s jakou řešily poslední příklad ve skupinové práci.

4.2 Hodina pracovních činností ve 3. třídě

18. ledna 2008 jsem vyučovala hodinu **pracovních činností** na Základní škole v Deštné. Vybrala jsem si 3. třídu. Stejně jako v šesté třídě je i v této třídě pouze deset dětí, pět chlapců a pět děvčat.

Příprava na hodinu pracovních činností

Téma: Náhoda

Cíl: Prostorově vytvořit předměty, které souvisejí s náhodou

Třída : 3. třída

Pomůcky: sáček s předměty na rozlosování, síť kostky na velké čtvrtce, čtvrtky, barevné papíry, tempery, štětce, popisovače, pastelky, předpřipravenou ruletu

Organizace: skupinová práce

Čas: 45 minut

Metodický postup

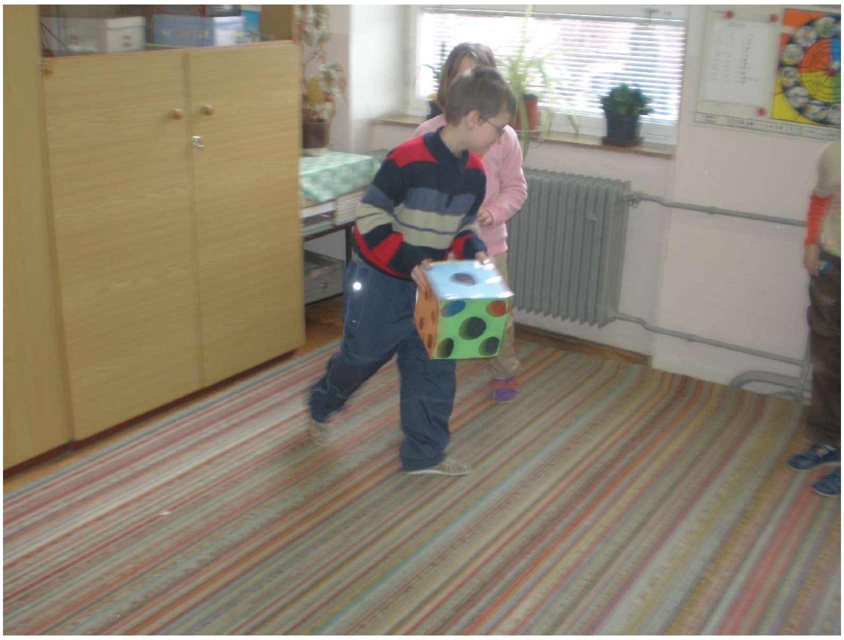
Úvodní část: Na koberci - rozhovor o náhodě. V jaké hře rozhoduje náhoda a v jaké je nutná strategie. Děti si poslepu vylosují ze sáčku předmět (buď kartičku pexesa nebo hrací kostku). Kdo má kostku, jde ke stolečku se sítí kostky. Kdo má pexeso, jde vytvářet ke stolečku pexeso.

Hlavní část: 1. skupina vystřihne a polepí síť kostky. Znázorní body na strany kostky podle skutečného vzoru. 2. skupina nejprve polepí vrchní stranu pexesa jednou barvou, pak nakreslí dvojici motivů do předem narýsovaných políček a rozstříhá je.

Kdo z obou skupin dokončí práci, pokračuje na stanovišti s ruletou. Pomalování předem vytvořené rulety – kašírovací technika na velkou mělkou misku, rozdělení na sektory.

Závěrečná část: Hra s vytvořenými předměty.

Děti pracovaly velmi svědomitě. Kostku i pexeso dokončily, ruleta však zůstala rozpracovaná, a tak ji dokončily děti ve svém volném čase. Myslím, že je práce těšila a bavily je i hry s vlastnoručně vyrobenými předměty.



5 Písemné práce pro studenty učitelství 1. stupně ZŠ

Jedním z bodů v zadání mé diplomové práce bylo i sestavení a vyhodnocení písemných prací pro studenty učitelství 1. stupně ZŠ. Cílem bylo zjistit, jaké znalosti studenti mají.

Vypracovala jsem jednodušší a obtížnější verzi písemné práce. Obě verze byly ve dvou variantách (A a B). Při řešení jednodušší verze si studentky vystačily pouze se zlomky, někdy používaly i trojčlenku. Tato verze dopadla celkem dobře, ačkoliv na ní studentky nebyly připraveny. Studentky pravděpodobnost probíraly téměř před rokem, takže spíše než na svou paměť spoléhaly na „selský rozum“, který jim k vypracování písemné práce bohatě stačil.

Druhá verze vyžadovala znalost kombinatoriky. Studentky již o této písemné práci věděly a připravovaly se na ni. Očekávala jsem, že dopadne lépe než práce první, ale výsledky byly téměř totožné. Práce obsahovala i příklady, které se v hodinách zmiňují spíše okrajově. Přesto mne mile překvapilo, že se studenky většinou snažily i velmi obtížné příklady vypočítat, a i když výsledek nebyl správný, postup byl smysluplný.

V celkovém hodnocení kontrolních prací jsem se zaměřila na studentky, které z řešeného příkladu získaly alespoň jeden bod. Sledovala jsem také vysloveně správná a nesprávná řešení.

5.11. kontrolní práce

Pravděpodobnost – 1. kontrolní práce A Jméno:

1.Eva má v knihovně 171 knih. Jedna třetina všech knih jsou dívčí romány, jedna devítina jsou detektivky a zbytek knih je o přírodě. Jaká je pravděpodobnost, že si dnes po namátkovém výběru Eva přečte

a) detektivku nebo dívčí román

b) knihu o přírodě ?

2. V balíčku je 32 karet, z toho 4 sedmy. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně zvolená karta bude

a) červená sedma

b) jakákoliv sedma ?

3. Rodiče vybírají jméno pro své dítě, které se má narodit v posledním týdnu v roce. Zvažují jména Žaneta a David. Jaká je pravděpodobnost, že dítě bude slavit narozeniny i svátek v jeden den?

25 Po
1. Svátek vánoční
26 Út 2. Svátek ván.
Štěpán
27 St
Žaneta
28 Čt
Bohumil
29 Pá
Judita
30 So
David
31 Ne
Silvestr

4. Vypočtěte pravděpodobnost, že při hodu dvěma kostkami padne

a) dvojice sudých čísel

b) součet obou cifer větší než 7.

Pravděpodobnost – 1. kontrolní práce B Jméno:

1.V balíčku bonbónů je 8 bonbónů malinových, 10 jahodových a 12 ostružinových. Jaká je pravděpodobnost, že si Petr poslepu vybere

a) jahodový nebo ostružinový bonbón

b) malinový nebo jahodový bonbón ?

2. V balíčku je 32 karet. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně zvolená karta bude

a) sedma

b) eso nebo desítka?

3. Vypočtěte pravděpodobnost, že při hodu dvěma kostkami padne

a) ciferný součet větší než 6

b) obě čísla lichá.

4. Z číslic 4, 5, 6, 7, 8 skládá Adam pěticiferná čísla tak, že se žádné číslo nesmí opakovat. Jaká je pravděpodobnost, že libovolně zvolené číslo bude

a) dělitelné devíti

b) dělitelné třemi?

První písemná práce byla studentkám zadána bez předchozího upozornění. Studentky řešily čtyři příklady z pravděpodobnosti. Za každý příklad mohly dostat maximálně tři body, ale pokud jsem viděla sebemenší náznak vedoucí k vyřešení příkladu, hodnotila jsem alespoň jedním bodem.

Ve skupině A bylo 12 studentek. Jedna studentka získala 9 bodů, nejvíce studentek mělo 4 body a žádná ze studentek neměla nula bodů. Bodový průměr skupiny činil necelých 5 bodů.

Skupina A									celkem	bodový průměr
Počet získaných bodů		9	7,5	6	4,5	4	3	1,5	59,5	4,96
	Počet studentek	1	2	1	2	4	1	1	12	

Ve skupině B bylo 10 studentek. Jedna studentka získala 10 bodů, nejvíce studentek obdrželo 6 bodů a jedna studentka nezískala žádný bod. Bodový průměr skupiny činil 5,6 bodů.

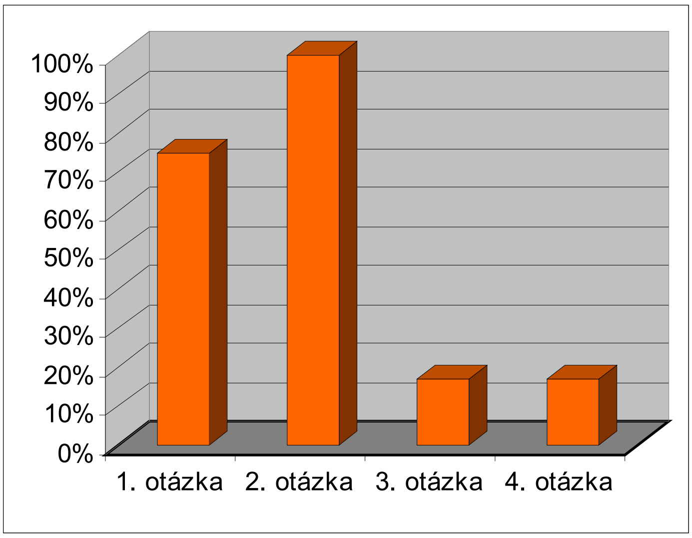
Skupina B								celkem	bodový průměr
Počet získaných bodů			10	7	6	1,5	0	55,5	5,6
	Počet studentek		1	2	5	1	1	10	

Myslím, že obě varianty této písemné práce byly stejně obtížné. Svědčí o tom i malý rozdíl v bodovém průměru

5.2 Hodnocení 1. kontrolní práce

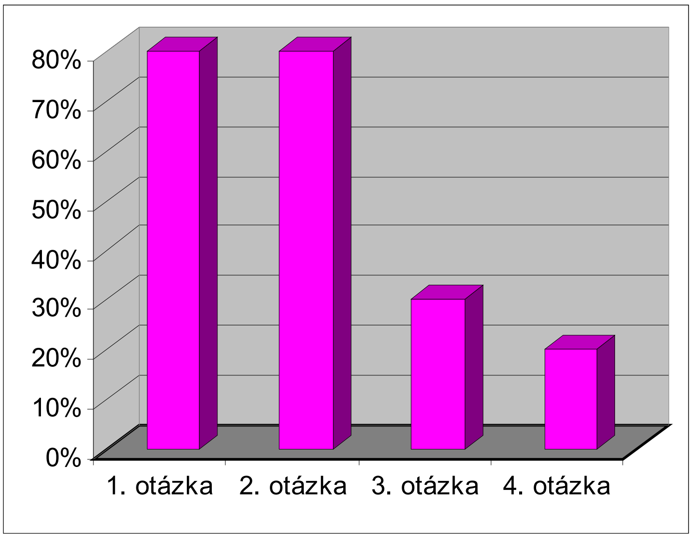
Skupina A – 12 studentek

1. otázku řešilo 75% studentek
2. otázku řešilo 100% studentek
3. otázku řešilo 17% studentek
4. otázku řešilo 17% studentek



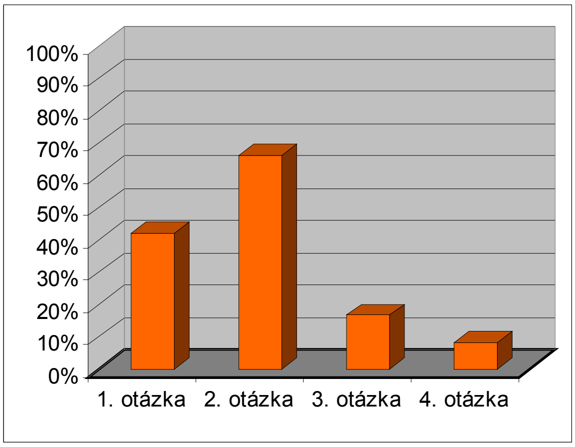
Skupina B – 10 studentek

1. otázku řešilo 80% studentek
2. otázku řešilo 80% studentek
3. otázku řešilo 30% studentek
4. otázku řešilo 20% studentek



Skupina A - 12 studentek

1. otázku řešilo vysloveně správně 42% studentek
2. otázku řešilo vysloveně správně 66% studentek
3. otázku řešilo vysloveně správně 16,7% studentek
4. otázku řešilo vysloveně správně 8,3% studentek



Ukázka správných řešení:

1. Eva má v knihovně 171 knih. Jedna třetina všech knih jsou dívčí romány, jedna devítina jsou detektivky a zbytek knih je o přírodě. Jaká je pravděpodobnost, že si dnes po namátkovém výběru Eva přečte
a) detektivku nebo dívčí román
b) knihu o přírodě ?

$171 : 3 = 57$
$171 : 9 = 19$

$57 + 19 = 76$

$171 - 76 = 95$

a) $\frac{171}{76} = \frac{100}{x}$

$171x = 7600$

$x = 44,\bar{4}\ \%$

b) $\frac{171}{95} = \frac{100}{y}$

$171y = 9500$

$y = 55,\bar{5}\ \%$

3 b.

2. V balíčku je 32 karet, z toho 4 sedmy. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně zvolená karta bude
a) červená sedma $1/32$
b) jakákoliv sedma ? $4/32 = 1/8$

3 b

3. Rodiče vybírají jméno pro své dítě, které se má narodit v posledním týdnu v roce. Zvažují jména Žaneta a David, jaká je pravděpodobnost, že dítě bude slavit narozeniny i svátek v jeden den?

25 Po	1. Svátek vánoční
26 Út	2. Svátek ván. Štěpán
27 St	Žaneta
28 Čt	Bohumil
29 Pá	Judita
30 So	David
31 Ne	Silvestr

$2/7 = 0,29$ pokud by se narodili
29 % dvojčata

$29 : 2 = \underline{14,5\,\%}$ pro 1 dítě

4. Vypočtěte pravděpodobnost, že při hodu dvěma kostkami padne
a) dvojice sudých čísel
b) součet obou cifer větší než 7

počet hodů - možností
$6^2 - 36$

6 - 1, 2, 3, 4, 5, 6
5 - 4, 3, 2, 1, 6, 5
4 - 3, 2, 1, 5, 6, 4
3 - 2, 1, 6, 5, 4, 3
2 - 1, 6, 5, 4, 3, 2
1 - 6, 5, 4, 3, 2, 1

9 možností, že budou obě sudé

$9 : 36 = \underline{0,25}$
90
180
00

a) $\underline{p = 0,25}$, že budou obě sudé

b) souč. větší než 7

5, 4, 3, 2, 1

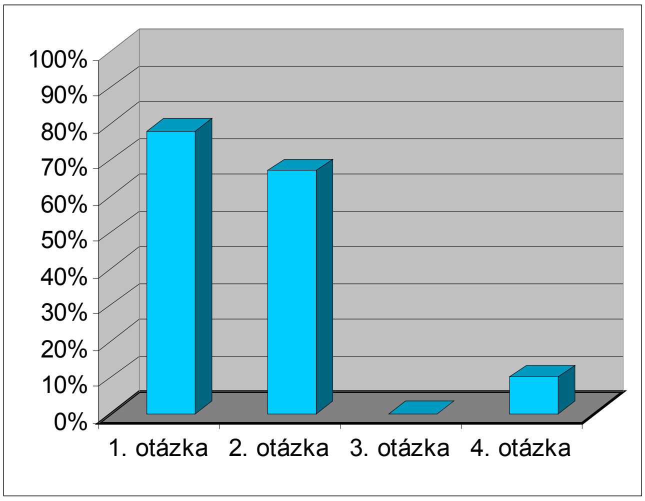
$15 : 36 = 0,41\overline{6}$
150
060
240
24

$\underline{p = 0,41\overline{6}}$, že bude větší než 7

3 b.

Skupina B - 10 studentek

1. otázku řešilo vyslovené správně 78% studentek.
2. otázku řešilo vyslovené správně 67% studentek.
3. otázku řešilo vyslovené správně 0% studentek.
4. otázku řešilo vyslovené správně 10% studentek.



Ukázka správných řešení:

1. V balíčku bonbónů je 8 bonbónů malinových, 10 jahodových a 12 ostružinových. Jaká je pravděpodobnost, že si Petr poslepu vybere

a) jahodový nebo ostružinový bonbón

b) malinový nebo jahodový bonbón ?

celkem: 8 + 10 + 12 = 30 bonbónů

malina = x

jahoda = y

ostružina = z

$8x + 10y + 12z = 30$

a.) 30 .... 100 %

10+12 .... x %

30 .... 100 %

22 .... x %

$x = \frac{2200}{30} = 73{,}3\,\%$

b.) 30 .... 100%

18 .... x %

$x = \frac{1800}{30} = 60\%$

3 b

2. V balíčku je 32 karet, jaká je pravděpodobnost, že náhodně zvolená karta bude

a) sedma

b) eso nebo desítka

a) $\frac{4}{32} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

b) $\frac{8}{32} = \frac{1}{4}$

3 b

4. Z číslic 4, 5, 6, 7, 8 skládá Adam pěticiferná čísla tak, že se žádné číslo nesmí opakovat. Jaká je pravděpodobnost, že libovolně zvolené číslo bude

a) dělitelné devíti – nelze $4+5+6+7+8=30$ 9 nedělí 30 beze zbytku

b) dělitelné třemi

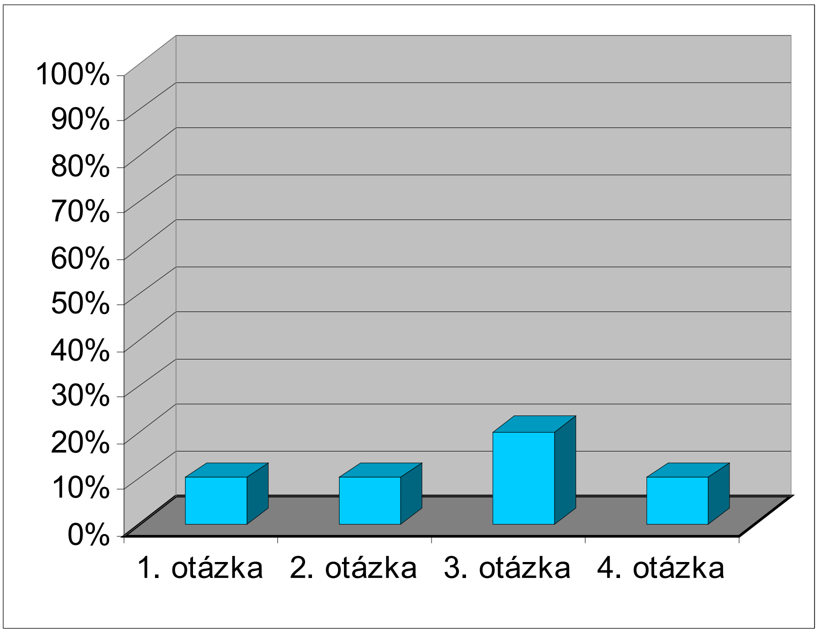
$5 \cdot 4 = 20$ možností

$4+5+6+7+8=30$ $3/30$

pravděpodobnost 1:1

3 b

Vysloveně nesprávně řešilo 1. otázku 10% studentek
Vysloveně nesprávně řešilo 2. otázku 10% studentek.
Vysloveně nesprávně řešilo 3. otázku 20% studentek.
Vysloveně nesprávně řešilo 4. otázku 10% studentek.



5.3 2. kontrolní práce

Pravděpodobnost - 2. kontrolní práce A Jméno:

1. Ve třídě je 28 studentů. 20 z nich ovládá látku. Učitel vyvolal 2 studenty. První ovládal látku výborně. Jaká je pravděpodobnost, že i druhý bude dobře připraven?

2. V osudí je 6 bílých a 5 modrých kuliček. Vyberu náhodně 2 z nich. Jaká je pravděpodobnost, že obě budou modré?

3. Z balíčku karet náhodně vyberu 5 karet. Zjistěte, jeká je pravděpodobnost, že mezi nimi

a) nebude ani jeden žalud

b) bude aspoň jedno eso.

4. Jaká je pravděpodobnost, že hráč košíkové hodí míč do koše čtyřmi po sobě následujícími pokusy z téhož místa, je-li pravděpodobnost hodu z tohoto místa rovna 0,5?

Pravděpodobnost - 2. kontrolní práce B Jméno:

1. V klobouku je 10 lístků, na kterých jsou jména 6 chlapců a 4 dívek. Jaká je pravděpodobnost, že na dvou náhodně vytažených lístcích jsou obě jména dívčí?

2. Ze šesti vajec jsou dvě prasklá. Jaká je pravděpodobnost, že při náhodném odebrání dvou vajec vybereme

a) žádné prasklé

b) dvě prasklá vejce ?

3. Jaká je pravděpodobnost, že hráč na tréninku házené vhodí míč do branky třemi po sobě následujícími pokusy z téhož místa, je-li pravděpodobnost hodu branky z tohoto místa rovna 0,8?

4. Ve sportce se sází 6 čísel ze 49.Určete pravděpodobnost výhry 3.ceny (uhodnou 5 čísel ze 6 tažených).

Na 2. písemnou práci se již studentky připravovaly, ovšem otázky byly voleny mnohem obtížnější než při první práci. 2. kontrolní práce měla opět variantu A a B. Každou ze čtyř otázek jsem hodnotila maximálně třemi body. Při opravování prací se ukázalo, že **skupina B** měla podstatně těžší zadání. Z osmi studentek nedokázala ani jedna studentka odpovědět na 3. a 4. otázku, čímž nemohly získat více než 6 bodů. Šesti bodů dosáhla pouze jedna studentka. Jen jedna ze studentek nezískala v této skupině ani jeden bod. Skupina B měla bodový průměr 4 body.

Ve **skupině A** získala jedna studentka dokonce 9,5 bodu. Dvě studentky z této skupiny nezískaly žádný bod. Poslední příklad, řešila správně pouze jedna studentka, ostatní studentky jej řešily chybně nebo vůbec. Skupina A měla bodový průměr 6,6 bodu.

Skupina A							celkem	bodový průměr
Počet získaných bodů		9,5	9	7,5	6	0	72,5	6,6
	Počet studentek	1	3	4	1	2	11	

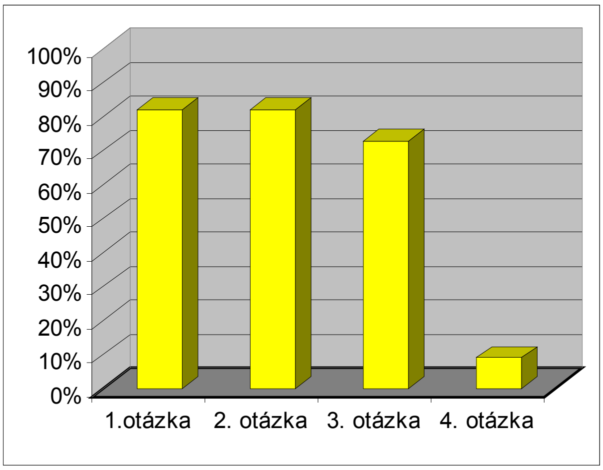
Skupina B							celkem	bodový průměr
Počet získaných bodů		6	5	4,5	3	0	32	4
	Počet studentek	1	1	4	1	1	8	

5.4 Hodnocení 2. kontrolní práce

Skupina A – 11 studentek

1.otázku řešilo 82% studentek 2. otázku řešilo 82% studentek

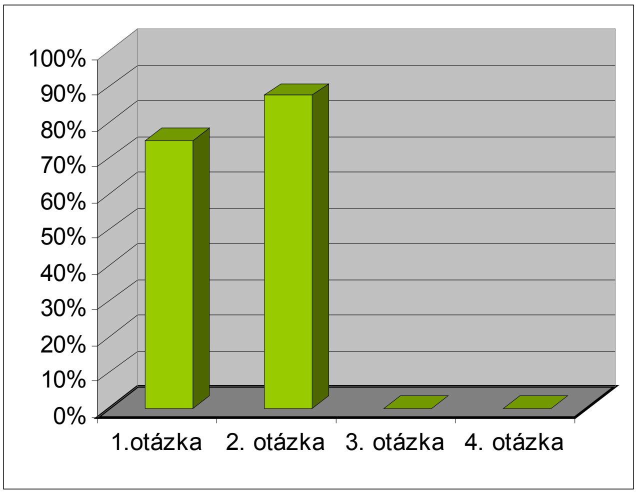
3. otázku řešilo 73% studentek 4. otázku řešilo 9% studentek



Skupina B – 8 studentek

1. otázku řešilo 78% studentek 2. otázku řešilo 87,5 % studentek

3. a 4. otázku nevyřešila alespoň na jeden bod žádná studentka



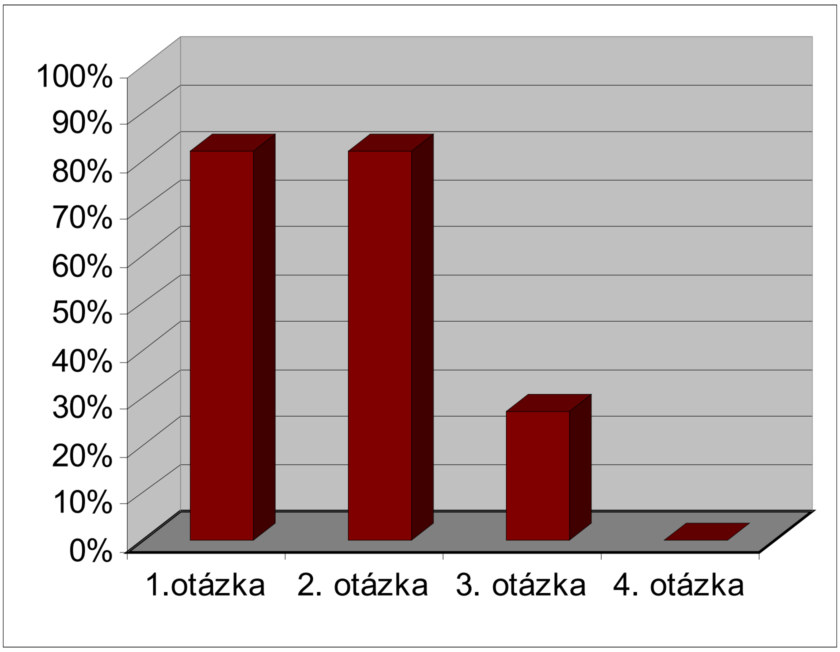
Skupina A

Na 1. otázku odpovědělo vysloveně správně 82% studentek.

Na 2. otázku odpovědělo vysloveně správně 82% studentek.

Na 3. otázku odpovědělo vysloveně správně 27% studentek.

Na 4. otázku neodpověděla žádná studentka vysloveně správně. 67% studentek odpovědělo vysloveně nesprávně.



Ukázka správných řešení:

1. Ve třídě je 28 studentů. 20 z nich ovládá látku.Učitel vyvolal 2 studenty. První ovládal látku výborně.Jaká je pravděpodobnost, že i druhý bude dobře připraven?

$$\frac{\binom{20}{2}}{\binom{28}{2}} = \frac{20 \cdot 19}{28 \cdot 27} = \frac{380}{750} = 0{,}503$$

Pravdopodobnost, že bude i druhý student připraven je 0,503.

3b.

2. V osudí je 6 bílých a 5 modrých kuliček. Vyberu náhodně 2 z nich. Jaká je pravděpodobnost, že obě budou modré?

$$\frac{\binom{5}{2}}{\binom{11}{2}} = \frac{5 \cdot 4}{11 \cdot 10} = \frac{20}{110} = 0{,}182$$

Pravdopodobnost, že obě kuličky budou modré je 0,182.

3b.

3. Z balíčku karet náhodně vyberu 5 karet. Zjistěte, jeká je pravděpodobnost, že mezi nimi
   a) nebude ani jeden žalud
   b) bude aspoň jedno eso

32 karet v balíčku ..... 8 žaludů

4 esa

a) 1:4 $\frac{\binom{24}{5}}{\binom{32}{5}} = \frac{24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20}{32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28} = \frac{5100480}{24165120} = \underline{0{,}21}$

b) $\frac{\binom{4}{5}}{\binom{32}{5}} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28} = \frac{4}{24165120}$

3b

4. Jaká je pravděpodobnost, že hráč košíkové hodí míč do koše čtyřmi po sobě následujícími pokusy z téhož místa, je – li pravděpodobnost hodu z tohoto místa rovna 0.5?

$$\binom{4}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)$$

2 b.

Skupina B

Na 1. otázku odpovědělo vysloveně správně 75% studentek.

Na 2. otázku odpovědělo vysloveně správně 25% studentek.

Na 3. otázku neodpověděla vysloveně správně žádná ze studentek.

Na 4. otázku také neodpověděla vysloveně správně žádná ze studentek.

Ukázka správných řešení:

1. V klobouku je 10 lístků, na kterých jsou jména 6 chlapců a 4 dívek. Jaká je pravděpodobnost, že na dvou náhodně vytažených lístcích jsou obě jména dívčí?

$6+4=10$

$p=\binom{4}{2}$

Pravděp. je $0{,}1\overline{33}$

$$\frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}}=\frac{\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}}{\frac{10\cdot 9}{2\cdot 1}}=\frac{\frac{12}{2}}{\frac{90}{2}}=\frac{6}{45}=0{,}1\overline{33}$$

3b.

2. Ze šesti vajec jsou dvě prasklá. Jaká je pravděpodobnost, že při náhodném odebrání dvou vajec vybereme
   a) žádné prasklé
   b) dvě prasklá vejce ?

$6 \quad 2 \qquad 6-2=4$

a.) $$\frac{\binom{4}{2}}{\binom{6}{2}}=\frac{\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}}{\frac{6\cdot 5}{2\cdot 1}}=\frac{\frac{12}{2}}{\frac{30}{2}}=\frac{6}{15}=0{,}4$$

b.) $$\frac{\binom{2}{2}}{\binom{6}{2}}=\frac{\frac{2\cdot 1}{2\cdot 1}}{\frac{6\cdot 5}{2\cdot 1}}=\frac{\frac{2}{2}}{\frac{30}{2}}=\frac{1}{15}=0{,}0\overline{6}$$

$=1$

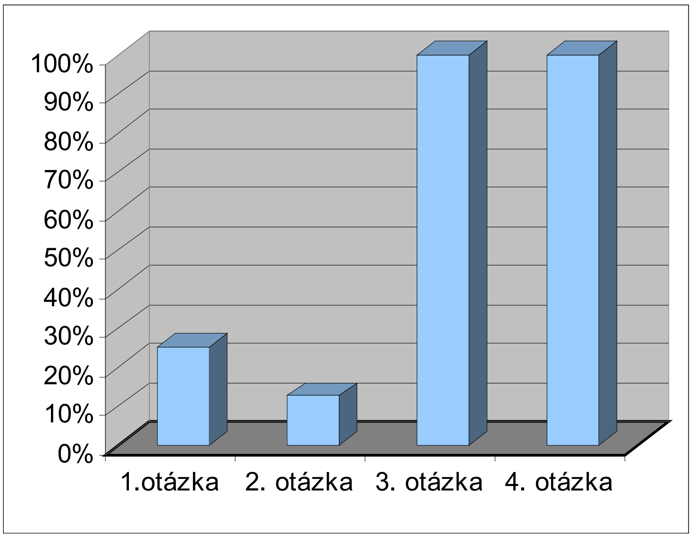
3b.

Na 1. otázku odpovědělo vysloveně nesprávně 25% studentek.

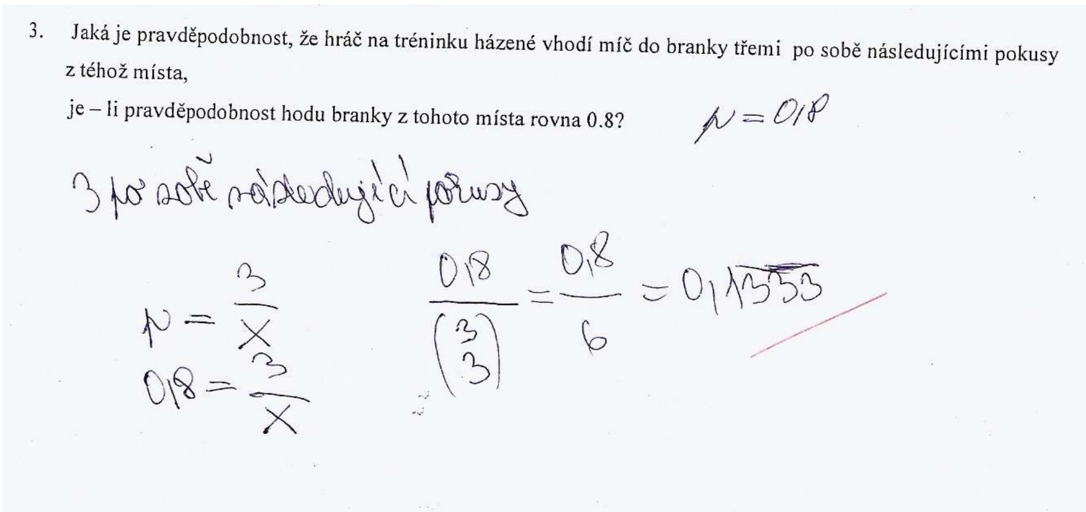
Na 2. otázku odpovědělo vysloveně nesprávně12,5% studentek.

Na 3. otázku odpovědělo vysloveně nesprávně 100% studentek.

Na 4. otázku odpovědělo vysloveně nesprávně také 100% studentek.



Ukázka chybných řešení:



4. Ve sportce se sází 6 čísel ze 49.Určete pravděpodobnost výhry 3.ceny (uhodnou 5 čísel ze 6 tažených)

$$\frac{\binom{6}{5}}{\binom{49}{6}} = \frac{\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}}{\dfrac{49\cdot48\cdot47\cdot46\cdot45\cdot44}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}} = \frac{\cancel{6}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{6}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{1}}{\cancel{5}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{1}\cdot49\cdot\cancel{48}\cdot47\cdot46\cdot\cancel{45}\cdot44} =$$

$$= \frac{1}{49\cdot47\cdot46\cdot44} = \frac{1}{4661272} = 0{,}00000021$$

Chybné řešení otázek 3. a 4. bylo způsobeno tím, že se studentky s podobnými příklady nesetkávají tak často. Ve 4. příkladu se zaměřily pouze na čísla vyhrávající, ale zapomněly počítat i s čísly nevyhrávajícími.

6 Test pro veřejnost

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?
2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6 ?
3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?
4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá: „Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“ odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

Abych studentům učitelství 1. stupně ukázala povědomí veřejnosti o pravděpodobnosti, sestavila jsem tento test a zadala ho dvaceti lidem různého věku a vzdělání. Test neměl sloužit k nějakému výzkumu, ale pouze k nahlédnutí do znalostí lidí. Vybrala jsem tedy pouze malou skupinu osob ze svého okolí. Věk testovaných se pohyboval od 15 do 66 let. Věkový průměr byl 32,4 let. Test vyplňovalo 11 žen a 9 mužů. Každou ze čtyř otázek jsem hodnotila maximálně třemi body. Pokud jsem se domnívala, že testovaný tuší, jak by se úloha řešila, dostal 1 bod. V první otázce jsem uznávala i odpověď 1: 1, která se v běžné řeči často používá při vyjádření stejných šancí.

Nejlépe odpovídali většinou lidé ve věku od 19 do 32 let. Plný počet bodů získali dva lidé – jeden muž (19 let) a jedna žena (22 let).

Ženy získaly průměrně 8, 55 bodů, muži 8,22 bodů.

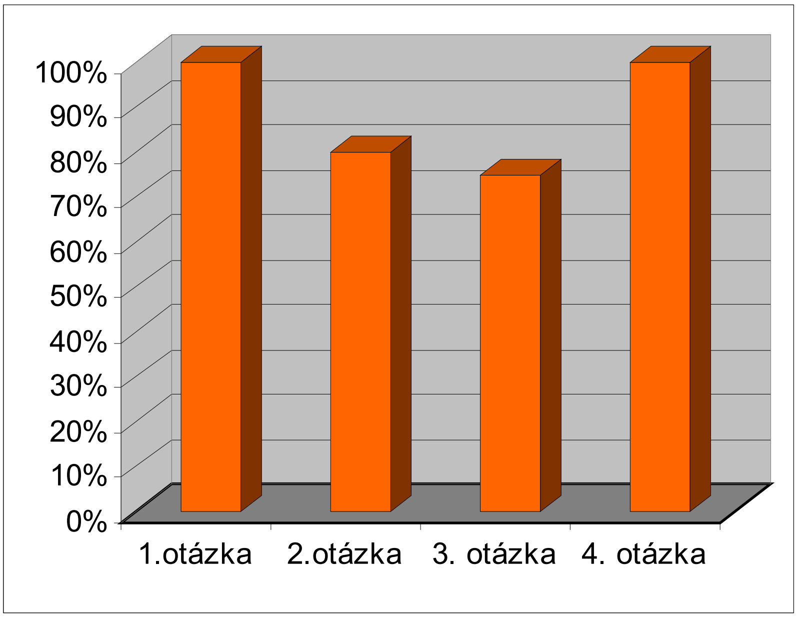
Tabulka získaných bodů

		1. otázka	2. otázka	3. otázka	4. otázka	celkem
počet bodů	Roman	3		1	1	5
	Blanka	3	3	1	1	8
	Milena	3	3		1	7
	Jaromír	3	3		1	7
	Milena	3	3	3	3	12
	Míra	3			1	4
	Štěpán	3	3	3	1	10
	Tomáš	3	3	3	1	10
	Tomáš2 3	3	3	3	1	10
	Renata	3	3	3	1	10
	Irena	3		1	1	5
	Jana 35	3	3		1	7
	Karolína	3	3	3	1	10
	Radka	3	3	3	1	10
	Lucka	3	3	3	2	11
	František	3	3	1	1	8
	Ondra	3	3	3	3	12
	Hana	3	3	3	1	10
	Jarda	3	3	1	1	8
	Jana 52	3			1	4

6.1 Hodnocení testu

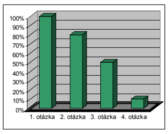
Hodnotila jsem, kolik testovaných osob získalo alespoň jeden bod z každé otázky.

1. otázka   alespoň jeden bod získalo 100%
2. otázka   alespoň jeden bod získalo 80%
3. otázka   alespoň jeden bod získalo 75%
4. otázka   alespoň jeden bod získalo 100%

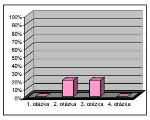


Vyslovené správná řešení:

1. otázka	100%
2. otázka	80%
3. otázka	50%
4. otázka	10%



1. otázka	0% chybných řešení
2. otázka	20% chybných řešení
3. otázka	20% chybných řešení
4. otázka	0% chybných řešení



7 Možnosti využití pravděpodobnosti na 1. stupni ZŠ

Jelikož studuji obor učitelství 1. stupně ZŠ, logicky si kladu otázku, jak bych ve svém budoucím povolání mohla pravděpodobnost využívat. Myslím, že děti samy tuší, zda je něco více či méně pravděpodobné. Vědí, co se stát může a co je „pouze v pohádkách". Rozlišují realitu, ale velmi rády utíkají do fantazie. Domnívám se, že pravděpodobnost jim takové nehlédnutí do fantazie umožní. Dá se velmi pěkně využít při seznamování se zlomky (panna nebo orel = poloviční pravděpodobnost padnutí), ale dokáže i zaručeně nestranně rozhodnout ve chvíli, kdy učitel nechce být obviněn ze zaujatosti.

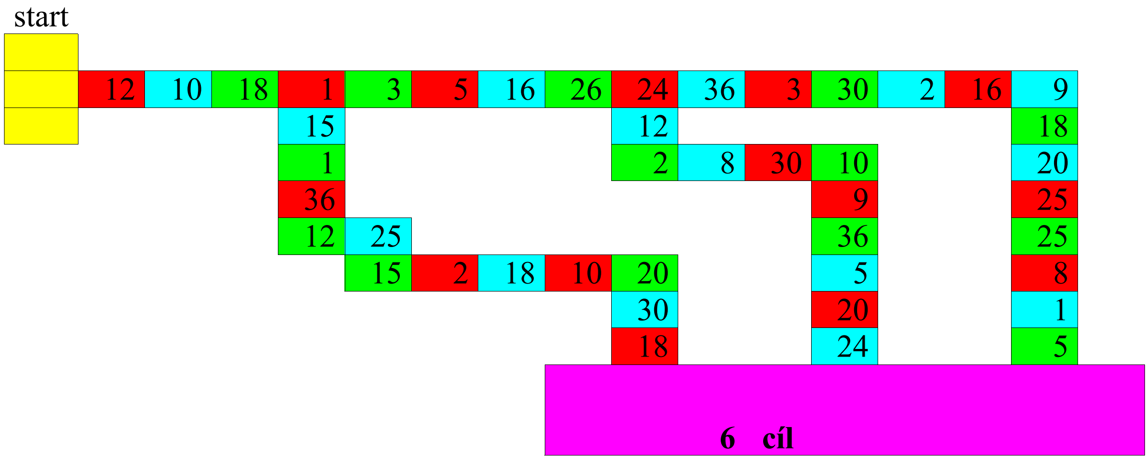
Pravděpodobnost nevědomky používá každý učitel, který dá žákovi vybrat z několika možností, který zkouší ne podle toho, kdo se mu líbí či nelíbí, ale třeba podle losu.

Používáme ji při rozdělení do družstev v tělesné výchově, při volbě spolupracovníků do skupinové práce dětí, ale i při samotné výuce.

Pravděpodobnost by nám mohla pomoci vytvořit ve třídě spravedlivé podmínky pro všechny, protože vždy je lepší, když o něčem nepříjemném rozhodne náhoda, než kdyby tak učinil učitel.

Pravděpodobnost, nebo snad náhoda, se dá využít asi ve všech předmětech na 1. stupni ZŠ. Zde nabízím několik možností.

7.1 Hra „Hoď si součin“



Pravidla hry:

Hra je určena pro tři hráče a slouží k procvičení malé násobilky. Ke hře potřebujeme tři hrací kostky a tři figurky od Člověče, nezlob se. Tři hráči si postaví figurku na políčka start a zvolí si barvu, po které půjdou. Svou figurkou mohou hráči pohybovat pouze po zvolené barvě. Pokud na políčku před sebou vidí např. číslo 12, musí hodit dvojku a potom šestku (2.6 = 12) nebo 3 a potom 4 (3.4 = 12). Platí to samozřejmě i naopak (6.2) a (4.3). Zde žákům můžeme částečně objasnit komutativnost násobení. Nezáleží na tom, po kolika pokusech se zdaří hodit požadovaný příklad. Jakmile hráč hodí na hrací kostce číslo 2, pokouší se dále o číslo 6. Když číslo 6 padne, přesune se na políčko s číslem 12 a snaží se hodit následující násobek dvou čísel ve zvolené barvě. Pokud má před sebou např. číslo 1, hází, dokud mu dvakrát po sobě nepadne na kostce jednička (1.1 = 1). Hráč má možnost zvolit si délku a svým způsobem i obtížnost trasy. Když stojí na posledním políčku před cílem, čeká, dokud mu nepadne na hrací kostce číslo 6. Vyhrává hráč, který je jako první v růžovém políčku. Tato hra je závislá pouze na náhodě a štěstí hráče.

7.2 Hra „Napiš a ohni“

Tato hra slouží k procvičení slovních druhů. Počet hráčů je neomezený. Hráči sedí nejlépe v kruhu. Každý má papír, podložku na psaní a tužku. Učitelka říká, jaký slovní druh žáci napíší. Jakmile mají napsáno, přehnou svůj papír dvakrát dozadu tak, aby nebylo možné přečíst, co napsali a pošlou ho kolegovi po pravé ruce. Když tak učiní všichni, řekne učitelka, jaký slovní druh mají napsat děti teď. V okamžiku, kdy dá učitelka pokyn k rozbalení papíru, objevují se většinou zajímavé a vtipné věty. Některá slova se při čtení musejí dát do správného tvaru.

Příklad:

číslovka:	11
podstatné jméno:	vtipálek (vtipálků)
příslovce:	ukrutně
sloveso:	povykovat (povykuje)
předložka:	nad
přídavné jméno:	sněhobílý (sněhobílým)
podstatné jméno:	buldozer (buldozerem)

Každý žák má volbu, napsat jakékoliv slovo a společně tvoří konečný výsledek. Žáci se snaží vymyslet co nejzajímavější slova, aby celková věta působila absurdně a tudíž vtipně.

7.3 „Tvoření básní“

Další využití pravděpodobnosti v českém jazyce jsem si s dětmi vyzkoušela na praxi ve 3. třídě. Děti si zvolily zástupce, který vylosoval jednu obojetnou souhlásku. Každá obojetná souhláska při losování měla stejnou pravděpodobnost vytažení. Zvolený žák si vytáhl souhlásku ***Z***. Třída měla za úkol vymyslet báseň na vyjmenovaná slova po této obojetné souhlásce. Děti si oddechly, že žák nevytáhl například písmeno P. To by je čekala těžší práce. Každý, koho něco napadlo, řekl svůj názor. Nakonec děti společnými silami vytvořily tuto báseň:

Vstávala jsem ***brzy,***
kapaly mi slzy.
Jela jsem do ***Ruzyně***
k naší tetě Růženě.
Teta učí ***jazyky,***
poletí do Afriky.
Nazývá se *Šípková,*
je to teta světová.

Uznávám, že z této básně asi nikdy nebude literární skvost, přesto z ní děti měly ohromnou radost a chtěly jí dokonce poslat i do novin. Já jsem splnila svůj záměr procvičit vyjmenovaná slova a díky losování jsem děti lehce seznámila i s pravděpodobností.

8 *Sbírka úloh pro studenty*

Jedním z cílů mé diplomové práce bylo i vytvoření sbírky úloh pro studenty. Příklady jsem vybírala většinou ze středoškolských učebnic. Tato sbírka má sloužit jak k procvičení příkladů z pravděpodobnosti, tak i k samotnému vysvětlení příkladů. Student, který o pravděpodobnosti nemá ani tušení, by se s touto sbírkou mohl pravděpodobnost krok za krokem naučit.

Všeobecná úmluva

- Pravděpodobnost toho, že nastane jev A, značíme P(A). Jev „při hodu mince padne rub“ značíme R, podobně L pro „líc“.
- Balíček karet rozumíme 32 karet ve čtyřech barvách: žaludy, zelené, srdce a kule, každá v osmi výškách: sedma, osma, devítka, desítka, spodek, svršek, král, eso.
- Taháme-li tři kuličky z osudí, ve kterém jsou kuličky bílé i modré, pak BBM značíme jev „dvě z tažených kuliček jsou bílé, jedna modrá. Analogicky chápeme znaky BB, MM, BM a podobně.

Příklady a jejich řešení

- Určete pravděpodobnost, že při hodu hrací kostkou padne

a) číslo větší než 4

b) prvočíslo

c) číslo sudé.

a) větší než 4 jsou čísla 5 a 6 (2 čísla). Všech čísel je 6. $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

b) prvočísla jsou čísla 2, 3, 5. $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

c) sudá čísla jsou 2, 4, 6. $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

- V neprůhledném sáčku je 10 kuliček - 6 modrých, 3 červené a 1 bílá. Vypočítejte pravděpodobnost, že bude tažena kulička

a) modrá ($\frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0{,}6$) b) modrá nebo bílá ($\frac{6+1}{10} = 0{,}7$)

c) červená (0,3) d) modrá nebo červená ($\frac{6+3}{10} = 0{,}9$)

e) bílá (0,1) f) bílá nebo červená ($\frac{1+3}{10} = 0{,}4$)

g) zelená (0, jev nemožný) h) modrá nebo zelená ($\frac{6+0}{10} = 0{,}6$) .

- V neprůhledném sáčku je pět stejných štítků označených čísly 1, 2, 3, 4, 5. Postupně vytáhneme dva štítky. První určuje desítky, druhý jednotky vytaženého dvojciferného čísla. Vypočítejte pravděpodobnost jevu, že bude taženo číslo

a) sudé
b) liché
c) větší než 40
d) větší než 50
e) násobek pěti.

počet všech možností je 5 . 4 = 20

Řešení:

a) jako první může být taženo jakékoliv číslo, jako druhé tažené číslo musí být pouze číslo sudé (buď dvojka nebo čtyřka). Musíme počítat s tím, že pokud jedno sudé číslo vytáhneme jako druhé, nemůže už být na pozici prvně taženého čísla.

x **2**

x **4** 2.4 = 8 příznivých jevů z 20 možných, P(A) = $\frac{8}{20} = 0{,}4$

x

x

x

b) jako první může být taženo jakékoliv číslo, jako druhé pouze jedno z čísel 1, 3, 5.

$4.3 = 12 \quad P(B) = \frac{12}{20} = 0{,}6$

c) jako první může být taženo pouze číslo 4 nebo 5. Jako druhé může být tažené jakékoliv číslo. Musíme jen opět pamatovat na to, že pokud jedno číslo bude vytaženo jako první, nemůže už být vytaženo jako druhé. Proto při druhém tahu vybíráme pouze ze čtyř čísel.

$2.4 = 8 \quad P(C) = \frac{8}{20} = 0{,}4.$

d) jako první může být taženo pouze číslo 5, jako druhé číslo pak mohou sloužit všechna čtyři zbylá čísla.

$1.4 = 4 \quad P(D) = \frac{4}{20} = 0{,}2$

e) jako první číslo může být jakékoliv číslo kromě pětky, jako druhé číslo pouze 5.

$4.1 = 4 \quad P(E) = \frac{4}{20} = 0{,}2$

- Z číslic 1, 2, 3, 4, 5 sestavujeme péticiferná čísla, z nichž se žádná číslice neopakuje. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně zapsané číslo x bude dělitelné číslem

a) 5
b) 3
c) 9?

Počet všech možných řešení je 5! = 5.4.3.2.1, protože nejprve vybíráme z pěti možných čísel, na druhé místo už pouze ze čtyř atd.

Řešení:

a) x x x x 5

$P(A) = \frac{4!}{5!} = \frac{4.3.2.1}{5.4.3.2.1} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

b) ciferný součet čísel 1, 2, 3, 4, 5 je číslo 15 a to je dělitelné třemi. Ať už z těchto číslic vytvoříme jakékoliv číslo, bude vždy dělitelné třemi.

$P(B) = \frac{5!}{5!} = 1$ Jedná se o jev jistý.

c) jelikož ciferný součet čísel 1-5 je 15 a to není dělitelné 9, číslo, které sestavíme z daných číslic, nebude nikdy dělitelné devíti.

$P(C) = \frac{0}{5!} = 0$ Jedná se o jev nemožný.

- Určete v procentech pravděpodobnost, že náhodně vybrané číslo z čísel 1 až 125

a) je dělitelné pěti

b) má ciferný součet dělitelný devíti

c) je dělitelné třemi a zároveň sedmi.

Řešení:

a) 125 : 5 = 25 25 čísel je dělitelných 5

$P(A) = \frac{25}{125} = 0{,}2 = 20\%$

b) 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, 117 =13 čísel

$P(B) = \frac{13}{125} = 0{,}104 = 10{,}4\%$

c) 21, 42, 63, 84, 105 = 5 čísel dělitelných třemi a zároveň sedmi

$P(C) = \frac{5}{125} = 0{,}04 = 4\%$

- Házíme dvěma hracími kostkami (červenou a modrou). Utvoříme dvojciferná čísla tak, že číslo, které padne na červené kostce, bude určovat počet desítek, a číslo, které padne na modré kostce, bude určovat počet jednotek. Určete pravděpodobnost, že dostanete číslo

a) dělitelné pěti
b) sudé
c) menší než 22.

Příslušné pravděpodobnosti vyjádřete v procentech.

Řešení: nejprve se zabývejme otázkou, kolik je možných výsledků náhodného pokusu, tj. hodu dvěma kostkami, při kterém rozlišujeme, zda číslo padne na červené nebo na modré kostce. Jinak řečeno rozlišujeme například hod (2,3) a hod (3,2). Takto budeme postupovat ve všech dalších úlohách, v kterých se bude vyskytovat hod dvěma kostkami.

Na červené kostce může padnout kterékoli z čísel 1 – 6, totéž nastane pro modrou kostku.

Počet dvojciferných čísel, která mají na místě desítek číslici 1, je zřejmě 6. Jsou to čísla 11, 12, 13, 14, 15, 16. Podobně zjistíme, že počet dvojciferných čísel, majících na místě desítek jednu z číslic 2, 3, 4, 5, 6, je pro každou z nich 6. Celkem dostaneme 6.6=36 různých dvojciferných čísel. To znamená, že n = 36.

a) Víme, že čísla dělitelná pěti jsou právě ta čísla, která mají na místě jednotek číslici 0 nebo 5. V tomto případě však nula nepřichází v úvahu. Snadno určíme, že počet čísel, která mají na místě jednotek číslici 5 je 6. Jsou to čísla 15, 25, 35, 45, 55, 65. To znamená, že počet výsledků příznivých jevu A je a = 6.

$$P(A) = \frac{6}{36} = 0{,}16 = 16\%$$

b) Sudá čísla, přicházející v úvahu v tomto případě, mají na místě jednotek jednu ze tří číslic 2, 4, 6. Na místě desítek může být kterákoli ze šesti číslic 1 – 6. Proto číslo výsledků příznivých jevu B – padne sudé číslo – je a = 3.6 = 18. Počet možných výsledků je n = 36.

$P(B) = \frac{18}{36} = 0{,}5 = 50\%.$

c) Z uvažovaných čísel jsou menší než 22 čísla, která mají na místě desítek číslici 1. Takových čísel je 6 a ještě číslo 21. Počet výsledků příznivých jevu C – padne číslo menší než 22 – je a = 6+1 = 7.

$P(C) = \frac{7}{36} = 0.194 = 19\%$

- O dvojciferném čísle víme, že jeho cifry jsou navzájem různé a toto číslo je menší než 30. S jakou pravděpodobností ho můžeme uhodnout?

V úvahu přicházejí čísla 1 – 29 , přičemž čísla 1 – 9 nejsou čísla dvojciferná. Počítáme tedy pouze s 20 možnými čísly. Čísla 11 a 22 však mají stejné číslice na místě desítek i jednotek, a tak ani s nimi nemůžeme dále pracovat. Zbývá nám 18 čísel. Pravděpodobnost, že jedno z těchto 18 čísel uhodneme, je tedy $P(A) = \frac{1}{18} = 0{,}05 = 5\%$.

- Jaká je pravděpodobnost, že v náhodně zvoleném dvouciferném čísle budou obě cifry stejné?

Dvouciferných čísel je 90, těch, která mají obě cifry stejné, je 9 (11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99). $P(A) = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$.

- Určete pravděpodobnost, že náhodně zvolené číslo je dělitelné

a) sedmi
b) pěti.

Řešení:

a) Z devadesáti dvojciferných čísel jsou pro tento příklad příznivá čísla 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91 a 98. To je 13 příznivých čísel.

$P(A) = \frac{13}{90}$.

b) Na místo jednotek můžeme v tomto případě umístit pouze čísla 0 a 5. Na místo desítek pak všechna čísla od 1 do 9. Není řečeno, že obě cifry se musí lišit, a tak můžeme použít opravdu všech 9 čísel. Počet příznivých čísel je tedy 9.2 = 18.

$P(B) = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$.

- Jaká je pravděpodobnost, že náhodně zvolené trojciferné číslo končí

a) číslicí 5

b) sudou číslicí

c) číslicí větší než 5?

Řešení:

a) Na místo stovek můžeme umístit číslo od 1 do 9 (to je 9 čísel), na místo desítek pak můžeme umístit čísla 0 až 9 (to je 10 čísel) a na místo jednotek můžeme umístit pouze číslici 5 (to je jedno číslo). Počet příznivých čísel tedy získáme vynásobením možností na každém řádu, to je 9.10.1 = 90. Víme, že počet všech trojciferných čísel je 900.

$P(A) = \frac{90}{900} = 0{,}1$.

b) Místo stovek a desítek můžeme obsadit stejně jako v předchozí úloze. Na místo jednotek pak dosadíme pouze sudá čísla (0, 2, 4, 6, 8), kterých je 5. Vzájemným vynásobením 9.10.5 získáme číslo 450, což je počet příznivých čísel. P(B) = $\frac{450}{900} = 0{,}5$.

c) Na místo jednotek můžeme umístit pouze 4 čísla (6, 7, 8, 9).

$P(C) = \frac{360}{900} = 0{,}4$.

- Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma kostkami padnou čísla jejichž rozdíl je 1?

1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

Řešení: Všech možných případů je 36. Jsou popsány v tabulce. Je zřejmé, že každé dva z těchto případů jsou stejně pravděpodobné. Příznivých případů je 10: (1,2), (2,3),(3,4),(4,5),(5,6),(2,1),(3,2),(4,3),(5,4) a (6,5).

<u>Výsledek</u>: P(rozdíl hozených čísel je 1) $= \frac{10}{36} = 0{,}27778$

- Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma kostkami padne součet

a) 3

b) menší než 3

c) dělitelný 5 ?

Řešení:

a) Všech možností je 36. Příznivé jevy jsou dva: padne součet 1+2, padne součet 2+1. Toto lze rozlišit např. barevně odlišnými kostkami. $P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.

b) Součet menší než tři je pouze součet 1+1. Zde nerozlišujeme, na které kostce co padlo, protože hodnota čísla je na obou kostkách stejná. $P(B) = \frac{1}{36}$.

c) Aby byl součet dělitelný pěti, musí být roven 5, 10. Takové možnosti nastanou, když padne součet 1+4 nebo 4+1, 2+3, nebo 3+2, 5+5, 6+4 nebo 4+6. Těchto možností je 7. $P(C) = \frac{7}{36}$.

- Vypočtěte pravděpodobnost, že při hodu dvěma kostkami padne

a) součet aspoň 8

b) dvojice sudých čísel.

Řešení:

a) Tento součet dostaneme, padne-li: 6+2, 2+6, 5+3, 3+5, 4+4, 6+3, 3+6, 5+4, 4+5, 6+4, 4+6, 5+5, 6+5, 5+6, a 6+6. P(A) = $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

b) Na obou kostkách nám musí v tomto případě padnout číslice 2, 4 nebo 6. Vzájemným vynásobením tří možností na obou kostkách dostaneme 9 příznivých možností.

   P(B)= $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

- Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma mincemi padne na obou mincích rub?

Řešení: Při hodu dvěma mincemi nastávají tři případy: padnou dva ruby, dva líce, nebo rub na jedné a líc na druhé minci. Z toho by vyplývalo, že pravděpodobnost toho, že na obou mincích padne rub je $\frac{1}{3}$.

Řešení bylo ukvapené: Chybně jsme předpokládali, že všechny tři jevy jsou stejně pravděpodobné. Není tomu tak. Představme si, že první z mincí je korunová a druhá dvoukorunová. Pak je zřejmé, že případ „na korunové minci padl R a na dvoukorunové L“je jiný než případ „na korunové minci padl L a na dvoukorunové R“.

Tedy při hodu dvěma mincemi nastávají nikoli tři ale čtyři případy: RR, RL, LR, LL.

Pak ovšem P(RR) = $\frac{1}{4}$.

- Jaká je pravděpodobnost, že při hodu třemi mincemi padne R

a) aspoň jednou

b) nejvýše jednou

c) právě jednou ?

Řešení: Všech případů je osm: RRR, RRL, RLR,LRR,LLR,LRL, RLL,LLL.

Všechny jsou stejně pravděpodobné. Příznivé jsou

a) všechny kromě LLL

b) čtyři poslední

c) tři: LLR, LRL, RLL.

Výsledek:

a) $P(A) = \frac{7}{8} = 0{,}875$

b) $P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

c) $P(C) = \frac{3}{8} = 0{,}375$

- V bedně je 26 žárovek s příkonem 40W, 24 žárovek s příkonem 60 W a 30 žárovek s příkonem 75 W. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná žárovka má příkon

a) 60 W

b) 60 W nebo 75 W?

Pravděpodobnost vyjádřete v procentech.

Řešení:

Pravděpodobnost jevu a) je $P(A) = \frac{a}{n}$ kde **a** je počet výsledků příznivých jevů A a **n** je počet všech možných výsledků.

V bedně je celkem 80 žárovek. Vybrání libovolné žárovky z bedny je náhodný pokus, při němž je 80 možných výsledků, tj. **n = 80.**

a) výsledek příznivých jevů A - náhodně vybraná žárovka má příkon 60 W - nastane právě tehdy, když vybereme kteroukoli z 24 žárovek tohoto příkonu. To znamená, že počet výsledků příznivých jevu A je a = 24. Proto pravděpodobnost jevu A je P

$$(A) = \frac{24}{80} = \frac{3}{10} = 30\%$$

b) výsledek příznivých jevů B - náhodně vybraná žárovka má příkon 60 W nebo 75 W- nastane právě tehdy, když vybereme kteroukoli z 24 žárovek s příkonem 60 W nebo kteroukoli z 30 žárovek s příkonem 75 W. To znamená, že počet výsledků příznivých jevu B je
a = 24+30 = 54.

Proto pravděpodobnost jevu B je

$$P(B) = \frac{54}{80} = 0{,}675 = 67{,}5\%$$

- V zásilce obsahující 80 žárovek jsou 4 žárovky vadné. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná žárovka je vadná? Vyjádřete v procentech.

$$P(A) = \frac{4}{80} = 0{,}05 = 5\%$$

- V sáčku je 20 kuliček červených, 16 modrých a 12 žlutých. Vyjádřete v procentech pravděpodobnost, že náhodně vybraná kulička je

a) žlutá

b) žlutá nebo modrá.

$P(A)=\frac{12}{48}=0{,}25=25\%$ $\qquad$ $P(B)=\frac{28}{48}=0{,}583=58{,}3\%$

- Na míse je 24 koláčů, z toho 6 má povidlovou náplň,10 má tvarohovou náplň a zbytek má ořechovou náplň. Vyjádřete v procentech pravděpodobnost, že namátkou vybraný koláč má náplň

a) povidlovou

b) ořechovou

c) tvarohovou nebo ořechovou.

(a) 25%, b) 33,3% , c) 75%)

- Máte sehrát šachovou partii s jedním členem šachového oddílu, v kterém je 9 žáku z 8. ročníku, 6 žáků ze 7. ročníku a 5 žáků ze 6. ročníku. Určete v procentech pravděpodobnost, že vylosovaný soupeř

e) bude ze 7. ročníku

f) nebude ze 6. ročníku.

(a) 30%, b) 75%)

- Ze 32 žáků jedné třídy mělo v matematice výborný prospěch 6 žáků, chvalitebný 10 žáků, dobrý 12 žáků, dostatečný 4 žáci a nikdo neměl nedostatečnou. Určete v procentech pravděpodobnost, že namátkou vybraný žák této třídy byl hodnocen klasifikačním stupněm

a) výborný
b) chvalitebný nebo dobrý
c) lepším než dobrý.

(a) 18,75% , b) 68,75% , c)50%)

- Sběrový referent oznámil, že v rámci sběru léčivých bylin 15 žáků třídy sbíralo podběl léčivý. Přitom květ podbělu sbíralo 8 žáků a listy podbělu sbíralo 10 žáků. Určete pravděpodobnost, že namátkou vybraný žák z těch, kteří sbírají podběl

a) sbíral jen květ podbělu
b) sbíral jen listy podbělu
d) sbíral květ i listy podbělu.

K K K K K **KL** **KL** **K L** L L L L L L L

8+10 =18 18-15 = 3 3 lidé sbírají květ i listy

(a) $\frac{1}{3}$, b) $\frac{7}{15}$, c) $\frac{1}{5}$)

- Ze 40 žáků jedné třídy sbíralo podběl léčivý 15 žáků. Přitom květ podbělu sbíralo 8 žáků a listy podbělu sbíralo 10 žáků. Určete pravděpodobnost, že namátkou vybraný žák z těch, kteří sbírají podběl

a) sbíral jen květ podbělu
b) sbíral jen listy podbělu
c) sbíral květ i listy podbělu.

POZOR, ZÁKLAD ZDE TVOŘÍ 40 ŽÁKŮ.

(a) 12,5%, b) 17,5% c) 7,5%)

- Turistický kroužek uspořádal v květnu dva výlety. Ze 24 žáků tohoto kroužku se zúčastnilo prvního výletu 21 žáků, druhého výletu 20 žáků. Jeden žák se nezúčastnil žádného výletu. Určete v procentech pravděpodobnost, že namátkou vybraný žák kroužku se zúčastnil

a) pouze prvního výletu
b) pouze druhého výletu
c) obou výletů.

x x x **X X X X X X X X X X X X X X X X X X** X X x

(P(A) = 3/24= 12,5%   P(B) = 2/24 = 8,3% P(C) = 18/24 = 75%)

- V sáčku jsou kolečka s čísly 1 až 25. S jakou pravděpodobností vytáhneme

a) jednociferné číslo
b) prvočíslo
c) čísla dělitelná dvěma nebo třemi
d) čísla dělitelná dvěma a zároveň třemi ?

Pravděpodobnost vyjádřete v procentech.

Řešení:

a) jednociferná čísla jsou čísla 1 až 9, to znamená, že počet výsledků příznivých jevů A – vytáhneme jednociferné číslo – je a = 9

Pravděpodobnost jevu A je

$$P(A) = \frac{9}{25} = 36\%$$

b) mezi čísly 1 až 25 je právě 9 prvočísel. Jsou to čísla: 2, 3, 5, 7, 11, 13,17, 19 a 23.

To znamená, že P(B) = P(A) = 36%

c) počet čísel dělitelných dvěma se rovná počtu všech celočíselných násobků čísla 2, které jsou menší nebo se rovnají číslu 25. Tento počet zjistíme dělením 25:2 = 12, zbytek 1

Počet čísel dělitelných dvěma je 12.

Dělením 25:3 = 8, zbytek je 1, zjistíme, že počet čísel dělitelných třemi je roven osmi. Ale každé druhé číslo dělitelné třemi je sudý násobek čísla 3, a tedy sudé číslo, které je již obsaženo v počtu čísel dělitelných dvěma. Počet čísel, která jsou dělitelná třemi a přitom nejsou sudá, je tedy roven 4. Počet čísel dělitelných dvěma a zároveň třemi je tedy 12+4=16. Počet výsledků příznivých jevu C - vytáhneme číslo dělitelné dvěma nebo třemi -je a = 16.

$$P(C) = \frac{16}{25} = 0{,}64 = 64\%$$

d) čísla 2 a 3 jsou nesoudělná. Proto čísla dělitelná dvěma a zároveň třemi jsou právě ta čísla, která jsou dělitelná jejich součinem, tj. číslem 6. 25 : 6 = 4 a zbytek 1

Počet výsledků příznivých jevu D – vytáhneme číslo dělitelné dvěma a zároveň třemi- je tedy a = 4.

$$P(D) = \frac{4}{25} = 0{,}16 = 16\%$$

- Při losování Matesa jsou v osudí čísla 1 až 35. Zjistěte pravděpodobnost, že při tažení prvního čísla bude vylosováno

a) číslo 7

b) číslo dělitelné 7

c) jednociferné číslo.

$$\left(a)\ \frac{1}{35},\ b)\ \frac{1}{7},\ c)\ \frac{9}{35} \right)$$

- V osudí je šest stejných kuliček označených čísly 1, 2, 3, 4, 5, 6. Vytáhneme jednu z nich, vrátíme ji zpět a po promíchání znovu jednu vybereme. Určete pravděpodobnost jevu, že číslo na první z vytažených kuliček je menší než číslo na kuličce druhé.

Je 15 možných způsobů vytažení kuliček: 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6, 3-4, 3-5, 3-6, 4-5, 4-6, 5-6. Všech možných způsobů vytažení je $6^2 = 36$.

$P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

- Určete pravděpodobnost, že namátkou vybrané číslo ze všech dvojciferných přirozených čísel je

g) větší než 90

h) dělitelné 5

i) dělitelné pěti a zároveň třemi.

(a) 0,1, b) 0,2, c) $\frac{6}{90} = \frac{1}{15}$)

- Při hodině matematiky má být z třiceti přítomných žáků vyzkoušeno pět žáků. Jaká je pravděpodobnost, že bude vyvolán žák Jan Novák, který je žákem této třídy?

$P(A) = \frac{5}{30} = 0,166$.

- Z balíčku 32 hracích karet náhodně vytáhneme 5 karet. Jaká je pravděpodobnost, že

a) všechny karty budou žaludy

b) 3 budou žaludy a 2 červené?

Řešení:

a) $P(A) = \dfrac{\binom{8}{5}}{\binom{32}{5}} = \dfrac{\frac{8.7.6.5.4}{5.4.3.2.1}}{\frac{32.31.30.29.28}{5.4.3.2.1}} = \dfrac{1}{4.31.29} = 0{,}000272$

b) $P(B) = \dfrac{\binom{8}{3}\binom{8}{2}}{\binom{32}{5}} = \dfrac{\frac{8.7.6}{3.2.1}.\frac{8.7}{2.1}}{\frac{32.31.30.29.28}{5.4.3.2.1}} = 0{,}0077$

- Průzkumem trhu se zjistilo, že v každé sérii deseti výrobků jsou dva vadné. Vybereme náhodně ze série deseti výrobků čtyři kusy. Jaká je pravděpodobnost, že mezi nimi :

a) nebude ani jeden vadný výrobek

b) jeden výrobek bude vadný

c) dva výrobky budou vadné?

Řešení:

a) $\dfrac{\binom{8}{4}}{\binom{10}{4}} = \dfrac{\frac{8.7.6.5}{4.3.2.1}}{\frac{10.9.8.7}{4.3.2.1}} = \dfrac{1}{3} = 0{,}33$

b) $\dfrac{\binom{2}{1}\binom{8}{3}}{\binom{10}{4}} = \dfrac{8}{15} = 0{,}533$

c) $\dfrac{\binom{2}{2}\binom{8}{2}}{\binom{10}{4}} = \dfrac{2}{15} = 0{,}133$

- Ve Sportce se sází šest čísel ze 49. Určete pravděpodobnost výhry:

a) první ceny

b) třetí ceny (uhodnou 5 čísel ze 6 tažených)

c) páté ceny (uhodnou 3 čísla za 6 tažených).

Řešení:

a) $\dfrac{\binom{6}{6}}{\binom{49}{6}} = \dfrac{1}{13983816} = 0{,}000000072$

b) $\dfrac{\binom{6}{5}\binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \dfrac{6.43}{13983816} = 0{,}000018$

c) $\dfrac{\binom{6}{3}\binom{43}{3}}{\binom{49}{6}} = \dfrac{20.12341}{13983816} = 0{,}018.$

- Ve třídě je 20 chlapců a 16 dívek. Z nich je 5 nemocných. Jaká je pravděpodobnost, že jsou to jen chlapci? Předpokládejme, že všechny děti mají stejnou pravděpodobnost onemocnění.

$$P(A) = \frac{\binom{20}{5}}{\binom{36}{5}} = \frac{15504}{376922} = 0{,}041 .$$

- V krabici je pět železných, tři mosazné a dva měděné nýty. Náhodně vybereme dva. Jaká je pravděpodobnost, že budou ze stejného materiálu?

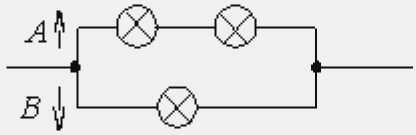
$$P(A) = \frac{\binom{5}{2} + \binom{3}{2} + \binom{2}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{10+3+1}{\frac{10.9}{2}} = \frac{14}{45} .$$

- V klobouku je 10 lístků, na kterých jsou jména 6 chlapců a 4 dívek. Lístky řádně promícháme a dva z nich vybereme. Jaká je pravděpodobnost, že na obou lístcích jsou jména chlapců? $P(A) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{15}{45} = 0{,}3 .$

- Jaká je pravděpodobnost, že hráč košíkové hodí míč do koše čtyřmi po sobě následujícími hody (z téhož místa), je-li pravděpodobnost úspěšného hodu (z tohoto místa) rovna 0,7?

P(A) = $(0{,}7)^4 = 0{,}240$

- Jaká je pravděpodobnost, že sítí projde proud, jestliže spolehlivost každé ze žárovek je p = 0,9? Řešení:



$P(A) = 0{,}81$

$P(B) = 0{,}9$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$$
$$= 0{,}81 + 0{,}9 - 0{,}81 . 0{,}9 = \underline{\underline{0{,}981}}$$

- V bedně je 10 součástek, 3 z nich jsou vadné. Náhodně vybereme 4 součástky. Jaká je pravděpodobnost, že mezi nimi jsou:

  a) 0 vadných

  b) právě jedna vadná

  c) právě dvě vadné

  d) právě 4 vadné?

Řešení:

$$P(A)=\frac{m}{n} \qquad n=\binom{10}{4}=210$$

a) $m=\binom{7}{4} \quad P(A)=\frac{m}{n}=\frac{7.6.5.4}{10.9.8.7}=\underline{\underline{0,1\overline{6}}}$

b) $m=\binom{3}{1}\binom{7}{3}=105 \quad P(A)=\frac{m}{n}=\frac{105}{210}=\frac{1}{2}=\underline{\underline{0,5}}$

c) $m=\binom{3}{2}\binom{7}{2}=63 \quad P(A)=\frac{m}{n}=\frac{63}{210}=\underline{\underline{0,3}}$

d) $P(A)=\underline{\underline{0}}$

- Zjistěte, jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybrané číslo ze čtyřciferných čísel sestavených z číslic 1,5,6,8,9 je dělitelné čtyřmi:

  a) číslice se nesmějí opakovat

  b) číslice se mohou opakovat.

Řešení:

a)

$n=V(4,5)=\frac{5!}{1!}=5.4.3.2=120$

$\text{končí}: 16, 56, 68, 96$

$m=4.V(2,3)=4.3.2=24$

$P(A)=\frac{m}{n}=\underline{\underline{0,2}}$

b)

$n=V'(4,5)=5^4=625$

$\text{končí}: 16, 56, 96, 68, 88$

$m=5.V'(2,5)=5.5^2=125$

$P(A)=\frac{m}{n}=\underline{\underline{0,2}}$

- V loterii je 5000 losů, z nichž 100 je vítězných. Jaká je pravděpodobnost, že zakoupený los je vítězný?

$$P(A)=\frac{100}{5000}=\frac{1}{50}=0{,}02\Rightarrow 2\%$$

- Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma kostkami padne součet roven 5?

Existují 4 příznivé možnosti, kdy 2 kostky dají součet 5. Počet všech možných výsledků se určí použitím variace s opakováním.

$$p(A)=\frac{4}{V'_2(6)}=\frac{4}{6^2}=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}\Rightarrow 11\%$$

- Pravděpodobnost, že hráč vytáhne z balíčku 32 karet eso je $P(A)=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$. Je-li tažená karta eso a vytáhne-li hráč další kartu, pak pravděpodobnost, že tažená karta je opět eso je $P(B/A)=\frac{3}{31}$. Vytáhne-li hráč z uvedeného balíčku karet dvě karty, pak pravděpodobnost, že to budou dvě esa je

  $$P=P(A)\cdot P(B/A)=\frac{1}{8}\cdot\frac{3}{31}=0{,}012\Rightarrow 1{,}2\%$$

  .

Pravděpodobnost opakovaného jevu

Určete pravděpodobnost, že při třikrát opakovaném hodu mincí padne

a) jednou dvojka

b) alespoň dvakrát dvojka

c) padne 2 nebo 3 třikrát

Řešení: a) $\left(\frac{1}{6}\right).\left(\frac{5}{6}\right)^2\binom{3}{1} = \frac{1}{6}.\frac{25}{36}.3 = 0{,}3472$

vysvětlení: $\frac{1}{6}$ je na prvou (dvojka – jedno číslo ze šesti - má padnout jednou) , $\frac{5}{6}$ je na druhou (jakékoliv za zbylých čísel padne dvakrát), celkem tady jejich mocniny tvoří číslo 3 (třikrát opakovaný jev). Dvojka má padnout jednou, takže $\binom{3}{1}$, což se rovná 3.

Řešení: b) $\left(\frac{1}{6}\right)^2.\left(\frac{5}{6}\right)^1.\binom{3}{2} = \frac{1}{36}.\frac{5}{6}.3 = 0{,}0694$

vysvětlení: $\frac{1}{6}$ je na druhou (dvojka – jedno číslo ze šesti - má padnout dvakrát) , $\frac{5}{6}$ je na prvou (jakékoliv ze zbylých čísel padne jednou), celkem tady jejich mocniny tvoří číslo 3 (třikrát opakovaný jev). Dvojka má padnout dvakrát, takže $\binom{3}{2}$, což se rovná 3 (třetí řádek pascalova trojúhelníka).

Řešení: c) 2 nebo 3 padne třikrát. Pravděpodobnost toho, že padne číslo 2 je $p_2 = \frac{1}{6}$, stejně tak toho, že padne číslo 3 $p_3 = \frac{1}{6}$. Tyto pravděpodobnosti se sčítají,

$p_{2\ \text{nebo}\ 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}\ .\ \left(\frac{1}{3}\right)^3.\left(\frac{2}{3}\right)^0.\binom{3}{3} = \frac{1}{27}.1.1 = \frac{1}{27} = 0{,}0370$.

- Jaká je pravděpodobnost, že při opakování 5 hodů hrací kostkou za sebou padne šestka právě třikrát?

Protože pravděpodobnost jevu A: „padne šestka“ je stále stejná: p = $\frac{1}{6}$, může se dosadit

do Bernoulliho vzorce $n = 5, k = 3$

$$P(3) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{5-3} = 10 \cdot \frac{1}{216} \cdot \frac{25}{36} = 0{,}03215$$

- Jaká je pravděpodobnost, že při dvacetinásobném hodu mincí padne líc

  a) nejvíc 4x

  b) aspoň 5x?

Řešení:

9 Závěr

Ve své diplomové práci jsem se věnovala teorii pravděpodobnosti. Mým hlavním cílem bylo zjistit, jaké poznatky o pravděpodobnosti lidé mají a zda by se pravděpodobnost dala využít na 1. stupni ZŠ. Snažila jsem se přiblížit pravděpodobnost studentům učitelství 1. stupně ZŠ.

V teoretické části jsem chtěla studenty jednoduchou formou seznámit s pravděpodobností. Zmínila jsem se nejen o osobnostech, ale i o zajímavých příkladech z historie. Pokusila jsem se vysvětlit výpočty pravděpodobnosti, ale poukázala jsem i na to, že pravděpodobnost zasahuje jak do běžného života, tak i do genetiky či možnosti výhry v nějaké hře.

V praktické části popisuji hodiny, ve kterých jsem pravděpodobnost uvedla do praxe. Jednalo se o hodinu matematiky v 6. třídě a o hodinu praktických činností ve 3. třídě. Při hodině matematiky jsem vstoupila do třídy, kde nikdo o pravděpodobnosti neměl ani ponětí. Když jsem se dětí ptala, jaká by mohla být pravděpodobnost padnutí šestky, odpovídaly „malá“. Na konci hodiny už byly děti schopny vytvořit vlastní příklady, a troufám si říct, že pravděpodobnost pochopily. Ve třetí třídě děti pravděpodobnost nepočítaly, ale samy vytvářely předměty, které s pravděpodobností souvisejí. Žáci vytvořili hrací kostku, pexeso a ruletu. Tyto předměty nás motivovaly k debatě nad pravděpodobností, náhodou i strategií. Děti si vyzkoušely i samotnou hru s vlastnoručně vyrobenými předměty. Dále jsem se v praktické části věnovala hodnocení písemných prací, které jsem zadala studentkám učitelství 1. stupně ZŠ. Zjistila jsem, že nezáleží na tom, zda je písemná práce ohlášená předem, či zda se na ní mohou studentky připravit. Správné odpovědi jsou ovlivněny hlavně tím, zda studentky látku správně pochopily nebo ne. Kdybych měla znovu sestavovat písemné práce pro studentky, dala bych si větší pozor na volbu příkladů. Skupina B měla ve druhé kontrolní práci obtížný příklad, který nikdo nedokázal řešit, a já jsem tím tuto skupinu neúmyslně poškodila.
Součástí mé diplomové práce je i dvacet testů, které mi vypracovali lidé nejrůznějšího věku a vzdělání. Cílem těchto testů bylo zjistit, zda má široká veřejnost nějaké povědomí o pravděpodobnosti. Odpovědí mi byl fakt, že každá z testovaných osob

dostala minimálně čtyři body. Překvapilo mne, že i opravdu náročný příklad se každý pokusil nějakým způsobem řešit a dvě testované osoby ho zodpověděly naprosto správně. Zdá se, že pravděpodobnost (ačkoli se ji nikdy neučili) mají lidé „pod kůží“.
Ve své práci nabízím studentkám i několik možností, jak pravděpodobnost využít na 1. stupni ZŠ, přičemž vycházím ze svých vlastních zkušeností. Domnívám se, že uplatnit pravděpodobnost ve výuce zvládne opravdu každý člověk, který se nad tímto tématem zamyslí. Ať už nazýváme pravděpodobnost štěstím, náhodou či šancí na nějakou výhru, mluvíme vždy o jediném. O něčem, co děti vždy lákalo, přitahovalo a probouzelo jejich zájem.

V poslední části mé diplomové práce jsem se pokusila studentům učitelství 1. stupně ZŠ trochu ulehčit seznamování s pravděpodobností. Vytvořila jsem sbírku úloh pro studenty, ve které řadím příklady podle obtížnosti a sama je řeším. Doufám, že to, že příklady neřešil žádný odborník, ale obyčejný laik, by mohlo studentům pomoci při jejich pochopení. Jednoduchá vysvětlení jim snad umožní vypočítat jakýkoliv příklad z mé sbírky.

Pravděpodobnost chápu nejen jako jednu z možností oživení hodin na 1. stupni ZŠ, ale i jako běžnou součást každodenního života. Já sama jsem si při psaní této diplomové práce pravděpodobnost oblíbila. Největší odměnou by pro mne bylo, kdyby po přečtení mé práce mohl každý student učitelství 1. stupně říci: „Pravděpodobnost pravděpodobně zvládnu.“

10 Použitá literatura

[1] Anděl, J.: *Matematika náhody*, Praha: MATFYZPRESS, 2000.

[2] Hejný, M., Stehlíková, N.: *Elementární matematika část II*, Praha: Pedagogická fakulta UK, 2001.

[3] Kowal, S.: *Matematika pro volné chvíle*, Praha: SNTL, 1985.

[4] Novovičová, J.: *Pravděpodobnost a matematická statistika*, Praha: Vydavatelství ČVUT, 2002.

[5] Plocki, A.: *Pravděpodobnost kolem nás*, Ústí nad Labem: Univerzita J. E. Purkyně, 2001.

[6] Rényi, A.: *Dialogy o matematice*, Praha: Mladá fronta, 1980.

http://www.e-matematika.cz/stredni-skoly/pravdepodobnost.php

Kuřina, F., Půlpán, Z.: *Podivuhodný svět elementární matematiky*, Praha: Academia, 2006.

Havelková, M.: *Pravděpodobnost a její význam v dědičnosti*, Brno: Rektorát UJEP, 1981.

Kahounová, J., Hebák, P.: *Sbírka příkladů k teorii pravděpodobnosti*, Praha: SPN, 1968.

11 Přílohy

11.1 Testy pro veřejnost

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Karolína, 22 let 10 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

50%

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

1:6

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

4:32

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

1. klobouk	10 10 10 10 10 10 10 10 10	10
2. klobouk	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	1

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Radka, 22 let 10 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

50%, 1:2

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

1:6 , cca 16%

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

4:32 = 1:8, cca 12%

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

Bankovky by měl rozdělit tak, aby jednodolarové byly v 1. klobouku a desetidolarové v 2. klobouku. Pravděpodobnost, že vytáhne 10 USD pak bude 50%, podle toho, zda bude losovat ze správného klobouku či ne. Pokud ovšem bankovky v kloboucích budou různé, pravděpodobnost vytažení 10 USD se zmenší, např., kdyby měl v klobouku jen 5 krát 10 USD, pravděpodobnost je cca 20%.

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Lucka, 20 let 11 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

$\frac{1}{2}$, 50%

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

$\frac{1}{6}$, asi 16 %

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

$\frac{4}{32}$, 12,5 %

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si

povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

Rozdělila bych je tak, že bych do jednoho klobouku dala 5 desetidolarových bankovek a 5 jednodolarových bankovek a to samé do druhého klobouku. Nebo bych je ještě mohla rozdělit na hromádku 9 desetidolarových a 1 jednodolarovou bankovku a do druhé hromádky 9 jednodolarových a 1 desetidolarovou bankovku.

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: František, 60 let 8 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

1:1

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

1:6

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

1:28

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

1. klobouk	5 krát jednodolarová bankovka a 5 krát desetidolarová bankovka
2. klobouk	5 krát jednodolarová bankovka a 5 krát desetidolarová bankovka

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Ondra, 19 let 12 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

1:2 = 50%

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

1:6

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

4: 32 = 1:8

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

Do jednoho klobouku 1 krát 10 $, do druhého zbytek.

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Hanka, 18 let 10 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

1:2

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

1:6

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

4:32

1:8

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

Do obou hromádek dám 5 desetidolarových a 5 jednodolarových.

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Jarda, 21 let 8 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

1:2

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

1:6

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

1:32

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru." Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,"odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš."

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

Půl na půl.

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Roman, 15 let 5 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

1:2

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

1:12

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

1:32

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru." Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,"odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky

rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

Od každé bankovky dám do každého klobouku po pěti.

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Blanka, 35 let 8 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

1:2

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

1:6

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

1:32

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

1:2

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Štěpán, 32 let 10 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

1:2

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

1:6

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

4: 32 = 1:8

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

Je to jedno.

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Tomáš, 41 let 10 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

50% (1:2)

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

1:6

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

1:32 (balíček karet s jedním esem, jinak 1:8)

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

1/2

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Tomáš, 22 let 10 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

1:2

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

1:6

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

4:32

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

Za předpokladu, že otec dá synovi balíček podle svého uvážení, zvolil bych rozdělení bankovek padesát na padesát procent.

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Míra, 33 let 4 body

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

50%

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

33%

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

3%

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky

v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

10 krát 1 — 10 krát 10

50% — 50%

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Milena, 22 let — 12 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

1:2 = 0,5 50%

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

1:6 = 0,1666 16%

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

karty na prší 32 karet, 4 esa

4:32 = 0,125 12,5%

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

1. hromádka – 1 desetidolarovka⇒ 100%

   2.hromádka – 9 desetidolarovek a 10 jednodolarovek ⇒

   47% na vytažení desetidolarovky. 147: 2 = 73,5%

V podstatě mám 73,5 procentní pravděpodobnost na vytažení desetidolarovky.

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Irena, 24 let 5 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

1:1

2)Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

1:5

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

4:16:32

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru." Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,"odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš."

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

Rozdělení na polovinu

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Milena, 66 let 7 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

50/50

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

1:6

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

1:4

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

1:10

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Jana, 52 let 4 body

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

50%

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

30%

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

20%

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

50/50

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Jaromír, 65 let 7 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

1:1

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

1:6

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

1:4

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku

a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

1:10

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Jana, 35 let 7 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

1:1

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

1:6

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

1:34

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

1:10

Test zjišťující obecné znalosti veřejnosti z oboru pravděpodobnosti

Jméno a věk: Renata, 23 let   10 bodů

1) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu mincí padne orel?

0,5

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6?

0,166

3) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku karet vytáhneme eso?

0,125

4) Syn jednoho amerického profesora matematiky dostával měsíčně kapesné 10 dolarů. Jednoho dne však otec povídá:„ Dnes ti žádné kapesné nedám, ale můžeš svých 10 dolarů získat, jestliže přistoupíš na jistou hru.“ Syn si povzdechl a zeptal se, co je to za hru. „Tenhle balíček,“odpověděl otec, „obsahuje deset desetidolarových bankovek, a tenhle deset jednodolarových. Jak víš, liší se desetidolarová bankovka od jednodolarové jen kresbou. Všechny bankovky rozdělíš podle svého uvážení na dvě hromádky. Já ti zavřu oči a vložím jednu hromádku do černého klobouku a druhou do hnědého klobouku. Pak bankovky v každém klobouku zamíchám a klobouky položím před tebe, jeden napravo a druhý nalevo. Ty vytáhneš se zavázanýma očima jedinou bankovku. Bude-li to desetidolarová bankovka, můžeš si jí nechat, pokud ne, budeš celý týden zalévat zahradu a nic za to nedostaneš.“

Jak nejlépe rozdělit bankovky na dvě hromádky, aby pravděpodobnost vytáhnutí desetidolarové bankovky byla co největší?

Dám do každého klobouku 5 desetidolarových a pět jednodolarových bankovek?....0,5