**Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích**

**Pedagogická fakulta**

# RACIONÁLNÍ ČÍSLA PRO STUDENTY UČITELSTVÍ 1. STUPNĚ ZŠ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

**Jana SVITÁKOVÁ**

**České Budějovice, duben 2009**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „Racionální čísla pro studenty učitelství 1. stupně ZŠ“ zpracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, fakultou elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách.

V Českých Budějovicích 20. 4. 2009 ……..……………………………….

Diplomová práce

Racionální čísla pro studenty učitelství 1. stupně ZŠ

## Anotace

Diplomová práce představuje ucelený studijní materiál týkající se oboru racionálních čísel pro studenty učitelství 1. stupně ZŠ.

V teoretické části se zaměřuji hlavně na vlastnosti racionálních čísel a jejich metodiku.

V praktické části zjišťuji úroveň školních znalostí v oboru racionálních čísel. Zaměřila jsem se na žáky 2. a 4. ročníku Základní školy Choustník a studentů Pedagogické fakulty JČU v Českých Budějovicích.

Součástí diplomové práce je i sbírka úloh pro studenty učitelství 1. stupně ZŠ i pro učitele v praxi.

Thesis

Racional numbers for students trained for teaching at primary school

## Annotation

This thesis presents comprehensive study material relating the subject of rational numbers for students trained to be teachers at primary school.

I am mainly concentrating on qualities of racional numbers and their methodology in the theoretic part.

I am checking the level of school knowledge in the subject of racional numbers in the operative part. I was concentrated on pupils at 2nd and 4th classes of Primary School in Choustník and on students of the pedagogical faculty at South Bohemia University in České Budějovice.

Task collection for students trained to be teachers at primary school and also for teachers in profession is part of my thesis.

Děkuji vedoucí diplomové práce PaedDr. Daně Tržilové, CSc. Za odborné vedení, cenné rady, připomínky a ochotnou pomoc, kterou mi poskytla při zpracování diplomové práce. Dále děkuji učitelům ZŠ Choustník za umožnění výzkumu potřebného při vypracování této diplomové práce.

# OBSAH

# 1 Úvod

Cílem mé diplomové práce je vytvořit studijní materiál pro studenty učitelství 1 . stupně ZŠ, který bude adekvátní znalostem současných studentů. Racionální čísla se na prvním stupni základní školy souvisle neprobírají, přesto by v nich měl mít učitel jasno. Proto se pokusím do mé diplomové práce shrnout vše podstatné, co by měl učitel na prvním stupni vědět. Myslím si, že by bylo pro studenty 1. stupně užitečné, aby byla větší pozornost zaměřena na didaktické problémy při výuce racionálních čísel. Teoretické zpracování racionálních čísel by podle mého názoru bylo dostatečné i pouze na rozšířené středoškolské úrovni. Důležité je seznámit studenty rovněž s některými zajímavými poznámkami z historického vývoje racionálních čísel. V práci se zaměřím na metodiku racionálních čísel, která může posloužit budoucím učitelům k snadnějšímu vysvětlení zlomků či desetinných čísel. Metodiku budu čerpat zejména z učebnic didaktiky Jiřího Divíška [4] a Milana Hejného [7].

Ve výzkumné části ukážu, jak jsou na tom mí kolegové předtím, než se s racionálními čísly seznamují na pedagogické fakultě. Dále se zaměřím na znalosti žáků ve 2. a 4. ročníku, tedy na jejich znalosti v době, kdy se ještě se zlomky ve škole neseznamovali.

Třetí částí mé diplomové práce bude sbírka úloh zaměřená na racionální čísla. Měla by sloužit studentům k prohloubení jejich logického myšlení. Na konec sbírky zařazuji také několik příkladů, které mohou budoucí učitelé použít pro práci s dětmi.

# 2 Vlastnosti racionálních čísel a jejich metodika

2.1 Historie racionálních čísel

2.2 Definice racionálních čísel

2.3 Obor racionálních čísel

2.4 Vytvoření množiny racionálních čísel

2.5 Zápis racionálního čísla

2.6 Racionální čísla na 1. stupni ZŠ

V této části diplomové práce kladu důraz na popsání **vlastností** racionálních čísel a seznámení se s **metodickými postupy**, pomocí nichž se daná problematika vyučuje na základních školách. Mým cílem tedy není čistě teoretická práce jako v případě v učebnici Jaroslava Drábka a kol. **[5]** či skriptech Miroslava Bělíka **[2]**.

## 2.1 HISTORIE RACIONÁLNÍCH ČÍSEL

Naši předkové uměli poměrně brzy používat a řešit různé úlohy vyžadující práci se zlomky. Jejich zavedení úzce souviselo s praktickým životem.

Pravidla o počítání s nimi najdeme už v Egyptských papyrosech ze 16. století před Kristem. Egypťané je potřebovali při měření a dělení pole na části. Proto se zlomek vyjadřoval jako část jednotky. Tehdejší lidé totiž pracovali pouze s tzv. kmenovými zlomky tj. zlomky s čitatelem rovným jedné ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, …). Pouze pro $\frac{2}{3}$ měli zvláštní znak. Používali tabulky převádějící zlomek $\frac{2}{n}$ na součet kmenových zlomků.

V Rhindově papyru nacházíme takovou tabulku pro n = 5 až n = 101. Pro ukázku zde uvádím několik řádků z této tabulky:

| | | |
|---|---|---|
| 2/3 = 1/2 + 1/6 | 2/5 = 1/3 + 1/15 | 2/7 = 1/4 + 1/28 |
| 2/9 = 1/6 + 1/18 | 2/11 = 1/6 + 1/66 | 2/13 = 1/8 + 1/52 + 1/104 |
| 2/15 = 1/10 + 1/30 | 2/17 = 1/12 + 1/51 + 1/68 | 2/19 = 1/12 + 1/76 + 1/114 |
| 2/21= 1/14 + 1/42 | 2/23 = 1/12 + 1/276 | 2/25 = 1/15 + 1/75 |
| 2/27 = 1/18 + 1/54 | 2/29 = 1/24 + 1/58 + 1/174 + 1/232 | 2/31 = 1/20 + 1/124 + 1/155 |

**(Wikipedia [23])**

Hejný **[6]** vysvětluje, jak by si Egypťané poradili s touto úlohou: Spravedlivě rozděl *m* chlebů mezi *n* lidí. Pro dnešního žáčka není žádným problémem úlohu vyřešit: Každý dostane $\frac{m}{n}$ chleba. Rozdělíme-li například 5 chlebů mezi 21 lidí, dáme každému $\frac{5}{21}$. Egypťané však takový zlomek neznali. Jejich písaři by naši úlohu řešili tak, že by každý dostal $\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{42}$ chleba. Jak by k tomu dospěli?

Rozložili by čitatel na 1 + 2 + 2, vyhledali v tabulkách, jak by rozdělili 2 chleby mezi 21 lidí. Našli by toto: $\frac{2}{21}=\frac{1}{14}+\frac{1}{42}$. Každý by měl tedy dostat $\frac{1}{21}$ z prvního chleba, z další dvojice chlebů $\frac{1}{14}+\frac{1}{42}$ a to samé z poslední dvojice chlebů. Ale $\frac{1}{14}+\frac{1}{14}=\frac{1}{7}$ a

$\frac{1}{42}+\frac{1}{42}=\frac{1}{21}$. Každý měl tedy dostat $\frac{1}{7}+\frac{1}{21}+\frac{1}{21}$. Ale $\frac{1}{21}+\frac{1}{21}$ je podle tabulek to samé jako $\frac{1}{14}+\frac{1}{42}$. Dojdeme tedy k výsledku: $\frac{5}{21}=\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{42}$.

Přestože to byl na náš vkus příliš zdlouhavý postup, výsledek byl mnohem praktičtější, jelikož přímo ukazoval způsob, jak chléb dělit. Rozdělíme- li například 7 chlebů mezi 8 lidí, řešením je: $\frac{7}{8}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$. Výsledek nám říká, že máme 4 chleby rozpůlit, 2 rozčtvrtit a jeden rozdělit na 8 stejných dílů.

Trvalo více než tři tisíce let, než se lidé naučili chápat zlomky v takovém duchu, jak je předkládáme žákům dnes.

Ačkoli byli Egypťané tak vyspělá civilizace, zastavili se na kmenových zlomcích více než tisíc let. Je tedy možné, že kmenové zlomky jsou důležitou vývojovou etapou, tudíž bychom se možná měli zamyslet nad zásadním přehodnocením koncepce výuky zlomků.

Ke zdokonalení metody počítání se zlomky výrazně přispěli už matematikové v antickém Řecku, kteří kromě toho objevili, že k vyjádření délek některých úseček zlomky nestačí. Zlomky v našem současném pojetí se do Evropy dostaly z knih arabských matematiků asi ve 13. století našeho letopočtu. Ujaly se však až v 16. století.

**(Herman [8])**

## 2.2 DEFINICE RACIONÁLNÍCH ČÍSEL

- Herman a kol. **([8], s. 98)** uvádí v učebnici pro nižší gymnázia tuto stručnou definici určenou žákům ZŠ, kteří doposud pracovali pouze s celými čísly. Nepředpokládá tedy existenci iracionálních čísel: „**Každé číslo vyjádřené zlomkem se nazývá racionální.**“

- Odvárko a Kadleček **([10], s. 65)** přibližují žákům 7.ročníku základní školy racionální čísla poněkud přesněji: „**Jsou to čísla, která můžeme zapsat ve tvaru zlomku, jehož čitatel i jmenovatel jsou celá čísla (a jmenovatel je různý od nuly).**“ Obdobnou definici uvádí také Polák **[11]**. Pro naše potřeby je tato definice nejvhodnější.

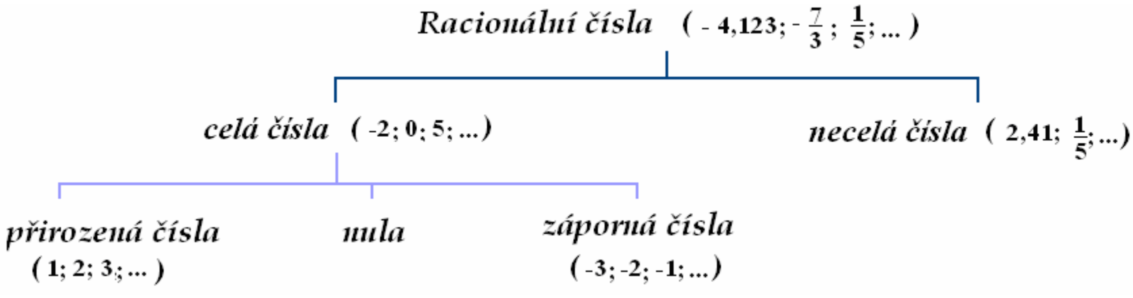
- Pro budoucí učitele Bělík (**[2] , s. 47)** uzpůsobil definici nezáporným racionálním číslům: „**Racionální číslo představuje každá uspořádaná dvojice přirozených čísel, jejíž druhá složka není rovna nule.** „

- PhDr. Divíšek (**[4], s. 66)** uvádí: „**Názvem racionální číslo označujeme množinu všech navzájem ekvivalentních zlomků, tj. zlomků, které se sobě rovnají. Zlomkem rozumíme uspořádanou dvojici čísel a, b $\neq$ 0, kterou zapisujeme ve tvaru $\frac{a}{b}$.**“

- Wikipedia **[22]**: **Racionální číslo je podíl dvou celých čísel, většinou zapsaný ve tvaru $\frac{a}{b}$ nebo a/b, kde b není nula.**

## 2.3 OBOR RACIONÁLNÍCH ČÍSEL

„Obor racionálních čísel je taková podmnožina oboru R, která obsahuje všechna celá čísla a dále všechna necelá racionální čísla. Značí se Q.“ **(Polák [11], s. 45)**
Pro lepší představu racionálních čísel zde uvádím toto znázornění:

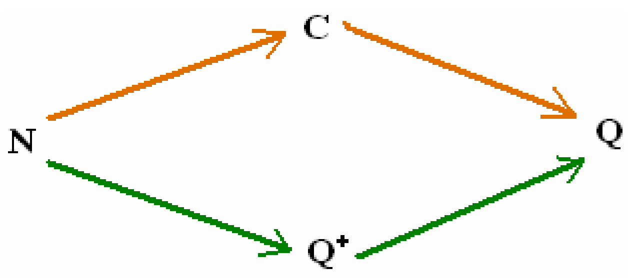


## 2.4 VYTVOŘENÍ MNOŽINY RACIONÁLNÍCH ČÍSEL

Potřebu zavedení racionálních čísel při výuce matematiky uvádím v kontextu teorie vybudování množiny racionálních čísel. Pro děti by bylo toto zdůvodnění příliš abstraktní, proto je vhodnější argumentovat potřebou vyjádření částí celku, což lze uskutečnit např. prostřednictvím zlomků (popř. desetinnými čísly).

Pro všechny úlohy nám přirozená čísla nestačí. V historickém vývoji, byla po přirozených číslech (**N**) do matematiky zavedena nejprve kladná racionální čísla (**Q**$^{+}$) a až potom k nim čísla opačná, takže celá čísla (**C**) byla zahrnuta v množině všech racionálních čísel.

V teorii vyučování matematiky existují spory mezi odborníky, zda nejprve zavést čísla celá a potom racionální, nebo je-li lepší přidržet se historického postupu. Každá z těchto metod má své klady i zápory. Jaroslav Drábek **[5]** volí první cestu.




Miroslav Bělík **[2]** se drží postupu historického:

1) vybudování množiny kladných zlomků
2) zavedení všech opačných čísel k těmto zlomkům

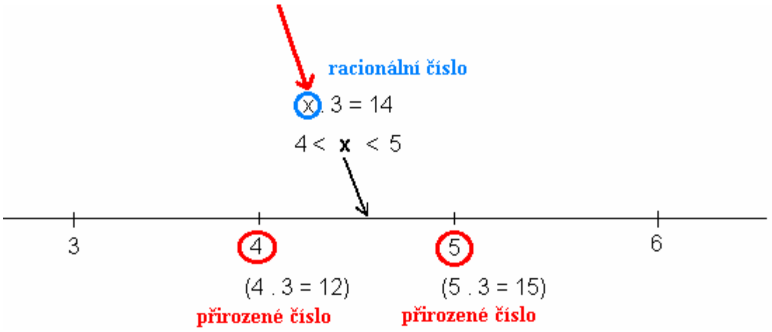
Vysvětluje potřebu zavedení racionálních čísel takto:

| | |
|---|---|
| Př.: Hledejte přirozená čísla, která jsou rovna podílu přirozených čísel: | |
| a) 12 : 3 | b) 14 : 3 |

*Výsledek:*

a) 12 : 3 = 4 , protože 4 · 3 = 12

b) Kdyby existovalo celé číslo x , které by bylo rovno podílu 14 : 3 , pak by platilo, že $x \cdot 3 = 14$. Takové celé číslo však neexistuje, neboť $4 \cdot 3 = 12$ a naproti tomu $5 \cdot 3 = 15$ a mezi čísly 4 a 5 žádné přirozené číslo není. Číslo 14 není dělitelné číslem 3.




Tento jednoduchý příklad nám tedy potvrzuje, že operace dělení v množině všech přirozených čísel není úplná. Problém vyřešíme tím, že rozšíříme množinu přirozených čísel na množinu nezáporných racionálních čísel.

## 2.5 ZÁPIS RACIONÁLNÍHO ČÍSLA

Racionální číslo můžeme vyjádřit:

- zlomkem
- desetinným číslem (ukončeným desetinným rozvojem)
- periodickým číslem (neukončeným periodickým desetinným rozvojem)
  - ryze periodickým
  - neryze periodickým
- smíšeným číslem

### 2.5.1 ZLOMEK

Miroslav Bělík **[2]** buduje teorii racionálních čísel použitím množiny všech **uspořádaných dvojic** z kartézského součinu. Např.: 14 : 3 $\longrightarrow$ [14; 3]. Přičemž uspořádané dvojice, jejichž druhou složkou je nula, se nemohou zařazovat mezi prvky nově konstruované množiny.

Uspořádané dvojice celých čísel zastupující racionální čísla nejsou však ničím jiným než ***zlomky***. Využiji tedy **zlomek jako reprezentant racionálního čísla.**

Zlomek je uspořádaná dvojice čísel a, b ≠ 0, kterou zapisujeme ve tvaru**:**

| | | |
|---|---|---|
| čitatel | **a** | - určuje počet částí z celku |
| zlomková čára | ―― | - naznačuje dělení |
| | | - určuje na kolik stejných dílů je celek rozdělen |
| jmenovatel | **b** | - pojmenovává celý zlomek |
| | | - musí být různý od nuly |

#### 2.5.1.1 PŘEHLED ZÁKLADNÍCH POJMŮ

- **Opačný zlomek** ke zlomku $\frac{a}{b}$ je zlomek $-\frac{a}{b}$.
- **Převrácený zlomek** ke zlomku $\frac{a}{b}$ (a ≠ 0) je zlomek $\frac{b}{a}$.
- **Kmenový zlomek** je ten, jehož čitatel je roven jedné. Např.: $\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{3}$.
- **Desetinný zlomek** je ten, jehož jmenovatel má tvar $10^n$, kde $n$ je libovolné přirozené číslo. Každý desetinný zlomek můžeme zapsat jako desetinné číslo. Např.: $\frac{7}{100}=\frac{7}{10^2}=0{,}07$.
- **Zlomek v základním tvaru**

  Zlomek je v základním tvaru, jsou-li čitatel a jmenovatel *čísla nesoudělná*.

- **Nula ve zlomku**

  Př.: a) 7 : 0 = Podíl neexistuje, protože $7 \cdot 0 \neq 7$

  b) 0 : 0 = Podíl neexistuje. Výsledkem by totiž bylo jakékoliv číslo. Součin kteréhokoliv čísla s nulou je totiž roven nule ($x \cdot 0 = 0$). Tento příklad by měl nekonečně mnoho výsledků (např.0 : 0 = 5, protože $5 \cdot 0 = 0$, 0 : 0 = 256, protože $256 \cdot 0 = 0$), což je v rozporu s definicí binární operace, z které vyplývá, že pro každé dva prvky existuje v binární operaci nejvýše jeden výsledek.

**(Bělík [2])**

### 2.5.1.2 POROVNÁVÁNÍ ZLOMKŮ

Zlomky můžeme porovnat:

a) převedením na společného jmenovatele

b) porovnáním desetinných zlomků

c) pomocí křížového pravidla

- **Krácení zlomků**

  Hodnota zlomku se ***nezmění*** vydělíme-li čitatele i jmenovatele zlomku ***stejným celým číslem různým od nuly***, které dělí jak čitatele, tak jmenovatele beze zbytku.

- **Rozšiřování zlomků**

  Hodnota zlomku se ***nezmění,*** vynásobíme-li čitatele i jmenovatele zlomku ***stejným číslem různým od nuly***.

**(Herman [8])**

### 2.5.1.3 PRAVIDLA PRO POČÍTÁNÍ SE ZLOMKY

- **Rovnost**

  Zlomky se sobě rovnají, pokud je jejich základní tvar stejný, tedy platí-li:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \qquad \text{(křížový součin)} \quad a \cdot d = b \cdot c$$

**(Bělík [2])**

- **Operace se zlomky**

  Obecné vzorce pro početní operace se zlomky:

| sčítání | odčítání | násobení | dělení |
|---|---|---|---|
| $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$ | $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$ | $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$ | $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}$ |

### 2.5.2 DESETINNÉ ČÍSLO

Jednou z možností jak vyjádřit v desítkové soustavě pomocí čísel část celku je užití desetinného čísla **(konečného desetinného rozvoje)**

Je to číslo, které lze zapsat jako desetinný zlomek $\frac{x}{10^n} = \frac{x}{2^n \cdot 5^n}$ kde $x$ je celé číslo a $n$ je přirozené číslo.

- **Zápis čísla v desetinným rozvoji**

  „Desetinným rozvojem čísla a $\in$ R se nazývá jeho zápis ve tvaru:

  $a = \pm a_0 a_1 a_2 ... a_n ... = \pm(a_0 + \frac{a_1}{10} + \frac{a_2}{10^2} + ... + \frac{a_n}{10^n} + ...)$, kde $a_0 \in N_0$, $a_i \in N_0$, $0 \leq a_i \leq 9 (i = 1,2,...,n,...)$; znaménko + se bere pro $a \geq 0$ a znaménko – pro $a \leq 0$.“ **(Polák [11], s. 47)**

- **Zaokrouhlování desetinného čísla**

  Zaokrouhlování desetinných čísel se řídí určitými pravidly:

  Postup je stejný jako u přirozených čísel.

  - Pokud číslo zaokrouhlujeme na **tři desetinná místa** (tisíciny), zaokrouhlujeme podle číslice na místě ***desetitisícin***.
  - Pokud číslo zaokrouhlujeme na **dvě desetinná místa** (setiny), zaokrouhlujeme podle číslice na místě ***tisícin***.
  - Pokud číslo zaokrouhlujeme na **jedno desetinné místo** (desetiny), zaokrouhlujeme podle číslice na místě ***setin***.
  - Pokud číslo zaokrouhlujeme na **jednotky**, zaokrouhlujeme podle číslice na místě ***desetin***.

- **Převod desetinného čísla na zlomek**

  Například číslo 0,1 čteme „jedna desetina“. Přepíšeme do zlomku právě tak, jak čteme, tedy $\frac{1}{10}$.

- **Převod zlomku na desetinné číslo**

  - umocňováním (rozšiřováním): např.: $\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \cdot 5} \cdot \frac{5^2}{5^2} = \frac{75}{10^3}$

  - dělením čitatele jmenovatelem: např.: $\frac{3}{40} = 3 : 40 = 0,075$

### 2.5.3 PERIODICKÁ ČÍSLA

Jsou to čísla s nekonečným počtem desetinných míst. Tento **neukončený periodický desetinný rozvoj** je tvořený opakující se skupinou číslic, které může předcházet skupina číslic, které se neopakují. Pro periodická čísla používáme speciální označení (čára nad čísly označující periodu).

- ***Neukončený periodický desetinný rozvoj*** - jedna číslice nebo skupina číslic za desetinnou čárkou se pravidelně opakuje.

  Např.: $\frac{1}{3} = 0{,}3333... = 0{,}\overline{3}$ nebo $\frac{1}{6} = 0{,}16666\ldots = 0{,}1\overline{6}$.

  Skupině cifer, která se opakuje se říká „*perioda desetinného rozvoje*“ a píše se nad ní pruh.

  Neopakující se skupině cifer za čárkou před periodou se říká „*předperioda desetinného rozvoje*“.

  Periodický desetinný rozvoj dělíme na ryze periodický a neryze periodický:

| | |
|---|---|
| ***Ryze periodický***<br>$0,\overline{264}$ | ***Neryze periodický***<br>$0{,}56\overline{432}$ |
| Perioda začíná hned za desetinnou čárkou<br><br>Převod na zlomek:<br>$a = 0,\overline{264} \quad /\cdot 1000$ ... první rovnice<br>$1000a = 264,\overline{264}$ ...druhá rovnice | Převod na zlomek:<br>$a = 0{,}56\overline{432} \quad / \cdot 100$<br>$100a = 56,\overline{432} \quad /\cdot 1000$ ... první rovnice<br>$100000a = 56432,\overline{432}$ ...druhá rovnice |
| Odečteme první rovnici od druhé.<br>$1000a - a = 264,\overline{264} - 0,\overline{264}$<br>$999a = 264$<br>$\underline{a = \frac{264}{999}} = \underline{\underline{\frac{88}{333}}}$ | Odečteme první rovnici od druhé.<br>$99900a = 56432,\overline{432} - 56,\overline{432}$<br>$99900a = 56376$<br>$\underline{a = \frac{56376}{99900}} = \underline{\underline{\frac{14094}{24975}}}$ |

- *(Neukončený neperiodický desetinný rozvoj )* - číslice za desetinnou čárkou se pravidelně neopakují.

  Např.: 0,10 100 1000 10000 100000 1…

  Bylo období, kdy si matematici mysleli, že jsou všechna čísla racionální. Z omylu je vyvedla Pythagorova věta a délka úhlopříčky ve čtverci se stranou 1, která se rovná $\sqrt{2}$. Toto číslo má neukončený neperiodický desetinný rozvoj, není tedy racionálním číslem stejně tak jako $\pi$ a všechna ostatní čísla s neukončeným neperiodickým desetinným rozvojem. **(Paštéka [12])**

### 2.5.3.1 PRAVIDLA PRO POČÍTÁNÍ S PERIODICKÝMI ČÍSLY

- **Sčítání, odčítání:**

Periodu opíšeme třikrát a čísla sečteme či odečteme pod sebou:

Např.: $7{,}3\overline{587} + 2{,}0\overline{53}$

$$\begin{array}{r} 7{,}3587587587... \\ \underline{2{,}0535353535}... \\ 9{,}4122941122... \\ \underline{9{,}4\overline{122941}} \end{array}$$

$8{,}9\overline{756} - 4{,}2\overline{034}$

$$\begin{array}{r} 8{,}9756756756... \\ -\,\underline{4{,}2034034034}... \\ 4{,}7722722722... \\ \underline{4{,}7\overline{722}} \end{array}$$

***Předperioda*** součtu má délku rovnou délce větší předperiody jednoho z operandů.

***Perioda*** součtu má délku rovnou největšímu společnému děliteli délky period operandů.

Periodická čísla samozřejmě můžeme nejprve převést na zlomky a teprve potom sčítat či odečítat.

- **Násobení, dělení**

  Periodická čísla nejprve převedeme na zlomky, teprve pak násobíme či dělíme.

  **Např.:** $4,\overline{186} : 2,3\overline{45}$

$a = 4,\overline{186} \qquad /\cdot 1000$

$1000a = 4186,\overline{186}$

$999a = 4182$

$a = \frac{4182}{999} = \frac{1394}{333}$

$b = 2,3\overline{45} \qquad /\cdot 100$

$10b = 23,\overline{45}$

$1000b = 2345,\overline{45}$

$990b = 2322$

$b = \frac{2322}{990} = \frac{1161}{495}$

$$\frac{1394}{333} : \frac{1161}{495} = \frac{1394}{333} \cdot \frac{495}{1161} = \frac{690030}{386613} = \underline{\frac{76670}{42957}}$$

2.5.3.2 PERIODA SLOŽENÁ SAMÝMI DEVÍTKAMI

Mezi každými dvěma racionálními čísly existuje nekonečně mnoho dalších čísel. Mezi 1/3 a 0,333…, resp. 1 a 0,9999… ovšem žádné číslo není, tudíž se jedná o čísla stejná.

**Jestliže** $\frac{1}{9} = 0,1111.....$ **,** $\frac{2}{9} = 0,2222.....$ **,** $\frac{3}{9} = 0,3333.....$ **, …., pak** $\frac{9}{9} = 0,9999 = 1$ **.**

$$\boxed{1 = 0,\overline{9}}$$

Tuto skutečnost si dokážeme převedením periodického čísla na zlomek:

$$\boxed{\begin{array}{l} a = 0,\overline{9} \\ \underline{10a = 9,\overline{9}} \\ 9a = 9 \\ \underline{\underline{a = 1}} \end{array}}$$

## 2.6 RACIONÁLNÍ ČÍSLA NA 1. STUPNI ZŠ

Na 1.stupni ZŠ se racionální čísla jako taková neprobírají. Žáci jsou seznámeni pouze s učivem o zlomcích a desetinných číslech. Zlomek zde však není zaváděn jako představitel racionálního čísla, figuruje „pouze" jako vyjádření části celku.

Děti mají zkušenosti se zlomky ještě dříve, než se s nimi začnou seznamovat ve škole (maminka koupila půl chleba; autobus měl čtvrt hodiny zpoždění; hokejový zápas se dělí na třetiny, půllitr s pivem, rozdělte si to napůl apod.). Ve škole se pak se zlomky setkávají již od prvního ročníku v hudební a tělesné výchově, prvouce i matematice při jakémkoli dělení celku na stejné části. Přesto je učivo o zlomcích v matematice zařazeno až do čtvrtého ročníku.

Při výuce matematiky nejsou zlomky chápány jako nová čísla. Žáci se s nimi názorně seznamují již při dělení a násobení přirozených čísel. Zlomky jsou vždy spojeny s celkem, ze kterého vznikaly (polovina jablka, čtvrtina koláče apod.). Se zlomky se však ještě neprovádějí žádné výpočty. Žáci zlomek ještě nechápou jako číslo, ale jako charakteristiku velikosti části celku nebo jako číselný operátor, jenž navádí k provedení určité činnosti.

**(Divíšek [4])**

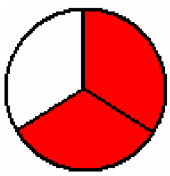
### 2.6.1 ZLOMEK JAKO OZNAČENÍ ČÁSTI CELKU

Nejprve zavádíme zlomky s čitatelem jedna, tedy kmenové. Seznámíme žáky se zápisem zlomku a s pojmy „čitatel“, „jmenovatel“, „zlomková čára“. Vysvětlíme, že počet stejných částí, na které jsme celek rozdělili, zapisujeme do jmenovatele.

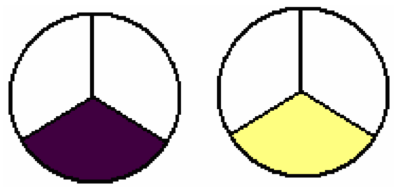
Učitel by měl v úvodu učiva zjistit, nakolik jsou představy dětí o zlomcích správné, a případně je korigovat (např.: Sklenička se rozbila na deset kousků. Je každý kousek desetinou skleničky?).

Přechod od kmenových zlomků k všeobecným je spojen s rozdělením představy zlomku. Například objekt $\frac{2}{3}$ z koláče můžeme chápat dvěma způsoby:

a) Jeden koláč jsme rozdělili na 3 stejné části a dvě z nich jsme snědli.



b) Máme dva koláče a každý je rozdělený na 3 stejné části. Z každého jsme snědli jednu část.



Představa „a“ je častější, žáci však mohou mít dobré důvody pro upřednostňování představy „b“.  Co kdyby byl jeden koláč borůvkový a druhý tvarohový…

**(Hejný [7])**

### 2.6.2 ZLOMEK JAKO ČÍSELNÝ OPERÁTOR

Chápeme-li zlomek jako operátor, díváme se na něj jako **na návod k provedení určité činnosti**. Přirozené číslo (počet prvků celku) „přeměníme“ na jiné přirozené číslo (počet prvků části). Např.: $\frac{2}{3}$ z 15 = 10 můžeme znázornit takto:

operand operátor výsledek

$$15 \longrightarrow \frac{2}{3} \longrightarrow 10$$

celek zlomek část

Existují tedy tři různé **typy úloh** o zlomcích podle toho, kterou ze tří komponent neznáme: část (**č**), celek (**C**), zlomek (**z**). **(Divíšek [4])**

$\frac{2}{5}$ z provázku dlouhého 3 m je provázek dlouhý 120 cm. Poznáme-li dva z těchto tří údajů, můžeme vypočítat i ten třetí.

**Úloha 1:** Z provázku dlouhého 3 metry uřízneme $\frac{2}{5}$. Kolik je to cm?

$$\boxed{č = z \cdot C}$$

**Úloha 2:** Ze 3 metrů provázku uřízl Petr 120 cm. Jak velkou část provázku uřízl?

$$\boxed{z = \frac{č}{C}}$$

**Úloha 3:** Janička ustřihla $\frac{2}{5}$ provázku a zjistila, že je dlouhý 120 cm. Jak dlouhý byl provázek, než ho ustřihla?

$$\boxed{C = \frac{č}{z}}$$

Hledání zlomku nebo části celku známe ze života. Hledání celku je spíše úloha teoretická, ve školních úlohách se s ní však setkáváme často, je totiž nejnáročnější. **(Hejný [7])**

Analogicky můžeme tvořit i části z přirozených čísel. Zlomek pak můžeme chápat jako **číselný operátor**. **(Divíšek [4])**

### 2.6.3 POROVNÁVÁNÍ ZLOMKŮ

Porovnávání zlomků je metodicky obtížnější než porovnávání přirozených čísel („Proč je víc míň?“ Proč je $\frac{1}{3}$ větší než $\frac{1}{7}$?). Často se, bohužel, redukuje na nácvik pravidla $\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad > bc$ (a, b, c, d > 0) nebo na přepis zlomku na desetinné číslo a porovnání desetinných zlomků.

Př.: Ve třídě III.A je 28 žáků, v III.B je jich 31. Osm žáků z III.A hraje na hudební nástroj. V III.B je 9 hudebníků. Která třída je více hudební? **(Hejný [7])**

### 2.6.4 SČÍTÁNÍ ZLOMKŮ

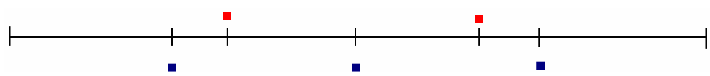
Základní představa zlomku, kterou žák získává, je zlomek jako operátor. Žáci si tedy napřed vypočítají části a až po té je sečtou. Úkolem učitele je přivést žáky k objevu, že zlomky lze sčítat přímo. Musíme postupně abstrahovat od předmětné představy základu a části. Toho můžeme dosáhnout tím, že buď obměníme počet prvků základu, nebo budeme pracovat se základem jako s univerzální jednotkou.

**Geometrické modely pro sčítání zlomků podle Hejného [7]:**

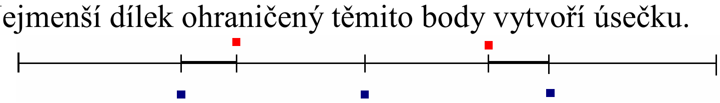
- ***úsečka – tyčový model***

  metodický postup:

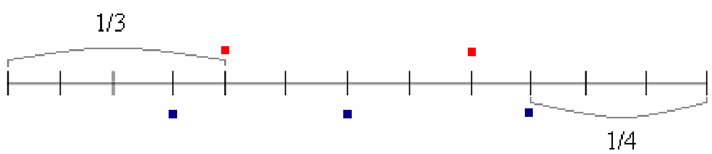
  1) Tyč rozdělíme na třetiny ▪, a pak na čtvrtiny ▪.



  2) Nejmenší dílek ohraničený těmito body vytvoří úsečku.



  3) Tuto úsečku naneseme po celé tyči a zjistíme, ze se nám tam vejde 12x .



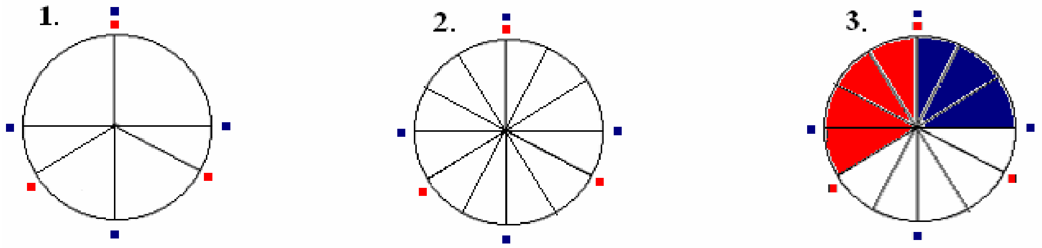
- ***kruh – koláčový model***

  metodický postup:

  1) Kruh rozdělíme na třetiny a na čtvrtiny tak, aby byl jeden řez dělení společný.

  2) Podle velikostí nejmenších kousků nakrájíme celý koláč.

  3) Vyznačíme $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{4}$. Zjistíme, že jsme vybarvili 7 kousků, tedy $\frac{7}{12}$.

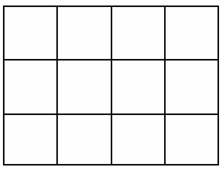



- *obdélník – čokoládový model*

metodický postup:

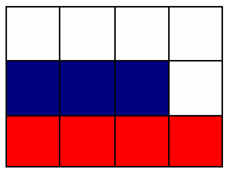
1) Nakreslíme čokoládu, která má 3 čtverečky na výšku a 4 čtverečky na délku.

2) Na čokoládě vybarvíme 4 a 3 čtverečky, dohromady tedy 7 čtverečků, což je $\frac{7}{12}$.



1 řádek = 4 čtverečky = $\frac{1}{3}$

1 sloupec = 3 čtverečky= $\frac{1}{4}$



### 2.6.5 NÁSOBENÍ ZLOMKŮ

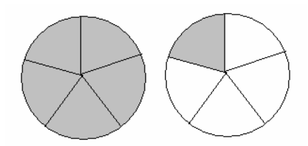
Možnosti demonstrace násobení zlomků:

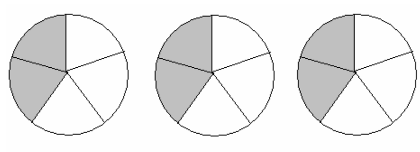
- **opakované sčítání**

třikrát dvě pětiny koláče

dvě pětiny ze tří koláčů

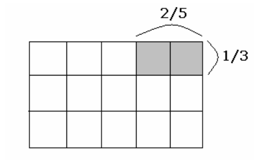
$$3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{5}$$





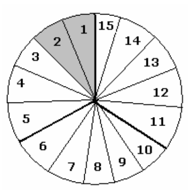
- **pomocí obsahu obdélníku**

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$




- **určení části z jiné části**

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$




### 2.6.6 DĚLENÍ ZLOMKŮ

Dělení zlomků nelze názorně demonstrovat tak jako u ostatních operací se zlomky. Budeme vycházet z toho, že dělení je opačná situace k násobení.

Vypočítejte: $\frac{3}{5} \div \frac{2}{7} =$

Musíme najít číslo, které vynásobené zlomkem $\frac{2}{7}$ dá součin $\frac{3}{5}$, nebo najít takové číslo, aby $\frac{2}{7}$ z tohoto čísla byly $\frac{3}{5}$. Tedy: $\frac{2}{7}$ hledaného čísla jsou $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{7}$ hledaného čísla je $\frac{3}{5 \cdot 2}$, hledané číslo je $\frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 2} = \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{2}$. **(Hejný [7])**

# 3 Výzkumná část



## 3.1 TESTY ZJIŠŤUJÍCÍ ÚROVEŇ STUDENTŮ NA VŠ

Testování probíhalo na Pedagogické fakultě Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích v únoru 2007, zúčastnilo se jej 36 studentů oboru Učitelství 1. stupně ZŠ.

Test se skládal ze čtyř úloh se zaměřením na zlomky. Hodnocení výsledků testu má dvě části: kvalitativní a kvantitativní. V kvalitativní části si všímám logických chyb a druhů způsobů řešení. Jejich četnost vyjadřuje údaj v závorce. Příklady jsou vybrány ze sbírky úloh (str. 77, 83, 87, 56).

### 3.1.1 KVALITATIVNÍ HODNOCENÍ TESTŮ

Úloha č. 1:

**V myším doupěti je $\frac{1}{4}$ myší bílých a $\frac{3}{4}$ myší šedých. Červené oči má polovina myší bílých a pětina myší šedých. Kolik myší žije v doupěti, jestliže celkem 99 myší má červené oči?**

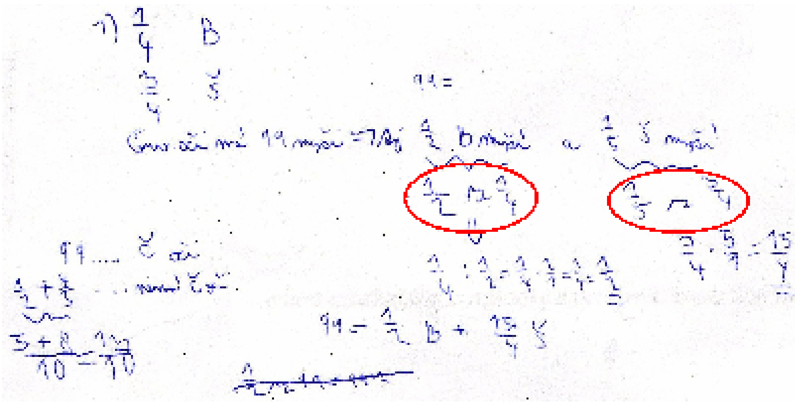
***Numerické chyby:***

Studenti mají malé numerické dovednosti, velmi často používají kalkulačku.

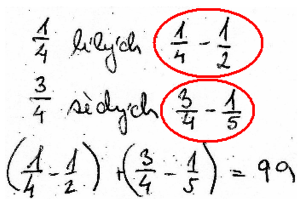
***Logické chyby:***

- neznalost práce se zlomky (10 studentů z 36)

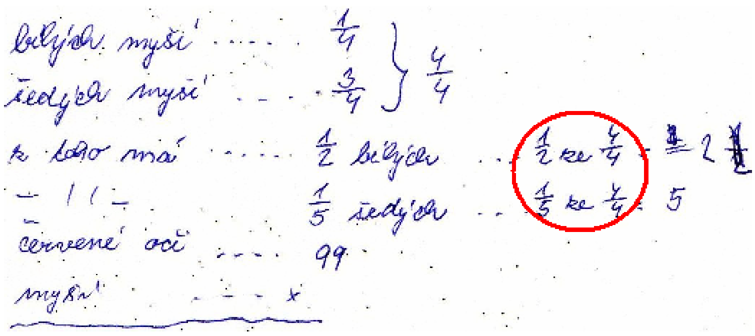
Řešitel A



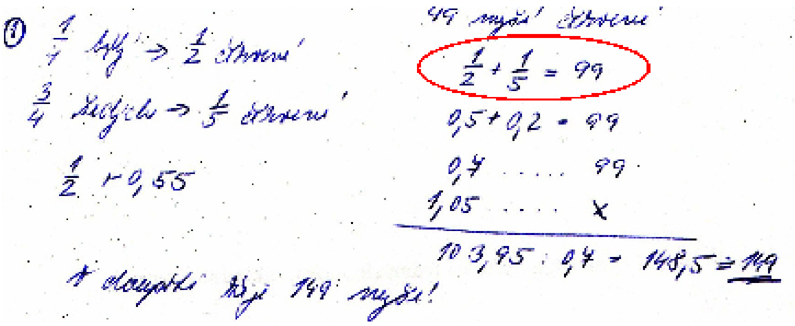
Řešitel B



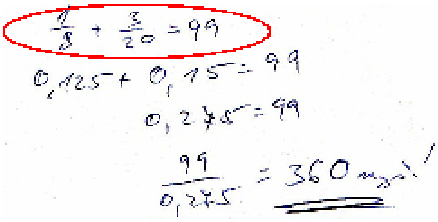

Řešitel C



- nesprávně sestavená rovnice (4 studenti z 36)

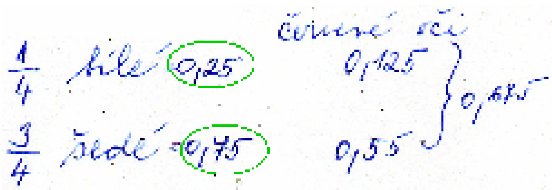



- opomenutí příslušných celků rovnice (5 studentů z 36)

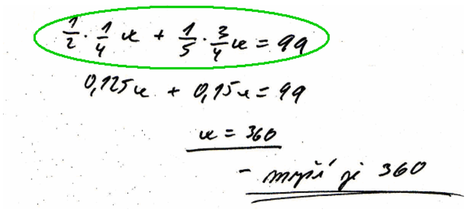



***Způsoby řešení:***

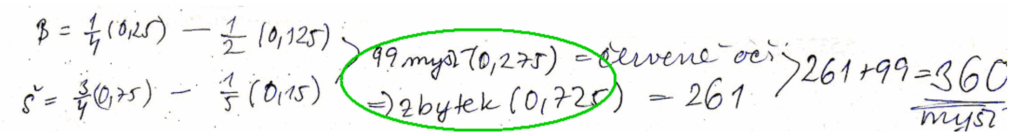
- převádění zlomků na desetinná čísla (8 studentů z 36)




- rovnicí (15 studentů z 36)




- jiným způsobem (4 studenti z 36)



Úloha č. 2**:**

**Utvořte zlomek, jehož čitatel a jmenovatel tvoří dvě trojciferná čísla, v jejichž zápise se každá z cifer 1, 2, 3, 4, 5, 6 vyskytuje právě jednou, a to tak, aby tento zlomek:**

**a) nebylo možno krátit**

***Chyby:***

- dělitelnost třemi (14 studentů z 36)

$$\frac{612}{345} \qquad \frac{231}{546} \qquad \frac{531}{246}$$

- nedodržení podmínek zadání (1 student z 36)

$$\frac{231}{463}$$

***Způsoby řešení:***

- soustředili se pouze na rozdělení na lichá a sudá čísla v odlišných částech zlomku, opomněli ostatní znaky dělitelnosti (6 studentů z 36)

$$\frac{246}{135} \qquad \frac{\text{sudé čísla}}{\text{liché čísla}}$$

- soustředili se pouze na liché a sudé číslo na konci, opomněli ostatní znaky dělitelnosti (6 studentů z 36)

$$\frac{456}{231}$$

- postupným přehazováním čísel (1 student z 36)

$$\frac{12\cancel{3}4}{\cancel{4}365}$$

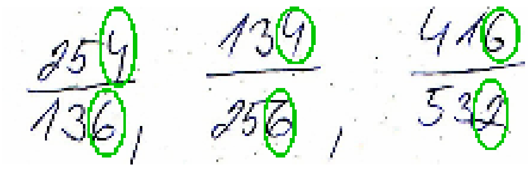
## b) bylo možno krátit.

***Chyby:***

Příklad neřešen nebo vyřešen správně.

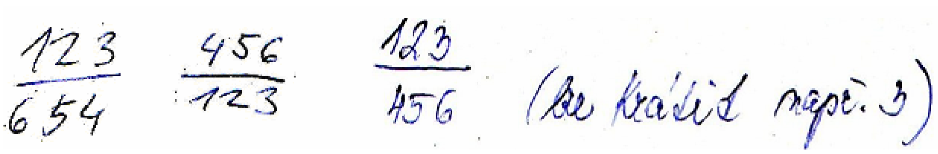
***Způsoby řešení:***

- uvědomili si, že stačí, aby byly poslední číslice sudé (9 studentů z 36)

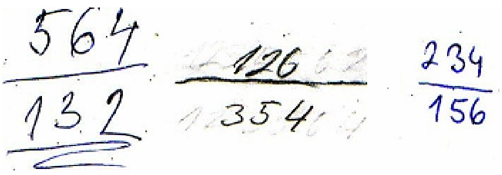



- využití dělitelnosti třemi (11 studentů z 36)

  Zajímavé, že v a) na dělitelnost třemi „zapomněli" a v b) ji užili aniž by to bylo nutné.




- využití dělitelnost dvěma i třemi (7 studentů z 36)



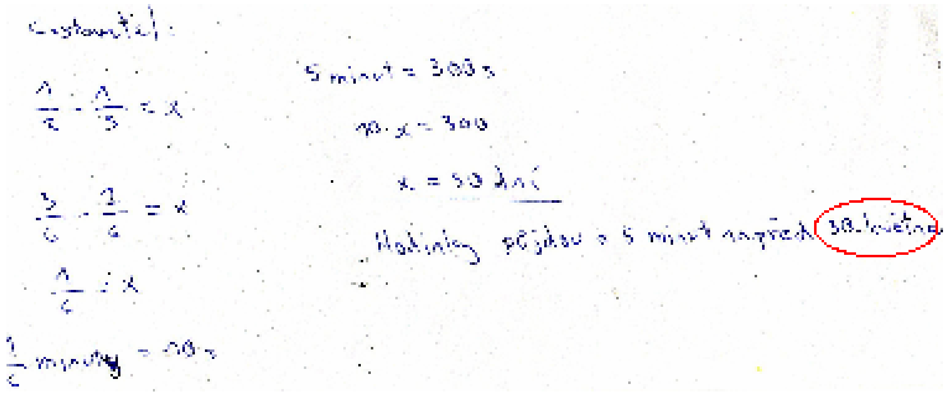
Úloha č. 3:

**Cestovatel se dostal do oblasti, kde rozdíl mezi denní a noční teplotou je tak velký, že se to projeví na chodu hodinek. Ve dne se předběhnou o půl minuty, kdežto v noci se o třetinu minuty zpozdí. Ráno 1. května ukazovaly správný čas.**

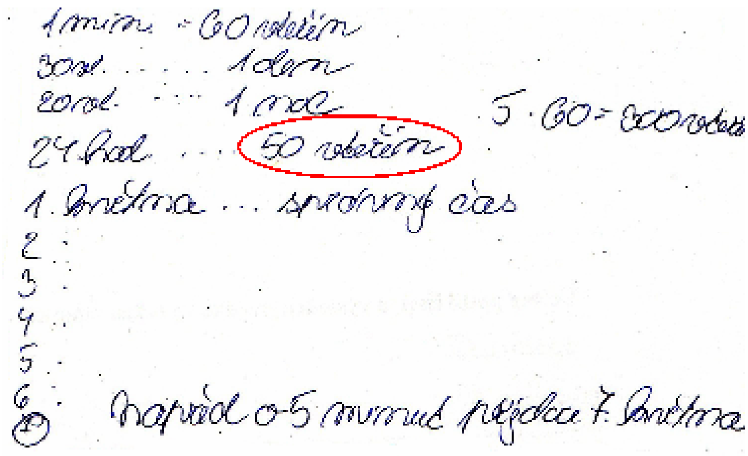
**Kterého dne půjdou napřed o 5 minut?**

***Chyby:***

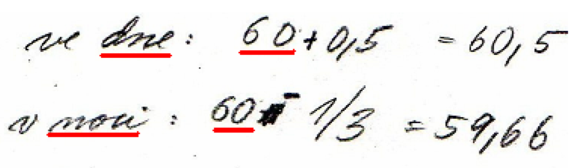
- nepozorné čtení zadání (5 studentů z 36)




- předcházení a zpoždění bylo sečteno místo odečteno (7 studentů z 36)

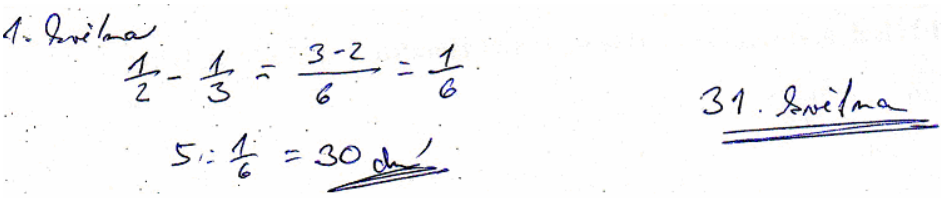



- míchání dne a hodiny dohromady (1 student z 36)

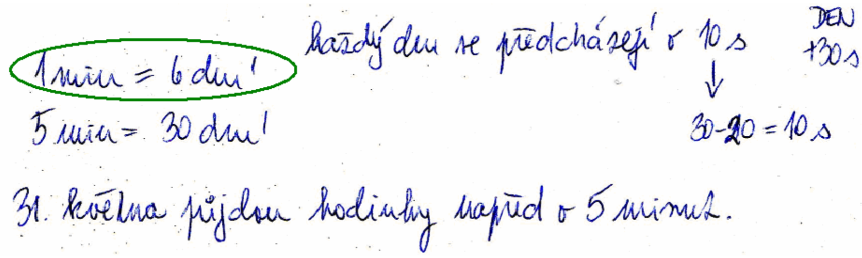


***Způsoby řešení:***

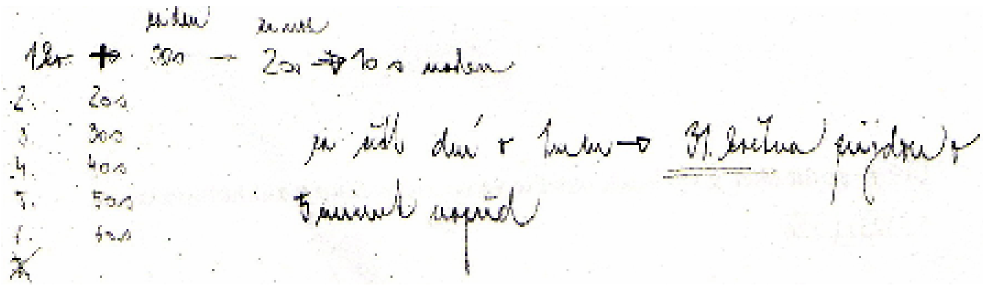
- vypočítal si zpoždění za jeden den (8 studentů z 36)




- vypočítali si, že bude mít cestovatel 6. den 1 min. zpoždění (4 studenti z 36)




- vyhýbání se zlomkům převodem na sekundy (17 studentů z 36)



Úloha č. 4:

**Zjistěte všechny momenty, kdy se na hodinách přesně kryjí hodinová a minutová ručička a zapište je smíšeným číslem. Přesný čas, kdy se ručičky na ciferníku kryjí mezi číslicemi 7 a 8, vyjádřete v hodinách, minutách a sekundách.**

***Chyby:***

- neschopnost využít praktických zkušeností
  (neuvědomili si, že se rafičky kryjí každou hodinu) (8 studentů z 36)

  12
  2:45
  5:30
  8:45

- problémy s převody hodin na minuty (4 studenti z 36)

  12h 60 : 12 = 5h

***Způsoby řešení:***

- pracovali s 24 hodinovým časem (6 studentů z 36)

  $12^{00}$, $14^{45}$, $17^{20}$, $20^{45}$, $0^{00}$, $2^{45}$, $5^{30}$, $8^{45}$
  7 hodin

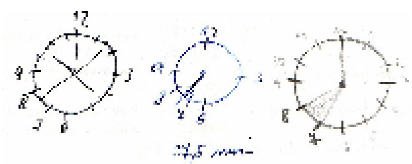
- vypsali si přibližný čas, kdy se ručičky kryjí (4 studenti z 36)

  12:00
  13:06
  14:12
  15:24
  16:09

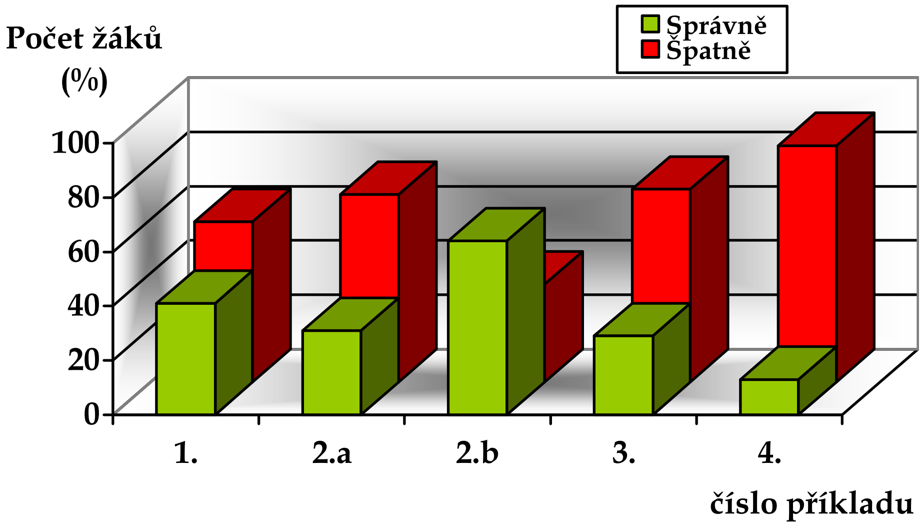
- převedli hodiny na minuty (4 studenti z 36)

  12 hodin = 720 min

- grafické znázornění (18 studentů z 36)



### 3.1.2 KVANTITATIVNÍ HODNOCENÍ TESTU




Závěr:

První úloha by pro většinu studentů nebyla obtížná, kdyby ovládali základní práci se zlomky. Pochopili sice podstatu úlohy, ale nedokázali se dostat do konce se správným výsledkem. Někteří studenti si s úlohou vůbec nevěděli rady. Většina studentů převáděla zlomky na desetinná čísla, aby se tak vyhnula počítání nimi. Všechny mechanické výpočty nechávali na kalkulačce.

Druhá úloha dokázala, že studenti neznají pravidla dělitelnosti. Velmi mě to překvapilo, proto jsem se ptala několika mých kamarádů studentů, kteří již ukončili střední školu. Překvapivě nikdo z nich neznal dělitelnost třemi.

Třetí úloha byla pro většinu studentů nad jejich síly, ostatní ji však vypočítali bez menších problémů.

Čtvrtá úloha byla pro studenty příliš náročná. Nikdo ji nebyl schopen vypočítat. Objevila jsem ji v knize: *Přijímací zkoušky z matematiky na střední školy s rozšířenou výukou matematiky[15]*. Úloha se mi zdála pro žáka základní školy dosti obtížná, a tak jsem se chtěla přesvědčit, není-li to jen můj subjektivní názor. Přesto mě však překvapilo, že si někteří studenti ani neuvědomili, že se hodinové ručičky potkávají každou hodinu.

## 3.2 TESTY NA 1.STUPNI ZŠ

### 3.2.1 TEST PRO ŽÁKY 4. ROČNÍKU ZŠ

Testy jsem zadávala na Základní škole Choustník ve čtvrtém ročníku. Rozdala jsem žákům testy a vysvětlila jim, k čemu slouží, tudíž se pak nestalo, že by někdo opisoval od spolužáka. Žáci pak měli dostatek času na všechny tři úlohy.

Žáci se ještě neučili pracovat se zlomky. Příklady jsem vymyslela. Testy jsem zadala 15 žákům.

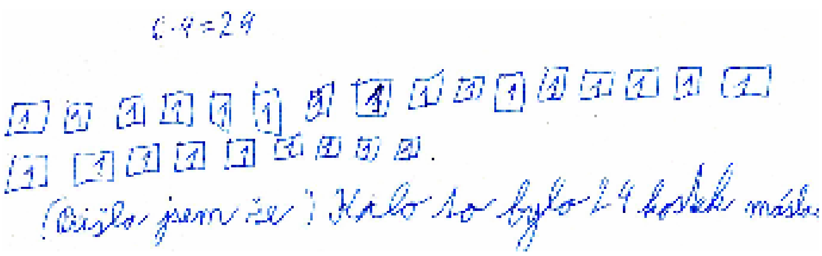
#### 3.2.1.1 KVALITATIVNÍ HODNOCENÍ TESTU

Úkol č. 1:

**Maminka koupila 6 čtvrtkilových kostek másla. Kolik to bylo kilogramů?**

***Chyby:***

- čvrtkilových vnímá jako 4 kg (2 žáci z 15)

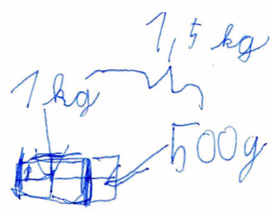



***Řešení:***

- znázornění (11 žáků)

Řešitel A


Řešitel B




- výpočet - uvědomuje si, že výsledné číslo bude něco mezi číslem 1 a 2 (1 žák)

Úloha č. 2:

**Katka uvařila tři litry šťávy. Kolik bude potřebovat:**

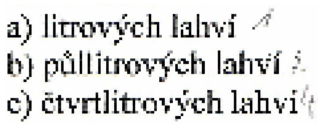
**a) litrových lahví**

**b) půllitrových lahví**

**c) čtvrtlitrových lahví**

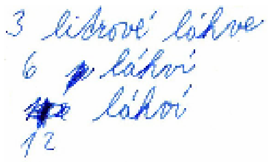
***Chyby:***

- problémy s vyjadřováním (názvy zlomků) (1 žák z 15)

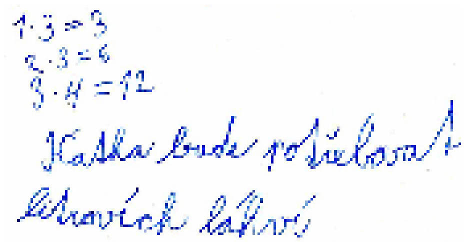

a) litrových lahví
b) půllitrových lahví
c) čtvrtlitrových lahví

***Řešení:***

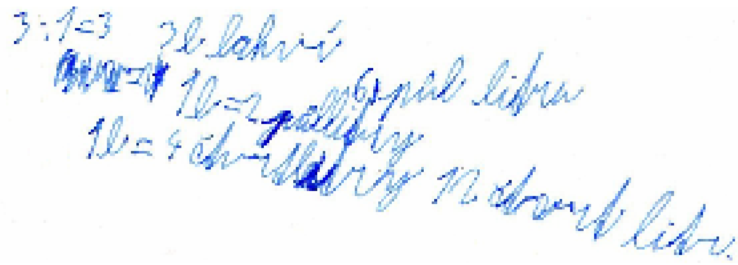
- zapsali pouze výsledek (7 žáků z 15)




- výpočet (1 žák z 15)




- zápis s vysvětlením (1 žák z 15)



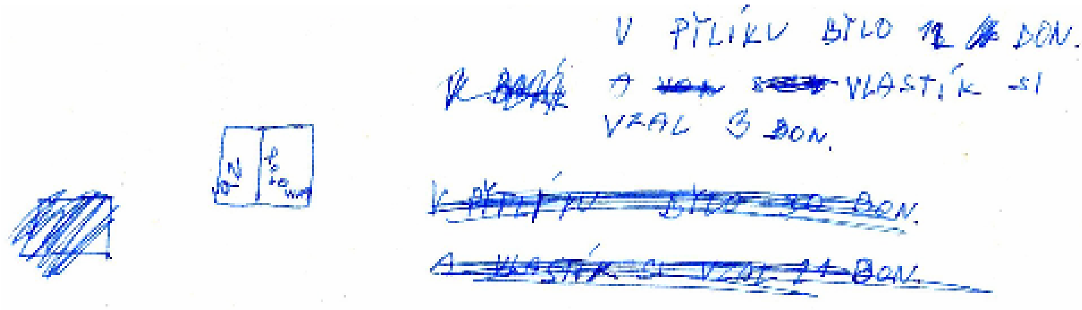

- znázornění (2 žáci z 15)

Úkol č. 3:

**Babička přinesla sáček bonbonů. Vlastík si vzal polovinu všech bonbónů. V sáčku pak zbylo 9 bonbónů. Kolik bonbónů bylo původně v sáčku?**

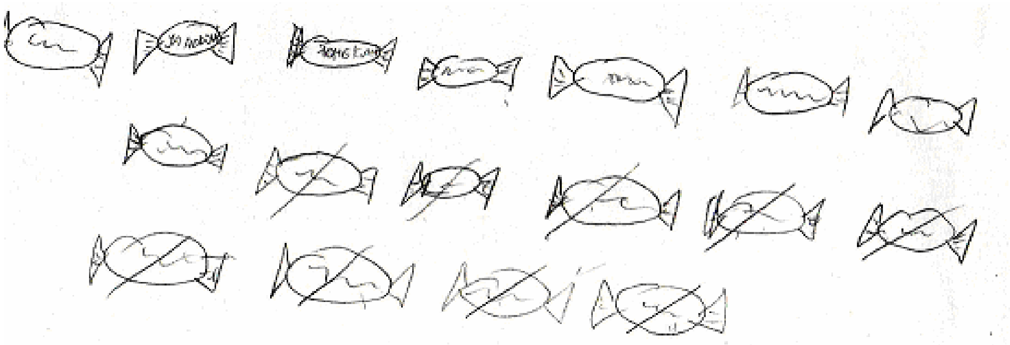
***Chyby:***

- nesmyslný údaj (2 žáci z 15)

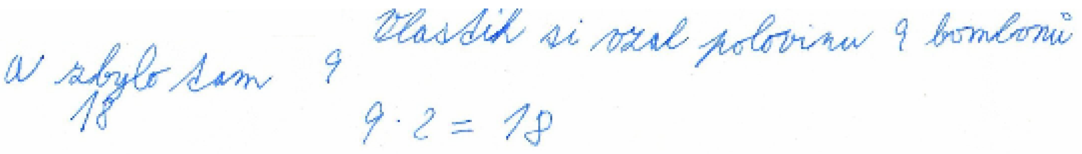



***Řešení:***

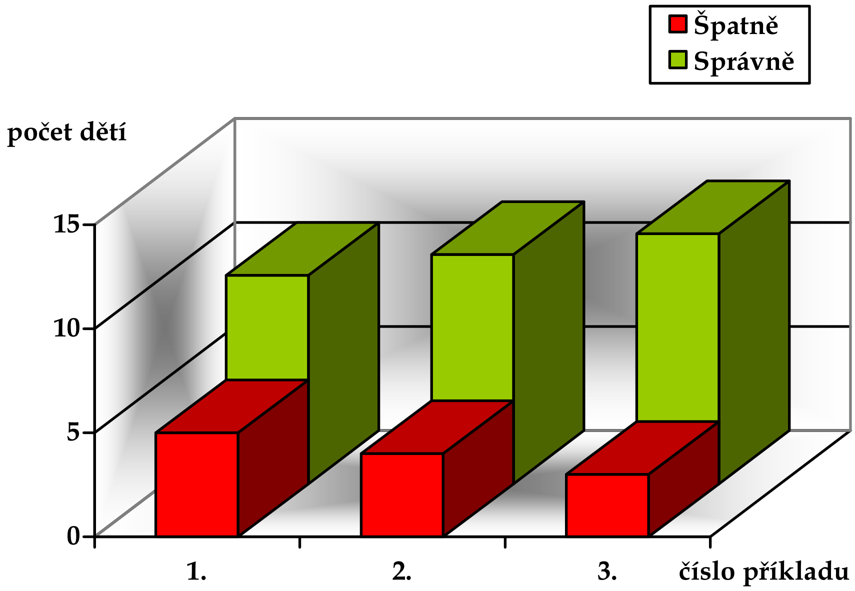
- grafické znázornění (4 žáci z 15)



- výpočet (3 žáci z 15)



### 3.2.1.2 KVANTITATIVNÍ HODNOCENÍ TESTŮ




Závěr:

Ačkoliv se žáci se zlomky ještě neseznamovali, předchozí zkušenost s násobením a dělením jim pomohla úlohy vyřešit. Žáci neměli většinou žádné větší problémy s řešením úloh, našli se však i takoví, kteří si nevěděli rady ani s jedinou.

### 3.2.2 TEST PRO ŽÁKY 2. ROČNÍKU ZŠ

Testy jsem zadávala na Základní škole Choustník ve druhém ročníku. Zadání úloh bylo pro žáčky velmi složité, proto jsme si ho nejprve několikrát přečetli. Po té jsem dětem dávala otázky typu: „Kolik kostek másla maminka koupila?“, „ Kolik kilogramů váží jedna kostka másla?“, „ Kolik kostek másla se vejde do jednoho kila?“ Žáci měli možnost pracovat s proužky papíru, které představovaly jeden kilogram a papírovými kolečky představujícími kostky másla. Kolečka děti využily i ve druhé úloze. Testy byly zadány 10 dětem.

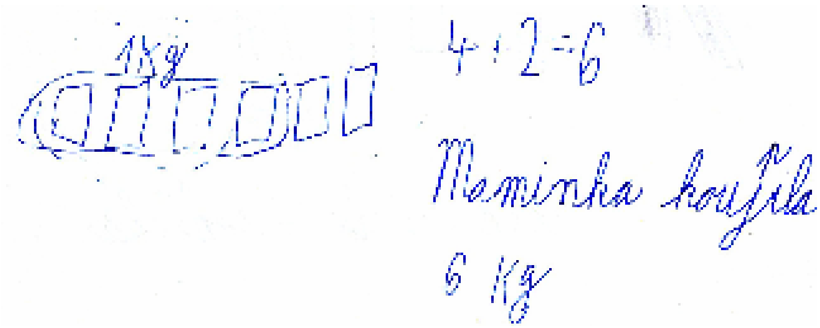
#### 3.2.2.1 KVALITATIVNÍ HODNOCENÍ TESTŮ

**Úloha č. 1:**

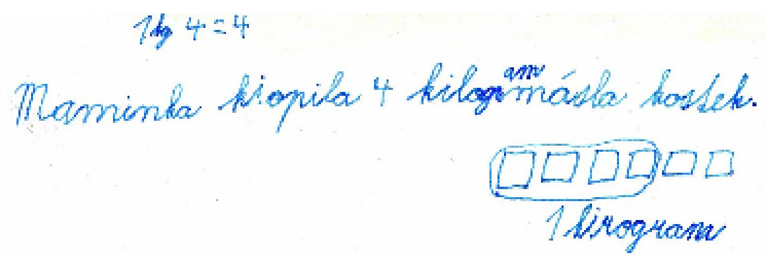
**Maminka koupila 6 čtvrtkilových kostek másla. Kolik kilogramů másla maminka koupila?**

***Chyby:***

- vypočítali to, co už je známo (2 žáci z 10)

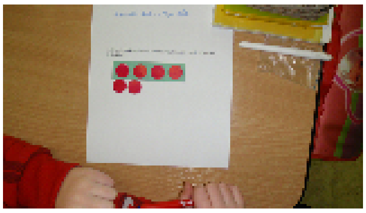
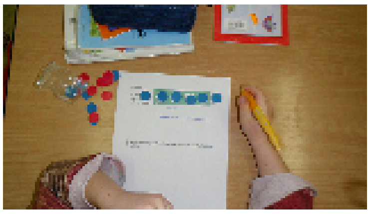
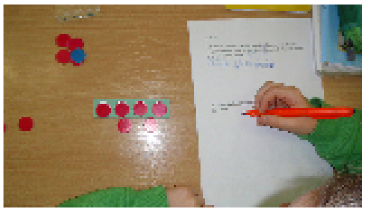



- zamotali se do úlohy (2 žáci z 10)



***Řešení:***

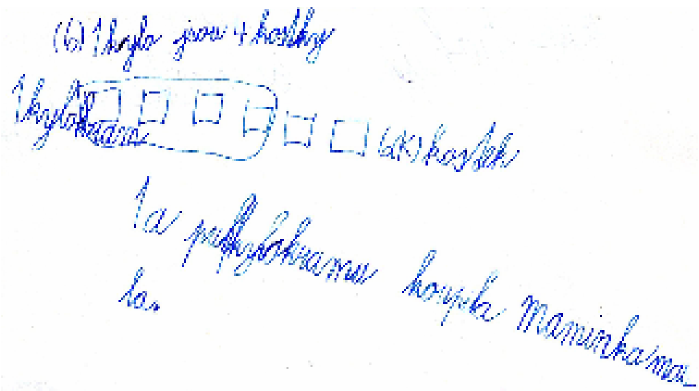
- používání pomůcek - kolečka a pásky (10 žáků z 10)

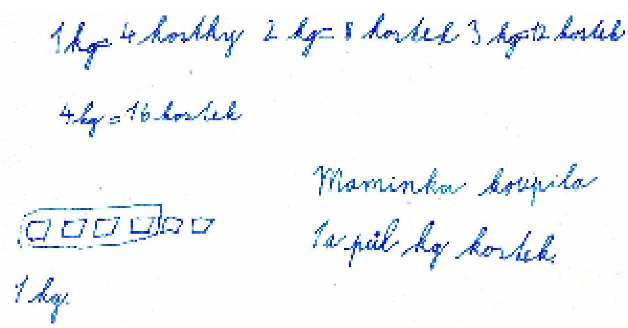
- grafické znázornění (9 žáků z 10)

Řešitel A


Řešitel B



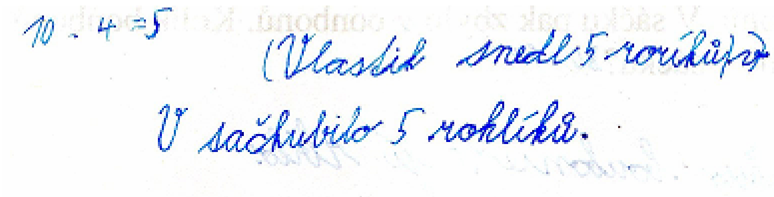

- vypsal to, co ví a na základě toho počítal (3 žáci z 10)



Úloha 2:

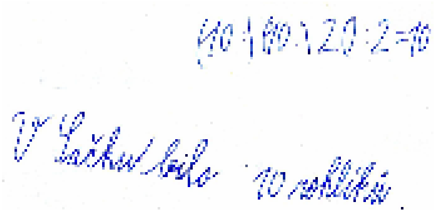
**Eva přinesla sáček rohlíků. Vlastík si vzal polovinu všech rohlíků. V sáčku zbylo 5 rohlíků. Kolik rohlíků bylo původně v sáčku?**

***Numerické chyby:*** (1 žák z 10)



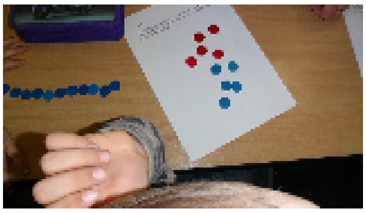
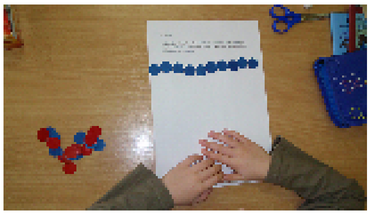
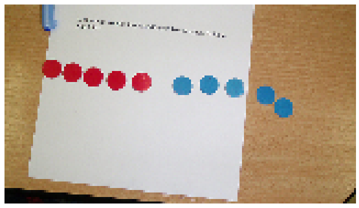
***Logické chyby:***

- pomocí koleček si zjistil výsledek, nedokázal zapsat výpočet (1 žák z 10)



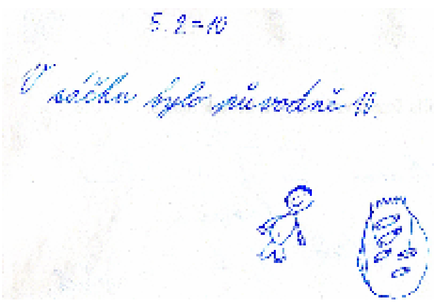
***Řešení:***

- využití papírových koleček (10 žáků z 10)

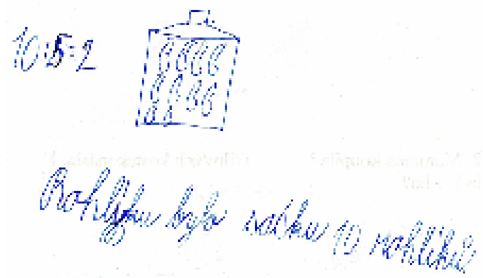




- grafické znázornění (9 žáků z 10)

Řešitel A

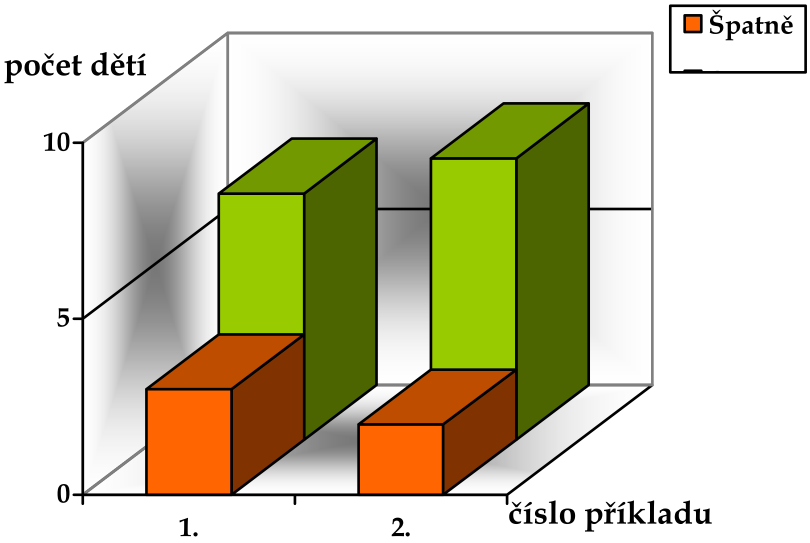



Řešitel B



Řešitel C - **Rohlíky v břiše**

3.2.2.2 KVANTITATIVNÍ HODNOCENÍ TESTŮ




Závěr:

Obě úlohy byly pro žáčky velmi obtížné. Až v průběhu psaní testů jsem si uvědomila, že mohly být formulovány mnohem jednodušeji. Např. věta „Maminka koupila šest čtvrtkilových kostek másla.“ obsahuje příliš mnoho informací. Na otázku „Kolik kostek másle maminka přinesla?“ někteří odpověděli „čtyři“. Možná už samotný pojem „čtvrtkilových“ žáky zmátl. Ve škole jsou totiž zvyklí užívat spíše slova „kilogram“ než „kilo“.

Druhá úloha dětem tak velké obtíže nedělala. Opět jsem však narazila na slovo, které jim nejspíše neulehčilo pochopení úlohy. A to slovo „původně“. Možná by byla lepší věta „Kolik rohlíků maminka koupila?“. Mile mě překvapilo grafické znázornění této úlohy.

# 4 Sbírka úloh racionálních čísel pro studenty učitelství na 1. stupni ZŠ

Sbírka obsahuje řadu úloh s řešením. Úlohy by čitatele měly vést k tomu, aby sami objevovali základní vlastnosti racionálních čísel.

Text sbírky je rozdělen pro studenty a žáky do tří hlavních částí s podkapitolami. Každá část se vztahuje k nějakému matematickému pojmu. Z důvodu přehlednosti jsou kapitoly roztříděny barevně. Doufám, že úlohy svým textem a problémem v něm vyjádřeném případné uživatele sbírky zaujmou.

**4.1 Úkoly pro studenty**

4.1.1 Aritmetické úpravy

4.1.1.1 Desetinná čísla

4.1.1.2 Periodická čísla

4.1.1.3 Zlomky

4.1.2 Zlomek jako operátor

4.1.2.1 Úlohy zjišťující část

4.1.2.2 Úlohy zjišťující celek

4.1.2.3 Úlohy zjišťující zlomek

4.1.3 Kombinované úlohy

**4.2 Úkoly pro žáky**

4.2.1 Desetinná čísla

4.2.2 Periodická čísla

4.2.3 Zlomky

4.2.4 Slovní úlohy

## 4.1 ÚKOLY PRO STUDENTY

### 4.1.1 ARITMETICKÉ ÚPRAVY

#### 4.1.1.1 DESETINNÁ ČÍSLA

**Dané zlomky napište jako desetinná čísla.**

| $\frac{276}{100}$ | $\frac{672}{1000000}$ | $3\frac{17}{1000}$ | $-2\frac{34}{10000}$ | $-8\frac{307}{100000}$ |
|---|---|---|---|---|
| 2,76 | 0,000672 | 3,017 | -2,0034 | -8,00307 |

**Dané zlomky napište jako desetinná čísla, aniž byste dělili čitatele jmenovatelem.**

$$\frac{29}{8} = \frac{29}{2^3} = \frac{29\cdot 5^3}{2^3\cdot 5^3} = \frac{3625}{1000} = \underline{3{,}625}$$

$$\frac{39}{40} = \frac{39}{2^3\cdot 5^1} = \frac{39\cdot 5^2}{2^3\cdot 5^1\cdot 5^2} = \frac{975}{1000} = \underline{0{,}975}$$

$$5\frac{17}{16} = \frac{97}{2^4} = \frac{97\cdot 5^4}{2^4\cdot 5^4} = \frac{97\cdot 625}{16\cdot 625} = \frac{60625}{10000} = \underline{6{,}0625}$$

$$\frac{7}{1250} = \frac{7}{5^4\cdot 2^1} = \frac{7\cdot 2^3}{5^4\cdot 2^1\cdot 2^3} = \frac{56}{10000} = \underline{0{,}0056}$$

$$\frac{11}{800} = \frac{11}{2^5\cdot 5^2} = \frac{11\cdot 5^3}{2^5\cdot 5^2\cdot 5^3} = \frac{1375}{32\cdot 25\cdot 125} = \frac{1375}{100000} = \underline{0{,}01375}$$

**Zapište desetinná čísla užitím mocnin deseti.**

37,286 $= 3\cdot 10^1 + 7\cdot 10^0 + 2\cdot 10^{-1} + 8\cdot 10^{-2} + 6\cdot 10^{-3}$

637,53982 $= 6\cdot 10^2 + 3\cdot 10^1 + 7\cdot 10^0 + 5\cdot 10^{-1} + 3\cdot 10^{-2} + 9\cdot 10^{-3} + 8\cdot 10^{-4} + 2\cdot 10^{-5}$

546532,98 $= 5\cdot 10^5 + 4\cdot 10^4 + 6\cdot 10^3 + 5\cdot 10^2 + 3\cdot 10^1 + 2\cdot 10^0 + 9\cdot 10^{-1} + 8\cdot 10^{-2}$

576,43875 $= 5\cdot 10^2 + 7\cdot 10^1 + 6\cdot 10^0 + 4\cdot 10^{-1} + 3\cdot 10^{-2} + 8\cdot 10^{-3} + 7\cdot 10^{-4} + 5\cdot 10^{-5}$

### 4.1.1.2 PERIODICKÁ ČÍSLA

**Uspořádejte podle velikosti čísla:** $7,\overline{846}$ **;** $7,846$ **;** $7,8\overline{46}$ **;** $7,84\overline{6}$**.**

***Řešení:*** $7,846 < 7,8\overline{46} < 7,84\overline{6} < 7,\overline{846}$

**Určete, kolika místnou periodu a předperiodu budou mít součty těchto čísel.**

| | Počet předperiod | Počet period |
|---|---|---|
| $45,80\overline{6}+3,65\overline{321}$ | 2 | 3 |
| $2,9\overline{326}+0,1\overline{2}$ | 1 | 3 |
| $0,59\overline{32}+5,8\overline{343}$ | 2 | 6 |
| $6,359\overline{67}+2,54\overline{864}$ | 3 | 6 |
| $53,86\overline{0576}+7,5\overline{362}$ | 2 | 12 |
| $6,345\overline{6}+0,0\overline{765}$ | 3 | 3 |

**Sečtěte periodická čísla a jejich výsledek zapište desetinným rozvojem, tzn. číslicovým zápisem s vyznačenou periodou.**

| $0,5\overline{238}+0,1\overline{59}$ | $7,3\overline{587}+2,0\overline{53}$ | $2,48\overline{25}+5,51\overline{3526}$ |
|---|---|---|
| 0,5238238238... | 7,3587587587... | 2,48252525252525... |
| 0,1595959595... | 2,0535353535... | 5,51352635263526... |
| 0,6834197833... | 9,4122941122... | 7,99605160516051... |
| $\underline{0,6\overline{834197}}$ | $\underline{9,4\overline{122941}}$ | $\underline{7,99\overline{6051}}$ |

| $6,3\overline{859}+3,006\overline{5}$ | $28,211\overline{52}+61,48\overline{213}$ | $16,2\overline{7587}+17,4\overline{2}$ |
|---|---|---|
| 6,3859859859... | 28,21152525252... | 16,2758775877587... |
| 3,0065555555... | 61,48213213213... | 17,4222222222222... |
| 9,3925415414... | 89,69365738465... | 33,6980998099809... |
| $\underline{9,392\overline{541}}$ | $\underline{89,693\overline{657384}}$ | $\underline{33,6\overline{9809}}$ |

**Odečtěte periodická čísla a jejich výsledek zapište desetinným rozvojem, tzn. číslicovým zápisem s vyznačenou periodou.**

| $25{,}478\overline{32} - 19{,}45\overline{726}$ | $9{,}4\overline{27} - 7{,}28\overline{143}$ | $28{,}2\overline{8530} - 15{,}970\overline{6}$ |
|---|---|---|
| $25{,}47832323232...$<br>$-19{,}45726726726...$<br>$6{,}02105596506...$<br>$6{,}021\overline{055965}$ | $9{,}42727272727...$<br>$-7{,}28143143143...$<br>$2{,}14584129584...$<br>$2{,}14\overline{584129}$ | $28{,}2853085308530...$<br>$-15{,}9706666666666...$<br>$12{,}3146418641864...$<br>$12{,}314\overline{6418}$ |

| $74{,}29\overline{757} - 45{,}9\overline{87}$ | $57{,}2\overline{34} - 12{,}95\overline{62}$ | $8{,}9\overline{756} - 4{,}2\overline{034}$ |
|---|---|---|
| $74{,}29754754754...$<br>$-45{,}98282828282...$<br>$28{,}31471926472...$<br>$28{,}31\overline{471926}$ | $57{,}23434343...$<br>$-12{,}95626262...$<br>$44{,}27808081...$<br>$44{,}27\overline{80}$ | $8{,}9756756756...$<br>$-4{,}2034034034...$<br>$4{,}7722722722...$<br>$4{,}7\overline{722}$ |

**Dané racionální číslo zapište zlomkem v základním tvaru:**

| a) $4{,}\overline{07}$ | b) $1{,}\overline{56}$ | c) $0{,}\overline{753}$ | d) $4{,}\overline{800}$ |
|---|---|---|---|
| $a = 4{,}\overline{07} \quad / \cdot 100$<br>$100a = 407{,}\overline{07}$<br>$99a = 403$<br>$a = \dfrac{403}{99}$ | $a = 1{,}\overline{56} \quad / \cdot 100$<br>$100a = 156{,}\overline{56}$<br>$99a = 155$<br>$a = \dfrac{155}{99}$ | $a = 0{,}\overline{753} \quad / \cdot 1000$<br>$1000a = 753{,}\overline{753}$<br>$999a = 753$<br>$a = \dfrac{753}{999}$ | $a = 4{,}\overline{800} \quad / \cdot 1000$<br>$1000a = 4800{,}\overline{800}$<br>$999a = 4796$<br>$a = \dfrac{4796}{999}$ |

| e) $2{,}0\overline{02}$ | f) $0{,}35\overline{70}$ | g) $-0{,}8\overline{87}$ | h) $7{,}707\overline{17}$ |
|---|---|---|---|
| $a = 2{,}0\overline{02} \quad / \cdot 100$<br>$10a = 20{,}\overline{02}$<br>$1000a = 2002{,}\overline{02}$<br>$990a = 1982$<br>$a = \dfrac{1982}{990}$ | $a = 0{,}35\overline{70} \quad / \cdot 100$<br>$100a = 35{,}\overline{70}$<br>$10000a = 3570{,}\overline{70}$<br>$9900a = 3535$<br>$a = \dfrac{3535}{9900}$ | $a = -0{,}8\overline{87} \quad / \cdot 100$<br>$10a = -8{,}\overline{87}$<br>$1000a = -887{,}\overline{87}$<br>$990a = -879$<br>$a = -\dfrac{879}{990}$ | $a = 7{,}707\overline{17} \quad / \cdot 100$<br>$1000a = 7707{,}\overline{17}$<br>$100000a = 770717{,}\overline{17}$<br>$99000a = 763010$<br>$a = \dfrac{763010}{99000}$ |

**Určete podíl čísel a výsledek uveďte ve tvaru zlomku v základním tvaru.**

$5{,}53\overline{25} : 1{,}\overline{326}$

$a = 5{,}53\overline{25} \qquad /\cdot 100$

$100a = 553{,}\overline{25}$

$10000a = 55325{,}\overline{25}$

$9900a = 54772$

$a = \dfrac{54772}{9900} = \dfrac{13693}{2475}$

$b = 1{,}\overline{326} \qquad /\cdot 1000$

$1000b = 1326{,}\overline{326}$

$999b = 1325$

$b = \dfrac{1325}{999}$

$$\frac{13693}{2475} : \frac{1325}{999} = \frac{13693}{2475} \cdot \frac{999}{1325} = \frac{13693}{275} \cdot \frac{111}{1325} = \underline{\frac{1519923}{364375}}$$

$4{,}\overline{186} : 2{,}3\overline{45}$

$a = 4{,}\overline{186} \qquad /\cdot 1000$

$1000a = 4186{,}\overline{186}$

$999a = 4182$

$a = \dfrac{4182}{999} = \dfrac{1394}{333}$

$b = 2{,}3\overline{45} \qquad /\cdot 100$

$10b = 23{,}\overline{45}$

$1000b = 2345{,}\overline{45}$

$990b = 2322$

$b = \dfrac{2322}{990} = \dfrac{1161}{495}$

$$\frac{1394}{333} : \frac{1161}{495} = \frac{1394}{333} \cdot \frac{495}{1161} = \frac{690030}{386613} = \underline{\frac{76670}{42957}}$$

$32{,}2\overline{83} : 15{,}\overline{269}$

$a = 32{,}2\overline{83} \qquad /\cdot 100$

$10a = 322{,}\overline{83}$

$1000a = 32283{,}\overline{83}$

$990a = 31961$

$a = \dfrac{31961}{990}$

$b = 15{,}\overline{269} \qquad /\cdot 1000$

$1000b = 15269{,}\overline{269}$

$999b = 15254$

$b = \dfrac{15254}{999}$

$$\frac{31961}{990} : \frac{15254}{999} = \frac{31961}{990} \cdot \frac{999}{15254} = \frac{31961}{110} \cdot \frac{111}{15254} = \underline{\frac{3547671}{1677940}}$$

### 4.1.1.3 ZLOMKY

**Najdi aspoň pět zlomků , které jsou větší než $\frac{11}{15}$ a menší než $\frac{5}{6}$.**

***Řešení:***

Převedení na společného jmenovatele.

$\frac{11}{15} = \frac{22}{30}$ $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$ Nabízí se jasný výsledek: $\frac{23}{30}, \frac{24}{30}$.

Ale my potřebujeme 5 zlomků. Zdvojnásobíme tedy jmenovatele.

$\frac{22}{30} = \frac{46}{60}$ $\frac{25}{30} = \frac{50}{60}$

$\underline{\frac{47}{60}, \frac{48}{60,}, \frac{49}{60}, \frac{23}{30}, \frac{24}{30}}$.

**Dané racionální čísla srovnejte podle velikosti vzestupně a vyznačte ta, která se sobě rovnají.**

$3\frac{1}{3}$; 1,75; $\frac{28}{12}$; $4\frac{3}{4}$; $\frac{543}{72}$; $\frac{76}{16}$; $\frac{49}{55}$; $\frac{46}{7}$; 6,375; 4,75; $1\frac{3}{4}$

***Řešení:***

Nejprve si převedeme zlomky, které jsou větší než 1 na smíšená čísla:

$3\frac{1}{3}$; 1,75; $2\frac{1}{3}$; $4\frac{3}{4}$; $7\frac{39}{72}$; $4\frac{3}{4}$; $\frac{49}{55}$; $6\frac{4}{7}$; 6,375; 4,75; $1\frac{3}{4}$

Nyní čísla jen srovnáme podle velikosti:

$\frac{49}{55}$; $1\frac{3}{4} = 1{,}75$; $\frac{28}{12}$; $3\frac{1}{3}$; $\frac{76}{16} = 4\frac{3}{4} = 4{,}75$; 6,375 ; $\frac{46}{7}$ ; $\frac{543}{72}$.

**Dané racionální čísla napište jako zlomek v základním tvaru.**

| ***Zadání:*** | ***Řešení:*** |
|---|---|
| 4,375; $5\frac{4}{16}$; $\frac{875}{300}$; $\frac{728}{117}$; $\frac{2500}{640}$ | $\underline{\frac{35}{8}, \frac{21}{4}, \frac{35}{12}, \frac{56}{9}, \frac{125}{32}}$ |

## Vypočítejte:

| | |
|---|---|
| $\frac{9}{10}-\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{4}\right)=$ | $=\frac{9}{10}-\frac{2}{5}-\frac{3}{4}=\frac{18-8-15}{20}=-\frac{5}{20}=\underline{-\frac{1}{4}}$ |
| $2\frac{5}{6}-5\frac{5}{9}+6\frac{1}{3}=$ | $\frac{17}{6}-\frac{50}{9}+\frac{19}{3}=\frac{51-100+114}{18}=\frac{65}{18}=\underline{3\frac{11}{18}}$ |
| $-\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)-\frac{7}{8}+\frac{11}{12}=$ | $=\frac{5}{6}-\frac{3}{4}-\frac{7}{8}+\frac{11}{12}=\frac{20-18-21+22}{24}=\frac{3}{24}=\underline{\frac{1}{8}}$ |
| $-\left(-4\frac{1}{4}+2\frac{3}{5}\right)-\left(3\frac{3}{4}-2\frac{3}{10}\right)=$ | $=\frac{17}{4}-\frac{13}{5}-\frac{15}{4}+\frac{23}{10}=\frac{85-52-75+46}{20}=\frac{4}{20}=\underline{\frac{1}{5}}$ |
| $7\frac{1}{4}\cdot\frac{8}{29}=$ | $=\frac{29}{4}\cdot\frac{8}{29}=\frac{1}{1}\cdot\frac{2}{1}=\underline{2}$ |
| $3\frac{8}{9}\cdot1\frac{1}{5}=$ | $=\frac{35}{9}\cdot\frac{6}{5}=\frac{7}{3}\cdot\frac{2}{1}=\frac{14}{3}=\underline{4\frac{2}{3}}$ |
| $1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{6}{5}\right)=$ | $=\frac{5}{3}\cdot\left(-\frac{16}{5}\right)=\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{16}{1}\right)=-\frac{16}{3}=\underline{-5\frac{1}{3}}$ |
| $-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{10}\cdot\left(-\frac{5}{18}\right)=$ | $=-\frac{1}{1}\cdot\frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{5}{18}\right)=\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{6}=\underline{\frac{1}{6}}$ |
| $-1\frac{2}{9}\div7\frac{1}{3}=$ | $-\frac{11}{9}\div\frac{22}{3}=-\frac{11}{9}\cdot\frac{3}{22}=-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\underline{-\frac{1}{6}}$ |
| $\left(1\frac{2}{3}-5\frac{3}{4}\right)\div2\frac{5}{8}=$ | $\left(\frac{5}{3}-\frac{23}{4}\right)\div\frac{21}{8}=\frac{20-69}{12}\cdot\frac{8}{21}=-\frac{49}{12}\cdot\frac{8}{21}=-\frac{7}{3}\cdot\frac{2}{3}=-\frac{14}{9}=\underline{-1\frac{5}{9}}$ |

## Doplňte závorky tak, aby platila rovnost:

| ***Zadání:*** | ***Řešení:*** |
|---|---|
| $\frac{2}{7}\div\frac{1}{3}-\frac{1}{7}-\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{4}=1$ | $\frac{2}{7}\div\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{7}\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)\cdot\frac{3}{4}=1$ |

**Zjednodušte složené zlomky.**

| | |
|---|---|
| $\dfrac{2\frac{7}{8}-3\frac{5}{6}}{3\frac{3}{4}-4\frac{5}{6}}=$ | $=\dfrac{\frac{23}{8}-\frac{23}{6}}{\frac{15}{4}-\frac{29}{6}}=\dfrac{\frac{69-92}{24}}{\frac{45-58}{12}}=\dfrac{-\frac{23}{24}}{-\frac{13}{12}}=-\frac{23}{24}\cdot\left(-\frac{12}{13}\right)=\frac{23}{2}\cdot\frac{1}{13}=\underline{\frac{23}{26}}$ |
| $\dfrac{\frac{1}{5}-\left(\frac{3}{10}-\frac{1}{4}\right)}{\frac{2}{5}\div\left(-\frac{1}{3}\right)}$ | $=\dfrac{\frac{4-(6-5)}{20}}{\frac{2}{5}\cdot\left(-\frac{3}{1}\right)}=\dfrac{\frac{3}{20}}{-\frac{6}{5}}=\frac{3}{20}\cdot\left(-\frac{5}{6}\right)=\frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=\underline{-\frac{1}{8}}$ |
| $\dfrac{-12{,}2+\frac{3}{5}}{\frac{1}{4}-0{,}3}$ | $=\dfrac{\frac{61}{5}+\frac{3}{5}}{\frac{1}{4}-\frac{3}{10}}=\dfrac{\frac{58}{5}}{\frac{5-6}{20}}=\dfrac{\frac{58}{5}}{-\frac{1}{20}}=\frac{58}{5}\cdot\left(-\frac{20}{1}\right)=\frac{58}{1}\cdot\left(-\frac{4}{1}\right)=\underline{-232}$ |
| $\dfrac{\frac{2}{5}\cdot 0{,}5+\left(\frac{1}{4}\right)^2\div\frac{3}{8}}{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)}$ | $=\dfrac{\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{10}+\frac{1}{16}\cdot\frac{8}{3}}{-\frac{4}{60}}=\dfrac{\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}{-\frac{4}{60}}=\dfrac{\frac{1}{5}+\frac{1}{6}}{-\frac{4}{60}}=\frac{11}{30}\cdot\left(-\frac{60}{4}\right)=-\frac{22}{4}=\underline{-\frac{11}{4}}$ |

**Doplňte prázdná políčka ve čtverci na obrázku tak, aby součty zlomků v řádcích, sloupcích i na každé úhlopříčce byly vždy 1.**

***Zadání:***

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{5}{12}$ | $\frac{3}{8}$ | |
| | $\frac{1}{3}$ | |
| | | |

***Řešení:***

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{5}{12}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{5}{24}$ |
| $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{24}$ |
| $\frac{11}{24}$ | $\frac{7}{24}$ | $\frac{1}{4}$ |

**Najděte k číslům čísla a) opačná b) převrácená.**

| ***Zadání*** | 5 | -7 | $\frac{16}{7}$ | -40 | 0,75 | $-\frac{3}{8}$ | - 0,875 | 2,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Opačná | -5 | 7 | $-\frac{16}{7}$ | 40 | -0,75 | $\frac{3}{8}$ | 0,875 | -2,5 |
| Převrácená | $\frac{1}{5}$ | $-\frac{1}{7}$ | $\frac{7}{16}$ | $-\frac{1}{40}$ | $\frac{4}{3}$ | $-\frac{8}{3}$ | $-\frac{8}{7}$ | $\frac{2}{5}$ |

**Rozhodněte, který ze zlomků je větší.**

a) $\frac{5678901234}{6789012345}$ $\qquad$ $\frac{5678901235}{6789012347}$

***Řešení 1:***

Označme a = 5678901234, b=6789012345.

Platí $\frac{a}{b} > \frac{a+1}{b+2}$, protože ab+2a >ab +b

***Řešení 2:***

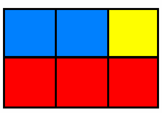
Podíváme-li se na zlomky, zjistíme, že se liší pouze posledními čísly. Odmyslíme-li si čísla před tím, zůstanou nám zlomky $\frac{4}{5}$ a $\frac{5}{7}$, které již porovnáme snadno a to převedením na společného jmenovatele.

$$\boxed{\frac{28}{35} > \frac{25}{35}}$$

**Zapište číslo 1 jako součet tří zlomků s různými jmenovateli a s čitateli rovnými 1.**

***Řešení:***

Pomůžeme si nákresem obdélníku, který je možno rozdělit na polovinu.



$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

**Rozdíl dvou čísel je 40. Odečteme-li od prvého jeho $\frac{4}{5}$ a od druhého jeho $\frac{2}{3}$, dostaneme stejná čísla. Určete původní čísla.**

***Řešení:***

První číslo …….x

Druhé číslo ……y

$$x - y = 40$$
$$x - \frac{4}{5}x = y - \frac{2}{3}y \qquad /\cdot 15$$

$$x - y = 40$$
$$15x - 12x = 15y - 10y$$

$$x - y = 40$$
$$3x - 5y = 0$$

$$5x - 5y = 200$$
$$3x - 5y = 0$$

$$2x = 200$$

x = 100   y = 60

**Od neznámého čísla bylo třikrát odečteno $4\frac{2}{3}$ a jednou přičteno $11\frac{5}{8}$. Výsledek byl $25\frac{3}{10}$. Jaké bylo původní číslo?**

***Řešení:***

$$x - 3 \cdot 4\frac{2}{3} + 11\frac{5}{8} = 25\frac{3}{10}$$

***Odpověď:*** Původní číslo bylo $25\frac{3}{10}$.

**Utvořte zlomek, jehož čitatel a jmenovatel tvoří dvě trojciferná čísla, v jejichž zápise se každá z cifer 1,2,3,4,5,6 vyskytuje právě jednou,a to tak, aby tento zlomek:**

**a) nebylo možno krátit**

**b) bylo možno krátit**

***Řešení:***

V případě že nejsou všechny sudé cifry 2, 4, 6 ve stejné části zlomku, lze po záměně cifer krátit zlomek dvěma. V případě, že části zlomku jsou tvořeny skupinami čísel 2, 4, 6, a 1, 3, 5, lze při jakémkoli pořadí cifer zlomek krátit třemi.

## 4.1.2 ZLOMEK JAKO OPERÁTOR

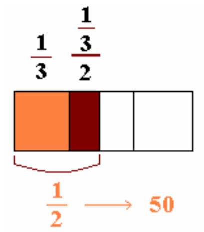
### 4.1.2.1 ÚLOHY ZJIŠŤUJÍCÍ ČÁST

**Kolik je jedna a půl třetiny ze sta?**

***Řešení 1:***

$$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\right)\cdot 100=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)\cdot 100=\frac{2+1}{6}\cdot 100=\frac{1}{2}\cdot 100=50$$

***Řešení 2:***




**Určete pět devítin z čísla, které je samo pěti devítinami z čísla 162.**

***Řešení:***

$\frac{5}{9}$ ze 162.......... 90

$\frac{5}{9}$ z 90.............. $\underline{50}$

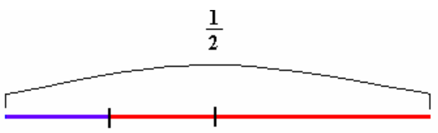
**Kolik je polovina z poloviny čísla $\frac{1}{2}$ ?**

***Řešení 1 :***

Polovina z čísla $\frac{1}{2}$ $\qquad \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\underline{\frac{1}{4}}$

Polovina z čísla $\frac{1}{4}$ $\qquad \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}=\underline{\underline{\frac{1}{8}}}$

*Řešení 2*




$$\frac{1}{2}:4=\underline{\underline{\frac{1}{8}}}$$

***Odpověď':*** Polovina z poloviny čísla $\frac{1}{2}$ je $\frac{1}{8}$.

**Kolik hodin je polovina třetiny čtvrtiny dne?**

***Řešení 1:***

| | |
|---|---|
| Den | 24h |
| Čtvrtina dne | $\frac{24}{4} = 6\,h$ |
| Třetina čtvrtiny dne | $\frac{6}{3} = 2\,h$ |

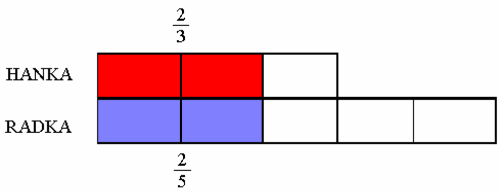
***Řešení 2:***

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}\cdot 24 = \frac{1}{24}\cdot 24 = \frac{24}{24} = \underline{\underline{1}}\,h$$

***Odpověď:*** Polovina třetiny čtvrtiny dne je 1 hodina.

**Dvě sestry mají 48 korálků. $\frac{2}{3}$ korálků, které má Hanka, odpovídají $\frac{2}{5}$ toho, co má Radka. Kolik korálků má každá ze sester?**

***Řešení 1:***




| | | |
|---|---|---|
| Dohromady... | 8 dílků….. | 48 korálků |
| 1 dílek | | 48 : 8 = 6 |
| Hanka…. | 3 dílky…. | $3 \cdot 6 = \underline{18}$ |
| Radka…. | 5 dílků…. | $5 \cdot 6 = \underline{30}$ |

***Řešení 2:***

$x + y = 48$

$\underline{\frac{2}{3}x = \frac{2}{5}y}$ $\quad /\cdot 15$

$x + y = 48 \quad /\cdot 6$

$\underline{10x - 6y = 0}$

$6x+6y = 288$

$\underline{10x - 6y = 0}$

$16x = 288$

$\underline{x = 18} \quad \underline{y = 30}$

***Odpověď:*** Hanka má 18 korálků a Radka 30.

**Čtyři chlapci se dělili o 108 bonbónů. Jirka dostal $\frac{5}{18}$ z celého množství, Martin $\frac{1}{6}$, Tomáš $\frac{2}{9}$ a Radek $\frac{1}{3}$.**

**a) Který z chlapců dostal nejvíce a který nejméně bonbónů?**

**b) Kolik bonbónů každý dostal?**

***Řešení:***

a) Převedení na společného jmenovatele:

Jirka $\frac{5}{18}$, Martin $\frac{3}{18}$, Tomáš $\frac{4}{18}$, Radek $\frac{6}{18}$

Názorně můžeme vyjádřit například takto (společným jmenovatelem je číslo 18, proto stejný počet čtverečků):

Odpověď: Nejvíce bonbónů dostal Radek, nejméně dostal Jirka.

b) 108 : 18 = 6

| | |
|---|---|
| Jirka | 5 =□6 $\underline{30}$ |
| Martin | 3 =□6 $\underline{18}$ |
| Tomáš | 4 =□6 $\underline{24}$ |
| Radek | 6 =□6 $\underline{36}$ |

***Odpověď:*** Jirka dostal 30 bonbónů, Martin 18, Tomáš 24 a Radek 36.

4.1.2.2 ÚLOHY ZJIŠŤUJÍCÍ CELEK

**Čtvrtina žáků 6.A měla v pololetí vyznamenání. Na konci roku k nim přibyli ještě 3 žáci, a tak třídní učitelka mohla prohlásit, že na konci roku prospěla s vyznamenáním třetina žáků třídy. Kolik žáků bylo v této třídě?**

***Řešení:***

$$\frac{1}{4}x + 3 = \frac{1}{3}x \qquad /\cdot 12$$

$$3x + 36 = 4x$$

$$\boxed{x = 36}$$

***Odpověď:*** Ve třídě bylo 36 žáků.

**Pepa Zvědavý se vypravil do divadla. Přišel brzy a tak si krátil dlouhou chvíli počítáním přítomných diváků. Zjistil, že sál už je obsazen ze čtyř pětin. Když přišlo dalších dvacet diváků, zbývalo už pouze sedm volných míst. Kolik sedadel mělo divadlo?**

***Řešení:***

Obsazeno ………… $\frac{4}{5}$ x sedadel

Přišlo ……………..20 diváků

Zbylo ……………..7 sedadel

Celkem ………… x sedadel

$$\frac{4}{5}x + 27 = x$$

$$4x + 135 = 5x$$

$$\underline{135 = x}$$

***Odpověď:*** Divadlo mělo 135 sedadel.

**Jáchymovo mládí trvalo $\frac{1}{6}$ jeho života. Vousy mu narostly po další $\frac{1}{12}$ jeho života. Po další $\frac{1}{7}$ života se Jáchym oženil. Po pěti letech se mu narodil syn. Syn žil přesně $\frac{1}{2}$ života otce. Jáchym zemřel 4 roky po smrti svého syna. Kolika let se dožil Jáchym?**

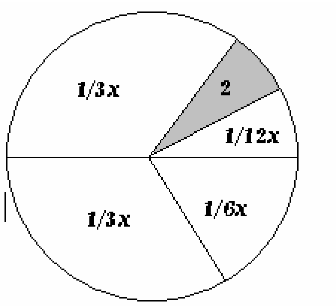
***Řešení:***

$$\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4=x$$
$$14x+7x+12x+420+42x+336$$
$$75x+756=84x$$
$$9x=756$$
$$\underline{x=84}$$

***Odpověď:*** Jáchym se dožil 84 let.

**Eliška zasela slunečnice. Po jisté době zjistila, že dvě třetiny semínek vůbec nevyklíčily. Ze zbývajících semínek polovinu vyzobaly slepice a čtvrtina uschla. Pouze dvě semínka vyrostla v krásné slunečnice. Kolik semínek slunečnic Eliška zasela?**

***Řešení:***




$$\frac{1}{12}x=2$$
$$\underline{x=24}$$

***Odpověď:*** Eliška zasela 24 semínek slunečnic.

**U Straků měli zabíjačku. Čtvrtinu jitrnic zavezli příbuzným na Moravu, šestinu rozdali kolegům v práci a devítinu dali sousedům. Kdyby jim zůstalo o tři jitrnice více, byla by to polovina původního počtu. Kolik jitrnic nadělali?**

***Řešení:***

| | |
|---|---|
| Příbuzní........ $\frac{1}{4}x$ | $\frac{1}{4}\cdot 108 = 27$ |
| Kolegové...... $\frac{1}{6}x$ | $\frac{1}{6}\cdot 108 = 18$ |
| Sousedé........ $\frac{1}{9}x$ | $\frac{1}{9}\cdot 108 = 12$ |
| Zbylo........... $\frac{1}{2}x - 3$ | $\frac{1}{2}\cdot 108 - 3 = 51$ |
| $\frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{9}x + \frac{1}{2}x - 3 = x \qquad /\cdot 36$ | celkem (Zk.)..........108 |

$9x + 6x + 4x + 18x - 108 = 36x$

$37x - 108 = 36x$

$\underline{x = 108}$

***Odpověď:*** Strakovi nadělali 108 jitrnic.

**„Kolik máš blech, Kubulo?“ zeptal se ho Kuba Kubikula. Ten odpověděl: „ Polovina mých blech kouše ve dne, čtvrtina kouše v noci, sedmina kouše o svátcích a zbývající tři blechy dávají pozor, aby každý dělal to, co má.“ Kolik blech má Kubula ve svém kožíšku?**

***Řešení:***

polovina blech ........ $\frac{x}{2}$

čtvrtina blech ......... $\frac{x}{4}$

sedmina blech ......... $\frac{x}{7}$

<u>zbytek blech ........... 3</u>

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{7}+3=x$$
$$14x+7x+4x+84=28x$$
$$84=3x$$
$$\underline{\underline{28=x}}$$

***Odpověď':*** Kubula měl ve svém kožíšku 28 blech.

**Polovinu provázku spotřebovala paní Smolíková ve skleníku na papriky a okurky, polovinu zbytku si vzal Ládínek do kapsy, protože provázek se vždycky hodí, polovinu dalšího zbytku si vzal pan Smolík do dílny. Dvě pětiny z toho co zbylo si vzala Janička, aby Ládínkovi zabalila dárek. Zůstalo 30cm provázku. Jak byl původně dlouhý a kolik si každý vzal?**

***Řešení:***

| | |
|---|---|
| Smolíková | $\frac{x}{2}$ |
| Ládínek | $\frac{x}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{x}{4}$ |
| Smolík | $\frac{x}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{x}{8}$ |
| Janička | $\frac{x}{8}\cdot\frac{2}{5}=\frac{x}{20}$ |
| zbytek | $\frac{x}{8}\cdot\frac{3}{5}=\frac{3x}{40}$ ...........30 cm |

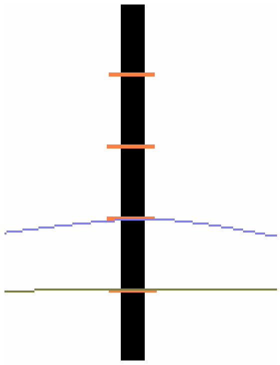
$$\frac{3x}{40}=30$$
$$x=1200\div 3$$
x = 400 cm = 4 m

| | |
|---|---|
| Smolíková | 2m |
| Ládínek | 1m |
| Smolík | 0,5 m |
| Janička | $\frac{1x}{20}=20$ cm |

***Odpověď':*** Provázek byl původně dlouhý 4m. Paní Smolíková spotřebovala 2m, Ládínek 1m, pan Smolík 0,5m a Janička 20cm.

**Jak dlouhý je sloup elektrického vedení, je-li pětina jeho délky v zemi, čtvrtina zbytku je zavátá sněhem a nad sněhem vyčnívají ještě tři metry sloupu?**

***Řešení 1:***




Z nákresu je jasné, že jeden dílek představuje 1 m.

***Řešení 2:***

pod zemí ........ $\frac{1}{5}x$

pod sněhem .... $\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{5}x=\frac{4}{20}x=\frac{1}{5}x$

nad zemí ..... ...3 m

$$\frac{1}{5}x+\frac{1}{5}x+3=x \qquad /\cdot 5$$

$x+x+15=5x$

$3x=15$

$\underline{x=5m}$

***Odpověď:*** Sloup měří 5 metrů.

### 4.1.2.3 ÚLOHY ZJIŠŤUJÍCÍ ZLOMEK

**Jakou částí hodiny je 33 sekund?**

***Řešení:***

1 minuta ........ $\frac{1}{60}$ hodiny

1 sekunda ...... $\frac{1}{60 \cdot 60} = \frac{1}{3600}$ hodiny

33 sekund ...... $\frac{33}{3600} = \underline{\underline{\frac{11}{1200}}}$

***Odpověď:*** 33 sekund je $\frac{11}{1200}$ hodiny.

**Pan Volák má na jedné části obdělávané půdy zasety obiloviny a na druhé brambory. Výměra půdy, kterou obdělává je 780 ha. Na jak velké části jsou zasety obiloviny a na jaké brambory, jestliže víte, že výměra půdy s obilovinami je o 60 ha větší než výměra půdy s bramborami?**

***Řešení:***

obiloviny................ x + 60 ha

brambory.............. x ha

$$x + 60 + x = 780$$
$$2x + 60 = 780$$
$$2x = 720$$
$$\underline{x = 360}$$

obiloviny ............... 360 + 60 = 420 ha........... $\frac{420}{780} = \underline{\underline{\frac{7}{13}}}$

okopaniny.........................360 ha.............. $\frac{360}{780} = \underline{\underline{\frac{6}{13}}}$

***Odpověď:*** Obiloviny jsou zasety na $\frac{7}{13}$ a brambory na $\frac{6}{13}$ výměry.

**Martin si šetří na jízdní kolo. Zatím má našetřeno 980 Kč. Jaká část peněz mu ještě chybí, jestliže si vyhlídnul kolo za 2205 Kč.**

***Řešení:***

$2205 - 980 = \underline{1225}$

$\frac{1225}{2205} = \frac{245}{441} = \underline{\underline{\frac{5}{9}}}$

***Odpověď:*** Martinovi chybí ještě $\frac{5}{9}$ z potřebné částky.

**Z pozemku o výměře $2\frac{1}{3}$ ha byla $\frac{1}{3}$ prodána a $\frac{3}{7}$ pronajaty. Na zbývajícím pozemku chce majitel pěstovat ovoce a zeleninu tak, že na sad připadnou $\frac{4}{5}$ a na záhony se zeleninou $\frac{1}{5}$ této plochy. Jakou plochu bude zabírat sad a jakou plochu záhony?**

***Řešení:***

| | |
|---|---|
| pozemek | $2\frac{1}{3}ha = \frac{7}{3}ha$ |
| prodáno | $\frac{1}{3}\cdot\frac{7}{3} = \frac{7}{9}ha$ |
| pronajato | $\frac{3}{7}\cdot\frac{7}{3} = 1ha$ |
| zbylo | $\frac{7}{3} - 1\frac{7}{9} = \frac{7}{3} - \frac{16}{9} = \frac{21-16}{9} = \frac{5}{9}ha$ |
| sad | $\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{9} = \boxed{\frac{4}{9}ha}$ |
| záhon | $\frac{1}{5}\cdot\frac{5}{9} = \boxed{\frac{1}{9}ha}$ |

***Odpověď:*** Sad bude zaujímat plochu $\frac{4}{9}$ ha a záhony $\frac{1}{9}$ ha.

**Turista si naplánoval na týden cestu dlouhou 200 km. První den ušel 30 a čtvrt kilometru, druhý 28 a tři čtvrtě kilometru, třetí den $33\frac{1}{2}$ km a čtvrtý den 27 a půl km. Jaká část cesty mu ještě zbývá?**

***Řešení:***

$$30\frac{1}{4}+28\frac{3}{4}+33\frac{1}{2}+27\frac{1}{2}+x=200$$
$$118+2+x=200$$
$$x=200-120$$
$$\underline{x=80}$$

$$\frac{80}{200}=\underline{\underline{\frac{2}{5}}}$$

***Odpověď:*** Turistovi zbývají ujít ještě $\frac{2}{5}$ cesty.

### 4.1.3 KOMBINOVANÉ ÚLOHY

**Veverka našla oříšky a přemýšlela, jak své děti podělí: „Zoubek je nejstarší, dostane 1 oříšek a $\frac{1}{7}$ zbytku. Zrzek je druhorozený, dostane tedy 2 oříšky a $\frac{1}{7}$ jejich dalšího zbytku. Štístko obdrží 3 oříšky a $\frac{1}{7}$ jejich nového zbytku, Čiperka dostane 4 oříšky a $\frac{1}{7}$ dalšího zbytku, Chloupek dostane 5 oříšků a také $\frac{1}{7}$ nového zbytku. Nejmladší Brepta si vezme všechny zbývající oříšky. Při dělení oříšků veverčátka zjistila, že každý dostal stejně. Kolik oříšků dostali celkem?**

***Řešení:***

Zoubek …………...1 + $\frac{x-1}{7}$ oříšků

Zrzek ……………..2 + $\dfrac{x-2-1-\frac{x-1}{7}}{7}$ oříšků

<u>celkem ……………x oříšků</u>

$$1+\frac{x-1}{7}=2+\frac{x-2-1-\frac{x-1}{7}}{7}$$

$$\frac{x-1}{7}=1+\frac{x-3-\frac{x-1}{7}}{7}\quad /\cdot 7$$

$$x-1=7+x-3-\frac{x-1}{7}$$

$$-5=\frac{1-x}{7}$$

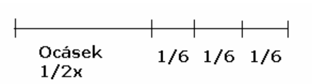
$$-35=1-x$$

$$\underline{\underline{36=x}}$$

***Odpověď:*** Veverčátka dostala celkem 36 oříšků.

**Myšák si přinesl do domečku obilí. Polovinu snědl sám, 2/3 ze zbytku snědla Agáta a pět zrníček nechala pro děti. Kolik oříšků Myšák přinesl?**

***Řešení:***




$$\frac{1}{6}x = 5$$

$$\underline{x = 30}$$

***Odpověď:*** Myšák přinesl 30 oříšků.

**Čitatel zlomku je o 4 menší než jmenovatel. Jestliže od čitatele i jmenovatele zlomku odečteme 2, dostaneme $\frac{3}{7}$. Určete původní zlomek.**

***Řešení 1:***

Počítání odzadu:

$$\frac{3+2}{7+2} = \underline{\underline{\frac{5}{9}}}$$

***Řešení 2:***

Počítání odpředu:

Původní zlomek $\frac{x+4}{x}$

$$\frac{x-4-2}{x-2} = \frac{3}{7} \qquad / \cdot 7(x-2)$$

$$7x - 42 = 3x - 6$$

$$4x = 36$$

$$\underline{x = 9}$$

$$\frac{9-4}{9} = \underline{\underline{\frac{5}{9}}}$$

***Odpověď:*** Původní zlomek byl $\frac{5}{9}$.

**Při závodu v motokrosu jela třetina závodníků před Tomášem a polovina závodníků za Tomášem. Kolik chlapců závodilo?**

***Řešení:***

$$\frac{1}{3}x + 1 + \frac{1}{2}x = x \qquad / \cdot 6$$

2x + 6 + 3x = 6x

<u>6 = x</u>

***Odpověď:*** Závodilo 6 chlapců.

**Otakar pil kávu. Nejdříve vypil třetinu kávy a šálek dolil mlékem tak, aby byl opět plný. Pak vypil šestinu nápoje a opět šálek dolil mlékem. Nakonec vypil polovinu nápoje, šálek dolil mlékem a vypil ho a ž do dna. Čeho vypil více, kávy nebo mléka a o kolik?**

***Řešení:***

| **hrnek** | **mléko (vypil)** | **káva (vypil)** |
|---|---|---|
| káva | --------------------- | $\frac{1}{3}$ kávy |
| $\frac{2}{3}$ kávy $+\frac{1}{3}$ mléka | $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{18}$ mléka | $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{9}$ kávy |
| $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{9}\right)$ kávy $+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{18}+\frac{1}{6}\right)$ mléka<br>$=\frac{6-1}{9}$ kávy $+\frac{6-1+3}{18}$ mléka<br>$=\frac{5}{9}$ kávy $+\frac{8}{18}$ mléka | $\frac{4}{9}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{9}$ mléka | $\frac{5}{9}\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{18}$<br>kávy |
| $\left(\frac{5}{9}-\frac{5}{18}\right)$ kávy $+\left(\frac{4}{9}-\frac{2}{9}+\frac{1}{2}\right)$ mléka<br>$\frac{5}{18}$ kávy $+\frac{10}{18}$ mléka | $\frac{10}{18}$ mléka | $\frac{5}{18}$ kávy |

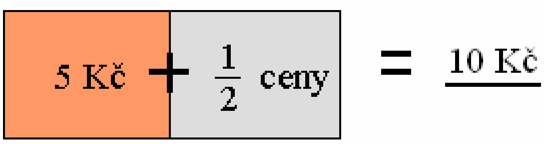
Mléko: $\frac{1}{18}+\frac{2}{9}+\frac{10}{18}=\frac{18}{18}=\underline{\underline{1}}$ sklenice

Káva: $\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{5}{18}+\frac{5}{18}=\frac{18}{18}=\underline{\underline{1}}$ sklenice

***Odpověď:*** Otakar vypil stejně mléka jako kávy.

**Kolik stojí cihla, když její cena je 5 korun a polovina ceny cihly?**

***Řešení 1:***




***Řešení 2:***

$5+\frac{x}{2}=x \quad /\cdot 2$

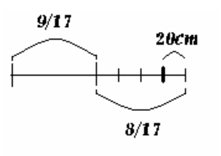
$10 + x = 2x$

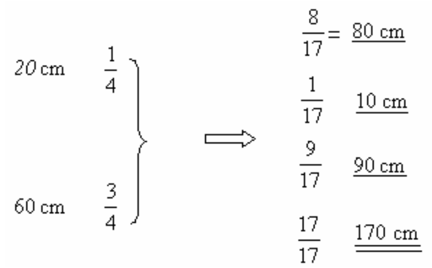
$\underline{x = 10}$

***Odpověď:*** Zmrzlina stojí 10 korun.

**Petr spotřeboval $\frac{9}{17}$ kabelu, pak uřízl ještě $\frac{3}{4}$ ze zbytku a zbylo 20 cm. Kolik měřil celý kabel a jednotlivé díly?**

***Řešení:***




***Odpověď:*** Celý kabel měřil 170 cm. Nejprve uřízl 90cm, pak 60cm.

**Jak se může o sedm pomerančů rozdělit sedm sester tak, aby každá dostala jeden pomeranč a jeden zůstal v pytlíku?**

***Odpověďˇ:*** Jedna ze sester dostane pomeranč i s pytlíkem.

**Auto má ujet stanovenou trasu za 8 hodin. Za první hodinu ujelo $\frac{1}{9}$ cesty, za druhou hodinu $\frac{1}{6}$ cesty. Dodržuje potřebnou průměrnou rychlost?**

***Řešení 1:***

| | | |
|---|---|---|
| Za 1. hod. ujelo | $\frac{1}{9}$ cesty | $\frac{1}{9}\cdot 8$ ….jelo pomalu |
| Za 2. hod. ujelo | $\frac{1}{6}$ cesty | $\frac{1}{6}\cdot 8$ …jelo rychleji |

***Řešení 2:***

Za 2 hodiny ujelo ……. $\frac{1}{9}+\frac{1}{6}=\frac{5}{18}$

Za 8 hodin ujelo ........... $\frac{5}{18}\cdot 4=\frac{20}{18}>\ 1$……auto jelo rychleji

***Odpověď:*** Auto nedodržovalo potřebnou průměrnou rychlost, jelo rychleji.

**Kohoutkem na studenou vodu se naplní polovina vany za 6 min. Kohoutkem na teplou vodu se naplní druhá polovina vany za 10 min. Za jak dlouho se naplní $\frac{2}{3}$ vany, otevřeme-li oba kohoutky současně?**

***Řešení:***

| Vana se naplní | Za 1 min. se naplní | 2 kohoutky současně naplní za 1 min. |
|---|---|---|
| Za 12 min. | $\frac{1}{12}$ vany | $\frac{1}{12}\ \frac{1}{20}\ \frac{2}{15}$ |
| Za 20 min | $\frac{1}{20}$ vany | |

$\frac{2}{15}$ vany se naplní za 1 minutu

$\frac{2}{3}$ vany se naplní za x min.

$\frac{2}{3} \div \frac{2}{15} = \underline{\underline{5}}$ min.

Zk.: $\frac{5}{12} + \frac{5}{20} = \frac{2}{3}$

***Odpověď:*** Otevřeme-li oba kohoutky současně, $\frac{2}{3}$ vany se naplní za 5 minut.

**Paní Spořivá šla kupovat ovocný kompot a v obchodě zjistila, že mají tři druhy balení. Sklenička s $\frac{3}{8}$ litru kompotu stojí 16,20 Kč, sklenička s $\frac{1}{3}$ litru kompotu stojí 15,50 Kč a sklenička s 0,4 litru kompotu stojí 18 Kč. Které balení je nejvýhodnější?**

***Řešení:***

1. ……….16,20 : 3 · 8 = <u>43,20 Kč/l</u>
2. kompot (litr)………..15,5 · 3 = 46,5 Kč/l
3. kompot (litr)………..18 : 4 ·10 = 45 Kč/l

***Odpověď:*** Nejvýhodnější balení bylo $\frac{3}{8}$ litru, jeden litr by totiž stál 43,20 Kč.

**Při stále stejných krmných dávkách vystačí hospodáři Pšeničkovi pytel šrotu jedné krávě na měsíc, jednomu praseti na 2 měsíce a jedné ovci na 5 měsíců. Na kolik měsíců vystačí zásoba 28 stejných pytlů šrotu dohromady dvěma kravám, čtyřem prasatům a osmi ovcím?**

***Řešení:***

1 kráva………….... 1 pytel za měsíc ………..x

1 prase…………… $\frac{1}{2}$ pytle za měsíc ………$\frac{1}{2}$ x

1 ovce…………….  $\frac{1}{5}$ pytle za měsíc ……….. $\frac{1}{5}$ x

$$2x + 4 \cdot \frac{1}{2}x + 8 \cdot \frac{1}{5}x = 28$$

$$2x + 2x + \frac{8}{5}x = 28 / \cdot 5$$

$$20x + 8x = 140$$

$$28x = 140$$

<u>x = 5 měsíců</u>

***Odpověď:*** Zásoba 28 stejných pytlů šrotu vydrží hospodáři Pšeničkovi 5 měsíců.

**Tři chlapci Jenda, Mirek a Jirka se rovným dílem podělili o pět stejných konzerv. Dvě z nich přinesl Jenda a zbylé tři Mirek. Jirka se odměnil oběma kamarádům za toto pohoštění tak, že jim rozdal spravedlivě 5 pomerančů. Kolik pomerančů dostal Jenda a kolik Mirek?**

***Řešení:***

Každý snědl $\frac{5}{3}$ konzervy.

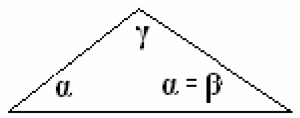
Jenda dal Jirkovi $2 - \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$ konzervy.

Mirek dal Jirkovi $3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$ konzervy.

***Odpověď:*** Jirka dal 4 pomeranče Mirkovi a 1 Jendovi.

**V rovnoramenném trojúhelníku odpovídá součet úhlů při základně $\frac{7}{8}$ velikosti zbývajícího úhlu. Určete velikosti všech vnitřních úhlů v tomto trojúhelníku.**

***Řešení:***




$$\alpha + \alpha = \frac{7}{8}\chi$$
$$\underline{\alpha + \alpha + \chi = 180}$$
$$2\alpha - \frac{7}{8}\chi = 0$$
$$\underline{2\alpha + \chi = 180}$$
$$\frac{15}{8}\chi = 180$$
$$\chi = 1440$$
$$\underline{\chi = 96^\circ}$$

$$\alpha \ldots\ldots\ldots 180 - 96 = 84$$
$$\alpha = 84 : 2 = \underline{42}^\circ$$

***Odpověď:*** Trojúhelník má úhly 42˚, 42˚ a 96˚.

**Do divadla přicházejí návštěvníci. Každou minutu se jejich počet zdvojnásobí. Všechna sedadla jsou obsazena za čtyři minuty. Za kolik minut bude obsazena čtvrtina sedadel?**

***Řešení:***

Obsadí se:

za 4 minuty ...1 (všechna sedadla)

za 3 minuty...$\frac{1}{2}$ sedadel

<u>za 2 minuty</u> ...$\frac{1}{4}$ sedadel

***Odpověď:*** Čtvrtina sedadel bude obsazena ze 2 minuty.

**Kolik je jedna čtvrtina poloviny z dvojnásobku 32?**

***Řešení:***

Polovina z dvojnásobku 32 je 32.

Čtvrtina z toho je …………$32 \cdot \frac{1}{4} = \underline{\underline{8}}$

***Odpověď:*** Jedna čtvrtina poloviny z dvojnásobku 32 je 8.

**Selka Žíznivá šla se džbánkem pro pivo. Hostinský Podmíra plnil džbánek takto: Nejprve nalil do džbánku čtvrt litru vody, což činilo $\frac{3}{16}$ objemu džbánku. Poté do něj natočil pivo tak, že byl džbánek naplněn do $\frac{3}{4}$ svého objemu. Určete objem piva ve džbánku.**

***Řešení:***

| | | | |
|---|---|---|---|
| Po 1. kroku | voda | $\frac{3}{16}$ džbánku | $\frac{1}{4}$ litru |
| Po 2. kroku | voda + pivo | $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$ džbánku | 1 litr |
| | pivo | $\frac{12}{16} - \frac{3}{16} = \frac{9}{16}$ | $\boxed{\frac{3}{4}}$ litru |

***Odpověď:*** Ve džbánku jsou $\frac{3}{4}$ litru.

**Přepravka s jablky měla hmotnost 19 kg. Po spotřebování poloviny jablek byla její hmotnost 10 kg. Jaká je hmotnost prázdné přepravky?**

***Řešení:***

Polovina jablek………………. ….9 kg.

Všechna jablka …….. …..$9 \cdot 2 = 18$ kg

Prázdná přepravka ….$19 - 18 = 1$ kg

***Odpověď:*** Prázdná přepravka má hmotnost 1 kg.

**Chlapci si plánovali třídenní výlet s tím, že každý den ujdou třetinu celé trasy. To dodrželi jen první den. Druhý den ušli pouze třetinu zbylé cesty a třetí den, unaveni, jen čtvrtinu zbytku. Posledních 24 km do cíle se svezli stopem. Jak dlouhý měl být celý výlet a kolik kilometrů ušli chlapci první, druhý a třetí den?**

***Řešení:***

1. den.............. $\frac{1}{3}x$ $\qquad$ $\frac{1}{3}\cdot 72 = 24\text{ km}$

2. den.............. $\frac{2}{3}x\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{9}x$ $\qquad$ $\frac{2}{9}\cdot 72 = 16\text{ km}$

3. den

$$\frac{1}{4}\left[x-\left(\frac{1}{3}x+\frac{2}{9}x\right)\right]+24=$$

$$=\frac{1}{4}\left(x-\frac{5}{9}x\right)+24=$$

$$=\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{9}x+24=$$

$$=\frac{4}{36}x+24=$$

$$=\frac{1}{9}x+24$$

$\frac{1}{9}\cdot 72 + 24 = 32\text{ km}$

délka cesty ........x $\qquad$ Zk. .........72 km

$$\frac{1}{3}x+\frac{2}{9}x+\frac{1}{9}x+24=x \qquad /9$$

$$3x+2x+x+216=9x$$

$$216=3x$$

$$\underline{x=72km}$$

***Odpověď:*** Výlet měl být dlouhý 72 km. První den ušli chlapci 24 km, druhý den 16 km a třetí den 32 km.

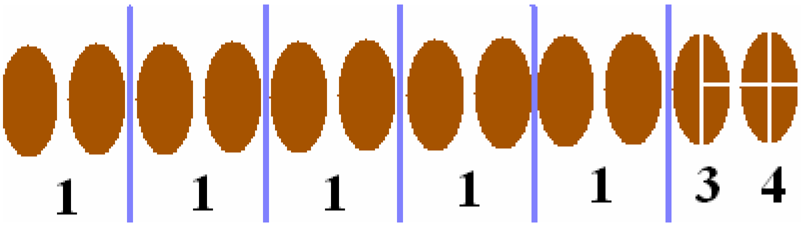
**Cecilka vstala do školy ráno ve čtvrt na osm. Spala deset a půl hodiny. V kolik hodin šla spát?**

***Odpověď:*** Cecilka šla spát v 8.45 hod.

**Dvanáct lidí nese dvanáct chlebů. Každý muž nese dva chleby, každá žena polovinu chleba a každé dítě čtvrtinu chleba. Kolik bylo mužů, žen a dětí?**

***Řešení:***

Úlohu vypočítáme nejsnáze, pokud si chleby znázorníme. Osob bylo 12. Rozdělíme-li 1 chleba na čtvrtiny, máme už čtyři osoby a to děti. Většinu chlebů tedy musíme přiřadit mužům. Další děti a ženy znázorníme tak, aby byl výsledný počet 12 osob.




***Odpověď:*** Chleby neslo 5 mužů, 1 žena a 6 dětí.

**V myším doupěti je $\frac{1}{4}$ myší bílých a $\frac{3}{4}$ myší šedých. Červené oči má polovina myší bílých a pětina myší šedých. Kolik myší žije v doupěti, jestliže celkem 99 myší má červené oči?**

***Řešení:***

Bílých myší s červenýma očima .............. $\frac{1}{4}x \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}x$

Šedých myší s červenýma očima ............ $\frac{3}{4}x \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{20}x$

<u>Bílých a šedých myší s červenýma očima................99</u>

$\frac{1}{8}x + \frac{3}{20}x = 99 \qquad / \cdot 40$

$5x + 6x = 3960$

$\underline{x = 360}$

***Odpověď:*** V myším doupěti žije 360 myší.

**Tomáš utratil $\frac{2}{5}$ z ušetřených peněz za ovoce a $\frac{1}{4}$ za čokoládu. Zůstalo mu 21 Kč. Kolik Kč utratil za ovoce a kolik za čokoládu?**

***Řešení:***

$$\frac{2}{5}x + \frac{1}{4}x + 21 = x$$
$$21 = x - \frac{2}{5}x - \frac{1}{4}x \,/\cdot 20$$
$$420 = 20x - 8x - 5x$$
$$420 = 7x$$
$$\underline{x = 60 Kč}$$

Celkem měl Tomáš 60 Kč.

$60 \cdot \frac{2}{5} = 12 \cdot 2 = \underline{\underline{24}}$ Kč utratil za ovoce

$60 \cdot \frac{1}{4} = \underline{\underline{15}}$ Kč utratil za čokoládu

***Odpověď* :** Tomáš utratil 24 Kč za ovoce a 15 Kč za čokoládu.

**Matěj si koupil lístek do Brna za 356 Kč . Dostal studentskou slevu, platil tedy o $\frac{1}{5}$ méně, než bez studentské kartičky. Kolik stojí lístek bez slevy?**

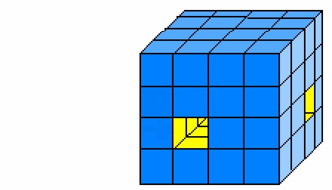
***Řešení:***

$\frac{4}{5}$ …… 356 Kč

$\frac{5}{5}$ ……. $\boxed{\text{445 Kč}}$

***Odpověď*:** Lístek bez slevy stojí 445 Kč.

**Vyjádřete zlomkem, jakou část zaujímá v krychli tunel.**



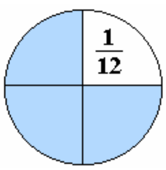
celkem …………….$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ kostek

tunel ……………… 5 kostek…….

$\boxed{\frac{5}{64} \text{ kostky}}$

**Myslím si číslo. Když od něj odečtu $\frac{3}{4}$, dostanu $\frac{1}{12}$. Které číslo si myslím?**

***Řešení 1:***




$\frac{1}{12} \cdot 4 = \frac{4}{12} = \underline{\frac{1}{3}}$

***Řešení 2:***

$\frac{1}{4}x = \frac{1}{12}$

$x = \frac{4}{12} = \underline{\frac{1}{3}}$

***Odpověď:*** Myslím číslo $\frac{1}{3}$.

**Kanystr zcela naplněný benzinem měl hmotnost 15,5 kg. Po odlití poloviny benzinu byla jeho hmotnost 8,5 kg. Jakou hmotnost má prázdný kanystr?**

***Řešení:***

Polovina benzínu ……..15,5 - 8,5 = 7 kg

Benzín ………………..14 kg

Kanystr ……………….15,5 – 14 = <u>1,5 kg</u>

***Odpověď:*** Prázdný kanystr má hmotnost 1,5 kg

**Dvě sesterské firmy měly původně dohromady 5700 zaměstnanců. V době, kdy ještě nehrozila ekonomická krize, firma Janson zvýšila počet zaměstnanců o $\frac{2}{5}$, firma Fricon o $\frac{1}{5}$. Nyní mají obě firmy celkem 7650 zaměstnanců. Kolik zaměstnanců má nyní každá firma.**

***Řešení:***

Celkem ( původně) ……5 700 zaměstnanců

Janson ……….. x + $\frac{2}{5}x$ zaměstnanců

Fricon ……….y + $\frac{1}{5}y$ zaměstnanců

Celkem ( nyní) … 7650 zaměstnanců

$$x + y = 5700$$
$$\frac{2}{5}x + \frac{1}{5}y = 1950 \,/\cdot 5$$

$$x + y = 5700$$
$$2x + y = 9750$$
$$\underline{x = 4050}$$

Janson …….4050 + $\frac{2}{5} \cdot 4050 = 4050 + 1620 = \underline{\underline{5670}}$ zaměstnanců

Fricon ……7650 – 5670 = $\underline{\underline{1980}}$ zaměstnanců

***Odpověď:*** Firma Janson má nyní 5670 zaměstnanců a firma Fricon 1980 zaměstnanců.

**Honzíčkova láhev o objemu $\frac{1}{3}$ l je naplněna ze $\frac{3}{4}$ mlékem. Kolik mléka zůstane v láhvi, upije-li z ní 200 ml?**

***Řešení:***

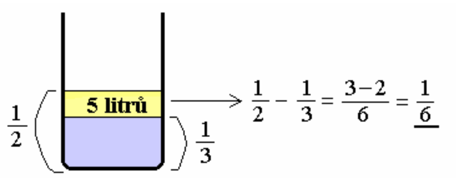
V láhvi je $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ litru mléka, tj. 250ml.

$250 - 200 = \underline{50 \text{ ml}}$

***Odpověď:*** V láhvi zůstane 50 ml mléka.

**Nádoba je do třetiny naplněna vodou. Když do ní přilijeme 5 litrů vody, bude naplněna do poloviny. Určete objem nádoby.**

***Řešení 1:***




$\frac{1}{6}$ nádoby je 5 litrů $\longrightarrow$ $5 \cdot 6 = \underline{30}$

***Řešení 2:***

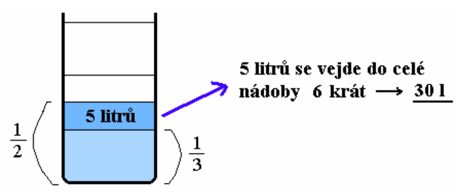
$\frac{x}{3} + 5 = \frac{x}{2} \quad /\cdot 6$

$2x+30 = 3x$

$\underline{30 = x}$

***Řešení 3:***

Objem nádoby můžeme zjistit již pouhým pohledem na nákres.




***Odpověď:*** Nádoba má objem 30 l.

**Kolik minut jsou $\frac{2}{3}$ dne?**

***Řešení:***

24 : 3 = 16 hod.

$16 \cdot 60 = \underline{960 \text{ min.}}$

***Odpověď:*** $\frac{2}{3}$ dne jsou 960 minut.

**Od poledne uplynul čas, který tvoří právě jednu čtvrtinu času, který zbývá do půlnoci téhož dne. Kolik je nyní hodin?**

***Řešení:***

Mezi polednem a půlnocí je 12 hodin. Čtvrtina z toho jsou 3 hod.

Je tedy 15:00 hodin.

***Odpověď:*** Nyní je 15:00 hodin.

**Pan Bílek měl na dvorku bílé a černé slepice. Kolik slepic je celkem na dvorku, jestliže polovina všech slepic a půl slepice jsou bílé slepice a 11 slepic je černých?**

***Řešení 1:***

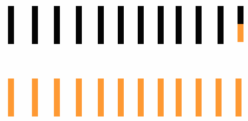
bílých .........12

černých ….....11

kropenatých…1

Celkem …….<u>24</u>

***Řešení 2:***



Celkem <u>24</u>.

***Odpověď:*** Pan Bílek má 24 slepic.

**Klára se rozdělila se svými třemi spolužačkami o sáček bonbónů tak, že každá dostala šestinu všech a ještě dva. Na Kláru jich zůstalo šest. Kolik bonbónů bylo v sáčku?**

***Řešení:***

3 spolužačky …… $3 \cdot \left( \frac{1}{6}x + 2 \right)$ bonbónů

Klára …………………… 6 bonbónů

<u>Celkem…………………..... x bonbónů</u>

$3 \cdot \left( \frac{1}{6}x + 2 \right) + 6 = x$

$\frac{1}{2}x + 6 + 6 = x$

$\frac{1}{2}x = 12$

$\underline{x = 24}$

***Odpověď:*** V sáčku bylo 24 bonbónů.

**Které číslo musíme zvětšit o jeho pětinu, abychom dostali 150?**

***Řešení:***

$x + \frac{1}{5}x = 150$

$5x + x = 750$

$6x = 750$

$\underline{x = 125}$

***Odpověď:*** Musíme zvětšit číslo 125.

**Cestovatel se dostal do oblasti, kde rozdíl mezi denní a noční teplotou je tak velký, že se to projeví na chodu hodinek. Ve dne se předběhnou o půl minuty, kdežto v noci se o třetinu minuty zpozdí. Ráno 1. května ukazovaly správný čas. Kterého dne půjdou napřed o 5 minut?**

***Řešení:***

Den …….. $+\frac{1}{2}$ min.

Noc …….. $-\frac{1}{3}$ min.

$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ min. …..Každý den jdou o $\frac{1}{6}$ min. napřed než den předchozí.

5 min. ................ $30 \cdot \frac{1}{6}$ min.

30 dní

***Odpověď:*** O pět minut napřed půjdou hodinky 31.května.

**Kdysi prý jeden Arab odkázal svým třem synům sedmnáct koní, arabských a velice cenných. V závěti stálo, že nejstarší má dostat polovinu z celkového počtu koní, mladší jednu třetinu a nejmladší jednu devítinu. Ukázalo se však, že jedna polovina ze sedmnácti nedává celé číslo, stejně tak ani třetina a devítina. Na pomoc jim přišel soused se svým jedním koněm a dědictví rozdělil. Přišel soused o svého koně?**

***Řešení:***

Soused přidal svého jednoho koně k ostatním a tak jich bylo 18. Z osmnácti potom vypočítal polovinu, což bylo 9 koní pro nejstaršího syna, třetinu, což bylo 6 koní pro mladšího syna, i devítinu, což byly 2 koně pro nejmladšího syna.

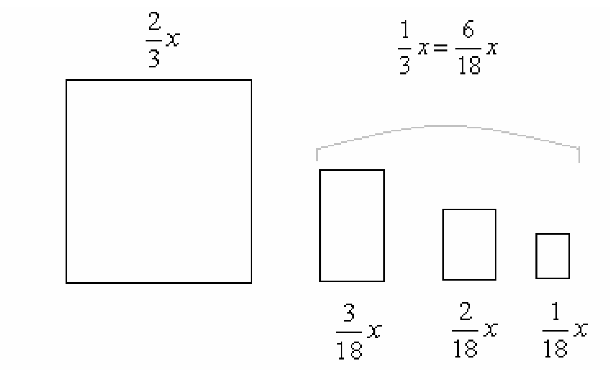
$9 + 6 + 2 = 17$

Takže soused si svého koně zase mohl odvést.

***Odpověď:*** Soused o svého koně nepřišel.

**Benzín je uskladněn ve čtyřech zcela naplněných nádržích. V hlavní nádrži jsou $\frac{2}{3}$ celkového objemu benzínu. Objemy benzínu ve zbylých třech rezervních nádržích jsou v poměru 3 : 2 : 1. V hlavní nádrži je o 5 500 l benzínu víc, než v nejmenší rezervní nádrži. Jaký je celkový objem uskladněného benzínu?**

**Řešení:**




$$\frac{2}{3}x-\frac{1}{18}x=5500$$
$$12x-x=99000$$
$$11x=99000$$
$$\boxed{x=9000\,\text{litrů}}$$

**Odpověď:** Celkový objem uskladněného benzínu je 9000 litrů.

**Do kbelíku se vejde $6\frac{2}{5}$ kg písku. Kolika kbelíky odnesou 0,64 tun písku?**

***Řešení:***

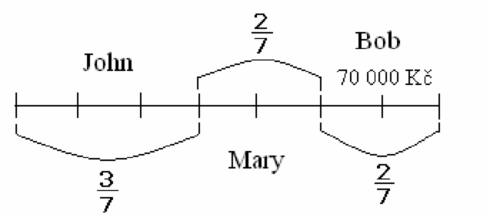
Převedeme na stejné jednotky: 0,64t = 640kg

$$640\div 6\frac{2}{5}=640\div\frac{32}{5}=640\cdot\frac{5}{32}=20\cdot 5=\underline{100}$$

***Odpověď:*** 0,64 tun písku odnesou 100 kbelíky.

**Zloději se dohadovali o ukradené peníze. Velký John rozhodl, že $\frac{3}{7}$ peněz si ponechá sám, polovinu zbytku dá jeho družce Mary a druhá polovina zbytku připadne Bobovi. Když si peníze rozdali, Bob byl naštvaný, protože dostal jen 70000 Kč. Kolik korun si nechal John?**

***Řešení 1:***




Jeden dílek ……………70 000 : 2 = 35 000

Sedm dílků (celkem) ….35 000 · 7 = 245 000

John dostal ………..3 · 35 000 = <u>105 000 Kč</u>

***Řešení 2:***

Bob ………….. $\frac{2}{7} = 70\,000$ Kč

celkem ………. $\frac{7}{7} = 7 \cdot 70\,000 = 245\,000$ Kč

John...................245 000 –2 · 70 000 = <u>105 000 Kč</u>

***Odpověď:*** John si nechal 105 000 Kč.

**Třída 7.A má 36 a 7.B 32 žáků. Čtvrtina žáků ze 7.A je nemocných, dalších 9 je na zájezdě v Anglii a třetina zbytku je u zubaře. V 7.B je polovina nemocných, v Anglii je polovina zbytku a u zubaře není nikdo. Třídy byly spojeny. Kolik žáků je právě v této spojené třídě přítomno?**

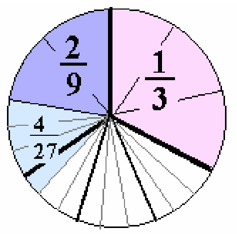
***Řešení:***

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7A ) | $\frac{1}{4}$ nemocných<br>$36 - 9 = 27$ | 9 na zájezdě<br>$27 - 9 = 18$ | Třetina zbytku je u zubaře<br>$18 - 6 = \underline{12}$ dětí |
| 7B ) | $32 - 16 = 16$ | V Anglii je polovina zbytku | $\frac{16}{2} = \underline{8}$ dětí |
| | | celkem | $\underline{\underline{20}}$ dětí |

***Odpověď:*** Ve třídě je přítomno 20 dětí.

**Dokážete s pomocí náčrtku odpovědět na následující otázku? Jaká část kruhu zbyla, jestliže z něho byla odříznuta nejprve třetina, potom třetina zbytku a nakonec znovu třetina zbytku?**

***Řešení:***




$\frac{1}{3}$ kruhu byla odříznuta. Zbylo: $\frac{2}{3}$

Z tohoto zbytku byla třetina odříznuta: $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\underline{\frac{2}{9}}$. Zbylo: $\frac{2}{3}-\frac{2}{9}=\frac{6-2}{9}=\frac{4}{9}$

Z tohoto zbytku byla opět třetina odříznuta: $\frac{4}{9}\cdot\frac{1}{3}=\underline{\frac{4}{27}}$ Zbylo: $\frac{4}{9}-\frac{4}{27}=\frac{12-4}{27}=\underline{\underline{\frac{8}{27}}}$

***Odpověď:*** Zbylo $\frac{8}{27}$ kruhu.

**Urči číslo, jehož tři pětiny jsou rovny čtyřem devítinám čísla 270.**

***Řešení:***

$$\frac{3}{5}x=\frac{4}{9}\cdot 270$$

$$\frac{3}{5}x=4\cdot 30$$

$$\frac{3}{5}x=120 \quad /\cdot 5$$

$$3x=600$$

$$\underline{x=200}$$

**Zjistěte všechny momenty, kdy se na hodinách přesně kryjí hodinová a minutová ručička. Přesný čas, kdy se ručičky na ciferníku kryjí mezi číslicemi 7 a 8, vyjádřete v hodinách, minutách a sekundách.**

***Řešení:***

Doporučuji nakreslit si ciferník a zakreslit do něj přibližná místa, kde se rafičky kryjí. Zjistíme, že se rafičky kryjí pravidelně a to v 0 h, a pak během 12 hodin ještě 10x.

To znamená, že rozdělíme 12 h na 11 dílků. Takže okamžiky, kdy se ručičky kryjí, jsou:

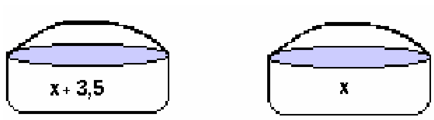
$$\boxed{0\text{ h},\ 1\frac{1}{11}\text{ h},\ 2\frac{2}{11}\text{ h},\ 3\frac{3}{11}\text{ h},\ 4\frac{4}{11}\text{ h},\ 5\frac{5}{11}\text{ h},\ 6\frac{6}{11}\text{ h},\ 7\frac{7}{11}\text{ h},\ 8\frac{8}{11}\text{ h},\ 9\frac{9}{11}\text{ h},\ 10\frac{10}{11}\text{ h}}$$

Přesný čas: $7\frac{7}{11}\text{ h} = 7\text{ h } \frac{420}{11}\text{ min} = 7\text{ h } 38\text{ min } \frac{120}{11}\text{ s} =$ $\boxed{7\text{ h } 38\text{ min } 10\frac{10}{11}\text{ s}}$

**V jednom košíku bylo o $3\frac{1}{2}$ kg jablek více než v druhém. Jaký rozdíl zůstane, když z prvního košíku přendáme $1\frac{4}{5}$ kg jablek do druhého.**

***Řešení:***

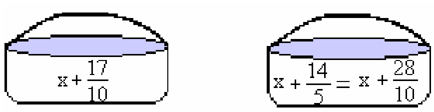
Před….




$$3\frac{1}{2} - 1\frac{4}{5} = \frac{35-18}{10} = \underline{\frac{17}{10}}$$

V prvním košíku bude o $1\frac{7}{10}$ kg jablek více.

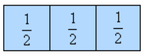
Po….




***Odpověď:*** Ve druhém košíku bude o $\frac{11}{10}$ kg jablek více.

**Z kterého čísla je $\frac{1}{2}$ třetina?**

***Řešení 1:***




$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$$

***Řešení 2:***

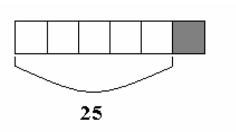
$$\frac{1}{2}=\frac{1}{3}x \quad /\cdot 6$$

3 = 2x

$$\underline{1\frac{1}{2}=x}$$

**Kterého čísla šestina je o 25 menší než hledané číslo?**

***Řešení 1:***




$\underline{x=30}$

***Řešení 2:***

$$\frac{x}{6}+25=x$$

$$x+150=6x$$

$$5x=150$$

$$\underline{x=30}$$

**Ze dvou domů má právě jeden o třetinu podlaží více než druhý. Dohromady mají oba domy 28 podlaží. Kolik podlaží má každý z nich?**

***Řešení:***

| | | |
|---|---|---|
| Dům A …………… | x podlaží | 12 |
| Dům B ………… x + | $\frac{1}{3}x$ podlaží | 12+4=16 |
| Dohromady……… | 28 podlaží | Zk.: 28 |

$$x+x+\frac{1}{3}x=28$$

$$2\frac{1}{3}x=28$$

$$\frac{7}{3}x=28$$

$$7x=84$$

$\underline{x=12}$ podlaží

***Odpověď:*** Jeden dům má 12 a druhý 16 podlaží.

**Kristýna má 3 potkánky. Vážila je a zjistila, že Vocásek váží jedenapůlkrát více než Hryzalka a jejich mládě Hoblinka váží o polovinu méně než jeho matka. Všichni dohromady váží 30 dkg. Kolik váží Vocásek?**

***Řešení 1:***

| | |
|---|---|
| Vocásek | $1\frac{1}{2}$ x dkg |
| Hryzalka | x dkg |
| Hoblinka | $\frac{1}{2}$ x dkg |
| Celkem váží | 30 dkg |

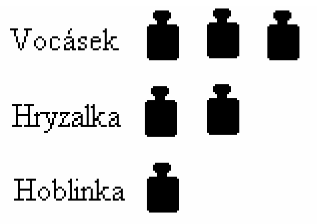
$1\frac{1}{2}\text{x} + \text{x} + \frac{1}{2}\text{x} = 30$

6x = 30

$\underline{\text{x} = 5 \text{ kg}}$

Vocásek váží 3 · 5 = $\underline{15 \text{ dkg}}$

***Řešení 2:***

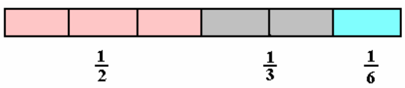



| | |
|---|---|
| 6 dílků…… | 30 dkg |
| 1 dílek…… | 5 dkg |
| 3 dílky…… | $\underline{15 \text{ dkg}}$ |

***Odpověď:*** Vocásek váží 15 dkg.

**Kterého čísla polovina, třetina a šestina je dohromady 48?**

***Řešení 1:***




Již pouhým pohledem na nákres zjistíme, že se jedná o celek.

$\underline{x = 48}$

***Řešení 2:***

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x = 48$

$\frac{3+2+1}{6}x = 48$

$\frac{6}{6}x = 48$

$\underline{x = 48}$

**Vítek se při hodině fyziky bavil tím, že přeléval vodu mezi třemi zkumavkami. Nejprve přelil po jedné třetině vody z druhé zkumavky do první a třetí. Poté přelil po jedné čtvrtině vody z první zkumavky do druhé a třetí a nakonec ještě po jedné pětině vody ze třetí zkumavky do první a druhé zkumavky. Pak bylo v každé zkumavce po jednom litru vody. Kolik vody měl Vítek původně v jednotlivých zkumavkách?**

***Řešení 1:***

(o konce

Na konci po třetím přelévání měl v každé zkumavce po jednom litru vody. Jeden litr ve třetí zkumavce představuje $\frac{3}{5}$ množství vody, jež bylo v této nádobě před třetím přeléváním. Přeléval tedy po $\frac{1}{3}$ litru. Tuto vodu jakoby vrátíme zpátky:

| | 1. zkumavka | 2. zkumavka | 3. zkumavka |
|---|---|---|---|
| Po 3. přelévání | 1 | 1 | 1 |
| Přelévání zpátky | $-\frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{3}$ | $+\frac{2}{3}$ |
| Před 3. přeléváním | $\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{5}{3}$ |

V první nádobě jsou nyní $\frac{2}{3}$ litru, které představují $\frac{2}{4}$ množství vody v této nádobě před druhým přeléváním. Opět přeléval po $\frac{1}{3}$ litru. Tuto vodu zase vrátíme zpátky:

| | 1. zkumavka | 2. zkumavka | 3. zkumavka |
|---|---|---|---|
| Po 2. přelévání | $\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{5}{3}$ |
| Přelévání zpátky | $+\frac{2}{3}$ | $-\frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{3}$ |
| Před 2. přeléváním | $\frac{4}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{4}{3}$ |

Celou úvahu zopakujeme ještě jednou. Množství vody v druhé nádobě představuje 1 3 původního množství vody v této nádobě. Znamená to, že zpět vrátíme po $\frac{1}{3}$ litru vody:

| | 1. zkumavka | 2. zkumavka | 3. zkumavka |
|---|---|---|---|
| Po 1. přelévání | $\frac{4}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{4}{3}$ |
| Přelévání zpátky | $-\frac{1}{3}$ | $+\frac{2}{3}$ | $-\frac{1}{3}$ |
| Před 2. přeléváním | 1 | 1 | 1 |

***Řešení 2:***

od začátku

| | 1. zkumavka (v litrech) | 2. zkumavka (v litrech) | 3. zkumavka (v litrech) |
|---|---|---|---|
| Na začátku | $a$ | $b$ | $c$ |
| 1. přelévání | $+\frac{b}{3}$ | $-2\cdot\frac{b}{3}$ | $+\frac{b}{3}$ |
| Po přelévání | $a+\frac{b}{3}$ | $\frac{b}{3}$ | $c+\frac{b}{3}$ |
| 2. přelévání | $-2\cdot\frac{a+\frac{b}{3}}{4}$ | $+\frac{a+\frac{b}{3}}{4}$ | $\frac{a+\frac{b}{3}}{4}$ |
| Po přelévání | $\frac{a}{2}+\frac{b}{6}$ | $\frac{a}{4}+\frac{5b}{12}$ | $\frac{a}{4}+\frac{5b}{12}+c$ |
| 3. přelévání | $+\frac{\frac{a}{4}+\frac{5b}{12}+c}{5}$ | $+\frac{\frac{a}{4}+\frac{5b}{12}+c}{5}$ | $-2\cdot\frac{\frac{a}{4}+\frac{5b}{12}+c}{5}$ |
| Na konci | $\frac{11a}{20}+\frac{b}{4}+\frac{c}{5}$ | $\frac{3a}{10}+\frac{b}{2}+\frac{c}{5}$ | $\frac{3a}{20}+\frac{b}{4}+\frac{3c}{5}$ |

$$\frac{11a}{20}+\frac{b}{4}+\frac{c}{5}=1$$
$$\frac{3a}{10}+\frac{b}{2}+\frac{c}{5}=1$$
$$\frac{3a}{20}+\frac{b}{4}+\frac{3c}{5}=1$$

$$11a+5b+4c=20$$
$$6a+10b+4c=20$$
$$\underline{3a+5b+12c=20}$$

$5a-5b=0$ To znamená, že $a=b$. Dosadíme do 2. a 3. rovnice.

$16a+4b=0$ To znamená, že $a=c$.

**Odpověď:** Vítek měl na začátku přelévání stejné množství vody jako na konci, tzn. 1l vody.

**Hmotnost prázdné dodávky je 2 000 kg. Dodávka byla plně naložena. Náklad představoval $\frac{4}{5}$ celkové hmotnosti naložené dodávky. Na první zastávce byla vyložena čtvrtina nákladu. Jakou část z celkové hmotnosti nyní náklad představuje?**

***Řešení:***

| | | |
|---|---|---|
| Prázdná dodávka | 2000 kg, | $\frac{1}{5}$ plně naložené dodávky. |
| Plně naložená dodávka | 10 000 kg | |
| Náklad | 8 000 kg | |
| Náklad po vyložení $\frac{1}{4}$ | 8 000 – 2 000 = <u>6 000 kg</u> | |
| Dodávka po vyložení nákladu | 2 000 + 6 000 = <u>8 000</u> | |

6 000 kg jsou $\frac{3}{4}$ z 8 000 kg

***Odpověď:*** Náklad nyní představuje $\frac{3}{4}$ celkové hmotnosti.

## 4.2 ÚKOLY PRO ŽÁKY

### 4.2.1 DESETINNÁ ČÍSLA

**Zjisti si v obchodě ceny těchto potravin, zapiš je do tabulky a porovnej s ostatními spolužáky.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **chleba** | | **cukr krystal** | |
| **rohlík** | | **rýže** | |
| **máslo** | | **minerální voda** | |
| **jogurt** | | **pivo** | |
| **mléko polotučné** | | **med** | |
| **mouka hrubá** | | **tabulka čokolády** | |

**Na které číslo myslím?**

**7 jednotek, 4 desetiny, 6 setin**

**3 desítky, 6 jednotek, 2 desetiny, 8 setin**

**5 desítek, 1 jednotku, 2 desetiny**

**9 desítek, 2 setiny**

**Které číslo je větší a které menší? Doplň znaménko =, <, >**

47____4,7

1,08____1,80

8,36____8,63

5,01____5,11

6,10____6,1

0,30____0,03

**Zakroužkuj správné číslo:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| žádná celá třicet setin | 0,30 | 0,03 | 3,00 |
| tři celé osm desetin | 3,08 | 3,8 | 0,38 |
| sedm celých šest setin | 7,60 | 7,6 | 7,06 |
| čtyři celé čtrnáct setin | 4,41 | 4,04 | 4,14 |
| pět celých jedna | 5,01 | 5,10 | 5,1 |

**Zapiš desetinné číslo jako desetinný zlomek:**

14,3 = 0,50 =

2,8 = 8,9 =

0,15 = 0,07 =

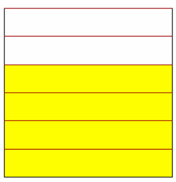
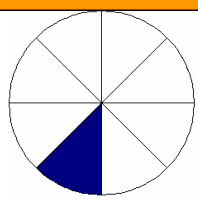
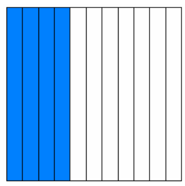
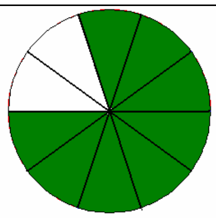
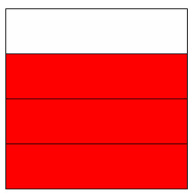
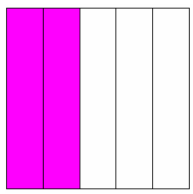
### 4.2.2 PERIODICKÁ ČÍSLA

**Převeďte zlomky na desetinná čísla.**

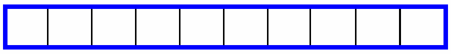
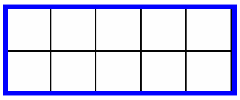
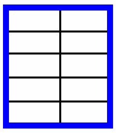
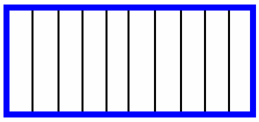
$\frac{1}{11} =$ $\frac{2}{3} =$

### 4.2.3 ZLOMKY

**Zapiš zlomkem vybarvenou část celku:**

| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| | | |
|  |  |  |
| | | |

## Vybarvi části celku a zapiš desetinným číslem.

| | |
|---|---|
| $\frac{6}{10} = 0{,}6$  | $\frac{5}{10} =$  |
| $\frac{3}{10} =$  | $\frac{4}{10} =$  |
| $\frac{9}{10} =$  | |

## Zlomky zapiš desetinným číslem a urči, kolik chybí do celku:

| zlomek | Desetinné číslo | doplnění do 1 |
|---|---|---|
| $\frac{1}{10}$ | | |
| $\frac{7}{10}$ | | |
| $\frac{2}{10}$ | | |
| $\frac{10}{10}$ | | |
| $\frac{5}{10}$ | | |

### 4.2.4 SLOVNÍ ÚLOHY

**Vypočítej jednu desetinu z 300 kg.**

*Výsledek:* 30 kg

**Plot je dlouhý 30 m, zbývá natřít 5 desetin. Kolik je to metrů?**

*Výsledek:* 15 m

**Knihu přečtu za 10 dní. Jakou část za 2 dny?**

*Výsledek:* $\frac{2}{10}$

**Z 10 příkladů máš hotových 9. Jaká část úkolu ti zbývá?**

*Výsledek:* $\frac{9}{10}$

**Čokoláda má 10 dílů. Sníš 3 díly. Jaká část zůstane?**

*Výsledek:* $\frac{7}{10}$

**Turista ušel sedm desetin cesty. Jaká část cesty mu zbývá ujít?**

*Výsledek:* $\frac{3}{10}$

**Maminka okope záhony za 10 hodin. Jakou část za 8 hodin?**

*Výsledek:* $\frac{8}{10}$

**Utratil jsi tři desetiny svých úspor. Jaká část ti zůstala?**

*Výsledek:* $\frac{7}{10}$

**Zásoba uhlí vystačí na 10 dní. Jaká část vystačí na 4 dny?**

*Výsledek:* $\frac{4}{10}$

# 5 Závěr

Cílem této diplomové práce bylo připravit ucelený studijní materiál týkající se racionálních čísel pro potřeby posluchačů učitelství 1. stupně ZŠ. Tento cíl se skládá z těchto podúkolů:

- Zjistit, jaké zastoupení mají racionální čísla ve výuce matematiky na prvním stupni základní školy a jak se s racionálními čísly pracuje.
- Zjistit, jak jsou na tom moji kolegové z pedagogické fakulty.
- Zjistit, zda jsou děti schopny pracovat se zlomky, i když je ve škole ještě neprobíraly.

Z použité literatury vyplývá, že se racionální čísla na prvním stupni jako taková neprobírají. Žáci pracují pouze se zlomky a desetinnými čísly. Množina racionálních čísel je probírána až na 2. stupni ZŠ a hlouběji na středních školách. Provedený výzkum na Pedagogické fakultě v Českých Budějovicích, však ukázal že si někteří studenti ze střední školy, bohužel, odnesli hodně málo poznatků o racionálních číslech. Pro zlepšení této situace jsem připravila sbírku úloh s tématem racionální čísla. Na velkém množství úloh si studenti mohou ověřovat své znalosti a dovednosti s racionálními čísly. Zároveň zde jsou uvedeny i příklady pro žáky. Z uvedeného rozboru žákovských i studentských chyb studenti mohou vidět, kde jsou slabiny ve znalostech a na co je třeba se zaměřit.

Na základě studia uvedené literatury a provedeného experimentálního šetření bych se přimluvila za snížení teoretické náročnosti učiva o tělese racionálních čísel, posílení studia didaktických problémů a získání lepších početních dovedností a strategií.

# 6 Literatura


[1] BENDA, P. a kol.: *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*, Praha: SPN, 1986.

[2] BĚLÍK, M.: *Celá a racionální čísla ve studiu učitelství prvního stupně základní školy*, Ústí nad Labem: Pedagogická fakulta UJEP, 2000.

[3] BĚLOUN, F. a kol.: *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu*, Praha: SPN, 1992.

[4] DIVÍŠEK., J., BUŘIL, Z., kolektiv: *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*, Praha: 1989.

[5] DRÁBEK, J.: *Základy elementární matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*, Praha: SPN, 1985.

[6] HEJNÝ, M., Novotná J., Stehlíková, N.: *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*, Praha: Univerzita Karlova - Pedagogická fakulta, 2004.

[7] HEJNÝ, M., kolektiv: *Teoria vyučovania matematiky 2*, Bratislava: Slovenské pedagogické nakladatelstvo, 1990.

[8] HERMAN, J., kolektiv: *Matematika pro nižší třídy víceletých gymnázií – Racionální čísla. Procenta*, Praha: Prometheus, 1994.

[9] KOVAL, V.: *Kamarádi čísla*, Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1969.

[10] ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J.: *Matematika pro 7. ročník základní školy 1*, Praha: Prometheus, 1999.

[11] POLÁK, Josef: *Středoškolská matematika v úlohách I*, Praha: Prometheus, 1998.

[12] PAŠTÉKA, M., SMOLÍKOVÁ, R.: *Úlohy z teorie čísel*, Ostravská univerzita, 1996.

[13] TREJBAL, J.: *Sbírka zajímavých úloh z matematiky 1. díl,* Praha: Prometheus, 1995.

[14] TREJBAL, J.: *Sbírka zajímavých úloh z matematiky 2. díl*, Praha: Prométheus, 2000.

[15] ZHOUF, J.: *Přijímací zkoušky z matematiky na střední školy s rozšířenou výukou matematiky*, Praha: Prometheus, 1993.

**Elektronické zdroje:**

[16] http://www.google.cz/search?hl=cs&q=racion%C3%A1ln%C3%AD+%C4%8D%C3%ADsla&lr=&aq=f&oq=

[17] http://homel.vsb.cz/~kov16/ulohy/archiv10.php#10.2

[18] http://www.math.muni.cz/~rvmo/

[19] http://www.olympiady.snadne.net/zadani-reseni-matematicka-olympiada-6-8

[20] http://www.rvp.cz/clanek/217/2082

[21] http://www.sos-souhtyn.cz/esf/files/CisO_Q.pdf

[22] http://cs.wikipedia.org/wiki/Racionální_číslo

[23] http://cs.wikipedia.org/wiki/Matematika_starov%C4%9Bk%C3%A9ho_Egypta

[24] http://cs.wikipedia.org/wiki/Zlomek

[25] http://www.zs5krnov.cz/view.php?cisloclanku=2009010002