

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

# **ŘEŠENÍ GEOMETRICKÝCH ÚLOH A MOZAIKY NA 1. STUPNI ZŠ**

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

Šárka FANTOVÁ

České Budějovice, duben 2011

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že, v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění, souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

Datum 21. 4. 2011

*Fantová Šárka*

# ŘEŠENÍ GEOMETRICKÝCH ÚLOH A MOZAIKY NA 1. STUPNI ZŠ

FANTOVÁ Šárka

VEDOUCÍ DP: doc. PhDr. Alena Hošpesová, Ph.D.

Anotace:

Diplomová práce se zabývá výukovým prostředím Mozaiky a jeho vlivem na motivaci a geometrickou představivost dětí primární školy. Základem diplomového úkolu je popsat a posoudit jednotlivé hodiny v experimentálním vyučování, ve kterém byly Mozaiky využívány. Během tohoto vyučování byly vytvářeny podmínky pro přirozenou diferenciaci žáků. V části Východiska řešení diplomového úkolu jsou vymezeny pojmy související s cílem zpracování diplomového úkolu a geometrií na primární škole. Jednotlivými Mozaikami a skládačkami se zabývám v kapitole Mozaiky a stavebnice - metodické základy. Závěr této části tvoří Použité metody při řešení diplomového úkolu. Praktická část obsahuje zpracování experimentálního vyučování a jejich analýzu. Jsou zde i prezentovány jednotlivé práce dětí.

**Klíčová slova:** geometrie, podnětná prostředí pro výuku, motivace, 1. stupeň základního vzdělávání

## SOLVING OF GEOMETRICAL PROBLEMS AND MOSAICS ON PRIMARY SCHOOL LEVEL

This thesis deals with the learning environment of Mosaic and its impact on motivation and geometrical imagination of children of primary school. Fundamental task of this thesis is to describe and adjudicate individual teaching lessons of experimental teaching during which Mosaics were used. Conditions for natural differentiation of children were used during these lessons. Concepts related to the goal of this thesis and to the geometry on primary school level are described in part "Foundations of thesis task solution". Different types of Mosaics and puzzles are dealt with in part "Mosaics and construction kits - methodological foundations". "Methods used to solve the thesis task" forms the conclusion of this part. The practical part contains description of processing of experimental teaching and its analysis. Children works are presented here as well.

**Key words:** geometry, substantial learning environment, motivation, primary school level

# OBSAH

<b>ÚVOD .....</b>	<b>5</b>
<b>Východiska řešení diplomového úkolu .....</b>	<b>6</b>
1 Cíle zpracování diplomového úkolu, použité metody .....	6
1.1 Cíle a zpracování diplomového úkolu .....	6
2 Geometrie v učivu primární školy .....	7
2.1 Geometrie na 1. stupni ZŠ .....	7
2.2 Jak se na geometrii dívají vybrané výukové programy .....	7
3 Mozaiky a stavebnice – metodické základy .....	9
3.1 Podnětná prostředí pro výuku .....	9
3.2 Přirozená diferenciacce .....	10
3.3 Mozaiky .....	10
3.3.1 Mozaiky v experimentálním vyučování .....	13
3.3.2 <i>N</i> -dílná skládačka .....	16
3.3.3 Tangram .....	18
4 Použité metody při řešení diplomového úkolu .....	21
<b>Praktická část .....</b>	<b>22</b>
5 Struktura praktické části .....	22
5.1 1. experimentální vyučování 29.4.2009 .....	23
5.2 2. experimentální vyučování 13.5.2009 .....	29
5.3 3. experimentální vyučování 21.5.2009 .....	35
5.4 4. experimentální vyučování 28.5.2009 .....	44
5.5 5. experimentální vyučování 16.6.2009 .....	54
5.6 6. experimentální vyučování 25.6.2009 .....	62
<b>Závěr .....</b>	<b>71</b>
<b>Použitá literatura .....</b>	<b>73</b>

# ÚVOD

Geometrie je jeden z nejstarších oborů v matematice. Začala se tvořit na základě zkušeností Egyptanů s vyměřováním polí, architekturou, astronomií. V 6. století př. n. l. se geometrické znalosti rozšířily do starověkého Řecka. Zde díky významným vědcům dosáhly velkého rozkvětu.

Domnívám se, že by geometrie měla být součástí vzdělávání již od jeho počátku. Proto jsem si problematiku vyučování geometrii vybrala jako téma diplomové práce.

Geometrie se ve vzdělávacích programech dělí na jednotlivé okruhy. Žáci všemi těmito okruhy projdou, ale málokdy si získají ke geometrii kladný vztah. Tím, že se geometrie na 1. stupni ZŠ objevuje málo, jsou s ní žáci seznamováni převážně formou rýsování, různých pouček a vzorců pro výpočty obsahů či obvodů s tím, že je budou potřebovat pro pozdější studium ve vyšších ročnících. Domnívám se ale, že na 1. stupni ZŠ by se takto geometrie vyučovat neměla. V takových hodinách nejsou většinou zastoupeny hravé formy a pro děti se tak tyto hodiny mohou stát nudnými, nezáživnými a mnohdy až velmi neoblíbenými.

Ve své práci jsem se proto zaměřila na Mozaiky, které podporují poznání a hraní zároveň. Při práci s Mozaikami si děti intuitivně osvojují různé poznatky o čtverci, trojúhelníku, obdélníku, shodnosti úseček, osově souměrnosti atd., aniž by si přestaly hrát. Takové hodiny děti samozřejmě baví, a geometrie pro ně přestává být nudným nepřítelem. Na základě jejich zkušeností a vztahu ke geometrii se může lépe budovat v pozdějším studiu. Jednotlivé úlohy jsou vymyšleny pro 2. ročník ZŠ, ale dají se upravit i pro starší děti na 1. stupni. Domnívám se, že by se s takovými úlohami mělo začít již od 1. třídy.

Řešení mého diplomového úkolu probíhalo ve spolupráci s řešiteli projektu „Motivace prostřednictvím přirozené diferenciaci v matematice“ („Motivation via Natural Differentiation, in Mathematics“, NaDiMa). Cílem tohoto projektu bylo metodicky zpracovat výuková prostředí, která by podporovala přirozenou diferenciaci. Tato výuková prostředí byla použita během experimentálního vyučování. Před samotným experimentálním vyučováním a hned po jeho ukončení proběhlo psychologické testování, v němž se sledovalo, jaké posuny v motivaci žáků způsobují tato výuková prostředí.

Diplomová práce je rozdělena na dvě části. V první části popisují teoretická východiska práce: metody, které byly použity při výzkumu, pomůcky a cíle výzkumu. V druhé – výzkumné části – jsou rozepsány jednotlivé hodiny a jejich vyhodnocení.

Doufám, že má práce přispěje ke zlepšení výuky geometrie a vztahu k ní jak žáků, tak učitelů.

# Východiska řešení diplomového úkolu

## 1 Cíle zpracování diplomového úkolu, použité metody

V této kapitole bych chtěla popsat a vysvětlit jednotlivé metody experimentálního vyučování a cíle diplomového úkolu.

### 1.1 Cíle zpracování diplomového úkolu

Má diplomová práce vychází především z osnov Obecné školy a celá práce je zaměřena na hledání cest rozvíjení geometrické představivosti u dětí na 1. stupni základního vzdělávání. Zabývala jsem se výukovým prostředím Mozaiky.

Diplomová práce se zaměřuje hledáním odpovědí na otázky:

Je možné s Mozaikami vytvořit ve vyučování podnětné výukové prostředí (v tomto smyslu, jak o něm hovoří Wittmann, 2001)?

Jak budou děti řešit úlohy?

Diplomový úkol navazoval na zmíněný projekt NaDiMa, ve kterém byly vytvořeny materiály pro experimentální vyučování. Cílem zpracování tohoto diplomového úkolu bylo:

- sebrat data při experimentálním vyučování (videozáznamy a dětské práce);
- vyhodnotit různá řešení jednotlivých úloh.

Diplomová práce bude mít následující strukturu:

- Východiska zpracování diplomového úkolu

V této části popíši přístupy ke geometrickému vyučování, jak jsou vyjádřeny v českých kurikulárních materiálech. Budu charakterizovat, co rozumím podnětným výukovým prostředím. Popíši Mozaiky.

- Praktická část

V této části popíši jednotlivé vyučovací hodiny experimentálního vyučování a pokusím se o interpretaci výsledků žáků.

## 2 Geometrie v učivu primární školy

Geometrie, věda o vlastnostech a vzájemných vztazích prostorových útvarů vzniklých abstrakcí z hmotných těles (Všeobecná encyklopedie, 1999).

### 2.1 Geometrie na 1. stupni ZŠ

Geometrie na 1. stupni ZŠ je povinnou částí předmětu *matematika*. Často se ale stává, že se s ní žáci setkávají jen okrajově. Výuka probíhá většinou v několika blocích za rok. Přitom se žáci s geometrií seznamují již od útlého věku: poznávají svůj životní prostor (hraním si v postýlce, chůzí po domě), vnímají geometrické tvary (značky v šatně mateřské školy, mozaiky skládačky, stavebnice) a manipulují s nimi (posunují, převracejí, otáčejí). Proto je přirozené, aby geometrie byla součástí školního vyučování a vycházela z dříve získaných zkušeností dítěte v předškolním vzdělávání i běžném životě.

### 2.2 Jak se na geometrii dívají vybrané výukové programy

V *Rámcovém vzdělávacím programu základního vzdělávání (RVP ZV)* je vzdělávací oblast Matematika a její aplikace založena na aktivním přístupu žáků a na využití matematiky v reálných situacích. Oblast se zaměřuje na vytváření *matematické gramotnosti*, tzn. že poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v běžném životě.

Podle RVP ZV se dělí výuka matematiky na čtyři okruhy:

- čísla a početní operace (na 2. stupni Číslo a proměnná);
- závislosti, vztahy a práce s daty;
- geometrie v rovině a v prostoru;
- nestandardní aplikační úlohy a problémy.

V okruhu *Geometrie v rovině a v prostoru* se žáci učí určovat a znázorňovat geometrické útvary, odhadují jejich vzdálenost a délku, určují jejich vzájemnou polohu v rovině (prostoru). Porovnávají, měří, vypočítávají a odhadují velikosti úhlů, úseček, obvodů, obsahů (pomocí čtvercové sítě). Toto vše dále ověřují ve skutečných situacích. Učí se vytvářet osově souměrné obrazce za pomoci skládání papíru.

Geometrie v programu *Národní škola* byla brána jako odraz reálných vztahů v hmotném světě. Z tohoto reálného světa měly být odvozovány nové skutečnosti. Cílem byl rozvoj logických operací, rozvoj abstraktního myšlení a dovednost nahlížet na svět. *Národní škola* byla postavena na rozvíjení vlastních zkušeností dětí, na jejich potřebách počítat, kreslit, hrát si.

Program *Základní škola* požadoval v geometrii poskytovat žákům vědomosti a dovednosti potřebné pro orientaci v praktickém životě. Připravoval a vytvářel předpoklady pro zvládnutí různých středních škol a pro různé profesní obory. Rozvíjel schopnosti žáků a jejich paměť, logické myšlení, tvořivost, schopnost abstrakce, vytrvalost a kritičnost. K primárním cílům patřilo poznat základní geometrické tvary a tělesa, umět je vyjmenovat a narýsovat, vypočítat jednoduché výpočty obvodů, obsahů, objemů, znát a umět převádět jednotky.

Program *Obecná škola* doporučoval čerpat v geometrii ze zkušeností dětí; vést je k získávání užitečných technických dovedností; rozvíjet jejich orientaci v prostoru, geometrickou představivost a estetické cítění. V učebních osnovách pro 1. ročník byla posílena geometrická část učiva.

Jednotlivé poznatky neměly být dětem zprostředkovány přímo, ale za cennější bylo považováno postupné objevování pod dohledem učitele.

Podle osnov *Obecné školy* se žáci měli naučit např. poznávat a modelovat rovinné a prostorové tvary, měřit a vypočítávat délky, obvody a obsahy jednoduchých útvarů (ve čtvercové síti), orientaci v plánu a v reálném prostoru, ovládat jednotky měření a jejich základní vztahy.

K dosažení těchto cílů se používalo kreslení a rýsování na papíru a ve čtvercové síti, staveb z kostek a rozmanitých stavebnic, překládání papíru, lepení papíru, práce s plánem (půdorys), vyplňování prostoru krychlemi, vodou, pískem, geometrické kreslení, odhady velikostí skutečných předmětů.

Shrneme-li předchozí, dojdeme k závěru, že záměry jednotlivých programů vycházejí z obdobných myšlenek: vyučovat geometrii na základě zkušeností dítěte, vycházet z reálných situací a aplikovat učivo na reálné situace v životě, motivovat děti činnostmi, které jsou pro ně přirozené a přiměřené. Na základě těchto východisek formuloval Kuřina (2001) čtyři principy, jak by se měla vyučovat geometrie na 1. stupni ZŠ.

Jsou to:

- dělení prostoru;
- vyplňování prostoru;
- dimenze prostoru;
- pohyb v prostoru.

Tyto čtyři principy by měly lépe rozvíjet geometrickou představivost. Dále napomáhají k lepšímu pochopení geometrických pojmů (např. úsečka, shodnost stran, otáčení, souměrnost, atd.).



### 3 Mozaiky a stavebnice – metodické základy

Mozaiky a stavebnice jsou didaktické prostředky, které podporují aktivní poznávání geometrických obrazců a těles, mají vysoký motivační efekt a velmi zkvalitňují geometrické představy žáků. Při práci s Mozaikami ve výuce geometrie naplňujeme většinu výstupů ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace a to konkrétně v tematických okruzích *Geometrie v rovině a v prostoru* a *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*.

Práce s geometrickými skládačkami a stavebnicemi přispívá k utváření a rozvíjení některých klíčových kompetencí, jak je požadováno v RVP, a to:

Kompetence k učení – při práci s geometrickými skládačkami a stavebnicemi si žáci uvádějí věci do souvislostí a propojují do širších celků poznatky z různých vzdělávacích oblastí. Skládačky jsou vhodným prostředkem pro samostatné experimentování žáků. Žáci mohou na základě samostatné práce posuzovat vlastní pokrok a definovat překážky v učení.

Kompetence k řešení problémů – při práci s geometrickými skládačkami a stavebnicemi žáci promýšlejí a plánují možné řešení. Využívají vlastního úsudku obohaceného o nabyté vědomosti z jednotlivých vzdělávacích oblastí a vlastních zkušeností. Hledají a využívají co nejúčinnější strategie řešení a v případě nezdaru hledají řešení jiné. Mají zde prostor pro samostatné rozhodování, mají však také možnost ověřit snadno správnost zvoleného způsobu řešení.

Kompetence komunikativní – žáci během práce formulují problém a způsob jeho řešení. Jednotlivé myšlenky jsou formulovány v logickém sledu. Při práci ve skupinách vede k naslouchání promluv spolužáků. Rozvíjí také schopnost porozumění obrazovým materiálům (nákresům a plánům).

Kompetence sociální a personální – při společném řešení žáci spolupracují, diskutují a tím utvářejí své sociální dovednosti.

Během experimentálního vyučování jsme používali právě Mozaiky. Při práci s Mozaikami se vytvářejí podnětná prostředí pro výuku a je zde i velký prostor pro přirozenou diferenciaci.

#### 3.1 Prostředí podnětná pro výuku

Prostředí podnětná pro výuku byla v experimentálním vyučování chápána v souladu s Wittmannovým vymezením (2001, str. 194) jako výukové celky, které:

„obsahují důležité matematické myšlenky, které vytváření prostředí pro matematické činnosti **všem žákům** v heterogenních školních třídách,

obsahují **úlohy s otevřeným koncem**, stejně tak **problémové úlohy**, které jsou směřovány k potřebným **matematickým obsahům**,

obsahují také **obecněji zaměřené úlohy**, které umožňují vytváření **strategií učení**,

umožňují **didaktickou flexibilitu**, snadné přizpůsobení se různým podmínkám v konkrétní situaci ve školní třídě.“

### 3.2. Přirozená diferenciaci

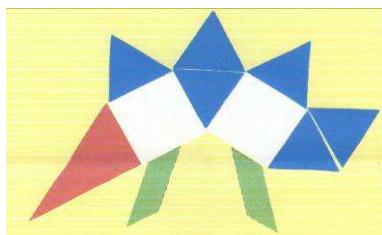
Přirozenou diferenciací rozumím způsob výuky, kdy všichni žáci dostanou stejné zadání úkolu. Toto zadání však umožňuje každému žákovi řešit úkol podle svých schopností (Krauthausen & Scherer 2010). Během práce si žák sám vybírá možnosti řešení a použití různých pomůcek, způsobů zápisů. Každý žák pracuje podle svých aktuálních možností. Například děti dostaly za úkol vytvořit z tvarů Mozaiky „zvíře“ podle předlohy. Obtížnost předloh byla odstupňovaná:

předloha, na které byly snadno rozlišitelné barevné tvary ( Obr. 1),

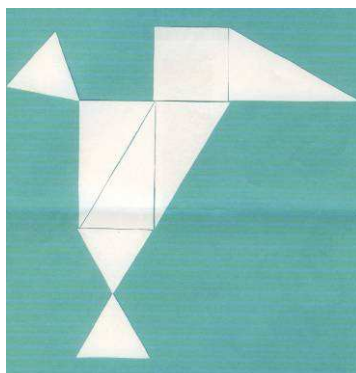
předloha, na který byly rozlišitelné tvary, ale nebyly barevné (Obr. 2),

předloha, kde byl vyznačen jen obrys (Obr. 3).

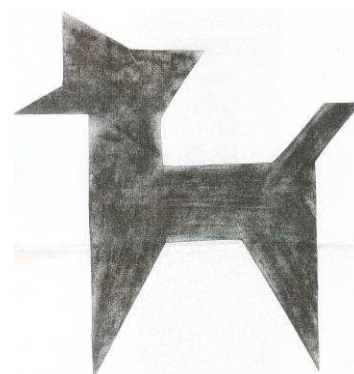
Tento úkol umožnil přirozenou diferenciaci právě v možnosti výběru předlohy (Hošpesová, Matějů, Fantová , 2010).



obrázek 1



obrázek 2



obrázek 3

### 3.3 Mozaiky

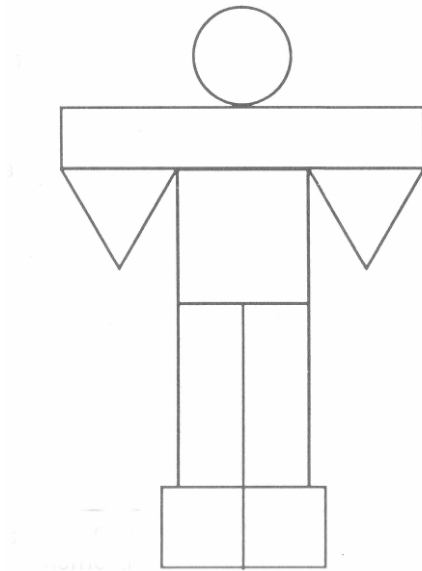
Při práci s Mozaikami se u mladších žáků budují představy o samotném předmětu geometrie a intuitivně jsou zaváděny jednotlivé geometrické pojmy (čtverec, trojúhelník, obdélník, mnohoúhelník). Ve většině českých učebnic pro 2. ročník se lze ponejvíce setkat s úlohami požadujícími vybarvit určený geometrický tvar, rozpoznat, kolikrát je na obrázku (Obr. 4,5,6,7). Pomocí skládaček si děti mohou vytvořit podstatně bohatší představy, protože sestavují nový tvar z jiných tvarů, různě jej obměňují, otáčejí, posouvají. Zároveň se rozvíjí jejich tvořivost a geometrická představivost.

S Mozaikami je také možné utvářet prekoncepty pojmů obvod, obsah a objem. Činnost s nimi je propedeutikou konstrukční i početní geometrie.



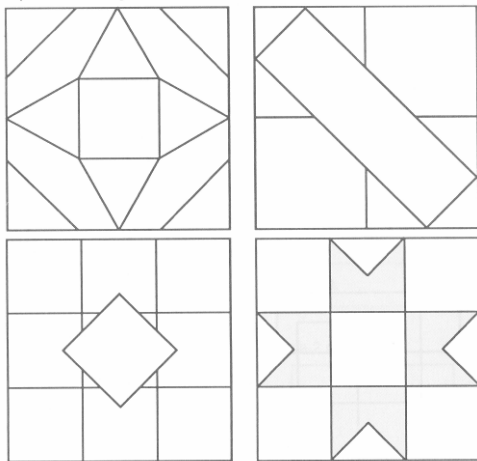
obrázek 4

3 Vybarvi: kruh žlutě, čtverce červeně, obdélníky modře, trojúhelníky zeleně.



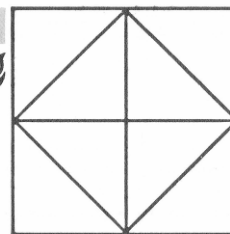
obrázek 5

1 Vybarvi trojúhelníky žlutě, čtyřúhelníky červeně a pětiúhelníky modře.



obrázek 6

4



Čtverců \_\_\_\_\_  
 Obdélníků \_\_\_\_\_  
 Trojúhelníků \_\_\_\_\_  
 Celkem \_\_\_\_\_

obrázek 7

Práce s Mozaikami je založena právě na již zmíněných geometrických principech (Kuřina, 2001, v tomto textu v kapitole 2.2). Zde je pro lepší přehlednost opět uvádím vypsané a dále vysvětlené:

Čtyři principy přístupu ke školní geometrii:

- dělení prostoru;
- vyplňování prostoru;
- pohyb v prostoru;
- dimenze v prostoru.

Dělení prostoru: s dělením prostoru se dítě setkává již v raném věku. Dítě může dělit trojdimenzionální prostor (pokoj, postýlka, stůl,...) nebo dvojdimenzionální prostor (papír, hřiště, obrázek,...) na části. Mezi geometrické hranice patří přímka, křivka, rovina, plocha, a ty dělí geometrický prostor na oblasti.

Mozaiky: jednotlivé složené tvary se překreslují do sítě nebo na volný papír, vytváří se jejich obrys a tím se oddělují části roviny.

Vyplňování prostoru: Tento princip doplňuje princip dělení prostoru. Souvisí s činnostmi, jako jsou dláždění prostoru, vyzdívání prostoru, vyplňování objemu apod. Týká se míry geometrických těles a tvarů - délka, vzdálenost, obvod, obsah, objem a velikost úhlu.

Mozaiky: žák spojováním tvarů z mozaiky vyplňuje část roviny, modeluje a vyplňuje určitý tvar.

Pohyb v prostoru: Zde jde nejen o přemísťování objektů v místnosti nebo na ulici, ale též o pohyb při kreslení a modelování. Dítě na základě vnímání pohybu získává představy např. o shodných zobrazeních (souměrnost, posunutí, otočení) a geometrických útvech (rovnoběžky, kružnice, rotační tělesa).

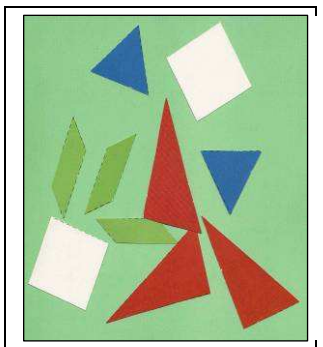
Mozaiky: Při manipulaci s tvary uplatňuje žák souměrnost, otočení a posunutí. Příkládáním tvarů k sobě se přesvědčuje o shodnosti délek a tvarů.

Dimenze v prostoru: Dítě má zkušenosti s trojdimenzionálním a dvojdimenzionálním zobrazením. Při kreslení přechází z trojdimenzionálního zobrazení do dvojdimenzionálního. Při modelování ze stavebnice podle plánu (nákresu) je tento přechod opačný (tedy z 2D do 3D).

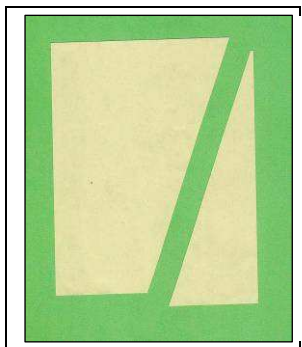
Mozaiky: S Mozaikami pracuje dítě v rovině, zobrazuje s nimi také prostorové objekty.

### 3.3.1 Mozaiky v experimentálním vyučování

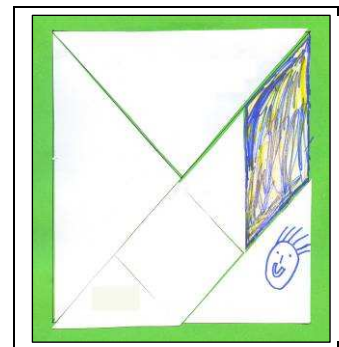
Během experimentálního vyučování byla použita *Mozaika* ze sady příloh k učebnici matematiky *Svět čísel a tvarů* (Hošpesová a kol., 1996). (obrázek 8), Tangram a jeho modifikace (obrázek 10) a čtverec rozdělen na  $n$  částí (obrázek 9).



Obrázek 8



Obrázek 9



Obrázek 10

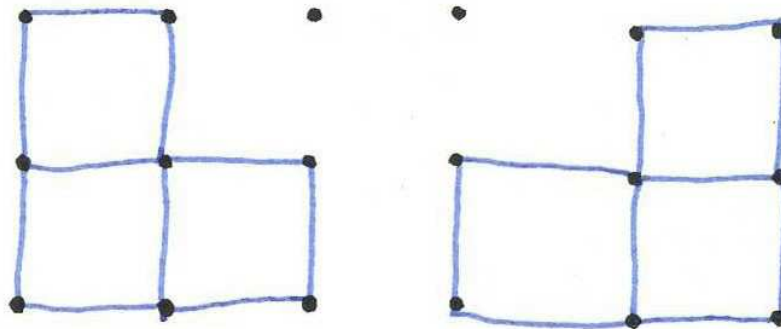
Mozaika je didaktický prostředek, který je možno využít již v předškolním věku. Řadí se mezi geometrické pomůcky. Mozaiky obsahují různobarevné trojúhelníky a čtyřúhelníky. Z těchto dílků se mohou sestavovat obrázky dle vlastní fantazie, nebo podle předlohy. Sestavováním této skládačky se prohlubuje vyplňování a dělení prostoru, představy o čtverci a trojúhelníku, shodnosti stran atd.. Pro vlastní potřebu vystačí Mozaika vyrobená z kartonu.

Při experimentálním vyučování byly použity úlohy typu:

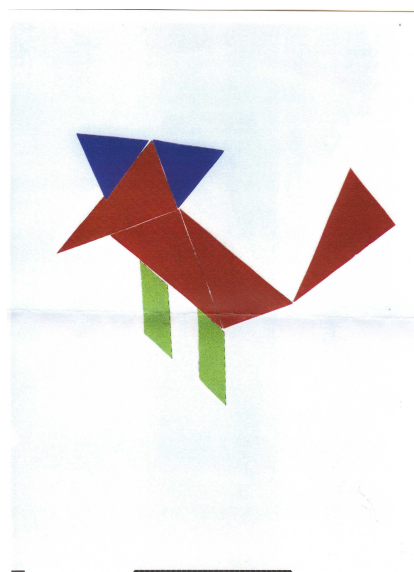
- slož obrázek podle předlohy (obrázek 12);
- slož obrázek podle vlastní fantazie (obrázek 14);
- vytvoř čtverec, obdélník, trojúhelník z tvarů Mozaiky (obrázek 13);
- slož co nejvíce tvarů ze 2, 3, 4, 5 tvarů Mozaiky (obrázek 15).

V každé úloze bylo dbáno na to, aby děti pojmenovávaly tvary, které se jim podařilo složit. Tím se již ve druhé třídě začala utvářet představa o mnohoúhelnících. Pojmy jako čtyřúhelník, pětiúhelník, kosočtverec, lichoběžník se pro děti staly běžně používanými (obrázek 15). Tyto pojmy byly posléze opravovány během společné kontroly výsledků.

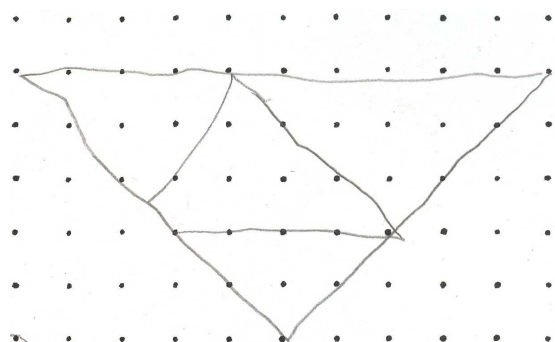
Důležitou podmínkou bylo, aby se jednotlivé dílky Mozaiky nepřekrývaly a zároveň se dotýkaly celou stranou. Dále si děti musely dávat pozor, aby se jednotlivé tvary neopakovaly. Tvary na obrázku 11 považujeme za stejné.



obrázek 11



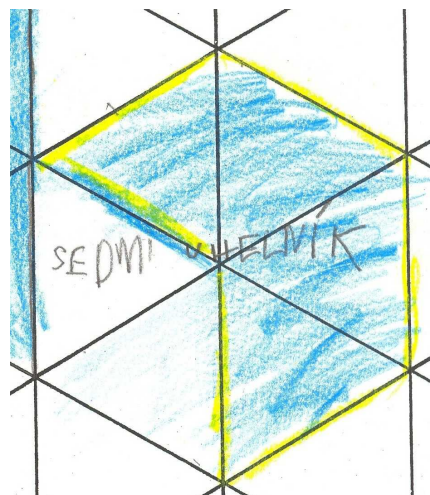
obrázek 12



obrázek 13



obrázek 14



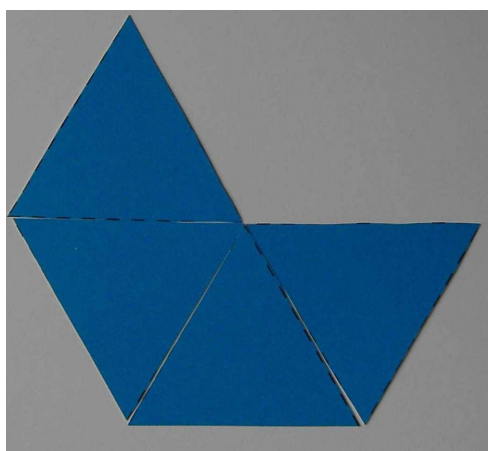
obrázek 15

Z Mozaiky se dají vytvářet i jiné skládačky, např. trojúhelníková. Při práci s nimi se používají modré rovnostranné nebo červené pravoúhlé trojúhelníky. Práce s touto skládačkou získává dítě především představu o trojúhelníku a rovnosti stran.

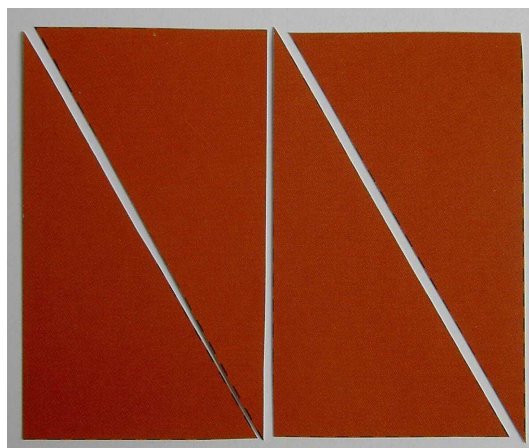
Pro experimentální vyučování byly použity úlohy typu:

- vytvoř čtverec, obdélník, trojúhelník z tvarů Mozaiky (obrázek 17);
- slož co nejvíce tvarů ze 2, 3, 4, 5 tvarů Mozaiky (obrázek 16).

Opět bylo dbáno na pojmenovávání jednotlivých tvarů a plnění podmínek řešení.



**obrázek 16**

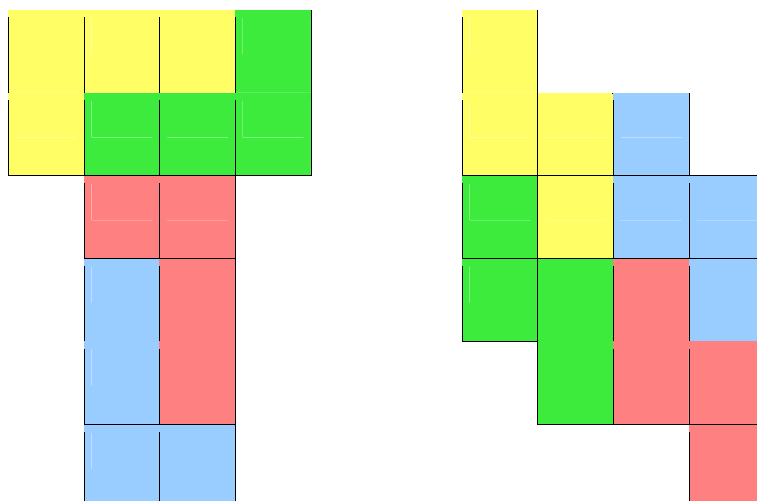


**obrázek 17**

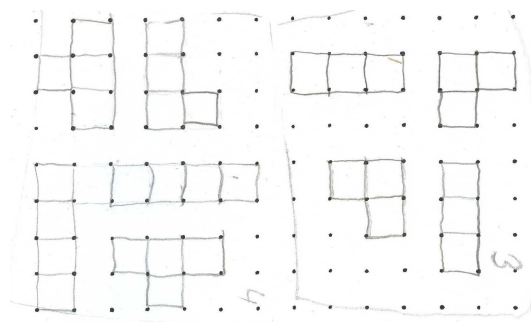
Další skládanka, která se dá vytvořit z tvarů Mozaiky, je skládanka čtvercová. S ní se pracuje obdobně jako s trojúhelníkovou. Některé tvary, které lze vytvořit z této skládanky, děti znají z počítačové hry Tetris.

Celá skládanka je opět založena na sestavování geometrických tvarů ze 2, 3, 4 čtverců. Pro starší děti se dá použít i skládání z pěti čtverců, které nabízí více možností řešení. Na obrázku 19 jsou vidět některá správná řešení úlohy. Některé práce však nebyly pochopeny (obrázek 20).

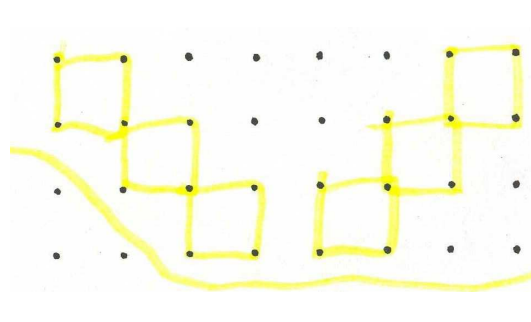
K této skládance bylo připraveno rozšíření – vyplňování prostoru, kterému budeme říkat dláždění chodníku. Děti použily tvary složené ze čtyř čtverců a vytvářely předem určené „chodníky“. (obrázek 18)



obrázek 18



obrázek 19



obrázek 20

### 3.3.2 N-dílná skládačka

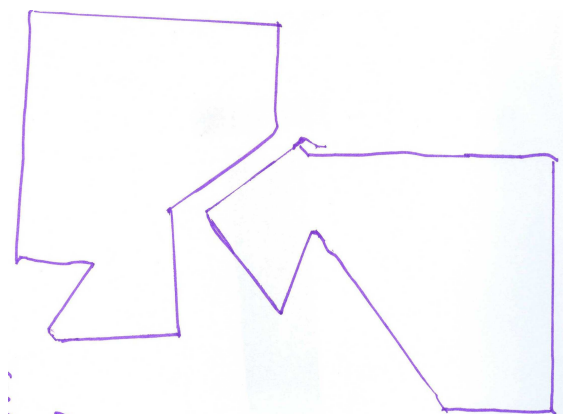
Je založena na principu dělení čtverce na dvě až pět částí. Tím se také stupňuje její náročnost. S touto skládankou se prohlubují vědomosti o trojúhelnících, čtyřúhelnících a pětiúhelnících a o shodnosti úseček.

#### Čtverec rozdělený na dvě části

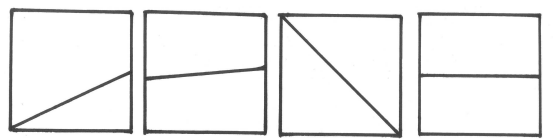
Při práci s touto skládankou musí děti opět splnit podmínky řešení (jednotlivé dílky se nesmějí překrývat a musí se dotýkat celou stranou). Při zakreslování musí děti jednotlivé tvary pojmenovat.

S touto úlohou byla dětem připravena také rozšiřující úloha, kdy měly za úkol vytvořit podobnou skládanku a následně z ní sestavit co nejvíce tvarů (obrázek 22, tvar b). U této úlohy musely děti velice přemýšlet.





**obrázek 21**

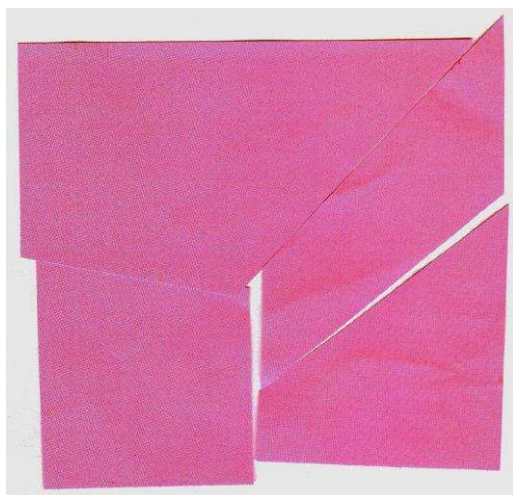


**obrázek 22** - tvary a, b, c, d.

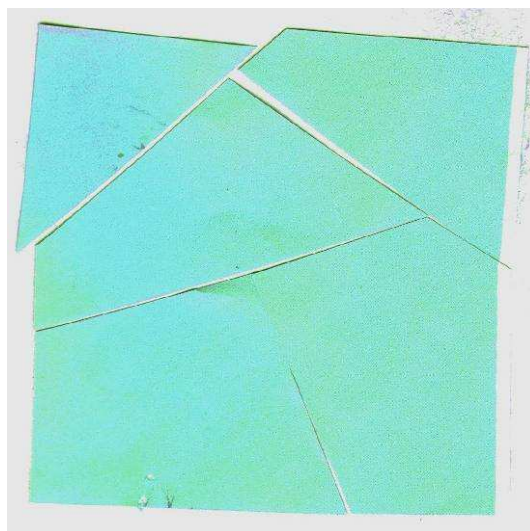
### Čtverec rozdělený na 3, 4 a 5 částí

U této skládky mají děti za úkol složit původní tvar. Je to čtverec rozstřížený na 3, 4 nebo 5 částí. (obrázek 23, 24, 25).

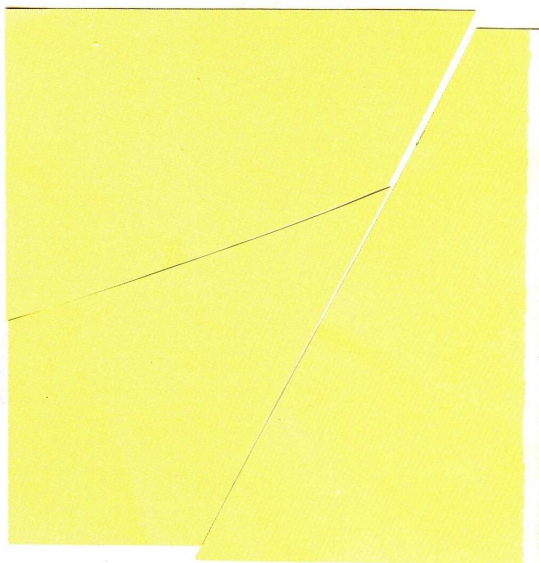
U čtverce rozděleného na  $n$ -částí se prohlubují vědomosti o čtverci a čtyřúhelnících, dále o shodnosti úseček a o otáčení.



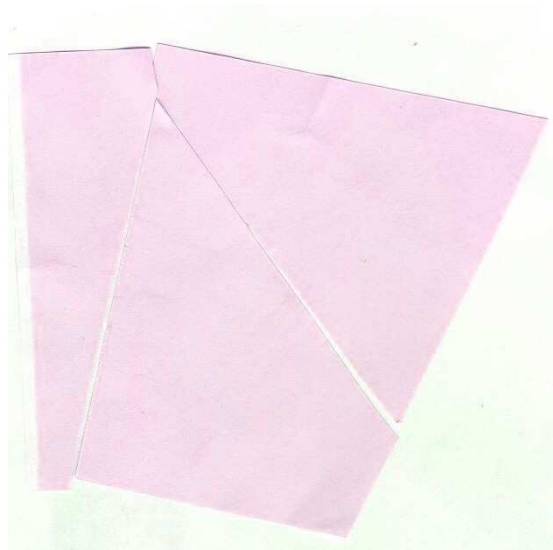
**obrázek 23** - 4 části



**obrázek 24** - 5 částí



**obrázek 25** - 3 části



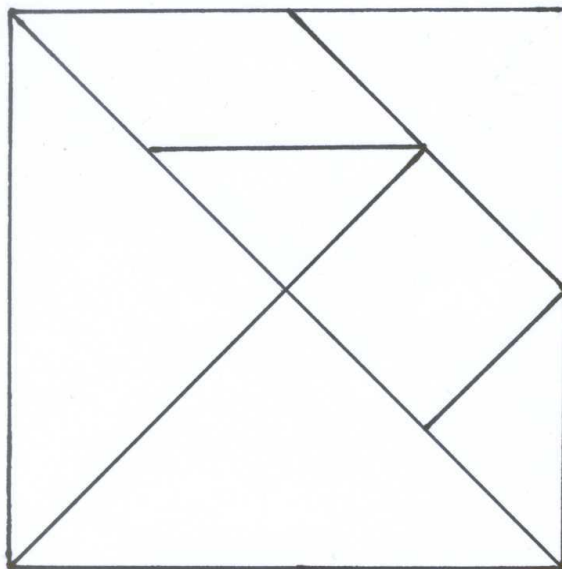
**obrázek 26** - nepovedená práce

### 3.3.3 Tangram

Tangram patří mezi nejznámější skládačky. Tento hlavolam je starý několik tisíc let a pochází ze staré Číny. Jeho původní název byl „ch'i ch'iao t'u“ a v překladu znamená „důmyslná sedmidílná skládačka“. Již z názvu vyplývá, že tangram je hlavolam složený ze sedmi dílků a vznikl rozdělením čtverce (obrázek 27). Toto rozdělení je považováno za nejlépe možné. Do západní Evropy se hlavolam dostal začátkem 19. století.

Z dílků tangramu lze sestavovat mnoho různých geometrických obrazců (čtverec, obdélník, trojúhelník,...), obrazů postav, zvířat (obrázek 28) a věcí (obrázek 29).

Při sestavování tangramů se mezi jednotlivými dílky může objevit mezera a také nemusí odpovídat délka přikládaných stran. Při skládání figur z Tangramu jde o obrázek a nápad. Děti si na základě práce s tangramy procvičují svoji konstruktivní představivost, smysl pro geometrii a její zákonitosti.



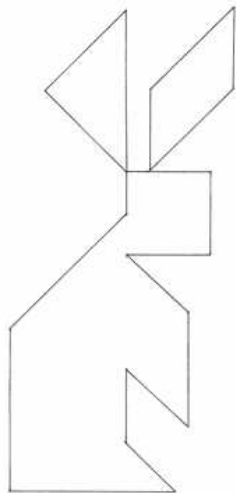
**obrázek 27**

Z tangramu lze sestavovat buď podle předlohy nebo podle fantazie. Předloha může sloužit zároveň jako podložka, na které se skládá nebo může být např. na tabuli, což je pro děti náročnější. Vymýšlením vlastních obrázků se rozvíjí vlastní tvořivost a fantazie. Během skládání tangramů se musí dodržet základní pravidla:

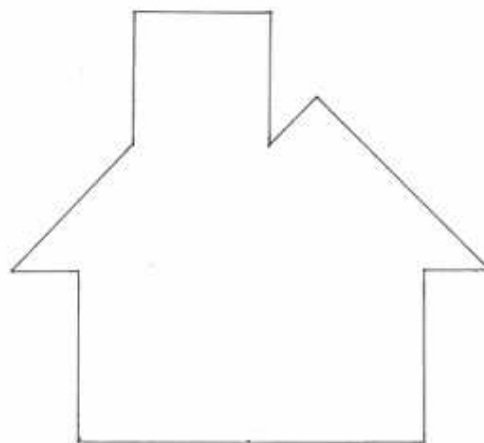
- při skládání tangramu je nutno použít všech 7 dílků;
- jednotlivé dílky se nesmějí překrývat.

V experimentálním vyučování byly použity úlohy typu:

- slož čtverec, obdélník, trojúhelník z dílků Tangramu, nemusíš použít všechny dílky;
- slož obrázek podle předlohy, nebo tabule;
- slož čtverec ze všech dílků Tangramu.



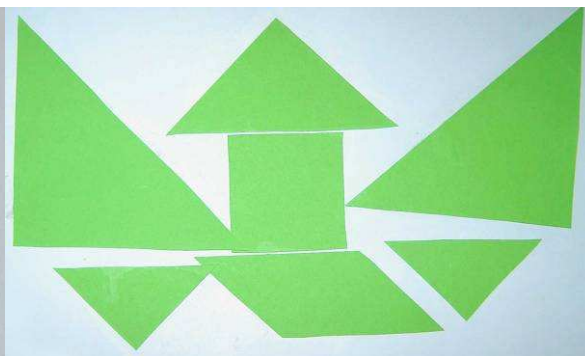
obrázek 28



obrázek 29



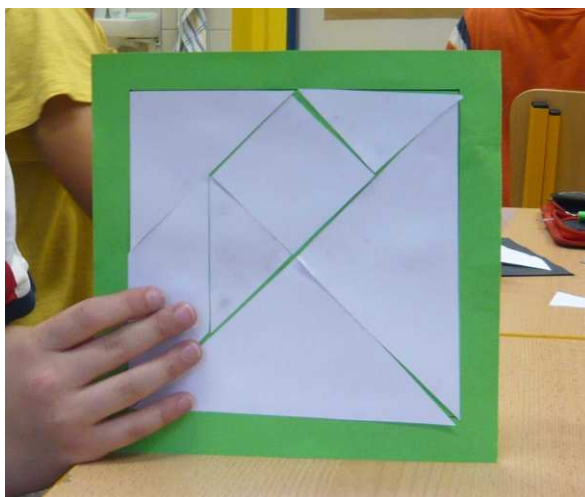
obrázek 30



obrázek 31



obrázek 32



obrázek 33

## 4 Metody použité při řešení diplomového úkolu

Materiál pro řešení diplomového úkolu byl získán při experimentálním vyučování, které bylo součástí řešení projektu NaDiMa. Před začátkem experimentálního vyučování byl vypracován rámcový záměr – přehled prostředí a úloh, které budou řešeny. Po každém vyučování byl udělán rozbor a připravena následující hodina. Takto bylo zpracováno 5 dvouhodin a závěrečný projekt. Zpracování příprav jsem se zúčastnila, ale nebyly přímo cílem mého diplomového úkolu.

Zpracování diplomového úkolu bylo zahájeno sběrem dat z experimentálního vyučování. Z každé hodiny jsem pořídila videozáznam a provedla jeho přepis. Také jsem sebrala všechny práce dětí pro pozdější analýzu. Ve druhé fázi jsem konfrontovala videozáznamy s žákovskými řešeními a snažila jsem se o analýzu myšlenkových postupů žáků při řešení jednotlivých úloh. Předběžné výsledky jsme s vedoucí diplomové práce a vyučující učitelkou publikovaly (Hošpesová, Matějů, Fantová, 2010).

Experimentální vyučování probíhalo v základní škole Plešivec v Českém Krumlově. Zkoumaným vzorkem byla 2. třída, do které chodilo 14 dětí. Experimentální vyučování vedla třídní učitelka Mgr. Matějů. Experimentální vyučování se uskutečnilo v průběhu tří měsíců.

Před začátkem experimentálního vyučování a po jeho ukončení proběhlo psychologické šetření dětí, které otestovaly dvě licencované psychologičky. Zkoumala se motivace a zájem dětí o geometrii, kognitivní schopnosti, percepce a posouzení osobnosti dětí. Děti byly předem seznámeny s faktem, že se psychologický výzkum bude zabývat matematikou a jejich vztahem k ní. Výsledky tohoto psychologického šetření uvádím pro zajímavost v závěru diplomové práce.

# Praktická část

## 5 Struktura praktické části

V popisu experimentálního vyučování jsou jednotlivé hodiny řazeny za sebou tak, jak ve skutečnosti probíhaly. Na začátku každé hodiny je popsáno, jaké pomůcky byly použity, jak byla organizována výuka a jaký byl cíl hodiny. Dále pokračují vypsáním jednotlivých úkolů. U každého úkolu je uveden jeho cíl.

Po takto rozepsaném úvodu následují rozpracované jednotlivé úkoly. U každého úkolu je popsána motivace, zadání, řešení a závěr úkolu. Součástí jsou též fotografie z výuky a obrázky dětských prací.

V části o *motivaci* je popsáno, jak byly děti motivovány na plnění úkolu a jaký byl jejich zájem o tento úkol. V *zadání úkolu* je popsáno, jak byl dětem úkol zadán a jak na toto zadání reagovaly. V *řešení úkolu* se soustřeďuji na práci dětí (jak začaly pracovat, jaké měly reakce na řešení úkolu, atd.). Upozorňuji na pochopené i nepochopené způsoby vypracování a popisuji určité způsoby řešení úkolů, které se ve třídě objevily. V části *závěr úkolu* jsou zpracovány výsledky práce dětí a jednoduchý přehled o počtu splněných prací, způsobu řešení, způsobu zaznamenání řešení a počet nalezených řešení.

## 5.1 1. experimentální vyučování 29.4. 2009

**Cíl hodiny:** obohacení představ o čtverci a trojúhelníku

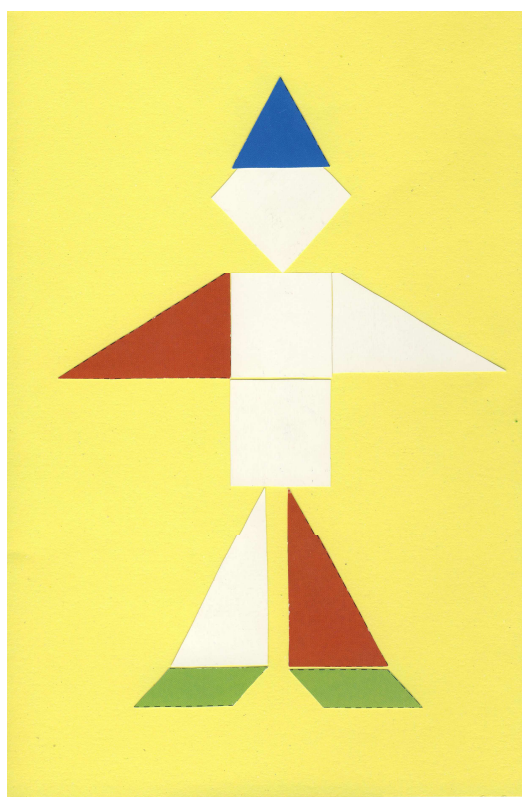
**Pomůcky:** Mozaika, šablony

**Organizace třídy:** žáci pracují samostatně, frontální způsob výuky, hromadná kontrola výsledků

### Plánovaná struktura hodiny

1) **úkol:** Slož z dílů Mozaiky obrázek chlapce podle interaktivní tabule (obrázek 34).

**Cíl úkolu :** Obohacení představ o rovinných geometrických útvarech



**obrázek 34**

2) **úkol:** Vytvoř „zvíře“ z tvarů Mozaiky podle předlohy – možnost výběru předlohy:

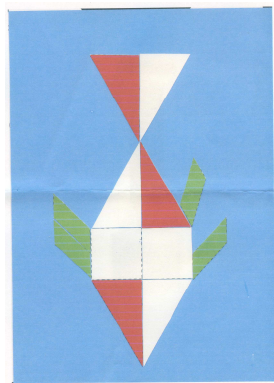
a) z barevných tvarů (obrázek 35);

b) z bílých tvarů (obrázek 36);

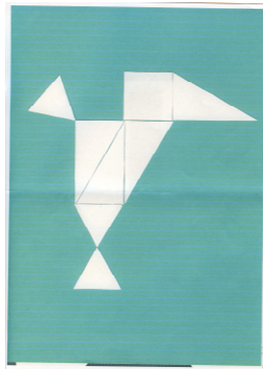
c) jen obrys (obrázek 37).

Žák, kterému se podařilo sestavit „zvíře“, si nechá šablonu na lavici.

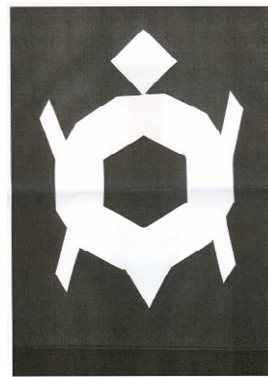
**Cíl úkolu:** Obohacení představ o čtverci a trojúhelníku



obrázek 35

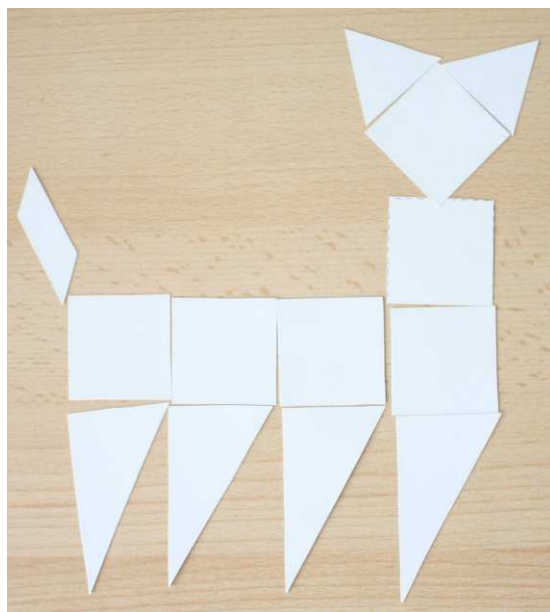


obrázek 36



obrázek 37

- 3) úkol:** Vytvoř obrázek zvířete z tvarů Mozaiky (obrázek 38). Vyprávěj krátký příběh.  
**Cíl úkolu:** Obohacení představ o čtverci a trojúhelníku



obrázek 38



### **Průběh experimentálního vyučování:**

**1) úkol:** Slož z dílů Mozaiky obrázek chlapce a podle interaktivní tabule.

#### **Průběh aktivity:**

**1. Motivace:** Učitelka zahájila hodinu na koberci. Nejdříve dětem připomněla, že budou při práci s geometrickými tvary natáčeny na video. Dále dětem vyprávěla motivační pohádku o „chlupci“, který je sestaven pouze z geometrických tvarů.

**2. Zadání úkolu:** Sestav z Mozaiky podle tabule panáčka. Pokud úkol zvládneš, zkus vymyslet jeho jméno. Počáteční písmeno sestav z tvarů Mozaiky.

**3. Řešení úkolu:** Děti zpočátku říkaly, že nevědí, co mají dělat. Po dalším vysvětlení úkol pochopily. Pracovaly rychle a panáčka i písmeno zvládly velmi brzy. Panáčka pojmenovaly jménem Vítek.

**4. Závěr úkolu:** Na úkole pracovalo 14 dětí. Při řešení tohoto úkolu dělalo dětem nejvíce potíže pochopení, že panáček musí být sestaven přesně podle vzoru na tabuli. Dětem dělalo potíže umístění rukou a nohou, sledování vzoru a zároveň sestavování na lavici. Dopustily se několika chyb, které si hned opravily. Nakonec tento úkol hodnotily jako velmi jednoduchý.

#### **Fotografie z průběhu aktivity:**



**obrázek 39**



**obrázek 40**

2) **úkol:** Vytvoř siluetu zvířete z tvarů Mozaiky podle předlohy – možnost výběru předlohy:

- a) z barevných tvarů;
- b) z bílých tvarů;
- c) jen obrys.

Žáci, kterým se podařilo siluetu zvířete sestavit, si jí nechá na lavici.

**Průběh aktivity:**

**1. Motivace:** Pomozte Vítkovi najít zvířecí kamarády.

**2. Zadání úkolu:** Sestav z Mozaiky obrázky zvířat. Máte na výběr ze tří stupňů obtížnosti. Učitelka předvedla, která šablona je podle ní nejsnadnější (obrázek 45, 46, 50, 52), střední (obrázek 41, 42, 43, 47, 48) a nejnáročnější (obrázek 44, 49, 51). Pokud budete mít obrázek sestaven, předlohu si nechte u sebe a dojděte si pro další.

**3. Řešení úkolu:** Děti začaly okamžitě pracovat. Nejdříve si braly snadnější šablony, aby se seznámily s tvary a způsobem práce. Následně si už začaly brát šablony náročnější.

**4. Závěr úkolu:** Děti tento úkol hodnotily jako velmi jednoduchý. Pracovaly velmi rychle a přesně. Úkol vypracovalo 14 dětí. Úkol obsahoval 12 obrázků ve třech stupních obtížnosti.

obrázek 41 byl vypracován 10x

obrázek 42 byl vypracován 8x

obrázek 43 byl vypracován 12x

obrázek 44 byl vypracován 5x

obrázek 45 byl vypracován 14x

obrázek 46 byl vypracován 14x

obrázek 47 byl vypracován 11x

obrázek 48 byl vypracován 14x

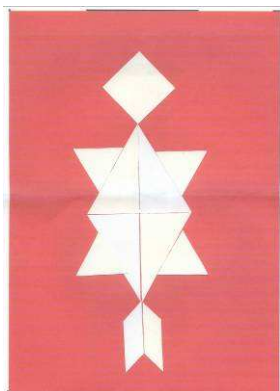
obrázek 49 byl vypracován 8x

obrázek 50 byl vypracován 13x

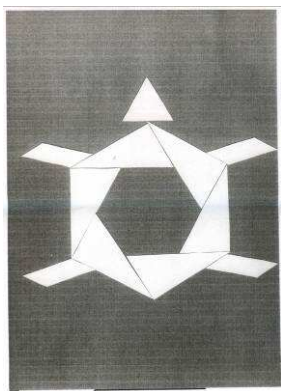
obrázek 51 byl vypracován 6x

obrázek 52 byl vypracován 14x

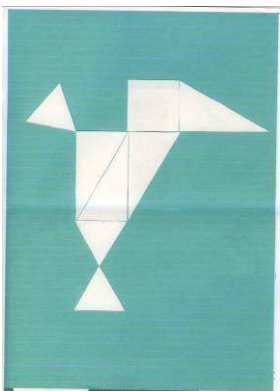
**Šablony:**



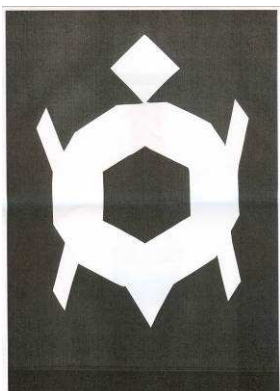
obrázek 41



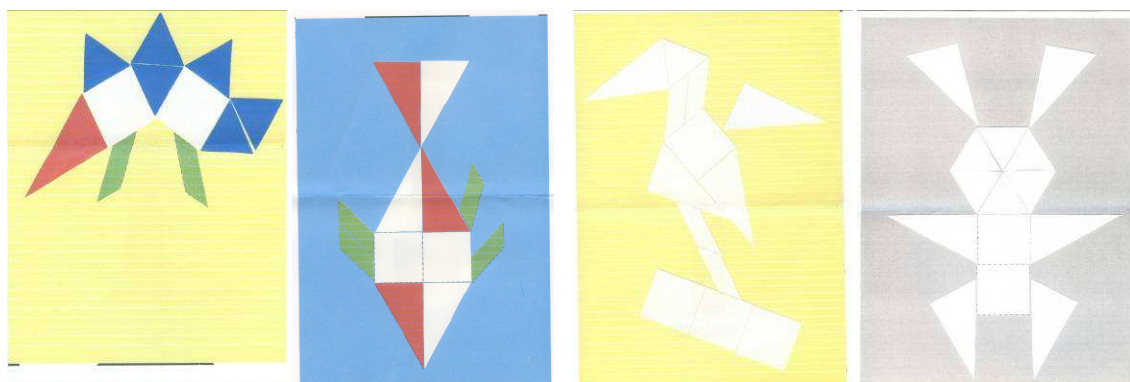
obrázek 42



obrázek 43



obrázek 44

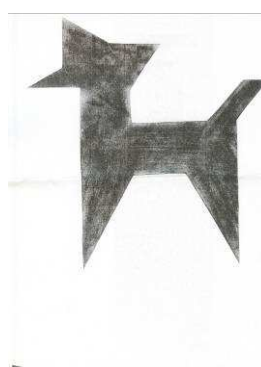
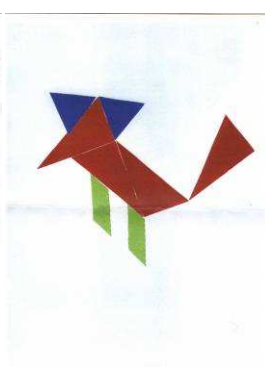
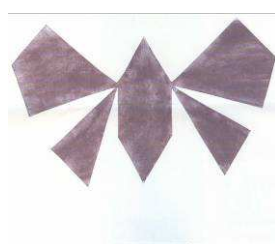


obrázek 45

obrázek 46

obrázek 47

obrázek 48



obrázek 49

obrázek 50

obrázek 51

obrázek 52

3) **úkol:** Vytvoř obrázek zvířete z tvarů Mozaiky. Vyprávěj krátký příběh.

**Průběh aktivity:**

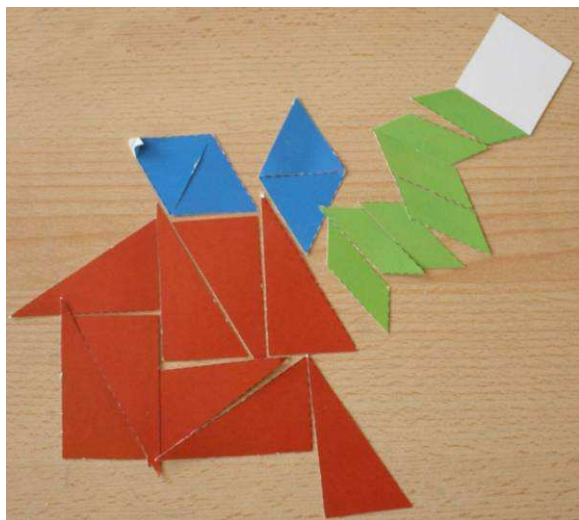
**1. Motivace:** Vy jste teď skládali „zvířata“, která jsem vám okopírovala. Zkuste tedy vymyslet také podobu nějakého svého zvířete.

**2. Zadání úkolu:** Máte za úkol z tvarů Mozaiky složit podobu zvířete a něco nám o něm napsat.

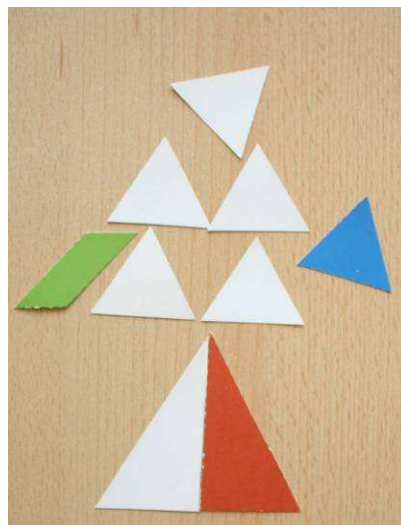
**3. Řešení úkolu:** Děti se rychle pustily do práce a překřikovaly se, kdo vymyslí jaké „zvíře“. Nakonec začaly vymýšlet i podoby neexistujících zvířat. Těm říkaly kouzelná zvířata.

**4. Závěr úkolu:** Tento úkol nedělal dětem žádné potíže. Mohla se plně projevit jejich fantazie. Děti byly velmi tvůrčí nejen ve skládání „zvířat“, ale také v jejich pojmenování a popisu. Dvě děti měly problémy s formou. Dělal jim potíže sestavovat „zvířata“ s hranatými tvary, což je pravděpodobně náročnější na abstrakci. Neuměly si představit oblé tvary těl zvířat jinak, než je znají.

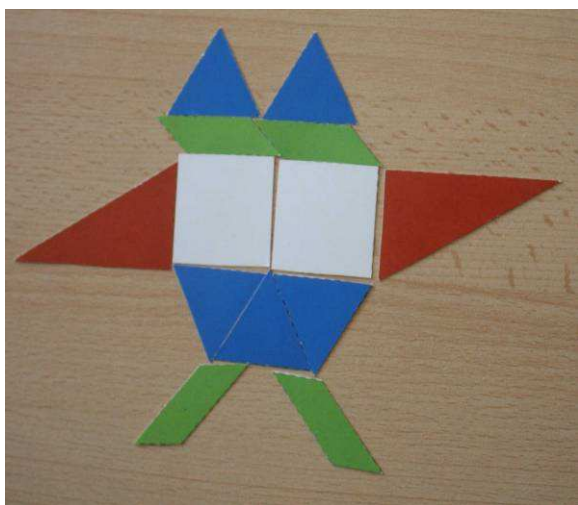
**Vybrané práce dětí:**



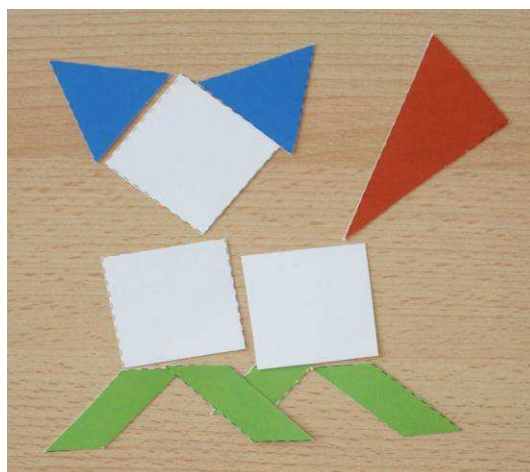
**obrázek 53**



**obrázek 54**



**obrázek 55**



**obrázek 56**

## 5.2 2. experimentální vyučování 13.5. 2009

**Cíl hodiny:** Obohacení představ o čtverci, trojúhelníku a obdélníku; shodné úsečky

**Pomůcky:** Mozaika geometrických tvarů, čtvercová a bodová síť, rozstříhané čtverce (z bločku na poznámky).

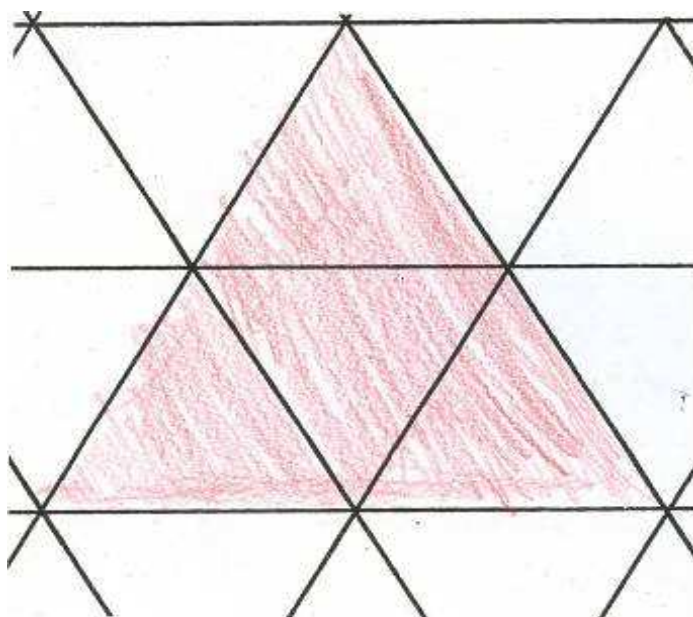
**Organizace třídy:** žáci pracují samostatně, frontální způsob výuky, hromadná kontrola výsledků

### Plánovaná struktura hodiny

1) **úkol:** Vytvoř geometrické tvary z několika tvarů Mozaiky. Tvary musí být spojeny celou stranou. Výsledky zakresli do bodové nebo čtvercové sítě, příp. obkresli na bílý papír.

**Cíl úkolu:** Obohacení představ o čtverci, obdélníku a trojúhelníku; shodné úsečky.

**Možnost řešení:**

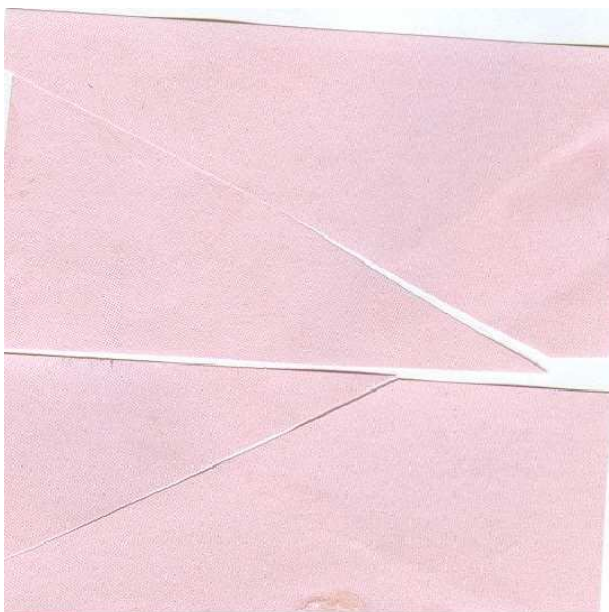


obrázek 57

2) **úkol:** Sestav rozstříhaný geometrický tvar – možnost výběru (výchozím tvarem je čtverec rozstříhaný na 3, 4 nebo na 5 částí) a nalep jej na papír. Jaký tvar jsi sestavil?

**Cíl úkolu:** Obohacení představ o čtverci; shodnost úseček a shodnost geometrických tvarů.

### Možnost řešení:



obrázek 58

### Průběh experimentálního vyučování

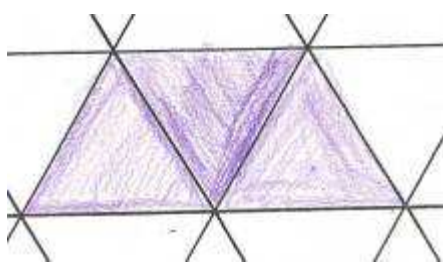
- 1) **úkol:** Vytvoř geometrické tvary z několika tvarů Mozaiky. Tvary musí být spojeny celou stranou. Výsledky zakresli do bodové nebo čtvercové sítě, příp. obkresli na bílý papír.

#### Průběh aktivity:

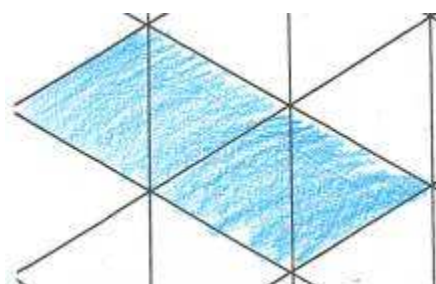
1. Učitelka zahájila hodinu s dětmi řešením motivační úlohy. Promítla „chlapce Vítku“ na interaktivní tabuli a zeptala se, z jakých geometrických tvarů se „Vítek“ skládá. Dále dětem řekla, že je dnes Vítek smutný, protože rozbil okno a prosí je o pomoc.

2. **Zadání úkolu:** Sestavte z trojúhelníků Mozaiky čtverec, obdélník, trojúhelník a zakreslete do bodové, nebo čtvercové sítě, případně obkresli na bílý papír.

3. **Řešení úkolu:** Nejdříve si děti vybraly síť a mezi tím jim učitelka rozdala obálky s Mozaikami. Ze začátku děti volily práci s modrými rovnostrannými trojúhelníky. S těmito trojúhelníky také skládaly nejvíce. Ze tří rovnostranných trojúhelníků sestavily čtyřúhelník (záznam na obrázku 59). Ze čtyř rovnostranných trojúhelníků sestavily také čtyřúhelník (záznam na obrázku 60).



**obrázek 59**



**obrázek 60**

Děti si vybraly, s kterými tvary Mozaiky budou pracovat. Postupně k sobě přikládaly tvary, otáčely s nimi, dokud se jim nepodařilo něco sestavit. Poté většinou volaly učitelku s dotazem, zda úkol splnily.

**4. Závěr úkolu:** Tvorba tvarů dětem nedělala žádné potíže. Nejnáročnější pro ně bylo překreslování. Většina dětí tuto činnost nezvládla a místo toho je obkreslovala. Při tom však nedodržovaly vyznačené body v sítích (obrázek 63). Děti vytvořily celkem 63 tvarů.

Z toho 50 tvarů bylo složeno z rovnostranných trojúhelníků,

11 tvarů bylo složeno z pravoúhlých trojúhelníků,

2 tvary byly složeny ze čtverce.

6 dětí používalo trojúhelníkovou síť

4 děti používaly bodovou síť čtvercovou

3 děti používaly bodovou síť trojúhelníkovou

3 děti používaly bílý papír

Děti sestavovaly geometrické tvary z libovolného počtu kusů Mozaiky. Na přehledu použitých kusů Mozaiky je vidět, že děti volily jednodušší způsob řešení úkolu.

ze 2 kusů Mozaiky – 5 tvarů

ze 3 kusů Mozaiky – 23 tvarů

ze 4 kusů Mozaiky – 30 tvarů

z 5 kusů Mozaiky – 2 tvary

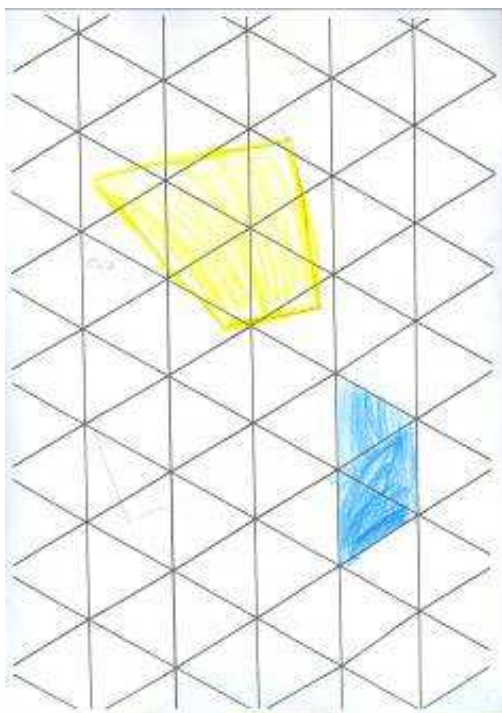
ze 6 kusů Mozaiky – 1 tvar

ze 7 kusů Mozaiky – 1 tvar

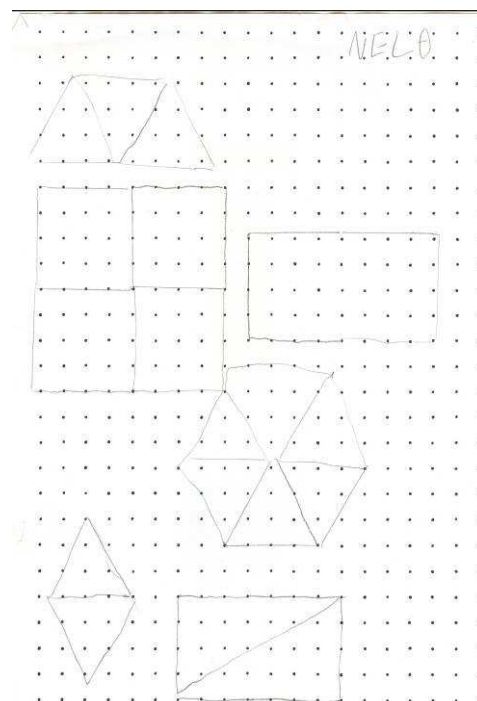
Mezi neúspěšnější patřily 3 dívky, které sestavily 6 a více tvarů. Nejméně úspěšný žák sestavil jen 1 tvar.

Na úkole pracovalo 14 dětí a všechny ho vypracovaly.

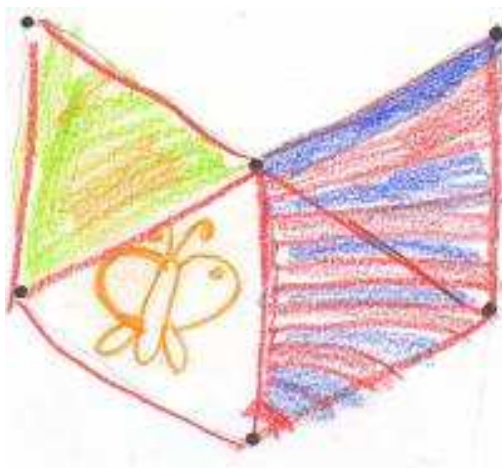
**Vybrané práce dětí:**



**obrázek 61**



**obrázek 62**



**obrázek 63**



**obrázek 64**



- 2) **úkol:** Sestav rozstříhaný geometrický tvar. Může být rozstříhaný na 3, 4 nebo 5 dílů. Poznej, o který geometrický tvar se jedná a výsledek nalep.

**Průběh aktivity:**

1. **Motivace:** Zahrajeme si na „Vítka“ a budeme skládat okno.

2. **Zadání úkolu** v kruhu na koberci. „Děti, vyberete si z těchto tří hromádek jednu skupinu tvarů a z té mi složíte rozbité okénko. Okénko může mít jakýkoliv tvar a vy ho musíte uhodnout.“ Učitelka děti upozornila v které hromádce jsou sepnuty 3 tvary, ve které 4 tvary a ve které 5 tvarů, ze kterých se má geometrický tvar složit. Dále je upozornila, která z nabízených možností je snadnější a která náročnější. Obtížnost úloh souvisela s počtem a tvarem dílů, např. skládku na obrázku xx učitelka označila jako obtížnou.

3. **Řešení úkolu:** Děti si vybraly jeden rozstříhaný tvar a šly si sednout do lavic. Většina dětí začala tvrdit, že tomu nerozumí, a dožadovala se vysvětlení a pomoci. Mnohým dětem se tvar dařilo složit hned ze začátku, ale nebyly schopny dát do skládačky poslední dílek. Když jim poslední dílek hned nesesedl, začaly skládat znovu.

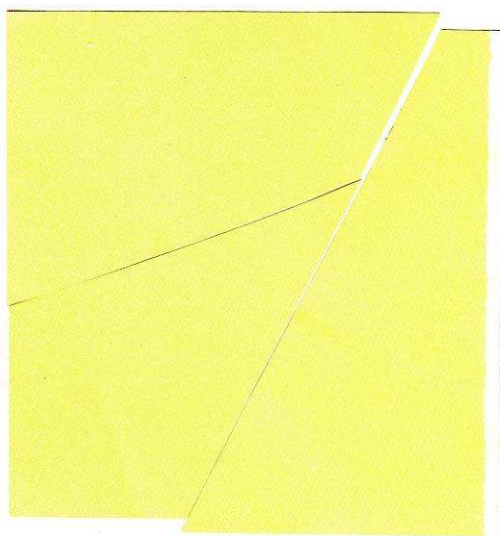
4. **Závěr úkolu:** V tomto úkolu opět většina dětí nejdříve vypracovala jednodušší zadání úkolu. Složitější zadání úkolu vypracovávaly až ty děti, kterým se podařilo sestavit alespoň jeden jednodušší čtverec. Úkol dětem trval déle. Dělal jim problém představit si tvar okna a následně ho složit. Největším problémem byl poslední dílek (i ve čtverci ze 3 dílků), kde některé děti nebyly schopny správně dílek otočit a umístit. V tomto případě začínaly se sestavováním čtverce od začátku.

Čtverec z 5 dílů skládaly 3 děti;  
čtverec ze 4 dílů skládalo 7 dětí;  
čtverec ze 3 dílů skládalo 7 dětí.

**Nesplněný úkol:**

Jeden žák skládal ze 3 dílů, ale nepodařilo se mu složit čtverec.

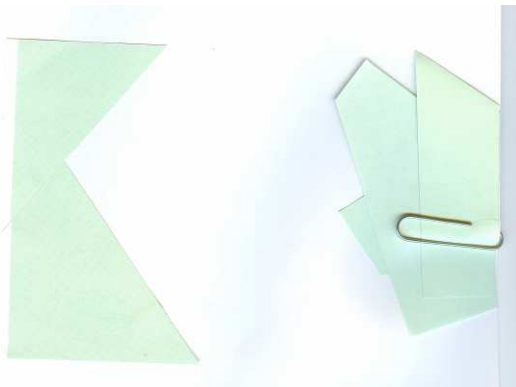
**Vybrané práce dětí:**



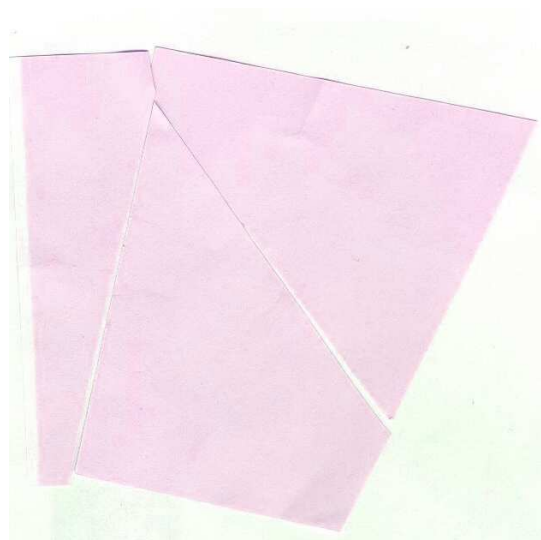
**obrázek 65**



**obrázek 66**



**obrázek 67**



**obrázek 68**

## 5.3 3. experimentální vyučování 21.5.2009

**Cíl hodiny:** Obohacení představy o čtverci a dalších geometrických tvarech; propedeutika obsahu obrazce.

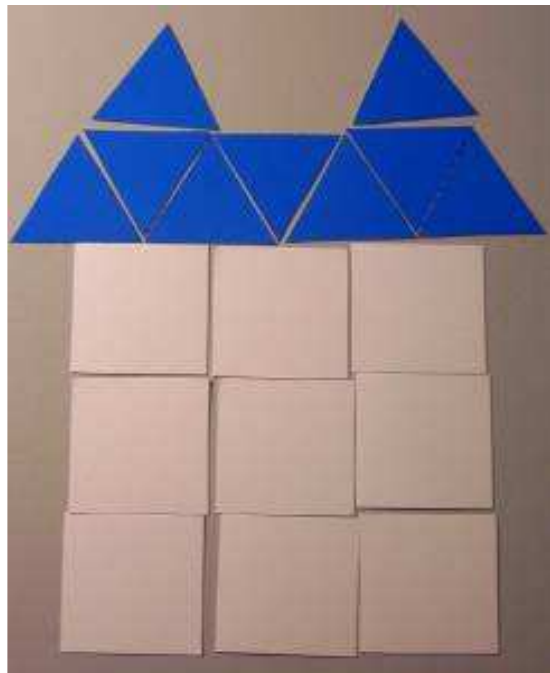
**Pomůcky:** čtvercové lístečky na poznámky, Mozaika

**Organizace třídy:** žáci pracují samostatně, frontální způsob výuky, hromadná kontrola výsledků

### Plánovaná struktura hodiny

1) **úkol:** slož z tvarů Mozaiky „domek“.

**Cíl úkolu:** poznání a seznámení se s jednotlivými tvary Mozaiky. Získávání zkušeností manipulací s geometrickými tvary, vnímání tvarů v různých polohách, tj. propedeutika shodných zobrazení (otočení, souměrnost, posunutí). Intuitivní využívání shodnosti úseček a shodnosti tvarů.



obrázek 69

2) **úkol:** Když spojíme 2 čtverce celou stranou, můžeme vytvořit obdélník. Kolik tvarů můžeš vytvořit, když spojíš:

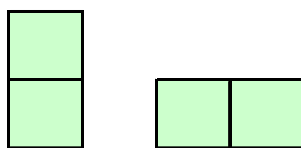
a. 3 čtverce.

b. 4 čtverce.

Vyber si, jak zaznamenáš výsledky (ve čtvercové, v bodové síti).

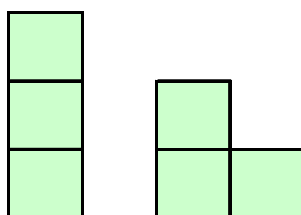
**Pozn.:** Tvary na obrázku 70 považujeme za shodné. Kdybychom je vystřihli, mohli bychom položit jeden na druhý.

**Cíl úkolu:** obohacování představy o čtverci; potvrzení poznatku, že čtverec má všechny strany stejné délky; pěstování intuitivní představy o shodných čtvercích; vytváření geometrických tvarů skládáním; zjišťování, zda jsou útvary shodné

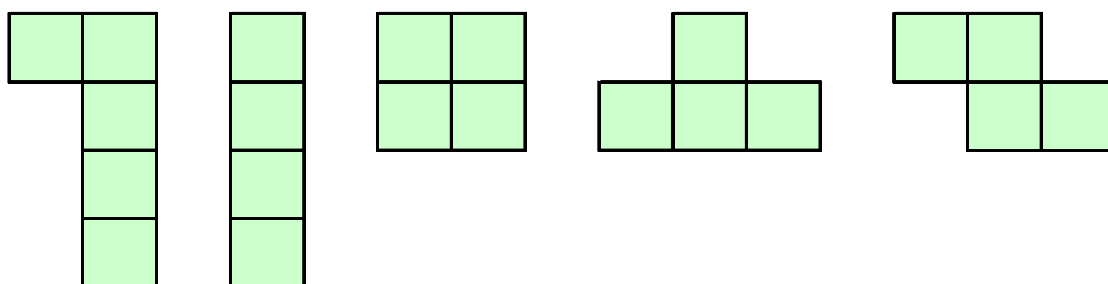


obrázek 70

**Řešení:**



obrázek 71

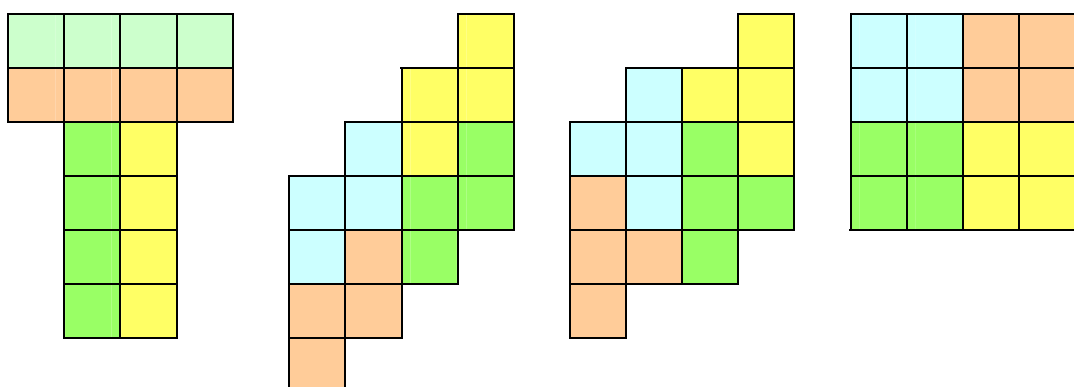


obrázek 72

**3) úkol:** Vyber si jeden z tvarů ze čtyř čtverců (4 ks téhož tvaru) a pokus se „vydláždit“ větší útvar. Dlaždice se nesmějí překrývat a musí zaplnit celý útvar beze zbytku. Pokud se ti to povede, svoji práci nalep.

**Cíl úkolu:** propedeutika obsahu obrazce; intuitivní využívání shodných zobrazení.

**Příklad řešení:**



**obrázek 73**

**Průběh experimentálního vyučování**

**1) úkol:** slož z tvarů Mozaiky „domek“.

**Průběh aktivity:**

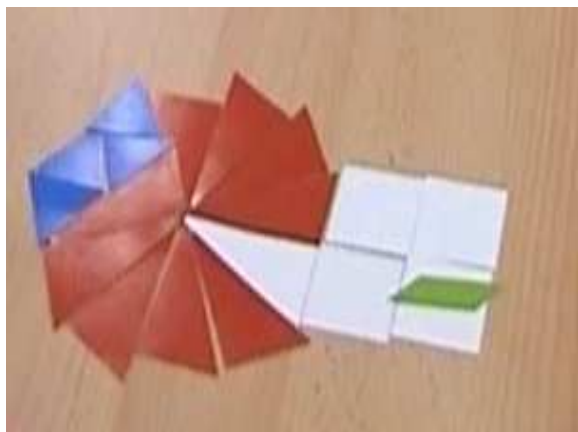
**1.** Rozdání obálek s Mozaikou.

**2. Zadání úkolu** s motivací: Z těchto tvarů postavte „domeček“ pro panáčka Vítku.

**3. Řešení úkolu:** Děti sestavovaly „domky“ velmi pečlivě. Většina dětí použila všechny dílky Mozaiky.

**4. Závěr úkolu:** Předpokládala jsem, že děti budou sestavovat klasické tvary domků. Tyto klasické domky si představuji jako obdélník, nebo čtverec a na něm trojúhelník (viz. obrázek 69). Nakonec se tak nestalo a většina dětí tvořila velmi kreativní a zajímavé domky. Tyto domky byly většinou osově souměrné.

### Vybrané práce dětí:



obrázek 74



obrázek 75

- 2) **úkol:** Když spojíme 2 čtverce celou stranou, můžeme vytvořit obdélník. Kolik tvarů můžeš vytvořit, když spojíš:
- 3 čtverce.
  - 4 čtverce.

Tvary zaznamenávejte do čtvercové nebo bodové sítě. Případně je překreslete na papír.

#### Průběh aktivity:

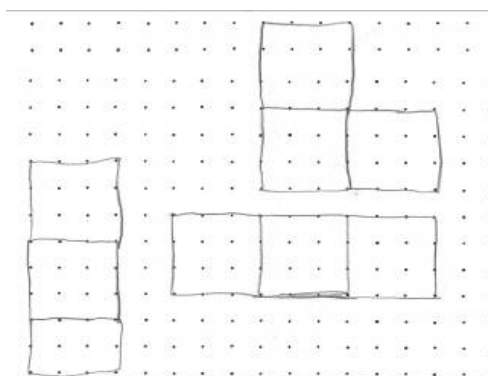
**1. Motivace** na koberci: „Vítek, kterému jsme v minulé hodině stavěli domek, chce vydláždit chodník. Naším úkolem dnes bude vytvořit různé tvary dlaždic. Tvary budeme tvořit spojováním čtverců.“

V rozhovoru s dětmi učitelka objasnila, jakým způsobem budou spojovat čtverce. Děti si to na dvou čtvercích vyzkoušely. Dále se učitelka s dětmi dohodla, které tvary budou považovat za shodné. Na konec ještě připomněla podmínky řešení úkolu.

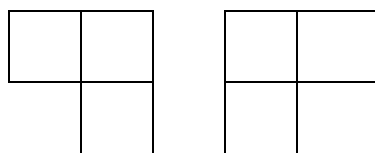
**2. Zadání úkolu:** Vytvořte „dlaždice“ ze tří čtverců. Vše co vytvoříte, zakreslete do čtvercové nebo bodové sítě.

**3. Řešení úkolu:** Po návratu do lavic přistoupily děti k řešení úlohy různým způsobem. Některé děti úkolu nevěnovaly pozornost a dál si stavěly domeček pro panáčka a nespolupracovaly. Spolupracovat začaly až po několikáté výzvě. Další skupina dětí si nevěděla s úkolem rady. Jiné děti se zase naopak snažily pracovat velmi rychle, aby měly úkol vypracovaný dříve než ostatní. Nejdříve většina dětí sestavila ze tří čtverců obdélník. Druhý možný tvar sestavily také poměrně rychle, ale neuvědomily si možnost otočení a stejný tvar vytvořily ještě jednou, ale v jiné poloze. Tuto stejnost však některé děti nebyly schopny vidět.

Některé děti první sestavený tvar do čtvercové sítě obkreslily a až po upozornění učitelky začaly tyto tvary překreslovat.

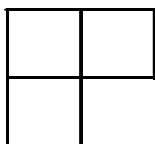


**obrázek 76**



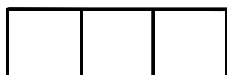
**obrázek 77**

**4. Závěr úkolu:** Správným řešením bylo nalezení dvou tvarů. Na úkole pracovalo 14 dětí. Úlohu vypracovaly všechny děti.



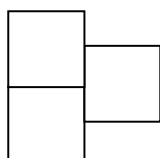
**obrázek 78**

Tento tvar našlo 14 dětí, z toho 3 děti tento tvar zakreslily dvakrát, a to v jiné poloze



**obrázek 79**

Tento tvar našlo 13 dětí. 1 dítě nenašlo.



**obrázek 80**

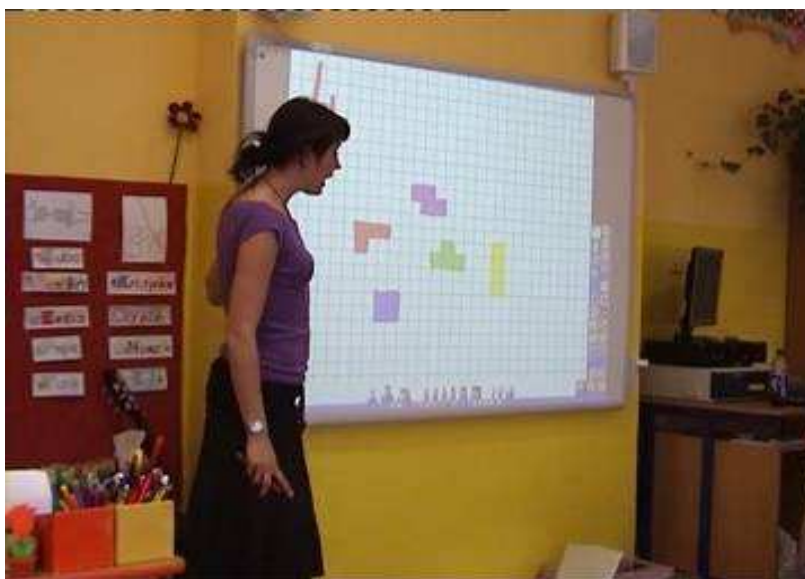
Tento tvar složily a nakreslily 3 děti, i když nesplňoval podmínky zadání.

**1. Zadání úkolu:** vytvořte „dlaždice“ ze čtyř čtverců. Vše, co vytvoříte, zakreslete do čtvercové nebo bodové sítě.

**2. Řešení úkolu:** Děti se daly do práce mnohem rychleji než v předchozím úkolu. Většina dětí sestavila ze 4 čtverců čtverec. Učitelka procházela třídou a upozorňovala na stejné tvary. Některé děti si ani po upozornění od učitelky neuvědomily, že se jim stejný tvar na papíře vyskytuje vícekrát. Učitelka jim to musela více vysvětlit, ale ani po tom nebylo jasné, zda to děti chápou. Některé děti to ale braly jako soutěž a jednotlivé tvary obkreslily vícekrát. Jeden žák dokonce zakreslil 3 tvary vícekrát obrácené a pak všechny zakreslené tvary, které byly navíc, dal do závorky.

Děti překreslovaly do čtvercové a bodové sítě. Většina dětí byla schopná zmenšit strany tvarů a překreslit je na papír. Vyskytly se však 4 děti, kterým toto dělalo problém, a raději se spolehly na obkreslení tvarů do sítě. Jiný žák první sestavený tvar obkreslil a další na upozornění učitelky zmenšoval, až se dostal na nejmenší možné zobrazení. 3 děti zakreslovaly obrazce tak, že se na sebe napojovaly.

**3. Závěr úkolu:** V této úloze obkreslovaly už jen 2 děti. Nejrychlejší z dětí byl Kuba, ten měl jako první sestaveno všech pět tvarů. Výsledky se kontrolovaly na interaktivní tabuli, kde se postupně všechny tvary zakreslily.



**obrázek 81**

Tvar čtverec - 14 dětí, pro jedno dítě to byl jediný tvar, který sestavilo.

Tvar „tyčinka“<sup>1</sup> (žlutý tvar na obrázku 81) - 12 dětí. Z toho 1 dítě složilo tento tvar dvakrát ve shodném zobrazení. 2 děti tento tvar nenašly.

---

1 Používáme stejné označení jako učitelka v experimentálním vyučování.

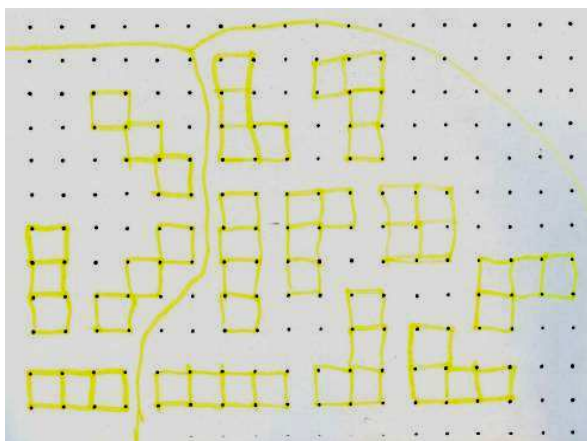


Tvar „T“ (zelený tvar na obrázku 81) - 8 dětí. Z toho 1 dítě tento tvar složilo dvakrát ve shodném zobrazení. 1 dítě tento tvar sestavilo dokonce čtyřikrát ve shodné zobrazení. 6 dětí tento tvar nenašlo.

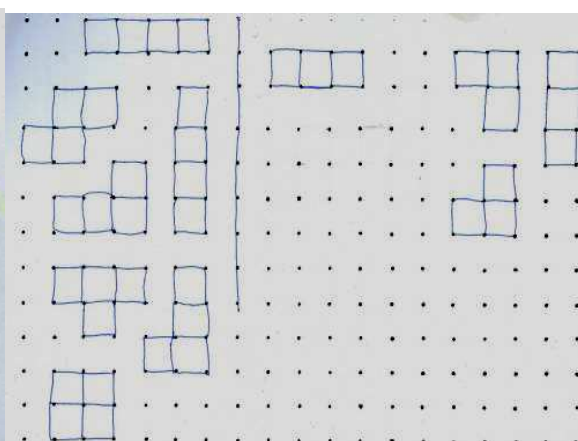
Tvar „L“ (červený tvar na obrázku 81) - 12 dětí. Z toho 3 děti tento tvar našly dvakrát ve shodném zobrazení a 2 děti třikrát. 2 děti tento tvar nenašly.

Tvar „pes“ (fialový tvar na obrázku 81) - 8 dětí. Z toho 1 dítě tento tvar našlo dvakrát ve shodném zobrazení. 6 dětí tento tvar nenašlo.

### Vybrané práce dětí:



obrázek 82

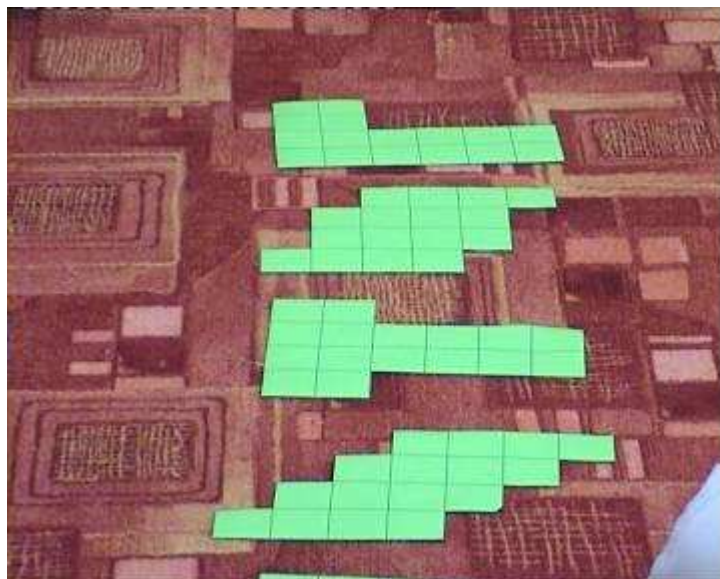


obrázek 83

**3) úkol:** Vyber si jeden tvar ze čtyř čtverců (4 ks téhož tvaru) a pokus se „vydláždít“ větší útvar. „Dlaždice“ se nesmějí překrývat a musí zaplnit celý útvar beze zbytku. Pokud se ti to povede, svoji práci nalep.

### Průběh aktivity:

**1. Zadání úkolu:** Učitelka rozdala na koberec 5 různých tvarů, kterým se bude říkat „chodníky“. Dále na koberec rozdala připravené „dlaždice“, tzn. jednotlivé tvary složené ze čtyř čtverců, seskupené po čtyřech. Úkolem dětí bylo vybrat si tvar „chodníku“ a „dlaždicemi“ jednoho tvaru ho vydláždít. Učitelka děti opět upozornila, který úkol považuje za jednodušší.



obrázek 84

**2. Řešení úkolu:** Jako první tvar si většina dětí vzala tvar „tyčinka“, protože si ho dokázaly nejlépe představit rozložený na jednotlivých „chodnících“. Jiřík si jako první tvar vzal „dlaždici T“ a jako první „chodník“ si vzal také „chodník“ do tvaru písmene T. Podařilo se mu na tento „chodník“ přiložit pouze dva tvary a potom zjistil, že tento tvar se k tomuto „chodníku“ nehodí (obrázek 85). Hodně dětí z opatrnosti před chybou nejdříve používalo tvar „tyčinka“ a jako druhý tvar čtverec.

Děti si „dlaždice“ nejdříve pečlivě vyložily na „chodník“. Některým dětem chvilku trvalo, než se jim podařilo tvary složit správně a pomalu s nimi otáčely po „chodníku“. Když je složily na „chodník“, tvary opatrně přilepily. Dávaly si u toho velký pozor, aby si tvary vyložené na „chodník“ nerozházely. Po prvním nebo druhém pokusu se děti osmělily a braly si jakékoliv tvary a „chodníky“. V této fázi již většina dětí nevykládala tvary na „chodník“, ale rovnou je lepila. Jako první tvary došly „tyčinky“. To právě svědčí o tom, že děti na začátku úkolu viděly v tomto tvaru nejjednodušší variantu. Děti po čase „chodníky“ a „dlaždice“ vybíraly intuitivně a jen čtyřikrát se stalo, že se zmílily. Na konci úkolu, když už zbylo jen pár tvarů a „chodníků“, děti zjistily, že z některých tvarů nejdou složit zbylé „chodníky“.

**3. Závěr úkolu:** Děti nakonec zhodnotily úkol jako jednoduchý, ale některé tvary považovaly za složité. K tomuto závěru došly, když jim nešly vydláždít „chodníky“ všemi tvary „dlaždic“.

Kuba	11 „chodníků“
Naty	8 „chodníků“
Evička, Honzík, Terka	6 „chodníků“
Kristýnka, Jiřík, Niky, Pepa	5 „chodníků“
Evča, Tonda	4 „chodníky“
Honzík L.	3 „chodníky“
Daneček, Jeník	2 „chodníky“

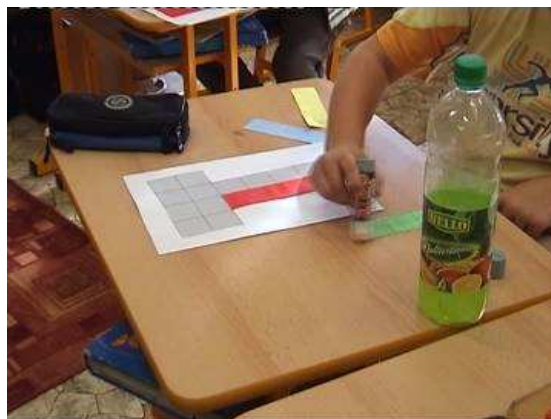
Daneček by možná vypracoval „chodníků“ více, ale měl špatné lepidlo, které ho zdržovalo v práci.

Pozn.: Kuba je autista a v celém projektu se mu výrazně dařilo. V tomto úkolu velmi vynikal.

### Vybrané práce dětí:



obrázek 85



obrázek 86



obrázek 87



obrázek 88

## 5.4 4. experimentální vyučování 28.5. 2009

**Cíl hodiny:** obohacení představ o čtverci a o  $n$ -úhelnících, shodnost úseček a geometrických tvarů, počet možností, prohlubování intuitivní představy o shodnosti a geometrických zobrazeních

**Pomůcky:** čtvercová a bodová síť, rozstřižené čtverce (obrázek 90 a), čtverce ze čtvrtky rozdělené na 4 čtverečky a jeden z nich odstřížený, čtverce – papírky na poznámky

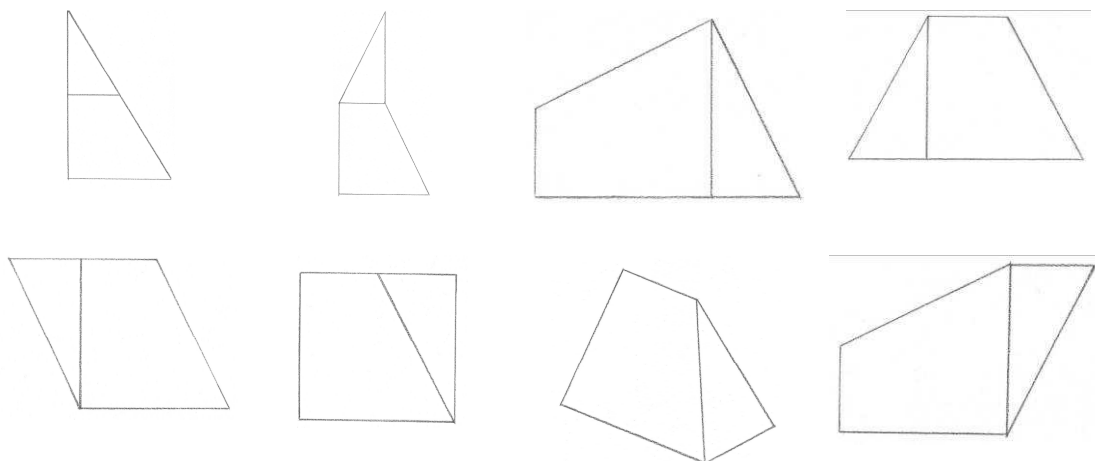
**Organizace třídy:** žáci pracují samostatně, frontální způsob výuky, hromadná kontrola výsledků

### Plánovaná struktura hodiny

**1) úkol:** Skládej všechny možné tvary z rozstřiženého čtverce. Zakresli výsledky do bodové, čtvercové sítě nebo na bílý papír. Tvary pojmenuj (čtyřúhelník, pětiúhelník).

**Cíl úkolu:** Vnímání tvarů v různých polohách. Uvědomění si všech možností otáčení jednotlivých tvarů. Intuitivní využívání shodnosti úseček. Zjišťování, zda jsou útvary shodné.

**Řešení (8 tvarů):** 1 trojúhelník, 4 čtyřúhelníky, 3 pětiúhelníky

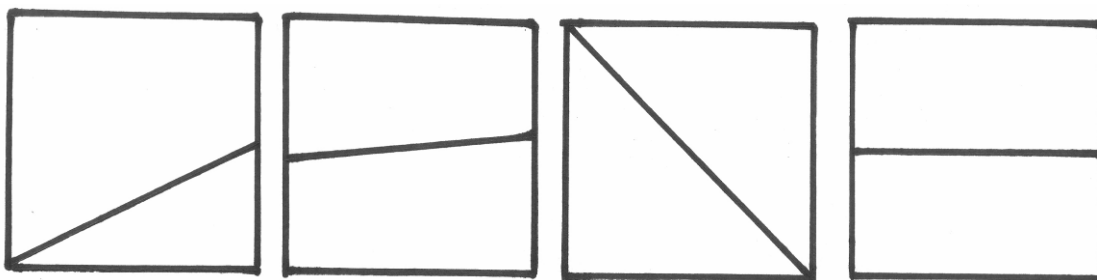


obrázek 89

2. **úkol:** Nový čtverec přestřihni rovnou čarou na dvě části. Z těchto dvou částí poskládej co nejvíce tvarů. Výsledky zakresli do sítí nebo na bílý papír.

**Cíl úkolu:** Vnímání tvarů v různých polohách. Uvědomění si všech možností otáčení jednotlivých tvarů. Intuitivní využívání shodnosti úseček. Zjišťování, zda jsou útvary shodné.

**Příklady řešení:**

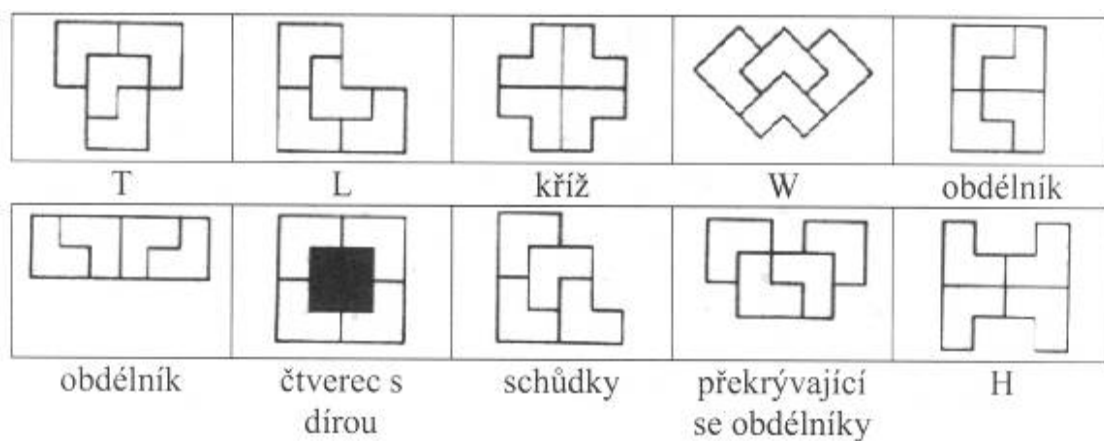


obrázek 90 (a, b, c, d)

3. **úkol:** Vytvoř si 4 „ukousnuté“ čtverce a z těch vytvoř nějaké písmenko. Musíš použít všechny 4. Výsledek nalep.

**Cíl úkolu:** Obohacení představ o pravoúhelnících, shodnost úseček

**Příklady řešení**



obrázek 91

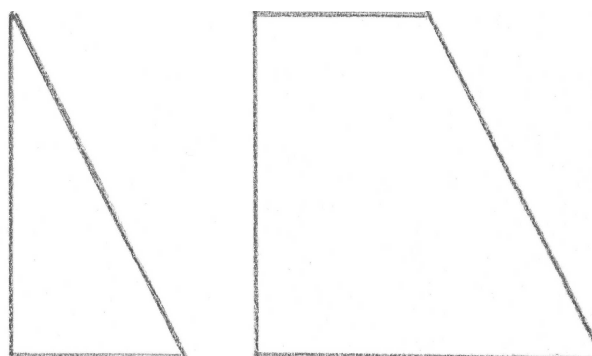
### Průběh experimentálního vyučování

- 1) **úkol:** Slož všechny tvary z rozstříženého čtverce. Zakresli výsledky do bodové, čtvercové sítě nebo na bílý papír. Tvary pojmenuj (čtyřúhelník, pětiúhelník).

### Průběh aktivity

**1. Motivace:** Učitelka zahájila hodinu s dětmi na koberci povídáním o Vítkovi, co s ním zažily a jaký jim připravil úkol.

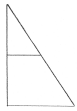
**2. Zadání úkolu:** Každému dítěti dala učitelka dva díly skládačky a zeptala se, které tvary to jsou (obrázek 92). Učitelka dětem řekla podmínky úkolu. Tvary se nesmí nikde překrývat a musí se dotýkat celou stranou. Složený tvar měly překreslit do čtvercové, bodové sítě nebo obkreslit na bílý papír.



obrázek 92

**3. Řešení úkolu:** Děti začaly pracovat. Většina začala se stavbou čtverce. Některé děti neustále vyžadovaly pozornost učitelky. Honzík a Tonda si položili tvary vedle sebe a pomalu s nimi otáčeli a přikládali je k sobě. Tímto způsobem se jim podařilo najít tvar. Ten se ale Tondovi nelíbil a tak raději zkusil složit jiný a ten obkreslil. Učitelka po 10 minutách zastavila práci a vyzvala děti, aby jí přinesly tvary a posadily se na koberec s podepsanými papíry.

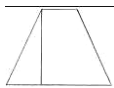
**4. Závěr úkolu:** Na závěr hodiny proběhla společná kontrola. Úlohu řešilo 14 dětí a všechny našly alespoň jeden tvar (přehled všech řešení je na obrázku 93). Většina dětí našla trojúhelník, čtverec a kosodélník (11 – 13 dětí). Ostatní tvary se objevily jen zřídka. Potvrdilo se naše očekávání, že děti budou dávat přednost tvarům, které znají. Domníváme se, že hodnota úlohy je právě v tom, že dítě ve škole pracuje i s nepravidelnými tvary.



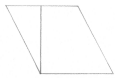
Trojúhelník složilo 12 dětí.



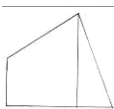
Čtverec složilo 13 dětí.



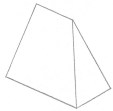
Tento čtyřúhelník složily 4 děti.



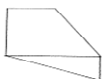
Tento čtyřúhelník složilo 11 dětí.



Tento čtyřúhelník složilo pouze 1 dítě (Naty).



Tento pětiúhelník složily 2 děti (Jiřík a Eva).



Tento pětiúhelník složilo 1 dítě (Kuba).



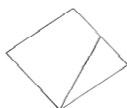
Tento pětiúhelník složilo 1 dítě (Nela).

**Obrázek 93**

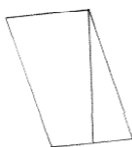
**Chybná řešení:** U čtyř dětí se vyskytly chybné tvary. První skupinou byly tvary, kde děti obkreslily jednu část skládanky. Další dva tvary byly pouze špatně pojmenovány (záměna kosočtverce a čtverce).



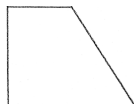
1x označen jako čtverec (není složený ze dvou tvarů).



1x označen jako kosočtverec.



1x označen jako čtverec.



1x označen jako čtyřúhelník (není složený ze dvou tvarů).

**obrázek 94**

**Způsob zakreslení:**

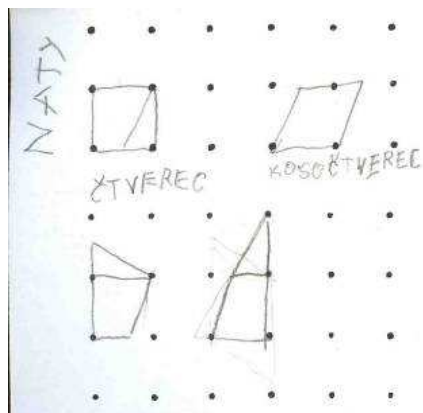
Čtvercovou síť použily 4 děti.

Bodovou síť použilo 6 dětí.

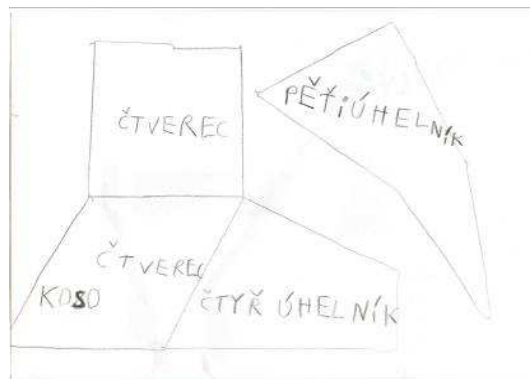
Čistý papír použily 4 děti.

Všechny děti si jako způsob záznamu výsledků zvolily obkreslování.

**Vybrané práce dětí:**



**obrázek 95**

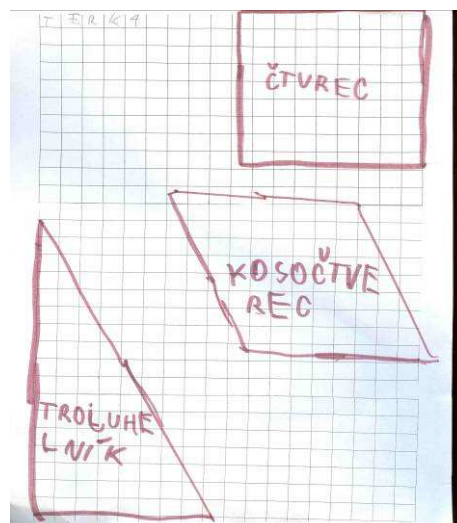


**obrázek 96**





obrázek 97



obrázek 98

- 2) **úkol:** Nový čtverec přestříhni rovnou čarou na dvě části. Z těchto dvou částí slož co nejvíce tvarů. Výsledky zakresli do sítě, nebo na bílý papír.

### Průběh aktivity

**1. Motivace:** Učitelka zahájila další úkol s dětmi na koberci řešením motivační otázky: „Z jakého tvaru byla vytvořena předchozí skládanka?“ Na tuto otázku děti nejčastěji odpovídaly, že byla vytvořena ze čtverce.

**2. Zadání úkolu:** „Vytvoř jinou skládanku rozstřížením čtverce na dvě části. Střih musí být rovný.“ Učitelka zopakovala podmínku úkolu, že čtverec musí být rozstřížen jedním rovným stříhem. Tvary se musí dotýkat celou stranou. Z této skládanky opět skládaly co nejvíce tvarů. Výsledky měly děti obkreslit na bílý papír, nebo překreslit do sítě. Pokusů na vymyšlení vlastní skládanky bylo více. Úkol byl pojat jako soutěž, kdo složí nejvíce tvarů ze své skládanky.

**3. Řešení úkolu:** Několik dětí se nejprve rozhodlo vystříhnout si stejnou skládačku, jako jim připravil „Vítek“. Děti tvary, které vystřihly, přikládaly k sobě a pomalu s nimi otáčely. Jelikož si nebyly jisté, zda složené tvary splňují podmínky, chodily se poradit s učitelkou. Jeden chlapec si přestříhl papír na polovinu. Stejně složené, ale otočené tvary obkreslil. Nesplňoval však podmínku, že se strany musí dotýkat po celé své délce.

Nejlépe si s tímto úkolem poradila Naty, které se podařilo rozstříhnout čtverec tak, že šlo sestavit osm tvarů. Podobně čtverec rozstříhl také Tonda, ale nebyl s ním spokojen a tak ho neobkreslil.

**4. Závěr úkolu:** Jedna dívka odstříhla roh čtverce (obrázek 101). Pečlivě otáčela oba tvary. Po chvíli vzdala hledání dalšího tvaru. Nepochopila zadání a u každého tvaru

porušovala podmínku, že se musí dotýkat celou stranou. Učitelka si špatně vypracovaného úkolu všimla, až když jí ho dívka odevzdávala.

Při této úloze jsem měla dojem, že je na děti náročná a většina si s ní nevěděla rady. Děti nedokázaly odhadnout, jak rozstříhnout čtverec, aby jim vzniklo co nejvíce možností ke složení.

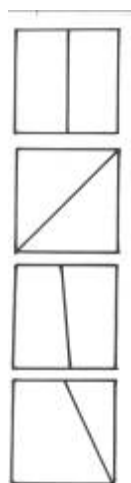
**Způsob zakreslení:** bodová síť 8x  
čtvercová síť 1x  
bílý papír 14 x

**Nejvíce dětí tvary obkreslovalo:**

19 prací pouze obkreslených  
3 práce překreslené  
3 práce obkreslené i překreslené. Pravděpodobně podle toho, na jak těžký tvar děti přišly.

**Ve třídě se objevila tato řešení:**

- Čtverec rozdělený stejně jako v předchozí úloze (obrázek 99d)
- Čtverec rozdělený na dva pravoúhlé trojúhelníky (při skládání tvarů pak většinou našly děti dva, jen v jednom případě řešitelka našla tři tvary) (obrázek 99b)
- Čtverec rozdělený na dva obdélníky (obrázek 99a)
- Čtverec rozdělený na dva čtyřúhelníky (obrázek 99c). Tento tvar umožnil nalézt nejvíce řešení (obrázek 100).



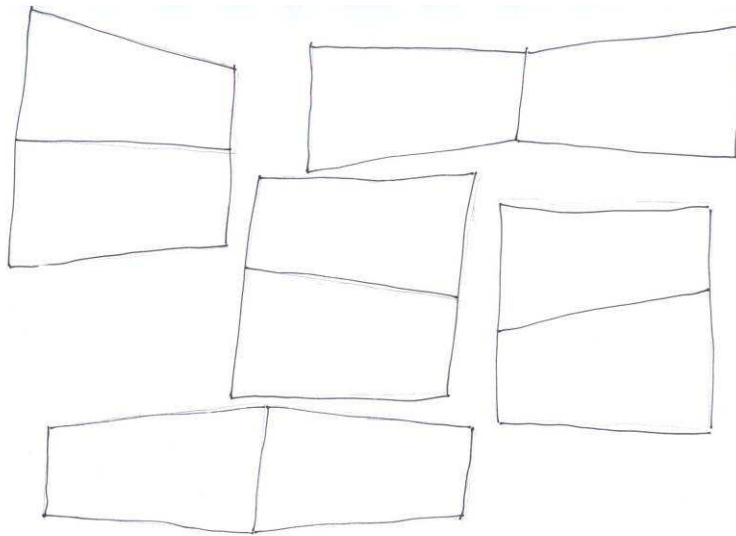
8 dětí

8 dětí

1 dítě (Naty)

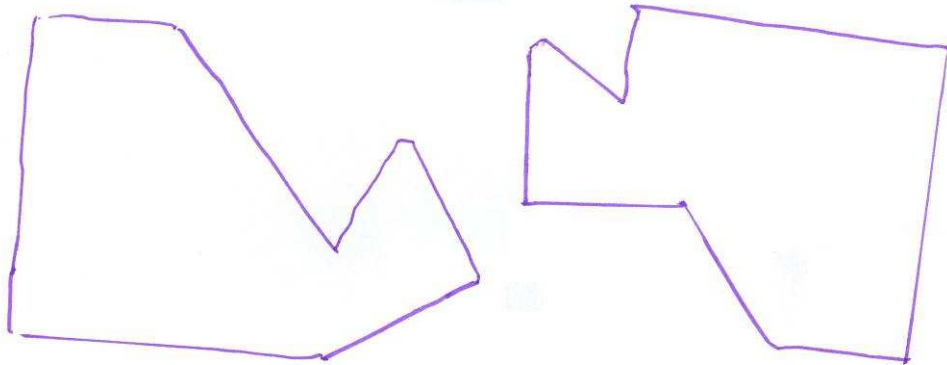
4 děti – buď přesně napodobily původní tvar z předchozího úkolu – viz. obrázek 99d, nebo se odchýlily jen mírně.

**obrázek 99 (a, b, c, d)**



**obrázek 100**

**Nepochopené práce:** Děti buď rozstříhaly papírek na více částí, nebo jinak nesplnily podmínky řešení úlohy (obrázek 101).



**obrázek 101**

**3) úkol:** Vytvoř si 4 „ukousnuté“ čtverce a z těch vytvoř nějaké písmenko. Musíš použít všechny 4. Výsledek nalep.

### **Průběh aktivity:**

**1. Motivace:** Učitelka zahájila úkol s dětmi na koberci opakováním násobků dvou, tří, čtyř a pěti.

**2. Zadání úkolu:** vyberte si 4 barevné čtverečky a z těchto čtverečků podle šablony odstříhnete malý čtvereček. Tak vám vznikne vykousnutý čtverec. Z těchto vykousnutých čtverců sestavte písmeno. Musíte použít všechny 4. Písmenko, které se vám podaří složit, nalepte na černý papír.

**3. Řešení úlohy:** Děti si vykousnutý čtverec přiložily na čtvereček papíru a rovnou vystříhly. Jen málo dětí si narýsovalo čáry, podle kterých stříhaly. Skládat začaly bezhlavě a ani si nepromyslely, jaké písmeno bylo možno sestavit. Neustálým otáčením tvarů se dostaly k písmenku O. Učitelka je potom upozornila i na jiná písmenka, která by mohla jít složit. Někteří se o ně pokusili.

**4. Závěr úlohy:** Děti měly problém s vystřížením a pochopením úkolu. Některé děti sice nesplnily podmínky, ale byly kreativní. Jeník nalepil pouze tři tvary a ještě přes sebe. Vytvořil tak písmenko E.

Tuto úlohu děti už ze začátku hodnotily jako jednoduchou. Nejčastěji tvořená písmena byla:

O (plné i prázdné) – 11x

I – 8x

T – 4x

Ě – 3x

Y – 2x ( tvořily velmi zajímavými způsoby (obrázek 105)

Ť – 2x (nutno použít 5 dílků)

Ž – 1x

### **Nepochopených prací – 4**

Dílky skládky se překrývaly. Na složení písmene použily děti 5 dílků (obrázek 102). Děti použily i čtvereček, který nebyl součástí skládky (obrázek 103).

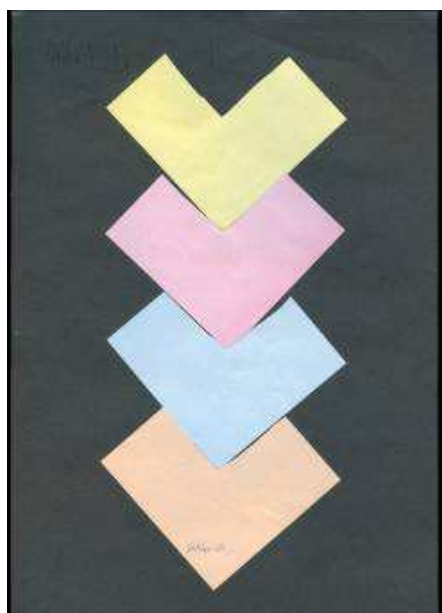
**Vybrané práce dětí:**



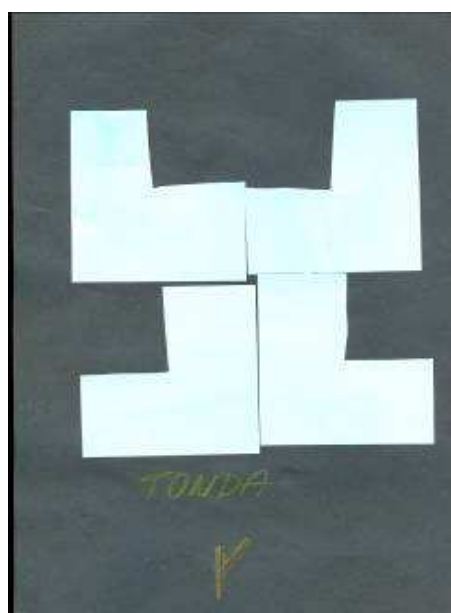
**obrázek 102**



**obrázek 103**



**obrázek 104**



**obrázek 105**

## **5.5 5. experimentální vyučování 16. 6. 2009**

**Cíl hodiny:** obohacení představ o trojúhelníku, příprava na měření obsahu

**Pomůcky:** červené a modré trojúhelníky z Mozaiky, bodové a trojúhelníkové sítě, čisté papíry

**Motivace:** hodina navazuje na hodinu, kdy děti dělaly stejný úkol se čtverci

**Organizace třídy:** žáci pracují samostatně, frontální způsob výuky, hromadná kontrola výsledků

### **Plánovaná struktura hodiny**

**1) úkol:** Sestav všechny tvary ze 3 nebo 4 trojúhelníků. Můžeš pracovat s modrými nebo červenými trojúhelníky. Trojúhelníky spojuj celou stranou.

a.) tvary z modrých trojúhelníků do bodové sítě „trojúhelníkové“ nebo do sítě s vyznačenými trojúhelníky

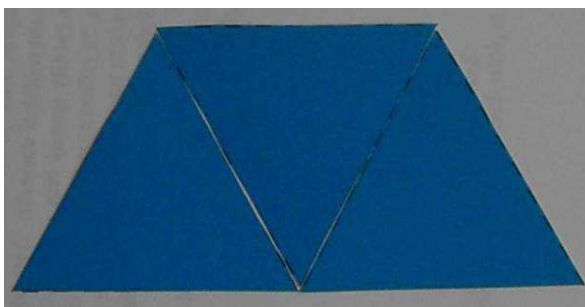
b.) tvary z červených trojúhelníků do bodové sítě „čtvercové“

c.) překreslit na bílý papír

**Cíl úkolu:** Vnímání tvarů v různých polohách. Obohacení představ o trojúhelníku. Příprava na měření obsahu. Zjišťování, zda jsou tvary shodné.

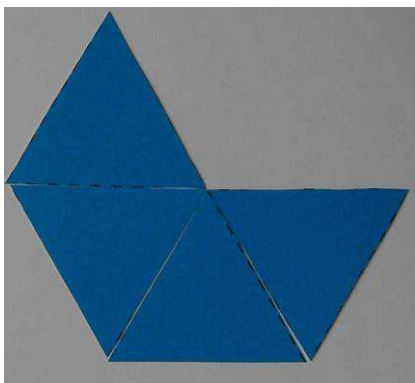
### **Možná řešení:**

3 modré trojúhelníky:

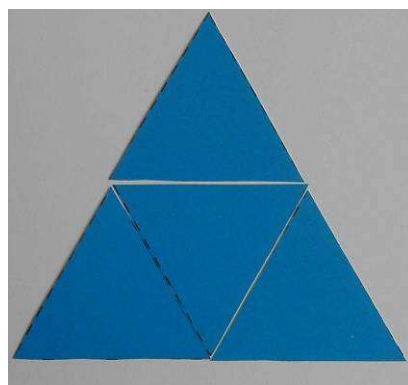


**obrázek 106**

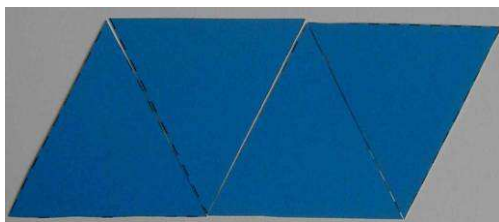
4 modré trojúhelník



obrázek 107

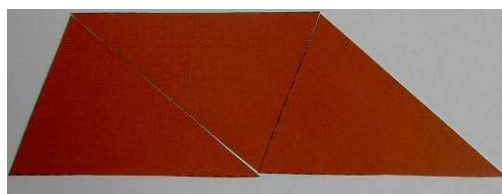


obrázek 108

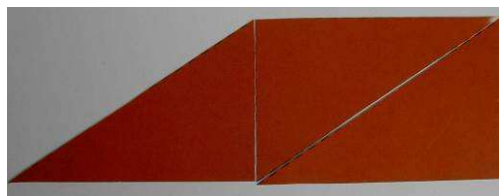


obrázek 109

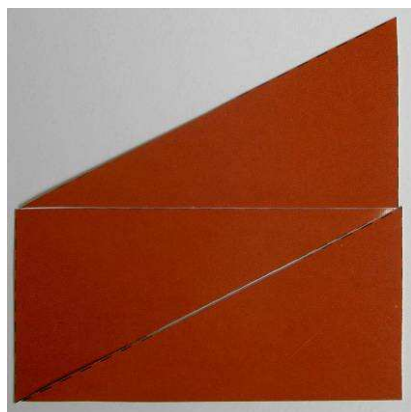
3 červené trojúhelníky:



obrázek 110

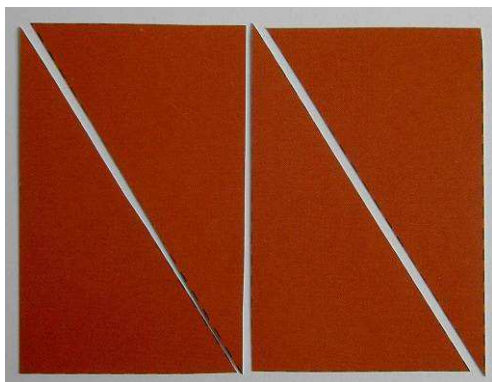


obrázek 111

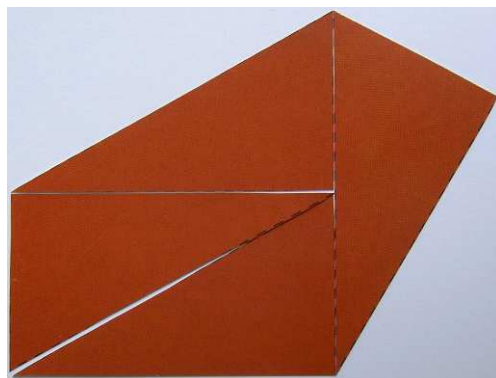


obrázek 112

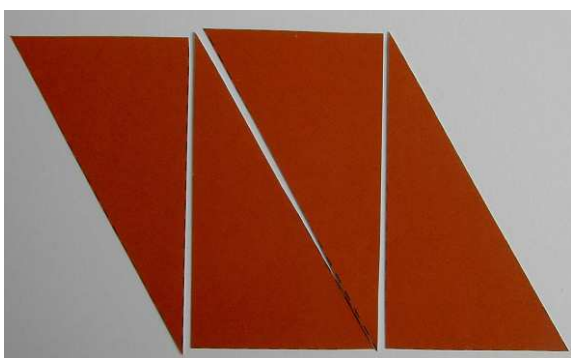
4 červené trojúhelníky



obrázek 113



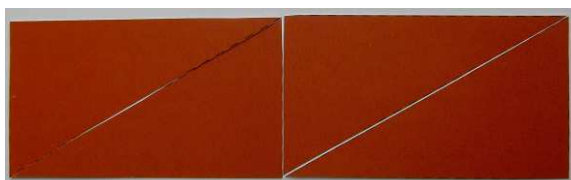
obrázek 114



obrázek 115



obrázek 116



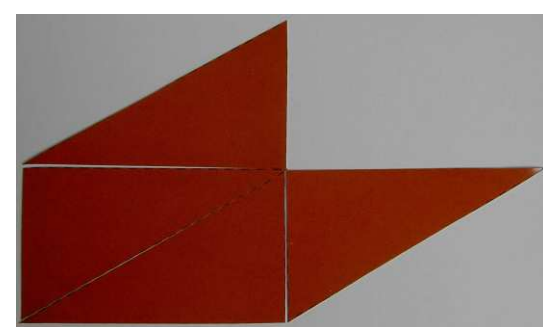
obrázek 117



obrázek 118



obrázek 119



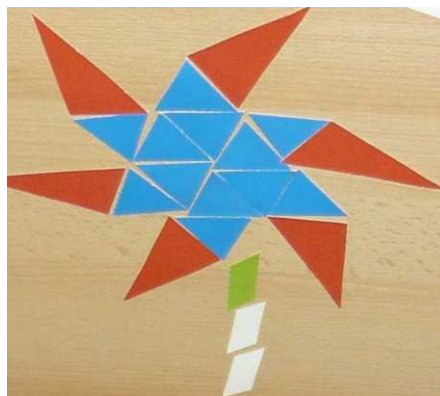
obrázek 120



2) **úkol:** Sestav různé „větrníky“ z červených nebo bílých trojúhelníků, tyčky na „větrníky“ sestavuj ze zelených „tyčinek“.

**Cíl úkolu:** tvar trojúhelníku, intuitivní představa o přímém úhlu

**Možné řešení:**



**Obrázek 121**

### **Průběh experimentálního vyučování**

**1. úkol:** Sestav všechny tvary ze 3, 4 modrých nebo červených trojúhelníků. Trojúhelníky musí být spojeny celou stranou. Výsledky z modrých trojúhelníků zakresli do bodové sítě „trojúhelníkové“, do sítě s vyznačenými trojúhelníky nebo překresli na bílý papír. Tvary z červených trojúhelníků zakresli do bodové sítě „čtvercové“ nebo překresli na bílý papír.

### **Průběh aktivity:**

**1. Motivace** na koberci, kde děti vzpomínaly na minulou hodinu, kdy spojovaly čtyři čtverce k sobě celou stranou. Tyto tvary si zkusily opět složit.

**2. Zadání úkolu:** Vyberte si z Mozaiky červené, nebo modré trojúhelníky. Nejdříve ze tří trojúhelníků a poté ze čtyř trojúhelníků skládejte všechny tvary, které jdou. Tvary, které najdete, zakreslíte do sítí nebo obkreslíte na bílý papír. Na jednu stranu zakreslíte tvary ze tří trojúhelníků a na druhou stranu tvary ze čtyř trojúhelníků.

**3. Řešení úkolu:** Děti se vrátily do lavic a začaly pracovat. Tento úkol se jim zdál jednoduchý. Většina volila pro práci modré rovnostranné trojúhelníky. Když nemohly najít žádný další tvar složený z modrých trojúhelníků, začaly sestavovat z pravoúhlých trojúhelníků, tedy z červených. Děti sestavovaly rychle velké množství tvarů. Většinou si složily dva trojúhelníky k sobě a tím třetím postupně otáčely a posouvaly ho, dokud se jim nepodařilo najít další tvar.

**4. Závěr úkolu:** Zakreslování dělalo dětem opět potíže. Při zakreslování do trojúhelníkové sítě spíše volily vybarvování jednotlivých trojúhelníků. I přes toto zjednodušení si však nejprve položily složený tvar na síť, obkreslily si ho a poté ho

vybarvily. Učitelka zakončila úkol společnou ukázkou složených tvarů na koberci (obrázek 122).



**Obrázek 122**

Na úkolu pracovalo 14 dětí.

**Způsob zakreslení:**

Trojúhelníkovou síť použilo 6 dětí.

Bodovou trojúhelníkovou síť použily 3 děti.

Bodovou čtvercovou síť použily 3 děti.

Bílý papír použily 3 děti.

9 dětí obkreslovalo

4 děti překreslovaly (Toto nelze říci s určitostí u všech, protože některé děti pracovaly s trojúhelníkovou sítí. Rovnostranné trojúhelníky tedy mohly jak překreslovat tak i obkreslovat aniž by byl vidět rozdíl v zápisu.)

1 dítě obkreslovalo do trojúhelníkové sítě a zároveň dodržovalo čáry této sítě (při obkreslování tvaru z pravoúhlého trojúhelníku) viz. obrázek 123

13 dětí vyskládalo 1 tvar ze třech rovnostranných (modrých) trojúhelníků (viz. obrázek 106)

11 dětí skládalo ze čtyř rovnostranných (modrých) trojúhelníků

z toho 1 dítě vyskládalo 1 tvar;

2 děti vyskládaly 2 tvary;

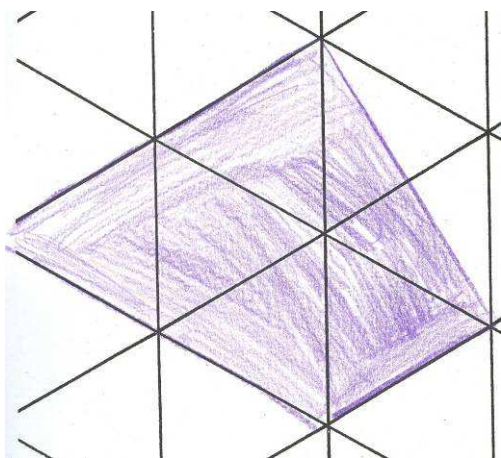
8 dětí vyskládalo 3 tvary (viz. obrázek 124).

1 dítě vyskládalo z pěti rovnostranných (modrých) trojúhelníků 1 tvar, i když to nebylo v zadání úkolu (viz. obrázek 125).

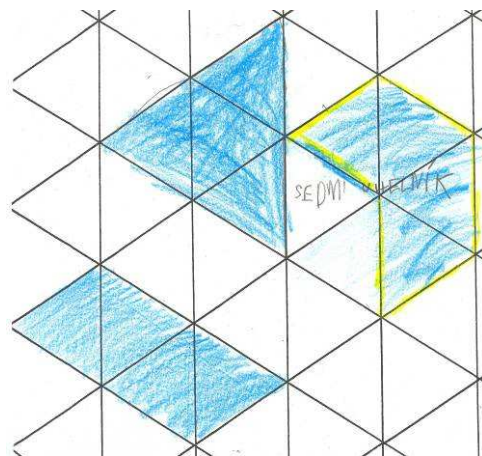
8 dětí vyskládalo ze třech pravoúhlých (červených) trojúhelníků 1 tvar

1 dítě vyskládalo ze čtyř pravoúhlých (červených) trojúhelníků 1 tvar

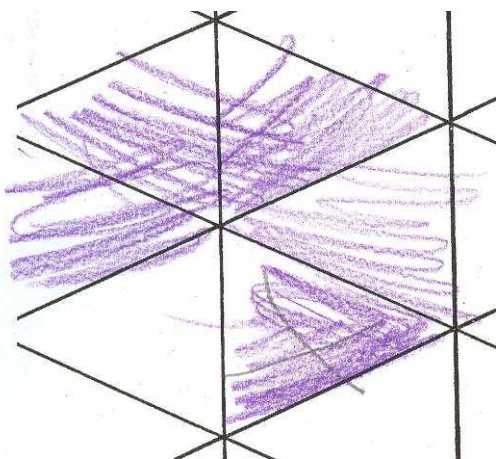
**Vybrané práce dětí**



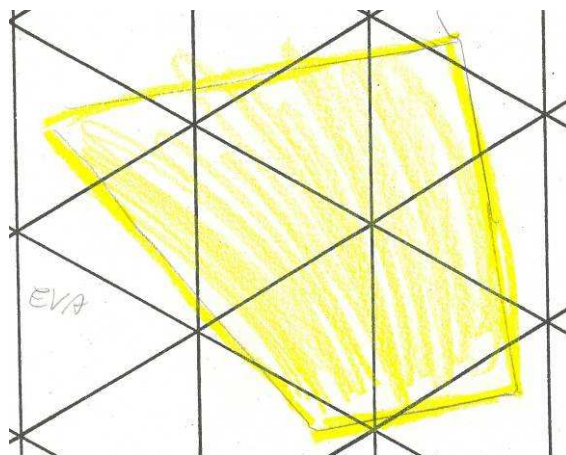
**obrázek 123**



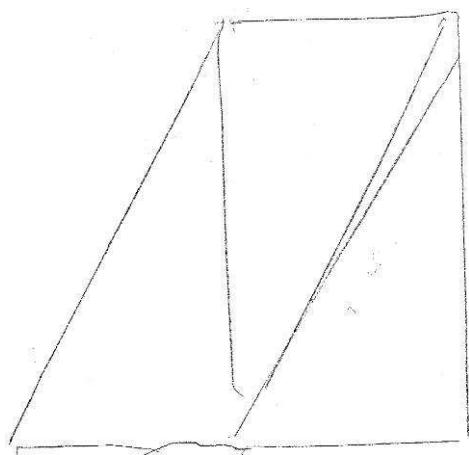
**obrázek 124**



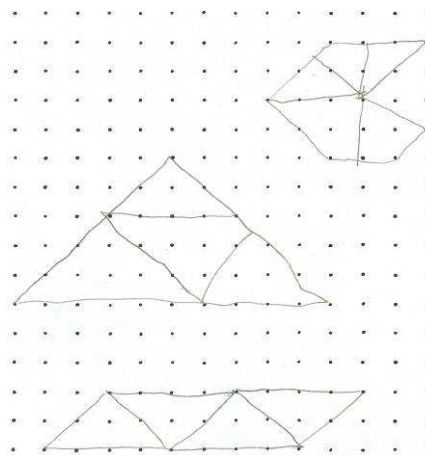
**obrázek 125**



**obrázek 126**



**obrázek 127**



**obrázek 128**

## Fotografie z průběhu aktivity



obrázek 129



obrázek 130

2) **úkol:** Sestav různé „větrníky“ z červených nebo bílých trojúhelníků, tyčky na „větrník“ sestavuj ze zelených „tyčinek“.

### Průběh aktivity:

1. Učitelka po menší přestávce opět zahájila úkol na koberci motivačním vyprávěním o Vítkovi, a co pro něj děti všechno udělaly. Vítek by chtěl ještě elektřinu, aby si mohl svítit. Děti vymyslely, že Vítkovi postaví větrnou elektrárnu.

2. **Zadání úkolu:** Složte z trojúhelníků „větrnou elektrárnu“.

3. **Řešení úkolu:** Děti se pustily rychle a s nadšením do plnění úkolu, ale po chvíli zjistily, že postavit „větrník“ není jednoduché. Učitelka chodila mezi nimi a postupně je upozorňovala na vzniklé chyby. Některé děti učitelka vyzvala, aby zkusily vzniklé „větrníky“ nakreslit. Dále učitelka vyzvala děti, aby z trojúhelníků zkusily vytvořit ještě nějakou „kytičku“.

4. **Závěr úkolu:** Všem dětem se povedlo postavit „větrník“. Některé z „větrníků“ by však zůstaly nefunkční. U těchto „větrníků“ by se neměl vítr do čeho opřít, a tím tento „větrník“ roztočit. Děti projevovaly tvůrčí inspiraci a nedržely se jen nejjednodušších postupů.

**Vybrané práce dětí:**

**Větrné elektrárny**



**obrázek 131**



**obrázek 132**



**obrázek 133**



**obrázek 134**

**Květiny:**



**obrázek 135**



**obrázek 136**

## **5.6 6. experimentální vyučování 25. 6. 2009**

**Cíl hodiny:** obohacení představ o geometrických tvarech, shodnosti úseček, tvarů, tangram

**Pomůcky:** tangramy – barevné, bílé, čtvrtky, šablony – siluety, šablony – s některý zakresleným tvarem, barevná čtvrtka se čtvercem.

**Motivace:** Byl jednou jeden čínský chlapec, a ten se jmenoval Tan. Jeho rodina vlastnila velmi vzácnou dlaždici. Tuto vzácnou dlaždici chtěl vidět císař. Tan mu ji tedy nesl ukázat. Když k němu šel, zakopl a dlaždice se rozbila na sedm dílů. Chlapec se snažil dlaždici opět sestavit a slepit, ale nešlo mu to. Místo dlaždice neustále skládal nové a nové obrazce. Tak přinesl císaři místo dlaždice skládanku, které se později začalo říkat tangram.

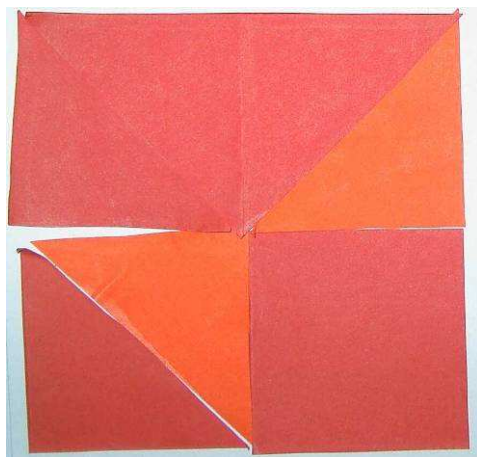
**Organizace třídy:** žáci pracují samostatně, frontální způsob výuky, hromadná kontrola výsledků

### **Plánovaná struktura hodiny**

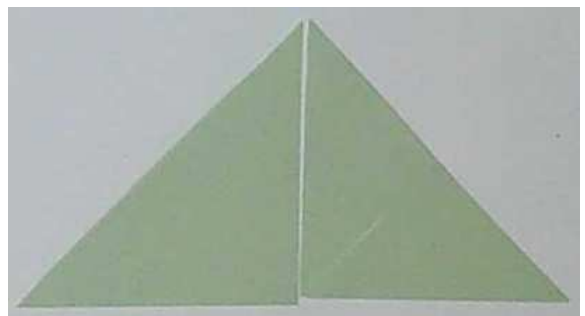
1) **úkol:** Slož čtverec, obdélník a trojúhelník z dílků tangramu. Nemusíš použít všechny dílky. Složené tvary dones k tabuli. Nalep je na velký papír a podepiš se k němu.

**Cíl úkolu:** obohacení představ o geometrických tvarech, shodnosti úseček.

### **Možné řešení:**



**obrázek 137**



**obrázek 138**

**2) úkol:** Slož do šablony nebo podle šablony obrázky:

- a) šablonou je jen silueta;
- b) šablonou je silueta s jedním zakresleným tvarem;
- c) skládání podle obrázku na interaktivní tabuli.

Šablony, které se ti podařilo složit, si nechej na stole.

**Cíl úkolu:** obohacení představ o geometrických tvarech, rozvíjení schopnosti abstrakce (dítě se dostává od skutečných tvarů k abstrahovaným geometrickým tvarům), shodnosti úseček, tvarů, tangram

**3) úkol:** Vymysli si svůj obrázek a nalep ho na čtvrtku. Vymysli ke svému obrázku příběh – napiš jej.

**Cíl úkolu:** obohacení představ o geometrických tvarech, shodnosti úseček, tvarů, rozvoj fantazie

**4) úkol:** Slož ze všech dílů tangramu čtverec. Máš na výběr:

- a) jen siluetu čtverce;
- b) siluetu se zakresleným jedním tvarem;
- c) siluetu se zakreslenými dvěma tvary;
- d) siluetu se zakreslenými třemi tvary.

**Cíl úkolu:** Závěr celého projektu a jeho zhodnocení, tangram.

#### **Průběh experimentálního vyučování:**

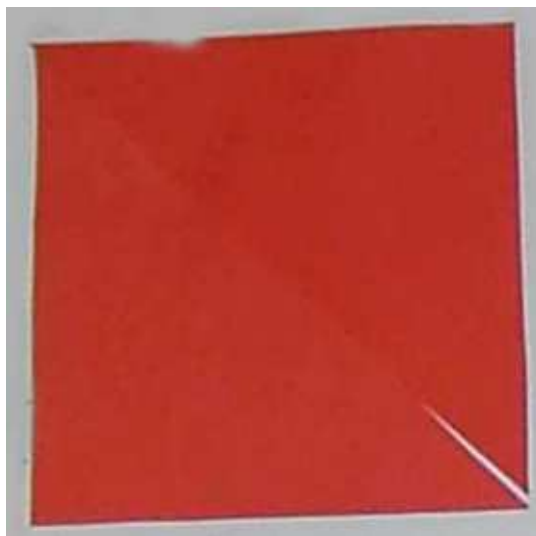
**1) úkol:** Slož čtverec, obdélník, trojúhelník z dílků tangramu. Nemusíš použít všechny dílky. Složené tvary dones k tabuli. Nalep ho na velký papír a podepiš se k němu.

#### **Průběh aktivity:**

**1. Motivace:** Učitelka zahájila hodinu motivačním příběhem o chlapci Tanovi, který rozbil dlaždici na sedm dílů. Učitelka zadala úkol najít po třídě všech sedm dílků a pak si sednout do lavice. V lavici už měl každý žák připravený ještě jeden barevný tangram, se kterým měl pracovat.

**2. Zadání úkolu:** Z barevných dílků tangramu sestavte čtverec, obdélník, trojúhelník. Složený tvar dones k tabuli a nalep ho na velký papír. Pokud tam už takový tvar bude, jen se k němu podepiš.

**3. Řešení úkolu:** Děti tvořily geometrické tvary velmi rychle, ale neustále mezi nimi vznikala spor, kdo tvar vymyslel. Děti si mezi sebou začaly půjčovat dílky ze skládačky, a tak jim vznikaly různé varianty geometrických tvarů. Některé děti si nebyly jisté, jak vypadá čtverec, a tak vyžadovaly pomoc od učitelky. Objevila se i řešení ze dvou trojúhelníků – viz. obrázek 139 – které žák původně nepovažoval za čtverec. Po pootočení čtverec rozpoznal, přesto tvar nezapsal na tabuli.



**obrázek 139**

**4. Závěr úkolu:** Dětem se tvoření čtverců, trojúhelníků a obdélníků velmi dařilo. Jako nejnáročnější tvar děti označily obdélník, s kterým se asi méně setkávají. Nejjednodušeji postavené tvary byly trojúhelníky, kde děti ve třech případech použily pouze jeden díl skládky. Nejsložitěji byly stavěné obdélníky, kde děti ve třech případech použily 5 dílů skládky.

Na úkolu pracovalo 13 dětí a všechny splnily zadání.

Čtverec:

Děti vystavěly 7 druhů čtverců.

Celkem sestavily 23 čtverců.

Z těchto sedmi druhů byl 1 postaven z jednoho dílku,  
3 postaveny ze dvou dílků,  
2 postaveny ze čtyř dílků,  
1 postaven ze šesti dílků.

Trojúhelník:

Děti vystavěly 6 druhů trojúhelníků.

Celkem sestavily 16 trojúhelníků.

Z těchto šesti druhů byly 3 trojúhelníky postaveny z jednoho dílku,  
1 trojúhelník ze dvou dílků,  
1 trojúhelník ze tří dílků,  
1 trojúhelník z pěti dílků.

Obdélník:

Děti vystavěly 7 druhů obdélníků.

Celkem sestavily 10 obdélníků.

Z těchto sedmi druhů byl 1 obdélník ze dvou dílků,  
3 obdélníky ze tří dílků,  
3 obdélníky z pěti dílků.



## Fotografie z průběhu aktivity:



obrázek 140



obrázek 141

### 2) úkol: Slož do šablony, nebo podle šablony obrázky:

- a.) šablonou je jen silueta
  - b.) šablonou je silueta s jedním zakresleným tvarem
  - c.) skládání podle obrázku na interaktivní tabuli
- Šablony, které se ti podařilo složit, si nech na stole.

### Průběh aktivity

**1. Zadání úkolu:** Učitelka dětem zadala úkol na koberci. Poté jim ukázala všechny druhy šablon a společně si je všichni pojmenovali. Zároveň jim také rozdělila, které šablony jsou lehčí (obrázek 143) a které těžší (obrázek 142). Vysvětlila dětem, že se musí složit všech sedm dílů a žádný se nesmí překrývat. Jako poslední a nejtěžší možnost jim učitelka ukázala nakreslený tangram „slepice“ na tabuli.



obrázek 142



obrázek 143

**2. Řešení úkolu:** Většina dětí si nejdříve vybírala šablony s jednou nápovědou. Později začaly pracovat i se šablonami bez nápovědy. Dvě děti se pokusily složit obrázek slepice, který byl promítán na interaktivní tabuli. Tento obrázek se jim však složit nepodařilo. Daneček si vybral šablonu psa s jednou nápovědou. S posledními dvěma dílky si nevěděl rady. Až na poslední dva trojúhelníky skládal rychle. I po poradě s učitelkou si nevěděl rady. Tuto šablonu skládal přes 7 minut a jednou ji zbořil. Daneček byl schopen vyřešit úkol, až když pochopil, že tvary může překlápět.

**3. Závěr úkolu:** Na úkolu pracovalo 13 dětí a všechny splnily zadání. Děti celkem složily 36 šablon bez nápovědy a 33 šablon s nápovědou. Nejúspěšnější byl Kuba, který vyskládal 15 šablon.

Naty vyskládala 8 šablon.

Dále čtyři děti vyskládaly 5 šablon,  
tři děti vyskládaly 4 šablony,  
dvě děti vyskládaly 3 šablony,  
dvě děti vyskládaly pouze 2 šablony.

**Fotografie z průběhu aktivity:**



**obrázek 144**



**obrázek 145**



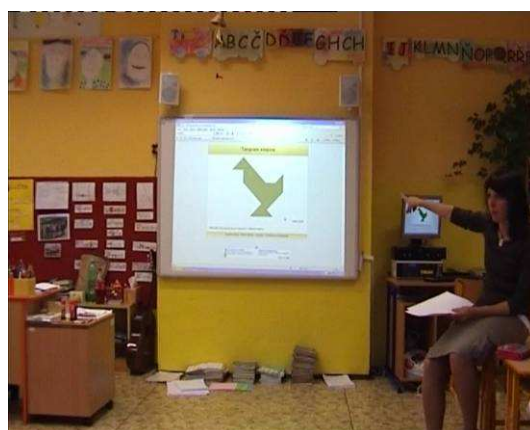
**obrázek 146**



**obrázek 147**



obrázek 148



obrázek 149

3) **úkol:** Vymysli si svůj obrázek a nalep ho na čtvrtku. Vymysli ke svému obrázku příběh – napiš jej.

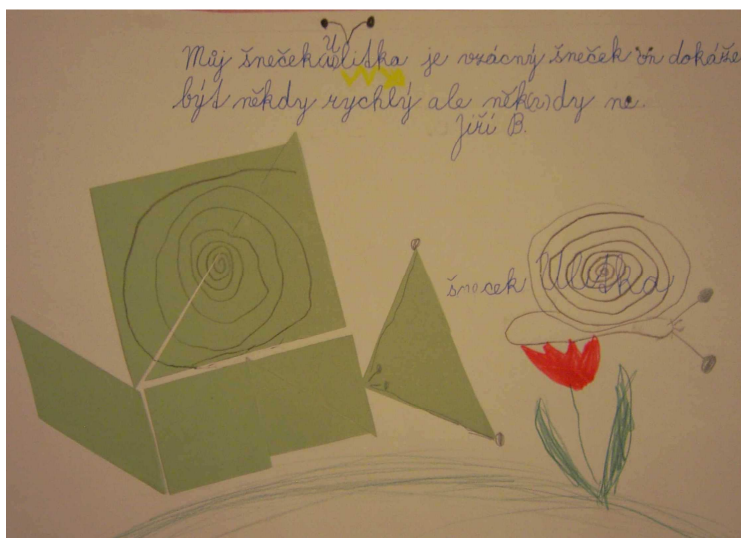
**Průběh aktivity:**

**1. Zadání úkolu:** Vymysli si svůj obrázek ze všech dílů tangramu. Pojmenuj ho a nalep ho na čtvrtku. Až obrázek nalepíš, něco o něm napiš.

**2. Řešení úkolu:** Děti tento úkol velmi nadchl a rychle se pustily do práce. Vznikaly velmi originální obrázky. Největší práci dětem dalo vymyslet si nějaký příběh a napsat ho:

**Šneček Ulitka**

„Můj šneček Ulitka je vzácný šneček. Dokáže být někdy rychlý, ale někdy ne.“  
(obrázek 150)



obrázek 150

Otakárek Naty

„Můj Otakárek se jmenuje Naty. Měří pouze čtyři centimetry a dělá srr, srr, srr.“  
(obrázek 151)

Krokodýl Kyky

„Můj krokodýl má rád pohádky, má děti zlobivé jak čert a žere ryby.“



obrázek 151

**3. Závěr úkolu:** Děti tento úkol měly vyřešený velmi rychle. Většina dětí skládala nějaké „zvírátko“. Většinou ta, která již existují, ale objevila se tam i zcela vymyšlená. Skládání dětem nedělalo žádné potíže a úkol hodnotily jako jednoduchý.

**Vybrané práce dětí a průběh aktivity:**



obrázek 152



obrázek 153



**obrázek 154**



**obrázek 155**

**4) úkol:** Slož ze všech dílů tangramu čtverec. Máš na výběr:

- a) jen silueta čtverce;
- b) silueta se zakresleným jedním tvarem;
- c) silueta se zakreslenými dvěma tvary;
- d) silueta se zakreslenými třemi tvary.

**Průběh aktivity:**

**1. Motivace:** Učitelka zahájila úkol s dětmi na koberci. Připomněla jim, že na začátku dne jim vyprávěla příběh o Tanovi a ptala se jich, co si z toho vyprávění pamatují.

**2. Zadání úkolu:** Děti měly za úkol složit dlaždici, která má tvar čtverce. Mohly si vybrat ze čtyř obtížností úkolu. Podmínkou správného sestavení „dlaždice“ bylo použít všech sedm dílků, které se nesměly překrývat. Po seskládání čtverce měly ještě za úkol zhodnotit celý blok geometrie do tohoto čtverce. Čtverec měly originálně vybarvit a napsat co se jim líbilo a co se jim nelíbilo.

**3. Řešení úkolu:** Děti si vybraly variantu, která se jim nejvíce líbila, a šly si sednout. Některým čtverec nešel vyskládat, a tak si byly vyměnit předlohu. Některé zase vyžadovaly pozornost učitelky. Několika z nich se čtverec nedařilo složit. Vyměnily si předlohu za jednodušší.

**4. Závěr úkolu:** Tento úkol byl pro děti mnohem složitější. Nakonec se ale všem podařilo úkol splnit. Na úkolu pracovalo 14 dětí a všechny ho splnily.

- 4 děti splnily úkol bez nápovědy;
- 3 děti splnily úkol s jednou nápovědou;
- 7 dětí splnilo úkol se dvěma nápovědami.

Vybrané práce dětí:



obrázek 156



obrázek 157



obrázek 158



obrázek 159

## Závěr

Cílem této diplomové práce bylo hledat možné cesty rozvíjení geometrické představitivosti ve výukovém prostředí Mozaiky. Formulovali jsme následující otázky:

1. Je možné s Mozaikami vytvořit ve vyučování podnětná výuková prostředí (ve smyslu Wittmann, 2001)?
2. Jak budou řešit úlohy žáci 2. ročníku základního vzdělávání?

Po realizaci experimentálního vyučování, které popisuji v praktické části diplomové práce, jsem přesvědčena, že výukové prostředí Mozaiky, tak jak bylo použito, splňuje všechny požadavky na podnětná výuková prostředí (Wittmann 2001, v tomto textu na str. 10, kapitola 3.1 Podnětná prostředí pro výuku). Konkrétně:

- během experimentálního vyučování děti realizovaly činnosti, které využívaly **důležitých matematických poznatků**, např. shodných zobrazení, měření obsahu, shodnosti délek a geometrických tvarů, což RVP ZV pro toto období nepožaduje;
- byly zařazeny **úlohy s otevřeným koncem** a **problémové úlohy**, které byly směřovány k učebním obsahům požadovaným RVP ZV;
- žáci si osvojovaly i **některé obecnější strategie učení** (třeba odpovědnost za vlastní výsledky, samostatnost);
- úlohy byly dostatečně **didakticky flexibilní**, bylo možné je přizpůsobit konkrétnímu ročníku (zde 2. ročníku ZŠ) a konkrétní situaci ve školní třídě.

Je potřeba konstatovat, že je velmi obtížné pro učitele, aby si možnosti uvědomil a během vyučování je vhodně použil.

Vlastním šetřením jsem se také přesvědčila, že ve vyučování s Mozaikami je možné práci žáků ve třídě vnitřně diferencovat. Nejdříve se ale děti musí seznámit s úkoly a jednotlivými způsoby řešení. Ze začátku experimentálního vyučování bylo vidět, jak si děti jednotlivá řešení úkolu nevybírají záměrně. Na konci experimentálního vyučování si většina dětí vybírala, jak budou úkol řešit a jaké pomůcky k tomu použijí. Je také třeba připomenout, že děti řešily úlohy s nadšením. Častokrát se stávalo, že mezi sebou soutěžily, kdo bude mít úkol vyřešen jako první. Takové situace nejsou v geometrii příliš časté.

Konkrétní odpovědi na druhou otázku byly uvedeny u jednotlivých úloh v praktické části práce. Podívám-li se na práci žáků s nadhledem, mohu říci: děti při manipulaci s Mozaikami a skládkami intuitivně pronikaly do základů geometrie a výrazně si obohacovaly probírané pojmy. Během experimentálního vyučování docházelo k situacím, kdy děti požadovaly vysvětlení u pojmů, které jsou nad rámec jejich výuky, jako např. lichoběžník, kosočtverec, atd. Tyto pojmy děti dále běžně užívaly.

Před experimentálním vyučování a po jeho ukončení proběhlo psychologické šetření. Pro zajímavost uvádím jeho výsledky. V kognitivní oblasti došlo k průměrnému zlepšení o 23,4 %. Dále zde byly poměrně velké posuny i v jiných oblastech. Např. v organizaci práce, v překreslování, v přístupu k úkolu.

Při závěrečném projektu byl dětem položen úkol, aby napsaly, co se jim během experimentálního vyučování nejvíce líbilo a co nejméně. Myslím, že reakce dětí nám ukazují, jak se dětem tyto úkoly s Mozaikami líbily.

Dětem se líbilo: skládání tangramů (2), skládání větrníků (1), skládání chodníků (2), všechno (8), nevyjádřilo se (1)

Dětem se nelíbilo: skládání tangramů (3), skládání domku (1), nic (4), nevyjádřilo se, nebo napsalo, že se jim líbilo všechno (6)

Závěrem je možné konstatovat, že dobré výsledky dětí a jejich zájem o řešení jednotlivých úloh nás inspiruje k hledání dalších podobných didaktických prostředků. Jako slibné se jeví např. geoboardy.



## Použitá literatura

- DIVÍŠEK, J. a kol. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Praha : SPN, 1989
- FUCHS, E., BEČVÁŘ, J. (eds.) *Historie matematiky I* Brno : JČMF 1994
- HEJNÝ, M.- KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika*. Praha : Portál, 2001
- HOŠPESOVÁ, A.- DIVÍŠEK, J.- KUŘINA, F. *Metodické poznámky a pracovní listy k vyučování matematice v 1. ročníku Obecné školy*. Praha : Matematický ústav AV ČR, 1993
- HOŠPESOVÁ, A., DIVÍŠEK, J., KUŘINA, F. *Svět čísel a tvarů. Matematika pro 1. ročník. Sada příloh*. Praha : Prométheus, 1996, 8 str.
- HOŠPESOVÁ, A., MATĚJŮ, B., FANTOVÁ Š. Mozaiky jako podnětná výuková prostředí. (In Czech: Mosaics ad substantial learning environment) In M. Uhlířová (Ed.) *Matematika 4. Matematické vzdělávání v kontextu proměn primární školy. Sborník příspěvků z konference s mezinárodní účastí*. Olomouc : Univerzita Palackého v Olomouci, 2010, 119-123.
- HUGHES, J. *Velká obrazová všeobecná encyklopedie*, Praha : Svojtka & end.
- JEŘÁBEK, J.- TUPÝ, J. a kol. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*, Praha : VÚP, 2007
- KIRKBY, D. *Starting (more, go futher with) investigations*. Londýn : CollinsEducational (1991)
- KOUŘIM, J.- HEJL, J.- KUČEROVÁ, J., KUŘINA, F., ŠEDIVÝ, O. *Základy elementární geometrie pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Praha : SPN, 1986
- KRAUTHAUSEN, G. & SCHERER, P. Umgang mit Heterogenität. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht der Grundschule. Retrieved from [www.sinus-an-grundschulen.de](http://www.sinus-an-grundschulen.de) 2010
- KUŘINA, F. *10 geometrických transformací*. Praha : Prometheus, 2002
- KUŘINA, F. *10 pohledů na geometrii*. Praha : Matematický ústav AV ČR ve spolupráci s nakladatelstvím ALBRA, 1996
- KUŘINA, F. *Dítě a prostor. In: Proměny vzdělávání III*. Hradec Králové : Univerzita Hradec Králové, 2007
- KUŘINA, F. *Geometrie a svět dětí (O vyučování dětí na prvním stupni)*. Hradec Králové : Pedagogické centrum, 2001
- KUŘINA, F.- PŮLPÁN, Z. *Podivuhodný svět matematiky*. Praha : Academia, 2006
- Návrh učebních osnov Obecné školy*, Praha : Portál, 1995
- NOVÁK, B. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky 1 pro učitelství 1. stupně ZŠ*, Olomouc : Univerzita Palackého v Olomouci, pedagogická fakulta, 2003
- PŮLPÁN, Z.- KUŘINA, F.- KEBZA, V. *O představivosti a její roli v matematice*. Praha : Academia, 1992
- Texty k didaktice matematiky pro studium učitelství 1. stupně základní školy 1. část*. Brno : Univerzita Jana Evangelisty Purkyně, fakulta pedagogická, 1987

*Vzdělávací program Národní škola*, Praha : MŠMT ČR, 1997

*Vzdělávací program Základní škola*, Praha : Fortuna

WITTMANN, E. C. Mathematics in Designing Substantial Learning Environments. In M. Van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *PME 25. Proceedings of the 25<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 193-197). Utrecht : Freudenthal Institute, 2001.