Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta

STATISTIKA PRO STUDENTY UČITELSTVÍ 1. STUPNĚ ZŠ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Jana SPILKOVÁ

České Budějovice, duben 2009

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „Statistika pro studenty učitelství 1. stupně ZŠ“ zpracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, fakultou elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách.

V Českých Budějovicích 20. 4. 2009 ……..……………………………….

Děkuji učitelům ZŠ Choustník za umožnění výzkumu potřebného pro vypracování této diplomové práce.

Diplomová práce

Statistika pro studenty učitelství 1. stupně ZŠ

Anotace

Diplomová práce představuje ucelený studijní materiál týkající se oboru statistika pro studenty učitelství 1. stupně ZŠ.

Práce se dělí na dvě části. V teoretické části své diplomové práce jsem se snažila o přehledné shrnutí toho, co by měl učitel 1. stupně ZŠ vědět ze statistiky, aby to mohl použít při vlastní práci s dětmi, a to jak ve výuce, tak mimo ni (kroužky, soutěže), při zpracování výsledků výkonů žáků, pro školní administrativu (zpracování sportovních výkonů, soutěží z českého jazyka, matematiky…).

Praktická část potom obsahuje sbírku úloh, kterou jsem vypracovala k procvičení poznatků ze statistiky pro budoucí učitele na 1. stupni ZŠ. Těžištěm praktické části je rozbor experimentální činnosti s žáky ZŠ, který se týká analýzy řešení vybraných příkladů s dětmi.

Annotation

The diploma thesis represents a comprehensive studying material on basic understanding the statistics for the future teachers of primary school.

The work itself is divided into two parts. In the first theoretical part I tried to provide well-arranged compendium of the basic knowledge that the first-grade teachers should be able to master in the field of statistics. Such knowledge can be used both in a classwork and beyond it (hobby-groups, a variety of contests etc.). It can be also helpful in processing the pupils accomplishments as well as for school administration (processing the sports efforts, Czech language contests, Mathematics contests and so on).

The second practical part contains the collection of special tasks, which is intended to exercise the pieces of knowledge in statistics by the impending teachers. An analysis of the experimental activities with the pupils at elementary schools and the interpretation of the selected exercises and their solutions are the focal point of this part.

OBSAH

1. ÚVOD DO STATISTIKY

„Průměrný statistik je ženat s 1,75 ženami, … má 3,06 dětí, 1,65 dětí jsou chlapci…“

(W. F. Miksh)

Statistika je zaměřena na práci s daty. Původní význam tohoto pojmu je „popis státu“ tj. souhrn politicko – hospodářských, ekonomických, geografických a dalších dat.

Nejprve musíme v terénu získat údaje. Těch je ale většinou mnoho, proto je zpracováváme, zpřehledňujeme a koncentrujeme do tabulek a grafů.

Hlavní náplní praktické i teoretické statistiky se stalo zkoumání a vyhodnocování údajů o hromadných jevech.

I když se počátky statistiky začaly objevovat již ve starověku, kde se jednalo o soupisy obyvatelstva, nejčastěji kvůli daním, teprve až v 17. století se statistika začala stávat statistikou v pravém slova smyslu. Zasloužili se o to především John Graunt a William Petty. K pojmenování tohoto vědního oboru došlo až v polovině 18. století Gottfriedem Achenvallem. Jako samostatná vědní disciplína se statistika rozvíjela od počátku 20. století. Od 70. let, díky rychlému rozvoji výpočetní techniky a posléze vznikajících statistických programů, bylo možné založit bohaté statistické prostředí, které umožňuje pracovat s daty přesněji, jednodušeji a rychleji.

(Hindls [1])

Statistiku lze tedy chápat nejméně ve třech pojetích. Jednak jako **číselné údaje o hromadných jevech**, dále jako **praktickou činnost** spočívající ve sběru, zpracování a vyhodnocování statistických údajů a konečně jako **teoretickou disciplínu**, která se zabývá metodami, sloužícími k popisu odhalování zákonitostí při působení podstatných, relativně stálých činitelů na hromadné jevy, tj. jevy vyskytující se v masovém měřítku u velkého počtu jedinců (prvků).

(Hindls [1], s. 12)

Abychom získali určité poznatky a mohli dělat závěry, nestačí nám k tomu pouze pozorování jednotlivých skutečností nebo několika jednotlivostí, ale je nutné pozorování hromadné. Tyto statistické údaje by měly být pak jedním z faktorů rozhodování, a to od rozhodování operativního až k rozhodování s dlouhodobými důsledky.

(Hindls [1])

Statistika je součástí našeho života. Neexistuje totiž snad žádná oblast lidské činnosti, která by touto vědeckou disciplínou nebyla ovlivněna. Z těchto důvodů patří učivo statistiky na 1. stupeň ZŠ a rovněž do matematické přípravy příslušných učitelů. Ve své práci se snažím řešit tuto problematiku v souladu se znalostmi běžného studenta učitelství 1. stupně ZŠ.

Cílem mé diplomové práce je seznámit posluchače učitelství 1. stupně ZŠ se základy statistiky, které budou nezbytně potřebovat ke své práci a ukázat využití statistiky na 1. stupni ZŠ.

Ze všech zdrojů, ze kterých jsem čerpala, považuji za nejlepší publikaci *Statistika pro ekonomy*, a proto se od ní odvíjí většina mé teoretické části.

2. PŘEHLED ZÁKLADNÍCH POJMŮ A POZNATKŮ STATISTIKY

Vybrala jsem pojmy, které si myslím, že jsou pro učitele důležité, jednoduše jsem je popsala a teoretické vysvětlení jsem demonstrovala na příkladech.

2.1 ZÁKLADNÍ STATISTICKÉ POJMY

statistický soubor - množina předmětů roztříděných z hlediska jejich určité společné vlastnosti zvané znak (Mrkvička [2], s. 7)

- *jednorozměrný* – každá statistická jednotka má pouze jeden statistický znak
- *dvojrozměrný (vícerozměrný)* – každá statistická jednotka má dva a více statistických znaků

(Hindls [1])

statistická jednotka – předměty patřící do statistického souboru (Mrkvička [2], s. 7)

(např.: osoby, zvířata, věci, události, organizace, …)

statistický znak - vyjadřuje vlastnosti statistických jednotek

(např.: statistická jednotka je žena, statistické znaky mohou být: věk, zdravotní stav, počet dětí, …)

- *kvantitativní znak* - lze vyjádřit číselně (věk, počet dětí, …)
- *kvalitativní znak* - lze vyjádřit slovně (zdravotní stav, …)
  - *alternativní znak* - nabývající pouze dvou variant (rozdělení podle pohlaví)
  - *množný znak* - s více než dvěma variantami (nejvyšší dosažené vzdělání)

(Hindls [1])

2.2 ETAPY STATISTICKÉHO ZKOUMÁNÍ

1. **statistické zjišťování (šetření)**

Určíme, kdo, kdy a jakým způsobem bude zjišťování provádět a získá statistické údaje. Tato *zpravodajská jednotka* může a nemusí být stejná jako jednotka statistická (např.: chceme-li zjistit údaje o platech dělníků v průmyslu, statistickou jednotkou je každý dělník, ale zpravodajskou jednotkou bude průmyslový podnik, jelikož zjišťování přímým dotazem každého z dělníků by bylo zbytečně pracné a zdlouhavé).

způsoby zjišťování:

- ***přímé pozorování*** *(sčítání, měření, vážení…)*
- ***dotaz*** *(expediční, korespondenční, telefonický)*
- ***odhad*** *(subjektivní)*
- ***výkaz*** *(formulář předkládaný v pravidelných lhůtách)*
- ***zvláštní statistické šetření*** *(soupisy, znalecké odhady, ankety…)*

(Hindls [1])

2. **statistické zpracování zjištěných údajů (dat)**

Před každým zpracováním údajů je důležitá dvojí kontrola datového materiálu, a to kontrola *formální* (početní) a *logická* (zda je to vůbec možné).

Chyby, které se zde mohou objevit, dělíme na *úmyslné* (snaha získat pro organizaci neoprávněnou výhodu) a *neúmyslné* (nedbalost, neznalost, přepsání…).

Zpracováním rozumíme *třídění* velkého množství nepřehledných číselných údajů do takových skupin, aby se údaje staly přehlednými a vynikly charakteristické rysy a zákonitosti zkoumaných jevů.

třídění - jednostupňové (podle jednoho statistického znaku)

- *vícestupňové (podle více statistických znaků najednou)*

(Hindls [1])

2.3 ROZDĚLENÍ ČETNOSTÍ A JEHO GRAFICKÉ ZNÁZORNĚNÍ

Při statistickém šetření se zpravidla vyšetřuje řada znaků, které nás zajímají jak každý zvlášť, tak i ve vzájemném vztahu. Nyní se však omezíme na situaci, kdy nás zajímá jediný znak. (Calda, Dupač [3], s. 132)

Provedeme-li náhodný výběr o rozsahu *n*, mohou se některé hodnoty opakovat vícekrát. Údaje o sledovaném kvantitativním znaku uspořádáme do rostoucí posloupnosti a ke každé variantě přiřadíme počty příslušných statistických jednotek, které nazýváme **(absolutními) četnostmi**. Vzniklou tabulku pak nazýváme **tabulkou rozdělení četností**.

(Hindls [1])

Příklad 1

Mějme seznam 143 členů zemědělského družstva s údaji o počtu rodinných příslušníků. Získáme následující rozdělení četností:

počet rodinných příslušníků	1	2	3	4	5	6	7	8
četnost	7	29	36	42	21	4	3	1

Součet četností všech možných hodnot znaku se rovná počtu všech jednotek souboru:

$$7 + 29 + 36 + 42 + 24 + 4 + 3 + 1 = 143$$

Chceme-li porovnávat různá rozdělení četností, které se liší svým rozsahem, je vhodné převést si absolutní četnosti na **relativní četnosti.** Relativní četnost vyjadřuje počet výskytu vzhledem k celkovému počtu prvků.

(Calda, Dupač [3])

Příklad 2

Souborem je 320 žáků školy, znakem je volitelný jazyk: angličtina, němčina, ruština.

Rozdělení je následující:

jazyk	A	N	R
četnost	176	105	39

Vyjádřeno pomocí relativních četností:

jazyk	A	N	R
relativní četnost	0,550	0,382	0,122

Součet relativních četností se rovná jedné:

0,550 + 0,382 + 0,122 = 1

Vyjádřeno pomocí relativních četností v procentech:

jazyk	A	N	R
relativní četnost v %	55,0	38,2	12,2

Relativní četnosti lze vyjadřovat také v procentech. Jejich součet je pak 100%:

55,0 % + 38,2 % + 12,2 % = 100% **(**Calda, Dupač [3])

Máme-li k dispozici údaje o statistickém znaku, který může nabývat velkého počtu nejrůznějších obměn, je použití tabulky nevýhodné, a proto zvolíme raději **intervalové rozdělení četností**.

Příklad 3

Postupují-li hodnoty kvantitativního znaku po příliš malých krocích, např. při měření výšky postavy po 1 cm, sdružujeme je v intervaly, např. po 5 cm, a hodnoty z téhož intervalu zaokrouhlujeme na střed intervalu. Tabulku rozdělení četností pak zapíšeme jedním ze dvou způsobů:

výška v cm	158-162	163-167	168-172	173-177	178-182	183-187	188-192
četnost	9	20	36	82	35	14	4

$n = 200$

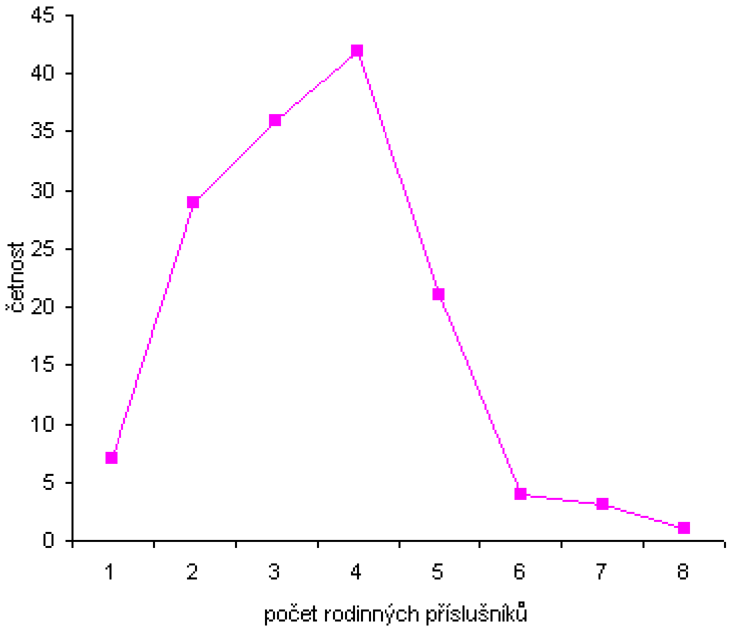
výška v cm	160	165	170	175	180	185	190
četnost	9	20	36	82	35	14	4

$n = 200$

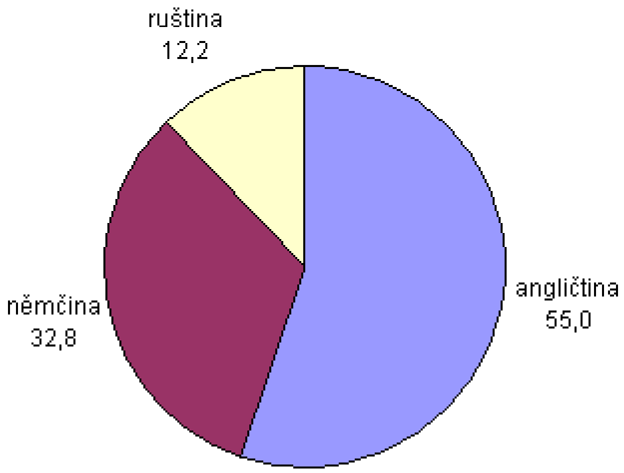
(Calda, Dupač [3])

Grafické znázornění

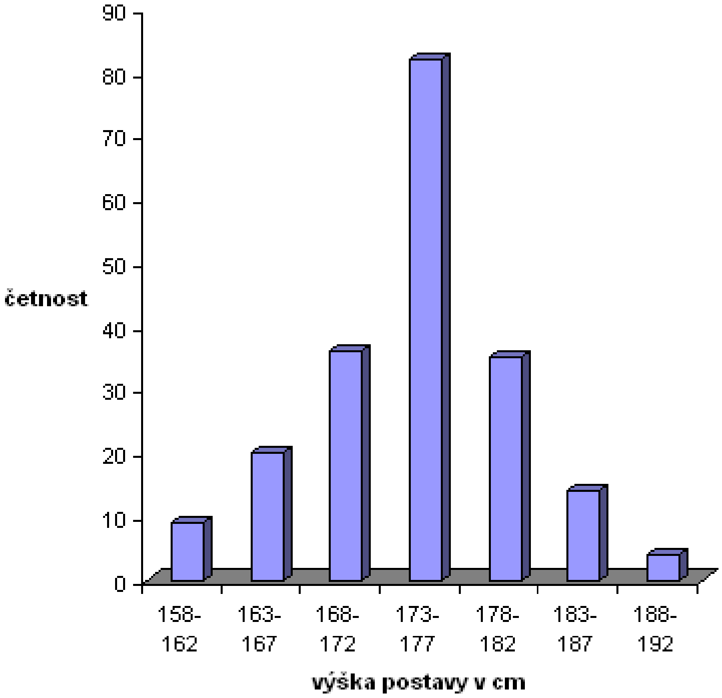
Diagramy znázorňují rozdělení četností v příkladech 1, 2, 3.



Obr. 1 - Spojnicový diagram neboli polygon četností



Obr. 2 - Kruhový diagram neboli výsečový graf



Obr. 3 - Sloupkový diagram neboli histogram

2.4 CHARAKTERISTIKY POLOHY

Charakteristiky polohy jsou určité hodnoty, které lze považovat za střed, kolem kterého náhodné veličiny kolísají. Poloha se měří pomocí různých druhů středních hodnot. Pokud se střední hodnoty počítají ze všech jednotek statistického souboru, jde o průměry. Nejčastěji užívané jsou průměry aritmetický, harmonický a geometrický. Nejdůležitější střední hodnoty založené pouze na některých vybraných hodnotách souboru jsou modus a medián. (Protože průměry představují kvalitnější charakteristiku polohy než střední hodnoty, je správné, aby byl příslušný průměr vypočítán vždy, modus a medián pak jen, pokud jsou zapotřebí, jako doplňkové střední hodnoty.)

(Hindls [1])

2.4.1 Průměry

Aritmetický průměr $\bar{x}$ má nejširší uplatnění při řešení téměř všech úloh statistiky. Průměr získáme tak, že jednotlivé hodnoty znaku sečteme a součet vydělíme počtem všech jednotek souboru.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$$

Příklad 1

Ve školce je 12 dětí ve věku: 3, 4, 3, 5, 4, 6, 5, 3, 3, 4, 5, 3 let.

$$\bar{x} = \frac{3+4+3+5+4+6+5+3+3+4+5+3}{12} = 4$$

Počítáme-li ale aritmetický průměr z tabulky rozdělení četností, musíme každou hodnotu násobit její četností.

věk	3	4	5	6
počet dětí	5	3	3	1

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 5 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 1}{5 + 3 + 3 + 1} = 4$$

Vážený průměr zobecňuje aritmetický průměr. Používá se zejména v případě, kdy hodnoty ve statistickém souboru mají různou váhu (důležitost), tedy při výpočtu celkového aritmetického průměru souboru, který se skládá z několika dílčích souborů.

Příklad 2

Na střední škole mají ve 2.A 18 dívek, ve 2.B 14 dívek. Za poslední rok si tolikrát barvily vlasy:

2.A : 0, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 10, 11

2.B : 1, 2, 2, 3, 4, 6, 7, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 14

Aritmetický průměr počtu barvení vlasů ve 2.A je 5, ve 2.B 7. Aritmetický průměr 5 a 7 je 6, ale není to průměr celkového počtu barvení vlasů všech dívek. K tomu je třeba, abychom sečetli všechna barvení vlasů a vydělili celkovým počtem dívek:

$$\frac{182}{32} = 5{,}875$$

Geometrický průměr $\bar{x}_G$ je definován jako *n*-tá odmocnina ze součinu všech hodnot. Zavádí se pouze pro kladná čísla. Geometrický průměr je často používán v ekonomii a biologii (např. pro výpočet průměrného růstu).

$$\bar{x}_G = \sqrt[N]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_N}$$

Příklad 3

Vypočítejme geometrický průměr z čísel 2, 3, 5, 5, 6, 7, 10.

$$\bar{x}_G = \sqrt[7]{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 10}$$

Harmonický průměr je převrácenou hodnotou aritmetického průměru převrácených hodnot. Používá se, jsou-li hodnoty znaku nerovnoměrně rozloženy kolem aritmetického průměru, nebo jsou extrémně nízké či vysoké (např. při výpočtu rychlosti, spotřeby za určité období apod.). Harmonický průměr kladných čísel je definován jako podíl rozsahu souboru a součtu převrácených hodnot znaku.

$$\bar{x}_H = \frac{N}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_N}}$$

Máme-li sestavenou tabulku rozdělení četností, podle níž hodnota x_1 má četnost N_1, hodnota x_2 má četnost N_2, ... hodnota x_m má četnost N_m (kde $N_1 + N_2 + \dots + N_m = N$), vypočteme harmonický průměr podle vzorce:

$$\bar{x}_H = \frac{N_1 + N_2 + \dots + N_m}{N_1 \cdot \frac{1}{x_1} + N_2 \cdot \frac{1}{x_2} + \dots + N_m \cdot \frac{1}{x_m}}$$

Příklad 4

V koupelně kapou dva kohoutky. Z kohoutku u vany odkápne jedna kapka za 10 s a z kohoutku u umyvadla odkápne jedna kapka za 15 s. Jak dlouho trvá v průměru odkápnutí jedné kapky v koupelně?

$$\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{2}{\frac{1}{10} + \frac{1}{15}} = \frac{60}{5} = 12$$

nebo:

Kohoutek u vany odkápne 6x za minutu, kohoutek u umyvadla 4x za minutu. V průměru odkápne každý z nich 5x za minutu, tzn. 1 kapka za 12 sekund.

2.4.2 Modus, medián

Modus znaku $\tilde{x}$, je hodnota x s největší četností. Výhodou modu je, že ho lze snadno použít i pro nečíselná data, kde např. aritmetický průměr použít nelze. Např. modus souboru { *jablko, pomeranč, hruška, pomeranč, jablko, jablko, hruška* } je *jablko*.

(Wikipedia [4])

Příklad 5

Určete modus daného statistického souboru.

5, 7, 3, 8, 2, 4, 1, 5, 6, 2, 8, 9, 0, 5, 1, 4, 2, 3, 7, 1, 0, 5, 6, 9, 3, 4, 7, 2, 0, 1, 4, 5, 9.

Nejčastěji se tu objevuje hodnota 5. Modus je tedy 5.

Medián znaku $\hat{x}$ je prostřední hodnota znaku, jsou-li hodnoty x_1, x_2 , …, x_n uspořádány podle velikosti.

Je-li počet prvků lichý, určíme za medián prostřední hodnotu. Je-li počet prvků sudý, určíme za medián aritmetický průměr prostředních dvou hodnot.

Příklad 6

Určete medián daného statistického souboru.

5, 7, 3, 8, 2, 4, 1, 5, 6, 2, 8, 9, 0, 5, 1, 4, 2, 3, 7, 1, 0, 5, 6, 9, 3, 4, 7, 2, 0, 1, 4, 5, 9.

Nejprve musíme uspořádat hodnoty podle velikosti.

0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, **4**, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 9, 9, 9.

Medián je 4.

Příklad 7

Do jedné vesnice se sjelo 25 hráčů kuliček na kuličkový turnaj. Podle tabulky četností určete průměrný počet kuliček na jednoho hráče a medián.

počet kuliček	24	32	40	48	56	207
četnost	2	6	7	6	3	1

$\bar{x} = 47{,}32 \rightarrow 47$ kuliček

medián: 40 kuliček

V tomto případě je vhodnější charakteristikou počtu kuliček medián, protože s výjimkou jednoho hráče mají všichni podstatně méně kuliček.

Základní výhodou mediánu jako statistického ukazatele je fakt, že není ovlivněný extrémními hodnotami. Proto se často používá v případě šikmých rozdělení, u kterých aritmetický průměr dává obvykle nevhodné výsledky. Např. u souboru { 1, 2, 2, 3, 9 } je medián (stejně jako modus) roven dvěma, což je zřetelně vhodnější ukazatel převažující tendence než aritmetický průměr, který je zde roven 3,4.

Další výhodou je, že medián lze definovat na každém souboru uspořádaném relací „menší nebo rovno“, i když se nejedná o soubor čísel. Například medián souboru {absolvent ZŠ, vyučen, vyučen s maturitou, vysokoškolák} je roven hodnotě „vyučen“, pokud kategorie vzdělání považujeme za seřazené podle náročnosti školy.
Nevýhodné je obvykle použití mediánu u souborů, ve kterých sledovaný znak nabývá jen dvou možných hodnot. Tam se medián chová stejně jako modus: je hrubým měřítkem vlastností rozdělení a v případě, že obě kategorie jsou zastoupeny zhruba stejně, je velmi nestabilní.

Aritmetický průměr, medián a modus jsou si rovny. Čím bude rozdělení četností asymetričtější, tím více se budou tyto tři střední hodnoty od sebe odlišovat.

(Wikipedia [5])

2.5 CHARAKTERISTIKY VARIABILITY

Každou charakteristiku polohy chápeme jako číslo, kolem kterého jednotlivé hodnoty znaku kolísají. A právě charakteristiky variability (proměnlivosti) znaku vyjadřují velikost odchylky tohoto kolísání. Patří mezi ně *variační rozpětí, průměrná odchylka, rozptyl, směrodatná odchylka a variační koeficient.*

Základní orientační odchylkou, která nám určuje rozpětí statistického souboru je **variační rozpětí –** rozdíl maximální a minimální hodnoty.

$$R = x_{max} - x_{min}$$

Průměrná odchylka $\overline{d}$ je aritmetický průměr absolutních hodnot odchylek znaků všech prvků souboru od jejich aritmetického průměru.

$$\overline{d} = \frac{|x_1 - \overline{x}| + |x_2 - \overline{x}| + \ldots + |x_N - \overline{x}|}{N}$$

Relativní průměrná odchylka r je podíl průměrné odchylky a příslušného aritmetického průměru.

$$r = \frac{\overline{d}}{\overline{x}}$$

Je-li charakteristikou polohy aritmetický průměr, pak za charakteristiku variability volíme zpravidla **rozptyl**, definovaný jako průměr druhých mocnin odchylek jednotlivých hodnot od aritmetického průměru.

$$s^2 = \frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \ldots + (x_N - \overline{x})^2}{N}$$

Druhá odmocnina z rozptylu se nazývá **směrodatná odchylka**.

$$s = \sqrt{s^2}$$

Její výhodou je, že charakterizuje variabilitu znaku v týchž jednotkách měření, v jakých jsou udány hodnoty znaku, kdežto rozptyl je vyjádřen v druhých mocninách těchto jednotek. Směrodatná jednotka má tedy stejný rozměr jako znak.

Abychom mohli charakteristiky porovnávat u více souborů, je dobré vyjádřit směrodatnou odchylku bezrozměrným číslem, nejlépe v procentech. K tomu nám slouží **variační koeficient** *V* **–** podíl směrodatné odchylky a aritmetického průměru násobený 100%.

$$\mathrm{V} = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100$$

Variační koeficient má smysl jen tehdy, nabývá-li znak *x* jen nezáporných hodnot.

Příklad 8

Je dán statistický soubor 5, 4, 5, 5, 8, 3, 6, 5, 5, 7, 9. Určete charakteristiky úrovně (aritmetický, geometrický a harmonický průměr, modus a medián) a charakteristiky variability (variační rozpětí, průměrnou odchylku, rozptyl, směrodatnou odchylku a variační koeficient) daného souboru.

Seřaďme nejprve hodnoty znaku podle velikosti: 3, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 7, 8, 9

Aritmetický průměr

$$\bar{x} = \frac{3+4+5+5+5+5+5+6+7+8+9}{11} = \frac{62}{11} = 5{,}636$$

Geometrický průměr

$$\bar{x}_G = \sqrt[11]{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} = 5{,}398$$

Harmonický průměr

$$\bar{x}_H = \frac{11}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9}} = 5{,}167$$

Modus $\tilde{x} = 5$

Medián $\hat{x} = 5$

Variační rozpětí

$$R = 9 - 3 = 6$$

Průměrná odchylka

$$\bar{d} = \frac{|5{,}636 - 3| + |5{,}636 - 4| + 5 \cdot |5{,}636 - 5| + |6 - 5{,}636| + |7 - 5{,}636| + |8 - 5{,}636| + |9 - 5{,}636|}{11} = 1{,}355$$

Rozptyl

$$s^2 = \frac{2{,}636^2 + 1{,}636^2 + 5 \cdot 0{,}636^2 + 0{,}364^2 + 1{,}364^2 + 2{,}364^2 + 3{,}364^2}{11} = 2{,}777$$

Směrodatná odchylka

$$s = \sqrt{2{,}777} = 1{,}666$$

Variační koeficient

$$V = \frac{1{,}666}{5{,}636} \cdot 100 = 29{,}599$$

3. SBÍRKA ÚLOH PRO POSLUCHAČE 1. STUPNĚ ZŠ

Zdůvodnění zařazení sbírky:

- učitelé potřebují větší počet řešených příkladů k pochopení teoretických základů s porozuměním
- příklady poslouží jako databáze příkladů možných pro doplnění a oživení vlastní výuky

Obsah sbírky:

Inspirovala jsem se příklady z učebnic pro gymnázia, SOŠ a VŠ a přeformulovala jsem je, aby se tématicky hodily do uvedené sbírky.

3.1 ZÁKLADNÍ STATISTICKÉ POJMY

1. Rozhodli jsme se hodnotit dojivost krav. Setkáváme se tu s pojmy jako kráva, věk krávy, váha krávy, počet telat, krmivo, zdravotní stav krávy, počet krav. Rozhodněte, co je statistický soubor, statistická jednotka a co jsou statistické znaky.

2. 900 respondentů se vyjádřilo ke vstupu ČR do Evropské unie. 660 se vyslovilo pro, 195 proti a 45 nemělo vyhraněné stanovisko. Znázorněte výsledek ankety kruhovým diagramem.

3. Při zjišťování počtu snědených bochníků chleba ve 20 týdnech jsme získali tyto výsledky: 0, 1, 2, 3, 2, 1, 1, 2, 0, 0, 0, 4, 5, 4, 5, 3, 2, 1, 2, 3
Uspořádejte údaje do tabulky rozložení četností (absolutní a relativní četnost).

4. Pozorovali jsme 65 klasů na vyšlechtěném druhu pšenice a počítali jsme zrna. Sestavte z následujících údajů tabulku rozdělení četností a vypočítejte relativní četnost v procentech.

24, 41, 25, 39, 26, 38, 26, 38, 27, 37, 37, 27, 28, 37, 29, 36, 28, 28, 36, 36, 29, 36, 29, 30, 29, 30, 35, 30, 35, 30, 30, 35, 31, 35, 35, 31, 34, 34, 31, 31, 34, 31, 34, 31, 32, 32, 34, 34, 33, 33, 32, 33, 32, 33, 33, 32, 32, 33, 32, 33, 33, 33, 42, 40, 40.

5. V tabulce jsou uvedeny údaje o žácích na základních školách k 30. září 1998.

	Počet žáků	V procentech	Počet dívek
V 1. až 9. ročníku celkem	1 082 415	100	527 455
Z toho v 1. ročníku	123 221	11,4	59 494
V 2. ročníku	128 384	11,9	62 879
Ve 3. ročníku	123 804	11,4	60 579
Ve 4. ročníku	125 407	11,6	61 581
V 5. ročníku	125 972	11,6	61 544
V 6. ročníku	116 563	10,8	56 473
V 7. ročníku	116 376	10,8	56 239
V 8. ročníku	113 026	10,4	54 688
V 9. ročníku	109 662	10,1	53 981

Tabulka byla sestavena na základě statistického šetření. Pozorně si ji prohlédněte, a pak zodpověz těchto deset otázek:

a) Kolik žáků bylo 30. 9. 1998 v 1. až 9. ročníku celkem?

b) Kolik z nich bylo k tomuto datu v 8. ročníku?

c) Ve kterém ročníku bylo nejvíce žáků? A ve kterém nejméně?

d) Bylo více žáků v 1. až 5. ročníku, nebo v 6. až 9. ročníku?

e) Které číslo tvoří základ pro výpočet počtů procent žáků v jednotlivých ročnících?

f) Jsou počty procent vypočítány správně? Zkontrolujte, výsledky zaokrouhlete na desetiny.

g) Kolik chlapců bylo v 8. ročníku? Je chlapců více než dívek?

h) Kolik procent počtu všech žáků 8. ročníku tvořili chlapci? A kolik procent dívky?

i) Kolik je v tvé třídě chlapců a kolik dívek?

j) Kolik procent počtu žáků tvé třídy jsou chlapci a kolik procent dívky?

[6]

3.2 ARITMETICKÝ PRŮMĚR, MODUS A MEDIÁN

1. O přestávce bylo na chodbě náhodně vybráno 22 žáků. Určete podle údajů jejich průměrný věk.

věk	četnost
6	2
7	3
8	1
9	2
10	4
11	2
12	1
13	3
14	2
15	2

2. V jednom horském hotelu je 9 pokojů prázdných, 16 pokojů s jedním hostem, 23 pokojů se dvěma hosty, 4 pokoje se třemi hosty a 9 pokojů se čtyřmi hosty. Jaký je průměrný počet hostů připadajících na jeden pokoj?

3. V jednom městě je pět obchodů B, K, A, P a H. V tabulce jsou uvedeny průměrné ceny másla a počet kusů. Určete průměrnou cenu másla ve všech obchodech dohromady.

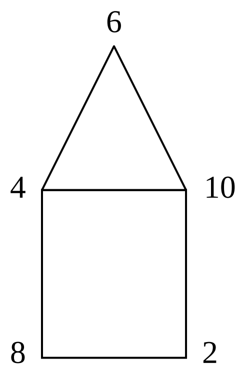
obchod	B	K	A	P	H
průměrná cena másla	26,15	23,18	27,48	24,02	25,96
počet ks	132	216	112	205	122

4. Aritmetický průměr pěti čísel je 7,58. Čtyři z nich jsou 14,1 2,3 7,6 9,7. Určete páté číslo.

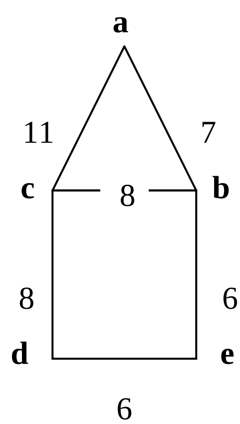
5. Aritmetický průměr 13 různých přirozených čísel je roven 13. Jaké nejvyšší hodnoty může jedno z nich nabýt?

6. V následujících obrazcích doplňte chybějící údaje, jimiž jsou:
   a) aritmetické průměry
   b) hodnoty příslušné uvedeným aritmetickým průměrem

a)



b)



7. Aritmetický průměr 2 čísel je 27. Jedno z čísel je o 6 větší než druhé. Určete tato čísla.

8. Aritmetický průměr 3 čísel je 108. První číslo je o 5 větší než druhé a třetí číslo je o 4 menší než první. Jaká jsou tato čísla?

9. Krychle mají hrany 2 cm, 3 cm, 5 cm, 6 cm a 7 cm. Stanovte aritmetický průměr a medián pro:
   a) hrany krychlí
   b) povrch krychlí
   c) objem krychlí

10. Vedoucí kiosku objednává 15 druhů sušenek v tomto počtu: 10, 15, 7, 10, 20, 15, 5, 10, 10, 20, 15, 10, 10, 7, 20. Dále objednal 16 druhů limonád v tomto počtu: 12, 6, 20, 6, 12, 6, 6, 20, 12, 6, 6, 12, 12, 6, 20, 6.
    Vypočtěte aritmetický průměr počtu druhů objednaných sušenek.
    Vypočtěte aritmetický průměr počtu druhů objednaných limonád.
    Určete u každé objednávky modus a medián a porovnejte s aritmetickým průměrem.
    Vyjádřete vlastními slovy, co je modus a medián.

11. Na vesnici s 23 chalupami se zjišťoval počet slepic v každé chalupě. Výsledkem pozorování jsou tyto údaje: 9, 7, 15, 6, 8, 4, 0, 10, 4, 6, 9, 6, 10, 15, 6, 7, 10, 0, 4, 10, 7, 6, 7.
    Sestavte tabulku rozložení četností.
    Vypočítejte průměrný počet slepic na jednu chalupu.
    Určete modus a medián.

12. Třída 5. A psala písemku z přírodopisu. Výsledky dopadly takto: 2, 3, 1, 4, 2, 2, 3, 4, 1, 1, 1, 2, 5, 4, 1, 5, 2, 4, 3, 1, 3, 1, 2, 2, 1, 1, 3.
    Sestavte tabulku rozdělení četností, určete aritmetický průměr, modus, medián a sestrojte spojnicový diagram.

13. Průměrná váha šesti náhodně vybraných mužů je 93 kg. Průměrná váha prvních pěti z nich je 90 kg. Kolik kg váží šestý muž?

14. V zájezdovém autobuse do Španělska je průměrný věk cestujících 24 let. Vystoupí-li z autobusu muž, jemuž je 72 let, bude průměrný věk 22 let. Kolik cestujících je v autobuse?

15. Pod obrovskou třešní soutěžila desetičlenná parta dětí v pojídání třešní. První snědl 52 třešní, druhý o 8 méně, třetí aritmetický průměr prvních dvou, čtvrtý aritmetický průměr prvních tří a každé následující dítě vždy snědlo aritmetický průměr všech třešní, které snědly děti před ním.
    a) Kolik třešní snědlo poslední, desáté dítě?
    b) Kolik třešní snědly všechny děti dohromady?

16. V kurníku máme 15 slepic. První snesla za týden 12 vajec, druhá o 4 méně, třetí snesla aritmetický průměr prvních dvou, čtvrtá snesla aritmetický průměr prvních tří a každá následující slepice snesla aritmetický průměr všech vajec, která snesly slepice před ní. Kolik vajec snesla patnáctá slepice a kolik vajec snesly slepice za týden dohromady?

- náročnější úlohy využívající poznatků o průměrech:

17. Tři kamarádi se rozhodli chovat pískomily. Jeden sehnal 24 pískomilů, druhý 30 pískomilů. Třetí nemohl sehnat žádného, a tak dal kamarádům 360 Kč. Jak si to teď mají kamarádi rozdělit?

18. Farmáři Alois, Tonda a Vašek stavěli novou cestu, kterou budou společně užívat. Alois dodal na stavbu 20 vozů kamene, Tonda 25 vozů kamene a Vašek dal částku 4500 Kč. Jak se má tato hotovost rozdělit mezi Aloise a Tondu?

19. Pepa, Honza a Michal šli na výlet a zajistili si jídlo. Pepa přinesl 3 konzervy, Honza 5 konzerv a Michal 80 Kč. Všichni jedli stejně a snědli všechny konzervy. Konzervy byly stejné ceny. Jak se rozdělí Pepa s Honzou o 80 Kč, které přinesl Michal jako náhradu za jídlo?

20. Následující tabulka zobrazuje některé charakteristiky vážící se k jednotlivým krajům.

Vaším úkolem je:

1) doplnit chybějící údaje v tabulce;

2) dopočítat požadované údaje pod tabulkou;

3) sestavit výsečový graf zobrazující počet obyvatel v jednotlivých krajích

4) sestavit sloupcový graf zobrazující počet sňatků, rozvodů a přírůstek obyvatelstva v jednotlivých krajích

Kraj	**Počet obyvatel**	**% podíl na ČR**	**Sňatky**	**Rozvody**	**% rozvodů na počet sňatků**	**Živě narození**	**Zemřelí**	**Přirozený přírůstek**
Západočeský	860,420	8%	6,245	2,914	47%	9,796	10,024	-0,228
Jihočeský	698,358	7%	4,430	1,678	38%	8,338	8,006	0,332
Severočeský	1176,020	11%	9,430	4,239	45%	14,147	13,255	0,892
Východočeský	1234,989	12%	8,769	3,242	37%	15,289	14,544	0,745
Jihomoravský	2053,318	20%	14,204	4,613	32%	24,564	23,634	0,930
Severomoravský	1965,835	19%	14,354	5,253	37%	24,456	20,564	3,892
Středočeský	1111,752	11%	7,938	3,045	38%	12,609	10,211	2,398
Praha	1214,600	12%	8,247	3,580	43%	11,944	11,112	0,832
celkem ČR	10315,292	100%	73,617	28,564	39%	121,143	111,350	9,793

Maximum obyvatel:			Minimum obyvatel:	
Maximální počet sňatků:			Minimální počet sňatků:	
Maximální počet rozvodů:			Minimální počet rozvodů:	
Průměrný počet sňatků v jednotlivých krajích:			Průměrný počet rozvodů v jednotlivých krajích:	

3.3 HARMONICKÝ PRŮMĚR

1. Pekařka s dlouholetou praxí uplete 1 housku za 3 sekundy. Její kolegyně začátečnice uplete 1 housku za 6 sekund. Jak dlouho v průměru trvá upletení jedné housky?

2. Jeden dělník vyrobí součástku za 4 minuty, druhý dělník za 6 minut, třetí dělník za 3 minuty. Za jakou dobu vyrobí průměrně jeden dělník jednu součástku?

3. U Nováků se vůně Brise uvolní v prvním pokoji jednou za 3 minuty, v druhém pokoji jednou za 9 minut. Vypočtěte průměrnou dobu pro uvolnění vůně.

4. Když Jindra trénuje na fotbal, vybíhá na hrad Choustník rychlostí 5 km/h a dolů sbíhá rychlostí 10 km/h. Cesta na hrad je dlouhá 1 km.
   Jakou rychlostí běhá Jindra průměrně?

5. Fanda jel v noci z Prahy do Plzně za Luckou průměrnou rychlostí 90 km/h a druhý den jel zpátky z Plzně do Prahy průměrnou rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost Fandy na trati Praha – Plzeň – Praha.

3.4 ROZPTYL, SMĚRODATNÁ ODCHYLKA

1. V levé skupině máme tři čísla: 7; 8; 9. V pravé skupině máme čísla 1; 10, 13.
   Vypočtěte pro obě skupiny aritmetický průměr, rozptyl a směrodatnou odchylku.

[6]

2. Vypočítejte rozptyl a směrodatnou odchylku zásahů střelce Jana a střelce Tomáše. Porovnejte jejich přesnost míření.

   zásahy střelce Jana: 9, 8, 8, 8, 7

   zásahy střelce Tomáše: 10, 10, 8, 7, 5

3. Cukrovar chce koupit nový automat na balení 1kg cukru. Testuje přesnost dvou nabídek (viz tabulka). Pro který automat se rozhodne?

1. automat		
hmotnost balíčku	**průměr**	**směrodatná odchylka**
985		
974		
983		
984		
981		
980		
978		
980		
982		
982		

2. automat		
hmotnost balíčku	**průměr**	**směrodatná odchylka**
1013		
1013		
1012		
994		
984		
1009		
1020		
984		
992		
1002		

odchylka od normy (1000g)

1. automat

2. automat

4. ŘEŠENÍ ÚLOH

4.1 ZÁKLADNÍ STATISTICKÉ POJMY

1.

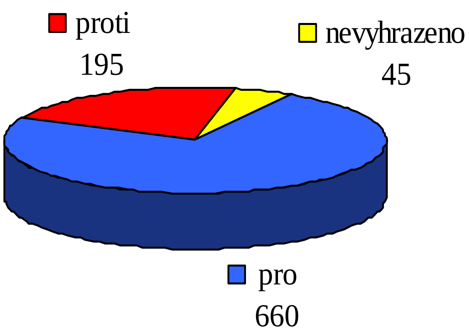
statistický soubor: počet krav

statistická jednotka: kráva

statistické znaky: věk, váha, počet telat, krmivo, zdravotní stav

2.

Vstup ČR do EU



3.

počet snědených chlebů	absolutní četnost	relativní četnost (absolutní četnost dělena počtem všech prvků)
0	4	→ 4 : 20 = 0,20
1	4	0,20
2	5	→ 5 : 20 = 0,25
3	3	0,15
4	2	0,10
5	2	0,10
celkem	20	1

4.

znak	**absolutní četnost**	**relativní četnost**	**relativní četnost v %**
24	1	0,015	1,5
25	1	0,015	1,5
26	2	0,031	3,1
27	2	0,031	3,1
28	3	0,046	4,6
29	4	0,061	6,1
30	5	0,077	7,7
31	6	0,092	9,2
32	7	0,108	10,8
33	9	0,138	13,8
34	6	0,092	9,2
35	5	0,077	7,7
36	4	0,062	6,2
37	3	0,046	4,6
38	2	0,031	3,1
39	1	0,015	1,5
40	2	0,031	3,1
41	1	0,015	1,5
42	1	0,015	1,5

relativní četnost v procentech = relativní četnost násobena stem

5.

a) 1 082 415

b) 113 026

c) nejvíce žáků je ve 2. ročníku, nejméně v 9. ročníku

d) v 1. – 5. ročníku

e) čísla ve sloupečku počet žáků

f) ano

g) chlapců 58 338, bylo jich více než děvčat

h) chlapci 51,61%, dívky 48,39%

4.2 ARITMETICKÝ PRŮMĚR, MODUS A MEDIÁN

1.

$$\frac{6\cdot 2+7\cdot 3+8\cdot 1+9\cdot 2+10\cdot 4+11\cdot 2+12\cdot 1+13\cdot 3+14\cdot 2+15\cdot 2}{22}=10{,}5$$

2.

$$\frac{9\cdot 0+16\cdot 1+23\cdot 2+4\cdot 3+9\cdot 4}{55}=\frac{110}{55}=2$$

3.

$$\frac{26{,}15\cdot 132+23{,}18\cdot 216+27{,}48\cdot 112+24{,}02\cdot 205+25{,}96\cdot 122}{132+216+112+205+122}=24{,}94$$

4.

$$7{,}58=\frac{14{,}1+2{,}3+7{,}6+9{,}7+x}{5}$$

$x = 37{,}9 – (14{,}1 + 2{,}3 + 7{,}6 + 9{,}7)$

$x = 37{,}9 – 33{,}7$

$x = 4{,}2$

5.

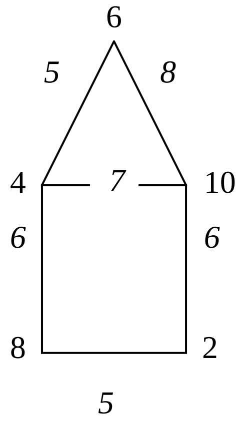
$13 \cdot 13 = 169$

součet 12 čísel $\quad 1+2+3+4+5+...+12 = \dfrac{(1+12)\cdot 12}{2} = 13 \cdot 6 = 78$

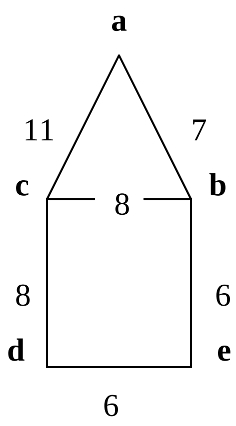
výpočet 13. čísla $\quad$ 169 - 78 = <u>91</u>

6.

a)



b)



a + b = 14 $\rightarrow$ a = 14 - b

b + c = 16

c + a = 22 $\rightarrow$ c + 14 - b = 22

$$
\begin{array}{r}
b + c = 16 \\
-\ b + c = 8 \\
\hline
2c = 24 \\
\underline{c = 12}
\end{array}
$$

$b = c - 8$ $\quad$ $a = 14 - b$ $\quad$ $d = 16 - c$

$b = 12 - 8$ $\quad$ $a = 14 - 4$ $\quad$ $\underline{d = 4}$

$\underline{b = 4}$ $\quad$ $\underline{a = 10}$

$e = 12 - d$

$\underline{e = 8}$

7.

$$\frac{x + y}{2} = 27 \quad \rightarrow \quad y = x + 6$$

$$\frac{x + (x + 6)}{2} = 27$$

$x + (x + 6) = 54$

$2x = 48$ $\quad$ $y = x + 6$

$\underline{x = 24}$ $\quad$ $\underline{y = 30}$

8.

$$\frac{x + y + z}{3} = 108$$

$\rightarrow \quad x = y + 5$

$\rightarrow \quad z = (y + 5) - 4 = y + 1$

$$\frac{(y + 5) + y + (y + 1)}{3} = 108$$

$3y + 6 = 324$

$3y = 318$ $\quad$ $x = y + 5$ $\quad$ $z = y + 1$

$\underline{y = 106}$ $\quad$ $\underline{x = 111}$ $\quad$ $\underline{z = 107}$

9.

a) hrany krychlí $a = 2, 3, 5, 6, 7$ $x = 4{,}6$

medián: 5

b) povrch krychlí $6a^2 = 24, 54, 150, 216, 294$ $x = 147{,}6$

medián: 150

c) objem krychlí $a^3 = 8, 27, 125, 216, 343$ $x = 143{,}8$

medián: 125

10.

5, 7, 7, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 15, 15, 15, 20, 20, 20 $x = 12{,}27$

modus: 10

medián: 10

6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 12, 12, 12, 12, 12, 20, 20, 20 $x = 10{,}5$

modus: 6

medián: 9

(aritmetický průměr 6 a 12)

11.

0, 0, 4, 4, 4, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 15, 15.

počet slepic v chalupách	počet chalup	absolutní četnost
0	2	0
4	3	12
6	5	30
7	4	28
8	1	8
9	2	18
10	4	40
15	2	30
celkem	23	166

x = 7,22

modus: 6

medián: 7

12.

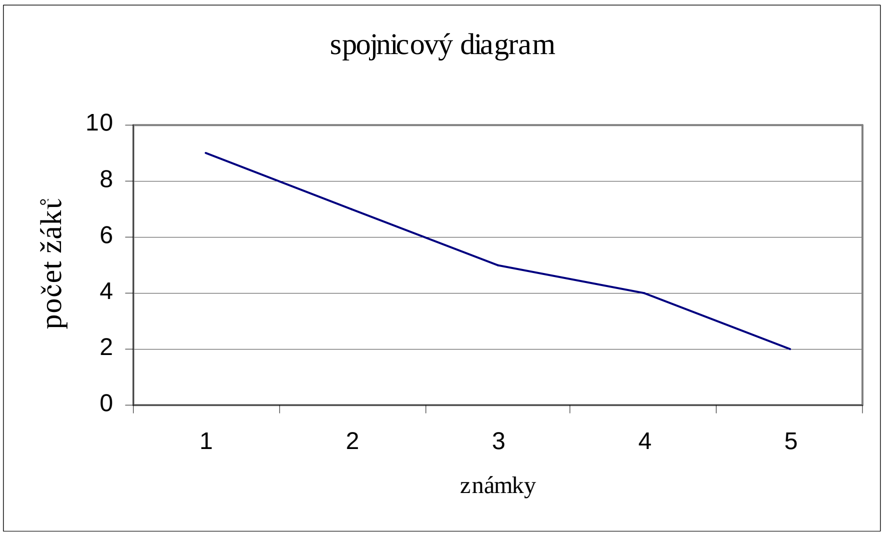
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5

známky	počet žáků	absolutní četnost
1	9	8
2	7	16
3	5	15
4	4	16
5	2	10
celkem	27	65

x = 2,41

modus: 1

medián: 2



13.

$$\frac{a+b+c+d+e+f}{6}=93$$

$$\frac{a+b+c+d+e}{5}=90$$

$a + b + c + d + e = 450$

$$\frac{450+f}{6}=93$$

$450 + f = 558$

$\underline{f = 108}$

14.

$$x \cdot 24 = (x-1) \cdot 22 + 72$$

24x = 22x - 22 + 72

2x = 50

x = 25

15.

a) 10 dětí

1. dítě	52 třešní
2. dítě	52 - 8 = 44 třešní
3. dítě	$\frac{52+44}{2} = 48$ třešní
4. dítě	$\frac{52+44+48}{3} = 48$ třešní
5. dítě	$\frac{52+44+48+48}{4} = 48$ třešní
.	
.	
.	
10. dítě	$\frac{[52+44+(7 \cdot 48)]}{9} = 48$ třešní

b) 52 + 44 + $(8 \cdot 48)$= 480 třešní nebo $48 \cdot 10$ = 480 třešní

16.

15 slepic

1. slepice	12 vajec za týden
2. slepice	12 - 4 = 8 vajec za týden
3. slepice	$\frac{12+8}{2} = 10$ vajec za týden

4. slepice $\frac{12+8+10}{3} = 10$ vajec za týden

.

.

.

.

.

15. slepice $\frac{[12+8+(12\cdot 10)]}{14}$ = 10 vajec za týden

12 + 8 + ($13 \cdot 10$) nebo $15 \cdot 10$ = 150 vajec za týden od všech slepic dohromady

- náročnější úlohy využívající poznatků o průměrech:

17.

1. 24 pískomilů
2. 30 pískomilů
3. 360 Kč

Kamarádi mají celkem 54 pískomilů → na každého připadá 18 pískomilů.

18 pískomilů……………..360 Kč
1 pískomil………………..360:18 = 20 Kč

1. 24 = 18 + **6**……za 6 pískomilů………120 Kč
2. 30 = 18 + **12**…..za 12 pískomilů……..240 Kč

První kamarád dostane 120 Kč, druhý 240 Kč.

18.

- obdobné řešení

[Alois dostane 1500 Kč, Tonda 3000 Kč]

19.

Pepa………….3 konzervy

Honza………...5 konzerv

Michal……….80 Kč

$\frac{8}{3}$ ………….80 Kč

3…………......x Kč

$$x = \frac{3}{\frac{8}{3}} \cdot 80$$

$$x = \frac{3 \cdot 3}{8} \cdot 80$$

x = 90 Kč

$\frac{8}{3}$ ………….80 Kč

5…………......x Kč

$$x = \frac{5}{\frac{8}{3}} \cdot 80$$

$$x = \frac{5 \cdot 3}{8} \cdot 80$$

x = 150 Kč

90 - 80 = 10 Kč

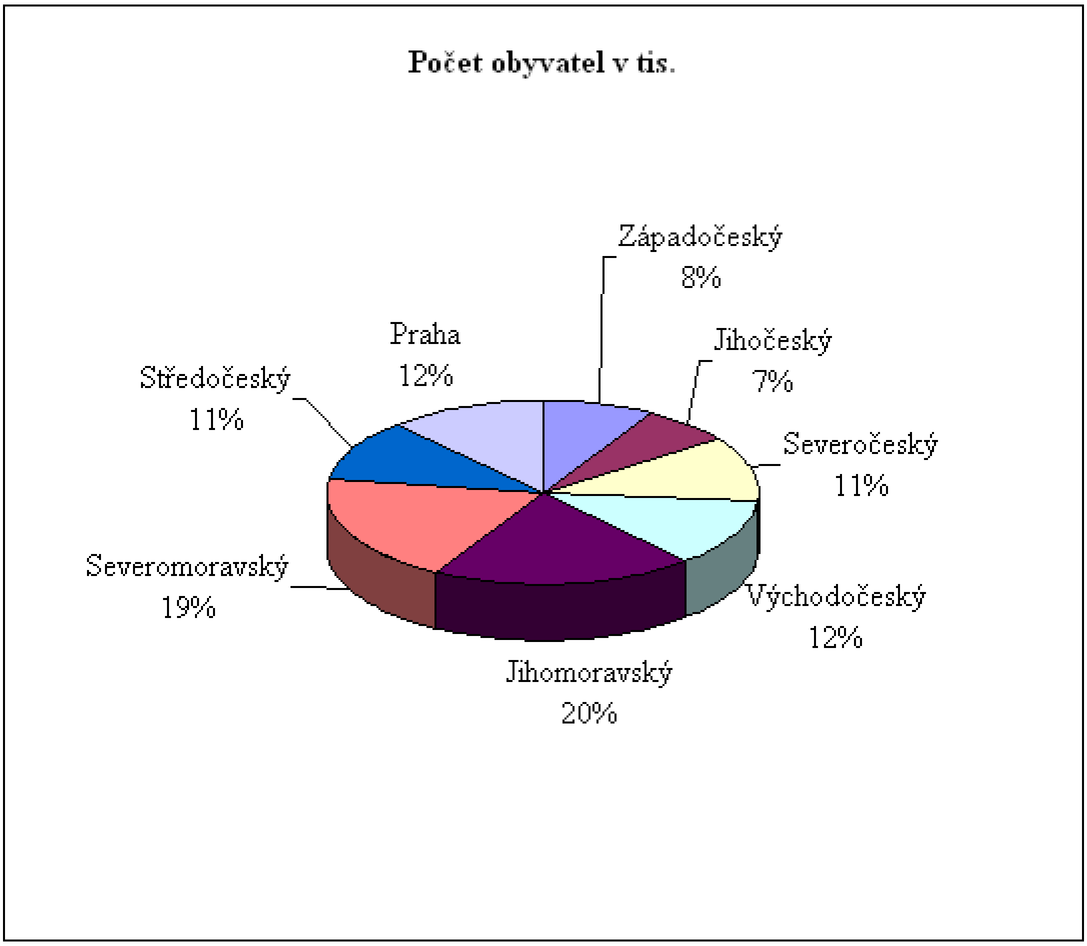
150 - 80 = 70 Kč

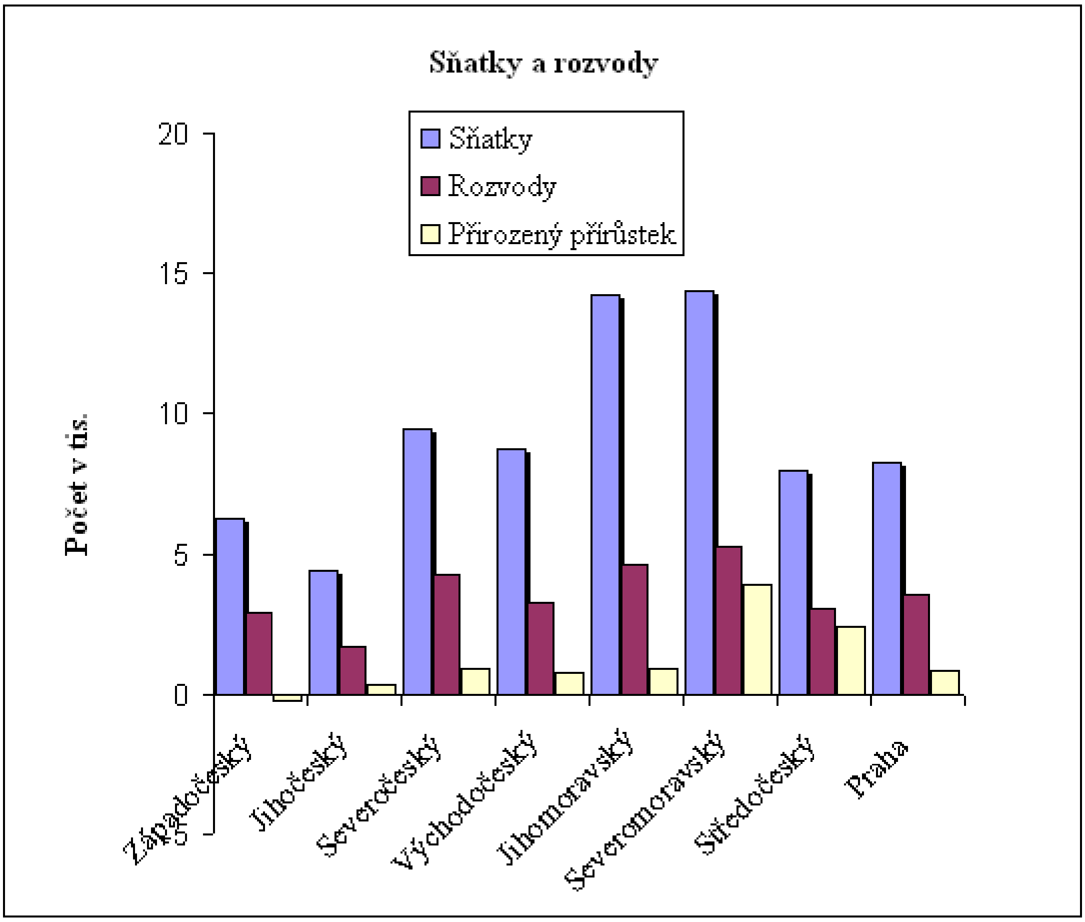
80 Kč

Pepa dostane 10 Kč, Honza 70 Kč.

20.

Maximum obyvatel:	*2053,318*		Minimum obyvatel:	*698,358*
Maximální počet sňatků:	*14,354*		Minimální počet sňatků:	*4,430*
Maximální počet rozvodů:	*5,253*		Minimální počet rozvodů:	*1,678*
Průměrný počet sňatků v jednotlivých krajích:	*9,202*		Průměrný počet rozvodů v jednotlivých krajích:	*3,571*





4.3 HARMONICKÝ PRŮMĚR

1. a)

Pekařka s dlouholetou praxí uplete 20 housek za 1 minutu, začátečnice uplete za 1 minutu 10 housek. V průměru tedy každá z nich uplete 15 housek za 1 minutu, tzn. 1 housku za 4 sekundy.

POZOR! ne!!! $\frac{3+6}{2} = 4{,}5 \neq 4$

b)

Výsledek dostaneme také přímo jako harmonický průměr hodnot $x_1 = 3$ a $x_2 = 6$:

$$\frac{2}{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = \frac{2}{\frac{3}{6}} = \frac{12}{3} = 4$$

2. a)

časový úsek, za který všichni dělníci dokončí určitý počet součástek je 12 minut

n (4, 6, 3) = 12 minut

1. dělník vyrobí za 12 min……………3 součástky

2. dělník vyrobí za 12 min……………2 součástky

3. dělník vyrobí za 12 min……………4 součástky

3 dělníci vyrobí za 12 min……………9 součástek

Průměrně vyrobí jeden dělník 3 součástky za 12 min, tzn. 1 součástku za 4 minuty.

b)

podle vzorce:

$$\frac{3}{\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}} = \frac{3}{\frac{9}{12}} = \frac{36}{9} = 4$$

3. a)

za 9 minut se uvolní vůně…..v prvním pokoji 3x.

…..v druhém pokoji 1x

v obou pokojích 4x

→ vůně se průměrně uvolní 2x za 9 minut

→ vůně se průměrně uvolní 1x za 4,5 minuty b)

podle vzorce:

$$\frac{2}{\frac{1}{3}+\frac{1}{9}} = \frac{18}{4} = 4{,}5$$

4. a)

$s = v_1 \,.\, t_1 + v_2 \,.\, t_2$ neznáme t $\rightarrow$ $t_1 = \dfrac{s}{v_1}$; $t_2 = \dfrac{s}{v_2}$

nahoru vyběhne….. $\dfrac{1}{5}$ = 0,2h…..12 minut

dolů seběhne…..… $\dfrac{1}{10}$ = 0,1h……6 minut

2 km běží 0,3h…...18 minut → 1 km běží průměrně 9 minut

$$v = \frac{s}{t}$$

$$v = \frac{1}{\frac{9}{60}} = \frac{60}{9} = 6{,}\overline{6}$$

b)

podle vzorce:

$$\frac{2}{\frac{1}{5}+\frac{1}{10}} = \frac{2}{\frac{3}{10}} = \frac{20}{3} = 6{,}\overline{6}$$

5.

v_1 = 90 km/h …………………$t_1 = \frac{s}{v_1}$

v_2 = 60 km/h …………………$t_2 = \frac{s}{v_2}$

$t = t_1 + t_2 = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}$

$$v = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{90} + \frac{1}{60}} = \frac{2}{\frac{5}{180}} = \frac{360}{5} = 72\,\text{km/h}$$

4.4 ROZPTYL, SMĚRODATNÁ ODCHYLKA

1.

	levá skupina	**pravá skupina**
$\overline{x}$	8	8

výpočet rozptylu

x_i	$\overline{x}$	$x_i - \overline{x}$	$(x_i - \overline{x})^2$
7	8	-1	1
8	8	0	0
9	8	1	1
			2

x_i	$\overline{x}$	$x_i - \overline{x}$	$(x_i - \overline{x})^2$
1	8	-7	49
10	8	2	4
13	8	5	25
			78

$\frac{2}{3} \doteq 0{,}67$

$s = \sqrt{0{,}67} = 0{,}82$

většina čísel se odchyluje od aritmetického průměru (8) o méně než 1 v obou směrech, leží tedy mezi 7 a 9

$\frac{78}{3} = 26$

$s = \sqrt{26} = 5{,}1$

většina čísel se odchyluje od aritmetického průměru (8) o více než 5 v obou směrech, leží tedy mezi 3 a 1

2.

střelec Jan: $\bar{x} = \frac{9+8+8+8+7}{5} = \frac{40}{5} = 8$

$s^2 = \frac{1^2+0+0+0+1^2}{5} = \frac{2}{5} = 0{,}4$

$s = \sqrt{0{,}4} \doteq 0{,}6 \doteq 1$

$8 \pm 1 \rightarrow$ od 7 do 9

střelec Tomáš: $\bar{x} = \frac{10+10+8+7+5}{5} = \frac{40}{5} = 8$

$s^2 = \frac{2^2+2^2+0+1^2+3^2}{5} = \frac{18}{5} = 3{,}6$

$s = \sqrt{3{,}6} \doteq 1{,}9 \doteq 2$

$8 \pm 2 \rightarrow$ od 6 do 10

Střelec Jan míří přesněji.

3.

1. automat		
hmotnost balíčku	**průměr**	**směrodatná odchylka**
985		
974		
983		
984		
981		
980		
978		
980		
982		
982	980,9	3,01496269

2. automat		
hmotnost balíčku	**průměr**	**směrodatná odchylka**
1013		
1013		
1012		
994		
984		
1009		
1020		
984		
992		
1002	1002,3	12,353542

1. automat

$$\frac{(985-980{,}9)^2+(974-980{,}9)^2+(983-980{,}9)^2+\ldots+(982-980{,}9)^2}{10}=9{,}09$$

$$s=\sqrt{9{,}09}=3{,}01496269$$

R = 19,1

2. automat

$$\frac{(1013-1002{,}3)^2+(1013-1002{,}3)^2+(1012-1002{,}3)^2+\ldots+(1002-1002{,}3)^2}{10}=152{,}61$$

$$s=\sqrt{152{,}61}=12{,}353542$$

R = -2,3

Závěr: 1. Automat se může překalibrovat o 19g a bude výborný.

5. SONDY DO ZNALOSTÍ ŽÁKŮ ZŠ A STUDENTŮ UČITELSTVÍ 1. STUPNĚ ZŠ

Cílem těchto testů bylo zjistit zejména intuitivní znalosti a dovednosti z oblasti statistiky, které jsou založené na životních zkušenostech respondentů.

Při zadávání testů žákům mě zajímalo, jak si žáci poradí při řešení problému, pro který nebyli ve škole zatím záměrně teoreticky vybaveni. Zajímalo mě, jak se žáci na základě svých životních zkušeností získaných (např. při nakupování) s řešením problému „poperou“.

Stejně jako žákům ZŠ jsem zadala příklady i studentům VŠ, kteří statistiku ještě neprobírali, ale už se s ní setkali. Úkolem bylo zjistit, kde jsou slabá místa ve znalostech zúčastněných studentů, aby na ně mohla být následující výuka posílena.

5.1 PŘÍKLADY ŘEŠENÉ SE STUDENTY UČITELSTVÍ 1. STUPNĚ

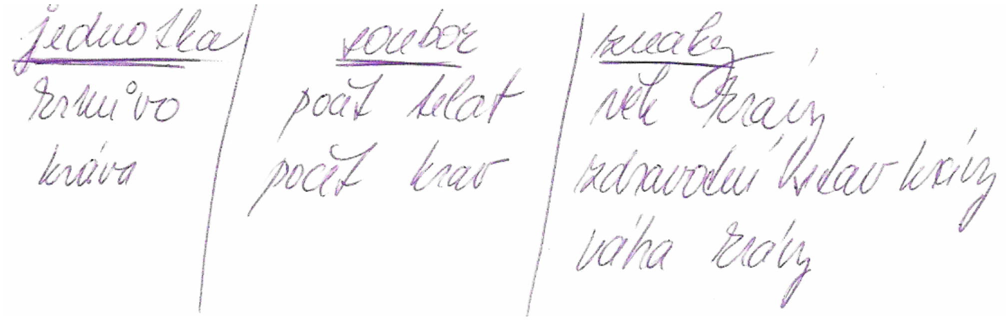
2. ročník

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta,
19 studentek, 19 – 23 let

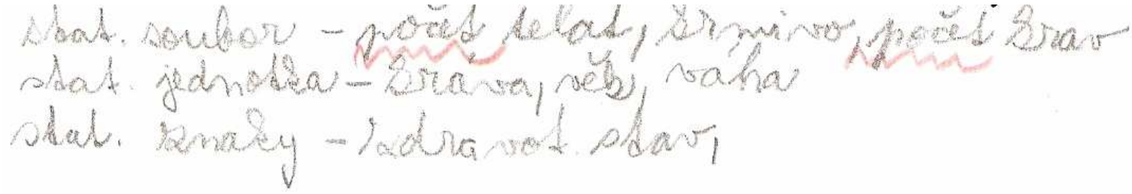
1. Rozhodli jsme se hodnotit dojivost krav. Setkáváme se tu s pojmy jako kráva, věk krávy, váha krávy, počet telat, krmivo, zdravotní stav krávy, počet krav. Rozhodněte, co je statistický soubor, statistická jednotka a co jsou statistické znaky.

soubor: počet krav
jednotky: kráva
znaky: věk, váha, počet telat, krmivo, zdravotní stav

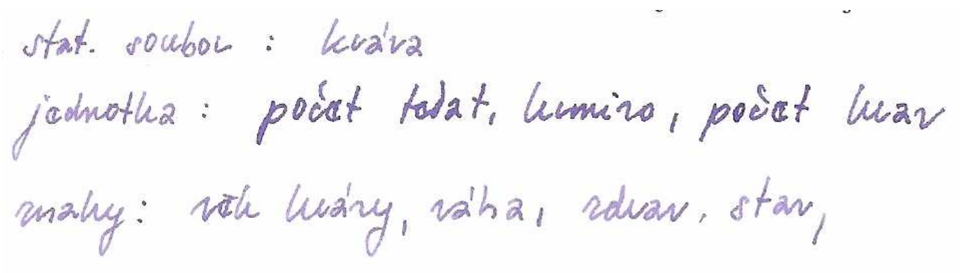
Většina odpovědí byla správná.



jednotka	soubor	znaky
krmivo	počet telat	věk krávy
kráva	počet krav	zdravotní stav krávy
		váha krávy



stat. soubor – počet telat, krmivo, počet krav
stat. jednotka – kráva, věk, váha
stat. znaky – zdravot. stav,



stat. soubor : kráva
jednotka : počet telat, krmivo, počet krav
znaky: věk krávy, váha, zdrav. stav,

Objevila se ale i tato řešení, kde je zřejmé, že se studenti logicky nezamysleli nad problémem a pouze tipovali.

2. Tři kamarádi se rozhodli chovat pískomily. Jeden sehnal 24 pískomilů, druhý 30 pískomilů. Třetí nemohl sehnat žádného, a tak dal kamarádům 360 Kč. Jak si to teď mají kamarádi rozdělit?

24+30 = 54 píškomilců : 3 = 18

360kč : 18 = 20

24 − 18 = 6 · 20 = 120 kč

30 − 18 = 12 · 20 = 240 kč

Každý má 18 píškomilců

1. dostane 120kč (ten, co přinesl 24 pískomilů)

2. dostane 240kč

Pouze jedno řešení příkladu o pískomilech bylo správné.

54 : 3 = 18

360 : 9 = 40

160 , 200

Z tří kamarádů bude mít každý 18 pískomilů a jeden dostane 160 a druhý 200,-

24 : 30

4 : 5

1. kam. .... 24 písk.

2. kam. .... 30 písk.

3. .... 0 písk. → dal 360 Kč

24 + 30 = 54 360 : 54 = 6,6

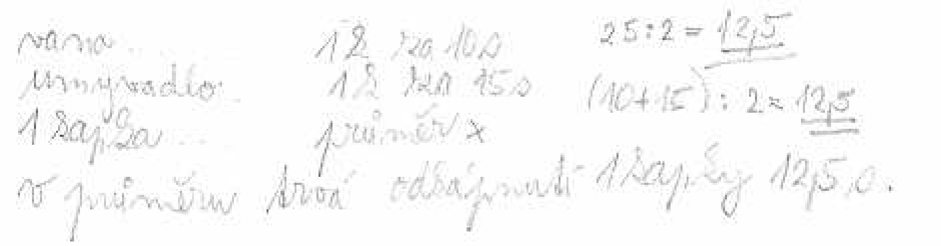
24 · 6,6 ≐ 158,- – 1. kamarád

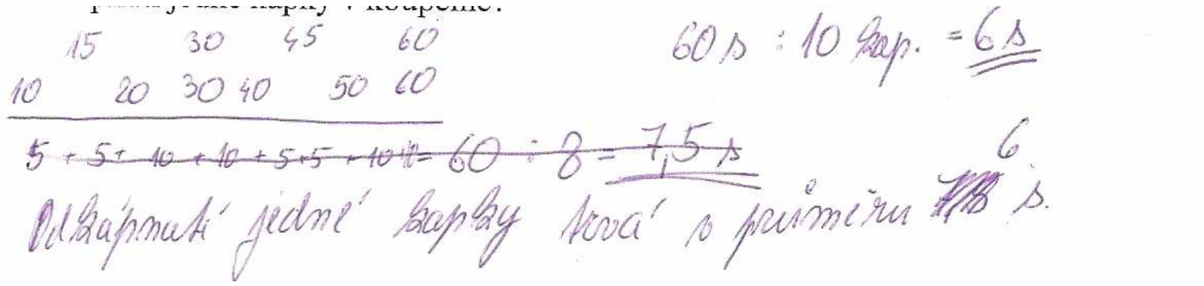
360 − 158 = 202,- – 2. kamarád

Toto řešení bylo nejčastější.

Jsem si vědoma, že tento příklad mezi úlohami s tématem středních hodnot patří k náročnějším a nepatří mezi tradiční úlohy. Zařadila jsem ho sem ale proto, abych zjistila, zda se ve zkoumaném vzorku vyskytují respondenti, kteří jsou schopni správně logicky uvažovat při náročnějších příkladech.

3. V koupelně kapou dva kohoutky. Z kohoutku u vany odkápne jedna kapka za 10 s a z kohoutku u umyvadla odkápne jedna kapka za 15 s. Jak dlouho v průměru trvá odkápnutí jedné kapky v koupelně?


vana ... 1 k za 10 s
umyvadlo ... 1 k za 15 s
1 kapka ... průměr x
25 : 2 = 12,5
(10+15) : 2 = 12,5
v průměru trvá odkápnutí 1 kapky 12,5 s.


15 30 45 60
10 20 30 40 50 60
~~5 + 5 + 10 + 10 + 5 + 5 + 10 + 10 = 60 : 8 = 7,5 s~~
60 s : 10 kap. = 6 s
Odkápnutí jedné kapky trvá v průměru ~~7,5~~ 6 s.

Protože aritmetický průměr je známý už od ZŠ, byl ve 2. ročníku VŠ zadán příklad na průměr harmonický.

Tyto úlohy mají úzký vztah k úlohám na nepřímou úměrnost. Z testu bylo vidět, že toto učivo nemají studenti řádně osvojeno.

5.2 PŘÍKLADY ŘEŠENÉ S ŽÁKY NA ZŠ

3. třída

ZŠ Choustník, 14 žáků (9 dívek, 5 chlapců), 8 – 10 let

Cílem příkladů řešených se žáky bylo zjistit, zda jsou žáci schopni řešit jednoduchý statistický problém, zda jsou schopni využívat intuitivních statistických poznatků v reálném životě a zda jsou schopni vyčíst z daného statisticky zpracovaného souboru informace.

Náramek přátelství

Žáci si ve dvojicích navzájem změří zápěstí provázkem (provázkem obejmeme zápěstí tak, abychom jej neškrtili, ale aby nebyl provázek ani volný a v místech, kde se provázek dotýká, ustřihneme). Vzniklý náramek změříme a zapíšeme si délku.

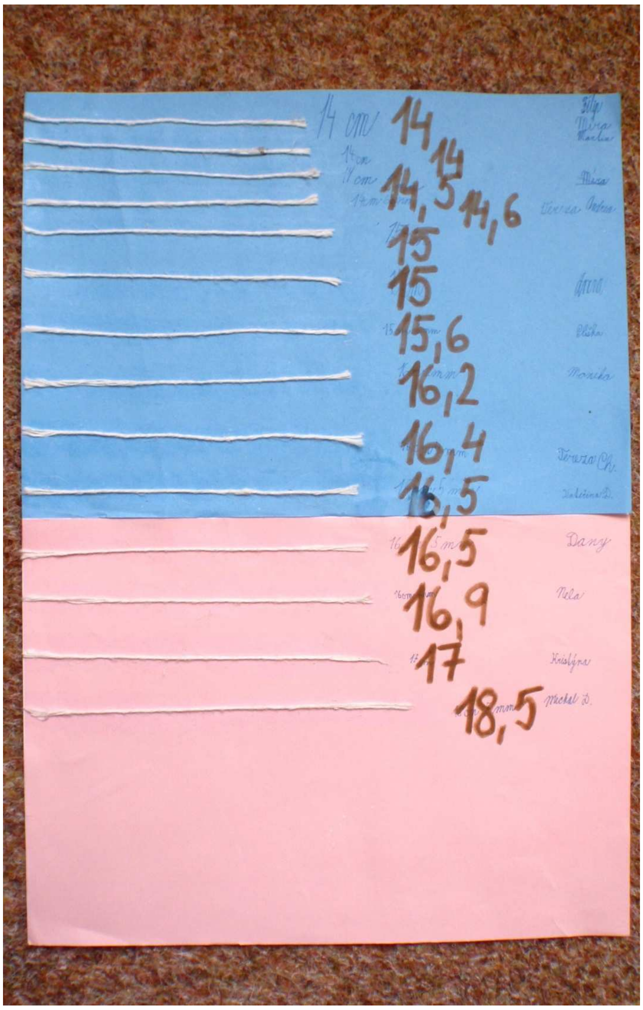
Seřadíme náramky od nejkratšího k nejdelšímu, nalepíme na čtvrtku (pozor, aby byly náramky nalepeny přesně od kraje čtvrtky) a zapíšeme k nim délku v cm nebo v mm.

Poté zjišťujeme:

- který náramek je nejkratší, nejdelší,
- jaký je rozdíl mezi nejkratším a nejdelším náramkem,
- kolik měří všechny náramky dohromady,
- kolik měří dohromady náramky kluků, holek,
- jsou nějaké délky stejné, jakých je nejvíce (modus)
- přečteme délku, která je uprostřed

Co znamená slovo „průměrný“?

- jaká je průměrná délka jednoho náramku – pokusíme se odvodit



Obr. 4 – Náramky nalepené na čtvrtce

Největší problém dělalo měření zápěstí. Někteří žáci si na pravítku naměřili i o několik centimetrů více.

V prvním momentě považovali žáci za nejkratší pouze první náramek, v zápětí ale zjistili, že pokud mají první dva náramky stejnou délku, jsou vlastně oba nejkratší. Určit nejdelší náramek nebyl problém.

Rozdíl mezi nejkratším a nejdelším náramkem nedělal potíže.

Na otázku, kolik měří všechny náramky dohromady, reagovali žáci takto: „Sundáme je, nalepíme za sebe a změříme je.“ nebo „Sečteme všechny délky.“

Kolik měří dohromady náramky kluků? Tato otázka byla velmi rychle zodpovězena: „Sečteme délky jenom u kluků.“ Poté, co jsme chtěli spočítat celkovou délku náramků u holek, žáci začali hlasitě oddychovat: „Ale holek je hodně.“ Když začínali otrocky sčítat a nikoho nenapadlo jiné řešení než sčítání, zeptala jsem se, jestli by to přece jen nešlo jinak. S pomocí si žáci uvědomili, že stačí odečíst délky náramků kluků od délky náramků všech dětí dohromady.

Vyhledávání stejných délek bylo pro žáky velmi jednoduché.

Vzhledem k tomu, že jsme měli sudý počet žáků – náramků – délek, trochu jsem se obávala, že bude problém najít délku, která je uprostřed. Žáci mě však mile překvapili. Nejprve přečetli 7. délku, poté 8. délku, a když zjistili, že ani jedna není přímo uprostřed, shodli se na tom, že uprostřed jsou vlastně obě. Také je napadlo, že kdyby se mezi tyto dva náramky nalepil ještě jeden, byl by uprostřed ten.

Pojem průměr/průměrný je pro žáky 3. třídy nový. Někteří ho prý už někdy slyšeli, ale co to přesně znamená, nevěděli. Jedna žákyně se domnívala, že to znamená: "…něco jako přesný." Obsah tohoto pojmu byl dětem těžko sdělitelný. Žáci uměli nalézt průměrnou hodnotu souboru obsahujícího 2 položky, ale při větším počtu položek si nevěděli rady.

příklad 1

V obchodě stojí jedna sušenka 6 Kč. Dnes mají akci a prodávají balení po 4 sušenkách za 20 Kč. Co je pro nás výhodnější?

4·6=24Kč
20:4=5Kč

Pro nás je výhodnější 4 sušenky po 5Kč a využiji slevu.

20:4=5Kč 1sušenka
Je výhodnější si koupit 4sušenky v akci.

4 · 6 Kč = 24 Kč
20 : 4 = 5 Kč
4 · 5 = 20 Kč
Výhodnější je pro nás 4 sušenky za 20 Kč. Jedna sušenka 5 Kč.

S touto situací se běžně setkávají v reálném životě a považují ji za přirozenou. V příkladu nehledají složitosti.

příklad 2

Kolik korun podle tabulky stojí průměrně jedna sušenka Mila?

	Mila Kč
Billa	***9***
Kaufland	***7***
Penny	***9***
Plus	***9***
Tesco	***8***

Vzhledem k tomu, že žáci neznali pojem průměrný, dělal jim tento příklad potíže. Nakonec jsme ho vypočítali společně.

příklad 3

Tři kamarádi se rozhodli chovat pískomily. Jeden sehnal 4 pískomily, druhý 5 pískomilů. Třetí nemohl sehnat žádného, a tak dal kamarádům 60 Kč. Jak si to teď mají kamarádi rozdělit?

MICHAL DOLEŽ

9 : 3 = 3 Každý měl 3 ~~pískomyli~~ pískomily Celkem měly

$60 : \cancel{4}\,3 = 20$ Kč 9 pískomilů.

první měl 20 Kč a 2. 40 Kč.

3+3+3 = 9 3 pískomily 60 Kč 3·20=60

1 pískomil 20 Kč

60 Kč

2 pískomily 40 Kč

Celkem za 1 pískomila 20 Kč.

Celkem za 2 pískomily 40 Kč.

Filip Kratochvíl Choustník 46, směrovací číslo 391 18

TEREZA CHLADOVÁ

$5\overset{3}{-}2\ (4-1)=3$

$9-3-3=3$

$60:3=20$ Celkem měli

Každý měl 3 křečky. Ce měli 9.

3 křečci stály 60 Kč. Jeden stál 20 Kč.

2 stáli 40 Kč.

Terezka si jako jediná spočítala, kolik pískomilů museli dát dva kamarádi třetímu, aby měli všichni stejně.

Příklad o pískomilech byl pro žáky 3., 5. i 7. třídy velmi náročný na pochopení textu zadání. Bylo třeba jim celou úlohu převyprávět. Nejčastěji žáci nerozuměli tomu, kdo si má peníze rozdělit. Zda všichni tři kamarádi nebo jen dva z nich.

Žáci 3. třídy si vedli poměrně dobře. Paní učitelka to zdůvodňovala skutečností, že v hodinách hodně využívají přímé úměrnosti.

Anketa

Hraješ hry na počítači?

Co všechno můžeme z tabulky vyčíst?

(např. Kolik kluků hry nehraje.)

jméno	kluk	holka	8 let	9 let	10 let	ano	ne	občas
Dany	x		x			x		
Martin	x			x				x
Míra	x			x		x		
Fifin	x		x			x		
Míša	x				x	x		
Anna		x		x				x
Tereza Ch.		x	x				x	
Tereza B.		x	x					x
Eliška		x		x				x
Katka		x		x				x
Andrea		x		x				x
Kristína		x		x				x
Monika		x	x					x
Nela		x	x					x

Anketa žáky velice bavila. Se zájmem navzájem zjišťovali potřebné údaje a pečlivě si je zapisovali do svých tabulek. Poté jsme tabulky zkontrolovali. I přesto, že si každý udělal seznam jmen podle sebe, museli jsme mít všichni stejné údaje a to se dětem moc líbilo.

Byla jsem maximálně překvapena, co všechno dokázali žáci 3. třídy z této tabulky vyčíst.

Z tabulky můžeme vyčíst:

„Kolik je komu let.“

„Kolik je holek a kluků.“

„Jak kdo hraje na počítači.“

„Že je nejvíc devítiletých.“

„Je víc holek než kluků.“

„Jedno dítě nehraje na počítači.“

„Většina hraje občas.“

„Jeden kluk hraje jen občas.“

„Jsou jen dva kluci, kterým je 8.“

„Žádná holka nehraje na počítači pořád.“

Zajímalo mě, zda se pohledy žáků 3., 5. a 7. třídy na daný statistický problém spíše shodují a statistické pojmy se k žákům dostávají až v pozdějším věku, nebo zda se pohledy starších, v životě už „zkušenějších“, žáků výrazně liší.

5. třída, 7. třída

Žákům 5. a 7. třídy jsem zadala příklady a otázky, se kterými měli žáci 3. třídy potíže.

5. třída

ZŠ Choustník, 10 žáků (4 dívky, 6 chlapců), 10 – 11 let

Co znamená slovo „průměrný“?

Když neco stojí 8,90,- a má to hodnotu 9,- kč. Protože počítam přibližně.

~~Jedna veličina se zvě~~ Kolikrát se. zvětší (zmenší) 1 veličina kolikrát se zvětší (zmenší) 2 veličina akorát, ani hodně ani málo.

Průměr je mezi číslicemi

Slovo průměr že je to polovina

Ani v 5. třídě žáci neznají přesný význam slova průměrný. To se ukázalo i u příkladu 2.

příklad 1

V obchodě stojí jedna sušenka 6 Kč. Dnes mají akci a prodávají balení po 4 sušenkách za 20 Kč. Co je pro nás výhodnější?

1 sušenka ... 6 kč
1 krabička/akce ... 20 kč
1 krab. ušetřím 4 kč
10. krab. —||— 40 kč
20. krab. —||— 80 kč

1 ... 6 Kč
1 balení 20 Kč
ušetřím 4 kč
$6 . 4 = 24$

Žáci 5. třídy hned viděli, co je výhodnější a počítali, kolik ušetří.

V obchodě stojí jedno sušenka 6 Kč
akce 4 sušenky stojí 20 Kč

20 : 4 = 5

Jedna sušenka stojí 5 Kč a tak je víhodnější se koupit akci.

Tento příklad jsem v 5. třídě původně nezadávala, protože ve 3. třídě s ním nebyl žádný problém. Nakonec jsem ho ale musela použít jako pomocný příklad k příkladu 2. Až poté žáci příklad 2 vypočítali.

příklad 2

Kolik korun podle tabulky stojí průměrně jedna sušenka Mila?

	Mila Kč
Billa	*9*
Kaufland	*7*
Penny	*9*
Plus	*9*
Tesco	*8*

8 Kč. 8,40 ≐ 8

Billa	*9*
Kaufland	*7*
Penny	*9*
Plus	*9*
Tesco	*8*

9 a 7, průměr je podle mě zlatá střední cesta, tedy 8.

7,90,- až 8,90 Počítám přibližně a mezi kč.

Sečetly jsme všechny krami a Mila

Tesco	8

je nejlevnější v Tesku

Nejprve jsem žáky nechala, aby úlohu sami nějak vyřešili, poté jsem jim zadala příklad 1.

Sečtem koruny, pak zvlášť obchody a pak to vydělíme.)

Jedna sušenka stojí 8,4 Kč

42 : 5 = 8,4

Billa	9
Kaufland	7
Penny	9
Plus	9
Tesco	8

42 : 5

příklad 3

Tři kamarádi se rozhodli chovat pískomily. Jeden sehnal 24 pískomilů, druhý 30 pískomilů. Třetí nemohl sehnat žádného, a tak dal kamarádům 360 Kč. Jak si to teď mají kamarádi rozdělit?

Logicky, první dostane míň, koupil jen 24 pískomilů, druhý 30 pískomilů 1. dostane 120 Kč

Každý má 18 pískomilů. 2. dostane 240 Kč.

Jeden ~~pí~~ pískomil 20 Kč

jeden .... 24 pískomilů

druhý .... 30 pískomilů

kamarádovi ..... 360 Kč

Celkem ..... 54 pískomilů

~~360~~ 54 : 3 = 18

Každý má 18 pískomilů

360 : 18 = 20

6 · 20 = 120

Každej kamarad bude mít 18 pískomilů

jeden dal 6 pískomilů

a druhej da 12 pískomilů

Jak už jsem se zmínila výše, zadání tohoto příkladu bylo pro žáky těžko pochopitelné.

Žáci se snažili příklad nějak vypočítat a docházeli k výsledkům 20 a 18, ale nevěděli, co tím vlastně vypočítali. Příklad jsme dopočítali společně.
Sami pochopili, že ten, který jich dal třetímu kamarádovi více, musí dostat i víc peněz, a že oba kamarádi museli dát třetímu kamarádovi určitý počet pískomilů, aby měli všichni stejně.

Jeden kamarád . . . . 24 píškomilů

druhý kamarád . . . . 30 – 11 –

třetí kamarád . . . . dal 1 a 2. kamarádovi 360 Kč

~~360 : 24 = 15 Kč~~

~~Kamarád~~

Každý kamarád bude mít 18 píškomilů.

54 : 3 = 18 píškomilů

360 : 18 = 20 Kč

Jeden píškomil ~~brouček~~ stojí 20 Kč.

12 · 20 = 240 Kč

6 · 20 = 120 Kč

240 + 120 = 360

1 kamarád . . . . . . 18 píškomilů

1 píškomil . . . . . . 20 Kč

1 kamarád . . . . dal ~~pryč~~ – 12 p

2 kamarád . . . . dal – 6 p

třetímu kam.

1 kamarád dostal 240 Kč a druhý dostal 120 Kč.

Anketa

Hraješ hry na počítači?

I přesto, že s anketou žáci 3. třídy potíže neměli, zadala jsem ji jak v 5. třídě, tak i v 7. třídě z toho důvodu, abych porovnala čtení informací z tabulky.

Jméno	Kluk	holka	10 let	11 let	12 let	ano	ne	občas
Lenka		x		x			x	
Lucka		x		x			x	
Verča		x					x	
Pája		x		x			x	
Tomáš	x			x				x
David	x		x			x		
Dominik	x		x			x		x
Roman	x			x				x
Pavel	x			x				x
Láďa	x		x					x

Z tabulky můžeme vyčíst:

„ Jméno."

„ Pohlaví."

„ Závislost na počítači."

„ Většina hraje občas."

„ Máme více holek než kluků."

„ Kolik je nám let."

„ Většina je 11-ti letých."

„ Holky nehrajou vůbec."

„ Jak se kdo učí. Třeba David hraje pořád a je ve škole slabší, protože nemá čas na učení."

7. třída
ZŠ Choustník, 7 žáků (1 dívka, 6 chlapců), 12 – 14 let

Co znamená slovo „průměrný“?

je to jako ceny které jsou ve všech obchodech.
a pak se porovnávají.

sečíst všechny zadané údaje (9+9+8) a pak vydělit počtem čísla (:3)

Jak je vidět na příkladu 1, pojem průměr/průměrný je v 7. třídě už docela známý.

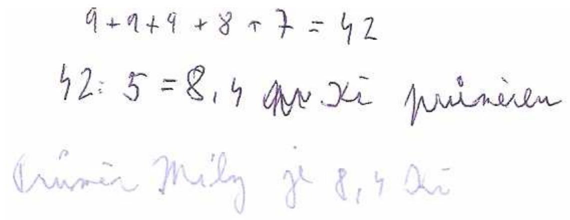
příklad 1

Kolik korun podle tabulky stojí průměrně jedna sušenka Mila?

	Mila Kč
Billa	***9***
Kaufland	***7***
Penny	***9***
Plus	***9***
Tesco	***8***

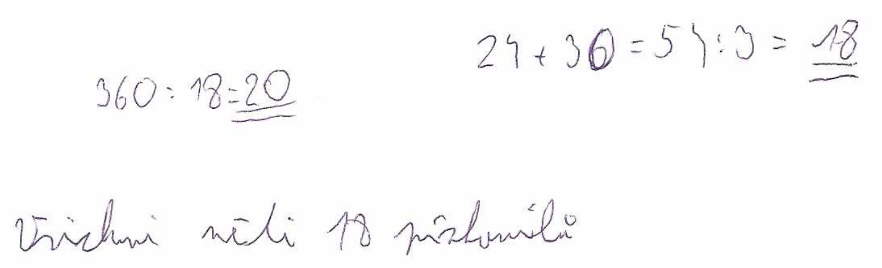
Průměrná mila stojí 8Kč 40h

sečtu všechny ceny a vydělím je počtem obchodů 42 : 5

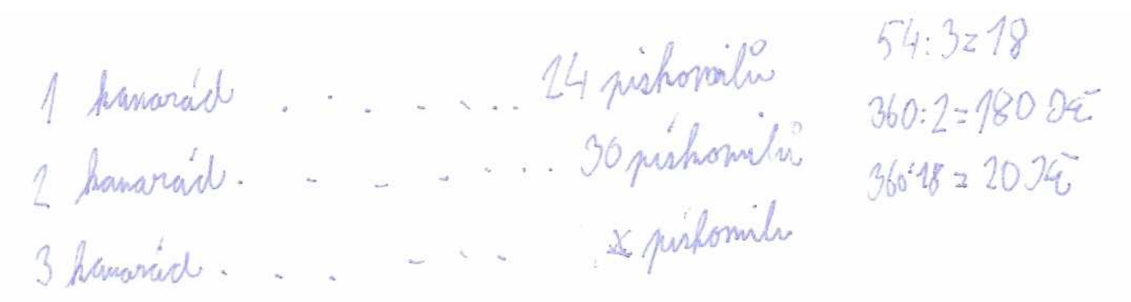


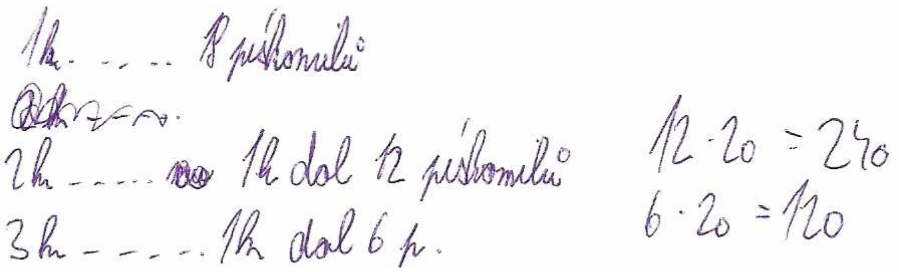
příklad 2

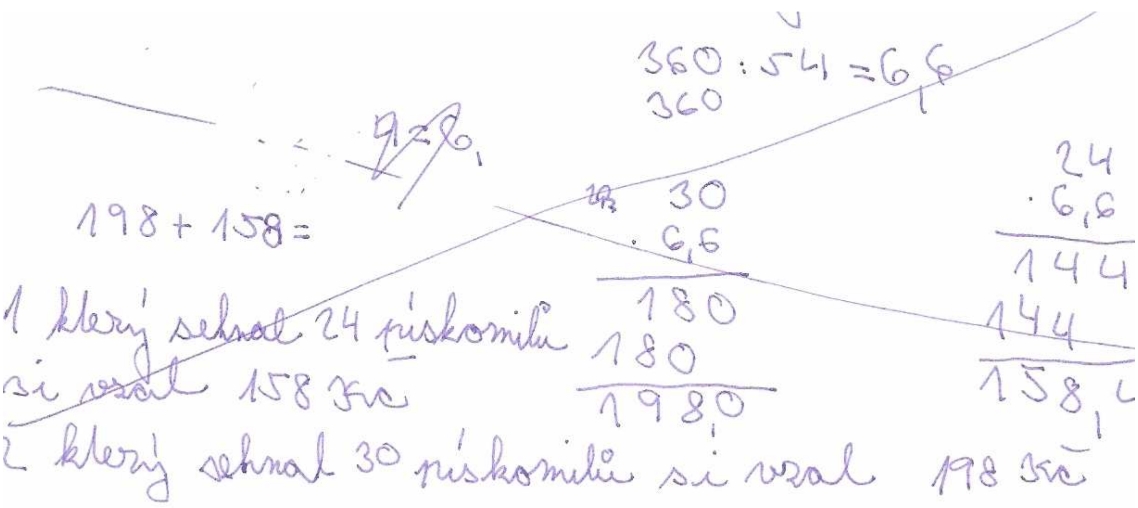
Tři kamarádi se rozhodli chovat pískomily. Jeden sehnal 24 pískomilů, druhý 30 pískomilů. Třetí nemohl sehnat žádného, a tak dal kamarádům 360 Kč. Jak si to teď mají kamarádi rozdělit?



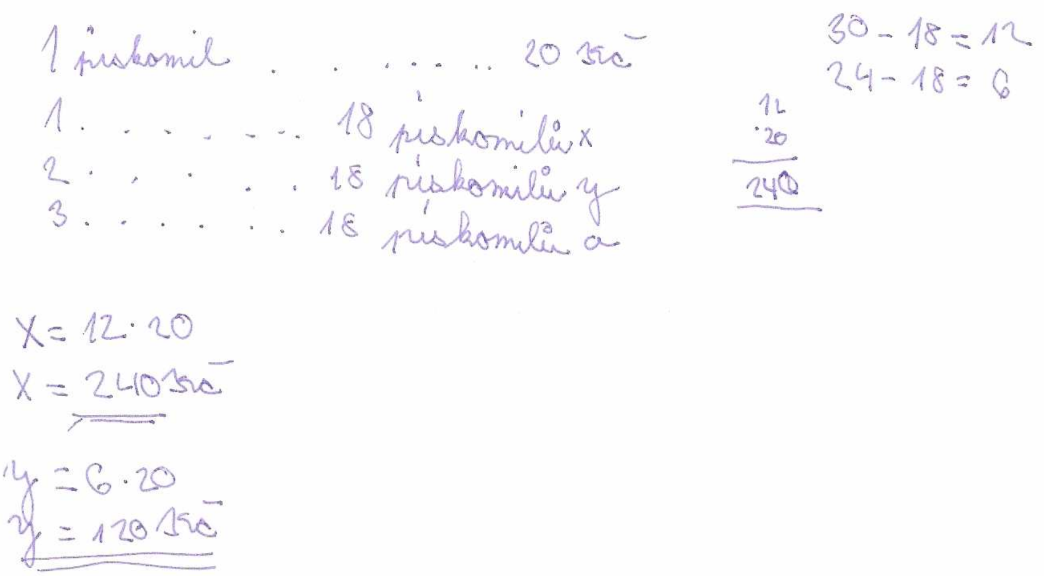
Všichni vypočítali, kolik pískomilů měl každý z kamarádů i kolik stál jeden pískomil, ale jak se mají kamarádi rozdělit, nevěděli. A tak ani žáci 7. třídy nevypočítali příklad sami.







Tento žák počítal podobně jako jedna z posluchaček učitelství 1. stupně ZŠ.



360 : 2 = 180 Kč
Každý z nich dostane 180 Kč.

Jakmile se žáci dověděli, že si 360 Kč mají rozdělit pouze dva kamarádi, objevilo se i toto řešení.

<u>Anketa</u>

Hraješ hry na počítači?

JMÉNO	KLUK	HOLKA	12 LET	13 LET	14 LET	ANO	NE	OBČAS
PEPA	X				X	X		
MÍRA	X			X		X		
VÁCLAV	X			X		X		
DAVID	X		X			X		
PETRA		X	X				X	
PEŤA	X		X			X		
KUBA	X			X		X		

Z tabulky můžeme vyčíst:

„ Kolik je nám let.“

„ Pohlaví.“

„Tři 12-ti letí kluci hrají každý den.“

„ Je tu 6 kluků a jedna holka.“

„ Z kluků je jeden starší než 13 let.“

„ Jeden člověk nehraje.“

„ Hrají všichni kromě jednoho.“

„ Nikdo nehraje občas.“

„ Kluky baví počítač víc než holky.“

Shrnutí:

Pohledy žáků 3., 5., 7. ročníku ZŠ a studentů 2. ročníku VŠ na daný statistický problém se liší především ve zkušenostech a poznatcích z předchozích ročníků. Zkušenosti žáků se objevují už v nízkém věku, avšak znalosti na sebe nechávají ještě čekat.

Velice záleží na zadání úlohy a položení otázky.

Žáci jsou schopni řešit jednoduchý statistický problém, využívat intuitivních statistických poznatků v reálném životě a vyčíst z daného statisticky zpracovaného souboru informace.

3. třída

- neznají význam pojmu „průměrný“
- na základě svých zkušeností ze života a poznatků ze školy dovedou správně zadanou úlohu vypočítat

5. třída

- většina má více či méně přesnou intuitivní představu o pojmu „průměrný“ a i přesto, že je velice těžké tento pojem vysvětlit, pokusili se a většinou se to i povedlo
- stále ještě využívají zkušenosti více než znalosti

7. třída

- žáci znají pojem „průměrný“, ale protože ho nedovedou jasně popsat, raději ho nepopisují
- využívají znalosti více než zkušenosti a hledají v úlohách složitosti

2. ročník VŠ

- studenti využívají především znalosti a zapomínají logicky uvažovat

6. VYUŽITÍ STATISTIKY NA 1. STUPNI ZŠ

Statistika se na 1. stupni ZŠ začíná v poslední době stále více objevovat a to zejména ve dvou formách.

Anketa

Pro žáky 1. stupně ZŠ je zvláště přitažlivá anketa zpracovávající jejich osobní údaje (věk, pohlaví, počet kamarádů, různorodost zájmů apod.) Výsledků ankety využívají např. při volbě mimoškolní činnosti, vedoucího skupiny apod.

Pozorování

Žáci pozorují určitý jev, údaje o tomto jevu pečlivě zapisují a poté vyhodnocují.

Ve 3. třídě jsme pozorovali počasí a ptáky v zimě (viz příloha č. 5, 6, 7, 8), kde jsme vyhodnocovali maxima a minima sledovaných veličin. Ve vyšších ročnících bychom mohli s dětmi zjišťovat rozdíly mezi maximy a minimy, průměrnou teplotu, modus, medián, odchylky…

7. ZÁVĚR

Cílem mé diplomové práce bylo seznámit posluchače učitelství 1. stupně ZŠ se základy statistiky, které budou nezbytně potřebovat ke své práci, zjistit, zda je statistika rozšířená, aniž by byla vyučovaná a ukázat využití statistiky na 1. stupni ZŠ.

V teoretické části jsem se snažila co nejjednodušeji popsat a vysvětlit základy statistiky. Použila jsem pojmy a poznatky, které si myslím, že jsou pro práci učitele nezbytné. Většinu teorie jsem pro lepší pochopení demonstrovala na příkladech.

Sbírka úloh v praktické části je určena především studentům učitelství 1. stupně ZŠ. Spolu s řešením všech příkladů slouží k pochopení probíraného učiva a k jeho porozumění. Některé příklady, ať už s úpravami číselných hodnot, zadání nebo bez úprav, mohou budoucí učitelé využít samozřejmě i v praxi.

Součástí praktické části je také zkoumání znalostí žáků ZŠ a studentů PF JU, kteří se se statistikou jako takovou buď ještě nesetkali vůbec, nebo se s ní už setkali, ale podrobnější výuka ještě neproběhla. Cílem tohoto průzkumu bylo zjistit intuitivní znalosti a dovednosti z oblasti statistiky, které jsou založené na životních zkušenostech a poznatcích ze školy. Ukázalo se, že žáci 1. stupně ZŠ, kteří nemají ještě tolik znalostí, využívají logického myšlení více než žáci vyšších ročníků a studenti VŠ s většími znalostmi. Není to škoda?

Závěrem lze říci, že by se výuce statistiky na pedagogických fakultách měla věnovat větší pozornost. Na základní škole se prvky statistiky začínají stále více objevovat už na 1. stupni. Žáci provádějí jednoduchá šetření (pozorování jevů ze svého okolí) a zpracovávají je za intuitivního použití základních statistických pojmů (nejčastější hodnota, hledání maxima a minima, jejich rozdíly apod.).

8. SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

[1] Hindls, R., Hronová, S., Seger, J. *Statistika pro ekonomy.* Praha: Professional Publishing, rok 2001

[2] Mrkvička, T., Petrášková, V. *Úvod do statistiky*, České Budějovice: Jihočeská univerzita, 2006

[3] Calda, E., Dupač, V. *Matematika pro gymnázia - Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*, Praha: Prometheus, 2005

[4] <http://cs.wikipedia.org/wiki/Modus>

[5] <http://cs.wikipedia.org/wiki/Medi%C3%A1n>

[6] <http://matikabrdickova.sweb.cz/7_rocnik-pdf/8.pdf>

[7] <http://pf1.ujep.cz/files/KMA_poznamkydidamat16.pdf>

9. SEZNAM PŘÍLOH

Přílohy

Příloha č. 1

TEST PRO ŽÁKY 3. TŘÍDY

<u>Náramek přátelství</u>

Žáci si ve dvojicích navzájem změří zápěstí provázkem (provázkem obejmeme zápěstí tak, abychom jej neškrtili, ale aby nebyl provázek ani volný a v místech, kde se provázek dotýká, ustřihneme). Vzniklý náramek změříme a zapíšeme si délku.

Seřadíme náramky od nejkratšího k nejdelšímu, nalepíme na čtvrtku (pozor, aby byly náramky nalepeny přesně od kraje čtvrtky) a zapíšeme k nim délku v cm nebo v mm.

Poté zjišťujeme:

- který náramek je nejkratší, nejdelší,
- jaký je rozdíl mezi nejkratším a nejdelším náramkem,
- kolik měří všechny náramky dohromady,
- kolik měří dohromady náramky kluků, holek,
- jsou nějaké délky stejné, jakých je nejvíce (modus)
- přečteme délku, která je uprostřed

Co znamená slovo „průměrný“?

- jaká je průměrná délka jednoho náramku – pokusíme se odvodit

příklad 1

V obchodě stojí jedna sušenka 6 Kč. Dnes mají akci a prodávají balení po 4 sušenkách za 20 Kč. Co je pro nás výhodnější?

příklad 2

Kolik korun podle tabulky stojí průměrně jedna sušenka Mila?

	Mila Kč
Billa	***9***
Kaufland	***7***
Penny	***9***
Plus	***9***
Tesco	***8***

příklad 3

Tři kamarádi se rozhodli chovat pískomily. Jeden sehnal 4 pískomily, druhý 5 pískomilů. Třetí nemohl sehnat žádného, a tak dal kamarádům 60 Kč. Jak si to teď mají kamarádi rozdělit?

Anketa

Hraješ hry na počítači?

Co všechno můžeme z tabulky vyčíst?

(např. Kolik kluků hry nehraje.)

Příloha č. 2

TEST PRO ŽÁKY 5. TŘÍDY

Co znamená slovo „průměrný“?

příklad 1

V obchodě stojí jedna sušenka 6 Kč. Dnes mají akci a prodávají balení po 4 sušenkách za 20 Kč. Co je pro nás výhodnější?

příklad 2

Kolik korun podle tabulky stojí průměrně jedna sušenka Mila?

	Mila Kč
Billa	***9***
Kaufland	***7***
Penny	***9***
Plus	***9***
Tesco	***8***

příklad 3

Tři kamarádi se rozhodli chovat pískomily. Jeden sehnal 24 pískomilů, druhý 30 pískomilů. Třetí nemohl sehnat žádného, a tak dal kamarádům 360 Kč. Jak si to teď mají kamarádi rozdělit?

<u>Anketa</u>

Hraješ hry na počítači?

Příloha č. 3

TEST PRO ŽÁKY 7. TŘÍDY

Co znamená slovo „průměrný“?

příklad 1

Kolik korun podle tabulky stojí průměrně jedna sušenka Mila?

	Mila Kč
Billa	***9***
Kaufland	***7***
Penny	***9***
Plus	***9***
Tesco	***8***

příklad 2

Tři kamarádi se rozhodli chovat pískomily. Jeden sehnal 24 pískomilů, druhý 30 pískomilů. Třetí nemohl sehnat žádného, a tak dal kamarádům 360 Kč. Jak si to teď mají kamarádi rozdělit?

Anketa

Hraješ hry na počítači?

Příloha č. 4

TEST PRO STUDENTY 2. ROČNÍKU VŠ

1. Rozhodli jsme se hodnotit dojivost krav. Setkáváme se tu s pojmy jako kráva, věk krávy, váha krávy, počet telat, krmivo, zdravotní stav krávy, počet krav. Rozhodněte, co je statistický soubor, statistická jednotka a co jsou statistické znaky.

2. Tři kamarádi se rozhodli chovat pískomily. Jeden sehnal 24 pískomilů, druhý 30 pískomilů. Třetí nemohl sehnat žádného, a tak dal kamarádům 360 Kč. Jak si to teď mají kamarádi rozdělit?

3. V koupelně kapou dva kohoutky. Z kohoutku u vany odkápne jedna kapka za 10 s a z kohoutku u umyvadla odkápne jedna kapka za 15 s. Jak dlouho v průměru trvá odkápnutí jedné kapky v koupelně?

Příloha č. 5

Filip Kv.

Pozoroval jsem týden venkovní teploty. Byl to týden od 17. ledna do 21. ledna

Teploty jsem zapisoval ráno a večer.

Nejvyšší teplota ráno byla 2 stupně. Nejnižší teplota ráno byla -1 stupeň.

Nejvyšší teplota večer byla -3 stupně. Nejnižší teplota večer byla -1 stupeň.

Ptákům dáváme, ovesné vločky, slunečnicová semínka a lůj.

Pravidelně k nám přilétávají celý den.

K nám přilétávají do krmítka, sýkorky, vrabci a kos černý.

Počasí

datum	°C ráno	°C večer
SO 17. 1.	°C -1 stupeň	°C -3 stupně
NE 18. 1.	°C -1 stupeň	°C 2 stupně
PO 19. 1.	°C -1 stupeň	°C 2 stupně
ÚT 20. 1.	°C 1 stupeň	°C 1 stupeň
ST 21. 1.	°C 2 stupně	°C 1 stupeň

Příloha č. 6

Andrea Čížková

Pozorovala jsem týden venkovní teploty. Byl to týden od 17. do 24.1. Teploty jsem zapisovala ráno a večer.

DATUM	RÁNO °C	VEČER °C
So 17.1.	-5	-1
Ne 18.1.	-1	0
Po 19.1.	-1	1
Út 20.1.	1	0
St 21.1.	0	0
Čt 22.1.	-1	-1
Pá 23.1.	-2	2
So 24.1.	0	-1

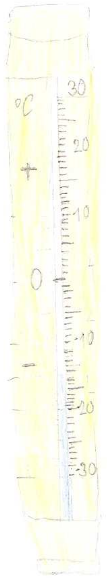
Nejvyšší teplota ráno byla v úterý 20.1.
Nejnižší teplota ráno byla v sobotu 17.1.
Nejvyšší noční teplota byla v pátek 23.1.
Nejnižší noční teplota byla 17.1. a 22.1. a 24.1.

Pozorování na krmítku.
Ptáčkům do krmítka sypeme semínka slunečnice, máku, prosa a na větev zavěšujeme špek. Nejvíce létají po ránu. Přiletěli k nám vrabčáci, sýkorky a někdy i kosi.

Eliška Kůrková

Pozorovala jsem týden venkovní teploty.
Byl to týden od 17.1. do 24.1. Teploty jsem zapisovala
ráno a večer

datum	°C ráno	°C večer
SO	-3.2°C	+0.3°C
NE	-0.3°C	+0.7°C
PO	-0.1°C	+2.0°C
ÚT	+1.5°C	+1.6°C
ST	+1.6°C	+0.5°C
ČT	+0.5°C	+1.5°C
PÁ	+0.5°C	+1.5°C
SO	+1.5°C	-0.2°C



Nejvyšší teplota ráno byla ve středu 21.1 +1,6 °C, nejnižší v sobotu 17.1. -3,2°C. Nejvyšší teplota večer byla v pondělí 19.1. +2,°C, nejnižší byla v sobotu 24.1.-2,°C.

Pozorování na krmítku.

Do krmítka nejčastěji sypeme slunečnicoví seminka.
Ptáčci přilétají nejčastěji ráno a večer.
Viděla jsem kosy, zvonky, sýkorky, a vrabce.
Přes silnici na jívě seděla poštolka.

Příloha č. 8

Tereza Chladová

Zpráva o sledování ptáků na krmítku

Do krmítka bylo vloženo následující krmení:

- **slunečnice**
- **proso**
- **pšenice**
- **řepka**

Vedle krmítka jsme pověsili kousek sádla.

Na krmítku jsme během letošní zimy pozorovali tyto opeřence:

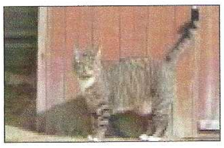



sýkora koňadra, sýkora modřinka, strakapoud velký, vrabec domácí

Výsledkem našeho pozorování bylo:

- **sýkory nejraději mastná semena a sádlo**
- **strakapoud přilétal pouze na sádlo**
- **vrabcům chutnali většinou pouze semena**

Musíme také upozornit na zkušenost, že velkými nepřáteli ptáčků v zimním období je kočka domácí.



Pozorovali jsme je v blízkosti krmítka nejen u nás na zahradě. Proto je vhodné umístnit krmítko pro ptáčky tak, aby bylo přístupné pouze ptáčkům.