# Gotická geometrie prostřednictvím počítače

Diplomová práce

Vít Waldhauser

Vedoucí diplomové práce:

PaedDr. Jiří Vaníček, Ph.D.

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

Katedra informatiky

České Budějovice 2011

## Prohlášení

Prohlašuji, že diplomovou práci jsem vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne 13. dubna 2011 Vít Waldhauser

JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH
**Pedagogická fakulta**
Akademický rok: **2009/2010**

# ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

| | |
|---|---|
| Jméno a příjmení: | **Vít WALDHAUSER** |
| Studijní program: | **M7504 Učitelství pro střední školy** |
| Studijní obory: | **Učitelství matematiky**<br>**Učitelství výpočetní techniky** |
| Název tématu: | **Gotická geometrie prostřednictvím počítače** |
| Zadávající katedra: | **Katedra informatiky** |

Zásady pro vypracování:

Během středověku v období gotiky vznikala po celé Evropě úchvatná stavitelská, malířská i sochařská díla, která měla základ v tehdejších geometrických znalostech.
Diplomová práce na úvod stručně seznámí s obdobím gotiky a jejími hlavními znaky. Především se však bude zajímat o vědomosti, díky kterým mohli mistři z doby gotiky realizovat své plány a stavět tak poklady západní civilizace, které jsou vidět i v současnosti. Student zpracuje přehled těchto znalostí lidstva, které se promítly jako zdobné elementy do gotického umění (stavba chrámů, klenby, složená okna), ukáže typické konstrukční postupy té doby. Poukáže i na to, že všechny části nesloužily pouze k ozdobě, ale měly také svůj praktický význam. U stavebních prvků, kteréjsou geometricky konstruovatelné, bude i naznačeno, jak probíhala jejich stavba.
V programu Cabri (Cabri 3D) budou vytvořeny dynamické modely tvarů, kterých gotika užívala. Pomocí těchto modelů si studenti budou sami moci vyzkoušet zkonstruovat podobné skvosty, které vidí v reálném světě. Student vyzkouší tvorbu takových "gotických modelů" v praktické výuce.

Rozsah grafických prací:
Rozsah pracovní zprávy: **60**
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná**

Seznam odborné literatury:


1. **CHIFFRILLER, J. Tips & Tricks to Gothic Geometry. New York Carver Publications, 2002.**
2. **KOCH, W. Evropská architektura. Universum, 2008. ISBN 978-80-242-2029-1.**
3. **FRIDLINGTON, S. The Geometry Of Gothic Architecture [online]. Lincoln: Web Stonemasonry. Dostupné z www: < http://www.stonecarvingcourses.com/pdf/ the_geometry_of_gothic_architecture.pdf >**
4. **TESAŘOVÁ, A. Geometrie v gotické architektuře. Bakalářská práce. Brno: Masarykova univerzita, 2008.**
5. **VRBA, A. Geometrie na počítači [online]. Praha: Pedagogická fakulta UK, 2004. Dostupné z www: <http://www.pf.jcu.cz/p-mat/texty/vrba/Cabri_kurz.pdf>**


Vedoucí diplomové práce: **PaedDr. Jiří Vaníček, Ph.D.**
Katedra informatiky

Datum zadání diplomové práce: **23. listopadu 2009**
Termín odevzdání diplomové práce: **30. dubna 2011**

doc. PhDr. Alena Hošpesová, Ph.D.
děkanka



L.S.

PaedDr. Jiří Vaníček, Ph.D
vedoucí katedry

V Českých Budějovicích dne 23. listopadu 2009

## Anotace

Tato diplomová práce se zabývá matematickými vědomostmi z oblasti geometrie, které byly využívány v období gotiky. Jedná se hlavně o poznatky, které se promítly do stavitelského umění. Dále se věnuje modelaci gotických geometrických architektonických prvků pomocí počítače v systémech dynamické geometrie a také možnostem využití těchto konstrukcí při výuce matematiky, neboť právě viditelné propojení teorie a praxe je velmi dobrou motivací.

Práce stručně seznamuje s historickým pozadím, které dalo možnost vzniknout tomuto novému slohu, a také s jeho charakteristickými prvky. Blíže ukazuje, jak z technického hlediska probíhala gotická stavba.

Součástí této práce jsou počítačové dynamické geometrické modely, které jsou sestaveny s využitím zjištěných informací. Svojí interaktivitou tyto modely pomáhají žákům lépe nahlédnout do principu konstrukcí gotických prvků a v nich využívaných geometrických vztahů.

## Abstract

This thesis deals with the mathematical knowledge of the geometry, which were used in the Gothic period. This is mainly the knowledge that was reflected in the architecture. It is also concerned with the geometrical modeling of the Gothic architectural elements using computer systems of dynamic geometry and potential use of these figures in the mathematics, because the visible connection between theory and practice is very good motivation.

The thesis briefly introduces characteristic features of the Gothic style and also describes the historical background that enabled the rise of this new style. This work shows closer also how Gothic building was technically built up.

Part of this work is dynamic geometric computer models, which were made with using the gathered information. The interactivity of these models helps students to get better insight into the principles of Gothic architecture elements and also into geometric relationships used in these elements.

## Poděkování

Děkuji PaedDr. Jiřímu Vaníčkovi, Ph.D. za vedení diplomové práce a také za trpělivost, rady, inspirace a diskuze při vypracovávání této diplomové práce.

Dále také děkuji učiteli Miroslavu Kotlasovi za možnost vyzkoušet vytvořené modely v praxi.

Na tomto místě bych též rád poděkoval rodině a přítelkyni za podporu, pomoc a zázemí, které mi poskytovali, jak během psaní této diplomové práce, tak i během celého studia.

## Obsah

# 1 Úvod

V dějinách lidstva bylo vytvořeno mnoho monumentálních staveb. Některé se do dnešních dnů dochovaly, jiné nikoliv. Mezi ty, které jsou k vidění dodnes, se řadí například pyramidy, Velká čínská zeď nebo mohutné gotické katedrály. Mně jako Evropanovi jsou geograficky i kulturně nejblíže právě stavby jmenované jako poslední – gotické katedrály. Při pohledu na gotický chrám člověka uchvátí kromě jeho velikosti i jeho propracovanost, geometrie jeho prvků, kružeb oken atd. Jaké ale museli mít vlastně stavitelé znalosti z geometrie, nejstaršího oboru matematiky, aby mohli konstruovat takováto precizní architektonická veledíla? Domnívám se, že nebudu zdaleka jediným, kdo si tuto otázku položil nebo položí. Je to právě architektura, která může být velmi dobrým pomyslným mostem mezi uměním a geometrií.

Toto spojení nám tak skýtá možnost motivace při výuce geometrie. To byla první pohnutka při výběru tohoto tématu. Další z příčin bylo mé zaujetí při setkání s dynamickou geometrií při mém studiu. Nejen že je rýsování v těchto systémech přesné a rychlé, ale umožňuje i pohled na sestavenou konstrukci při změně jejích parametrů. Bližší seznámení se systémy dynamické geometrie bude uvedeno přímo v práci.

První část diplomové práce je věnována obecně gotice. Jedná se o historicko-architektonický základ, který by měl připravit na případné zvídavé dotazy žáků typu: jak poznáme, že se jedná o gotiku, co vedlo lidi stavět tak ohromná díla atp.

Druhá část práce se věnuje tehdejším vědomostem z oblasti geometrie a jejího využití. Po této části již přichází poslední třetí část zabývající se aplikací tehdejších technik, poznatků a tvorbě jednotlivých modelů. V příloze se pak nacházejí jak vytvořené modely, tak metodické listy, které slouží k bližšímu pochopení těchto modelů.

## 1.1 Cíle

Jedním z cílů je shromáždit zde co nejvíce geometrických poznatků, kterých bylo v gotice při stavbách využíváno. Nejedná se přitom však pouze o znalosti, které byly v době gotiky objeveny, ale i o vědomosti, které byly známy již dříve a jejich využití se projevuje i v gotickém uměleckém slohu.

Nedílnou součástí této práce budou také modely gotických prvků. Na rozdíl od modelů, které jsou dnes k vidění na internetu, budou tyto modely dynamické, a je snaha v nich využívat co nejvíce tehdejších poznatků či přibližovat techniky tehdejší geometrie.

Cílem je také zjistit, zda je možné v prostředí dynamické geometrie (konkrétně v prostředí *Geogebra*) zkonstruovat takové modely, které by mohly sloužit jako úlohy při výuce geometrie a využít tak motivační potenciál, který může mít na žáky spojení umění, historie a geometrie.

Práce má také za úkol přibližovat a seznamovat s prostředím systémů dynamické geometrie a se stylem práce v nich.

## 1.2 Metoda postupu

Na začátku práce byly prostudovány bakalářské práce uvedené v doporučené literatuře. Byly vyhledány prameny, ze kterých bakalářské práce čerpaly, neboť mohly poskytnout další informace.

Byla vytipována klíčová slova, která se k tématu práce vztahují. Z výsledků vyhledávání na internetu byly vybrány důvěryhodné a relevantní stránky. Klíčová slova byla taktéž zadána do katalogu českobudějovické vědecké a akademické knihovny. Vybrané knížky s danou tematikou byly vypůjčeny a prostudovány. Ne všechny však poskytovaly požadované informace, které se k tématu diplomové práce vztahovaly – velká část literatury se zabývala spíše esoterismem či okultismem. Vyhledávání bylo provedeno i v katalogu *České digitální matematické knihovny* – www.dml.cz. Byla využita služba *Google Scholar* od společnosti *Google*, která je přímo zaměřena na vyhledávání odborné literatury.

Co se týká samotné tvorby dynamických modelů, bylo vhodným zdrojem a oporou diskuzní fórum provozované samotnými autory programů dynamické geometrie. Zde si navzájem radí a diskutuje velká komunita uživatelů spolu s tvůrci. Reakce jsou velmi svižné, nabízí různé triky a v případě neproveditelnosti záměru či chyby v úsudku je na to diskutující upozorněn.

Dalším úhlem pohledu při tvorbě dynamických modelů byl pedagogický aspekt. Bylo nutné zjistit, jaké typy úloh lze vůbec v prostředí dynamické geometrie vytvářet atp. V tomto ohledu bylo čerpáno z knihy *Počítačové kognitivní technologie ve výuce geometrie* [53].

# 2 Historicko-architektonické pojednání o gotice

I přes to, že předmětem bádání je všeobecně známý pojem, který určuje nějaké časové období, je potřebné ho na začátku jasně vymezit. Tímto vymezením se vyhneme případným nedorozuměním, protože ne vždy panuje v pojmech, které se týkají časových period historie, všeobecná shoda. To je vidět například již u vymezení takového základního pojmu, jako je středověk.[1]

Tato diplomová práce se zabývá matematickými vědomostmi z období gotiky – je tedy vhodné ujasnit si na začátku, o jaké období se vůbec jedná, kdy a kde vznikl tento sloh, jak dlouho určoval směr architektury a ostatního umění, co zapříčinilo jeho vznik a rozmach, kdo byl jeho průkopníkem, kde se s ním můžeme setkat atp. Nebudeme však zabíhat do podrobností, aby bylo

[1] V některých publikacích končí středověk objevením Ameriky, v jiných třeba nástupem Habsburského rodu na český trůn.

popsáno úplně vše. To by vyžadovalo spíše odborníky na historii a další specialisty. Takovýto popis navíc není ani cílem této práce. Přesto by však mělo být o této době něco řečeno, abychom věděli, komu vděčíme za umělecké skvosty z období gotiky, a alespoň částečně pochopili, co vedlo lidi k vytvoření těchto děl. V této kapitole bude navíc zmínka o charakteristických prvcích, podle kterých se gotické umění pozná.

## 2.1 Slovo gotika

Samotné slovo gotika nebo slovní spojení gotické umění či sloh nám může asociovat souvislost s kmenem Gótů – jedním z těch nechvalně známých barbarských kmenů, který v pátém století po Kristu zničil starověký Řím [1].

Je tedy snad tento sloh vytvořen barbary? Nikoliv. V tehdejší době se tomuto uměleckému slohu říkalo *Opus Francigenum* neboli francouzské dílo (sloh) [2]. Označení gotika či gotický sloh se objevuje v 16. století a má v té době pejorativní význam. Tento pojem začal používat malíř, architekt a spisovatel Giorgio Vasari (Michelangelův žák) [3]. Ten uvádí, že tento sloh pochází z Německa a že ho vynalezli Gótové (pomyslnou kolébkou gotiky je však Francie). Vasari staví podle svého názoru primitivní gotické umění jako protiklad k starověkému, které považoval za dokonalé [4]. Gotický sloh považuje za hrubý, zmatený, bez proporcí a měřítek [3]. V této práci však dokážeme, že jeho tvrzení není zcela pravdivé. Vasariho pojmenování tohoto slohu se však natolik vžilo, že je v dnešní době již chápáno jako běžný pojem, aniž by mělo hanlivý nádech.

## 2.2 Vznik gotiky

Mnohé by mohlo zajímat, proč se vůbec začal tento umělecký sloh najednou tak rozvíjet. Do období, než nastoupila gotika, bylo obrovských chrámů vytvořeno relativně málo. Následně pak mezi lety 1180 až 1270, do konce vrcholného období tohoto slohu, bylo jen na území samotné Francie postaveno kolem osmdesáti katedrál[1] [5]!

Přesný rok, kdy gotický sloh vznikl, nelze samozřejmě určit. Gotika se vyvinula postupně z předchozího slohu, kterým byl sloh románský. Aspekty vzniku tohoto nového směru umění nejsou však čistě jenom umělecké, technické a duchovní, ale i politické. Zdrojem následujícího odstavce, který s těmito hledisky seznamuje, je publikace [5].

Gotika se začala vyvíjet v oblasti Ile-de-France, oblasti kolem královského města Paříž. Toto území bylo mizivě malé ve srovnání s dnešní rozlohou Francie. Francouzský král příliš neoplýval ani mocí politickou, ani hospodářskou. Měl však oproti tomu prestiž, která vycházela z jeho královského původu. Dělal si nárok na vládu nad celou Francií a toto právo opíral o císařskou autoritu Karla Velikého, který byl v roce 754 v Saint-Denis korunován franským králem. Nad ostatními feudálními pány[2], jejichž území obklopovala to královské, ho vyvyšoval jeho duchovní charakter, který vyplýval z pomazání svatým olejem[3]. Tento potenciál dokázal zužitkovat opat[4] Suger ze Saint-Denis. Tento opat byl jednou z nejvlivnějších postav Francie 12. století. Ačkoliv byl prostého původu, stal se přítelem krále Ludvíka VI. (měli stejnou klášterní výchovu) i jeho následovníka Ludvíka VII. Následně byl pak rádcem, diplomatem, královým důvěrníkem a během druhé křížové

[1] Myslí se tím přitom jen městské biskupské kostely – tedy bez opatských, kolegiálních a farních kostelů.

[2] Jednalo se o knížata, která byla mocensky silnější než samotný francouzský král [5].

[3] Pomazání olejem (olej byl symbolem Božího Ducha) znamená požehnání, posvěcení, uznání od Boha a vyznamenání před lidmi. Toto posvěcení potřebovali kněží i vládcové. [7]

[4] Opat – představený kláštera některých mužských řádů [6].

výpravy (za Ludvíka VII.) i regentem[1] království. Protože si plně uvědomoval, že moc francouzského krále není nikterak veliká, došel k závěru, že je nutné posílit alespoň jeho duchovní moc. Započal tedy kolem roku 1132 rozsáhlou přestavbu opatství v Saint-Denis. Ačkoliv bylo totiž Saint-Denis královskou hrobkou a významným[2] kostelem, bylo stavebně dlouho zanedbáváno. Při této přestavbě došlo poprvé k propojení lomených oblouků a žebrové klenby – což je jeden z charakteristických prvků gotického slohu.

K rozšíření gotiky na území Francie přispělo několik věcí. U vysvěcení kostela Saint-Denis byl přítomen samotný král, shromáždila se zde vysoká šlechta, dále arcibiskupové, biskupové a další opaté – mnohým z nich se tato stavba natolik zalíbila, že si i oni přáli postavit takový světlý, vznosný a nádherný chrám v jejich městě [8]. Dalším aspektem je již výše zmíněné sjednocování říše a posilování královského vlivu. Katedrála[3] byla chápána jako symbol potvrzení legitimnosti královského nároku na trůn [9]. Velký význam mají také obecné podmínky hospodářského rozmachu od konce 10. století, který měl za následek stabilizaci životních poměrů a následný nárůst obyvatelstva [5]. Navíc v Ile-de-France a dalších královských državách panovalo po dlouhou dobu období míru, blahobytu a dobré vlády [8]. Svůj velký podíl na rozmachu gotiky mají i mnišské řády – resp. jejich bohatství

---

[1] Regent – zemský správce, zástupce panovníka vykonávající jeho jménem (nebo jménem jeho dědice) správu státu [6].

[2] Saint-Denis byl hrobkou francouzského národního světce Diviše (Dionýsia) [5].

[3] Označení katedrála má v dnešním pojetí dva významy – církevní: jediný kostel v diecézi (základní územní jednotka církevní správy, v čele stojí biskup) s katedrou (trůnem) biskupa, architektonický význam: typ gotického chrámu, vyvíjený od poloviny 12. století ve Francii – měl rozvinutý opěrný systém, ochoz (triforium), věnec kaplí kolem presbytáře, troj- nebo pětilodní s trojdílným západním portálem, dvouvěžovým průčelím a transeptem, protínající hlavní loď ve stejné výšce [10].

a rozmach. Ve 12. století se města rozvinula v kulturní centra, rostla a s nimi taktéž i obchodní ruch [5]. S tímto vzestupem a vznikem nové společenské vrstvy – buržoazie – se začíná projevovat i silné stavovské podvědomí a sebevědomí. Katedrály se nebudují již z pouhé povinnosti určené feudálním pánem, ale ve spolupráci s ním: jako symbol města, shromaždiště věřících, ale i jako stavba, na které se projevuje hrdost měšťanů [9].

## 2.3 Technické aspekty vzniku gotického slohu

Co tak uchvátilo všechny návštěvníky v Saint-Denis natolik, že si přáli zbudovat podobné katedrály ve svém kraji? Byla to především světlost tohoto chrámu. Všechny dříve stavěné chrámy byly tmavé, nízké, a tím i ponuré. Dosud stavěné kostely nemohly disponovat velkými okny z jednoduchého důvodu. Zdi by po proražení velkých oken neudržely strop a stavba by se tak zřítila. Hlavní lodi kostelů byly totiž zastřešeny valenou[1] klenbou, která musela být po celé své délce podepřena o silnou zeď, která se dále opírala o valené nebo křížové[2] klenby vedlejších lodí a tribun[3]. Světlo do takových chrámů tedy vstupovalo pouze okny z průčelí, chóru[4] a okny z vedlejších lodí [8].

---

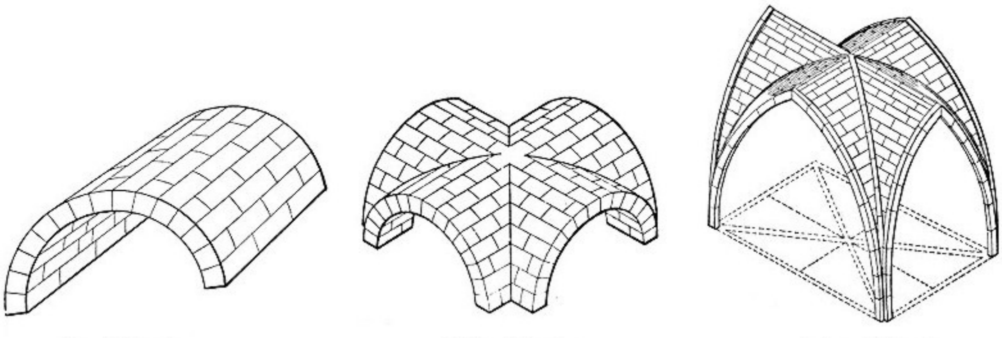
[1]Valenou klenbou se nazývá klenba, která je tvořena částí válcové plochy [11].

[2] Křížová klenba vznikne průnikem dvou valených kleneb, které jsou navzájem kolmé, a pokud jsou vystavěny podle oblouků se stejným poloměrem, uzavírají prostor se čtvercovým půdorysem. Místo dvou stěn tvoří podporu křížové klenby jen čtyři rohové body. Díky tomuto uspořádání je možné přiřazovat k základnímu klenebnímu poli pole další ve všech čtyřech směrech. Čerpáno z [11].

[3] Tribuna nebo také empora je architektura vestavěná většinou do západní části chrámového interiéru, nesená podpěrami nebo klenbou; určená pro vlastníka kostela nebo členy konventu [10].

[4] Prostor původně pro zpěváky a zpívající kleriky, umístěný mezi hlavní loď a apsidu; také označení pro celý závěr kostela [10].

Bylo zapotřebí vyvinout nový způsob, jak stavbu zaklenout. Řešení tohoto problému samozřejmě nehledali pouze stavitelé opata Sugera, ale po staletí nad ním bádali i jiní stavitelé a v různých zemích. Ti usilovali o posílení nebo podepření kamenné klenby pomocí protínajících se žeber [8]. Přes všechnu snahu bylo dosaženo pouze částečných úspěchů a vyvinutá klenba měla stále ještě nedostatky.




**Obrázek 1**, [14]

Dokonalosti žebrové klenby dosáhli až stavitelé v Ile-de-France. Žebra této klenby vedou tlaky do čtyř bodů – to následně umožňuje odlehčit zdi a namísto používaných masivních zdí a pilířů, které se dříve používaly v románských kostelích, prorazit velká okna, kterými by proudilo do chrámu světlo [3]. Žebra byla tvořena klenáky[1], které byly v průsečíku uzavírány čtyřramenným svorníkem[2], který zabraňoval rozjíždění klenby [8]. Na rozdíl od křížové má navíc žebrová klenba menší hmotnost[3], lehčeji se konstruuje a stabilizuje.

[1] Klenák je článek klenebního oblouku, obvykle klínovitého tvaru [12].

[2] Též nazýván jako vrcholový nebo hlavní klenák [12].

[3] U velkých katedrál měla prsa kleneb sílu sotva 30 cm [8].

Žebrová klenba může oproti klenbě křížové[1] zakrýt prostor jakéhokoli (i nepravidelného) půdorysu, je pevná a odolává deformacím. Další výhodou vůči křížové klenbě, která měla vždy stejnou výšku, je, že žebrová klenba může být podle potřeb stavby buď plošší, nebo špičatější [13].

Přes to však, že je žebrová klenba lehčí, kameny, které tvoří klenbu, jsou stále příliš těžké. Váha nepůsobí pouze dolů, ale jako napjatý luk i do stran [13]. I když lomený oblouk žebrové klenby zajistí svedení tlaku spíše dolů než do stran, je stále zapotřebí silných vnějších podpěr. Tím dostáváme další charakteristický znak gotického slohu – opěrné oblouky s opěrnými pilíři. Všechny tyto uvedené vlastnosti žebrové klenby dovolovaly stavitelům hnát stavby do výšek, o kterých románští stavitelé ani nesnili.

Co se však týká ostatních technických předpokladů, tak dle [4] nelze najít v počátcích gotiky nějaký závratný objev technického rázu. Tato doba se stále ještě spíše projevuje svou primitivností, která byla dána sociálními strukturami a mentalitou, než vynalézavostí. Pořád se projevuje převaha nástroje nad strojem. V tomto období[2] navíc ani nevznikají žádná učená pojednání, která by se věnovala technickému tématu – buďto tomu můžeme rozumět tak, že takovéto věci nebyly hodny zaznamenání, anebo se jednalo o tajemství, které se nesmělo šířit dále [4].

## 2.4 Charakteristické rysy gotického slohu

Jak se tedy pozná, zda se jedná o gotický sloh? V publikaci *Umění středověku* [8] se objevuje kritika takovýchto definic gotického slohu. Uvádí, že se jedná o problém mnohem širší a nedá se vymezit pouze nějakými

[1] Křížová klenba může zakrýt pouze čtvercovou základnu což je dáno tím, že vzniká jako průnik dvou válcových kleneb [8].

[2] Myslí se tím období počátku gotiky.

konstrukčními prvky. Popisu tohoto uměleckého slohu se následně věnuje několik stránek, které se soustřeďují na různé aspekty vzniku gotiky a její různé projevy. Pro potřebu této práce však budou stačit tyto výše kritizované definice, i když se na ně nelze stoprocentně spolehnout.

Některé charakteristické prvky byly již dříve zmíněny. Pro ucelenost budou tyto rysy v následujících odstavcích shrnuty a doplněny.

Začněme doslova od základů – půdorysem gotických kostelů. Prostor těchto sakrálních staveb se zvětšuje a většina z nich má půdorys ve tvaru latinského kříže. Tvoří ho dlouhá hlavní loď, transept[1], a závěr kostela, tzv. chór, kněžiště nebo také presbytář. Hlavní loď mívá po stranách obecně ještě lodě vedlejší [2]. Tyto boční lodě už neslouží jako podpěry pro vyrovnávání tlaků hlavní lodi, jejíž klenba může být v této době mnohem vyšší[2], a tomuto důsledku se tedy podrobuje i celková vnější forma stavby – hlavní loď, která je podpírána opěrnými oblouky, se nad nižšími vedlejšími loděmi tyčí jako převrácený lodní kýl [3].

Často se uvádí jako rozlišující znak gotiky lomený oblouk. Tento prvek byl však již znám a používán na Blízkém východě v islámské architektuře (i v architektuře před vznikem islámu) [2]. Lomený oblouk byl používán i v románském slohu, kde však plnil spíše dekorativní funkci [2]. Pokud tedy na budově objevíme lomený oblouk, není možné hned tvrdit, že se jedná o gotický sloh.

---

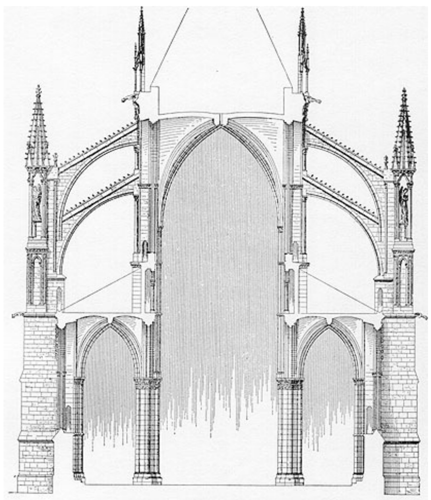
[1] Transept je loď, která je vložená v pravém úhlu mezi podélné lodě a kněžiště; většinou přesahuje do stran přes hmotu bočních lodí; slouží k zesílení významu prostoru kostela před vítězným obloukem a dává možnost budovat více vedlejších kaplí [10]. Transept v některých případech nepřesahuje přes vedlejší lodě [2].

[2] Díky opěrným pilířům a zdokonalené žebrové klenbě.

Dalším prvkem, který napomáhá rozeznat gotiku, je již zmíněný technický pokrok v oblasti zaklenutí prostoru, který dal předpoklad vzniku tohoto slohu – spojení žebrové klenby s lomeným obloukem. Tento konstrukční prvek (spolu s opěrným systémem) umožňuje stavět vyšší stavby, a tím se dostáváme k dalšímu charakteristickému rysu – výšce. Myslí se tím výška v poměru k šířce[1] [2].

Výrazným znakem je i směřování vzhůru (odraz filosofie ve směřování za Bohem) neboli vertikalita. Ta se projevuje uvedenými lomenými oblouky a je také navozována profilací svazkových pilířů se štíhlými sloupky sahajícími až k žebrům klenby [3]. Z venku se tento rys vyznačuje hlavně věžemi a věžičkami. Dále pak také opěrnými pilíři s fiálami[2], opěrnými oblouky a vysokými velkými okny [2]. „Stěny budov již nebyly studené a nenaháněly hrůzu. Byly z barevného skla, které zářilo jako rubíny a smaragdy.“ ([13], str. 189)

Samotný opěrný systém se rovněž chápe jako charakteristický prvek gotické architektury. Tento systém se dělí na vnitřní a vnější [9]. Vnitřní se skládá z klenebních žeber a pilířů [9]. Vnější se objevuje pouze u velikých staveb a kromě opěrných pilířů navíc obsahuje i opěrné oblouky (viz Obrázek 2, [14]) [15].



**Obrázek 2**, [14]

---

[1] Výška hlavní lodi bývá větší než šířka.

[2] Fiála je konstrukční i dekorativní prvek. Jedná se o věžičku, která ukončuje opěrné pilíře a vimperky. Jeho konstrukční funkce je zatěžovat opěrákový systém a zvyšovat tak jeho stabilitu. Čerpáno z [10].

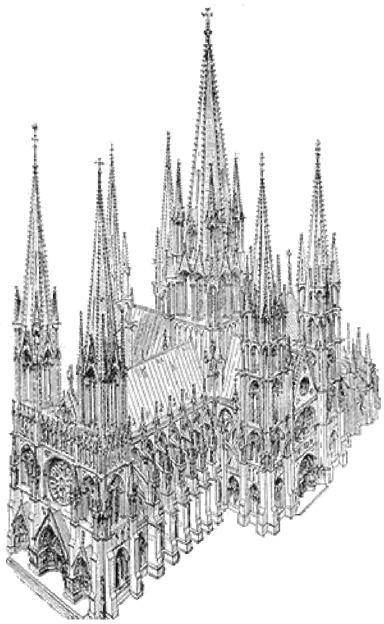
U menších staveb se opěrné pilíře stavěly přímo u zdi a u některých byly do zdi přímo vtáhnuty [15].

V gotice se taktéž setkáváme s velkou majestátností západních průčelí velkých kostelů a katedrál, která měla demonstrovat několik věcí – jak moc Boží, tak i velikost instituce, která ho reprezentovala – katolické církve [2]. Průčelí vévodí hlavní portál, který je většinou po stranách doplněn dalšími dveřmi, a velké rosetové okno [2].

Dalšími znaky, které se v gotickém slohu projevují, jsou například různé kružby, snížený oblouk atp. S těmito prvky a jejich konstrukcemi se seznámíme v kapitole věnující se přímo geometrii.

Trochu subjektivní se může zdát poslední rys gotiky, který zde bude zmíněn, a tím je jistý dynamismus, který je dán souhrou tlaků a tahu [13].

Byly zde uvedeny základní znaky, kterými se gotický sloh vyznačuje, ať už jsou výše uváděné prvky zastoupeny na budově více či méně. K těmto prvkům by se ještě slušelo doplnit určité odlišnosti, které jsou typické pro středoevropské prostředí a německy mluvící země, pod jejichž kulturní vliv tehdy české země spadaly. Na rozdíl od Francie, kde byl dostatek dobrého bílého vápence, nebyl na severu Německa stavební kámen příliš dostupný [2]. Oproti tomu tam však byla zakořeněná tradice stavět z cihel [2]. Dalším typickým znakem jsou dvě mohutné vysoké věže nebo i jedna, která byla umístěna uprostřed [2].



**Obrázek 3**, [14]

Můžeme si také povšimnout i toho, že od „té pravé“ francouzské gotiky zde téměř nenalézáme monumentální portály s bohatými plastikami [5]. Dalo by se říci, že celkově je „německá gotika“ v jistém smyslu jednodušší. U některých kostelů chybí chórové ochozy, věnce kaplí a jen zřídka najdeme triforium mezi arkádami a zónou horních oken [5].

Kromě již výše popisovaných podob chrámů jsou pro „německou gotiku“ také příznačné takzvané halové kostely [5]. Stavby takového typu se vyznačovaly tím, že byly tvořeny nejméně dvěma loděmi, které byly úplně (nebo alespoň přibližně) stejně vysoké [5]. Tyto lodě se vzájemně staticky podpíraly, a tak nebyl potřebný ani opěrný systém[1] [5]. Transept v těchto typech kostelů zcela mizí, stejně tak jako i ve většině ostatní německé partikulární gotice [9].

Pro úplnost by zde mělo být uvedeno, že gotický sloh se samozřejmě nevyskytoval pouze na církevních stavbách, ale i na světských – např. různé hrady, radnice, ale i měšťanské domy atp.

## 2.5 Historické etapy gotiky

Gotický sloh byl dominantním slohem západní a střední Evropy[2] zhruba po čtyři staletí. Za tuto dobu se měnil a vyvíjel. Podle propracovanosti a množství výskytu výše uvedených charakteristických prvků se dá posoudit, v jaké době zhruba stavba vznikla. Jelikož gotika nastupovala a ustupovala v jednotlivých zemích různě[3], existuje mnoho jejích dělení. Zde bude popsáno to rozdělení, které se používá ve vztahu k českým zemím. Dělí se na ranou, vrcholnou a pozdní [10]. Každá má své charakteristické konstrukční rysy.

---

[1] Myslí se tím vnější konstrukce opěrných oblouků. Opěrné pilíře byly přiloženy přímo ke zdi [15].

[2] Kopíruje území hlásící se ke katolickému vyznání.

[3] Zatím co v Itálii už se probouzela renesance, v českých zemích se stále stavělo po vzoru gotiky [16].

### 2.5.1 Raná gotika

Před ranou fází se ještě vyskytuje krátké přechodné období, kde se mísí prvky románského a gotického slohu. Toto období se datuje zhruba od roku 1230 do roku 1250 a někdy se zařazuje i přímo do raného období, protože je tak krátké [17].

Raná gotika trvá do počátků 14. století. Její hlavní rysy, kterými se vyznačuje, tvoří tzv. cistercko-burgundská gotika [18]. Byla pojmenována podle řádu cisterciáků. Tento řád má zájem o stavitelství a udržuje styk s domovinou – Burgundskem – z které tento nový sloh přináší [18]. Ten se zde projevuje tzv. mechanickou skladebností – jednotlivé prvky stavby nesrůstají, jeví se, jako by k sobě byly pouze přiloženy, jako z nějaké stavebnice, která se dá kdykoli rozebrat [18]. Typickými jsou trojlaločné oblouky (u portálků, kružeb), těžké hmotné profily žeber, oblouků a jiných článků [18]. Klenby jsou kromě standardních křížových i šestidílné a v menších prostorách hvězdové[1].

### 2.5.2 Vrcholná gotika

Následuje vrcholná gotika v českých zemích, která nastupuje spolu s vládou Lucemburků[2] [18]. Proto se této gotice říká také někdy lucemburská. V předchozím období byl tento sloh stále vnímán jako cizí. Na počátku vrcholné éry gotiky byl však již přijat za vlastní a začíná se projevovat domácí tvorba – regionálně zabarvená tzv. česká gotika [18]. Jedná se o umění vysoké úrovně, které dosahuje evropského měřítka a to nejen v oblasti architektury, ale i v oblasti výtvarného umění [18]. V tomto období se mění pojetí chrámového prostoru, na kterém je zřejmá snaha o jednotně vnímatelný

---

[1] Žebra hvězdové (hvězdicové) klenby vytvářejí v průnicích na líci kleneb hvězdové kresby [10].

[2] Období let 1310-1419 – nepočítá se neklidné panování krále Zikmunda [18].

prostor, bez přemíry architektonických článků [18]. Přípory[1] se zkracují nebo jejich úlohu zcela přejímají konzole[2], v pozdější fázi se žebra dokonce zasekávají do stěn nebo do válcových těl sloupků [18]. Díky tomu vznikají i nové prostorové typy – především dvoulodní kostely[3]. V klenbách se stírá dělení na uzavřená pole a místo nich se začínají objevovat síťové[4] klenby. Dále se mění profily žeber a v kružbách se začínají vyvíjet složitější plaménkové motivy [17].

Následovaly však husitské války, které pro zemi znamenaly velký zásah jak do hospodářského, tak i do kulturního života, a na jistou dobu násilně přerušily jakoukoli uměleckou činnost [19].[5] Vrcholné období gotiky v českých zemích tímto končí a po skončení husitských válek nastupuje období, které dává gotice přívlastek pozdní, jagellonská nebo také vladislavská[6].

### 2.5.3 Pozdní gotika

Čechy byly po skončení bojů vyprahlým prostředím a chyběl jim i vůdčí architekt [19]. Pokud se stavělo, šlo hlavně buď o starší stavby, nejnutnější opravy kostelů a klášterů pobořených či vypálených husity, nebo se jednalo o díla nízké úrovně [18]. Do země se však po odeznění války vracejí mnišské

---

[1] Přípora je svislý podpůrný architektonický prvek klenebních žeber, představený před pilíř nebo stěnu a přijímající část klenebního tlaku [10].

[2] Konzola je architektonický nosný článek, který vystupuje ze stěny a nese klenební žebro, sochu, římsu nebo balkón [12].

[3] Dvojlodní kostely jsou typické pro rožmberská panství na jihu Čech [19].

[4] Síťová klenba je klenba s pravidelným síťovým vzorem [10].

[5] Ale i před vypuknutím husitských válek se již začínala pomalu projevovat stagnace a vyčerpanost tvůrčích sil [19].

[6] Pojmenována podle krále Vladislava II. Jagellonského, za jehož vlády dosáhla pozdní gotika největšího rozmachu [17].

řády, které byly vyhnány husity, a začíná se hledět do slavné minulosti [19]. Gotické umění, které bylo v revolučních podmínkách dříve zavrhováno, se vzchopilo a začíná se opět rozvíjet [19]. Král Vladislav si tímto jakýmsi odkazem na tradici jistil i svou legitimnost [19]. Zpočátku čerpá tento sloh ještě z období předhusitského, ale v poslední čtvrtině 15. století se začíná projevovat jeho vlastní tvorba [18]. Vynalézavost a bohatost pozdní gotiky vyhovuje měšťanům a královský stavitel svou koncepcí řešení prostoru a do důsledku promyšlenými krouženými klenbami vynáší opět českou architekturu do čela evropského umění [18].

Motivy pozdní gotiky se stávají tvary sesychajících listů a jako sukovité pokroucené větve vypadají i žebra kleneb, která jsou doplněna různými plastikami drobného zvířectva [18]. Mezi klenbami se do popředí dostávají nejprve klenby kroužené[1], poté složité hvězdové a nakonec sklípkové[2] [18]. Žebra se u posledně jmenovaných kleneb ztrácejí nebo mizí úplně [18].

Začátkem 16. století se začíná už i ve střední Evropě prosazovat renesance, která se na rozdíl od gotiky neprolíná a nevyvíjí z předchozího slohu, ale opírá se o antické umění a snaží se gotiku zcela popřít [16].

Tímto byla stručné probrána problematika pozadí vzniku gotického slohu, jeho rysů a dělení ve vztahu k českým zemím. Následující kapitola se již bude věnovat otázce znalostí geometrie, jejích projevů v tomto uměleckém slohu a její aplikaci.

---

[1] Žebra u kroužené klenby vytvářejí kroužené obrazce – žebro již není nosným prvkem, ale dekorativním [10].

[2] Sklípková nebo také diamantová klenba má dekorativní uspořádání ploch, plošek kápí a je bez žeber [10].

# 3 Geometrie v gotickém období

Jak již bylo zmíněno výše, v této části se posuneme již k otázce geometrie. Na začátku této kapitoly bude řečeno, co to vůbec je geometrie, jaké měla postavení tato matematická disciplína v období gotiky (jestli vůbec nějaké), jak byla chápána, jak vypadala. Bude zmíněno, i jak se vědomosti z geometrie šířily dále, jak byly předávány (byly nějaké učebnice, školy zaměřené na rýsování?), komu vděčíme za ty poznatky, které se nám dochovaly do dnešní doby. Stěžejním bodem budou samozřejmě poznatky, které mistři stavitelé měli.

## *3.1 Obecně o geometrii*

Geometrie je odvětví matematiky, které se zabývá studiem vlastností jak rovinných, tak i prostorových útvarů, a vztahů mezi nimi [20]. Je také jedním z nejstarších oborů matematiky vůbec (první písemné zmínky sahají až do starověké Mezopotámie a Egypta do roku kolem 3100 před Kristem) [20]. Geometrie byla důsledkem praktických potřeb člověka. Jeden takový příklad, který stál u zrodu této matematické disciplíny, můžeme nalézt již ve starověkém Egyptě – řeka Nil se rozvodnila, což zúrodnilo okolní půdu, zničila tím ovšem i všechny vytyčené hranice a mezi vlastníky půdy vznikly půtky [20]. Musel se tedy najít způsob, jak zničené hranice znovu jednoduše a přesně vytyčit. V samotném označení „vyměřování země“ má dokonce původ i slovo geometrie. Toto označení však pochází až od Řeků, kteří přejali znalosti Egypťanů a z geometrie vytvořili samostatnou vědu – γη „gé“ znamená v řečtině „země“ a μετρειν „metrein“ je v překladu „měřit“ [21]. Obdoba v českém jazyce by proto možná byla zeměměřičství [22]. Český ekvivalent se ale samozřejmě nepoužívá, protože dnes má slovo geometrie jiný význam.

## 3.2 Postavení geometrie v gotickém období

V části této práce, která se zabývala označením gotického období, bylo již řečeno, že Giorgio Vasari (humanistický učenec, který dal gotice jméno) považoval tento umělecký sloh za hrubý, zmatený, bez proporcí a měřítek [3]. Když však pozorujeme gotickou katedrálu z bližšího pohledu, objevíme pozoruhodnou geometrickou důslednost, kterou tehdejší mistři stavbě věnovali [23]. Tato přesnost byla dána tehdejším proudem náboženského smýšlení [23]. Již svatý Augustin se dle [23] odvolával na *Bibli* na verš v *Knize moudrosti 11:20*, kde se praví, že Bůh „všechno uspořádal s mírou, počtem a váhou" ([24], str. 899). Tato myšlenka přetrvávala dále a objevovala se i u myslitelů ve 12. století, zvláště těch, kteří byli nějak spojeni s katedrální školou[1] v Chartres (tato škola hrála ústřední roli ve výstavbě gotických katedrál) [23].

Při zrodu[2] gotiky, kdy se vyvíjela její specifická architektura, panovalo mezi katolickými mysliteli přesvědčení, že existuje určitá vazba mezi matematikou (zvláště geometrií) a Bohem [23]. Takovýto myslitelský proud podobné tendence – existence vztahu mezi matematikou a božským – se objevoval v západním myšlení již od Pythagora a Platona [23].

V publikaci [23] se autor odvolává na Scottovu knihu [25], kde se uvádí, že charterská škola dokonce „věřila, že geometrie je prostředkem, jak spojit lidské bytosti s Bohem, že matematika je cestou, jíž se lidstvu zjevuje

---

[1] Katedrální školy byly středověké vzdělávací instituce vedené duchovními [27]. Původně byly určeny k výchově kněží, později však učily i laiky [27]. Jednalo se hlavně o chlapce pocházející ze šlechtických rodů, kteří byli v těchto školách připravováni na vysoké posty v církevní, státní nebo v obchodní sféře [27]. Právě z těchto škol se později vyvinuly univerzity [28].

[2] Nebo spíše přerodu románského slohu v gotický.

nejvnitřnější tajemství nebes. Domnívali se, že harmonie hudební konsonance[1] je založena na týchž poměrech, jež formují kosmický řád, že kosmos je architektonickým dílem a Bůh je jeho architektem“ ([25], str. 125). Toto pojetí vedlo tehdejší stavitele k tomu, aby „chápali architekturu jako aplikovanou geometrii, geometrii jako aplikovanou teologii a architekta gotické katedrály jako toho, kdo napodobuje božského Mistra“ ([25], str. 125). Dále Woods ve své knize [23] uvádí Baldwinův citát z [26], kde vysvětluje, že „Tak jako velký Geometr vytvořil svět v řádu a harmonii, se gotický architekt, v menším měřítku, pokoušel vytvořit Boží příbytek na zemi podle nejvyšších principů proporce a krásy“ ([26], str. 107).

### *3.3 Vzdělání a vzdělávání stavebních mistrů*

Profese zednického mistra byla ve středověku respektovaná a vážená. Takový mistr byl architekt a stavitel v jednom [31]. Jednalo se většinou o bohatého jedince, který se však musel do své pozice postupně vypracovat, než jí dosáhl. Vždyť to bylo také nejvyšší postavení v jeho oboru. Musel mít i jisté manažerské schopnosti potřebné jak pro koordinaci na staveništi, tak pro jednání s dodavateli a mecenáši. Všichni řemeslníci, kteří nějakým způsobem pracovali na stavbě, mu byli odpovědní a zednický mistr se zodpovídal patronům[2] projektu. Obvykle měl dokonce po dobu trvání[3] stavby stravu a ubytování v místě projektu zdarma. V tomto odstavci bylo čerpáno z [30].

---

[1] Konsonance je souznění, libozvuk, souzvuk dvou nebo několika tónů, splývajících v našem sluchu v jednotný dojem [29].

[2] V případě velkých a významných staveb to byli např. biskupové nebo i panovníci [30].

[3] Pokud se jednalo např. o katedrály, byly to i desetiletí [30].

Těmto mistrům také vděčíme za to, že se nám středověká díla zachovala do dnešních dnů. Neboť znalecké posudky, opravy a restaurování se staly ve 13. století jedním z hlavních zdrojů jejich obživy [4]. Abychom zjistili, jaké měli znalosti z geometrie, je nejprve dle Shelbyho nutné zjistit, jaké měli vzdělání a jak se vzdělávali [32]. Převážně ze Shelbyho práce je také čerpáno v této kapitole.

Zprvu se ani nezdá, že by tito stavebníci uměli aspoň číst či psát [32]. Na finanční transakce a jiné záznamy spojené se stavbou bývali k ruce úředníci [32]. Někteří stavitelé konce 13. století však číst a psát uměli. Považuje se to ale spíše za důsledek všeobecně zlepšující se gramotnosti v té době[1].

V tehdejším vzdělávacím systému byla sice zařazena kromě aritmetiky, hudby a astronomie i geometrie (kvadrivium), ale bylo jí věnováno pouze málo pozornosti. I když tedy někdo získal sedmileté vzdělání (trivium a kvadrivium), nepřišel do kontaktu (nebo pouze velmi málo) s tím, co v dnešní době nazýváme Euklidovskou geometrií.

Geometrii jako hodnotnou součást kurikula mohli tehdejší žáci vidět až v proslulých klášterních a katedrálních školách (studia generalia) a později na univerzitách [32]. Pokud se však vezmou v úvahu tehdejší sociální a ekonomické okolnosti, lze z nich vyvodit následující. Mladý muž, který by měl jako svůj sen stát se mistrem ve stavebním oboru, by nejspíše neusiloval o až tak vysoké vzdělání [32]. Od studenta univerzity by se v té době spíše čekalo, že najde pracovní příležitost mimo stavebnictví [32]. Ještě by se možná uplatnil jako úředník díla, ale ne jako stavební mistr [32].

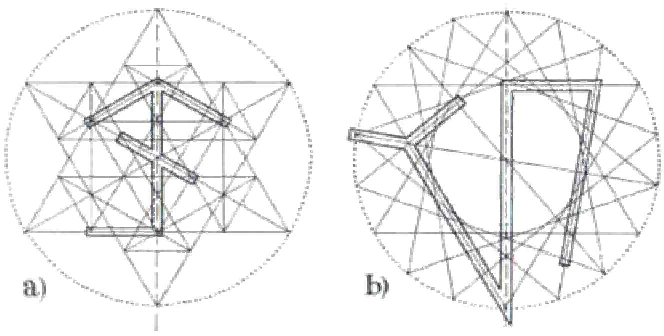
Stavitelé své geometrické znalosti, jak se zdá, neměli z formálního vzdělávání [32]. Mezi neformální prostředky, jak získat potřebné vědomosti, by se dal považovat jakýsi druh doučování nebo rozmluvy s nějakými

[1] Konec 13. století [32].

mecenáši. Popřípadě, pokud by byl člověk opravdu odhodlaný a uměl číst, se mohl geometrii učit sám z několika málo napsaných pojednání (velmi výjimečný případ) [32]. Nic z výše uvedeného tedy dostatečně neodpovídá na položenou otázku, týkající se vzdělání a vzdělávání středověkých mistrů [32]. Nejpravděpodobnější odpověď vychází z tradice stavebního řemesla. Technické znalosti, náčrty a vědomosti byly předávány jednoduše od otce synovi, od mistra učedníkovi, od vzdělaného cestovatele méně vzdělaným [32].

Tradice řemesla byla předávána také ve **stavebních hutích**, které vznikaly společně se vzrůstajícími nároky na stavebnictví. Byly to velké dílny stavitelů, zedníků, kameníků, sochařů a malířů [10]. Původně se jednalo o čistě mnišské stavební korporace. V 13. a 14. století se z nich však stávají laické organizace. Pracovníci těchto hutí měli své výsady, svého mistra, parléře[1] a mnoho stavebních hutí mělo i rektora (*rector fabricae*). V těchto hutích docházelo k vyučování v řemesle stavebním, kamenickém i jiných dalších.

Učila se zde samozřejmě i geometrie. Každý učedník dostal svou vlastní značku, vrýsovanou do obrazce (viz Obrázek 4, [39]). Tato značka se skládala buď z opakování jednoduché značky huti, tzv. kořene, nebo se rozvinul kořen do sítě přímek, které byly rovnoběžné se základními přímkami obrazce.




**Obrázek 4**, [39]

[1] Parléř je první po mistru. Dohlíží na učně a tovaryše.

Tento znak se při postupu v profesním žebříčku stával dále složitějším. Tyto obrazce měly i svůj praktický význam. Jednak se podle něj vypočítávala mzda, podle počtu označených kamenů, a jednak se jím řemeslník prokazoval při svých „služebních“ cestách. Hutě si chránily své vědomosti a jejich členové nechtěli pracovat s nevyučenými. Proto tedy pokud přišel kameník při svých cestách k jiné huti, musel nejprve třikrát zaklepat svou holí na dveře, odpovědět na tři otázky a správně vyrýsovat svou značku. Musel také vysvětlit, jak při rýsování postupoval. Teprve po těchto několika zkouškách byl hutí přijat. Z těchto hutí se později vyvinuly cechy [10]. Tyto uvedené informace týkající se stavebních hutí, byly čerpány z [39].

Jednalo se tedy o ústní předávání, a tak velká část technických znalostí, kterými stavitelé disponovali, zmizela, když tito stavitelé zemřeli [32].

Zajímavým aspektem vědomostí stavebních mistrů bylo i tzv. ***scientia***, o kterém nás informuje Huerta v [40], a z tohoto zdroje je čerpáno v tomto odstavci. Stavby gotických chrámů nebyly žádné lehké úkoly a o nějaké velké rozvinutosti statiky jako vědy, které by se mohlo využívat, také nelze v období gotiky moc mluvit. I přesto se však nedá říci, že tehdejší monumentální stavby byly pouze výsledkem náhody nebo metody pokus – omyl. Samozřejmě existovaly i nějaké sesuvy budov, ale v porovnání s počtem úspěšně dokončených staveb (stojících i dodnes) jich bylo velice málo. Tajemství tohoto úspěchu leželo v tzv. *scientia*. Byla to teorie, soubor vědomostí, které dovolovaly středověkým mistrům navrhovat a stavět bezpečné konstrukce. *Scientia* přitom neznamenalo vědecký v dnešním slova smyslu – nebylo odvozeno z nějakých obecných zákonů nebo vědeckých principů. Šlo o soubor pravidel a postupů, které byly odvozeny empiricky, z pozorování již postavených budov. Důležité zkušenosti však byly nabývány i při pozorování rozvalin a sesunů. I samotné pohyby a sesedání stavby poskytovaly různé podněty k úpravě konstrukce. Tato pravidla byla zapsána až v pozdně gotickém období německými mistry. Věnovala se např. vztahu tloušťky zdi vzhledem k její velikosti atd.

## 3.4 Zdroje poznatků o tehdejší stavitelské geometrii

Jak již bylo uvedeno, geometrické konstrukce a postupy byly tajemstvím, které si jednotlivé stavební hutě chránily. I přes to však byly koncem středověku některé techniky zaznamenány německými mistry. Ti napsali malé knížečky, z kterých si lze dle Shelbyho příspěvku [32] udělat hrubou představu o tehdejší geometrii (z tohoto příspěvku je také čerpáno v tomto odstavci). Tato pojednání jsou psaná německy a jejich autorství je připisováno Matthäusovi Roritzerovi. Nejzajímavější z nich je knížečka [33] s názvem ***Geometria deutsch***. Obsahuje však pouze 12 stránek. V tehdejší době neexistovala žádná literární předloha k tomu, jak zaznamenávat postup. Proto se zdá, že byla tato knížečka sepsána tak, jak se to autor učil – jeden popis problému za druhým, pravidlo za pravidlem. Tato pojednání postrádají jakýkoliv systematický rámec.

Další[1], kdo porušil toto tajemství, byl **Villard de Honnecourt** (a jeho následovník, který je dle [32] známý jako Magister 2). V následujících odstavcích věnujících se Villardově osobě a jeho skicáři je čerpáno převážně z Gruberova příspěvku [37]. Mnoho informací o tehdejší geometrii a stavitelství poskytuje právě skicář Villarda de Honnecourta. Je to jeden z mála zdrojů, věnující se architektuře a praktické geometrii ve středověku, které se dochovaly. Zda byl však Villard skutečně architekt či stavitel, se ve skutečnosti vlastně neví. Tato domněnka vznikla v 19. století a přetrvala dodnes. Je však nepravděpodobná.

[1] Chronologicky však porušil tato tajemství dříve.

Villard se narodil ve francouzské Pikardii. Jeho náčrtky pocházejí z první čtvrtiny 13. století. Jednalo se zřejmě o zcestovalého muže. Za jakým účelem podnikal své cesty či byl-li někým vyslán, se neví. Svůj náčrtník vytvářel asi 5 až 15 let. Obsahuje 33 pergamenových listů, na nichž je zachyceno kolem 250 kreseb. Ne všechny kresby se však věnují architektuře. V jeho skicách není žádný zjevný systém. Časem mu došel materiál, na který by se mohlo psát, a tak kreslil jednu malbu vedle druhé bez nějaké souvislosti.

Proti názoru, že jeho profesním oborem byla architektura, mluví několik věcí. Jeho kresby budí dojem, že příliš nerozuměl technickému zobrazování a stavitelství své doby. Ve skicách byly také nalezeny chyby, kterých by se žádných stavitel určitě nedopustil (jedná se např. o chybné umístění opěrných oblouků) [40].

Je zajímavé, že se v jeho skicách dle [32] neobjevují žádné zmínky o měření pomocí hole, olovnice, stínu či astrolábu. Podle [32] to tedy vypadá, že Villard nebyl obeznámen s pokrokem, který přišel do Evropy s arabským učením a matematikou.

„…Villard byl, v nejlepším smyslu toho slova, diletant, 'jeden z těch, kteří jsou uchváceni okolním světem'. Žádnou profesí nelze vysvětlit šíři jeho zájmů…“ [38]

## 3.5 Znalosti z geometrie v gotickém období

„Pevným a bezpečným základem, na němž se mohlo vyvinouti velkorysé stavitelství, sochařství a malířství, byla znalost jednoduchých, základních pouček geometrických, zejména znalost pravého úhlu, svislice a vodorovné roviny a jejich použití.“ ([39], str. 5)

„Stavitelé z období středověku měli pouze ty nejzákladnější matematické znalosti a neměli žádné vědomosti z geometrické teorie.“ [32]

### 3.5.1 Výkresy a plány

Kolmé promítání bylo známé již ve starověkém Egyptě. Není tedy žádným překvapením, že i v gotice byly používány při stavbě různé výkresy a plány budov.

Otázka náčrtů je podrobněji vysvětlena v [35]. Z této publikace je čerpán i následující stručný exkurz. Výkres stavební huti měl několik úkolů. Udával celkovou geometrickou koncepci a vymezoval celkový rámec, kterým se řídili stavitelé v dalších letech. Na druhou stranu musel být výkres také do jisté míry přizpůsobivý, pokud by došlo ke změnám techniky či vkusu stavitelů.

Výkres byl majetkem huti a shrnoval všechny její technické zkušenosti a estetické cítění dané stavební školy. Na výkresech se většinou nepoužívala měřítka, ale spíše jen poměry. Modulem[1] přitom bývala šířka hlavní lodě chrámu. Tyto výkresy (mnohdy velmi vyspělé) vycházely z triangulace[2] (Ad triangulum) i ze čtverců[3] (Ad quadratum).

#### 3.5.1.1 Jak a čím se rýsovalo

V dnešní době se využívají k přesnému rýsování profesionální počítačové programy. Počítače jsou používány již i na středních školách. Stále ještě se však při výuce rýsuje především na papír[4], operuje se s kružítkem, úhloměrem,

---

[1] Modul slouží ve stavebnictví ke koordinaci rozměrů ve výstavbě, aby bylo možné používat unifikované dílce [6].

[2] Jednoduchou sítí trojúhelníků byly vyhledávány důležité body půdorysu nebo řezu navrhované stavby. Tato metoda se nazývá triangulace.

[3] Obdobná metoda jako triangulace. Síť zde však netvoří trojúhelníky, ale, jak název napovídá, čtverce.

[4] V těchto cvičeních se nesleduje pouze zvládnutí geometrické konstrukce, ale mnohdy se trénuje hlavně i přesnost, trpělivost a orientace.

pravoúhlým trojúhelníkem a pravítkem. Dnes již běžné potřeby k rýsování však také musely projít určitým vývojem. V jaké fázi byly tyto rýsovací prostředky v období gotiky, bude popsáno v následujících odstavcích. V prvním z odstavců je čerpáno hlavně z [39] a zdrojem druhého je [35] a [36].

V úplných počátcích geometrie se vyměřování různých chrámů provádělo ve skutečné velikosti na pečlivě provedeném dláždění, na kterém pak stavba vyrostla (starověký Egypt). I jiná důležitá řešení byla Egypťany rýsována do kamene. Tento zvyk – rýsovat stavby a jejich části ve skutečné velikosti do kamene – se objevuje i v gotických katedrálách na podlahách chóru, kde se nalézají části kružeb. Z období středověku byly nalezeny náčrty na dřevěných i voskových tabulích, na pergamenu[1] a až v pozdějších letech i na papíru.

Ryté kresby jednotlivých kusů v originálních velikostech, které sloužily kameníkům jako šablony a přikládaly se k opracovávanému materiálu, se bohužel nedochovaly. Ve Francii[2] byly výkresy dokonce ryty do zdiva. Oproti tomu v Anglii se zřizovaly přímo „rýsovny“[3]. Na území pod německým kulturním vlivem[4] se používaly zvláštní „podlahy k rýsování“, kde se do dřeva nebo do sádry ryly dílce v originální velikosti. Vypadá to, že existovaly snad i modely staveb, ale tyto modely se nedochovaly.

K rýsování se používalo rydlo (rýsovadlo), kružítko, které mělo dva hroty a krokvicí[5]. Nebylo jednoduché rýsovat na pergamen. Kružítka, která byla

---

[1] Pergamen byl materiál, který se používal pro psaní i k malířské práci. Byla to blána, která se vyráběla ze zvířecí kůže, vysoušela, bělila vápnem a vyhlazovala pemzou. Název byl odvozen od města Pergamon v Malé Asii, kde byla jeho výroba zdokonalena [10].

[2] Např. v Narbonne

[3] Tracing house

[4] Např. v Trevíru

[5] Pravítko, které mělo na jednom konci připevněno kolmé rameno.

k tomuto rýsování určená, byla místo tužky opatřena na konci buď velmi ostrým hrotem, anebo ostrou kruhovou břitvou. Do pergamenu (popř. v pozdějších dobách do papíru) se těmito nástroji ryly potřebné obrazce. Rysy, které takto vznikly, se musely ještě následně pomocí jemného brkového pera ručně obtahovat inkoustem nebo tuší. Postupem doby se rýsování zjemňovalo a s pokrokem ve výrobě papírů a nástrojů také zpřesňovalo. I tak ale vyžadovalo čtení těchto rysů určitou zkušenost a cvik, protože do půdorysu se zakreslovaly rovnou i půdorysy všech vyšších pater a pro nezkušeného člověka byl tak rys nepřehledný.

Následující text je věnován konstrukcím základních útvarů, které byly v období gotiky známé a využívané. Pokud není uvedeno jinak, je zdrojem následujících popisů útvarů a jejich konstrukcí [17]. Z ohledu symboliky je využíváno Studeného publikace [7].

### 3.5.2 Kružnice

Útvar, jehož konstrukce je jedna z nejjednodušších. Jedná se také o jedno z nejrozšířenějších symbolických znamení. Kružnice nemá začátek ani konec, žádný bod kružnice není první ani poslední, před nebo za jiným – proto také symbolizuje věčnost. Pak také dokonalost, jednotu a existují i mnohé další výklady. Symbolika kružidla se v křesťanském umění promítá hlavně v námětu stvoření světa. Čerpáno z publikace [7].

### 3.5.3 Pravý úhel

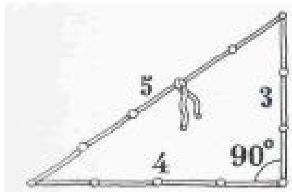
Pravý úhel a jeho konstrukce je jedním ze základních pilířů geometrie vůbec. V některých kulturách[1] byl tento úhel považován dokonce za posvátný [39]. Nemůže být tedy pochyb, že byl znám i v gotickém období. V té době se

[1] Např. starověký Egypt.

již vědělo o několika konstrukcích tohoto úhlu. O konstrukci pravého úhlu a jeho historii pojednává Kadeřávkova publikace [39]. Z té je zde čerpáno.

Vyměřovat velmi přesně pravý úhel uměli již staří Egypťané. Podle této staré civilizace také dostala jméno jedna z metod jeho vytyčení – pomocí tzv. egyptského provazce.

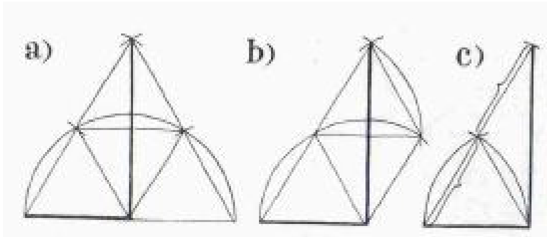
Egyptský provazec poskytoval jednoduché řešení. Byl to provaz, který byl uzly rozdělen na dvanáct stejných dílů. Ten když se pak složil do trojúhelníka, jehož strany obsahovaly tři, čtyři a pět dílů, stály prvé dvě strany (strana se třemi a strana se čtyřmi uzly) kolmo k sobě (viz Obrázek 5, 80[39]). To lze lehce ověřit Pythagorovou větou. Tato konstrukce však není pro velké rozměry příliš přesná, proto je známá další metoda vytyčování pravého úhlu – taktéž známá již ve starověkém Egyptě.



**Obrázek 5**, 80[39]

Přesného výměru pravého úhlu mohlo být též dosaženo pomocí pravidelného šestiúhelníka nebo dvou přes sebe přeložených rovnostranných trojúhelníků. Nejjednodušší útvar, který je každý schopen přesně sestrojit je již zmíněná kružnice. Kolem kolíku se upevní provazec a hrotem tyče na druhém konci provazce opisujeme kružnici. Touto délkou poloměru (délkou provazce) je možné protnout šestkrát obvod narýsované kružnice. Takto vzniklé průsečíky tvoří vrcholy pravidelného šestiúhelníka. Pokud tyto průsečíky spojíme ob vrchol dvěma přes sebe jdoucími rovnostrannými trojúhelníky nebo vynecháme-li dva protilehlé vrcholy, dostaneme velmi přesný obdélník.

Dále se pravý úhel mohl sestrojovat pomocí řazení trojúhelníků (viz Obrázek 6, [39]). Používaly se čtyři nebo tři k sobě položené pravidelné trojúhelníky. Bylo však také možné použít pouze jeden trojúhelník, kde se jeho jedna strana prodlužovala o svou vlastní délku.




**Obrázek 6**, [39]

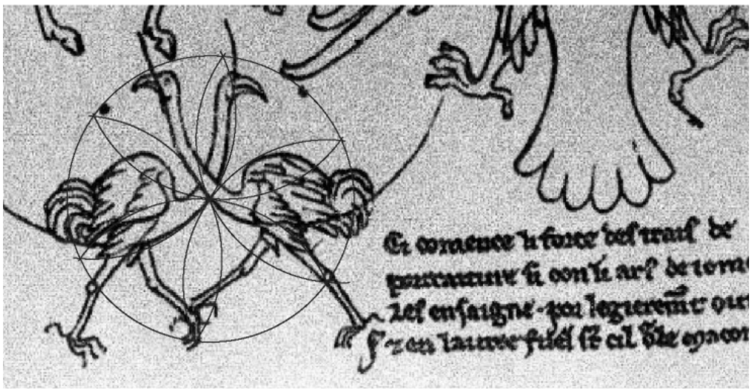
Zatím zde nebyla uvedena nejspíše nejznámější a přitom velmi jednoduchá konstrukce pravého úhlu. Konstrukce narýsovaná pomocí průsečíku dvou kružnic o stejném poloměru, jejichž středy jsou od sebe vzdáleny méně, než je jejich průměr. Tento postup byl nalezen v náčrtcích Villarda de Honnecourta, kde je prezentován pomocí nákresu dvou plameňáků (viz dále Obrázek 7, [41]). Křivky dlouhých krků a těl těchto ptáků, ukazují jednoduchý příklad takovéto konstrukce. Marie-Thérèse Zenner se ve své práci *Villard de Honnecourt and Euclidean Geometry* [41] domnívá, že kromě postupu, jak narýsovat pravý úhel, má tento náčrtek ještě jinou rovinu interpretace – ilustrace Euklidova problému 1.1 – sestrojit rovnostranný trojúhelník nad danou úsečkou.

### 3.5.4 Rovnostranný trojúhelník

Rovnostranný trojúhelník je jeden ze základních útvarů, kterých gotika využívala. Kromě praktického využití ve stavebnictví měly trojúhelníky i symbolický význam. Trojúhelník, jak už název napovídá, je v úzkém vztahu s číslem tři. Číslo tři bylo symbolem jednoty, dokonalosti a úplnosti – vyjadřuje spojení začátku, středu a konce. V křesťanství vyjadřuje toto číslo tři božské ctnosti (víru, naději a lásku) a především tři božské osoby. Symbol rovnoramenného trojúhelníku se používal k obraznému vyjádření vyrovnanosti, harmonie a Boha. V tomto odstavci bylo čerpáno z publikace [7].

Z geometrického hlediska měly rovnostranné trojúhelníky široké uplatnění. Byly používány jak při metodě návrhu ad triangulum, při vytyčování pravého úhlu, tak i při jiných konstrukcích.

Jak už bylo uvedeno výše, postup, jak sestrojit rovnostranný trojúhelník, je zobrazen na náčrtcích dvou plameňáků ve Villardově skicáři. Další možný postup konstrukce byl nalezen dle [41] v kresbách na zdech středověkých staveb. Jednalo se o květinu s šesti okvětními lístky. Podle toho, jak se jednotlivé průsečíky spojily, se získávaly určité tvary – pravidelný šestiúhelník, vepsaný rovnostranný trojúhelník atp. Tato konstrukce pomocí květiny se považuje za mnemotechnickou pomůcku odvolávající se na náčrtek dvou plameňáků (viz Obrázek 7, [41]). Namísto složitých plameňáků se ale tato konstrukce jednodušeji rýsuje (ryje do zdi).



**Obrázek 7**, [41]

### 3.5.5 Sférický trojúhelník

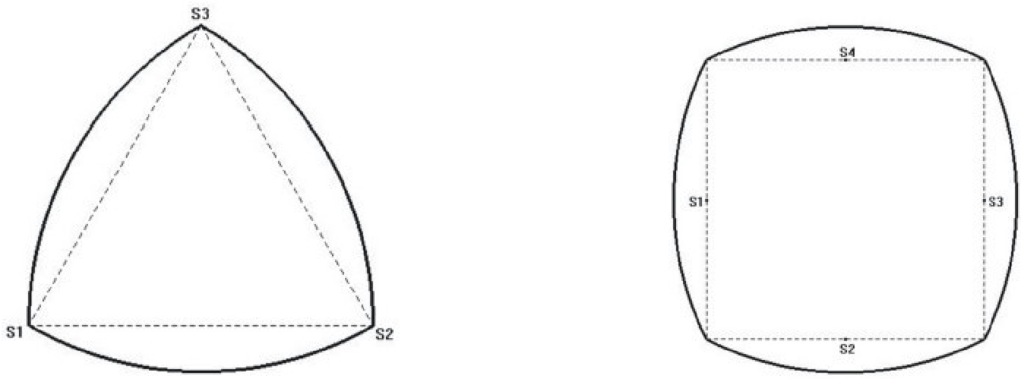
Dále je možné se na gotických budovách setkat se speciálním případem trojúhelníku – dnes nazývaným jako sférický trojúhelník. Je to část kulové plochy ohraničená třemi oblouky kružnic, jejichž roviny procházejí středem kulové plochy. Popis může znít složitě, ale konstrukce tohoto útvaru je v podstatě jednoduchá.

### 3.5.6 Sférický čtverec

Jedná se o obdobu sférického trojúhelníka.

**Konstrukce sférického trojúhelníka a čtverce**

Zřejmá z obrázku.




**Obrázek 8**, [17]

### 3.5.7 Čtverec a obdélník

Jedná se o geometrické útvary, které využívají pravého úhlu. Budou zde zmiňovány pouze pro jejich symbolický význam, protože jejich konstrukce je zřejmá.

Čtverec je brán jako statický symbol a protiklad ke kruhu. Významným prvkem byl především ve slohu, který gotickému předcházel – ve slohu románském.

### 3.5.8 Pravidelný pětiúhelník

V příručce *Geometria deutsch* se zachoval zajímavý postup konstrukce pravidelného pětiúhelníku. Nejedná se zde o konstrukci, která je asi nejznámější – vepisování do kružnice, ale o postup, kdy známe jednu stranu pětiúhelníka. V *Geometria deutsch* je pouze nákres, jak by mohl vypadat dnešní zápis konstrukce je popsáno níže. V dobovém náčrtku jsou i názvy bodů psány malým písmeny. V překreslené konstrukci (viz Obrázek 9, překresleno z

[33]) a uvedeném zápisu jsou však psány velkými. Označení kružnice ($k$, $l$, $m$) nebylo v dobovém náčrtu.

**Konstrukce pětiúhelníku**

$\overline{AB}$ je strana pětiúhelníku

$l; l(A, r = |AB|)$

$k; k(B, r = |AB|)$

$C, D; C, D \in k \cap l$

$m; m(D, r = |AB|)$

$E; E \in m \cap \overleftrightarrow{CD}$

$F; F \in l \cap m$

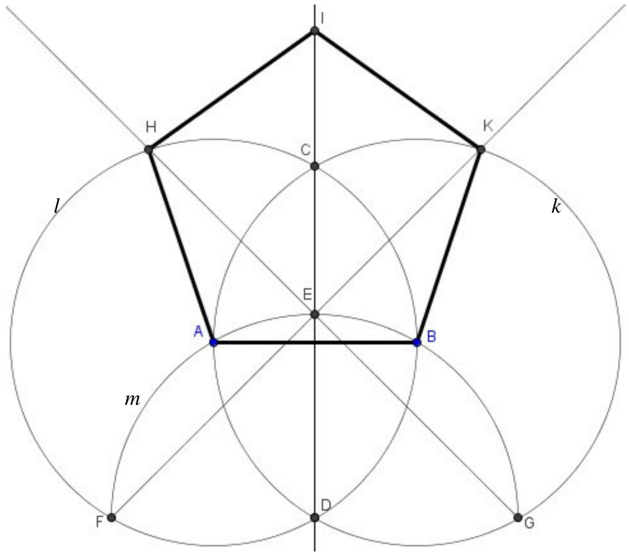
$G; G \in k \cap m$

$K; K \in \overrightarrow{FE} \cap k$

$H; H \in \overrightarrow{GE} \cap l$

$I; I \in \overrightarrow{DC} \wedge |HI| = |HA|$

Pětiúhelník $ABKIH$

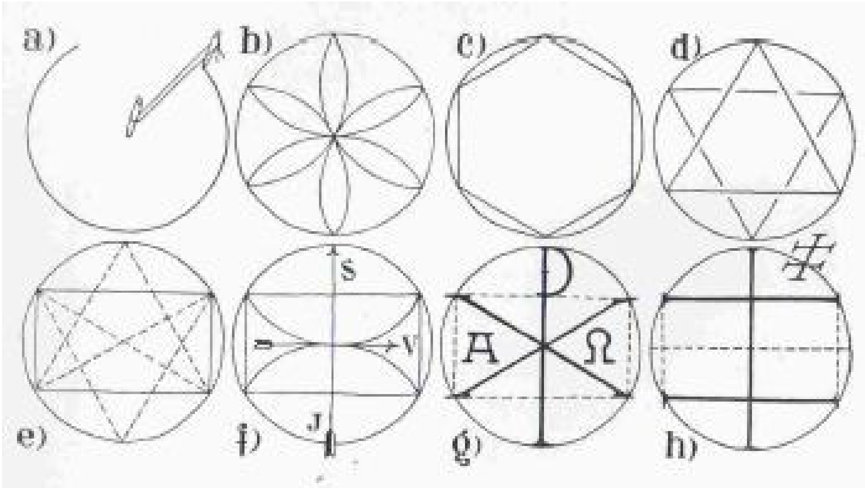



**Obrázek 9,** překresleno z [33]

### 3.5.9 Pravidelný šestiúhelník

Konstrukce šestiúhelníku již byla zmiňována při konstrukci pravého úhlu. Pokud se navíc vychází z konstrukce, kdy na počátku je kružnice a vrcholy vznikají jejím protnutím kružnicemi o stejném poloměru, lze v tomto postupu vidět i symbolický význam. Téma „šest kolem jednoho" je zmíněno ve Starém zákoně, kde šest dní se Bůh věnuje práci a sedmý den je určen odpočinku [42]. Konstrukce šestiúhelníku se využívá v mnoha symbolech (viz Obrázek 10, [39]) – např. šesticípá hvězda nebo christogram[1] (na obrázku označen jako g).

[1] Monogram Ježíše Krista. Zkratka XP (chi, ro) vyjadřuje první dvě písmena řeckého slova Christos [7].




**Obrázek 10**, [39]

## Konstrukce pravidelného šestiúhelníku

$\overline{AD}$

$S; S \in \overline{AD} \wedge |AS| = |SD|$

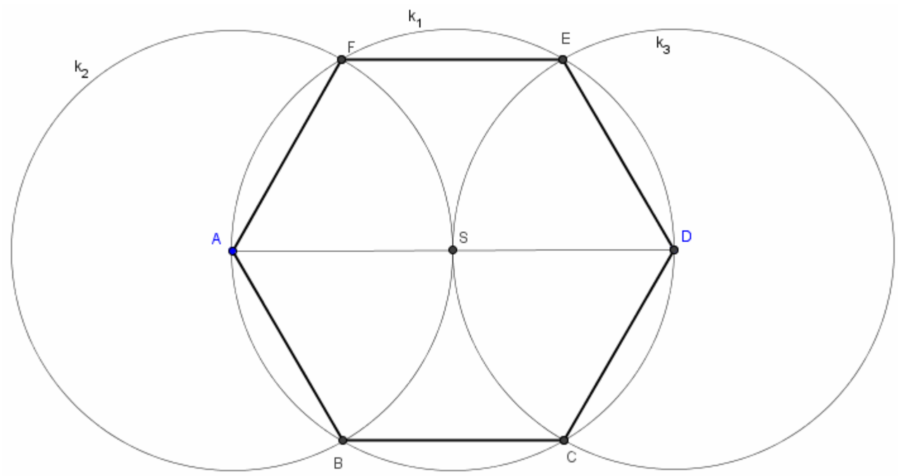
$k_1, k_1(S, r = |AS|)$

$k_2, k_2(A, r = |AS|)$

$F, B; F \in k_1 \cap k_2, B \in k_1 \cap k_2$

$k_3; k_3(D, r = |AS|)$

$C, E; C \in k_1 \cap k_3, E \in k_1 \cap k_3$



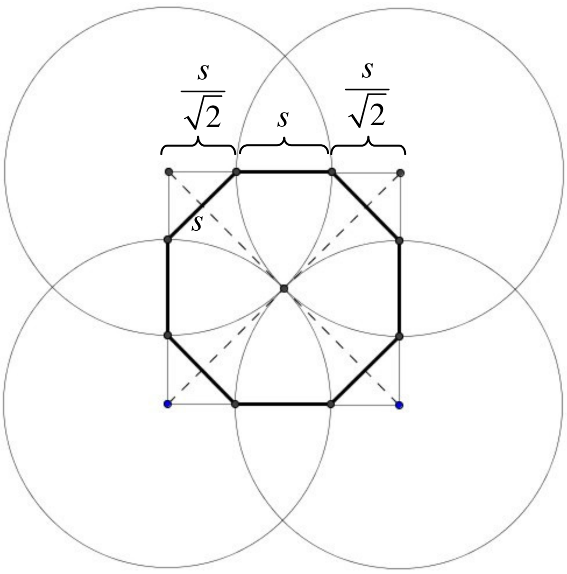

**Obrázek 11**

### 3.5.10 Pravidelný osmiúhelník

Dle [43] je číslo osm a osmiúhelník symbolem vzkříšení a znovuzrození, protože právě osmý den po vjezdu do Jeruzaléma vstal Kristus z mrtvých.

Konstrukce osmiúhelníka využívá tzv. posvátného řezu. Jedná se o jednu ze základních konstrukcí, které udávaly směr při každé stavbě velkých děl. Postup vychází ze čtverce (viz Obrázek 12). Do každého jeho vrcholu je umístěn střed kružnice, která prochází středem čtverce. Průsečíky těchto kružnic se stranami čtverce vytyčují vrcholy osmiúhelníka. Tento odstavec čerpal z [43].

To lze následujícím výpočtem snadno ověřit. Strana čtverce je $\frac{s}{\sqrt{2}} + s + \frac{s}{\sqrt{2}} = s + 2\sqrt{2}s = s(1+\sqrt{2})$. Poloměr kružnice, která půlí úhlopříčku čtverce je (z obrázku) $r = s + \frac{s}{\sqrt{2}} = s + \frac{\sqrt{2}}{2}s$. Polovina úhlopříčky čtverce je $\frac{u}{2} = \frac{\sqrt{2}s(1+\sqrt{2})}{2}$. Po úpravě $\frac{u}{2} = s + \frac{\sqrt{2}}{2}s$. Jak je vidět polovina úhlopříčky čtverce se rovná poloměru kružnic vytyčujících vrcholy osmiúhelníka.




**Obrázek 12**

### 3.5.11 Poměry

Podle [46] hrály poměry v architektonických návrzích gotiky základní roli[1]. Jednalo se hlavně o poměr výšky rovnostranného trojúhelníka k jeho straně a úhlopříčka čtverce k jeho straně.

Úhlopříčka jednotkového čtverce je $\sqrt{2}$, což je iracionální číslo. Znalost iracionálních čísel byla ve středověku velmi omezená. Samozřejmě neznali ani samotný pojem odmocnina ze dvou. Tento odstavec čerpal z [46].

#### 3.5.11.1 Zlatý řez

Mezi další poměry, kterých bylo využíváno, patří tzv. zlatý řez. Přesněji řečeno poměr zlatého řezu. Tomuto pojmu se věnuje Beránek ve svém článku [45], z kterého je v následujících odstavcích věnujících se tomuto tématu čerpáno.

Poměr zlatého řezu patří mezi klasické pojmy matematiky a je znám již od starověku. Tento poměr se nachází i v přírodě – např. v uspořádání obrovských souhvězdích ve vesmíru, v detailech krystalických struktur, složení chemických látek atd.

Zlatý řez je odpovědí na otázku, kterou si pokládal již Euklides. Jednalo se o problém, jak rozdělit úsečku tak, aby její menší[2] část byla ve stejném poměru k větší části jako větší část k celé úsečce. Tento poměr se dá také vyjádřit úlohou, která je uvedená v Euklidově knize Základy, a zní: „Rozděl úsečku na dva díly tak, aby obdélník, jehož jedna strana je celá úsečka a druhá strana je jeden z dílů, měl stejný obsah jako čtverec nad druhým dílem."

---

[1] Např. protože lidské tělo je stvořeno Bohem, musí být dokonalý i jeho poměr. Proto jsou v poměrech lidského těla navrhovány i půdorysy některých katedrál.

[2] Pojmy větší a menší část můžeme z matematického pohledu použít, protože bod, který bude rozdělovat úsečku, nebude zřejmě středem dané úsečky.

Ve středověku byl poměr zlatého řezu považován za dílo Boha, protože údajně představoval dokonalost božího stvoření.

**Konstrukce zlatého řezu**

$\overline{BC} \perp \overline{AB}$

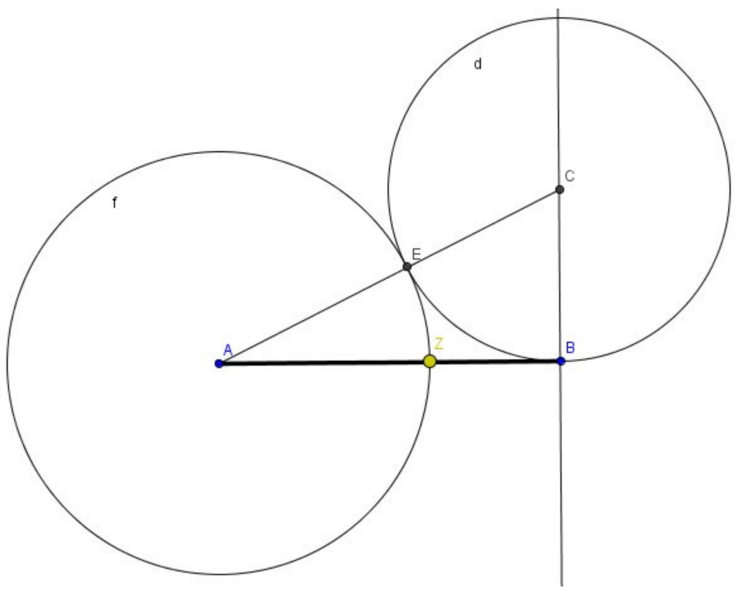
$|BC| = \frac{1}{2}|AB|$

$d = (C, r = |CB|)$

$f = (A, |AE|)$

$Z, Z \in f \cap \overline{AB}$

Z dělí úsečku AB ve zlatém řezu.




**Obrázek 13**

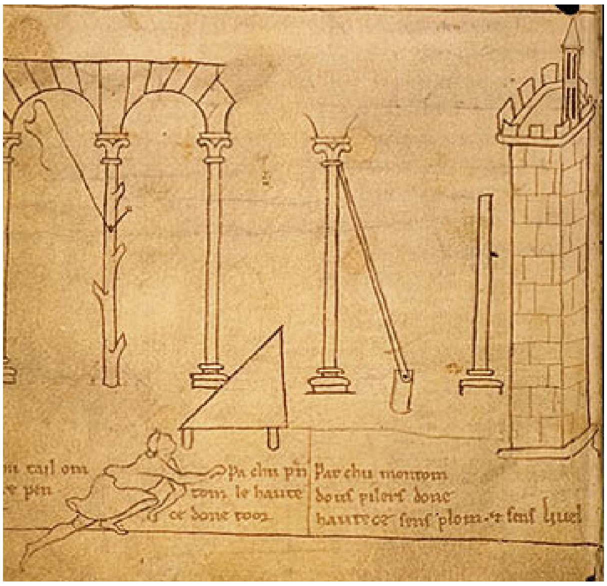
## 3.5.12 Příklady některých dobových výpočtů a pravidel

### 3.5.12.1 Společná tečna dvou kružnic

Společných tečen dvou kružnic se využívá v kružbách při napojování kružnic. V prostudovaných materiálech nebyla nalezena zmínka o tom, zda těchto postupů bylo používáno i v období gotiky. Hojně se však využívá v [44].

### 3.5.12.2 Měření výšky

Dle [32] lze ve Villardově skicáři nalézt náčrtek, kde stavitel pomocí pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníka měří výšku věže. Tato metoda je založena na podobnosti trojúhelníků. Stavitel jde s trojúhelníkem tak daleko od měřené věže, dokud nebude horní vrchol v zákrytu s jejím vrcholem [32]. Pro lepší ilustraci viz Obrázek 14, [34] ze skicáře.



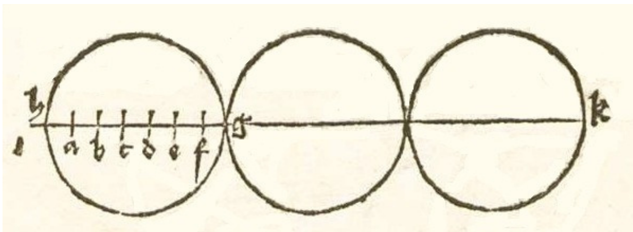
**Obrázek 14**, [34]

### 3.5.12.3 Určení obvodu kružnice

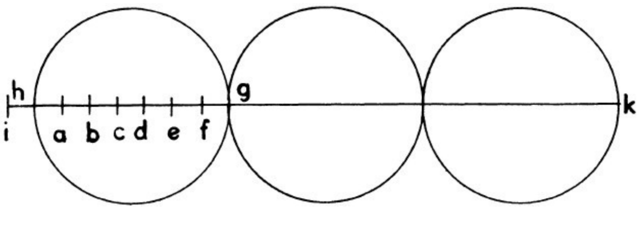
Dalším příkladem tehdejší geometrie je určování obvodu kružnice. Toho se dle [32] využívalo při určování obvodu věží, pilířů, sloupů atd. Dobový postup pochází z *Geometria deutsch* [33]. V originálním postupu se vyskytují zajímavé slovní obraty typu – „Ten, kdo chce udělat kruhovou čáru rovnou…“ [33].[1] Tato práce se však zabývá matematickými aspekty, proto zde bude uveden pouze princip takového dobového měření nikoli dobový text.

[1] Volně přeloženo z anglického překladu *Geometria deutsch* uvedeného v [32].

Pro názornost viz Obrázek 15, [33] (dobová ilustrace z *Geometria deutsch*) nebo Obrázek 16, [32] (překreslený obrázek publikovaný v [32]). Na přímku se vedle sebe narýsují tři kružnice. Průměr první z nich se rozdělí na sedm stejných částí – označíme[1] jako $h:a:b:c:d:e:f:g$. Vzdálenost bodu *i* (náležící přímce) od bodu *h* je stejná jako vzdálenost bodu *h* od *i* (tedy sedmina průměru kružnice). Potom vzdálenost mezi bodem *i* a bodem *k* je dle [33] rovna obvodu kružnice. Vyjádři-li se vzdálenost mezi bodem *i* a bodem *k* početně, dojde se k výsledku $o = 3d + \frac{1}{7}d = \frac{22}{7}d = \frac{22}{7}2r = 2\frac{22}{7}r$ (při standardní značení – *d* označuje průměr kružnice a *r* její poloměr). Tento výsledek velmi připomíná známý vzorec pro výpočet obvodu kružnice $o = 2\pi r$. Pokud se pak číslo $\frac{22}{7}$ vyjádří jako desetinné číslo, vyjde $3{,}1428...$ Středověcí stavitelé byli tedy relativně blízko k přesnému výpočtu obvodu kružnice.




**Obrázek 15**, [33]




**Obrázek 16**, [32]

[1] Dobové značení používá při popisu bodů malých písmen. Pro snazší porovnání s dobovým ilustrujícím obrázkem, je toto značení použito i v textu práce.

## 3.6 Základní gotické konstrukční prvky

Výše uvedených znalostí útvarů a jejich konstrukcí mistrně využívali středověcí stavitelé. Ti tvořili pomocí kombinací těchto útvarů krásné ornamenty a zdobné prvky, které jsou vidět do dnešních dnů. Mezi prvními prvky, kterých si člověk jistě na gotické stavbě všimne, jsou oblouky a kružby.

### 3.6.1 Oblouky

Oblouků bylo využíváno ve stavitelství rovnou několik. Byly využívány jak z praktického, tak i z estetického[1] hlediska. Jejich využití se projevovalo například u portálů a oken. Své uplatnění našly také hlavně u klenebních pásů a lícových ploch kleneb. Oblouků existuje několik druhů. Zde jsou uvedeny pouze ty, které byly v gotickém období nejpoužívanější či jsou pro tento sloh nejznámější.

#### 3.6.1.1 Lomený oblouk

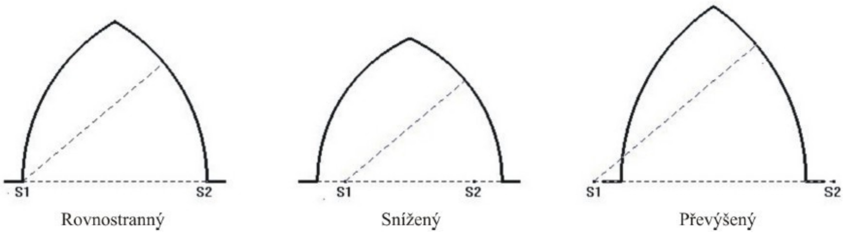
Lomený oblouk[2] jako jeden z charakteristických[3] znaků gotiky měl několik podob. Vždy byl tvořen dvěma úseky kružnic s různě umístěnými středy. Lomený oblouk mohl být snížený, normální (rovnostranný) či převýšený (viz Obrázek 17, [17]). O který oblouk se jedná, přitom rozhoduje umístění středů kružnic, jejichž úseky je lomený oblouk formován.

---

[1] Používaly se i bez praktického důvodu na místech, kde neplnily žádnou nosnou nebo konstrukční funkci.

[2] Někdy také nazývaný jako gotický.

[3] Tento prvek však neurčuje gotický sloh stoprocentně.




**Obrázek 17**, [17]

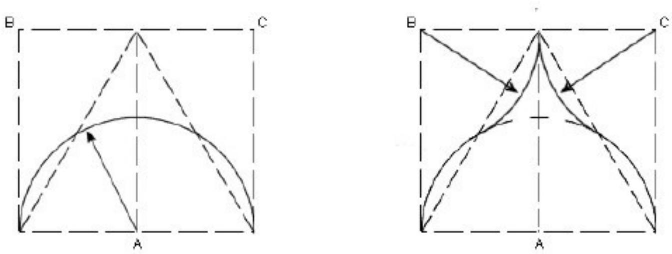
Pokud se středy kružnic nalézají v rozponu, nazývá se oblouk jako snížený nebo také stlačený. Tento oblouk se používal především v raném období gotiky. Jsou-li středy kružnic umístěny v patkách, jedná se o oblouk rovnostranný (normální, šedesátistupňový). Jeho největší využití bylo hlavně ve vrcholné gotice. Pokud se jednalo o poslední možnost, umístění středů kružnic mimo rozpon, šlo o konstrukci převýšeného oblouku – charakteristický pro pozdní gotiku.

#### 3.6.1.2 Oslí hřbet

Oslí hřbet byl oblíbeným obloukem pozdní gotiky. Nutno podotknout, že jeho technický význam je mizivý a jedná se hlavně o dekorativní prvek. Nosnou funkci v případě použití tohoto oblouku zastával ve většině případů jiný oblouk. Ten byl umístěn buď za ním, nebo nad ním. Byl však plně zapuštěn do okolního zdiva, a tak nebyl pro lidské oko pozorovatelný.

**Konstrukce oslího hřbetu** (dle [47])

Konstrukce vychází z rovnostranného trojúhelníka. Její další postup je zřejmý z obrázku (Obrázek 18, [47]).




**Obrázek 18**, [47]

#### 3.6.1.3 Eliptický oblouk

Tento oblouk se nachází hlavně nad městskými branami a na mostech. Název eliptický oblouk není zavádějící, protože je skutečně tvořen částí elipsy. Samozřejmě však nebyla tato kuželosečka (její část) tvořena tak, jako bychom ji tvořili v dnešní době.

Opět existovalo několik možných postupů, jak tento oblouk sestrojit. Tesařová ve své bakalářské práci [17] uvádí konstrukci pomocí kružnic (nejčastěji tři nebo pět) s různě umístěnými středy. Oblouk pak tvoří jejich úseky, které na sebe plynule navazují. Nejedná se tedy o skutečnou elipsu, ale pouze ji hrubě aproximuje. Konstrukce, která zde je ukázána a jejíž výsledek opravdu odpovídá elipse, je možné nalézt v publikaci [47] od Chiffrillera. Ani zde se však nedá mluvit o konstrukci elipsy, kterou známe dnes. Jedná se o přesně popsaný postup (bez znalosti ohnisek, velikostí poloos atd.), jehož výsledkem jsou body, které opravdu dle [47] náleží elipse.

**Konstrukce eliptického oblouku** (dle [47])

obdélník $ABCD$

$E; E \in \overline{AB} \wedge |AE| = |EB|$

$G; G \in \overline{DC} \wedge |DG| = |GC|$

$J, K; J, K \in \overline{AD} \wedge |AJ| = |JK| = |KD|$

$H, I; H, I \in \overline{AE} \wedge |AH| = |HI| = |IE|$

$F; F \in \overleftrightarrow{EG} \wedge |EG| = |EF|$

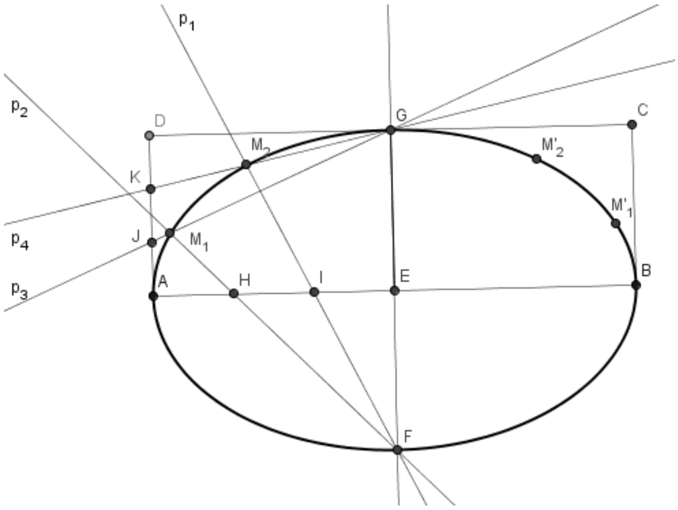
$p_1, p_2; p_1$ prochází $F, I$ a $p_2$ prochází $F, H$

$p_3, p_4; p_3$ prochází $G, J$ a $p_4$ prochází $G, K$

$M_1; M_1 \in p_2 \cap p_3$

$M_2; M_2 \in p_1 \cap p_4$

$M_1, M_2$ jsou body elipsy




**Obrázek 19**

### 3.6.2 Kružby

Různě propracované kružby jsou typickými architektonickými prvky gotického slohu. Jedná se o geometricky konstruovaný ornament, jehož původní funkcí bylo pouze rozdělit velké plochy horních částí oken. Později se však začala používat i ke členění ploch zdiva[1], vimperků, štítů atd. Tento odstavec čerpal z [5].

Základními prvky jsou tzv. listy (trojlist, čtyřlist, mnoholist) a plamének (objevuje se až v pozdní gotice) [5]. Složitější kružby jsou ve tvaru paprskového kola (známé také jako rozety) a dle [48] mají vytvářet iluzi věčně rotujícího pohybu. Tato veliká okna bývají umístěná hlavně v průčelích kostelů.

Tvorba takových kružeb probíhala podle [5] následovně. Části, z kterých se tato (i jiná) okna skládala, se vytvářely v kamenických dílnách. V těch kameníci používali šablony, které následně ryli do kamene. Kámen pak podle vyryté kresby opracovávali. Protože šlo většinou o standardizované

[1] Tento typ kružeb se nazývá jako slepá. [49]

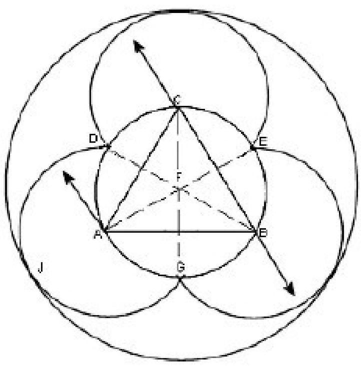
prvky[1], mohla práce na stavbě probíhat i v zimě, kdy byly zednické práce zastaveny (mrznutí malty a další problémy).

Konstrukce mnoholistů, které jsou zde uvedeny, jsou čerpány z [47]. U jiných konstrukcí bude uveden zdroj přímo u nich.

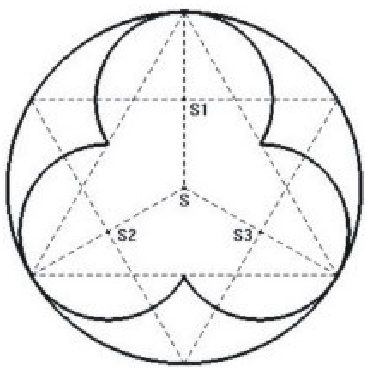
#### 3.6.2.1 Trojlist

Jednou z nejjednodušších kružeb je takzvaný trojlist. Jak je vidět, vychází z rovnostranného trojúhelníku (viz Obrázek 21, [47]). Zajímavé je, že následně je mu opsána kružnice. Zda však uměli středověcí kameníci opsat kružnici i nerovnostrannému trojúhelníku, tedy zda měli tušení, že střed opsané kružnice je průsečíkem os stran, se Chiffriller ve své publikaci [47] nezmiňuje.

Odlišná konstrukce je zmíněna v [17]. Ta využívá dvou přes sebe přeložených rovnostranných trojúhelníků (Davidova hvězda), jak je ukázáno níže na obrázku (viz Obrázek 21, [17]).




**Obrázek 21**, [47]



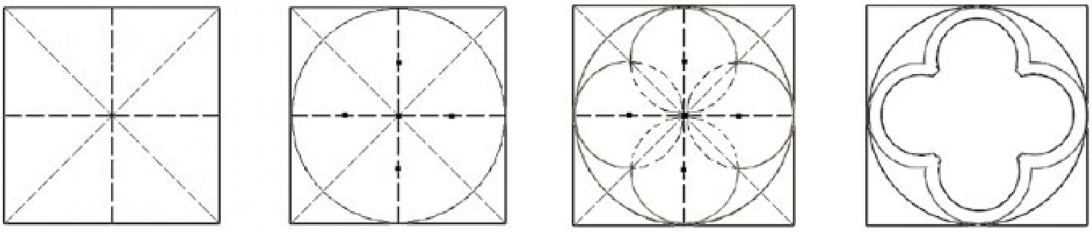

**Obrázek 21**, [17]

---

[1] Jednalo se například o sloupky se stejnými profily atd.

#### 3.6.2.2 Čtyřlist

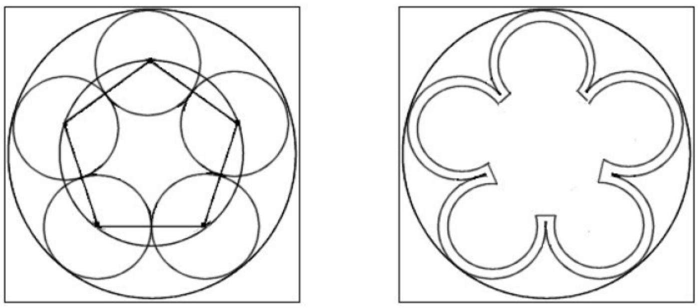
Oproti předchozímu trojlistu vychází tento prvek ze čtverce. Využívá se zde vlastnosti čtverce, že úhlopříčky se protínají v jeho středu. Tímto středem jsou následně vedeny rovnoběžky se stranami čtverce. Na takto vzniklých rovnoběžkách jsou umístěny středy kružnic, jejichž úseky tvoří čtyřlist.



**Obrázek 22**, [47]

#### 3.6.2.3 Pětilist

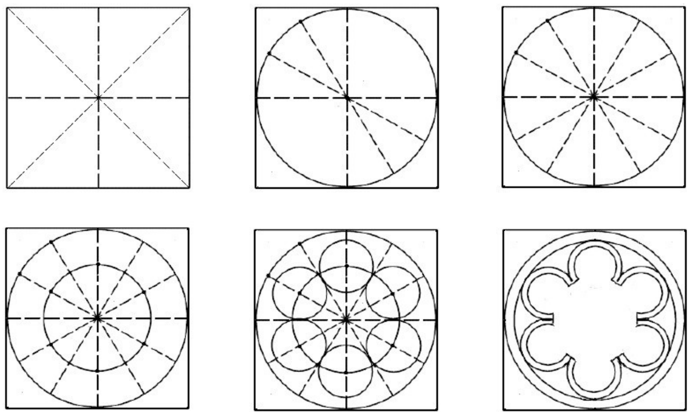
Při konstrukci pětilistu je viditelná analogie s tvorbou trojlistu. Místo rovnostranného trojúhelníku se zde však využívá pravidelného pětiúhelníku.



**Obrázek 23**, [47]

#### 3.6.2.4 Šestilist

Je možné, že při konstrukci šestilistu by mohl být využit šestiúhelník. Chiffriller však uvádí v [47] jiný postup (viz Obrázek 24, [47]). Do čtverce je vepsána kružnice, která je rozdělena na čtvrtiny. Jednotlivé kvadranty kružnice jsou dále rozděleny na třetiny. V publikaci [47] však není poznamenáno, jakým způsobem toto dělení probíhalo. Jde ale např. využít dvanáctiúhelníku. Následně je vytvořena kružnice (soustředná s kružnicí vepsanou do čtverce) s polovičním poloměrem. Průsečíky kružnice s úsečkami dělícími kruh na dvanáct stejných dílů (čtyři kvadranty rozděleny na třetiny) tvoří středy kružnic (listů) a jejich doteky. Tímto způsobem je získán šestilist. o dalších mnoholistech se publikace [47] nezmiňuje. Nejspíše by mohl být sestrojen jako trojlist a pětilist i osmilist atd.



**Obrázek 24**, [47]

#### 3.6.2.5 Gotická vejcovka

Vejcovka představuje zajímavý zdobný prvek objevující se v gotické architektuře. Její konstrukce využívá zlatého řezu a návaznosti úseků kružnic. Použitý postup lze nalézt v [44].

**Konstrukce vejcovky**

$C_1$ dělí úsečku $\overline{AB}$ ve zlatém řezu

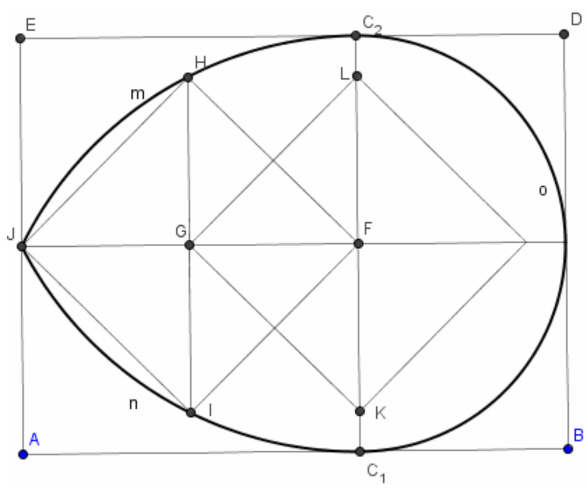
$|DB| = 2 \cdot |C_1B|; F = C_1 \div C_2$

$\square FHJI$

$K \in FC_1; KG \parallel JI$

$m = (K, r = |KH|); L$ je středem $n$

$o = (F, r = |C_1F|)$




**Obrázek 25**

### 3.6.2.6 Jeptiška

Název tohoto architektonického prvku byl odvozen od obrysu hlavy a ramen jeptišek, který vizuálně připomíná.

**Konstrukce jeptišky**

$|AB| = d,\ |AD| = \frac{1}{4}d,\ |AC| = \frac{3}{8}d$

$l = (A, r = d)$

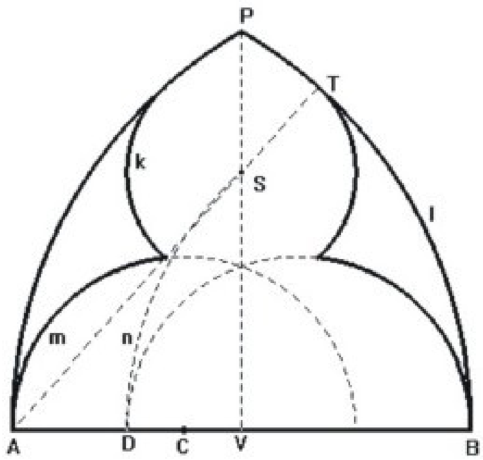
$m = (C, r = \frac{3}{8}d)$

$n = (B, r = \frac{3}{4}d)$

$S \in PV \cap n$

$T \in AS \cap l$

$k = (S, r = |ST|)$




**Obrázek 26**

# 4 Gotika v dynamické geometrii

V této části práce přistoupíme k modelování určitých prvků a pokusíme se najít jejich využití ve výuce. Výuku lze přitom prokládat k udržení pozornosti zajímavostmi, které byly uvedeny v předchozích kapitolách. Například proč se gotika dočkala takového rozmachu, co bylo technickým předpokladem začít stavět tak vysoké a světlé chrámy či jak probíhalo předávání geometrických znalostí.

Tyto modely mají být dynamické. Na začátku této kapitoly je tedy uvedeno několik slov o tom, co to je vůbec dynamická geometrie.

Podle [50] je „tím revolučním prvkem, který dělá dynamickou geometrii dynamickou, možnost měnit volné prvky již hotové konstrukce, přičemž se celý zbytek konstrukce překreslí automaticky tak, aby byly zachovány všechny vazby, které byly při konstrukci dány (kolmice aby byly stále kolmé, rovnoběžky rovnoběžné atd.).“ Nebo slovy Vaníčka [51] za systémy dynamické geometrie považujeme „software, v němž nejsou sestrojené objekty statické, ale lze s nimi po jejich vytvoření dále manipulovat, měnit jejich tvar, velikost a polohu v nákresně i pozici vzhledem k ostatním objektům (při zachování určitých invariantů, jimiž jsou definované vztahy mezi objekty), nazýváme programy dynamické geometrie. Tu oblast geometrie, v níž má pohyb některého objektu podstatný vliv na vhled do situace, na řešení úlohy, pak nazývejme geometrií dynamickou“.

V pedagogických otázkách bude v této kapitole čerpáno převážně z publikace [53].

U softwaru došlo oproti zadání práce k malé změně. Modely nejsou vytvářeny v programu *Cabri*, ale v programu *Geogebra*. *Geogebra* je poskytována zdarma a příliš se neliší od placeného software *Cabri*. *Geogebra* je aplikace psaná v programu *Java* – je tedy nutno mít nainstalované Java rozhraní. Navíc se jedná o novější software, který skýtá řadu nových možností, rozšíření a podpory.

## 4.1 Typy úloh v prostředí dynamické geometrie

Prostředí dynamické geometrie je atraktivní, zejména pro svoji rychlost a přesnost. To však není její jediná přednost, kterou tyto programy disponují. Pro prostředí dynamické geometrie se nabízí plno aktivit, které v něm lze vytvářet. Tyto aktivity rozděluje Vaníček ve své publikaci [53] dle různých kritérií. V této práci jsou zejména tyto dva typy úloh:

- Manipulace s hotovou figurou
- Ověřování žákovských hypotéz

Jsou ale použity i jiné typy úloh – např. takové, kde je pouze omezené množství nástrojů. Typy úloh jsou uváděny v metodických listech (viz dále), proto jsou zde některé tyto druhy aktivit rozepsány více.

### 4.1.1 Manipulace s hotovou figurou

Jak již název podkapitoly napovídá, jedná se o aktivitu, kde je již figura sestrojena. Žák tedy již nic nerýsuje, ale různým taháním za určité body mění situaci na nákresně, mění tvar, umístění a vzájemnou polohu objektů [53]. Těchto typů úloh bude v modelech využíváno nejvíce.

Jak uvádí Vaníček v [53], může tato aktivita mít několik upotřebení. Jednak lze manipulací zkoumat chování pozorovaných objektů a aktivně tak objevovat nové poznatky, jednak hledat invarianty, chyby v konstrukci a jednak lze také najít její použití pro vhled do určité problematiky. Přitom se vychází z pedagogického přesvědčení, že je cennější, když poznatek objeví žáci sami.

### 4.1.2 Ověřování žákovských hypotéz

Dalším typem aktivit je dle [53] ověřování žákovských hypotéz. V tomto typu je využíváno té vlastnosti prostředí dynamické geometrie, že poskytuje okamžitou zpětnou vazbu. Vhodně zvolené úlohy tak trénují vytváření žákovských hypotéz – např. jak se bude figura chovat, zda odpovídá očekávání atp. Tato aktivita má za úkol tříbit mysl, trénovat vynalézavost i odvahu jít do nejistého výsledku. Při objevování nového zažívá žák příjemné pocity z toho, jak jej geometrické prostředí poslouchá, jak se figura mění [53].

## *4.2 Dynamické modely – praktická část*

Nyní přichází na řadu praktická část této diplomové práce. V této kapitole bude popsáno jednotlivé vytváření dynamických modelů. Bude také řečeno několik slov o metodických listech, které jsou součástí diplomové práce (připojeny v příloze). Závěrem této kapitoly jsou uvedeny zkušenosti s použitím těchto modelů ve výuce.

### 4.2.1 Metodické listy

Vytvořené dynamické modely mají sloužit při výuce, a tak jsou ke každému modelu vytvořeny i metodické listy – ty jsou vyčleněny v příloze na konci diplomové práce. Tyto listy mají pomáhat učiteli zorientovat se v daném modelu. Mají ho provést danou úlohou, která se k modelu váže a seznámit ho s tímto modelem. Každý list obsahuje:

- název
- téma
- typ úlohy
- pedagogické cíle
- zadání pro žáky

- popis základního ovládání
- obrázky
- metodické poznámky
- název používané složky

Název listu nevypovídá mnoho o tom, čím se daný model zabývá. Téma, které je v modelu probíráno, je tedy heslovitě uvedeno pod nadpisem *Téma*. Zde se může jednat například o téma osové souměrnosti, trojúhelníkové nerovnosti atp. Další součást listu je *Typ úlohy* – právě v této části je uvedeno, o který typ výše zmiňovaných aktivit se jedná (manipulace s hotovou figurou atd.). Pod nadpisem *Pedagogické cíle* jsou uspořádány do odrážek konkrétní cíle, kterých má daný model dosahovat (např. u úlohy *Parabola ve středověku 2* je jako jeden z cílů uvedeno: „žák by měl zjistit, jaký vliv mají parametry kuželosečky na její tvar“). Dále následuje *Zadání pro žáky*. Toto zadání není závazné. Učitel může samozřejmě vymyslet i svojí vlastní motivaci. V tom případě by však měl být s modelem dopředu dobře seznámen. Pod zadáním je uveden *Popis základního ovládání.* To je popsáno, pouze pokud to daný model vyžaduje. Tato část nemá za úkol seznámit s ovládáním softwaru dynamické geometrie, ale pouze se specifickým ovládáním daného modelu. V listu jsou dále ukázány obrázky, které zachycují některé významné situace při manipulaci s daným modelem. Část s názvem *Metodické poznámky* upozorňuje učitele na určité zvláštnosti a dává doporučení jak vést výuku pomocí modelu. Zde se nachází i tipy na možné rozšiřující úlohy. Na konci listu je uveden název složky, kterých daná úloha využívá. Tato složka pak obsahuje jak soubory[1] modelů, které se otevírají přímo v programu *Geogebra*,

[1] Příklad k cestě modelu *Egyptsky provazec*, který se otevře v programu *Geogebra*: Egyptsky provazec/**Geogebra**/Egyptsky provazec.ggb

tak i exportované modely do formátu souborů[1] *html* (modely se otvírají ve webovém prohlížeči a program *Geogebra* proto nemusí být na počítačích nainstalován). Ve složce s modelem v *html* formátu je i několik jiných souborů. Model se však otevírá souborem s příponou *.html.

Všechny listy jsou koncipovány stejným stylem a s pevným pořadím výše uvedených částí. Nyní bude již přistoupeno k samotné tvorbě dynamických modelů.

### 4.2.2 Tvorba modelů

V těchto podkapitolách věnujících se jednotlivým modelům je popsáno, jak jsou dané modely vytvořeny, jaké se vyskytly při tvorbě problémy. Metodické aspekty modelů jsou uvedeny v metodických listech, které tvoří přílohu diplomové práce.

#### 4.2.2.1 Model: Egyptský provazec

Inspirací tohoto modelu je vyměřování pravého úhlu pomocí provázku rozděleného uzlíky (popsáno v předchozí kapitole). Uzlíky nejsou v modelu nijak demonstrovány. Jejich počet je simulován velikostí strany trojúhelníka. Ani velikost provázku (obvod trojúhelníka) není omezena pouze na dvanáct, tento údaj si musí žáci hlídat. Při omezení by totiž úloha ztratila svůj další rozměr, kdy žáci hledají ostatní vhodné kombinace velikostí stran.

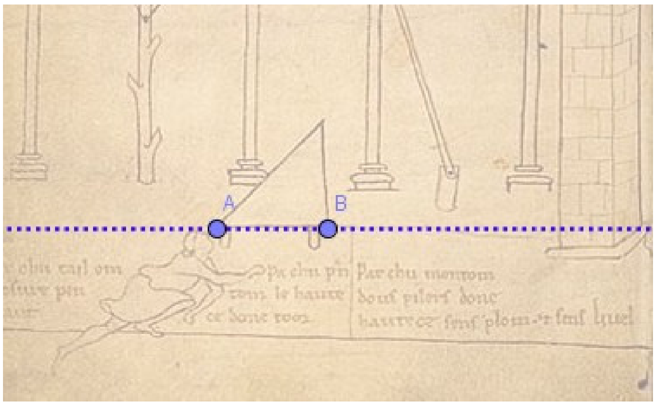
Trojúhelník byl zkonstruován následovně. Nejprve byly vytvořeny posuvníky, které určují velikosti stran trojúhelníka. Na vytvořené přímce byl zvolen bod *A*, z kterého byla nanesena kružnice s daným poloměrem (ten určuje první posuvník). Průnik této kružnice s přímkou tvoří bod *B*. Tím vznikla jedna strana trojúhelníka, která se mění v závislosti na hodnotě

[1] Příklad k cestě modelu *Egyptsky provazec*, který se otevře ve webovém prohlížeči: Egyptsky provazec/**HTML**/Egyptsky provazec.html

posuvníku. Bod *C* tvoří průsečík kružnic, jejichž středy jsou v bodě *A* a bodě *B*. Poloměry byly určeny opět posuvníky. Byly tak vytvořeny body trojúhelníku, jehož velikosti stran jsou dány hodnotami posuvníků. Nápis, který informuje o tom, kde se nachází pravý úhel, je tvořen třemi různými textovými poli. Které pole se zobrazí, určuje podmínka zobrazení objektu. Tato podmínka se zadává na kartě *Pro pokročilé* ve vlastnostech objektu.

#### 4.2.2.2 Model: Měření výšky v období gotiky

Podkladem modelu je skica z náčrtníku Villarda de Honnecourta, která zachycuje dobové měření výšky věže (viz předchozí kapitola). Podstatou tohoto modelu je přítomnost rovnoramenného trojúhelníku, se kterým je možné pohybovat ve vodorovném směru.




**Obrázek 27**

Na začátku byla vytvořena přímka, která je rovnoběžná s osou $x$ a kryje se s horizontem zobrazeným na plátně (skica z náčrtníku viz Obrázek 27). Na této přímce byly vytvořeny dva body – první, aby byl v zákrytu jednoho vrcholu trojúhelníka (zobrazeném na plátně), a další v zákrytu druhého. Tyto body jsou pouze pomocné a jsou skryty. Slouží k pevnému určení velikosti ramene pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníka, se kterým je možné v úloze manipulovat. Následně je vytvořen na přímce bod. Tento bod je v modelu zvýrazněn, aby bylo patrné, kterým prvkem má žák hýbat. Z tohoto bodu je konstruována kružnice s daným poloměrem – vzdálenost mezi dvěma zmíněnými pomocnými body. Další postup už je standardní konstrukcí rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníka.

Na nákresnu je umístěno několik zaškrtávacích políček. Ty ovládají zobrazování prvků, které mají žákům přibližovat problematiku podobnosti – tedy principu, na kterém je tato metoda měření výšky založená. Bylo nutné vypořádat se s podmínkami, kdy má být jaký prvek zobrazen. Existuje totiž závislost i mezi jednotlivými zaškrtávacími políčky. Podmínky se zadávají stejným způsobem jako v předchozím modelu.

Tento model musel být exportován[1] do formátu *Dynamického pracovního listu jako webová stránka (html)*, protože při zobrazení na širokoúhlém monitoru dochází k posunu plátna oproti rýsované konstrukci (vlastnosti objektu *Upevnit objekt*, *Obrázek na pozadí* ani *Absolutní souřadnice na obrazovce* tento problém neřešily). Díky tomuto modelu byly později do toho formátu (*html*) exportovány všechny modely – tím se vyhneme problému s posunem plátna a druhou výhodou je, že program *Geogebra* nemusí být na počítačích nainstalován a modely se otevírají ve webovém prohlížeči.

#### 4.2.2.3 Model: Lomený oblouk

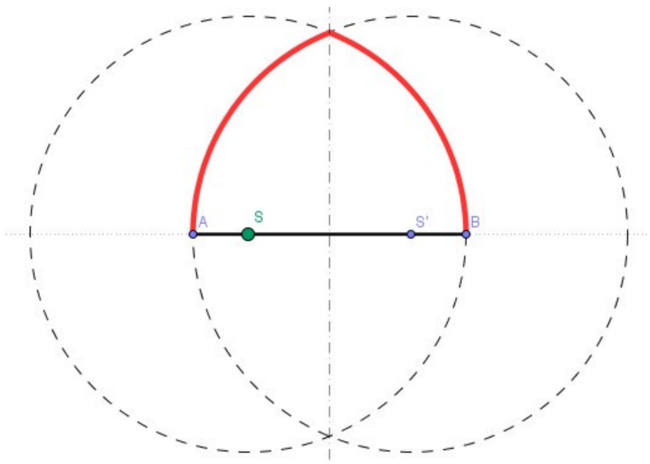
Tvar tohoto jednoduchého architektonického prvku je závislý na rozponu[2] a na umístění dvou kružnic, jejichž úseky lomený oblouk formují. Rozpon je tvořen úsečkou $\overline{AB}$, jejíž koncové body jsou umístěny na přímce. Velikost rozponu se díky tomu může měnit, aniž by přitom docházelo ke změně směru

---

[1] Export se provádí pomocí položky *Dynamický pracovní list jako webová stránka (html)*, která je umístěna v nabídce *Soubor* a následně v podnabídce *Export*.

[2] Vzdálenost mezi dvěma protilehlými patkami klenby (oblouku), současně je šířkou zaklenutého prostoru [54].

úsečky. Protože lomený oblouk je osově souměrný, byla vytvořena osa úsečky (rozponu). Na polopřímku[1] $\overrightarrow{DA}$, kde $D$ je střed $\overline{AB}$, byl umístěn střed $S$ kružnice, která prochází koncovým bodem $B$ úsečky $\overline{AB}$. Tento střed byl zobrazen v osové souměrnosti podle dříve vytvořené osy rozponu. Následně byla vytvořena i kružnice se středem $S'$ a jdoucí koncovým bodem $A$ úsečky. Tím vznikl lomený oblouk, který v závislosti na umístění středu[2] $S$, je buď snížený, rovnostranný, nebo převýšený. Zvýraznění oblouku je provedeno použitím nástroje *Kruhový oblouk daný středem a dvěma body*. Kružnice, pomocí nichž byl lomený oblouk vytvořen, byly skryty.




**Obrázek 28**

Pro oživení modelu byly na nákresnu přidány obrázky, na kterých mají žáci poznat (manipulací s modelem), o který typ oblouku se jedná. Tyto fotografie byly pořízeny během *Dne památek (2010)*. Jsou z vlastního zdroje, a proto u nich nejsou uváděny prameny.

---

[1] Při pohybu bodu $S$ mimo polopřímku dochází k nevhodným tvarům, které nevytváří lomený oblouk. *Geogebra* totiž označí jiný průsečík dvou kružnic, než který byl původně zamýšlen.

[2] Je závislý pouze na umístění bodu $S$, protože bod $S'$ je již pevně dán osovou souměrností podle osy rozponu.

První fotografie zachycuje vchod[1] do dominikánského kláštera s kostelem ***Obětování Panny Marie*** v Českých Budějovicích na Piaristickém náměstí. Tato gotická stavba je podle [52] významným příkladem raně a vrcholně středověkého stavitelství na jihu Čech. Připomíná také zakladatelské dílo krále Přemysla Otakara II.

Na zbývajících dvou fotografiích jsou zobrazeny portály kláštera ***Zlatá Koruna***. Tento cisterciácký[2] klášter patří podle [55] k nejlépe zachovalým gotickým klášterům v Čechách. Byl založen v roce 1263, zakladatelem byl opět český král Přemysl Otakar II.

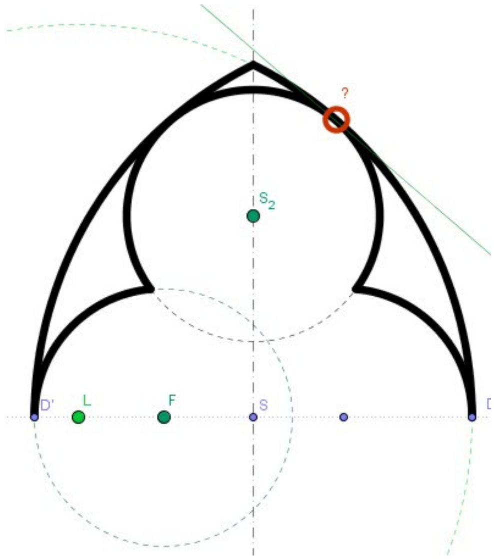
#### 4.2.2.4 Model: Jeptiška

Základem tohoto architektonického prvku je lomený oblouk. Jeho zkonstruování probíhalo podobným způsobem jako v předchozím modelu, byla zde však více využita osová souměrnost. Lomený oblouk tak není vytvořen pomocí úseků dvou kružnic, k vytvoření byla použita pouze jedna kružnice (se středem $L$). Její průsečík s osou rozponu pak vytvářel koncový bod kruhového oblouku, ten byl následně zobrazen v osové souměrnosti podle osy rozponu. Vnitřní kružbu tvoří části tří kružnic. Nejprve byl na ose rozponu vytvořen bod $S_2$. Bodem $S_2$ byla vedena přímka procházející bodem $L$ (střed kružnice tvořící lomený oblouk). Průsečík této přímky s lomeným obloukem tvoří společný tečný bod lomeného oblouku a kružnice (vnitřní kružby) se středem $S_2$.

---

[1] Nejedná se o hlavní vchod.

[2] O cisterciácích viz předchozí kapitola věnující se gotice.




**Obrázek 29**

Středy zbývajících dvou kružnic kružby jsou umístěny na rozponu oblouku. Přitom jeden střed je vytvořen v osové souměrnosti (podle osy rozponu) s druhým středem (střed $F$). Kružnice se středem $F$ prochází koncovým bodem rozponu $D'$ (analogicky vytvořena druhá kružnice). Výsledný tvar kružby je dán průsečíky a částmi těchto tří kružnic. Zvýraznění kružby bylo provedeno obdobným způsobem jako u lomeného oblouku.

#### 4.2.2.5 Model: Rozeta ve Zlaté Koruně

Toto rozetové okno se skládá z několika prvků. Jedním z nich je pětilist. Konstruovat pokaždé tuto malou kružbu znova by bylo časově náročné. Bylo proto využito možnosti softwaru *Geogebra* vytvořit si vlastní nástroj, který vytváří pětilist. Při tvorbě pětilistu bylo použito dobové konstrukce tohoto prvku – pomocí pětiúhelníku (viz předchozí kapitola).

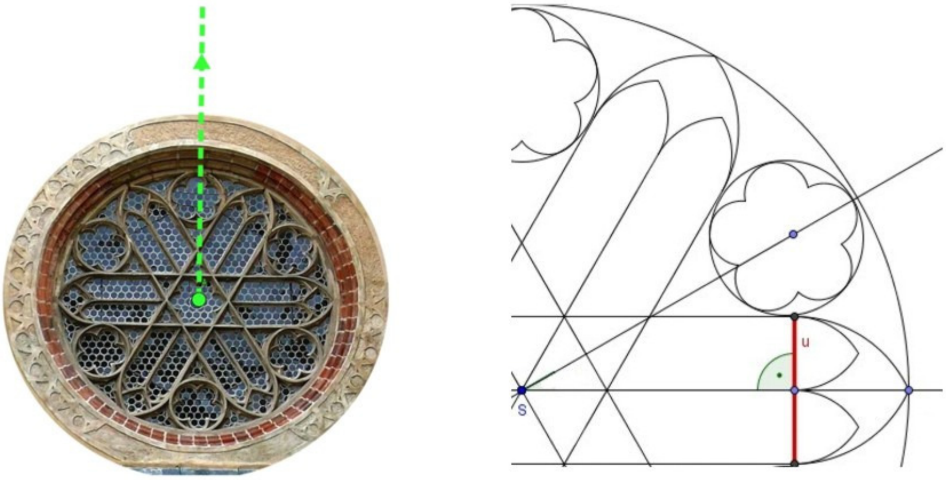
Základ rozety tvoří kružnice. Ta je v tomto případě určena[1] středem a poloměrem. Kvůli možnosti měnit velikost narýsované rozety je poloměr

---

[1] Myslí se tím, že byl použit nástroj *Kružnice daná středem a poloměrem.*

kružnice závislý na délce úsečky. Tato úsečka je umístěna na polopřímce, jejíž počáteční bod (totožný s jedním koncovým bodem úsečky) je umístěn ve středu rozety zobrazené na fotografii (viz Obrázek 30 vlevo). S druhým koncovým bodem úsečky lze volně manipulovat (po polopřímce). Tento pohyb má za následek změnu velikosti rozety.

Velikost průměru pětilistu a délka úsečky $u$ by měly být zhruba stejné[1]. Pětilistů je v rozetě šest, stejně tak i lomených oblouků s rozponem $u$ (viz Obrázek 30 vpravo).




**Obrázek 30**

Rozetu bylo tedy nutné rozdělit na dvanáct stejných kruhových výsečí. V těchto výsečích jsou pak umístěny jednotlivé pětilisty nebo lomené oblouky. Střed pětilistu leží na ose úhlu kruhové výseče. Velikost pětilistu byla nastavena pouze přibližně. To že, není velikost určena pevně, umožňuje žákům manipulaci[2] s pětilistem a žáci tak vidí, jaké prvky jsou na tomto pětilistu

[1] Změřeno z fotografie.

[2] Zmenšování a zvětšování pětilistu.

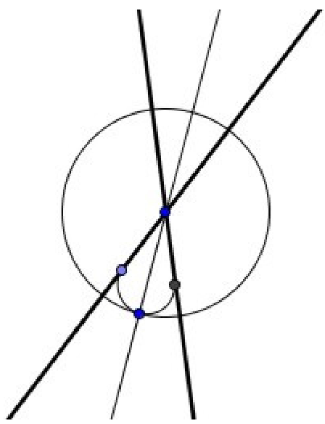
závislé[1]. Vepsat do výseče rovnostranný lomený oblouk bylo již jednoduché. Zbývající část rozety byla dokončena s použitím souměrnosti (jak osové, tak středové).

Citace zdroje fotografie je vložena jako obrázek z toho důvodu, aby formátem odpovídala citační normě[2]. V textovém poli softwaru Geogebra totiž nelze měnit řez písma pro jednotlivá slova, ale pouze pro celý text.

#### 4.2.2.6 Model: Rozeta katedrály v Chartres

Tento model je obdobou předchozího. V metodických listech je popsáno, v čem se liší z pedagogického hlediska.

Rozeta v Chartres je tvořena (kromě jiného) osmilisty a dvanáctilistem. Opět byl v *Geogebře* vytvořen vlastní nástroj pro konstrukci těchto dvou prvků. Nebyly však tvořeny podle dobového postupu; tyto pomocné konstrukce (tzv. makrokonstrukce) byly vytvořeny tak, že jejich vstupním prvkem je *Kružnice daná středem a bodem.* Listy jsou tvořeny oblouky kružnic. Zkonstruován byl jen jeden list, ostatní vznikly pomocí souměrností. Koncové body tohoto oblouku (listu) leží na přímkách, které vytínají v případě osmilistu kruhovou výseč o velikosti úhlu 45° – vytyčuje jednu osminu kruhu. Osou ostrého úhlu, který svírají tyto dvě přímky, je přímka, která prochází vstupními body[3] makrokonstrukce. Tím



**Obrázek 31**

[1] Jsou vytvořené pomocí souměrností.

[2] V citacích se u určitých údajů používá kurzíva.

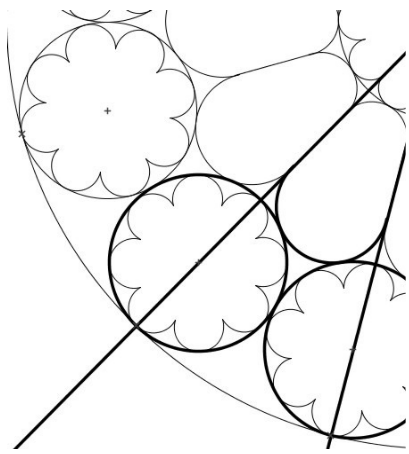
[3] Středem kružnice (jež ohraničuje osmilist) a bodem na této kružnici.

bylo zajištěno, že list se dotýká vstupního konstrukčního bodu, určujícího osmilist. Analogicky byl vytvořen dvanáctilist.

Na rozdíl od předchozího modelu je tato rozeta rozdělena do dvanácti stejných kruhových výsečí. Protože byl navíc vhodně[1] zkonstruován nástroj osmilist, bylo použito stejnolehlosti při vepsání tohoto architektonického prvku do kruhové výseče.

Aby byl alespoň částečně zachován poměr mezi dvanáctilistem a osmilistem rozety, byly vytvořeny dvě pomocné úsečky (poloměr osmilistu, poloměr dvanáctilistu). Tyto úsečky se kryjí s poloměry dvanáctilistu a osmilistu na předloze. V jejich poměru je zkonstruován dvanáctilist, který se nachází uprostřed rozety. Ostatní osmilisty byly vytvořeny pomocí osové nebo středové souměrnosti.

Oválné tvary mezi osmilisty a dvanástilistem byly sestrojeny pouze přibližně. Při přesné geometrické konstrukci (viz Obrázek 32), kdy se kružnice dotýká dvou kružnic a dvou přímek, je výpočetní náročnost příliš vysoká. Tato konstrukce vedla k velkému zatížení hardware a při manipulaci s modelem nebyl pohyb plynulý. Z tohoto důvodu bylo přistoupeno k pouze přibližné konstrukci těchto oválných prvků rozety.

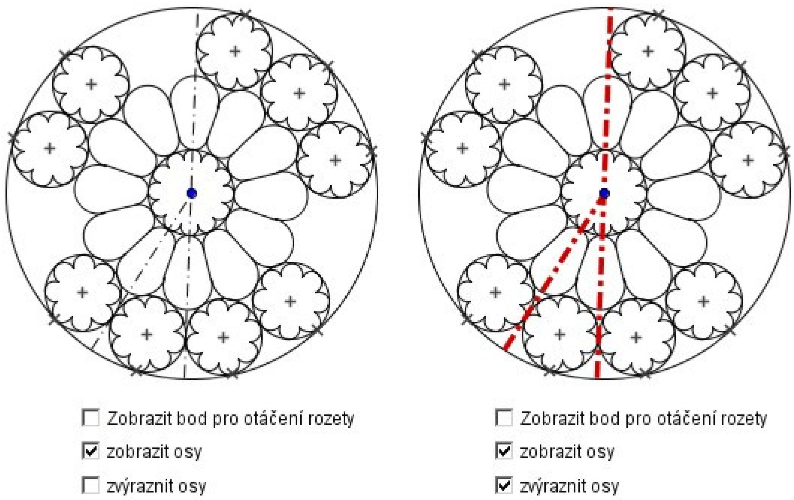


**Obrázek 32**

V tomto modelu je k dispozici několik zaškrtávacích políček. První umožňuje otáčením rozety kolem středu. Druhé ovládá pouze skrývání a zobrazování os. Poslední políčko, které

[1] Vstupními body makrokonstrukce jsou střed a bod kružnice, která ohraničuje osmilist.

má osy zvýrazňovat, ve skutečnosti původní osy skrývá. Na jejich místě se pak zobrazují přímky, které mají nastavené jiné vlastnosti (tloušťka, barva, styl čáry). Při zaškrtnutí políčka *Zvýraznit osy* se tedy nejedná o změnu vlastností původních os, ale o zobrazení jiných objektů, které tím navozují iluzi zvýraznění.

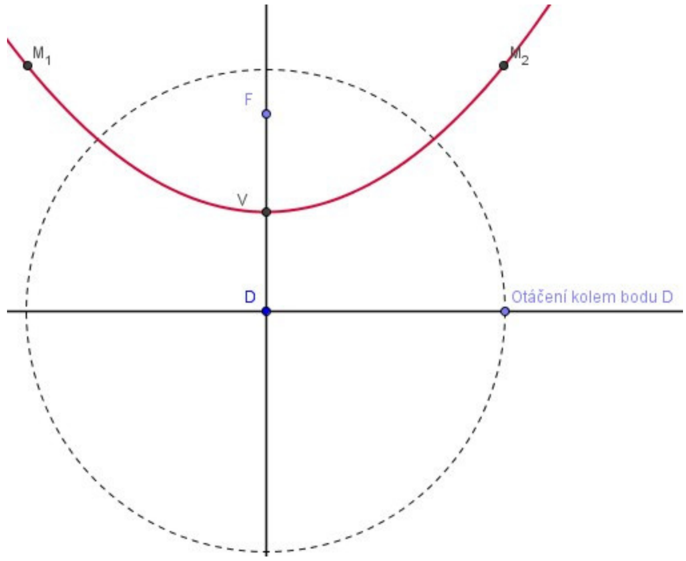



**Obrázek 33**

#### 4.2.2.7 Model: Parabola ve středověku 1

Tato úloha se skládá ze dvou modelů. V obou dvou modelech má žák vliv na tvar kuželosečky tažením objektů, které ji určují. Prvním z nich je model paraboly, druhým pak model elipsy (resp. hyperboly).

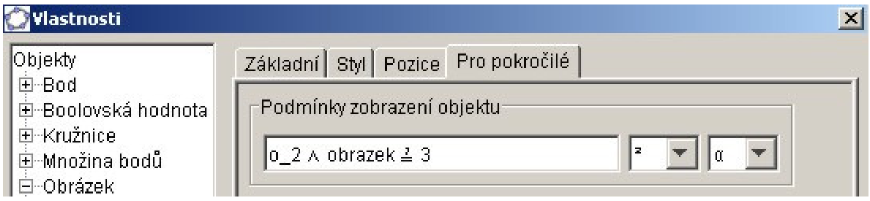
Při vytváření **paraboly** byla nejprve nástrojem *Kružnice daná středem a poloměrem* zkonstruována kružnice. Byl vytvořen bod náležící této kružnici a tímto bodem byla vedena přímka (řídící přímka paraboly), která procházela středem kružnice. Tím byla zajištěna snadná manipulace (otáčení kolem bodu $D$, posun přímky) s řídící přímkou (viz Obrázek 34).




**Obrázek 34**

Z takto zkonstruované řídící přímky byla vztyčena kolmice procházející bodem $D$ – osa paraboly. Na ose pak bylo vytvořeno ohnisko $F$. Použitím nástroje *Střed* mezi body $F$ a $D$ vznikl vrchol paraboly $V$. Zbývající konstrukce paraboly byla vytvořena bodovou konstrukcí a nástrojem *Množina bodů*.

Na pozadí se střídají fotografie různých gotických oblouků. Toho je docíleno zaškrtávacím políčkem a posuvníkem. Zaškrtávací políčko je logická hodnota, která určuje, zda má být vůbec obrázek zobrazen. Posuvník, který nabývá hodnot od 1 do 4, pak určuje, který z obrázků bude viditelný. Každý obrázek má ve svých vlastnostech na kartě *Pro pokročilé* napsánu podmínku pro jeho zobrazení (viz Obrázek 35). Jak je vidět na obrázku (viz Obrázek 35), logická hodnota zaškrtávacího políčka má název *o_2* a posuvník má název *obrazek*. Objekt, jehož vlastnosti jsou zobrazeny na obrázku (Obrázek 35), bude viditelný pouze tehdy, když bude políčko *o_2* zaškrtnuto a posuvník *obrazek* bude nabývat hodnoty 3.




**Obrázek 35**

Podmínku pro zaškrtávací políčko zobrazující bodovou konstrukci paraboly není nutné psát. Program ji automaticky vygeneruje při tvorbě zaškrtávacího políčka, kdy uživatel pouhým označením objektů rozhoduje, které objekty má zaškrtávací políčko skrývat (resp. zobrazovat).

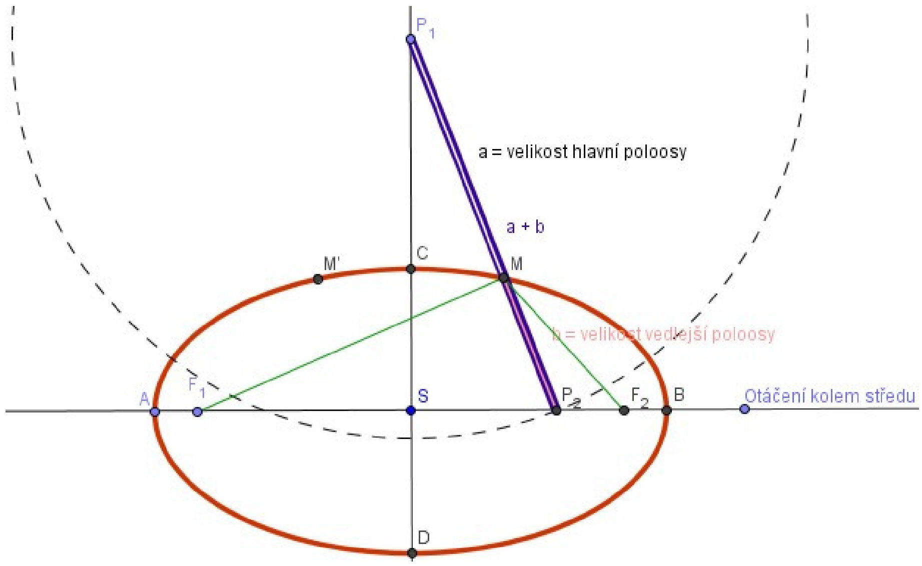
Druhý model v této úloze je model **elipsy**. Přímka, na níž leží hlavní osa elipsy, je tvořena stejným způsobem jako řídící přímka předchozího modelu. V tomto případě byl bod $D$ pojmenován jako bod $S$. Na přímce, na které leží hlavní osa, bylo vytvořeno ohnisko $F_1$. Ve středové souměrnosti podle bodu $S$ bylo sestrojeno i druhé ohnisko $F_2$. Tím je dáno vše potřebné k sestrojení elipsy.

Elipsa byla zkonstruována několika způsoby – bodovou konstrukcí, trojúhelníkovou konstrukcí a proužkovou konstrukcí sčítací i rozdílovou. To, která konstrukce je zobrazena, bylo řešeno podobným způsobem jako střídání obrázků v předešlém modelu. Jednalo se přitom o skrývání (zobrazování) docela velkého počtu objektů. V programu *Geogebra* neexistuje možnost seskupení objektů, a tak bylo tímto nastavováním stráveno poměrně dost času.

Provedení **bodové** a **trojúhelníkové konstrukce** v prostředí dynamické geometrie se nijak neliší od běžného postupu, který by byl použit při „rýsování na papír“ (na dotvoření elipsy byl opět použit nástroj *Množina bodů*).

O jinou situaci se jednalo při modelaci proužkové konstrukce. Při **proužkové sčítací konstrukci** byla na vedlejší ose vytvořena úsečka se středem v bodě $S$. Délka této úsečky je rovna dvojnásobku součtu velikostí hlavní a vedlejší poloosy. Na této úsečce byl libovolně vytvořen bod $P_1$ (viz

Obrázek 36). Z tohoto bodu byla následně vytvořena kružnice, jejíž poloměr je součet velikostí hlavní a vedlejší poloosy. Průsečík[1] této kružnice s hlavní osou vytvořil bod $P_2$. Úsečka $\overline{P_1P_2}$ tak simuluje proužek papíru, který se při tomto typu konstrukce v reálu používá. Na proužku má být ještě vyznačen bod elipsy. Ten je vytvořen jako průsečík kružnice (dané středem $P_1$ a poloměrem $a$) s úsečkou $\overline{P_1P_2}$.

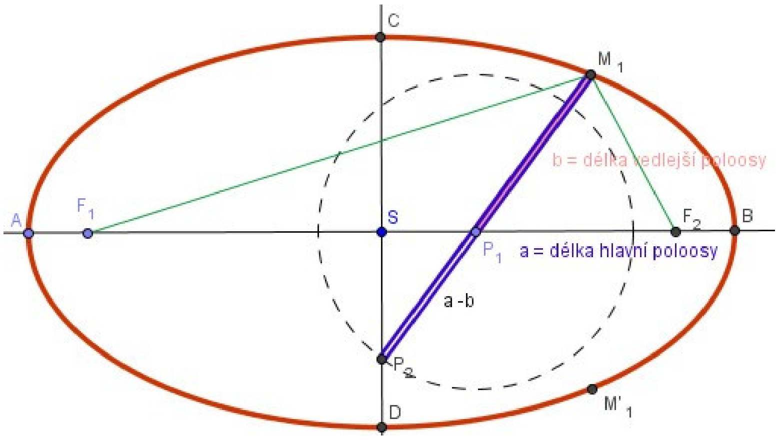



**Obrázek 36**

Při **rozdílové proužkové konstrukci** (viz Obrázek 37) byl bod $P_1$ umístěn na hlavní osu. Bod $P_2$ pak vznikl jako průsečík kružnice (se středem v $P_1$ a poloměrem $a-b$) s vedlejší poloosou. Bod elipsy $M_1$ je průnikem kružnice se středem $P_1$ a poloměrem o velikosti $b$ s polopřímkou $\overrightarrow{P_2P_1}$. Úsečka $\overline{P_2M_1}$ zde modeluje proužek papíru, který se v proužkové konstrukci používá.

---

[1] Existence průsečíku je zajištěna tím, že bod $P_1$ náleží úsečce o délce rovné dvojnásobku součtu velikostí hlavní a vedlejší poloosy.



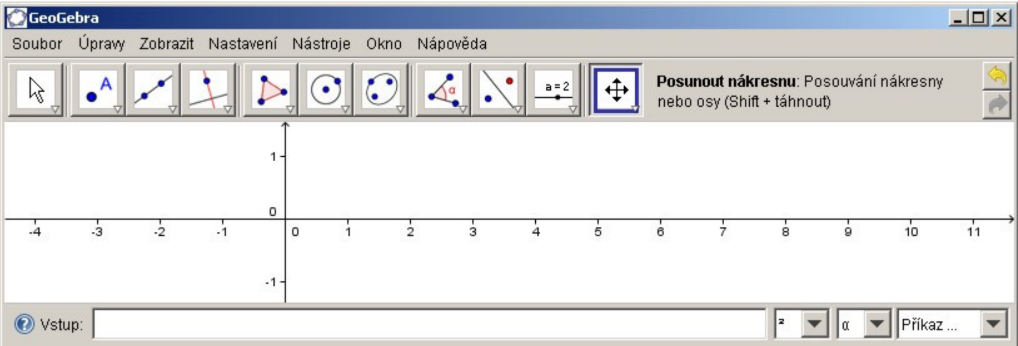

**Obrázek 37**

Pokud se ohniska přesunou mimo hlavní osu (úsečku $\overline{AB}$), elipsa přechází v hyperbolu. V závislosti na poloze ohnisek se mění i zobrazené definice na nákresně, možnosti konstrukce kuželosečky a různé další popisy (např. charakteristický trojúhelník). Bylo tedy nutné najít podmínku, kdy ohnisko $F_1$ neleží na úsečce $\overline{AB}$. Hledaná podmínka: vzdálenost bodu $F_1$ je od středu úsečky $\overline{AB}$ je větší než vzdálenost bodu $A$ od středu úsečky $\overline{AB}$.

### 4.2.2.8 Model: Parabola ve středověku 2

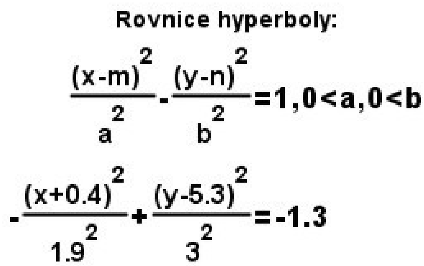
Tato úloha opět obsahuje dva modely. Stejně jako v předchozí úloze se jedná o model paraboly a elipsy (popř. hyperboly). Oba dva modely však oproti minulé úloze přibližují kuželosečky z algebraického hlediska.

Jejich konstrukce byla jednodušší než předchozí dva modely díky možnosti algebraického vstupu programu *Geogebra* (viz Obrázek 38 dole). Před samotným napsáním rovnice bylo nutné vytvořit posuvníky, které zastupovaly parametry dané kuželosečky. Kromě parametrů bylo počítáno i se znaménky před jednotlivými členy – posuvník v těchto případech nabývá pouze hodnot $+1$ nebo $-1$. Teprve potom mohla být do algebraického vstupu zapsána rovnice kuželosečky.




**Obrázek 38**

Na nákresně je zobrazena rovnice kuželosečky ve tvaru, na který jsou žáci zvyklí z učebnic (viz Obrázek 39 – ukázka z programu). Tohoto tvaru rovnice však není docíleno pomocí výpočtu programu *Geogebra*, ale pomocí textového pole, kde je využito značkovacího jazyka *LaTeX* a podmiňovacích příkazů. Ve jmenovateli se tak může objevit i nula (v tom případě je červeně označena), nebo může docházet ke tvarům zápisu, které nejsou rovnicemi kuželosečky (žáci pak mohou sami hledat, proč není výraz rovnicí kuželosečky).




**Obrázek 39**

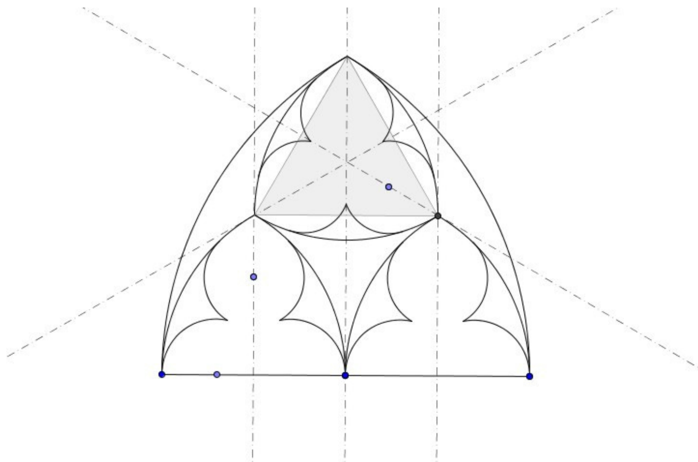
U modelu elipsy (hyperboly) by správně měla být velikost $a$ vždy větší než velikost $b$. Kvůli snazší proveditelnosti a názornosti je v tomto modelu možné nastavit $a > b$ (v této situaci by se správně měly tyto koeficienty přeznačit a dosud značený koeficient jako $a$ značit jako $b$ a naopak). Střídání obrázků na pozadí je na stejné bázi jako v předchozích modelech.

#### 4.2.2.9 Model: Okno svatého Prokopa

Kružba tohoto okna se skládá ze dvou architektonických prvků. Prvním z nich je jeptiška (popis konstrukce popsán již dříve), druhým je trojlístek ve sférickém trojúhelníku. Obě tyto menší kružby jsou vepsány do lomených oblouků, ze kterých se okno skládá.

Okenní kružba se skládá ze dvou prvků, a tak jsou kromě modelu výsledného okna vytvořeny i modely těchto dílčích kružeb. Jejich obrázky jsou pak použity v úloze (viz metodický list), kde jsou zobrazeny jako podklad ke konstrukci těchto prvků. Vždy je zobrazena pouze jedna konstrukce – ta se střídá s druhou pomocí posuvníku (princip z předchozích úloh).

Výsledný model celkové kružby (i rozšiřující úlohy) byl vytvořen za použití různých osových souměrností (viz Obrázek 40).



**Obrázek 40**

Tato kružba se nachází v okně ***kostela sv. Prokopa a sv. Jana Křtitele na Starém městě*** v Českých Budějovicích. Zdrojem informací tohoto odstavce je publikace [52]. Podle tohoto pramene se jedná o velmi cenný gotický kostel s dochovanými nástěnnými malbami, středověkými konstrukcemi[1] a prvky. Je

---

[1] Objevuje se zde kromě křížové klenby i klenba síťová valená [52].

zajímavé, že tento kostel je starší než samotné České Budějovice – ještě před jejich založením existovala u tohoto kostela vesnice Budivojovice. Tento kostel je obklopený hřbitovem, na kterém jsou pohřbeny některé významné osobnosti[1] spojené s Českými Budějovicemi.

### 4.2.3 Vyzkoušení modelů v praxi

Modely byly vyzkoušeny ve výuce na *Gymnáziu Česká* v Českých Budějovicích. Prostředí dynamické geometrie bylo pro většinu žáků nové. S výukou matematiky podporovanou počítačem se do té doby žáci příliš nesetkali (kromě programu *Excel*). Také tato skutečnost přidávala modelům na atraktivitě. I přes to, že se jednalo o první setkání s tímto pracovním prostředím, žáci se s prací v něm (manipulací s modelem) poměrně rychle zorientovali.

Na školních počítačích nebyl nainstalovaný potřebný software (*Geogebra*). Z tohoto důvodu byly modely exportovány do dynamických pracovních listů jako webová stránka a žáci je tak mohli otvírat ve svých webových prohlížečích.

Propojení umění a geometrie mělo výraznější vliv[2] hlavně na žáky, kteří byli (dle vyučujícího) spíše humanitně založeni. Některé žáky, kteří se rychle seznámili a porozuměli tématu probíranému v modelu, zajímal i software, ve kterém byly modely tvořeny, a modelace probírané problematiky. Žáci také uvítali možnost skrývání podkladových obrázků, když se chtěli soustředit pouze na určitý jev v modelu.

Žáky zaujal hlavně model kuželoseček, kde si mohli sami vyzkoušet, jaký vliv na tvar kuželosečky mají její parametry. Na modelu s rozetami (osová

---

[1] Například Jan Valerián Jirsík nebo Adalbert (Vojtěch) Lanna.

[2] Větší zaujetí v podkladových obrázcích modelů atp.

souměrnost) zase oceňovali rychlé a přesné rýsování. Aby byla zdůrazněna výhoda dynamičnosti, byl ukázán příklad s měřením výšky. Na princip tohoto způsobu měření si někteří vzpomněli z jejich hodin matematiky. Podobnými příklady z historie byli totiž žáci motivováni jejich vyučujícím.

Žáci při hodině pracovali samostatně, aniž by docházelo k nadměrnému vyrušování. Část z nich projevila zaujetí prací během hodiny. Lze usuzovat, že modely i prostředí dynamické geometrie působily na žáky spíše příznivě.

# 5 Závěr

Jedním z cílů práce bylo shromáždit co nejvíce geometrických poznatků[1] z období gotiky. Kvůli velké negramotnosti tehdejší společnosti i tajnůstkářství stavebních hutí však není známo příliš mnoho postupů z té doby. Proto se o myšlenkových pochodech tehdejších mistrů můžeme spíše jen dohadovat. Dochovaly se sice některé dobové postupy, ale geometrie, která se v nich objevuje a která byla využívána při gotických stavbách, byla stále ještě více řemeslo než věda.

Z těchto důvodů byly některé modely oproštěny od dobových konstrukcí. V takových modelech pak byly propojeny gotické architektonické prvky s moderními pojmy současné geometrie, s kterými je možné se setkat v hodinách matematiky. Modely tak využívají motivačního potenciálu, který do něj vnáší architektura a umění.

K modelům byly vytvořeny metodické listy, které mají vyučujícího seznámit s daným modelem, s jeho ovládáním a ukázat mu všechny možnosti modelu. Vyučujícímu se na metodických listech líbila přehlednost a stručnost. Z celkového hlediska učitel uvítal tyto listy jako pomůcku, která mu napomáhala k rychlejšímu a snazšímu vhledu do práce s modelem.

Je zajímavé zkoumat kružby a fasády gotických staveb, metody dobových postupů, které k těmto architektonickým prvkům vedly. Ještě více pozoruhodné pak je, že tyto krásné geometrické obrazce byly vytvářeny spíše pouhým citem, zkušeností a základními geometrickými poučkami než rozsáhlou geometrickou teorií.

Velkolepá díla středověkých stavitelů mohou vzbudit u dnešních žáků motivaci ke geometrii, a to tím spíše, pokud se propojí s moderními prostředky.

---

[1] Využívaných při stavbách.

Toto spojení mezi gotickou architekturou, geometrii, středověkými postupy a počítačem se podařilo vytvořit v této práci pomocí modelů zhotovených v prostředí dynamické geometrie. Nebyly zkonstruovány všechny architektonické prvky, avšak jejich základní rysy jsou v diplomové práci uvedeny – otvírá se tak prostor pro tvorbu dalších možných modelů.

# Literatura


[1] Gothic art. In *Encyclopædia Britannica*. [online]. [cit. 2010-11-10]. Dostupné z WWW: <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/239728/Gothic-art>. [e-příspěvek]

[2] Gothic architecture. In *Wikipedia : the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg (Florida) : Wikipedia Foundation, 29 May 2002, last modified on 19 July 2010 [cit. 2010-07-24]. Dostupné z WWW: <http://en.wikipedia.org/wiki/Gothic_architecture>. [e-příspěvek]

[3] PIJOAN, José. *Dějiny umění 4*. Praha : Odeon, 1979. 332 s. [kniha]

[4] LE GOFF, Jacques. *Kultura středověké Evropy*. [s.l.] : Odeon, 1991. 747 s. [kniha]

[5] *Gotika*. Rolf Toman. Druhé, opravené vydání. [s.l.] : Nakladatelství Slovart, 2005. 520 s. [kniha]

[6] *Encyklopedický slovník*. Vydání 1. Praha : Odeon a Encyklopedický dům, 1993. 1253 s. [kniha]

[7] STUDENÝ, Jaroslav. *Křesťanské symboly*. [s.l.] : Olomouc, 1992. 369 s. [kniha]

[8] *Umění a lidstvo Larousse : Umění středověku*. Praha : Odeon, 1969. 470 s. [kniha]

[9] KOCH, Wilfried. *Evropská architektura : encyklopedie evropské architektury od antiky po současnost*. Vydání první. Praha : Ikar Praha, 1998. 551 s. [kniha]

[10] CHODURA, Radko; KLIMEŠOVÁ, Věra; KŘIŠŤAN, Alois. *Slovník pojmů : Sakrálního výtvarného umění*. Kostelní Vydří : Karmelitánské nakladatelství, 2001. 102 s. [kniha]

[11] Klenba. In *Wikipedia : the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg (Florida) : Wikipedia Foundation, 6. 4. 2006, last modified on 25. 7. 2010 [cit. 2010-07-28]. Dostupné z WWW: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Klenba>.

[12] *Pamětihodnosti.cz* [online]. c1998-2006, poslední aktualizace 2. 8. 2010 [cit. 2010-08-03]. Slovník odborných pojmů. Dostupné z WWW: <http://www.pametihodnosti.cz/slovnik/>. [webová stránka]

[13] GOMBRICH, Ernst Hans. *Příběh umění.* Vydání v češtině druhé (revidované). Praha : Mladá fronta a Argo, 1995. 683 s. [kniha]

[14] BYCHKOV, Oleg. *St. Bonaventure University* [online]. c2007 [cit. 2010-08-26]. Church architecture. Dostupné z WWW: <http://web.sbu.edu/theology/bychkov/architecture.html>.

[15] Opěrný systém. *In Wikipedia : the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg (Florida) : Wikipedia Foundation, 8. 11. 2008, last modified on 6. 7. 2010 [cit. 2010-08-26]. Dostupné z WWW: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Opěrný_systém>. [e-příspěvek]

[16] Gotika. In *Wikipedia : the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg (Florida) : Wikipedia Foundation, 6. 5. 2005, last modified on 5. 8. 2010 [cit. 2010-08-12]. Dostupné z WWW: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Gotika>. [e-příspěvek]

[17] TESAŘOVÁ, Aneta. *Geometrie v gotické architektuře.* Brno, 2008. 45 s. Bakalářská práce. Masarykova univerzita v Brně, Přírodovědecká fakulta. Vedoucí práce prof. RNDr. Josef Janyška, DSc. Dostupné z WWW: <http://is.muni.cz/th/139520/prif_b/Bakalarka.pdf>. [akademická práce]

[18] *Stavební slohy*, [online]. [cit. 2010-08-17]. Dostupné z WWW: http://satalka.cz/slohy/

[19] BENDA, Klement, et al. *Dějiny českého výtvarného umění I/2 : Od počátku do konce středověku.* Vydání 1. Praha : Nakladatelství Československé akademie věd, 1984. rozsah obou svazků 688 s. [kniha]

[20] Geometry. In *Encyclopædia Britannica*. [online]. [cit. 2010-08-17]. Dostupné z WWW: <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/229851/geometry>. [e-příspěvek]

[21] MIKAN, Milan. *Jak se vyvinula matematika a geometrie*. Praha : Orbis, 1954. 136 s. [kniha]

[22] SURYNKOVÁ, Petra. *Geometrie a architektura*. Praha, 2009. 61 s. Přednáška. Univerzita Karlova v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta. Dostupné z WWW: <http://www.surynkova.info/dokumenty/ja/Prezentace/jevicko_seminar_2009.pdf>.

[23] WOODS, Thomas E. *Jak katolická církev budovala západní civilizaci*. Vydání 1. Praha : Res Claritatis, 2008. 206 s. ISBN 978-80-904143-0-3.

[24] *Bible : Písmo svaté Starého a Nového zákona*. 11. vydání. Praha : Česká biblická společnost, 2005. ISBN 80-85810-37-9.

[25] SCOTT, Robert A. *The Gothic Enterprise*. Berkley : Univesity of California Press, 2003. 306 s. ISBN 9780520231771.

[26] BALDWIN, John W. *The Scholastic Culture of the Middle Ages, 1000-1300.* Lexington, Mass. : D. C. Heath, 1971. 125 s.

[27] Cathedral school. In *Encyclopædia Britannica*. [online]. [cit. 2010-11-10]. Dostupné z WWW: <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/99562/cathedral-school>. [e-příspěvek]

[28] BOEREE, C. G. *The Middle Ages,* [online]. [cit. 2010-11-20]. Dostupné z WWW: <http://webspace.ship.edu/cgboer/middleages.html>

[29] KLIMEŠ, Lumír. *Slovník cizích slov*. Vydání 3., upravené. Praha : Státní pedagogické nakladatelství, 1985. 816 s.

[30] BELLERBY, Rachel. *Suite101.com : insightful writers. Informed readers*. [online]. Aug 25, 2008 [cit. 2010-11-20]. The Medieval Stonemason and the Master Mason: The Men Who Built Castles and Cathedrals in the Middle Ages. Dostupné z WWW: <http://www.suite101.com/content/the-medieval-stonemason-and-the-master-mason-a65816>.

[31] LIENHARD, John H. *The Engines of Our Ingenuity* [online]. c1988-1997 [cit. 2010-11-20]. No. 942: Gothic Math. Dostupné z WWW: <http://www.uh.edu/engines/epi942.htm>.

[32] SHELBY, L. R. The Geometrical Knowledge of Medieval Master Mason. *Speculum : a journal of medieval studies.* Jul., 1972, Vol. 47, No. 3, s. 395-421. Dostupný také z WWW: <http://www.jstor.org/pss/2852495>.

[33] RORITZER, Matthäus. *Geometria deutsch*. [Nürnberg] : [s.n.], [1497]. 12 s. Dostupné z WWW: <http://daten.digitale-sammlungen.de/~db/0004/bsb00040191/images/>.

[34] *Bibliothèque nationale de France* [online]. [200?] [cit. 2011-01-10]. Les cathédrales et Villard de Honnecourt. Dostupné z WWW: <http://classes.bnf.fr/villard/analyse/index.htm>.

[35] BEČVÁŘ, Jindřich, et al. *Matematika ve středověké Evropě.* Praha : Prometheus, 2001. 445 s.

[36] SCHLESINGEROVÁ, Eva. *Historický vývoj zobrazovacích metod.* Brno, 2007. 19 s. Seminární práce. Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta. Dostupné z WWW: <http://www.math.muni.cz/~xschlesi/e_schlesingerova.pdf>.

[37] GRUBER, Josef. *Villard de Honnecourt, středověký inženýr?*. Zpravodaj SPŠ strojnické, Plzeň [online]. 2002, 1, [cit. 2011-03-10]. Dostupný z WWW: <http://www.spstr.pilsedu.cz/osobnistranky/josef_gruber/clanky/villard.pdf>.

[38] CARL F. BARNES, JR. *Villard de Honnecourt* [online]. Macmillan Dictionary of Art. London : 1996, vol. 32, pp. 569-571. Dostupné z WWW: <http://www.villardman.net/diction.html>.

[39] KADEŘÁVEK, František. *Geometrie a umění v dobách minulých*. Praha : Jan Štenc, 1935. 87 s. [kniha]

[40] HUERTA, Santiago. *The medieval "scientia" of structures : The rules of Rodrigo Gil de Hontañón.* Madrid, [2002]. 19 s. Oborová práce. Universidad Politécnica de Madrid, Departamento de Estructuras. Dostupné z WWW: <http://www.bma.arch.unige.it/PDF/Huerta_S/Huerta%202002_The%20%20Medieval%20scientia%20of%20structures_The%20rules%20of%20Rodrigo%20Gil.pdf>.

[41] ZENNER, Marie-Thérèse. Villard de Honnecourt and Euclidean Geometry. In *Nexus Network Journal* [online]. [s.l.] : [s.n.], 2002 [cit. 2011-02-24]. s. 65-78. Dostupné z WWW: <http://www.nexusjournal.com/Zenner.html>.

[42] LUNDYOVÁ, Miranda. *Posvátná geometrie*. [s.l.] : Dokořán, 2008. 66 s.

[43] CALTER, Paul. *Geometry in Art & Architecture* [online]. 1998 [cit. 2011-02-26]. Number symbolism in the middle ages. Dostupné z WWW: <http://www.dartmouth.edu/~matc/math5.geometry/unit8/unit8.html>.

[44] TROJAN, Ivo. *Kružby gotických oken*. Praha, 1999. 18 s. Přípravný text k rysu. ČVUT v Praze, Fakulta architektury.

[45] BERÁNEK, Jaroslav. *Zlatý řez v matematice i mimo ni*. [online]. [cit. 2011-02-27]. Dostupné z WWW: <http://mathworld.ic.cz/pdf/zlaty-rez-v-matematice-i-mimo-ni.pdf>

[46] McCague, Hugh. *A mathematical look at a medieval cathedral.* [online]. [cit. 2011-02-27]. Dostupné z WWW: <http://www.maa.org/news/Horizons-April03-McCague.pdf >

[47] CHIFFRILLER, Joe. *Tips & tricks to gothic geometry*. [s.l.] : [s.n.], 2002. 31 s. Dostupné z WWW: <http://www.newyorkcarver.com/ebooks.htm>.

[48] KORÁBOVÁ, Lucie. *Kouzlo vitráží*. Brno, 2007. 68 s. Diplomová práce. Masarykova univerzita.

[49] Tracery. In *Encyclopædia Britannica*. [online]. [cit. 2011-03-04]. Dostupné z WWW: <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/601424/tracery>. [e-příspěvek]

[50] BONUŠ, Zoran. *Využití software dynamické geometrie Cabri ve výuce geometrie na střední škole* [online]. [Praha], [2003]. Diplomová práce. Univerzita Karlova v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta, Katedra didaktiky matematiky. Dostupné z WWW: <http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm/diplomky/cabri/>.

[51] VANÍČEK, Jiří. *Cabri.cz : Český portál pro podporu výuky geometrie pomocí počítače* [online]. 1999 [cit. 2011-03-16]. Dynamická geometrie. Dostupné z WWW: <http://www.pf.jcu.cz/cabri/temata/dynamgeo/dyngeo.htm>. [webová stránka]

[52] *Encyklopedie Českých Budějovic*. České Budějovice : Město České Budějovice, 1998. 592 s.

[53] VANÍČEK, Jiří. *Počítačové kognitivní technologie ve výuce geometrie.* Praha : Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2009. 212 s.

[54] HRČKA, Michal. *Obnova.sk : Pamiatky, remeslá a zbierky* [online]. 2010 [cit. 2011-03-20]. Rozpon klenby (oblúka). Dostupné z WWW: <http://www.obnova.sk/slovnik/heslo/rozpon-klenby-obluka>.

[55] *Oficiální stránky kláštera Zlatá Koruna* [online]. c2008 [cit. 2011-03-22]. Památky ve správě NPÚ. Dostupné z WWW: <http://www.klaster-zlatakoruna.eu/pamatky-ve-sprave-npu/>.

# Příloha A

## *Elektronická příloha na CD*

Příloha na CD je rozdělena do dvou složek:

- Metodické listy – metodické listy ve formátu **.pdf*.
- Modely – vytvořené dynamické modely (vnitřní struktura složky je popsána v diplomové práci)

Modely je možné otevírat v programu *Geogebra* (instalační soubory jsou volně ke stažení na internetové adrese (adresa platná ke dni 23. 4. 2011) http://www.geogebra.org/cms/cs/installers) nebo ve webovém prohlížeči. Blíže je problematika formátu modelů probrána v textu diplomové práce.

Seznam souborů na CD (složky jsou označeny jako <složka>):

<Metodické listy>
metodicky list - chartres - soumernost 2.pdf
metodicky list - jeptiska - spolecna tecna.pdf
metodicky list - lomeny oblouk.pdf
metodicky list - mereni vysky - podobnost.pdf
metodicky list - oblouk - kuzelosecky alg.pdf
metodicky list - oblouk - kuzelosecky.pdf
metodicky list - okno sv Prokopa.pdf
metodicky list - pravy uhel - trj nerovnost pyth.pdf
metodicky list - zlata koruna - soumernost.pdf
<Modely>
<Egyptsky provazec>
<geogebra>
egyptsky provazec.ggb
<html>
egyptsky_provazec.html
<Chartres>
<geogebra>
rozeta chartres 1.ggb
rozeta chartres 2.ggb
rozeta chartres 3.ggb
rozeta chartres 4.ggb
rozeta chartres vysledek.ggb
<html>
<Rozeta Chartres 1>
geogebra.jar
geogebra_cas.jar
geogebra_export.jar
geogebra_gui.jar
geogebra_main.jar
geogebra_properties.jar
rozeta_chartres_1.ggb
rozeta_chartres_1.html
<Rozeta Chartres 2>
geogebra.jar
geogebra_cas.jar
geogebra_export.jar
geogebra_gui.jar
geogebra_main.jar
geogebra_properties.jar
rozeta_chartres_2.ggb
rozeta_chartres_2.html
<Rozeta Chartres 3>
geogebra.jar
geogebra_cas.jar

geogebra_export.jar
geogebra_gui.jar
geogebra_main.jar
geogebra_properties.jar
rozeta_chartres_3.ggb
rozeta_chartres_3.html
<Rozeta Chartres 4>
geogebra.jar
geogebra_cas.jar
geogebra_export.jar
geogebra_gui.jar
geogebra_main.jar
geogebra_properties.jar
rozeta_chartres_4.ggb
rozeta_chartres_4.html
<Rozeta Chartres vysledek>
geogebra.jar
geogebra_cas.jar
geogebra_export.jar
geogebra_gui.jar
geogebra_main.jar
geogebra_properties.jar
rozeta_chartres_vysledek.ggb
rozeta_chartres_vysledek.html
<Jeptiska>
<geogebra>
jeptiska.ggb
<html>
jeptiska.html
<Lomeny oblouk>
<geogebra>
lomeny oblouk.ggb
<html>
geogebra.jar
geogebra_cas.jar
geogebra_export.jar
geogebra_gui.jar
geogebra_main.jar
geogebra_properties.jar
lomeny_oblouk.ggb
lomeny_oblouk.html
<Mereni vysky>
<geogebra>
mereni vysky.ggb
<html>
geogebra.jar
geogebra_cas.jar
geogebra_export.jar
geogebra_gui.jar
geogebra_main.jar
geogebra_properties.jar
mereni_vysky.ggb
mereni_vysky.html
<Okno sv Prokopa>
<geogebra>
okno prokop jeptiska.ggb
okno prokop reseni.ggb
okno prokop rozsirujici.ggb
okno prokop trojlistek.ggb
okno prokop uloha.ggb
<html>
<Okno sv Prokopa - uloha>
geogebra.jar
geogebra_cas.jar
geogebra_export.jar
geogebra_gui.jar
geogebra_main.jar
geogebra_properties.jar
okno_prokop_uloha.ggb
okno_prokop_uloha.html
okno_prokop_jeptiska.html
okno_prokop_reseni.html
okno_prokop_rozsirujici.html
okno_prokop_trojlistek.html
<Operny oblouk - elipsa alg>
<geogebra>
operny oblouk - elipsa alg.ggb
<html>
geogebra.jar
geogebra_cas.jar
geogebra_export.jar
geogebra_gui.jar
geogebra_main.jar
geogebra_properties.jar
operny_oblouk___elipsa_alg.ggb
operny_oblouk___elipsa_alg.html
<Operny oblouk - elipsa>
<geogebra>
Operny oblouk - elipsa.ggb
<html>
geogebra.jar
geogebra_cas.jar
geogebra_export.jar
geogebra_gui.jar
geogebra_main.jar
geogebra_properties.jar
Operny_oblouk___elipsa.ggb
Operny_oblouk___elipsa.html
<Operny oblouk - parabola alg>
<geogebra>
Operny oblouk - parabola alg.ggb
<html>
geogebra.jar
geogebra_cas.jar
geogebra_export.jar
geogebra_gui.jar

geogebra_main.jar
geogebra_properties.jar
Operny_oblouk___parabola_alg.ggb
Operny_oblouk___parabola_alg.html
<Operny oblouk - parabola>
<geogebra>
Operny oblouk - parabola.ggb
<html>
geogebra.jar
geogebra_cas.jar
geogebra_export.jar
geogebra_gui.jar
geogebra_main.jar
geogebra_properties.jar
Operny_oblouk___parabola.ggb
Operny_oblouk___parabola.html
<Zlata Koruna>
<geogebra>
zlata koruna 1.ggb
zlata koruna 2.ggb
zlata koruna 3.ggb
zlata koruna vysledek.ggb
<html>
<Zlata Koruna 1>
geogebra.jar
geogebra_cas.jar
geogebra_export.jar
geogebra_gui.jar
geogebra_main.jar
geogebra_properties.jar
zlata_koruna_1.ggb
zlata_koruna_1.html
<Zlata Koruna 2>
geogebra.jar
geogebra_cas.jar
geogebra_export.jar
geogebra_gui.jar
geogebra_main.jar
geogebra_properties.jar
zlata_koruna_2.ggb
zlata_koruna_2.html
<Zlata Koruna 3>
geogebra.jar
geogebra_cas.jar
geogebra_export.jar
geogebra_gui.jar
geogebra_main.jar
geogebra_properties.jar
zlata_koruna_3.ggb
zlata_koruna_3.html
<Zlata Koruna vysledek>
geogebra.jar
geogebra_cas.jar
geogebra_export.jar
geogebra_gui.jar
geogebra_main.jar
geogebra_properties.jar
zlata_koruna_vysledek.ggb
zlata_koruna_vysledek.html

# Příloha B

## *Metodické listy*

Egyptský provazec
Měření výšky v období gotiky
Lomený oblouk
Jeptiška
Rozeta ve Zlaté Koruně
Rozeta katedrály v Chartres
Parabola ve středověku 1
Parabola ve středověku 2
Okno svatého Prokopa

# EGYPTSKÝ PROVAZEC

## TÉMA

pravý úhel, trojúhelníková nerovnost, Pythagorova věta

## TYP ÚLOHY

ověřování žákovských hypotéz pomocí manipulace s hotovou figurou

## PEDAGOGICKÉ CÍLE

- seznámit žáky s možnostmi vytyčení pravého úhlu, pokud nemají při ruce trojúhelník s ryskou
- uvědomit si princip této metody vytyčení pravého úhlu (Pythagorova věta)
- utvořit si představu o trojúhelníkové nerovnosti

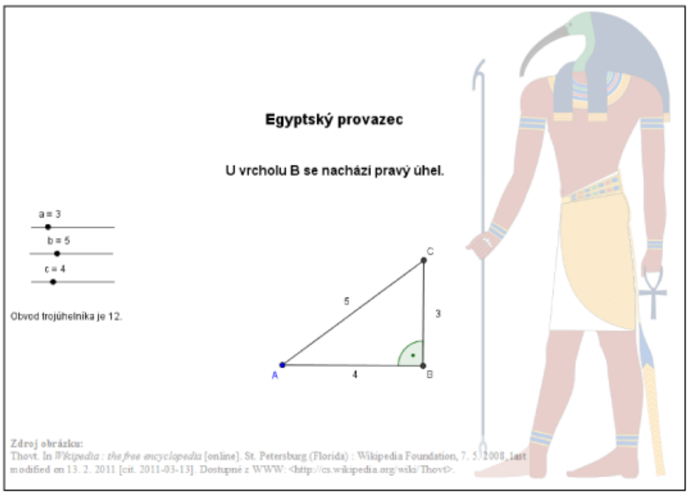
## ZADÁNÍ

Jedním ze způsobů, který se mohl v době gotiky používat při vytyčování pravého úhlu, byl tzv. egyptský provazec. Je to provaz rozdělený uzly na dvanáct stejných dílů. Ten se složil do trojúhelníka, jehož strany obsahovaly tři, čtyři a pět dílů. Při takovémto rozložení stály strany, které obsahovaly tři a čtyři díly k sobě kolmo. Lze docílit stejného výsledku i s jiným počtem uzlů? Na jakém principu tento postup funguje? Jak se dá jinak pravý úhel vyměřit?

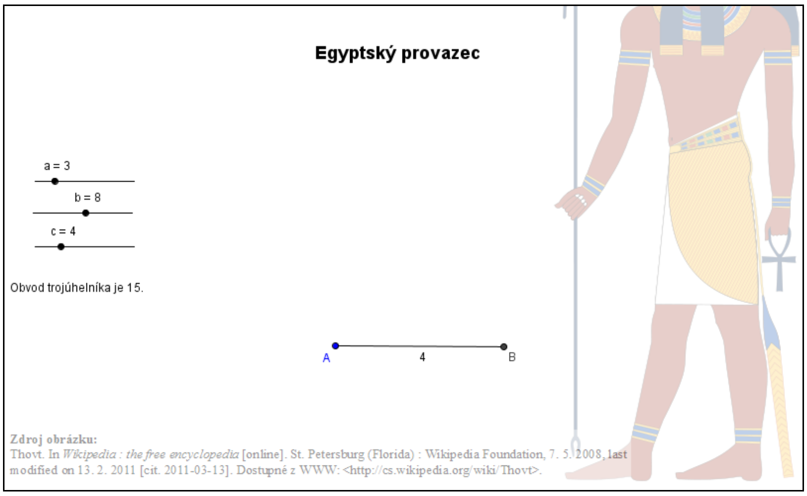
## POPIS ZÁKLADNÍHO OVLÁDÁNÍ

Velikost stran trojúhelníku se mění pouze pomocí posuvníků.

## OBRÁZKY




Obrázek 1




**Obrázek 2**

## METODICKÉ POZNÁMKY

V první řadě by žáci měli objevovat a všímat si, při jakých kombinacích „uzlů“ se objevuje pravý úhel. Také by měli dojít k tomu, že se jedná o užití Pythagorovy věty.

Úlohu je možné rozšířit o otázky typu – „Kdybych měl na jedné straně šest uzlů, na druhé osm, kolik musí být na třetí straně?“ Lze také přejít i k neceločíselným koeficientům. V tom případě už je však potřeba, aby žáci buď řešili příklad početně, nebo je učitel musí naučit, jak změnit vlastnosti posuvníku (změnit velikost kroku).

Bylo by také vhodné zastavit se u případu, kdy trojúhelník zmizí (není splněna trojúhelníková nerovnost – viz. Obrázek 2) a tuto situaci prodiskutovat.

## POUŽÍVANÁ SLOŽKA

*Egyptsky provazec*

Metodický list

Gotická geometrie prostřednictvím počítače

# MĚŘENÍ VÝŠKY V OBDOBÍ GOTIKY

## TÉMA

podobnost trojúhelníků

## TYP ÚLOHY

manipulace s vytvořenou figurou

## PEDAGOGICKÉ CÍLE

- přiblížit žáku vztah geometrie a praxe
- žák bude mít představu o technice měření ve středověku
- žák získá hlubší vhled do problematiky podobnosti

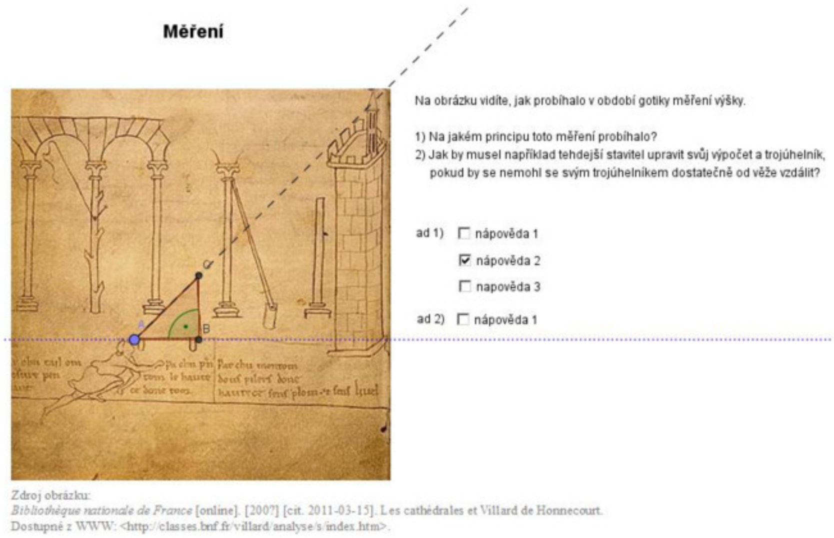
## ZADÁNÍ

Na dobovém plátně vidíte, jak probíhalo v období gotiky měření výšky věže. Na jakém principu je tento způsob měření založen? Co byste poradili staviteli, pokud by se nemohl se svým trojúhelníkem dostatečně od věže vzdálit? Jak by měl svůj měřící nástroj upravit a jak podle toho pozměnit svůj výpočet?

## POPIS ZÁKLADNÍHO OVLÁDÁNÍ

K zobrazování nápověd slouží zaškrtávací políčka. Nápovědy přibývají v závislosti na zaškrtnutí předchozích políček nápověd. S trojúhelníkem je možno hýbat tažením za bod *A*.

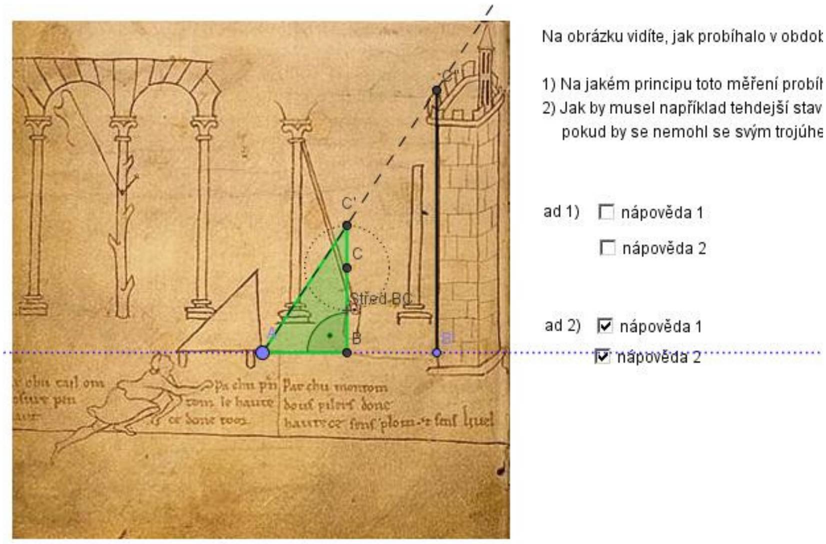
## OBRÁZKY




Obrázek 1

Metodický list

Gotická geometrie prostřednictvím počítače




Zdroj obrázku:
*Bibliothèque nationale de France* [online]. [200?] [cit. 2011-03-15]. Les cathédrales et Villard de Honnecourt. Dostupné z WWW: <http://classes.bnf.fr/villard/analyse/s/index.htm>.

**Obrázek 2**

## METODICKÉ POZNÁMKY

Učitel by měl žáky upozornit, že na plátně se mají soustředit pouze na muže s trojúhelníkem a na měřenou věž. Na obrázku se totiž objevují i jiné objekty, které však s úlohou nesouvisí (problém psaní nesouvisejících částí na jeden pergamen je popsán v diplomové práci).

V tomto úkolu je připraveno několik nápověd. První nápověda u prvního úkolu ujasňuje vztahy v trojúhelníku. Druhá (viz. Obrázek 1) už vede žáka k tomu, aby zjistil, jaký princip bude nejspíše k měření použit – podobnost trojúhelníků (vzdálenost stavitele od věže se rovná její výšce). Při zaškrtnutí u druhé nápovědy se objeví ještě třetí, která by měla žákům vše objasnit. Nápověda k druhému úkolu je řešením (ne však jediným) otázky jak změnit měřicí nástroj (viz. Obrázek 2). Opět se objeví ještě jedna nápověda pro ještě jasnější představu. Stále však mají žáci říci, jak má svůj výpočet stavitel pozměnit. Žáci by měli dojít k závěru, že strana trojúhelníka je zvětšená o polovinu jeho odvěsny – vzdálenost od věže tedy musí stavitel násobit 1,5 krát, aby dostal výšku věže.

Úlohu je možné rozšířit o využití nástroje *měření*, který poskytuje dynamický software. Lze například přeměřit výšku věže a vzdálenost stavitele, ověřit změřením výpočet z druhé úlohy atp.

## POUŽÍVANÁ SLOŽKA

*Mereni vysky*

# LOMENÝ OBLOUK

## TÉMA

seznámení s prostředím dynamické geometrie

## TYP ÚLOHY

manipulace s vytvořenou figurou, tvorba figury

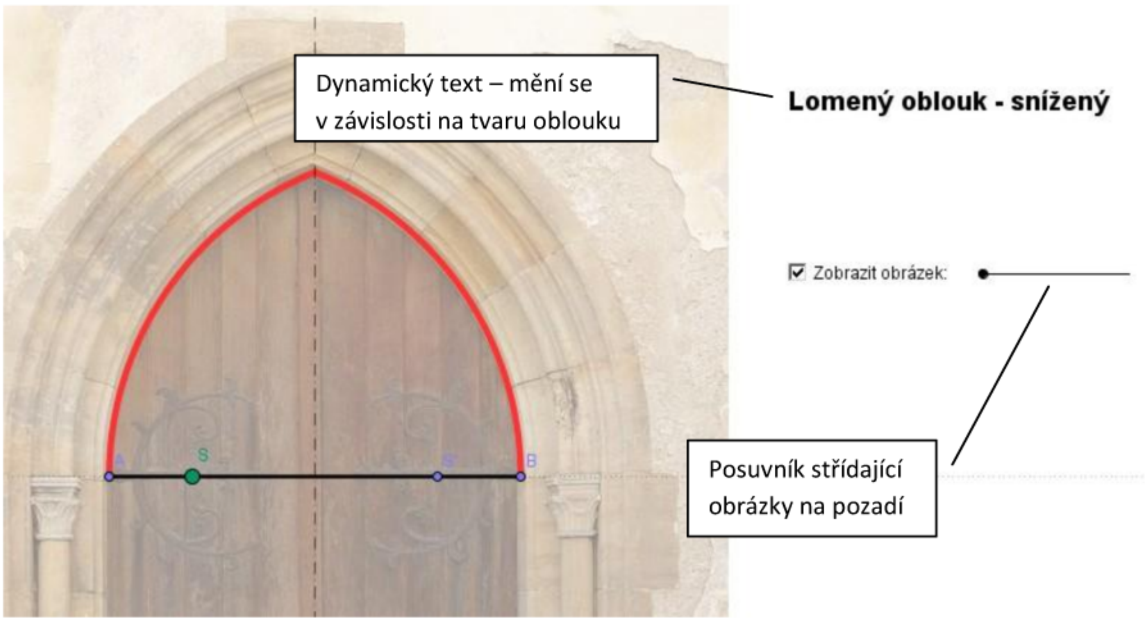
## PEDAGOGICKÉ CÍLE

- schopnost manipulovat s hotovou figurou
- vhled do vztahů mezi objekty
- trénink geometrické představivosti

## ZADÁNÍ

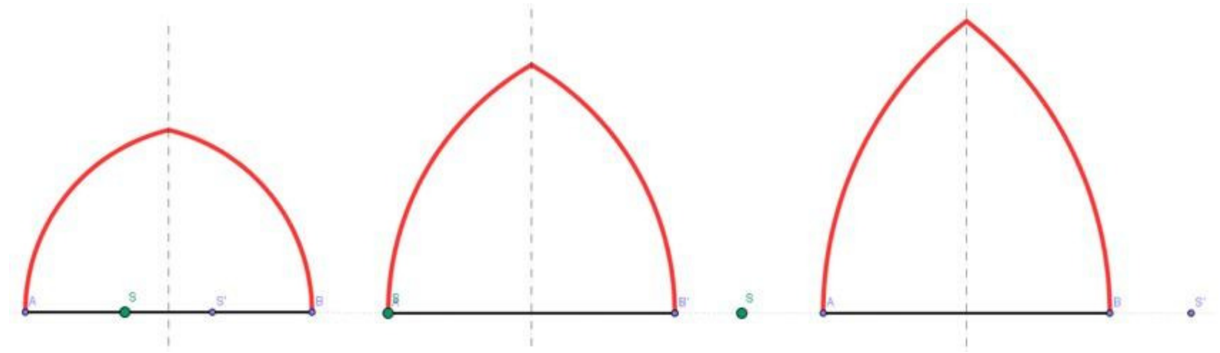
Na nákresně vidíte pomůcku pro určování typu lomeného oblouku. Pomocí modelu, kterým překryjete obrázek, si můžete vyzkoušet, o jaký typ oblouku se jedná. Zkuste sami vytvořit takovou pomůcku.

## POPIS ZÁKLADNÍHO OVLÁDÁNÍ




**Obrázek 1**

## OBRÁZKY



**Obrázek 2, zleva – snížený lomený oblouk, normální lomený oblouk, převýšený lomený oblouk**

## METODICKÉ POZNÁMKY

Úloha začíná manipulací s modelem. Žák by měl bez cizí pomoci intuitivně přijít na ovládací prvky a zjistit, jaký mají vliv na figuru. Po dostatečném vyzkoušení modelu by měl být žák schopen vytvořit podobnou figuru. Je ponecháno na vyučujícím, do jaké hloubky chce žáky s prostředím dynamické geometrie seznámit, např. zda budou vytvářet i dynamický text, který se bude měnit v závislosti na typu oblouku.

## POUŽÍVANÁ SLOŽKA

*Lomený oblouk*

Metodický list

Gotická geometrie prostřednictvím počítače

## JEPTIŠKA

### TÉMA

společná tečna dvou kružnic

### TYP ÚLOHY

manipulace s vytvořenou figurou

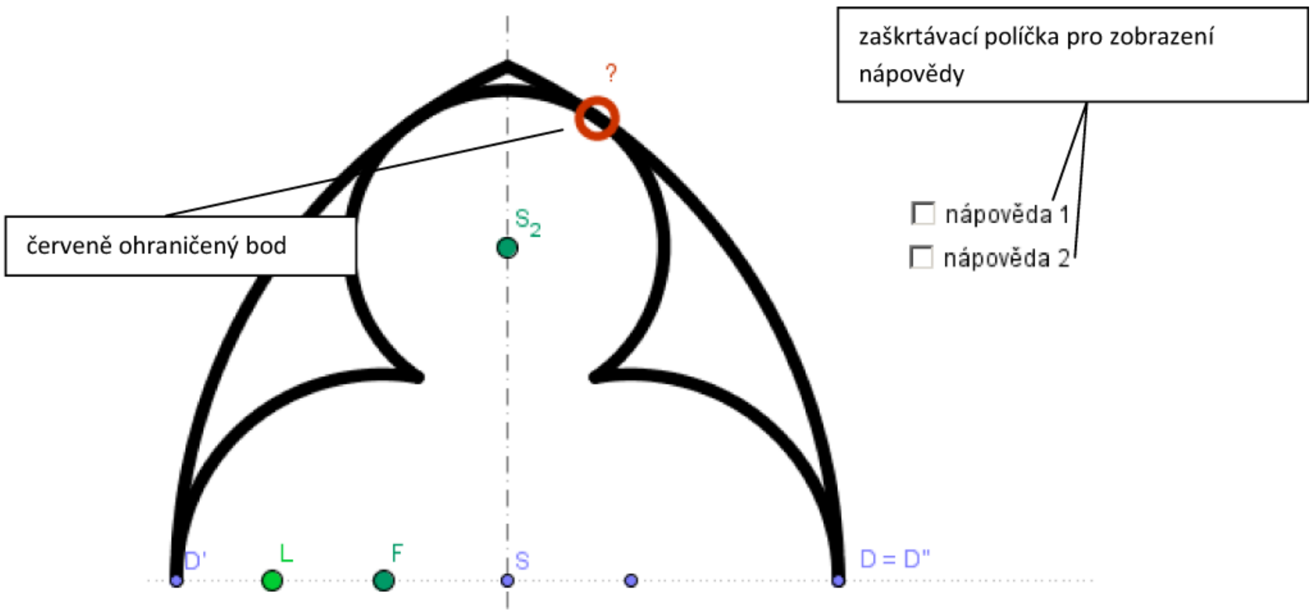
### PEDAGOGICKÉ CÍLE

- objevení poznatku, že společná tečna dvou kružnic (s vnitřním bodem dotyku), je konstruována pomocí přímky, vedoucí skrz středy těchto kružnic
- trénink geometrické představivosti

### ZADÁNÍ

Na rýsovacím plátně vidíte kružbu okna, tzv. jeptišku (název dostala prý podle toho, že připomíná obrys hlavy a ramen jeptišky). Manipulujte se zelenými body a zjistěte, jaký mají vliv na obrázek. Jak je tato kružba vytvořena a jak byl vytvořen červeně ohraničený bod dotyku? Je nějaký vztah mezi tímto ohraničeným bodem a ostatními body? Jaké jsou podmínky, aby vnitřní kružba zmizela?

### POPIS ZÁKLADNÍHO OVLÁDÁNÍ

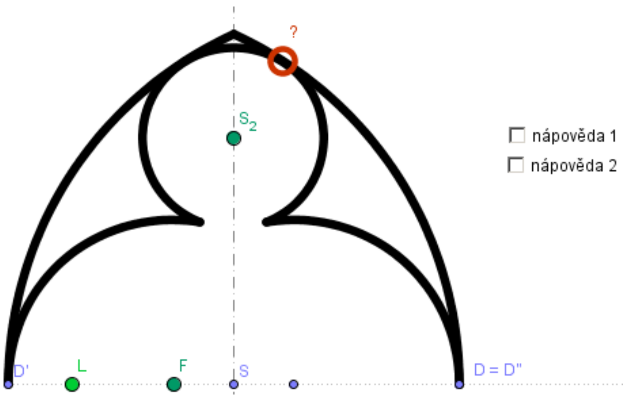



Obrázek 1

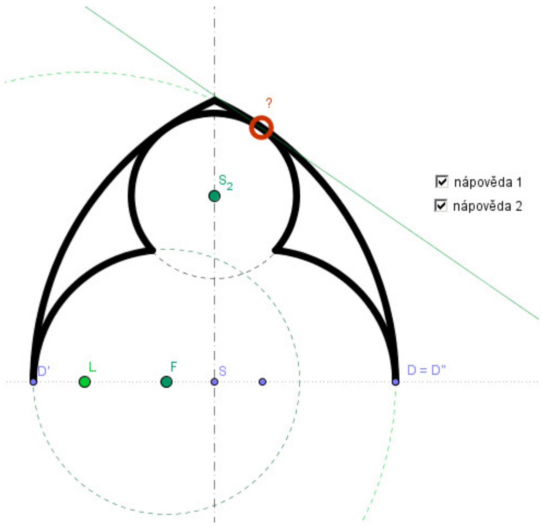
Metodický list

Gotická geometrie prostřednictvím počítače

## OBRÁZKY




**Obrázek 2**




**Obrázek 3**

## METODICKÉ POZNÁMKY

Problém této úlohy je, že svými tvary může působit jako optický klam. Proto bylo připraveno i několik nápověd, které by měly žákovi ujasnit některé vztahy v daném modelu.

V první řadě se žák musí pomocí manipulace s body zorientovat, jaký mají tyto body vliv na tvar modelu. Teprve potom lze žáka směrovat vhodnými dotazy, zda určité body nejsou s jinými v určitém vztahu ($S_2$, $L$ a ohraničený bod leží v přímce). Pomocí nápovědy může pak žák dojít k tomu, že ohraničený bod, je společným tečným bodem kružnice, která tvoří lomený oblouk, a kružnice (se středem $S_2$), která tvoří vnitřní kružbu.

Mezní situací, kdy vnitřní kružba ještě existuje, je, že existuje společná tečna ke kružnicím se středy $S_2$ a $F$, která prochází jejich bodem dotyku. Odpovědí může být i to, že kružba existuje, dokud je součet poloměrů těchto kružnic větší nebo roven než vzdálenost jejich středů.

## POUŽÍVANÁ SLOŽKA

*Jeptiska*

Metodický list

Gotická geometrie prostřednictvím počítače

# ROZETA VE ZLATÉ KORUNĚ

## TÉMA

osová a středová souměrnost

## TYP ÚLOHY

dotvoření konstrukce s omezenými nástroji

## PEDAGOGICKÉ CÍLE

- žák získá vhled do problematiky osové a středové souměrnosti
- žák si trénuje představivost
- žák trénuje inteligenci při manipulaci s novým nástrojem

## ZADÁNÍ

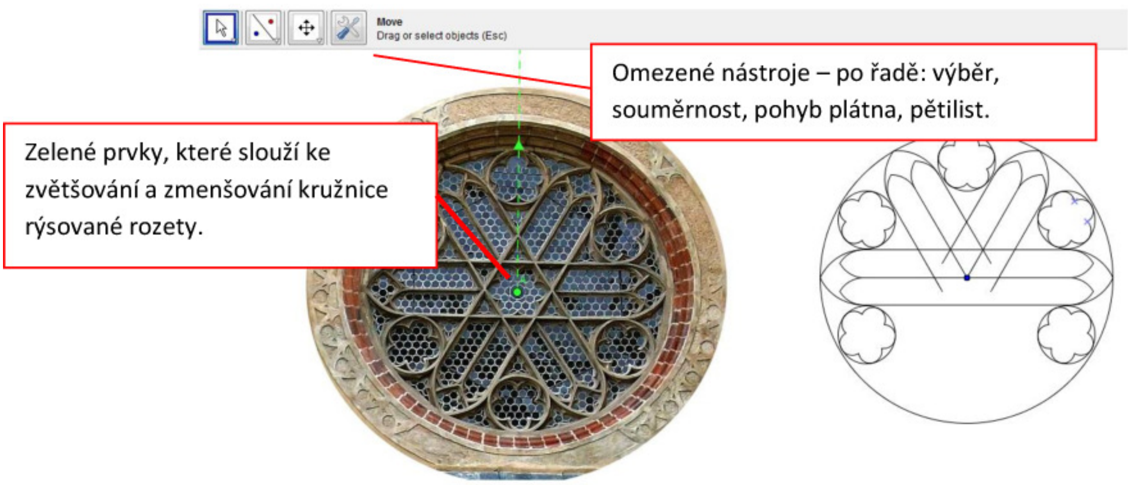
Člověka na gotických chrámech na první pohled zaujmou jeho obrovská okna. Kruhová okna se nazývaly rozety a na těchto oknech je vidět, jaký cit měli stavitelé pro souměrnost.

Jednu takovou rozetu máte sestrojenu na obrázku. Část jí však chybí a navíc přestaly fungovat všechny nástroje *Geogebry* kromě osové a středové souměrnosti. I s takto omezenými možnostmi však lze stavitelovo dílo dokončit.

## POPIS ZÁKLADNÍHO OVLÁDÁNÍ

Aby úkol nebyl příliš zdlouhavý, byl vytvořen a nechán zobrazen nástroj pro vytváření pětilistu.

Zelené prvky na obrázku slouží ke zvětšování a zmenšování poloměru rýsované rozety.

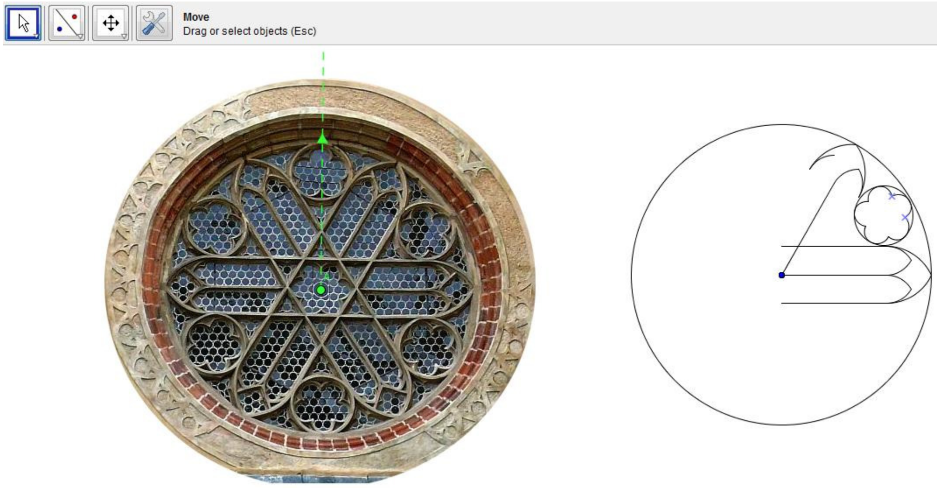



Zdroj obrázku:
*Ivča a Jirka* [online]. c2011 [cit. 2011-03-15]. Ze Zlaté Koruny na Dívčí kámen, údolím Křemžského potoka do Holubova a zpět. Dostupné z WWW: <http://www.ivcajirka.estranky.cz/fotoalbum/2010-ceskokrumlovsko/ze-zlate-koruny-na-divci-kamen--udolim-kremzskeho-potoka-do-holubova-a-zpet/p1320815.html>.

Metodický list

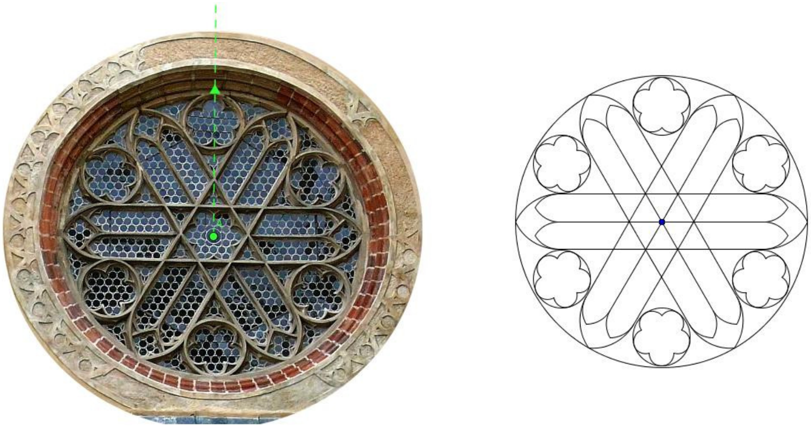
Gotická geometrie prostřednictvím počítače

## OBRÁZKY




Zdroj obrázku:
*Ivča a Jirka* [online]. c2011 [cit. 2011-03-15]. Ze Zlaté Koruny na Divči kámen, údolím Křemžského potoka do Holubova a zpět. Dostupné z WWW: <http://www.ivcajirka.estranky.cz/fotoalbum/2010-ceskokrumlovsko/ze-zlate-koruny-na-divci-kamen--udolim-kremzskeho-potoka-do-holubova-a-zpet/p1320815.html>.

**Obrázek 1**



Zdroj obrázku:
*Ivča a Jirka* [online]. c2011 [cit. 2011-03-15]. Ze Zlaté Koruny na Divči kámen, údolím Křemžského potoka do Holubova a zpět. Dostupné z WWW: <http://www.ivcajirka.estranky.cz/fotoalbum/2010-ceskokrumlovsko/ze-zlate-koruny-na-divci-kamen--udolim-kremzskeho-potoka-do-holubova-a-zpet/p1320815.html>.

**Obrázek 2**

## METODICKÉ POZNÁMKY

V této úloze si může učitel vybrat ze tří souborů, ve kterých jsou rozety v různé fázi dokončení. Úlohy jsou tímto stupňovány podle náročnosti jak na čas, tak na myšlení (nejobtížnější viz. Obrázek 1).

Žáky je vhodné upozornit na skutečnost, že při vytváření pětilistu v osové (středové) souměrnosti je možné zobrazovat v souměrnosti pouze vstupní body pětilistu a ten pak nástrojem „pětilist“ dotvořit. Také lze manipulací vstupních bodů pětilistu ukázat, jak jsou obrazy pětilistů závislé na původním vzoru.

Celou úlohu je možné dokončit použitím osové souměrnosti. Bylo by však přínosné, žáky pobídnout k tomu, aby využívali i souměrnost středovou.

Na konci úlohy mohou žáci vyzkoušet, překrýt svou rozetou rozetu na fotografii.

Metodický list

Gotická geometrie prostřednictvím počítače

## POUŽÍVANÁ SLOŽKA

*Zlata Koruna*

# ROZETA KATEDRÁLY V CHARTRES

## TÉMA

osová a středová souměrnost

## TYP ÚLOHY

dotvoření konstrukce s omezenými nástroji

## PEDAGOGICKÉ CÍLE

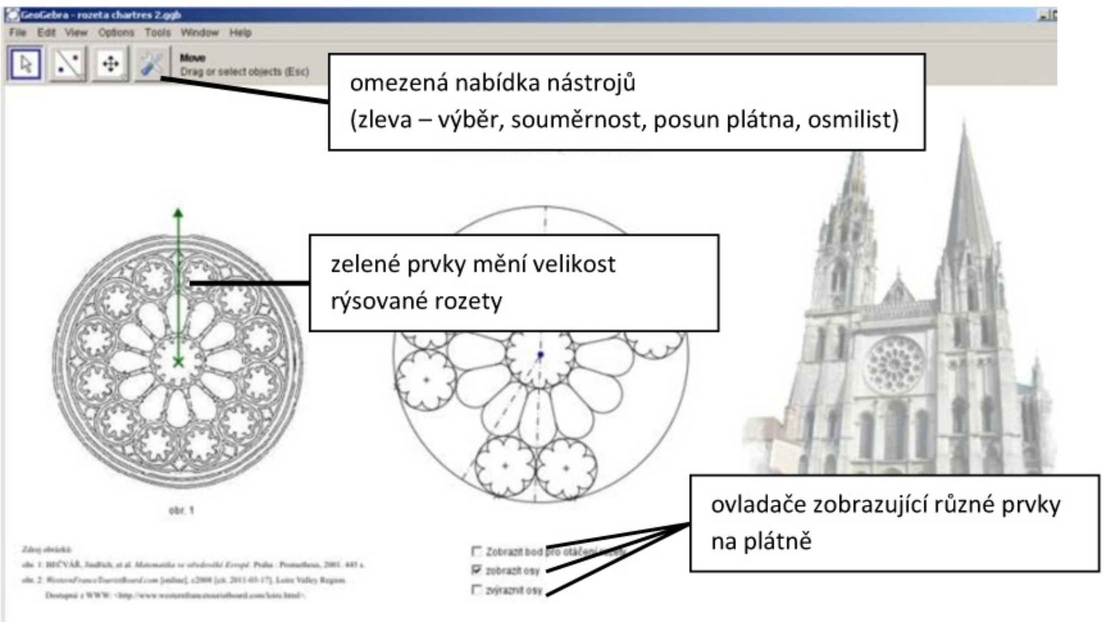
- vhled do problematiky osové a středové souměrnosti
- procvičení osové a středové souměrnosti
- trénování geometrické představivosti
- seznámení s kulturním dědictvím

## ZADÁNÍ

Katedrála v Chartres (Francie) je jedna z největších (a také jedna z prvních) gotických katedrál na světě. V jejím průčelí je krásné kruhové okno (tzv. rozeta).

Pokud bychom chtěli toto okno celé narýsovat, zabralo by nám to spoustu času. Katedrály se stavěly někdy i desítky let! Tolik času my ale nemáme. Narýsovali jsme proto jen pár základních obrazců. Zbytek lze jednoduše dotvořit pomocí osové a středové souměrnosti. Tak jen do toho!

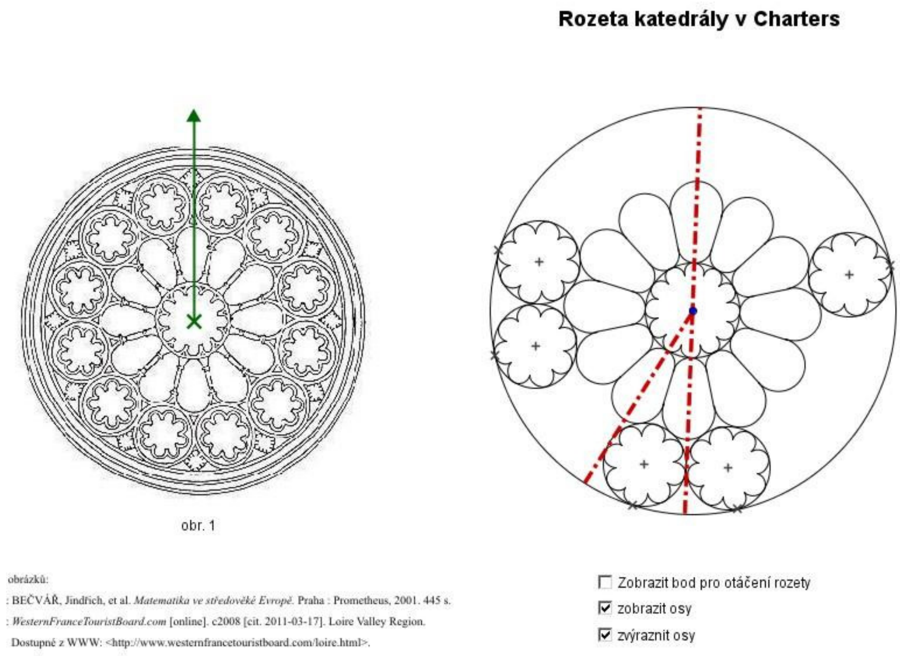
## POPIS ZÁKLADNÍHO OVLÁDÁNÍ



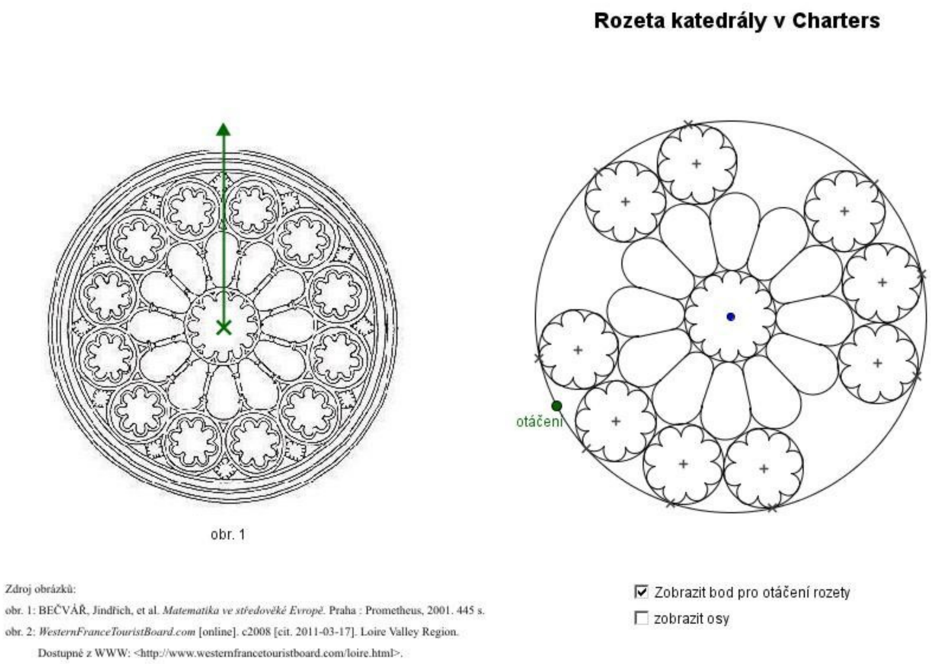
Metodický list

Gotická geometrie prostřednictvím počítače

## OBRÁZKY




**Obrázek 1**




**Obrázek 2**

Metodický list

Gotická geometrie prostřednictvím počítače

## METODICKÉ POZNÁMKY

Učitel má k dispozici několik souborů, ve kterých se nachází rozeta v různých fázích dokončení. Vyučující se takto může sám rozhodnout, kolik času chce tomuto příkladu věnovat.

Kvůli rychlejší konstrukci se doporučuje zobrazovat v souměrnosti pouze body, které budou určovat osmilist (tento nástroj byl ponechán zobrazen). Nástroj *osmilist* je primitivní a není třeba s ním žáky seznamovat – jistě se ho rychle naučí používat.

Na rozdíl od úlohy *Rozeta ve Zlaté Koruně* se v tomto úkolu žáci středové souměrnosti již nevyhnou. Pro větší přehlednost byl přidán ovladač, který zvýrazňuje osy souměrnosti (viz. Obrázek 1). Lze také pomocí zaškrtávacího políčka zobrazit bod, s kterým je možné rozetou točit (viz. Obrázek 2). Tento bod má žákům pomoci při pokusu, překrýt svým modelem vyobrazenou předlohu charterské rozety.

## POUŽÍVANÁ SLOŽKA

*Chartres*

Metodický list

Gotická geometrie prostřednictvím počítače

# PARABOLA VE STŘEDOVĚKU 1

## TÉMA

kuželosečky, konstrukce kuželoseček

## TYP ÚLOHY

manipulace s vytvořenou figurou, manipulace jako úvod do problematiky

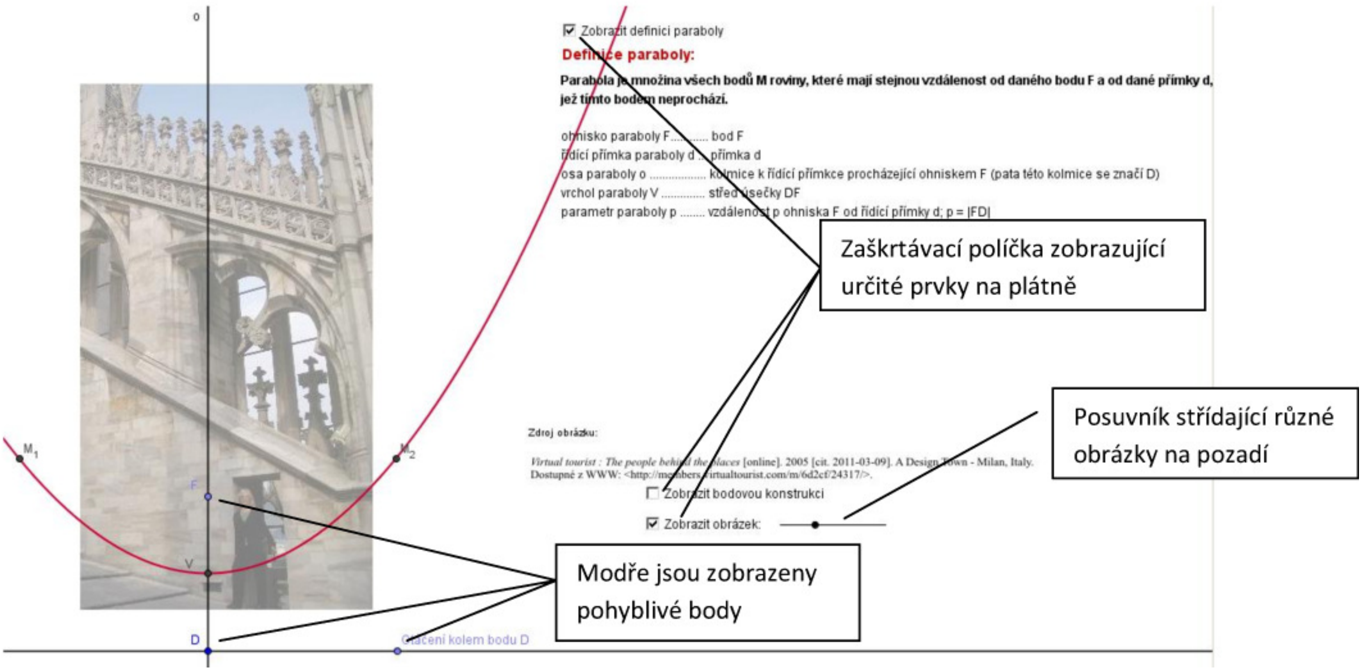
## PEDAGOGICKÉ CÍLE

- seznámení žáka s kuželosečkami a s jejich různými konstrukcemi
- žák získá manipulací s figurou vhled a představu, jaký vliv mají parametry kuželosečky na její tvar
- žák si na tomto modelu jasněji představí a vyzkouší různé konstrukce kuželoseček

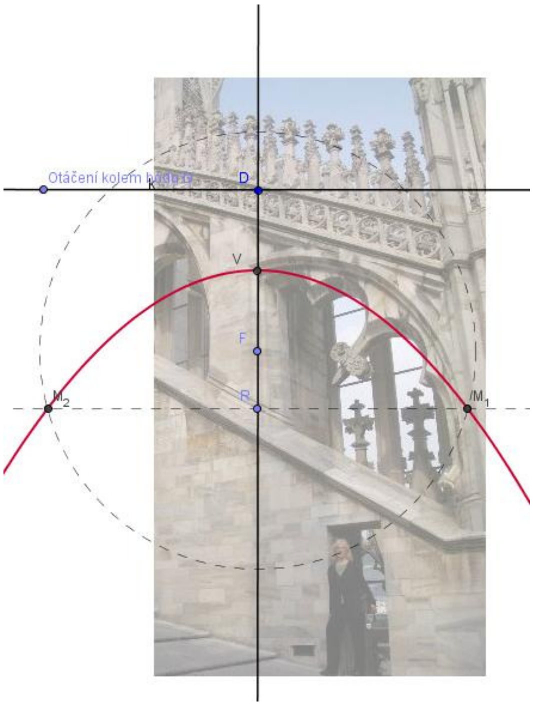
## ZADÁNÍ

Občas se můžeme doslechnout, že charakteristickým znakem gotiky je parabolický opěrný oblouk. Tvoří však skutečně opěrné oblouky katedrál parabolu či jde jen o nepřesné použití tohoto názvu? Zkuste najít odpověď vhodnou manipulací modelu.

## POPIS ZÁKLADNÍHO OVLÁDÁNÍ

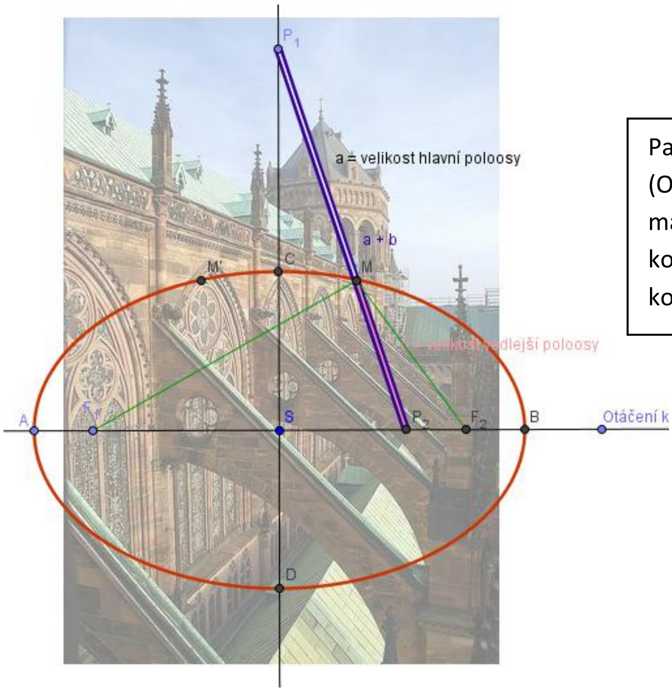


## OBRÁZKY




Manipulace s parabolou (Obrázek 1). Na obrázku je zobrazena i bodová konstrukce elipsy.

**Obrázek 1**

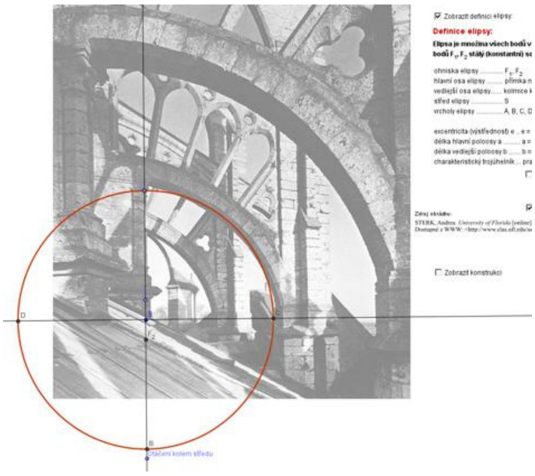



Parabola se nebude příliš s oblouky krýt. Na obrázku (Obrázek 2) je tedy zobrazen jiný soubor, kde probíhá manipulace s elipsou. Je zaškrtnuto políčko „zobrazit konstrukci“ a posuvníkem vybrána sčítací proužková konstrukce.

**Obrázek 2**

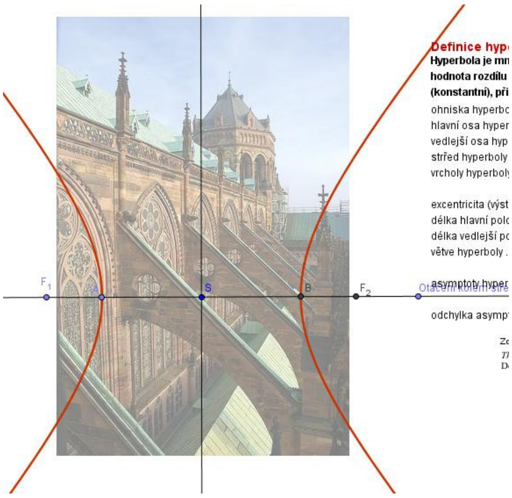
Metodický list

Gotická geometrie prostřednictvím počítače



Obrázek 3

Řešení příkladu, kdy se kuželosečka dostatečně kryje s opěrným obloukem.



Obrázek 4

Na obrázku (Obrázek 4) je zobrazena situace, kdy elipsa přešla vhodnou manipulací ohnisek do hyperboly.

## METODICKÉ POZNÁMKY

Tato úloha začíná manipulací s parabolou. Předpokládá se však, že tato kuželosečka nebude dostatečně krýt žádný oblouk z obrázků, protože gotické oblouky byly tvořeny částí kružnic. Poznatek, že opěrný systém byl tvořen částmi kružnic, by se však zatím neměl zmiňovat. Učitel dá následně žákům k dispozici jiný soubor a měli by si zkusit, zda by vyhovovala místo paraboly elipsa.

Kružnice je speciálním případem elipsy, a tak by žáci měli dojít ke kladné odpovědi (že elipsa vyhovuje).

Bylo by vhodné žáky navést i na případ, kdy se ohniska dostanou mimo úsečku *AB* a elipsa se tak změní v hyperbolu. Žáci tak mohou vidět příbuznost kuželoseček.

## POUŽÍVANÉ SLOŽKY

*Operny oblouk – parabola*

*Operny oblouk – elipsa*

Metodický list

Gotická geometrie prostřednictvím počítače

# PARABOLA VE STŘEDOVĚKU 2

## TÉMA

kuželosečky, algebraické vyjádření kuželoseček

## TYP ÚLOHY

manipulace jako úvod do problematiky

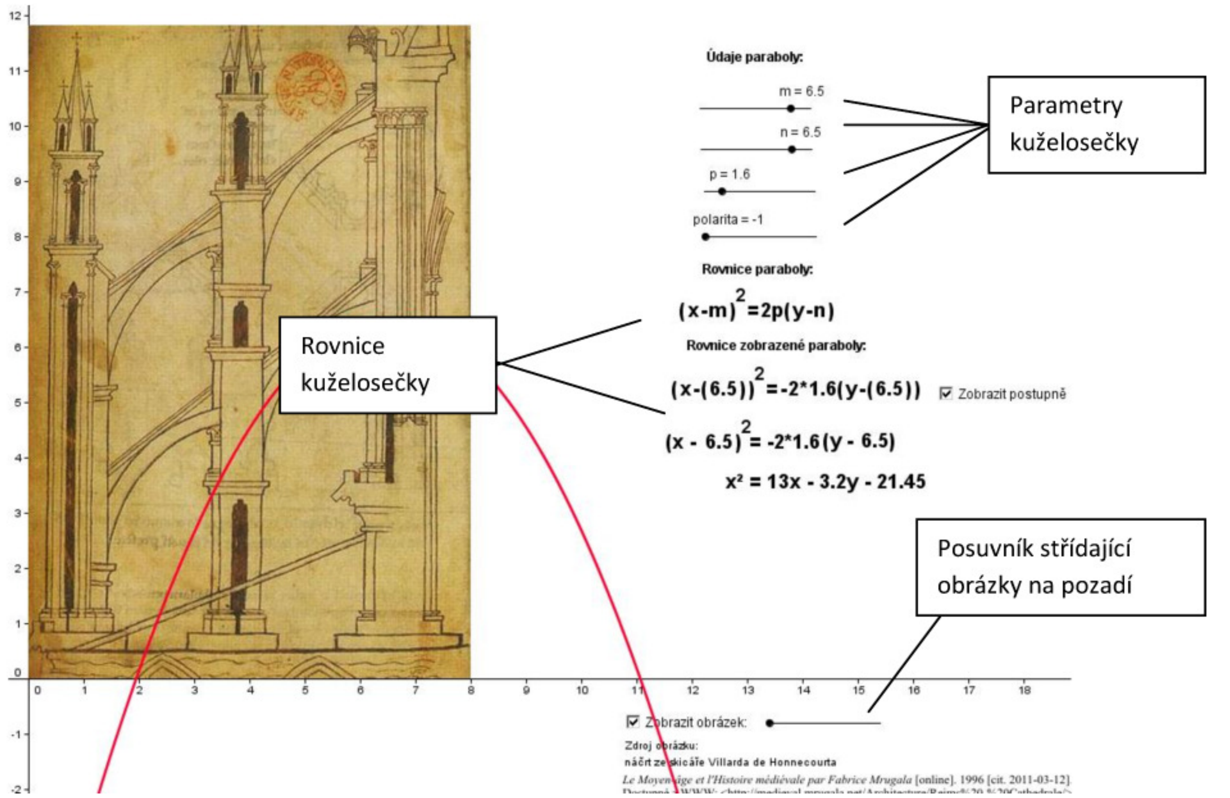
## PEDAGOGICKÉ CÍLE

- seznámit s kuželosečkami a s jejich algebraickým vyjádřením
- žák by měl zjistit, jaký vliv mají parametry kuželosečky na její tvar

## ZADÁNÍ

V úloze *Parabola ve středověku 1* jste mohli měnit tvar kuželosečky pouhým tažením bodů. V tomto případě bude situace těžší. Vliv na parabolu už nemáte jednoduchou manipulací bodů. Máte však k dispozici posuvníky, kterými měníte parametry kuželosečky. Lze nalézt vhodný překryv s oblouky na obrázku? Jaký vliv na kuželosečku má parametr m, n?

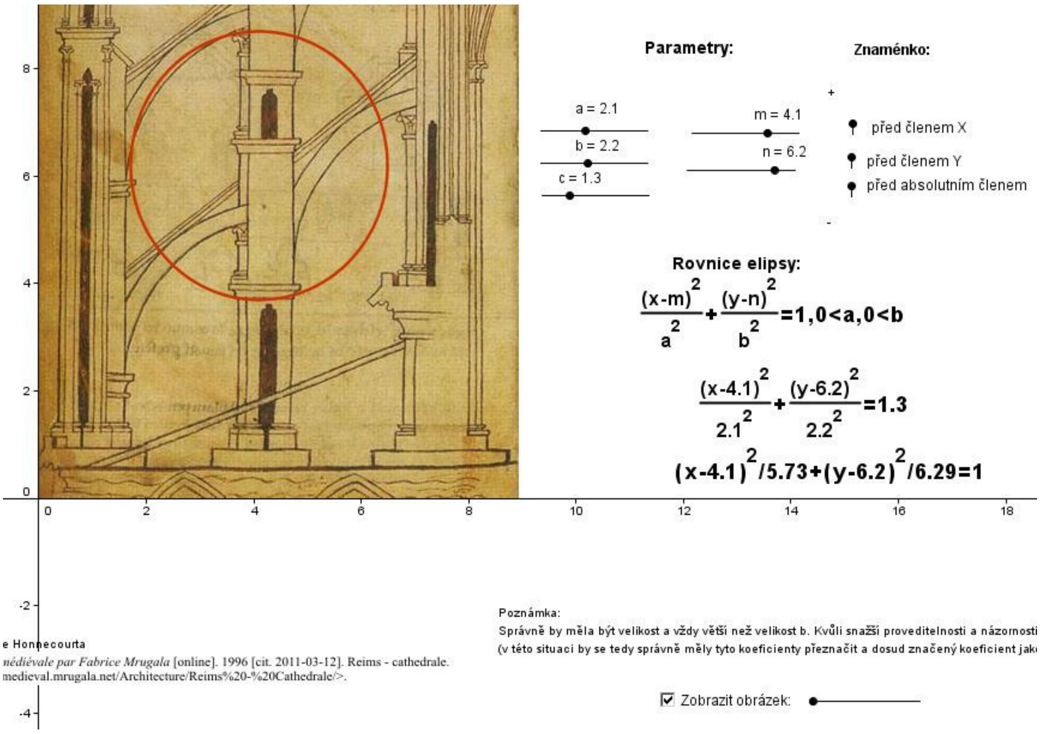
## POPIS ZÁKLADNÍHO OVLÁDÁNÍ



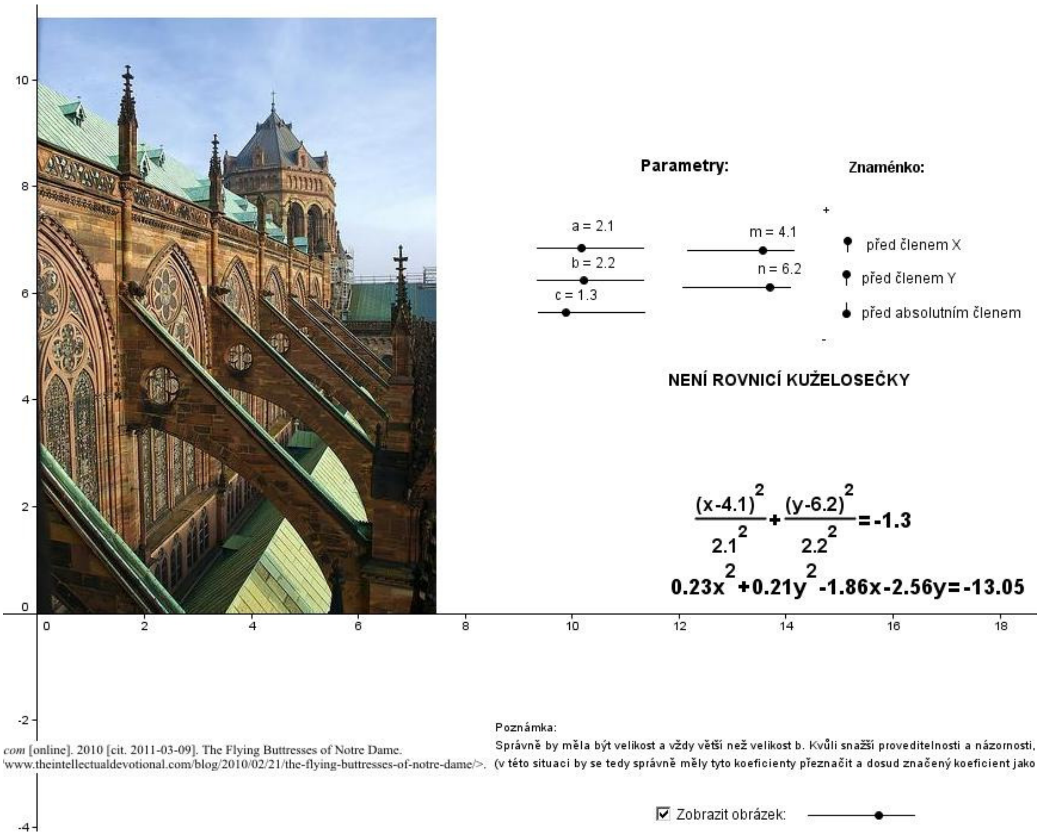
Metodický list

Gotická geometrie prostřednictvím počítače

## OBRÁZKY




**Obrázek 1**




**Obrázek 2**

Metodický list

Gotická geometrie prostřednictvím počítače

## METODICKÉ POZNÁMKY

Tato úloha začíná změnou parametrů paraboly, kde se k jejich změně používá pouze posuvníků.

Předpokládá se, že parabola nebude dostatečně dobře překrývat oblouky na obrázcích (je ale možné nalézt částečný překryv – oskulační kružnice paraboly). Proto tedy po chvíli snažení předloží učitel další soubor s jinou kuželosečkou – elipsou.

U elipsy přibyly další parametry. Při určité kombinaci těchto parametrů však kuželosečka zmizí. V tuto chvíli je vhodné navést žáky na předpis této „kuželosečky“ (kde je vidět, že např. dvě čísla na druhou se nikdy nebudou rovnat zápornému viz. (Obrázek 2)). Lze zde použít metodu pedagogické chyby, která spočívá v tom, že většina žáků narazí na problém, že jim kuželosečka zmizela. Tím se zvýší motivace, aby žáci vnímali učitele, který je může nasměrovat k řešení, či zdůvodnění, proč k této situaci došlo.

Pro lepší přehlednost jak se došlo k výsledné rovnici kuželosečky, je na plátně s parabolou možné zaškrtnout políčko, které zobrazí postupné odvození rovnice.

## POUŽÍVANÉ SLOŽKY

*Operny oblouk – parabola alg*

*Operny oblouk – elipsa alg*

Metodický list

Gotická geometrie prostřednictvím počítače

# OKNO SVATÉHO PROKOPA

## TÉMA

práce s prostředím dynamické geometrie, trénink geometrické představivosti, osová souměrnost

## TYP ÚLOHY

konstrukce modelu, ověřování žákovských hypotéz

## PEDAGOGICKÉ CÍLE

- procvičit se v tvoření konstrukcí pomocí počítače
- trénink geometrické představivosti
- procvičení osové souměrnosti

## ZADÁNÍ

Na nákresně vidíte rám okna kostela sv. Prokopa na Starém městě v Českých Budějovicích. Náš model ale obsahuje jen ty nejzákladnější prvky. Zkuste dokončit kružbu podle předlohy na fotografii. Jak jsou jednotlivé části kružby vytvořeny, máte zobrazeno na obrázcích vedle fotografie.

Ti z vás, kteří máte rádi výzvy – zkuste vytvořit toto okno, ovšem s tím rozdílem, že celá vámi vytvořená kružba se bude měnit díky pohybu pouze čtyř bodů (ukázkové řešení vám ukáže vyučující).

## POPIS ZÁKLADNÍHO OVLÁDÁNÍ

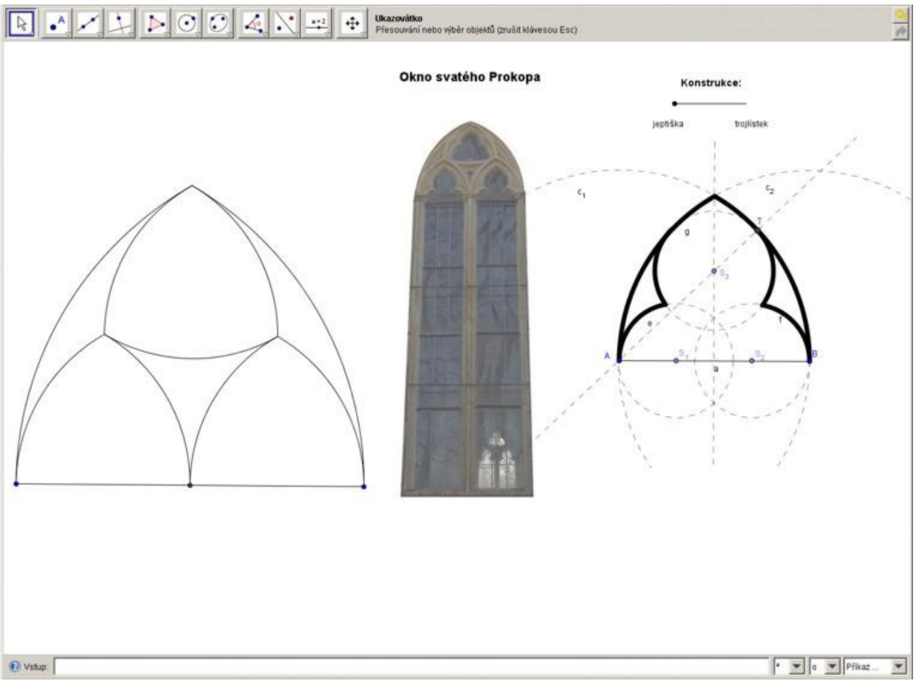
Při rýsování oken (viz Obrázek 1) se střídají obrázky zobrazených konstrukcí pomocí posuvníku.

V rozšiřující úloze (viz Obrázek 2) se manipuluje zeleně zvýrazněnými body.

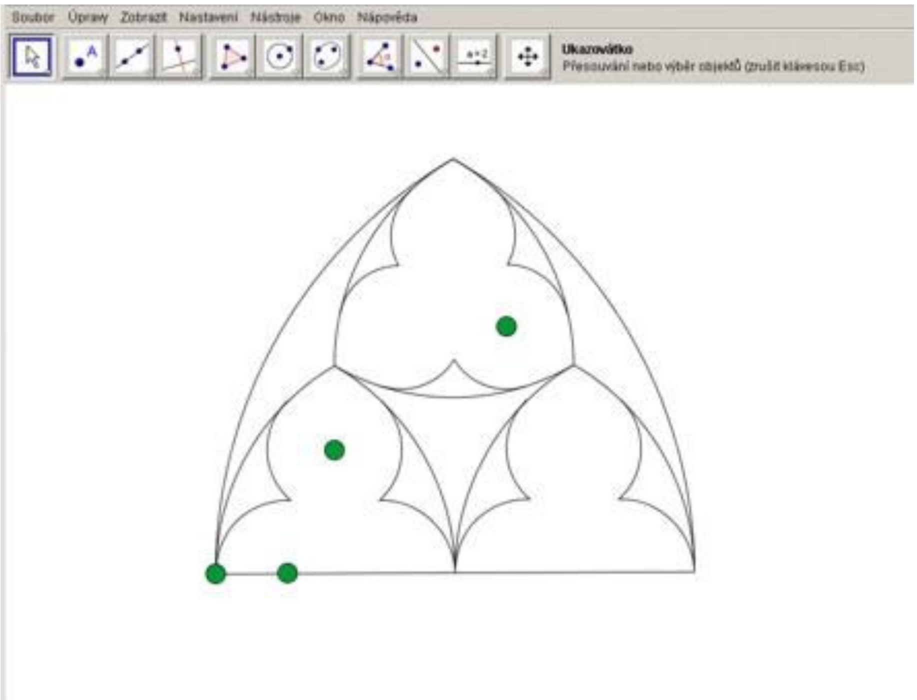
Metodický list

Gotická geometrie prostřednictvím počítače

## OBRÁZKY



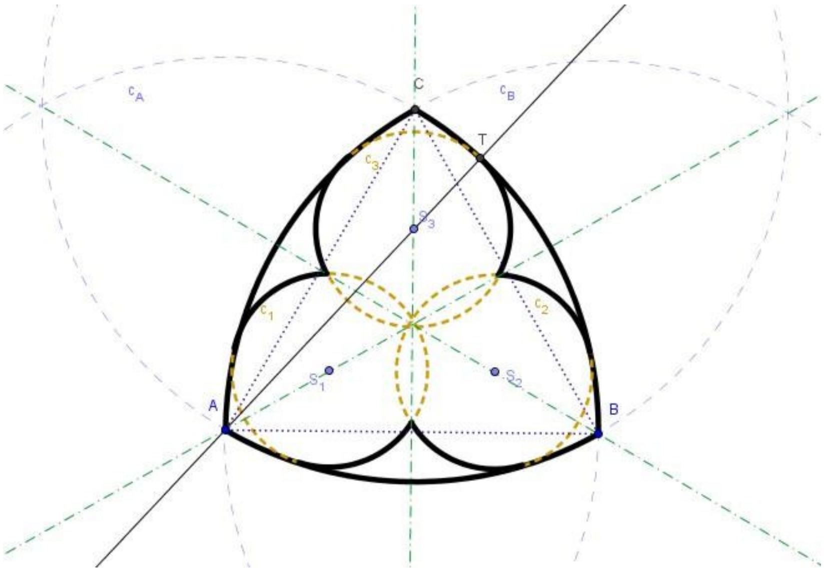

**Obrázek 1**




**Obrázek 2**

Metodický list

Gotická geometrie prostřednictvím počítače




**Obrázek 3**

## METODICKÉ POZNÁMKY

Tato úloha se dá rozdělit do tří menších podúloh. V první se konstruuje architektonický prvek zvaný jeptiška, ve druhé úloze trojlist ve sférickém trojúhelníku a poslední úlohou je vytvoření celkové kružby. Konstrukce jsou zobrazeny na obrazcích, z kterých by mělo být zřejmé, jak daná kružba vznikla. Vhled do konstrukce trojlístku ve sférickém trojúhelníku může být obtížný (viz Obrázek 3) – učitel by se dle vlastního uvážení měl rozhodnout, zda aspoň část tohoto trojlístku nenarýsuje spolu s žáky.

Rozšiřující úloha, kdy má žák zkonstruovat kružbu, která se mění pohybem tří bodů, se řeší pomocí osové souměrnosti. Není to však jediný možný způsob (např. lze úlohu řešit vhodným posunutím).

## POUŽÍVANÁ SLOŽKA

*Okno sv Prokopa*