

JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH
PEDAGOGICKÁ FAKULTA

**Schémata pro řešení složených slovních úloh v matematice na
prvním stupni základního vzdělávání**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Vedoucí práce:

doc. PhDr. Alena Hošpesová, Ph.D

Vypracovala:

Iva Taflířová

2012

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracovala samostatně a že jsem k jejímu zpracování použila zdroje uvedené v seznamu literatury.

V Českých Budějovicích dne 10. 4. 2012

.....

Podpis

Poděkování

Ráda bych tímto poděkovala vedoucí této diplomové práce za čas a připomínky věnované zpracování této práce.

ANOTACE

Diplomová práce pojednává o složených slovních úlohách, jejich analýze a metodách jejich řešení.

Téma práce jsem si vybrala z toho důvodu, že mě tato oblast zajímá a v rámci své budoucí praxe bych chtěla proniknout právě do oblasti matematiky a pochopit tak zákonitosti řešení složených slovních úloh na nižším stupni základní školy.

Diplomová práce je rozdělena do dvou základních částí – v teoretická část práce se zabývá vzdělávacím programem Matematika a její aplikace, druhy slovních úloh, způsoby řešení slovních úloh a složenými slovními úlohami. Praktická část práce přináší analýzu a kompletní ukázkou metod řešení složených slovních úloh.

Klíčová slova

Slovní úloha, složená slovní úloha, metody řešení, analýza řešení, matematika.

ANOTATION

The diploma thesis deals with compound word problems, their analysis and the methods of solving them.

The reason why I chose this topic for my diploma thesis is that I am interested in this field and, in view of my future profession, I would like to penetrate the field of mathematics and comprehend the rules of solving compound word problems at the First Stage of Primary School.

The diploma thesis is divided into two basic parts; in the theoretical part I write about the educational programme Mathematics and Its Application, about the types of word problems, the ways of solving word problems and about compound word problems. The practical part brings an analysis and an exhaustive list of examples of the methods of solving compound word problems.

Key words

Word problem, compound word problem, methods of solution, analysis of solution, mathematics.

OBSAH

ÚVOD

1. TEORETICKÁ ČÁST

1.1 Vzdělávací oblast „Matematika a její aplikace“	8
1.2 Slovní úlohy.....	9
1.2.1 Druhy slovních úloh.....	10
1.2.2 Kroky řešení slovních úloh.....	11
1.3 Složené slovní úlohy.....	14
1.4 Matematizace řešení složených slovních úloh	17
1.4.1 Analytická metoda	17
1.4.2 Syntetická metoda.....	19
1.4.3 Výhody a nevýhody jednotlivých metod	19
1.4.4 Další metody řešení složených slovních úloh	20
1.4.5 Postup při řešení složených slovních úloh	23
1.5 Postup při řešení složených slovních.....	24
1.5.1 Aditivní slovní úlohy	24
1.5.2 Multiplikační slovní úlohy.....	25

2. PRAKTICKÁ ČÁST

ÚVOD

2.1 Výběr třídy.....	28
2.1.1 Pre test	29
2.1.2 Grafy	31
2.2 Řešení slovních úloh pomocí.....	34
2.2.1 Řešené příklady	38
2.3 Post test.....	42
2.3.1 Celkové výsledky post testu.....	50
ZÁVĚR.....	53

POUŽITÁ LITERATURA A ZDROJE	55
SEZNAM PŘÍLOH	56

ÚVOD

Ve své práci jsem se rozhodla zaměřit na problematiku řešení slovních úloh, protože pro naprostou většinu žáků i studentů je to obtížné téma. Matematizace slovní úlohy není pro žáka snadná, protože se při ní zapojují složité myšlenkové operace. Při studiu možných metod řešení, jsem narazila na možnost, jak ulehčit žákovi uchopení struktury úlohy pomocí *schémat* vztahů údajů v úloze. Ve školní praxi není tento přístup příliš známý. Nepodařilo se mi najít česky publikovanou metodiku. Cílem této diplomové práce je takovou metodiku vytvořit, vyzkoušet ji se skupinou žáků a vyhodnotit jejich úspěšnost.

Můj osobní názor při zahájení práce na diplomovém úkolu byl, že se ke schémátům budou žáci a učitelé stavět pozitivně, protože dovednost objevovat na počátku řešení strukturu úlohy a schématicky ji znázorňovat by se mohla pozitivně projevit ve vyšší úspěšnosti při řešení složitějších úloh ve vyšších ročnících. Počítala jsem ale i s možností, že studie nebude úspěšná, ačkoli zahraniční zkušenosti byly pozitivní. Rozhodla jsem se do této problematiky nahlédnout a zjistit uplatnění schémat v porovnání s jinými metodami v praxi.

1. TEORETICKÁ ČÁST

1.1 Vzdělávací oblast „Matematika a její aplikace“

Jelikož slovní úlohy a složené slovní úlohy jsou součástí předmětu matematiky, pojednám na úvod práce nejprve stručně o vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace, aby bylo zřejmé, kdy a proč jsou slovní úlohy řešeny, za jakým účelem a na jakém stupni.

Vzdělávací oblast **Matematika a její aplikace** je v základním vzdělávání založena především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě a umožňuje tak získávat matematickou gramotnost.

Vzdělávání klade důraz na důkladné porozumění základním myšlenkovým postupům a pojmům matematiky a jejich vzájemným vztahům.

Vzdělávací obsah vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace je rozdělen na čtyři tematické okruhy:

- 1) V tematickém okruhu *Čísla a početní operace* si žáci osvojují aritmetické operace v jejich třech složkách: dovednost provádět operaci, algoritmické porozumění (proč je operace prováděna předloženým postupem) a významové porozumění (umět operaci propojit s reálnou situací). Učí se získávat číselné údaje měřením, odhadováním, výpočtem a zaokrouhlováním.
- 2) V tematickém okruhu *Závislosti, vztahy a práce s daty* žáci rozpoznávají určité typy změn a závislostí, které jsou projevem běžných jevů reálného světa, a seznamují se s jejich reprezentacemi.
- 3) Okruh *Geometrie v rovině a v prostoru*.
- 4) *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*. Žáci se v rámci tohoto okruhu učí řešit problémové situace a úlohy z běžného života, pochopit a analyzovat problém, utřídit údaje a podmínky, provádět situační náčrty, řešit optimalizační úlohy. Řešení logických úloh, jejichž obtížnost je závislá na míře rozumové vyspělosti žáků, posiluje vědomí žáka ve vlastní schopnosti logického uvažování a může podchytit i ty žáky, kteří jsou v matematice méně úspěšní.¹

¹ Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. Praha: VÚP, 2007. Dostupné na http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV_2007-07.pdf

Ve vzdělávacím programu Matematika a její aplikace se žáci učí využívat prostředky výpočetní techniky (především kalkulátory, vhodný počítačový software, určité typy výukových programů) a používat některé další pomůcky, což umožňuje přístup k matematice i žákům, kteří mají nedostatky v numerickém počítání a v rýsovacích technikách. Zdokonalují se rovněž v samostatné a kritické práci se zdroji informací.

1.2 Slovní úlohy

Slovními úlohami rozumíme takové úlohy, ve kterých je souvislost mezi danými a hledanými údaji vyjádřena slovní formulací, neboli je popsána reálná situace, kterou je možné řešit matematickými prostředky. Pomocí vhodných úvah zjišťujeme, jaké početní operace je třeba provést se zadanými údaji, abychom mohli odpovědět na otázku slovní úlohy. Principem řešení těchto úloh je vytvoření matematického modelu konkrétní situace vyjádřené textem úlohy. Přejchod od reálné situace k příslušnému matematickému modelu se nazývá matematizace reálné situace.

Slovní úlohy mohou být zařazeny v různých etapách vyučovacího procesu – mají různé cíle, např. motivaci učiva, získávání nových poznatků, ilustraci učiva, procvičování učiva, prověřování zvládnutí učiva aj.

Slovní úlohy mají ve vyučování matematice nezastupitelné místo také vzhledem ke svému didaktickému významu, který lze stručně vymezit takto:

- a) řešení slovních úloh má velký vliv na rozvoj myšlení žáků, jejich pozornosti a představivosti,
- b) řešení slovních úloh má při vhodném využití značný výchovný dosah,
- c) na úlohách se hlouběji objasňují a konkretizují základní matematické pojmy,
- d) při řešení slovních úloh se upevňují početní návyky a uvědomělé používání základních početních operací,
- e) řešení slovních úloh připravuje žáky k využívání matematiky v praktickém životě

1.2.1 Druhy slovních úloh

Existuje několik druhů slovních úloh. Slovní úlohy dělíme podle různých hledisek. Podle počtu výpočtů potřebných k vyřešení úlohy rozlišujeme slovní úlohy:

1) jednoduché – úlohy, k jejichž vyřešení potřebujeme jednu početní operaci

- úlohy na sčítání a dočítání
- úlohy na sčítání a odčítání s porovnáváním
- úlohy na násobení a dělení
- úlohy na násobení a dělení s porovnáváním

2) složené – úlohy, k jejichž vyřešení používáme dvě nebo více početních operací

Každá slovní úloha obsahuje údaje a otázku. Podle toho dále rozlišujeme tyto druhy slovních úloh:

- a) Slovní úlohy s nadbytečnými údaji – tj. údaji, které při „hledání“ odpovědi na otázku nepotřebují. (Žáci se učí odlišovat údaje pro řešení podstatné od údajů nepodstatných.)
- b) Slovní úlohy s chybějícími údaji – údaje se musí zjistit a doplnit (např. vynechané ceny zboží v některých úlohách, žáci zjistí aktuální ceny a úlohu řeší).²

Při řešení slovní úlohy hledáme vždy vztah mezi reálným problémem a matematickou úlohou. Postup můžeme vyjádřit následujícím obecným schématem:

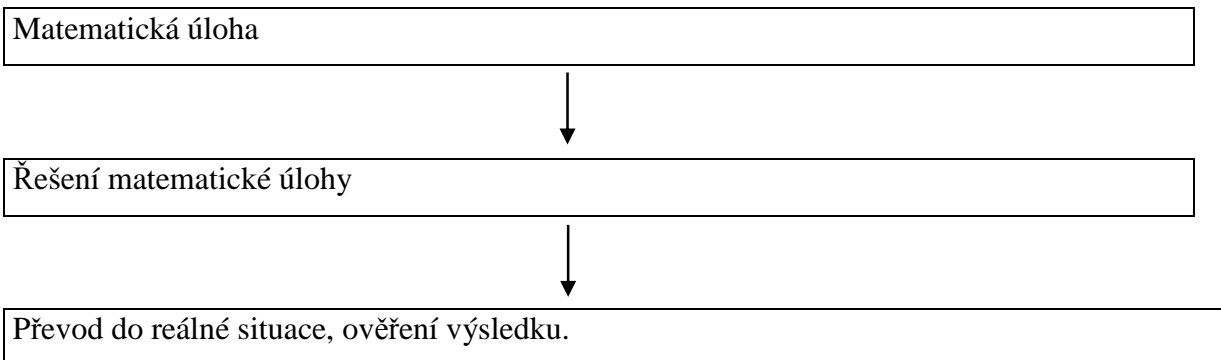
Úloha z praxe – reálný problém



Studium úlohy, vyčlenění vztahů mezi objekty.



² Blažková, R., Matoušová, K., Vaňurová, M. *Kapitoly z didaktiky matematiky (slovní úlohy, projekty)*. Brno: Masarykova univerzita, 2002. s. 42



1.2.2 Kroky řešení slovní úlohy

1) Rozbor

Na počátku se žák seznamuje s textem úloh. Zadáání v 1. ročníku může být uvedeno obrázkem. To je dost problematické, protože žáci mohou na otázku odpovědět na základě informací, které obrázek sděluje a necítí potřebu provádět početní operaci. Text úlohy má být jednoduchý, srozumitelný. Často se požaduje, aby žáci úlohu zapsali. Samostatnou tvorbu zápisu požadují učitelé obvykle na žácích od 3. ročníku. Forma není předepsaná, záleží na učiteli, jaký zápis je vhodný.

Rozbor může také obsahovat znázornění. Učitelé by je měli požadovat pouze tehdy, když má žák problém s vyřešením situace. Znázornění by mělo, co nejvíce odpovídat smyslu skutečnosti. Některé úlohy je vhodnější znázorněvat kreslením obrázků a jiné naopak na číselné ose. Zejména při počítání s většími čísly je třeba využívat abstraktnějších forem názoru. Grafické znázornění situace, které je důležitou součástí rozboru, dobrým žákům usnadní, slabším někdy přímo umožní řešení úlohy. Je vhodné střídat formy názoru, nesesetřávat formálně na jednom způsobu (modelu). Je možné použít (kuličky, kroužky, obdélníky, úsečky, atd.).

Rozboru slovní úlohy je třeba věnovat maximální pozornost. Nejprve je třeba sledovat zadané podmínky ve vztahu k otázce, tj. sledujeme, které údaje jsou zadány a které máme vypočítat. Myšlenkový postup zde mohou charakterizovat následující otázky: *Je možné splnit požadavky úlohy? Stačí či nestačí zadané údaje k určení údajů neznámých? Vyskytují se v zadání úlohy údaje nadbytečné? Odporují si některé údaje?*

*V jakém vztahu jsou zadané údaje k údajům hledaným?*³

Správné pochopení vztahu mezi podmínkou a otázkou vede i ke správné volbě početních operací potřebných k řešení úlohy. Pokud žák nezvládne dovednost provést rozbor, volí operace náhodně, hádá, jaké operace se zadanými údaji provede, pracuje beze smyslu. Při vlastním rozboru slovní úlohy lze žákům účinně napomoci tím, že je učitel učí klást si vhodné otázky, které jim usnadňují tzv. „uchopení úlohy“. Např. *Řešili jsme již někdy takovouto úlohu nebo úlohu podobnou, příbuznou nebo jen málo pozměněnou? Někteří žáci se totiž potřebují opřít o předešlou zkušenost v řešení úloh určitého typu. Známe nějakou poučku nebo větu, která by napomohla řešení? Jak jsou definovány pojmy vyskytující se v úloze?* Uvědomělé používání pouček a vět je třeba uplatňovat funkčně tak, aby nedocházelo k formalismu v tom smyslu, že žák sice zná nějaký vzorec, ale neumí jej v příslušné situaci uplatnit. *Můžeme najít jinou formulaci úlohy?*

Ke správnému pochopení úlohy přispívá i to, že žák umí vyjádřit úlohu vlastními slovy, eventuálně jednodušším způsobem.

2) Matematizace problému – na základě rozboru slovní úlohy je třeba zapsat vztahy mezi zadanými a hledanými údaji pomocí matematických výrazů. Žáci vyjádří vztah mezi danými a neznámými údaji příkladem, rovnicí, nerovnicí či grafem. K tomu je nutné zavést vhodné označení neznámých údajů (tím může být písmeno, otazník, aj.)

„Pro úspěšné zvládnutí této fáze řešení slovní úlohy je důležitý nácvik dovednosti přepsat text slovní úlohy do matematického vyjádření. Je tedy třeba zpočátku systematicky a cílevědomě procvičovat zápis slovního vyjádření matematického výrazu výrazem symbolickým. Např. *(číslo sedm zvětší pětkrát: $5 \cdot 7$, číslo a zvětší o tři: $a + 3$, dvojnásobek čísla b zmenší o 2: $2b - 2$).*“⁴

Současně je třeba nacvičovat i čtení a správné chápání symbolických zápisů a jejich slovních interpretací (např. $3x + 5$ znamená trojnásobek čísla x zvětší o 5).

3) Provedení odhadu výsledku - Pro správné řešení některých (zejména aritmetických) slovních úloh je důležité odhadnout výsledek, tj. určit alespoň řád čísla, které bude výsledkem

³ Blažková, R., Matoušová, K., Vaňurová, M. *Texty k didaktice matematiky pro studium učitelství I. stupně základní školy (2. část)*, Brno: Masarykova univerzita, 1996, s. 17

⁴ Blažková, R., Matoušová, K., Vaňurová, M. *Texty k didaktice matematiky pro studium učitelství I. stupně základní školy (2. část)*. Brno: Masarykova univerzita, 1996. s. 19

řešení. Odhady provádíme většinou pomocí zaokrouhlených čísel. Odhad provádíme vždy, když k výpočtu používáme kalkulačtory. Pokud jsou zadane údaje fyzikálními veličinami, pak je třeba určit, v jakých jednotkách bude výsledek vyjádřen.

4) Řešení matematické úlohy – jedná se o řešení příkladu, rovnice, nerovnice, nalezení výsledku na grafu apod. a to pomocí pamětných nebo písemných algoritmů. Stupeň zvládnutí početních operací má vliv na úspěšnost řešení slovní úlohy.

5) Zkouška správnosti – tato zkouška spočívá ve zjištění, která z nalezených řešení úlohy vyhovují podmínkám úlohy. Provádí se dosazením do textu úlohy - na 1. stupni se provádí spočítáním podle obrázku, vymodelováním dané situace. Musí odpovídat reálné situaci
(Př. 20 žáků 4. A se v neděli dívalo na televizi, 10 žáků bylo v kině. Kolik žáků chodí do 4. A? Nejméně 20, nejvíce 35 ($x \geq 20$)).

Zkouškou ověřujeme správnost získaného řešení, a to vzhledem k zadání úlohy. Přitom musíme respektovat nezbytnost zásady „dvou zkoušek při řešení slovní úlohy“, tzn., že zkoušce podrobujeme jak řešení matematických úloh, tak řešení vlastní slovní úlohy. Výsledek řešení slovní úlohy konfrontujeme s jejím zadáním a posuzujeme jej vzhledem k realitě popsané v úloze.

Návyk důsledného provádění zkoušky správnosti řadě žáků usnadní pochopení řešení úlohy a také přispívá k úspěšnosti řešení slovních úloh.

6) Odpověď na otázku slovní úlohy – v této fázi je dobré vrátit se k otázce (hlavně u složených úloh). Po provedené zkoušce správnosti formulujeme podle zadání úlohy stručně slovní odpověď. V nižších ročnících základní školy se však zpravidla nejprve vysloví odpověď a potom se teprve provede zkouška správnosti. Jestliže se totiž provádí zkouška správnosti dříve, než se formuluje odpověď, pak děti často uvádějí do odpovědi výsledek zkoušky správnosti. Od 3. ročníku je již možné formulovat odpověď až po provedené zkoušce správnosti. Učíme tím děti zodpovědnosti za výsledky své práce.⁵

⁵ Blažková, R., Matoušková, K., Vaňurová, M. *Texty k didaktice matematiky pro studium učitelství 1. stupně základní školy (2. část)*. Brno: Masarykova univerzita, 1996. s. 21

1.3 Složené slovní úlohy

„Složené slovní úlohy jsou specifickým druhem slovních úloh, jejichž řešení je pro žáka mnohem náročnější než řešení jednoduchých slovních úloh. Tomu je tak hned z několika příčin – k vyřešení takové slovní úlohy je třeba provést více početních úkonů a navíc existuje několik typů a druhů úloh.“⁶

Rozdíl složených slovních úloh oproti jednoduchým slovním úlohám je možné vidět také v tom, že v jednoduchých slovních úlohách pomáhá otázka najít správný početní výkon. Naproti tomu u složených slovních úloh je formulována jen jedna otázka. To, co bude potřeba dále vypočítat, neboli otázky dalších dílčích úloh, musí řešitel formulovat sám.

Jak již bylo řečeno, za složenou slovní úlohu lze považovat úlohu, k jejímuž řešení potřebuje žák využít alespoň dva početní výkony. Žáci se je začínají učit řešit již ve 2. ročníku základní školy, byť se to může zdát laikům brzy, protože běžné reálné situace, se kterými se setkávají, jsou málokdy tak jednoduché, že k jejich řešení postačí aparát jednoduchých slovních úloh. Je však třeba konstatovat, že na 1. stupni základní školy se jedná obvykle o úlohy řešitelné dvěma, maximálně třemi početními úkony.

Složená slovní úloha je složena z několika dílčích jednoduchých slovních úloh, které je třeba vyřešit, abychom mohli odpovědět na otázku úlohy složené. „Je však třeba zdůraznit, že složená úloha v žádném případě není prostou sumou několika úloh jednoduchých, ale tyto dílčí úlohy na sebe významově navazují a jsou funkčně mezi sebou propojeny. Proto analýza složené úlohy na úlohy jednoduché je podstatnou částí řešení složené slovní úlohy.“⁷

Složené úlohy jsou velmi rozmanité. Na rozdíl od jednoduchých slovních úloh, z jejichž studia přirozeně vyplyne i jejich typologie, nelze třídění složených slovních úloh nijak postihnout tak, aby to žákům výrazně usnadňovalo řešení. Mezi učiteli také často převládá názor, že nejlepší metodou je řešit tyto úlohy řešením velkého množství úloh stejné struktury bezprostředně za sebou. V této metodě je však nebezpečí, že stále prosazovaný a opakovaný postup pak žáky často zbavuje povinnosti promýšlet situaci popsanou v úloze a uvážlivě volit pracovní a početní postupy. Bezmyšlenkovité procvičování určitého typu vede rychle

⁶ Coufalová, J. Matematika s didaktikou pro 2. roč. učitelství 1. stupně ZŠ. PF, Plzeň 1993. s. 103

⁷ Divíšek, J. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989. s. 127

k vypěstování dovednosti řešit typizované úlohy, ale fakticky znemožňuje řešit praktickou reálnou úlohu, která obvykle typizovaná není.

Složené slovní úlohy nejsou všechny stejně obtížné. Některé texty těchto slovních úloh jsou natolik instruktivní, že v nich popisované činnosti přímo připomínají manipulace, kterými byla vysvětlována podstata jednotlivých početních výkonů, a proto je jejich volba na první pohled zřejmá žák úlohu vnitřně prožívá a současně provádí výpočet.

Příklad

V autobusu bylo 27 cestujících. Na zastávce 9 cestujících vystoupilo a 7 přistoupilo. Kolik osob potom bylo v autobusu?

Obtížnější situace však nastane, když nelze paralelně text číst a úlohu řešit, ale musíme nejprve formulovat dílčí otázku, abychom získali potřebný údaj.⁸

Složená slovní úloha je většinou formulována tak, že zahrnuje určitý hlavní problém, který je pak předmětem otázky, ale k jeho vyřešení nejsou dány všechny potřebné údaje. Úkolem řešitele je formulovat dílčí úlohu nebo i několik úloh, pomocí kterých se údaje potřebné k řešení úlohy získávají. Jestliže u jednoduché slovní úlohy stačilo k vyřešení nalezení vhodné početního úkonu, pak zde musíme připravit celý plán řešení, který se sestává ze dvou základních fází:

V první fázi si žák:

- a) uvědomí, jakým početním úkonem je třeba řešit hlavní problém úlohy zformulovaný v otázce a jaké k tomu potřebuje údaje,
- b) zformuluje dílčí úlohy, kterými z daných údajů vypočítá údaje potřebné pro hlavní úlohu.

⁸ Divišek, J. *Didaktika matematiky pro učitelství I. stupně ZŠ*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989. s.128

V druhé fázi žák:

- a) vyřeší potřebné dílčí úlohy,
- b) vyřeší hlavní úlohu zformulovanou v otázce,
- c) provede kontrolu a vysloví odpověď.⁹

Z výše uvedeného je zřejmé, že podstatně náročnější je první fáze řešení úlohy. Proto se učitelé doporučuje, aby rozbor úlohy zahajoval otázkou: „Co potřebujeme znát k tomu, abychom mohli vypočítat *neznámý údaj z otázky úlohy*?“ Správnou odpovědí na takovou otázku žák objeví jak početní výkon, tak i další potřebné údaje. Problém však bývá v tom, že na takové otázky lze velice často odpovědět hned několika možnými způsoby a účelně odpoví jen ten žák, který bere v úvahu údaje, které má k dispozici. Bez této orientace úlohu nevyřeší. Na otázku učitele tedy nelze vždy odpovídat jednoznačně bez respektování daných údajů, tak jako také nelze z daných údajů sestrojít odpověď bez respektování otázky.

Jak již bylo řečeno, některé složené slovní úlohy mají velice jednoduchou lineární strukturu a žáci je spolehlivě řeší nazpaměť hned při čtení v textu. Ve 3. a 4. ročníku základní školy se již začínají objevovat složitější složené slovní úlohy, ve kterých jsou dílčí úlohy, ve kterých je základem situace porovnávání tříd, případně je úloha inverzně formulovaná. Proto je třeba, aby učitel po žácích vyžadoval, aby vždy po vyslovení odpovědi žák zkontroloval, zda opravdu odpověděl na otázku úlohy.

Stejně jako u jednoduchých slovních úloh vznikají také u složených slovních úloh určité metodické problémy. Jedná se zejména o to, že nemůžeme žákům dát obecně použitelný návod, jak tyto úlohy řešit a vyřešit. Při sestavování plánu řešení se opíráme především o zkušenost nebo o určité konkrétní sestavy. Proto máme nejlepší výsledky s úlohami, které je možné dobře znázornit, dramatizovat, řešit v činnostech apod. Naopak největší potíže jsou s úlohami, jejich údaje jsou vázány vztahy, které nelze dobře znázornit ani pomocí činnosti vhodně modelovat. V souvislosti s tím zde vyvstává druhý problém, a to omezené možnosti vhodného znázornění složené slovní úlohy. Zatímco u jednoduchých slovních úloh spočívala podstata řešení a znázornění v nalezení vhodného početního úkonu, u složených slovních úloh je třeba postihnout celou strukturu vztahů

⁹ Divíšek, J. *Didaktika matematiky pro učitelství I. stupně ZŠ*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989. S. 127-129

1.4 Matematizace při řešení složených slovních úloh

Při řešení složených slovních úloh je třeba provést matematizaci úlohy. Matematizace úlohy znamená, že z dané reálné situace s reálným problémem přecházíme k úloze matematické a místo reálného problému řešíme problém matematický. Matematizace spočívá v tom, že žáci vyjádří vztah mezi danými a neznámými údaji příkladem rovnicí, nerovnicí, grafem.

Mezi základní metody řešení složených slovních úloh patří:

- 1) Analytická metoda – od otázek k údajům
- 2) Syntetická metoda – od údajů k otázce
- 3) Metoda analyticko-syntetická – kombinace obou předešlých metod

1.4.1 Analytická metoda

Jedná se o metodu, která volí postup od otázky k údajům. „Analytický postup v řešení slovní úlohy znamená, že vyjdeme z otázky a sestavíme jednoduchou slovní úlohu, pomocí níž lze na otázku odpovědět.“¹⁰Tato metoda se volí zpravidla v období, kdy žák teprve získává zkušenosti s řešením složených slovních úloh. Dává spolehlivý návod čím začít a jak postupovat. Umožňuje sestavit plán řešení.(Při rozboru vycházíme z otázky a hledáme údaje, které potřebujeme znát k jejímu zodpovězení. Pokud je v zadání nelze najít musíme se znovu ptát, které jiné údaje musíme znát, abychom potřebný údaj mohli vypočítat. Tento postup opakujeme tak dlouho, až k údajům v textu, které vám umožní údaj vypočítat.)¹¹

¹⁰ Divíšek, J. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989. s.131

¹¹ Blažková, R., Matoušková, K., Vaňurová, M. *Kapitoly z didaktiky matematiky (slovní úlohy, projekty)*. Brno: Masarykova univerzita, 2002. s. 51

Příklad

Maminka chtěla Járovi koupit kalhoty a košile. Kalhoty stály 470 Kč, košile byla o 220 Kč levnější. Kolik korun potřebovala maminka na nákup oblečení? (Inspirováno úlohou z učebnice pro 4. ročník Alter, s. 40)

Vydeme od otázky – Kolik korun potřebovala maminka na celý nákup? Jak to vypočítáme? Odpověď by měla znít: Sečteme cenu kalhot a košile.


Víme, kolik stojí košile? NE

Jak to vypočítáme? (Víme, že je o 220 Kč levnější než kalhoty, tzn.
 $470 - 220 = 250$)

Kolik tedy stojí košile? 250 Kč

Nyní můžeme úlohu vyřešit: $470 + 250 = 720$

Zápis:

Kalhoty	470 Kč	
Košile	o 220 Kč méně	

Košile $470 - 220 = 250$

Celkem x

$x = 470 + 250$ nebo $x = 470 + (470 - 250)$

$x = 720$ $x = 720$

Maminka zaplatila celkem 720 Kč.

1.4.2 Syntetická metoda

Při syntetickém postupu vycházíme z daných údajů a ze dvou z nich, které vhodně zvolíme, pak vypočteme další potřebný údaj. Z tohoto údaje pak z textu úlohy sestavíme další úlohu, a tak postupujeme, dokud nezískáme potřebný údaj k odpovědi na otázku celé úlohy.

Tato metoda se využívá v období, kdy žák již získal při řešení složených slovních úloh dostatek zkušeností. Číselných údajů potom dovede ihned využít k formulaci dílčích úloh a jejich řešením dojít k odpovědi na otázku složené slovní úlohy.

Při řešení stejné úlohy jako v předešlé podkapitole potom dostaneme:

Kolik stály kalhoty? $470-220=250$

Kolik Kč maminka potřebuje na nákup? $470+250=720$

1.4.3 Výhody a nevýhody jednotlivých metod

Analytická metoda je systematická, důkladná a spolehlivá. Analytický postup je také mnohem cílevědomější, zatímco syntetický postup je spíše spekulativní. V analytickém postupu uvažujeme, co je nutné vypočítat, abychom dospěli k cíli. Pro žáky vyšších ročníků je však tato metoda velmi zdlouhavá a stereotypní. Oproti tomu syntetická metoda je rychlejší, ale vyžaduje předchozí zkušenosti, je spekulativní tzn., že vypočítáme i řadu údajů, které nepotřebujeme. Žák někdy pracuje intuitivně, výpočtem zjišťuje i to, co možná k vyřešení zadaného problému nebude potřebovat. Při užití této metody je žák snad tvořivější, ale jeho činnost je méně uvědomělá.

Někteří autoři (např. Divíšek) doporučují při řešení slovních úloh začínat metodou analytickou a s přibývajícím zkušenostmi při řešení složených slovních úloh postupně přejít k syntetické metodě. Kombinovanou metodu volí zpravidla dospělí a při řešení neustále konfrontují otázku s údaji. Při rozboru převažuje metoda analytická, při výpočtu pak převažuje metoda syntetická.

Metoda řešení složené slovní úlohy je značně individuální a je závislá na vytvořené úrovni myšlenkových operací a také na zkušenostech žáka. Proto by nebylo správné, aby učitel žákům doporučoval vlastní metodu řešení, kterou např. jako dospělý odpozoroval introspekci. Probírané úlohy jsou totiž pro učitele velmi snadné a nepotřebuje pro ně již sestavovat plán řešení. Žák pak vlastně vidí jen syntetickou fázi a učí se řešit úlohy pouze synteticky. To je však velmi těžké, neboť z množství daných údajů, které jsou v textu většinou nepřehledně uspořádané, má vybrat právě ty, které vedou k vyřešení celého problému. To je však stále složitější, neboť i úlohy jsou stále složitější. Proto, pokud má učitel demonstrovat jen syntetické nebo analytické řešení, je pak vhodnější využít postupu analyticko-syntetického.

1.4.4 Další metody řešení složených slovních úloh

1) **Řešení složené úlohy řízeným pokusem** – jedná se o tzv. experimentální řešení, při jejichž řešení dosazujeme do matematického výrazu nebo do textu úlohy. Slovní úlohy se běžně řeší nejprve na reálných modelech jejich paralelní řešení na matematických modelech je běžné i ve skutečnosti např. při stavbě tunelů.

Příklad:

Na karneval paní učitelka nakoupila za 237Kč nanuky po 33Kč a 21Kč. Určete všechny možnosti pro nákup nanuků?

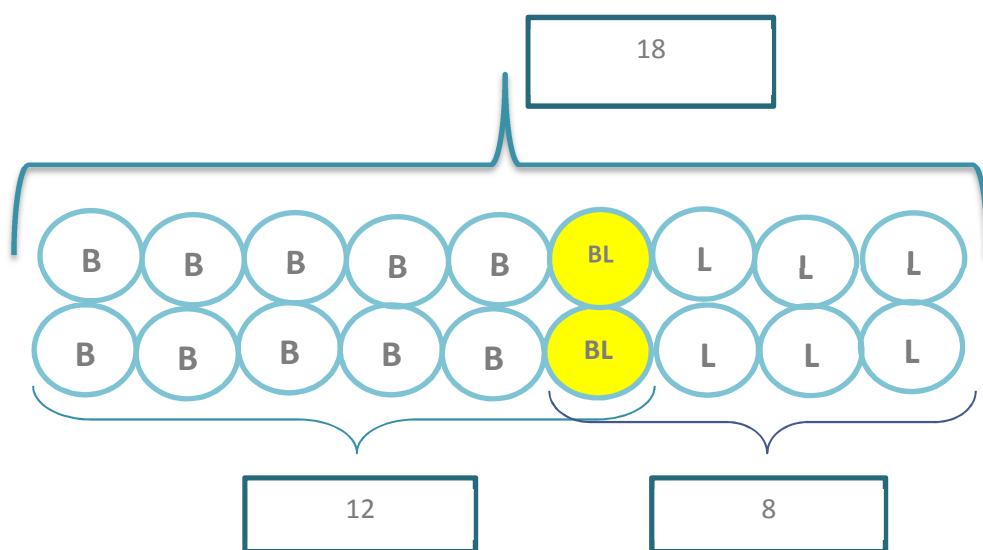
Experimentální řešení:

Počet nanuků po 33Kč	1	2	3	4	5	6	7	8
Cena nanuků po 33Kč	33	66	99	132	165	198	231	...
Cena nanuků po 21Kč	204	171	138	105	72	39	-	...
Počet nanuků po 21Kč	-	-	-	5	-	-	-	...

2) Grafické řešení složené slovní úlohy – tato metoda není na prvním stupni základní školy obecně používána. Grafické řešení poslouží žákům pouze dočasně jako náhrada aritmetického nebo algebraického řešení, s kterým žáci nemají dostatek zkušeností. Také skutečnost, že grafické řešení složených slovních úloh je demonstrováno na úlohách s malými čísly ukazuje obtíže, které vznikají při pokusech o zevšeobecnění této metody pro úlohy s malými čísly. Grafické řešení patří spíše do oblasti tzv. zajímavé matematiky. Žákům je tedy třeba ukázat pouze vzorové řešení typové úlohy, ale pak je třeba, aby řešily úlohy analogicky. Objevit grafické řešení úlohy není nijak lehké, ale vyřešit úlohu graficky je velmi zajímavé

Příklad:

Zjišťovali jsme kolik žáků z 3. A umí lyžovat a bruslit. Víme, že každý žák uměl alespoň bruslit nebo lyžovat. Ve třídě je 18 žáků. 12 umělo bruslit, 8 jich umělo lyžovat. Kolik žáků umí obojí (bruslit i lyžovat)?



3) Řešení speciálních typů složených slovních úloh

Úlohy na určení dvou čísel z jejich součtu a rozdílu

Příklad

Na březích potoka roste 26 vrb. Na levém břehu jich je o 6 více než na pravém břehu. Kolik vrb roste na každém břehu?

Úlohu vyřešíme velmi snadno tzv. vyrovnáním. Žáky je třeba přivést na myšlenku „vysadit na pravém břehu“ ještě 6 vrb, aby jich na obou březích bylo stejně. Vrb bude nyní $26+6=32$, polovina je jich vlevo $32:2=16$ a vpravo jich bylo předtím o 6 méně, tedy $16-6=10$. Méně vhodné by bylo vyrovnávat počet pokácením šesti vrb vlevo, ale i tak by bylo možné úlohu vyřešit.

Pokud sledujeme matematizaci této úlohy, je ji možné popsat takto:

- a) $26+6=32$
 $32:2 = 16$ (počet vrb vlevo)
 $16-6 = 10$ (počet vrb vpravo)
- b) $26-6=20$
 $20:2 = 10$ (počet vrb vpravo)
 $10+6 = 16$ (počet vrb vlevo)

1.4.5 Postup při řešení složených slovních úloh

Při řešení slovních úloh je nezbytné respektovat určitý postup, který dětem napomůže v orientaci ve slovních úlohách. Jedná se především o tyto kroky:

1. Provedeme rozbor slovní úlohy. Přitom je vhodné postupovat od otázky: Co máme vypočítat? Co je zadáno? Které údaje potřebujeme k odpovědi na otázku?
2. Úlohu graficky znázorníme.
3. Zdůrazníme volbu početní operace a zdůvodníme, proč volíme právě tuto operaci.
4. Zapíšeme příklad.
5. Příklad vypočítáme.
6. Provedeme zkoušku správnosti.

7. Vyslovíme nebo zapíšeme odpověď.¹²

1.5 Použití schémat při řešení složených slovních úloh

Při řešení složených slovních úloh mohou být žákovi velmi často nápomocná schémata. Nejdříve je třeba se zabývat tím, co to schémata vůbec jsou. Schéma lze vyložit v širokém kontextu životních zkušeností. Pokud se však jedná o matematická schémata, je vyložení tohoto pojmu užší. Na schéma můžeme pohlížet z dvou různých pohledů. První pohled zdůrazňuje teorii generického modelu a druhý zdůrazňuje úhel pohledu.

První pohled upřednostňuje vztah izolovaných a generických modelů o schématu, k němuž náleží. Schéma vzniká objevením prvního generického modelu. Podle druhého pohledu pohlížíme na schéma jako na dynamickou organizaci různorodých prvků, přičemž je třeba zdůraznit, že se nejedná o množinu prvků, ale také o soubor vazeb mezi jednotlivými prvky. Některá schémata jsou stabilní, jiná nikoli.

Pro potřeby aritmetiky základní školy má nejbohatší strukturu schéma číslo. Známa organizace pojmů reálné číslo, racionální číslo, nezáporné číslo, celé číslo a přirozené číslo naznačuje složitost tohoto schématu. Při řešení úloh, které se týkají jistého schématu, učitel obvykle volí některý jeho generický model a to nejlépe ten, který dané situaci dobře vyhovuje. Jestliže učitel ve svém schématu příslušný model nemá, stává se úloha pro řešitele problémem. Proto kvalitu schématu určuje v první řadě bohatost a různorodost jeho generických modelů.¹³

Nyní se krátce zmíním o jednoduchých schématech slovních úloh, kterými se dále v mé práci nezabývám.

¹² Blažková, R., Matoušková, K., Vaňurová, M. *Kapitoly z didaktiky matematiky (slovní úlohy, projekty)*. Brno: Masarykova univerzita, 2002. s. 72

¹³ Hejný, M. Budování matematických schémat. In Hošpesová, A., Stehlíková, N., Tichá, M. (Eds.) *Kultura vyučování matematice*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Č. Budějovicích, 2007), s. 81 – 122.

1.5.1 Aditivní slovní úlohy

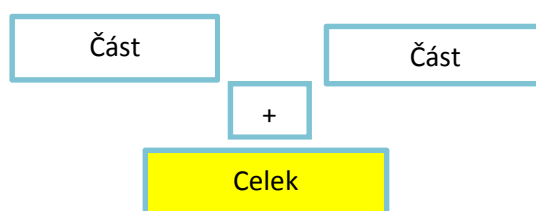
Jakmile se dítě naučí čísla, tak začne řešit slovní úlohy pomocí matematických schémat. Děti nejprve počítají soubory objektů ve slovní úloze. S vývojem dítě dosáhne nových schémat, např., jak se liší soubor objektů, soubory, které jsou přidány nebo odstraněny. Pak se mohou učit a rozumět matematickému jazyku a operacím a získat schopnost popsat změny reality v jazyce matematiky.

Dítě s touto omezenou znalostí by mohlo vyřešit například slovní úlohu: *K dispozici jsou 4 modrá auta a 3 červená auta na parkovišti. Kolik aut je na parkovišti?* Schéma s počítáním a sestavováním matematické množiny (4 objekty a 3 objekty), by dítě mohlo dát dohromady a spočítat všechno.

Nicméně dítě bude řešit schéma špatně, když se pokusí použít výše uvedené schéma. Odpověz na otázku: K dispozici je 7 aut na parkovišti, 3 z nich jsou červená a ostatní jsou modrá. Kolik modrých aut je na parkovišti? Intuitivně, bude zkoušet použít matematické vyjádření $7+3$.

Základní schéma pro tuto úroveň je schematicky popsáno na obrázku 1. Všimněte si, že část-část- celek schématu je reverzibilní a obsahuje i sčítací aritmetický vztah.

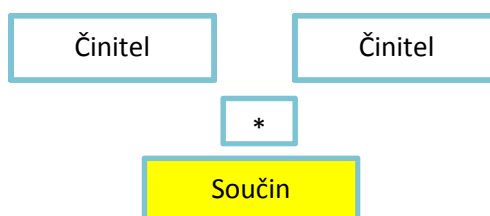
Obr. č. 1 Aditivní schéma



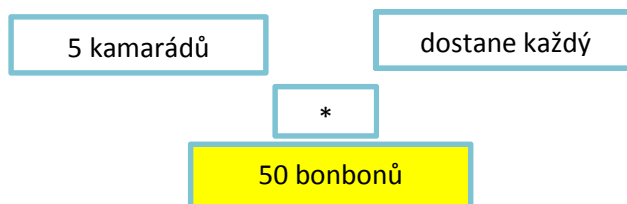
V této fázi nových schémat může dítě vyřešit druhý problém s matematickým výrazem $7 - 3 = ?$ nebo $3 + ? = 7$.

1.5.2 Multiplikativní slovní úlohy

Podobně jako aditivní schéma, multiplikativní schéma má tři složky, kterými je možné popsat všechny multiplikativní slovní úlohy. Základní schéma je držitelem dvou činitelů a součinu (obr. č. 2)



Obr. č. 3 prezentuje schéma pro řešení tohoto problému (č. 3): *Tom rozdělí rovným dílem 50 bonbonů pěti kamarádům. Kolik bonbonů dostane každý z nich?*



Tato schémata, jsme využívali při řešení jednoduchých aditivních a multiplikativní slovních úloh, které dítě mohlo vyřešit jednou ze čtyř početních operací (sčítáním, odčítáním, násobením a dělením). Za pomoci těchto schémat vytvoříme schémata pro složené slovní úlohy.

Rozeznáváme tři druhy schémat:

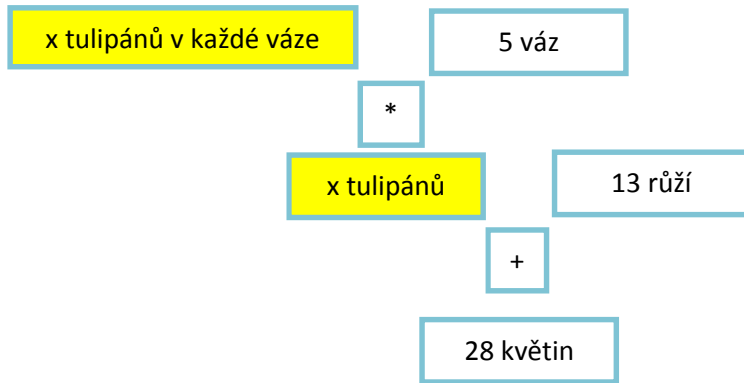
- Schéma hierarchické – jedno schéma se stává součástí jiného schématu,
- Schéma sdílení (celé) – dvě schémata se sdružují v jeden celek.
- Schéma sdílení (část) – máme dvě schémata, výsledek x z jednoho schématu je potřebný pro výpočet x z druhého schématu

Pro lepší pochopení uvedu ke každému schématu konkrétní příklad.

a) Schéma hierarchické

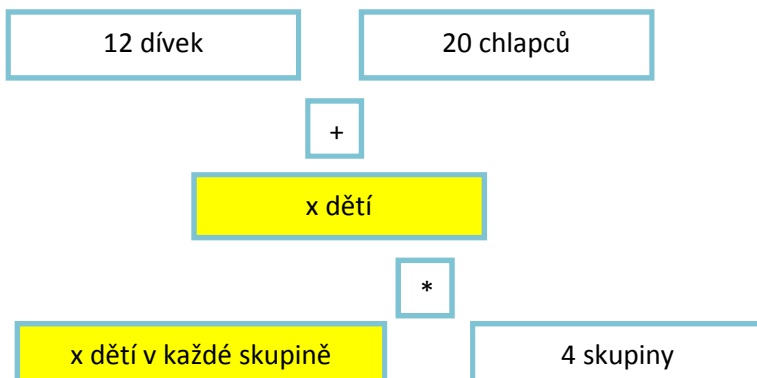
Příklad:

K dispozici máme 28 květin, 13 z nich jsou růže a zbytek jsou tulipány. Tyto tulipány jsou rozděleny rovným dílem do pěti váz. Kolik tulipánů je v každé váze?



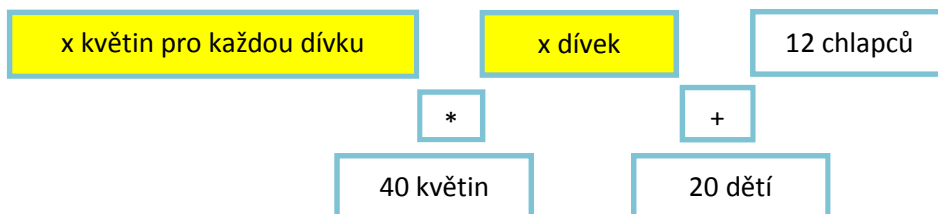
b) Schéma sdílení (celé)

V kempu je 20 chlapců a 12 dívek. Děti jsou rozděleny do čtyř stejných skupin. Kolik dětí je v každé skupině?



c) Schéma sdílení (část)

Na večírku bylo 20 dětí, z toho 12 z nich byli chlapi. Na večírku bylo 40 květin, které byly rozděleny dívkám stejným dílem. Kolik květin každá dívka dostala?



2. PRAKTICKÁ ČÁST

Úvod

Z předchozího textu je patrné, že neexistuje jednoduchý postup, který by efektivně pomohl žákům objevit strukturu složené úlohy a dovést je ke správnému řešení. Zdá se, že by mohlo být nápomocné, kdyby žáci byli schopni pracovat se schématy a využívali je v průběhu rozboru úlohy.

Cílem praktické části této práce je zjistit, zda schémata pomáhají žákům v řešeních složených slovních úloh. Naleznete zde, jak si žáci počínali při řešení úloh.

Postup řešení diplomového úkolu:

Úkol č. 1: Výběr třídy

Úkol č. 2: Porovnání matematické úrovně žáků (pre test)

Úkol č. 3: Řešení SÚ pomocí schémat

Úkol č. 4: Zjištění rozdílů s použitím schémat (post test)

2.1 Výběr třídy

V rámci mé souvislé pedagogické praxe jsem navštívila základní školu v místě mého bydliště. Na dané učitele prvního stupně jsem se obrátila o pomoc při řešení praktické části mé diplomové práce. S řešením jednoduchých slovních úloh začínají žáci v 2. ročníku, pro srovnání jsem si však vybrala třetí ročníky. Od starších ročníků jsem předvíдалa rozvinutější intuitivní myšlení a lepší zvládnutí početních operací. Podle mého názoru elementárním krokem je správný výběr dvou tříd, které mají podobné výsledky z matematiky. S výběrem tříd mi pomáhaly třídní učitelky třetích ročníků.

2.1.1 Pre test

K porovnání matematické úrovně žáků jsem využila výběr pěti standardizovaných matematických úloh z matematických olympiád Klokánek. Úlohy jsem rozdala do všech třetích ročníků na základní škole v Moravských Budějovicích. Žáci neměli vyhrazený čas na řešení úloh. Práce žáků byly individuální a anonymní. Úspěšnost byla sledována ve třech třídách. Celkem úkoly řešilo 80 žáků.

V následujících pár řádcích jsem se zabývala problematikou daných pěti příkladů. Naleznete zde způsoby řešení příkladů žáky a také problematiku v počítání příkladů.

Úloha č.: 1 Pavel má 6 desetikorunových a 5 korunových mincí. Jirka má 5 desetikorunových a 6 korunových mincí. Honza má 2 dvacetikoruny. Který z chlapců má nejvíce peněz?

Struktura slovní úlohy byla pro většinu žáků jednoduchá, hodně žáků má zkušenosti z nákupů. Někteří rodiče také učí děti spořit do pokladniček, děti si hrají na prodavače. I přesto někteří žáci chybovali. Tato slovní úloha neobsahovala obtížnou matematizaci. Žáci při řešení použili jednoduché schéma, které zahrnuje sečtení výsledků několika dílčích výpočtů. Většinou žáci postupovali správně. Našli se však výjimky žáků, kteří počítali příklady přes násobení a dostali se tak do ohromných čísel. Největší problém žákům dělalo nedostatečně rozvinuté čtení s porozuměním. Asi jedna osmina žáků příklad vůbec neřešila. Žáci byli také nepozorní, např.: Žáci si zapsali, že Pavel má 6 desetikorunových a 5 dvoukorunových mincí. V některých případech žáci zapomněli přičíst k desetikorunám koruny nebo naopak.

Úloha č.:2 Helena žije v domě s tatínkem, maminkou, bratrem Romanem, psem Punt'ou, dvěma kočkami, dvěma papoušky a čtyřmi rybkami. Kolik mají všichni dohromady nohou?

Žáci měli spočítat, kolik nohou mají jednotlivá zvířata a lidé. Nejlépe si žáci poradili s počtem končetin člověka, protože každý zná dobře své tělo. Dále se zde vyskytovala zvířata pes, papoušek, kočka a ryba, kterých byl vždy vyšší počet. Nejčastěji žáci udělali chybu, když se zamysleli nad daným zvířetem a zapomněli, že se v úloze hovoří více o zvířatech tohoto

druhu. Například, žák napsal, že má kočka čtyři nohy, ale nevzal v úvahu, že v zadání se hovoří o dvou kočkách. Nejproblematictějším zvířetem byla ryba.

V zadání bylo, že máme čtyři ryby. Většina žáků však nedokázala určit správný počet končetin u ryb. Objevovalo se zde, že ryba má dvě, tři nebo dokonce osm nohou. V některých případech žáci měli určený správný počet končetin u všech daných zvířat a lidí. Avšak problém byl u sčítání čísel. Žáci se snažili sčítat čísla pod sebou, vedle sebe a také se zde objevilo násobení. Na druhé straně se zde objevil hojný počet správných odpovědí z celkového počtu řešitelů.

Úloha č.: 3 V klubovně je 6 modrých stolů, u každého z nich jsou 4 židle. U okna stojí 4 hnědé stoly, u každého z nich jsou 2 židle, uprostřed místnosti jsou 3 bílé stoly, u každého z nich je 6 židlí. Kolik židlí je v klubovně?

Žáci dělají stejnou chybu, jakou dělali v úloze číslo 1. Sčítají nestejně části dohromady (stoly a židle), používají špatné početní operace, chybují při v početních operacích sčítání a násobení. Úloha obsahuje velké množství údajů, je zapotřebí pozorného přečtení zadání. V chybných řešeních žáci vypočítali správně počty židlí u modrého, hnědé a bílého stolu, při sčítání nezapočítali židle některého ze stolů, nejčastěji šlo o židle bílého stolu. Někteří na otázku kolik bylo židlí v klubovně, správně odpověděli, že dohromady je v místnosti 50 stolů. Také tomu bylo opačně, žák sčítal dohromady stoly, odpověděl, že v klubovně je 12 židlí. Většina nesprávných odpovědí je způsobena špatným porozuměním textu. Zdá se, že žáci počítají s čísly, aniž příliš dbají na to, co čísla označují.

Úloha č.: 4 Eliška koupila kamarádům stejná lízátka. Jedno lízátko stálo 3 koruny. Eliška dala paní prodavačce 10 korun, nazpět dostala 1 korunu. Kolik lízátek Eliška koupila?

Slovní úlohu většina žáků vyřešila bez problémů. Žáci řešili slovní úlohu pomocí odčítání, dělení a násobení. Někteří žáci použili k výpočtům závorky. Asi u šesti žáků došlo k nepochopení otázky a místo otázky úlohy počítali, kolik peněz Eliška utratila za lízátka. Nejčasnější postup počítání byl následující: Žáci si zapsali 10 korun, které dala Eliška paní prodavačce, a odečetli od nich 1 korunu, kterou paní prodavačka Elišce vrátila. Zbylo jim tedy

9 korun, a jelikož jedno lízátko stálo 3 koruny, tak číslo 9 vydělili 3 a dostali správný výsledek 3.

Úloha č.: 5 Za šest a půl hodiny budou čtyři hodiny po půlnoci. Kolik je hodin?

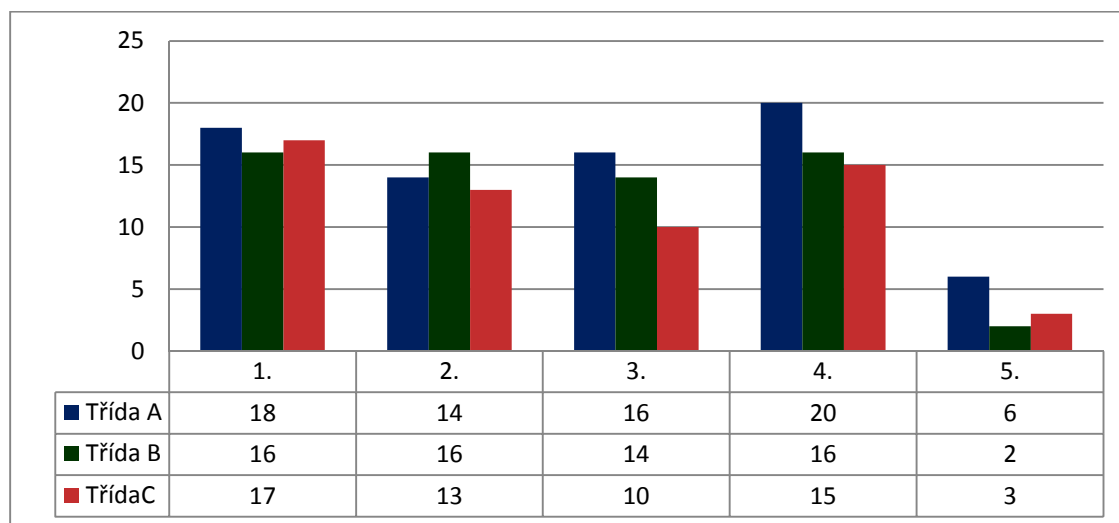
Tato slovní úloha patřila k nejsložitějším úlohám. Žáci zde měli počítat s hodinami a bylo vidět, že žáci v tomto směru nejsou moc zblhlí. Pouze 11 žáků z 80 vypočítalo příklad správně a 32 žáků příklad vůbec nepočítalo. Žákům většinou vycházel výsledek 10:30 místo 9:30. Většina řešitelů, kteří měli správný výsledek, počítali příklad takto: Nejprve si od 4 odečetli 6, což jim dalo -2. Dále ještě odečetli 0,5 a vyšlo jim -2,5. Toto číslo poté odečetli od 12 a dostali konečný výsledek. Tři žáci počítali příklad pomocí osy, na kterou si nanесли čísla od 1 do 12, a ukazováním prsty došli ke správnému výsledku.

2.1.2 Grafy

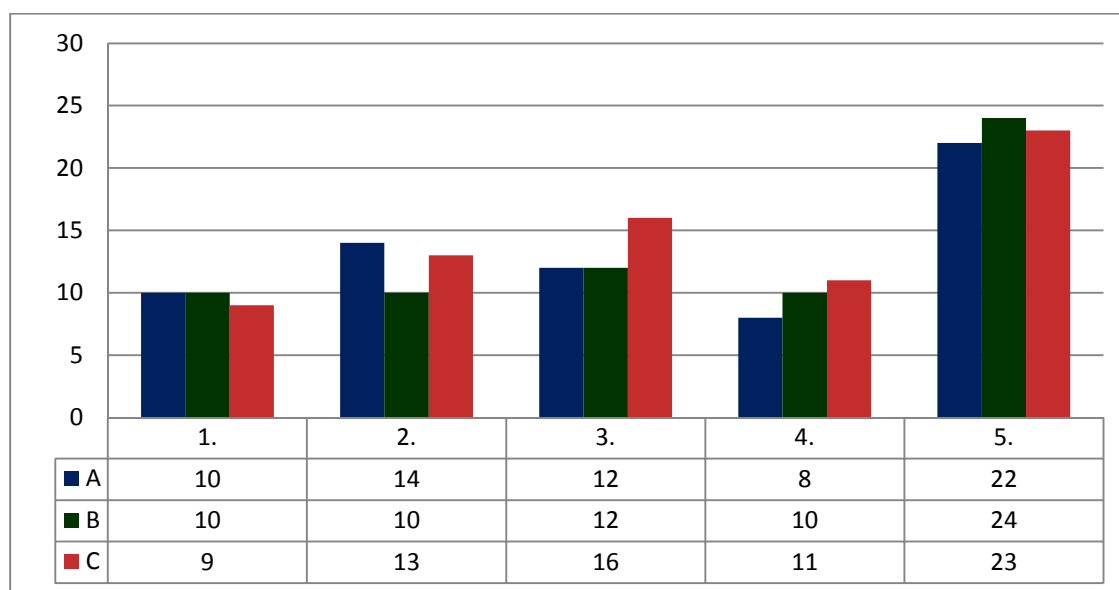
V následujících grafech můžeme vidět porovnání tříd v různých matematických úkolech. Z grafu můžeme vyčíst, že největší úspěšnost žáků byla v první a čtvrté úloze. Nejspíše proto, že žáci mají zkušenosti z nákupů s rodiči a většina z nich již umí s penězi manipulovat. Nejmenší úspěšnost žáků byla v páté úloze.

Za pomoci pre- testu jsem zjistila celkovou úspěšnost jednotlivých tříd. Třída A zvládla matematické příklady na 66 procent, třída B na 59,6 procent a třída C na 55,7 procent. Vybrala jsem si třídu B a C, protože žáci z těchto tříd mají podobnou úspěšnost, která je zapotřebí k celkové analýze.

Graf č. 1: Správná řešení v řešených slovních úlohách

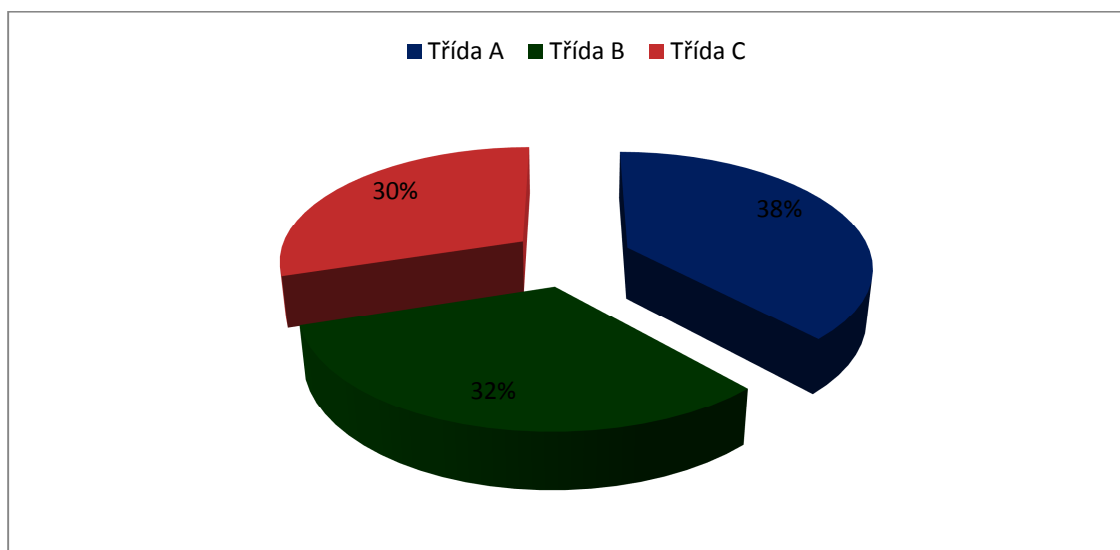


Graf č. 2: Špatná řešení v řešených slovních úlohách



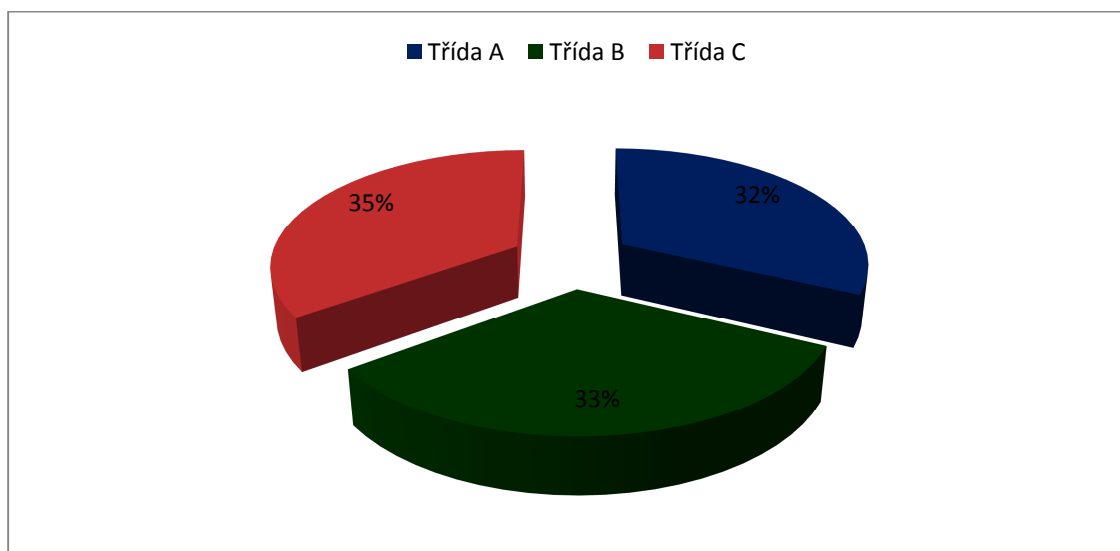
Z grafu číslo 3 můžeme vyčíst procentuální úspěšnost, daných tříd ve všech slovních úlohách. Můžeme vyčíst, že nejúspěšnější třídou byla třída 3. A, která měla celkem 74 správných odpovědí z celkových 112 možných správných odpovědí. Další třídou je třída 3. B, která měla 64 správných odpovědí a poslední je třída 3. C s 58 správných odpovědí z celkového počtu 104 možných správných odpovědí.

Graf č. 3: Správné odpovědi tříd ve všech daných příkladech



Na následujícím grafu jsou znázorněné špatné odpovědi žáků v daných řešených příkladech. Celkem nejvíce špatných odpovědí měla ve třídě 3. C, kde bylo 72 špatných odpovědí. Ve třídách 3. B a 3. A měli žáci stejný počet chyb a to 66.

Graf č. 4: Špatné odpovědi tříd ve všech daných příkladech



2.2 Řešení slovních úloh pomocí schémat

Pre – test jsem dělala pomocí porovnávání třídy 3. B a 3. C. S třídou 3. B jsem po dobu dvou měsíců řešila v hodinách matematiky slovní úlohy řešené pomocí schémat. Seznámila jsem žáky s metodou znázorňování slovních úloh pomocí schémat, se kterou se žáci v českých učebnicích běžně nesetkají. Ovšem přece jen jedna taková česká učebnice matematiky existuje. Řešení pomocí schémat žákům ukazuje na dvou příkladech jako další možnost řešení slovních úloh. Jedná se o pracovní sešit matematiky pro 2. ročník, od nakladatelství Albra, autory této publikace jsou Josef Kitler a František Kuřima.

Ukázkový příklad:

Mirek měl ráno 83 korun. Koupil časopis za 22 Kč. Cestou se mu podařilo najít pětikorunu. Kolik korun měl po návratu domů?

Vymyslela jsem si tuto složenou slovní úlohu, abych žáky mohla seznámit s novou metodou. K vyřešení složených slovních úloh bylo zapotřebí základních znalostí početních operací. V dalším textu ukáži, jak jsem žáky uvedla do problematiky schémat. Rozhodla jsem se přiblížit situaci ve třídě formou dialogu, protože tento typ komunikace je pro žáky ve školním prostředí přirozený. Dialog je ovšem ve školním prostředí většinou značně časově omezen, přitom tato komunikace s žáky je velice důležitá, pomocí ní nejlépe ihned zjistíme pochopení tématu. Přinášelo mi to důležitou zpětnou vazbu. Dobře položenou otázkou jsem se tak mohla dozvědět názory, postoje či myšlení žáků. Vám se tak pokusím navodit situaci ve třídě.

Učitelka: Děti, přečtěte si nejlépe dvakrát z tabule tuto slovní úlohu.

U: Co je pro nás důležité?

Žáci vyjmenovali údaje, které jsou pro nás známé a které potřebujeme zjistit. Následně provedeme zápis, na který jsou žáci zvyklí. Žáci zapisují na tabuli:

Ž: Mirek měl ...83 Kč
Utratil ...22 Kč
Našel ...5 Kč

U: Kolik korun měl? Provedme samotný výpočet.

Vybraný žák se snaží příklad u tabule vypočítat. Pro mnohé žáky je tento proces složitý. Ve svých sešitech přemýšlí nad početní operací a samotným výpočtem.

Ž: Řešení:
 $83-22 = 61$
 $61+5 = 66$

U: Co jsi nejprve musel vypočítat?

Ž: Kolik mu zůstalo, když si koupil časopis.

U: Správně.

Žákům, pro výpočet této slovní úlohy bylo zapotřebí dvou početních operací (odčítání a sčítání), jak bylo patrné z výpočtu na tabuli. Otázka kolik jsem utratil za časopis, je otázka skrytá. V zadání tuto otázku nevidíme, ale musíme znát odpověď na tuto otázku, jinak bychom se nedostali k správnému výsledku.

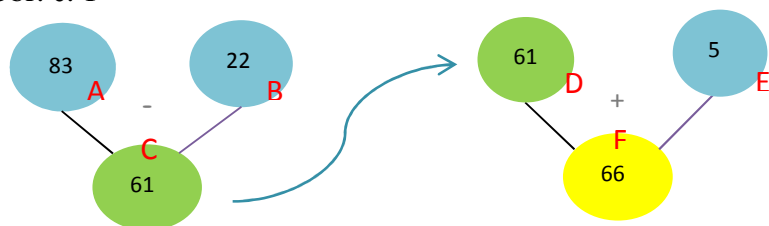
U: Každý si proveďte kontrolu a odpověď do svého sešitu.

U: Jak zní odpověď

Ž: Odpověď: Mirek měl 66 korun.

U: Společně jsme tuto slovní úlohu dokázali vyřešit. Nyní vás seznámím s novou metodou řešení. U nás tento způsob není tolik známý jako v zahraničí. Při řešení předchozí slovní úlohy jsme zjistili, že slovní úloha se skládá ze dvou jednoduchých slovních úloh. Vysvětlili jsme si rozdíl mezi jednoduchou a složenou slovní úlohou. Pokusíme se tuto slovní úlohu nyní nejprve znázornit pomocí dvou jednoduchých schémat (obr. 1).

Obr. č. 1



U: Žáci, pokusíme se doplnit znázorněné schéma. Při pohledu na tabuli, můžete vidět, že schéma obsahuje tři složky (to jsou ty „kolečka,,). Složky rozlišujeme úplné a neúplné, složky úplné jsou ty, jejichž údaje jsou nám známy ze zadání.

U: Pepíku, kolik složek vidíš?

Ž: Šest.

U: Chválím tě Pepíku. Teď tyto složky popíši nejprve velkými tiskacími písmeny, abychom jsme si navzájem rozuměli a každý věděl, o které složce je právě řeč.

S žáky jsme postupně doplnili jednotlivé složky, postupně byli vyvoláváni k tabuli.

U: Do složky A doplníme, kolik korun měl Mirek, když šel nakupovat, složka B nám udává, kolik stál časopis.

U: Kdo nám vypočítá složku C? Tamhle se nám hlásí Dominik. Tak pojď k tabuli a předveď nám, jak si to vypočítal?

Ž: $83 - 22 = 61$

U: Žáci dohromady jsme tak dokázali vypočítat jednoduchou slovní úlohu. Stejným postupem budeme pokračovat v druhém schématu.

Pokud žák nezvládne vypočítat jednoduchou slovní úlohu, její skrytou složku, nemůže pokračovat ve výpočtu.

U: Do složky D doplníme skrytou složku, kterou jsme vypočítali v prvním schématu. Složka D nám udává, kolik Mirek měl poté, co si v obchodě koupil časopis. Co bychom doplnili do složky E.

Ž: Kolik Mirek našel.

U: Jaké číslo bys tam měla Terežko napsat?

Ž: ...5Kč.

U: Proč tak váháš, je to správně.

U: Má už někdo výsledek?

Ž: 66 korun.

U: Tomáši, hlásíme se. Tak nám řekni odpověď.

Ž: Po návratu domů měl Jirka 66 korun.

U: S jednoduchými slovními úlohami jste se setkávali v prvním a druhém ročníku. Jelikož už jste starší, budeme složené slovní úlohy řešit sloučením předchozích schémat.

Žáci mají na tabuli znázorněné schéma, které můžete vidět na obr.2.

U: Žáci ukázala jsme vám jak, lze složenou slovní úlohu rozložit na dvě jednoduché. Nyní podle předchozí úlohy doplňte do složeného schématu číselné údaje.

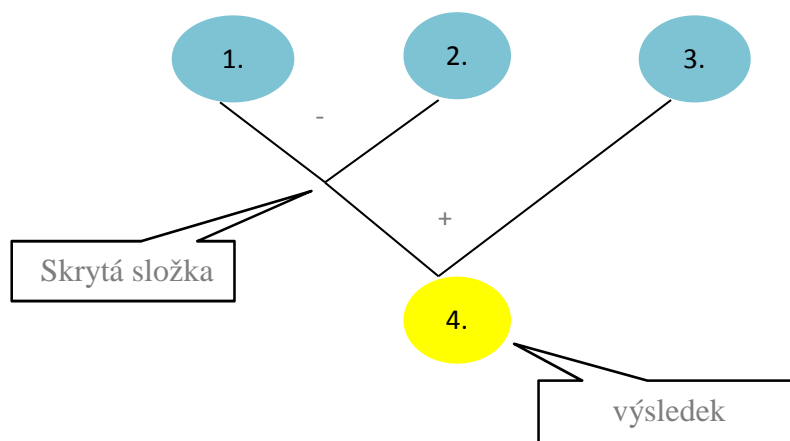
Obr. č.2

Řešení:

$$(83-22) + 5 = 66$$

Odpověď:

Mírek měl 66 korun.



Složky slovní úlohy:

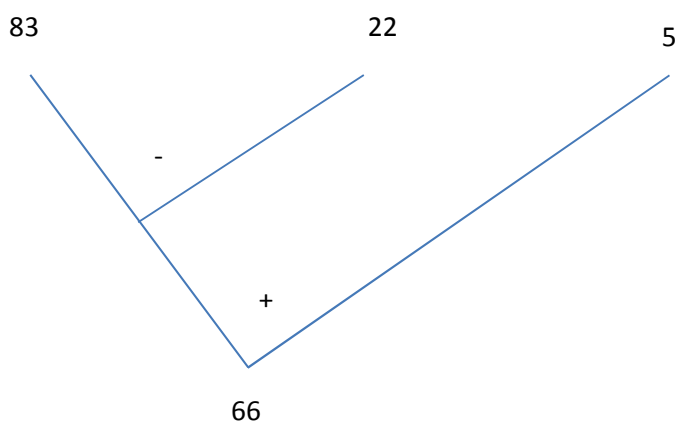
1. počáteční částka 83 Kč /známá složka/
2. cena časopisu /známá složka/
3. nalezené peníze 5 Kč /známá složka/
4. cena celkem / neznámá složka/

Na závěr jsme provedli společnou kontrolu.

Slovní úlohy jsem si rozdělila z několika hledisek, například obtížnost slovní úlohy, je dána použitým schématem či použitými početními operacemi. S žáky jsem používala ve své práci pouze hierarchické schéma.

Na obrázku můžete vidět žáky doplněné hierarchické schéma. Hierarchické schéma patří mezi nejjednodušší. Za pomoci tohoto schématu můžeme řešit složené slovní úlohy ve 3. – 4. ročnících. Pochopení tohoto schématu bylo pro žáky snadné. Pro snadné a zároveň rychlé nakreslení schématu jsme žáky používali pouze „vidlici“, kterou můžete vidět na Obr. 3. S žáky jsem počítala jen úlohy, které obsahovaly pouze dvě početní operace.

Obr. č. 3



Tuto slovní úlohu jsme společně zkoušeli různě obměňovat.

- Mirek měl ráno 83 korun. Koupil časopis za 22 Kč. Cestou se mu podařilo najít pětikorunu. Kolik korun měl?*
- Mirek přišel z nákupu, měl v peněžence 66 Kč. Cestou domů našel 5Kč, v obchodě si koupil časopis za 22 Kč. Kolik korun měl v peněžence, než šel na nákup?*
- Mirek měl 83 korun, pět korun našel cestou domů. Po příchodu domů měl v peněžence jen 66Kč. Kolik korun Mirek utratil za časopis?*
- Mirek měl ráno 83 korun. Koupil si časopis za 22Kč. Cestou nějaký peníz našel. Po návratu domů měl v peněžence 66 Kč. Kolik korun našel?*

2.2.1 Řešené příklady:

Pochopení systému řešení složených slovních úloh pomocí schémat bylo pro žáky snadné. Každou hodinu matematiky jsme vždy řešili jednu nebo dvě slovní úlohy. Správné řešení jsme si vždy znázorňovali společně na tabuli. Pro žáky bylo řešení pomocí schémat

zábavné. Učitele tato metoda znázornění mile překvapila. Během experimentálního vyučování žáci vyřešili přibližně 50 slovních úloh.

Složené slovní úlohy řešené pomocí hierarchických schémat můžeme klasifikovat hlediska různých početních operací. Hodnotila jsem úspěšnost slovních úloh obsahující dvě různé početní operace. Nejjednodušší kombinací dvou operací bylo sčítání a násobení (např. úloha č. 1). Největšího neúspěchu žáci dosahovali, když řešili úlohy s inverzními operacemi k sčítání a násobení. Více než polovina žáků v odčítání a dělení chybuje (např. úloha č. 24). Sledovala jsem tuto úspěšnost na příkladech, které jsem zadávala v jednotlivých hodinách matematiky. Některé úlohy, které jsme řešili, jsou uvedeny níže v textu.

Ukázkové slovní úlohy řešené v hodinách matematiky pomocí schémat:

1. *Děda snědl včera 7 jahod, Jitka jich snědla 3krát více. Kolik jahod snědli dohromady?*
2. *Pepa je velký jedlík. Na turnaji v pojídání ovocných knedlíků dokázal spořádat 22 knedlíků. Jeho velkými soupeři byl Honza, který skončil na 2. místě s 19 knedlíky, a Tomáš, který snědl 18 ovocných knedlíků. O kolik méně knedlíků snědl Pepa než oba dva jeho soupeři dohromady?*
3. *Dva rybáři ulovili 43 ryb. 7 ryb jim uplavalo dřevou sítí. Svůj úlovek si mezi sebe rozdělili rovným dílem. Jak velký úlovek si donesl každý rybář domů?*
4. *Maminka upekla dort k Vojtovým narozeninám. Vojta si na svoji narozeninovou oslavu pozval 3 kamarády. Vojta s Pepíkem snědli dohromady 4 kousky dortu a Tomáš s Jirkou snědli dohromady o 3 kousky více. Kolik kousků dortu snědli dohromady?*
5. *Máme tři druhy tabulek čokolád. Mléčná čokoláda má 76 dílků, hořká čokoláda má o 28 dílků méně, bílá čokoláda má 25 dílků. O kolik dílků je menší bílá čokoláda než hořká čokoláda?*
6. *V lese je 98 smrků. Listnatých stromů je o 32 méně než smrků. Silný vítr vyvrátil třetinu listnatých stromů. Kolik listnatých stromů zůstalo?*
7. *Autobus, který přepravoval 45 lidí, se porouchal. Kdyby dopravní podnik použil k přepravě cestujících pětimístný osobní automobil, kolikrát by musel jet?*
8. *Ve skladě je 48 práškových hasicích přístrojů. Na požár se použila polovina přístrojů. Sklad byl doplněn 7 vodními hasicími přístroji. Kolik hasicích přístrojů je nyní na skladě?*
9. *V hračkářství je 24 modelů nákladních automobilů, letadel je 4krát více než nákladních automobilů. O kolik méně je nákladních automobilů než letadel?*
10. *Kočka Micka má 3 kořata. Každé kotě vypije denně 2 misky mléka (za den?). Micka vypije 1 misku mléka. Kolik misek mléka taková kočičí rodinka vypije?*
11. *Na vydláždění chodníku před domem se použily šedé a černé kostky. Černých kostek bylo 76, šedých stačilo 4krát méně. Kolik kostek bylo potřeba na vydláždění chodníku?*

12. Paní učitelka koupila 34 nelinkovaných sešitů, linkovaných měla 2krát více. Kolik měla žáků ve třídě, jestliže každý žák dostal od paní učitelky 4 linkované sešity?
13. Chlapci sbírali kamínky. Marek jich měl 45. Honza jich měl 5krát méně než Marek. Patrik měl 3krát více než Honza. Kolik kamínků měl Patrik?
14. Záhon s jahodami má plochu 48m^2 , záhon s cibulí je o polovinu menší. Záhon s česnekem má plochu 7m^2 . Kolikrát menší je záhon s česnekem než s cibulí?
15. Mladší skupina dětí nasbírala 15kg třešní. Starší skupina dětí nasbírala trojnásobek. O kolik méně kilo třešní nasbírala mladší skupina dětí?
16. Klárka s Martinem si vyšli do lesa na houby. Klárka nasbírala 31 hříbků a 7 bedel. Martin našel 20 hříbků. O kolik méně hub nasbíral Martin?
17. Babičce je letos 62 let strýc je o 26 let mladší než babička a teta je o tři roky mladší než strýc. Kolik let je tetě?
18. Žáci 4. A a 4. B na školní zahradě vysadili 66 stromků. Třída 4. A vysadila 38 stromků. O kolik méně stromků vysadila třída 4. B?
19. Anežka šla na nákup, cena 1 kg pomerančů byla 23 Kč, taška jí stála 4 Kč. Kolik kg pomerančů koupila, když i s taškou platila 73 Kč.
20. Farmář Karel sklídl 64 tun obilí. Farmář Pepa sklídl 9 t pšenice 7t žita 64 t. Kolikrát méně sklídl farmář Pepa?
21. Chlapci hráli kuličky. Na začátku jich měl Ondra 27 a Jindra o 25 více. Kolik měli chlapci kuliček dohromady?
22. Velikost pole s obilím je 15 km^2 , pole s kukuřicí je o 8 km^2 větší. Ovocný sad má rozlohu 2 km^2 . O kolik km^2 je menší ovocný sad než pole s kukuřicí.
23. Letadel je 66, ponorek je o 24 méně. Po bitvě zůstala polovina ponorek. Kolik zůstalo ponorek?
24. Do nádrže osobního automobilu se vejde 65 litrů benzínu. Obsah kanystru na benzínu je o 60 litrů menší. Kolikrát musíme naplnit kanystr benzínem, aby nádrž automobilu byla plná.
25. Na stromě sedělo 19 havranů, jejich počet se zvětšil o dvojnásobek, když k nim přiletěly jejich partnerky, 12 havranů odletělo ze stromu. Kolik havranů zůstalo dohromady na stromě?
26. V králíkárně je 72 strakatých králíků, hnědých králíků je 8krát méně než strakatých králíků. O kolik více je strakatých králíků než hnědých králíků?
27. Cyklista ujede za 18 minut 9 km. Kolik kilometrů ujede cyklista, pokud pojede 40 minut stejnou rychlostí?
28. Maminka koupila Pepíčkově 60 bonbónů, Pepíček rozdál svým třem kamarádům bonbóny rovným dílem. Kolik každý mohl dostat bonbónů? Kolikrát sáhl Pepa do sáčku, jestliže bonbóny vyndával po pěti ze sáčku?
29. Anička za školní potřeby utratila: pero 19 korun, pracovní sešit byl 4krát dražší. Kolik zaplatila Anička za nákup školních potřeb?
30. Dědovi je 63 let, Jan je sedmkrát mladší. Sestra Agáta je o 2 roky starší než její bratr Jan. Kolik let je Agátě?
31. První skupinka dětí nasbírala 48 kg přesličky rolní. Ve druhé skupince bylo 6 dětí, tato skupinka nasbírala 4krát menší množství přesličky rolní. Kolik kilo nasbíralo každé dítě z druhé skupinky?

32. Ondra sklídil 16 pytlů brambor. Vojta sklídil 4krát více než Ondra a Zdeněk 2krát méně než Ondra. Kolik pytlů brambor sklídil Vojta. Kolik pytlů brambor sklídil Zdeněk?

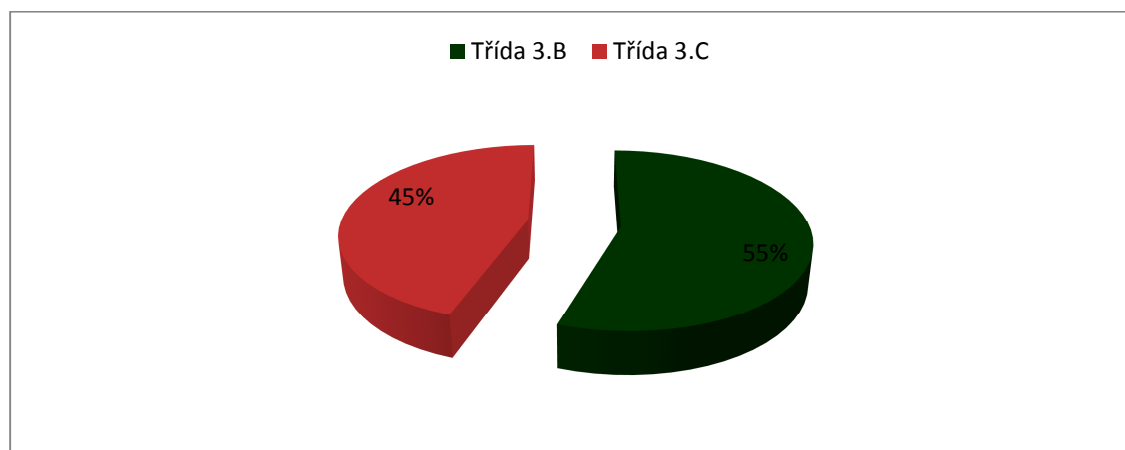
2.3 Post test

Za pomoci post testu jsem se pokusila zjistit, zda doopravdy znázorňování pomocí schémat pomáhá žákům při řešení slovních úloh. Slovní úlohy jsem čerpala z mezinárodního výzkumu TIMMS. Post test obsahoval čtyři složené slovní úlohy. Výběrem slovních úloh z této studie mohu také zhodnotit, jaká je dnešní matematická úroveň našich žáků. Musíme však podotknout, že výsledky mohou být zkresleny malým počtem respondentů. Výzkum TIMMS se zabýval matematickou úrovní žáků ve 4. - 5. ročnících. Úspěšnost žáků v jednotlivých slovních úlohách, je znázorněna ve formě koláčových grafů.

1. *Marie má 6 červených krabiček. Uvnitř každé červené krabičky jsou 4 tužky. Kromě toho má ještě 3 modré krabičky. Uvnitř každé modré krabičky jsou 2 tužky. Kolik tužek má Marie dohromady?*

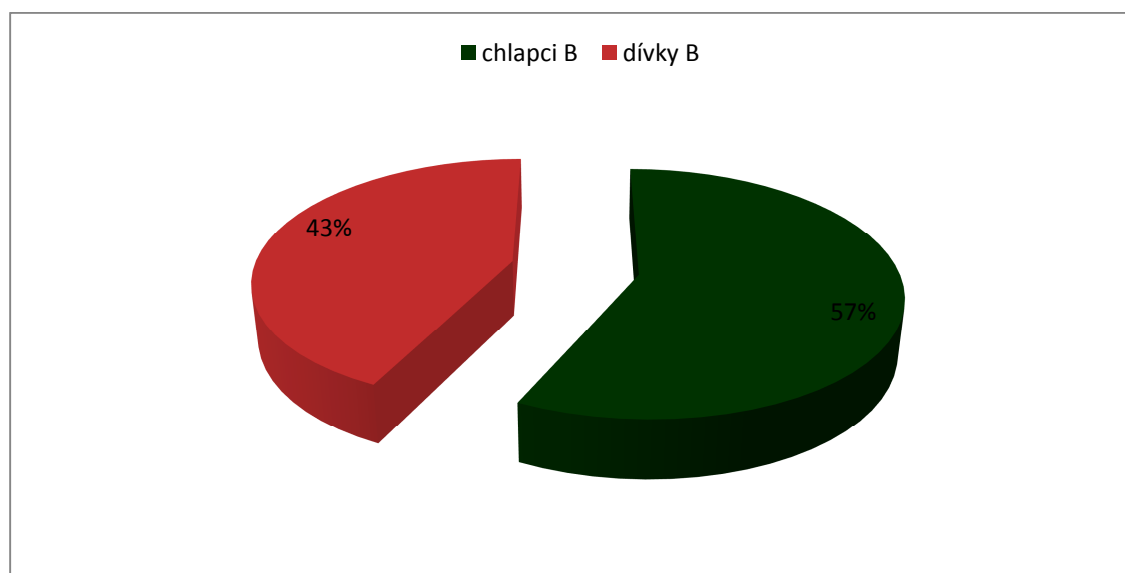
Z celkového počtu 52 žáků pouze 9 z nich příklad nevyřešilo. Obtížnost příkladu bych hodnotila jako lehkou, bylo zapotřebí pouze zvolit správnou početní operaci. U čtyř žáků došlo k neporozumění textu a místo počítání tužek počítali krabičky. Žáci, kteří počítali příklad pomocí schémat, měli jen o jednoho správného řešitele více. Nemůžeme tedy říci, že by schémata v daném příkladu dětem pomohla. Na grafu můžete vidět porovnání tříd 3. B a 3. C. V mezinárodní výzkumu dosáhli čeští žáci průměru 69,9 procenta. V mém výzkumu, který se týkal třetích ročníků, byli žáci úspěšní na 82,7 procent. To znamená, že mezi mezinárodním rozdílem a mým průzkumem je rozdíl asi 12 procent. Musíme vzít však v potaz, že žáků ve výzkumu TIMMS bylo mnohem více a proto jsou moje procenta jen orientační.

Graf č. 5: Srovnání výsledků tříd 3. C a 3. B v prvním příkladě



Na následujícím grafu můžete vidět porovnání správných odpovědí chlapců a dívek ze 3. B. Chlapci v první úloze byli úspěšnější, mají snad lepší představivost. Chlapci dokázali schéma uzpůsobit dle dané situace. Dívky tak, úspěšné nebyly, nevěděly si rady, jak všechny údaje zaznamenat do schématu. Pouze jedna dívka si počínala jako chlapci.

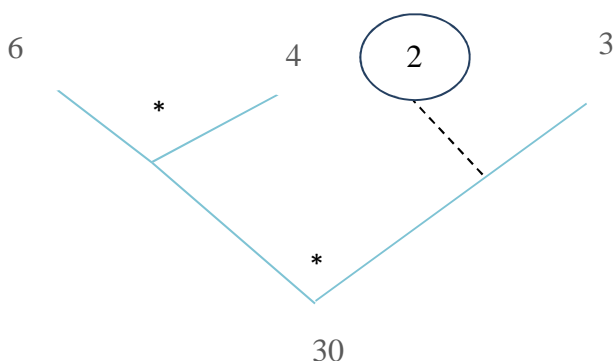
Graf č. 6: Procentuální úspěšnost řešitelů 3.B



Ukázky řešení žáků ze třídy 3. C a 3. B :

Červených 6 $6 \cdot 3 = 18$
V každé 4 t. $4 \cdot 2 = 8$
Modrých 3 $18 + 8 = \del{27} 26$
V každé 2 tuž.
Marie má 26 tužek.

Pět žáků si dokázalo vymyslet nové schéma. Podívejte se, jak si poradili s údajem, který byl navíc. Vzniklo tak nové schéma. U některých žáků můžeme pozorovat rozvoj intuitivního myšlení.

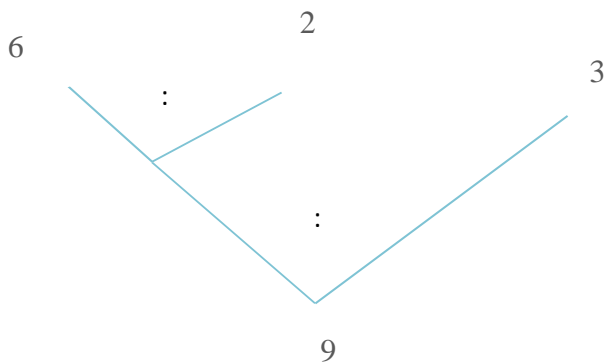


2. Dva kluci šli běhat, na každé 2km, které uběhl Franta, Adam uběhl 3km. Franta uběhl 6 km. Kolik kilometrů uběhl Adam?

U druhé slovní úlohy byly úspěšnější žáci ze 3. C, dokázali si tuto slovní úlohu dobře znázornit na dvou přímkách. Pod textem je řešení žákyně z 3. C, není jediná, kdo tuto úlohu takto řešil. Znázornění schématem bylo poněkud náročnější. V porovnání s TIMSS byli žáci méně úspěšní. V roce 2007, kdy se prováděl výzkum matematických dovedností žáků, průměrná úspěšnost se pohybovala kolem 25 procent.

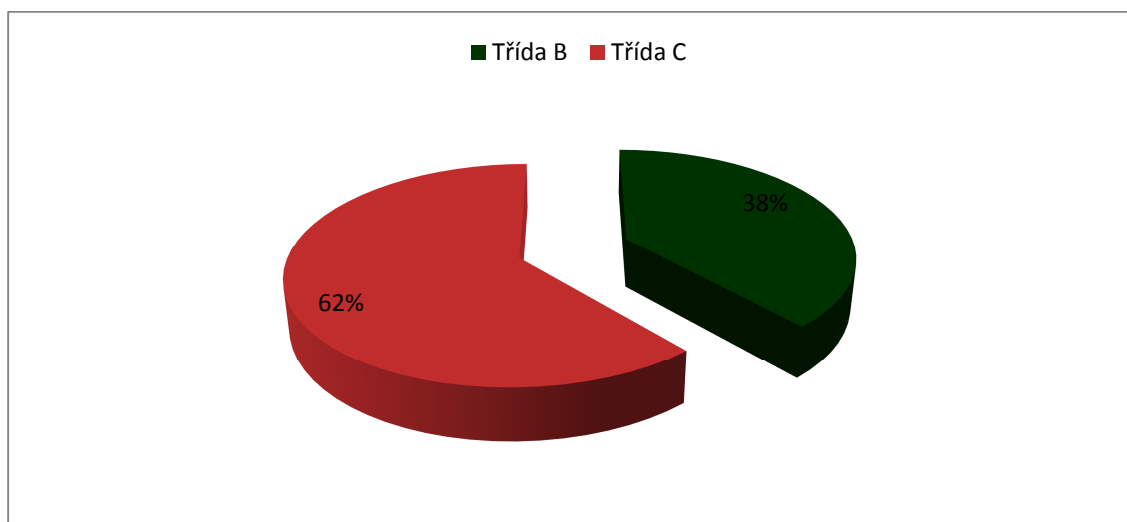
U žáků byly patrné dvě možnosti řešení, 7 žáků řešilo slovní úlohu logickým uvažováním. Toto řešení převažovalo zejména u chlapců. Úvaha: kolikrát zvětším jedno, tolikrát se zvětší druhé, tak to řešil Patrik viz. schéma. Druhá možnost $3:2 = 1,5$ krát 6 (km, které uběhl Franta). Adam uběhl 9km. Žáci, nemají žádné zkušenosti s desetinnými čísly, tímto způsobem by to spíše řešili žáci v pátých ročnících. U druhé varianty řešení docházelo

často k chybám, často šlo o pokus omyl (neboli náhodné dosazování čísel do schématu). Místo použití dělení žáci odčítali $(3-2) = 1$. Domnívám se, že slovní úlohy na přímou úměrnost, nejlépe vyřešíme pomocí grafů a úseček.

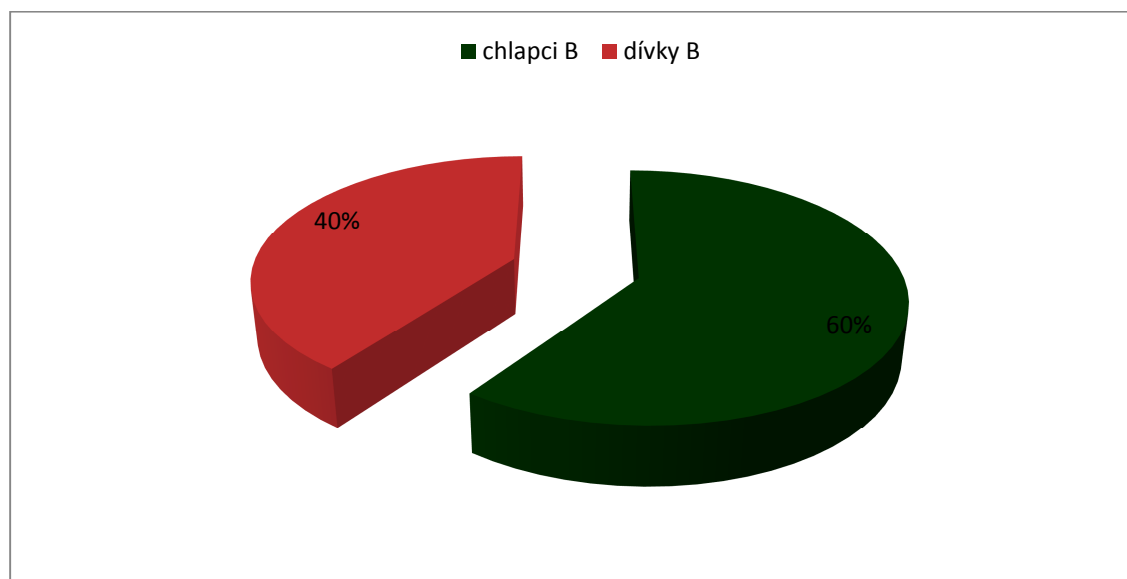


Žáci měli dohromady 13 správných odpovědí. Přičemž 3. B měla 5 správných odpovědí a 3. C měla 8 správných odpovědí. Jde vidět, že v tomto příkladu byli více úspěšní žáci, kteří nepoužívali schémata.

Graf č. 7: Srovnání výsledků 3. B a 3. C ve druhém příkladu

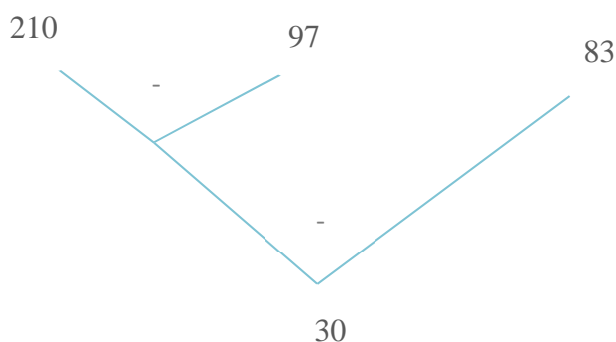


Graf č. 8: Srovnání správných výsledků chlapců a dívek z 3. B



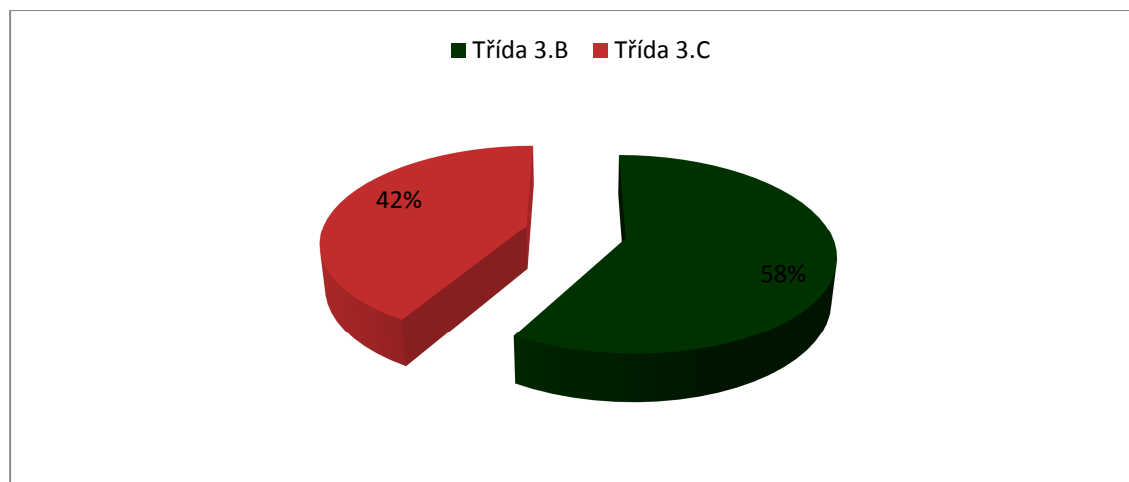
3. *Minulý rok chodilo do školy J. A. Komenského 92 chlapců a 83 dívek. Tento rok do školy chodí 210 žáků, z toho 97 chlapců. O kolik více dívek chodí do školy letos než v minulém roce?*

Nedokáží plně odůvodnit, proč tato úloha byla pro žáky tak složitá. Snad jen, že uvedená slovní úloha obsahuje čtyři známé složky, což některým žákům zkomplikovalo situaci. Zde tedy nejde pouze o správné dosazení do schématu. Úloha vyžaduje také správné porozumění textu. Vnímat rozdíl o kolik a kolikrát bylo dívek více než v minulém roce, údaje loni a letos nemíchat dohromady. Nechybovat v základních početních operacích. Z výsledků jsem byla zklamaná, myslela jsem, že úspěšnost bude větší. Při porovnání s TIMSS, žáci třetích ročníků byli více úspěšní. Tato úspěšnost byla vyšší než mezinárodní průměr, je proto dobré, že je tu možnost porovnání. Někteří žáci neprováděli klasický zápis, pouze si důležité údaje barevně podtrhávali v zadání.

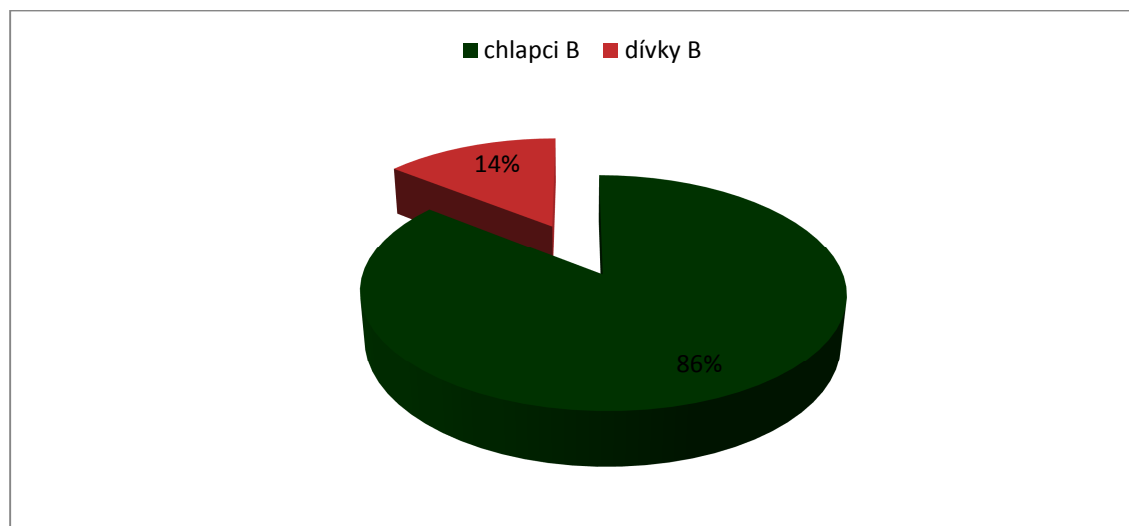


Tento příklad vyřešilo pouze 12 žáků ze 42 žáků. Přičemž 7 žáků z 3. B a 5 žáků z 3. C. V příkladu měli větší úspěšnost žáci, kteří používali schémata.

Graf č. 9: Porovnání výsledků tříd 3. C a 3. B ve třetím příkladu



Graf č. 10: Porovnání výsledků dívek a chlapců z 3. B

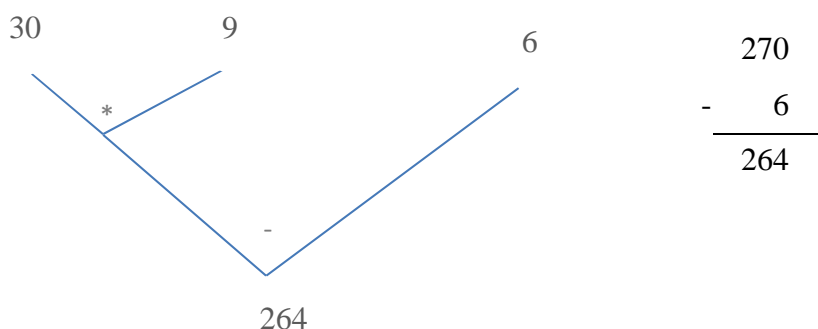


4. Karel měřil délku tabule a použil k tomu pravítko dlouhé 30cm. Délka tabule byla o 6cm menší, než je devíti násobek délky pravítka. Jaká je délka tabule?

Pravítko ... 30 cm ←
Tabule o 6 cm než 9 x ↘
 Tabule?

$$\begin{aligned} 9 \times 30 &= 270 \\ 270 - 6 &= 264 \end{aligned}$$

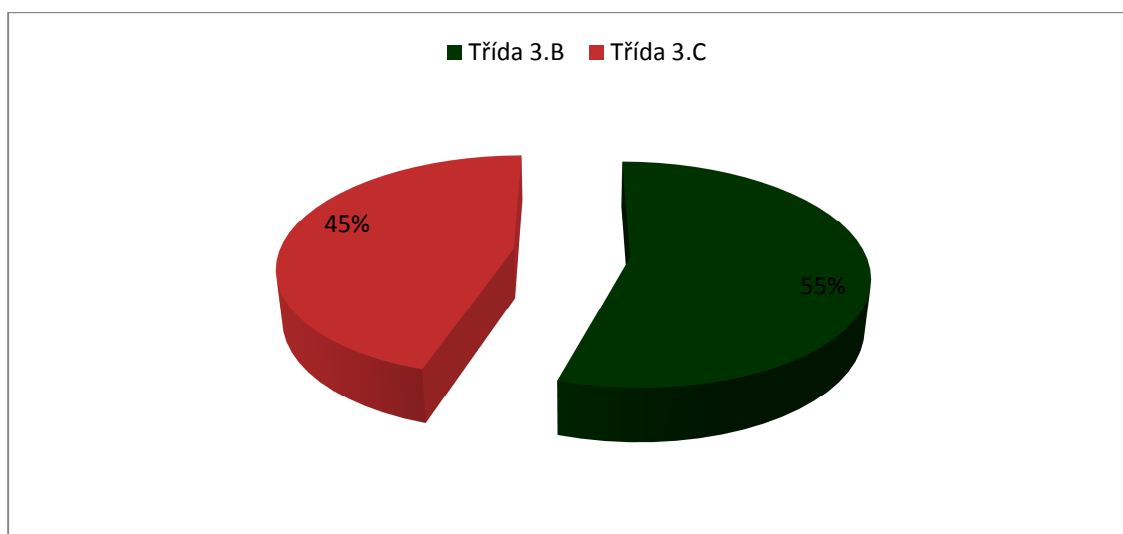
Tabule je 264 cm.



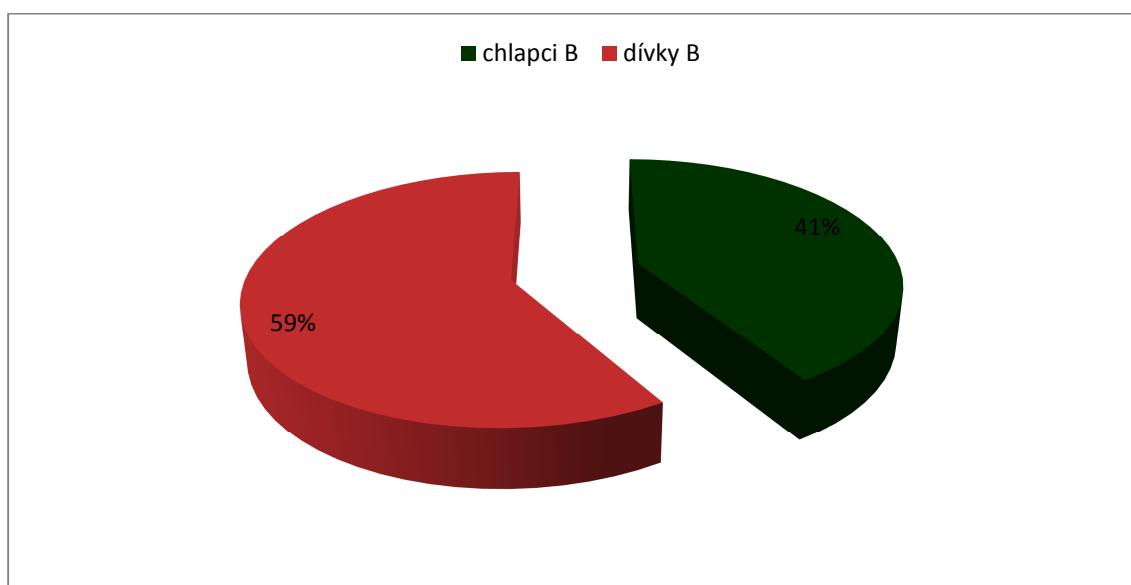
V mezinárodním výzkumu TIMSS měla ČR 47 procentní úspěšnost. Žáci zvolili správný, ovšem žáci z třídy C velice často neodčítali číslo šest. Zatímco, žákům z třetí C tato položka ve schématu nechyběla. U žáků z třídy C můžeme sledovat i jiný typ znázornění, žáci si pomáhají číselnou osou. Žáci používají podobná řešení jako u úlohy číslo dvě.

V tomto příkladu byli žáci velmi úspěšní. Z celkového počtu 52 žáků vypočítalo příklad 31 žáků. Z 3. B jich bylo 17 a z 3. C bylo úspěšných žáků 14.

Graf č. 11: Porovnání tříd 3. B a 3. C ve čtvrtém příkladu

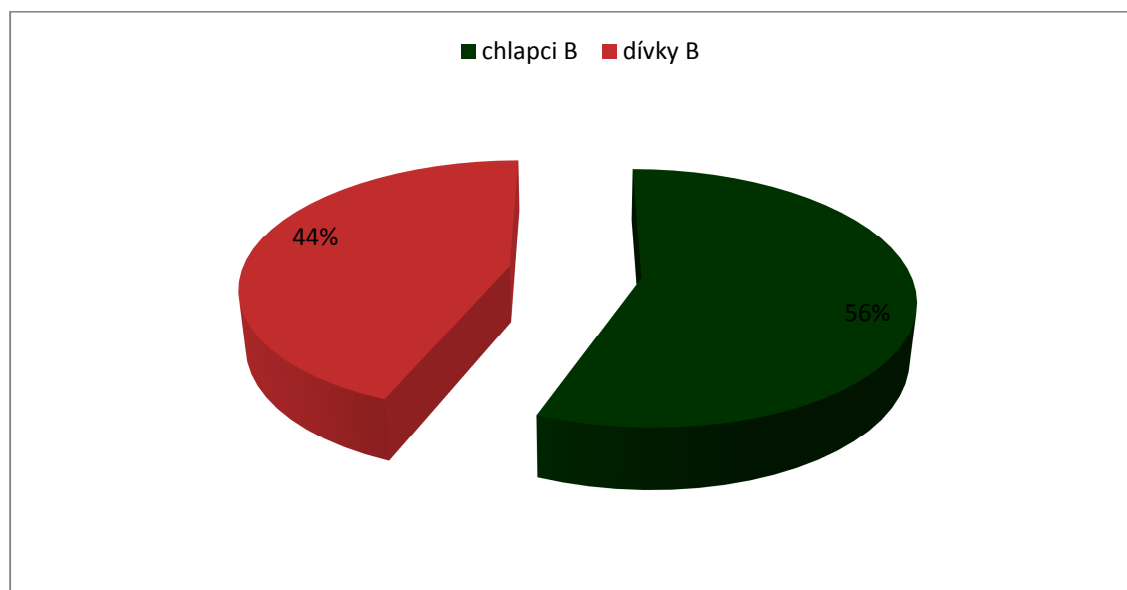


Graf č. 12: Porovnání chlapců a dívek z 3. B



Z celkového průzkumu mi vyšlo, že chlapci měli celkem 28 správných odpovědí a dívky 22 správných odpovědí.

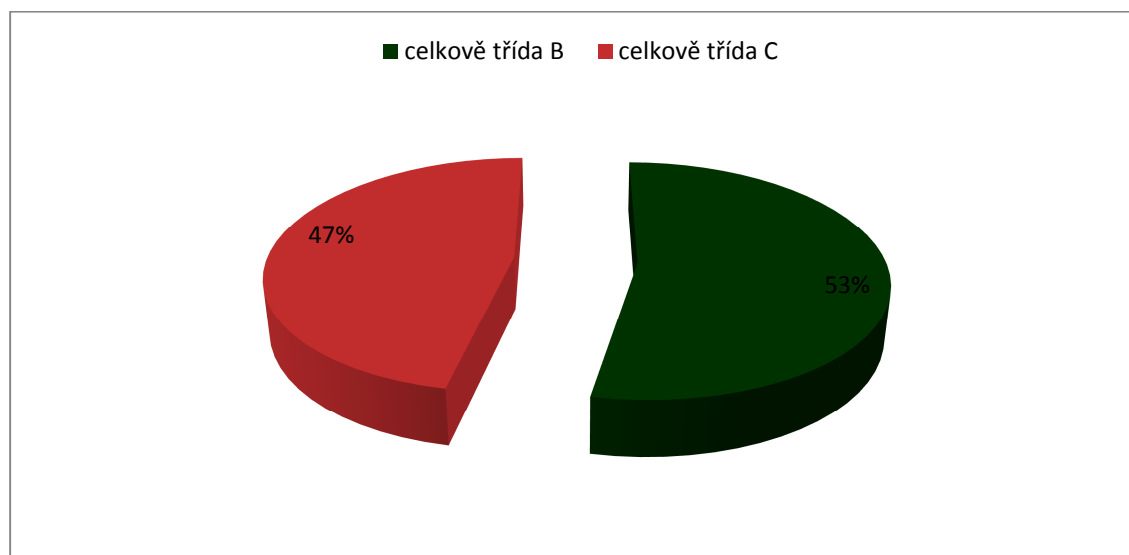
Graf č. 13: Celkové porovnání úspěšnosti v post testu dívek a chlapců z 3.B



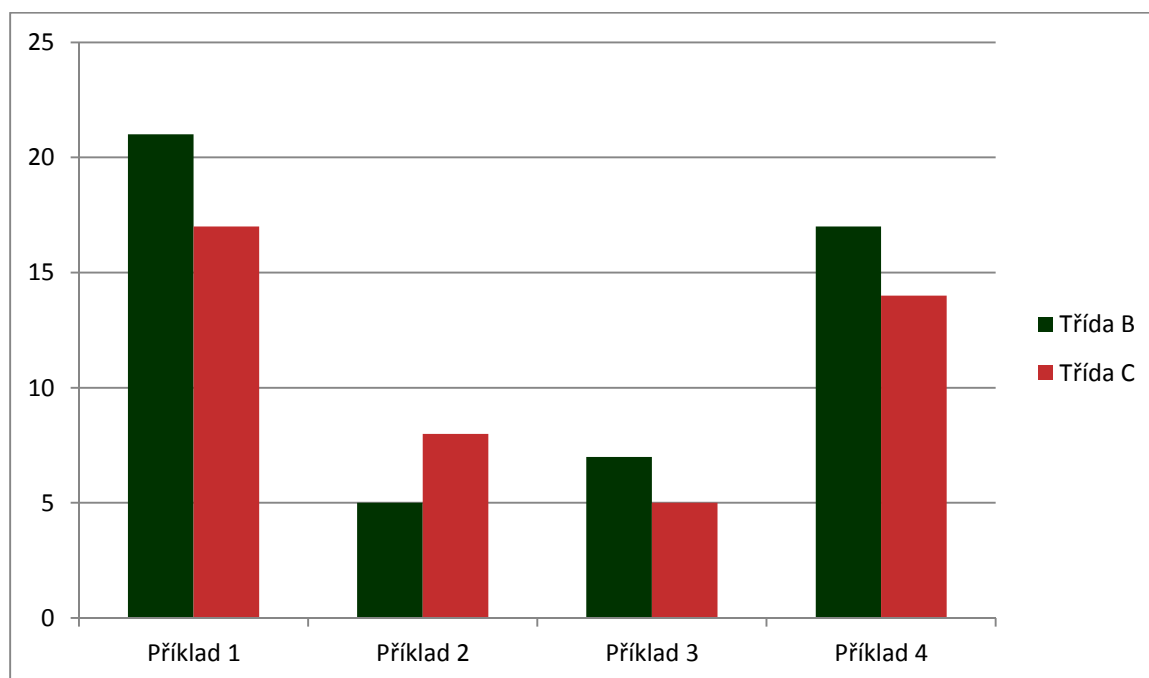
2.3.1 Celkové výsledky post testu

V následujícím grafu máte možnost, porovnat úspěšnost žáků v jednotlivých příkladech post testu. Z výsledků post testu je patrné, že vyšší úspěšnosti dosahují žáci, kteří používají schémata. U jednotlivých příkladů je sice rozdíl minimální, ale v celkovém porovnání je rozdíl značný. Žáci z 3. B, kteří řešili úlohy pomocí schémat, měli o 20 procent vyšší úspěšnost. Průměrná úspěšnost žáků z 3. B dosahovala 53 procent, zatímco u 3. C jen 47 procent. Dále jsem porovnávala celkovou úspěšnost chlapců a dívek v těchto dvou třídách. Chlapci v celkovém hodnocení dosahují při řešení slovních úloh lepších výsledků.

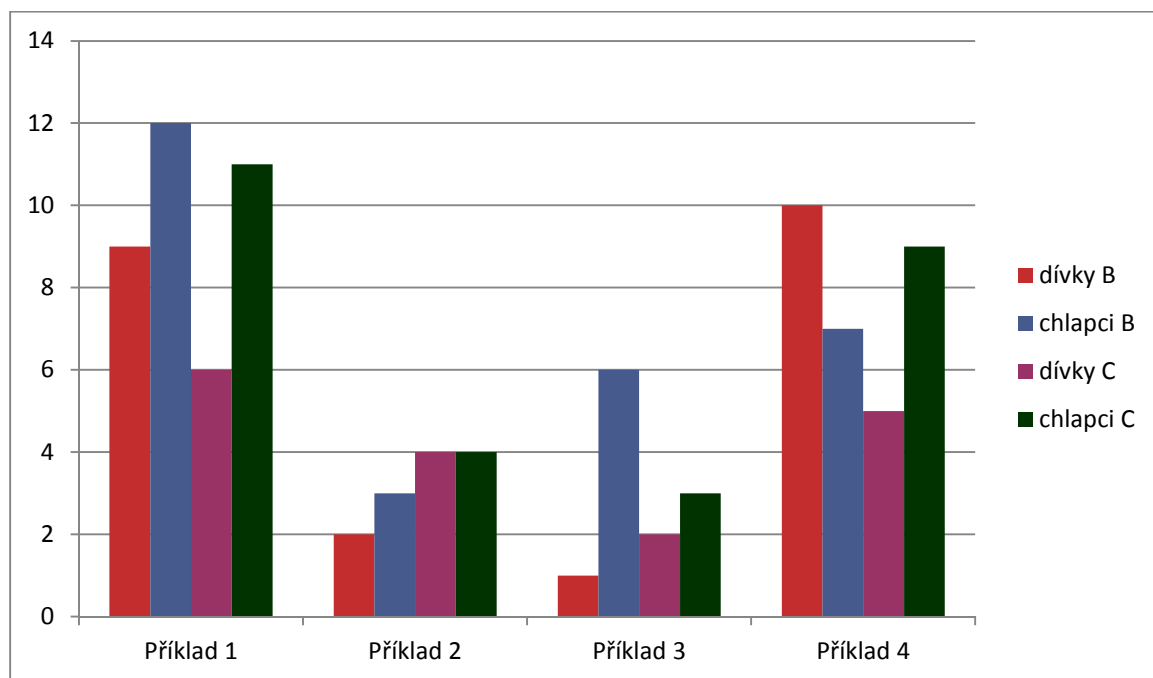
Graf č. 14: Celkové porovnání úspěšnosti tříd 3. B a 3. C



Graf č. 15: Celkové porovnání tříd 3. B a 3. C ve všech příkladech



Graf č. 16: Celkové porovnání dívek a chlapců z 3. B a 3. C



4. Závěr

Cílem této diplomové práce bylo zjistit, zda žáci, kteří používají při řešení složených slovních úloh schémata, jsou úspěšnější než žáci, kteří se schémata nikdy nepracovali. Závěry lze stručně shrnout do dvou bodů:

- Prokázalo se, že je důležité, aby učitelé seznámili žáky s řešením slovních úloh pomocí schémat, protože tento přístup žákům pomáhá; dokonce někteří považují tento postup řešení za zajímavější a zábavnější.
- Učitelé metodu neznají. Dobré výsledky žáků jsou ale pro ně silným argumentem.

Shrnu-li konkrétní výsledky:

1. Během řešení diplomového úkolu jsou uskutečnila didaktický test před použitím výukové metody a po experimentálním vyučování (pretest a posttest).
 - a. Pretest řešily tři třídy, z kterých jsem si vybrala dvě třídy, které měly podobné výsledky z řešených příkladů.
 - b. V posttestu jsem rozebrala postup čtyř příkladů, které jsem rozdala třídě 3. B a 3. C. Naleznete zde grafy, které znázorňují výkony tříd. Třídou 3. B, s kterou jsem již příklady se schémata řešila, jsem ještě rozdělila na dívky a chlapce. Z grafů můžeme vyčíst, že třída, s kterou jsem již schémata řešila, byla asi o 20 procent lepší než třída, která příklady nepočítala přes schémata. Dále z grafů, které se týkají 3. B a jejího rozdělení na dívky a chlapce, můžeme vyčíst, že chlapci byli vždy o něco lepší než dívky. Nejspíše proto, že chlapci mají větší představivost a tak si dokáží představit, jak by mohli poskládat dané čísla a matematické operace do schématu.
2. Protože zahraniční studie ukazovaly, že úspěšnost žáků, kteří používali k řešení schémata, byla větší. Snažila jsem se procentuálně porovnat výsledky zahraničních studentů, kteří řešili příklady pomocí schémat se třídou 3. B. Porovnání se mi však zcela nepovedlo, protože počty respondentů v šetřeních (zahraniční a tato studie) nebyly vyrovnané. Výsledky lišily asi o dvanáct procent, ale tento výsledek je obtížné interpretovat.

Zpočátku jsem měla obavy, jak bude probíhat výuka pomocí schémat v hodinách matematiky ve třetích ročnících na základní škole. Vyučující učitelé pohlíželi na schémata nejprve skepticky, ale po čase se jejich názor změnil a tím mi dodali zase trochu odvahy. Musím říct, že pro mě bylo samotným přínosem zabývat se tímto problémem. Snažila jsem se

vytvořit příklady, které by byly žákům blízké. Většina žáků byla zvyklá řešit příklady jiným způsobem, a tak mě potěšilo, že jsem jim mohla ukázat další způsob řešení příkladů, který jim připadal snadnější. Mnoho hodin jsem strávila řešením slovních úloh, než jsem mohla porovnat dané třídy. Prostřednictvím této práce jsem získala informace, které mohu využít ve školní praxi. Doufám, že se tento způsob řešení slovních úloh rozšíří do knižních publikací a napomůže dalším žákům ke snadnějšímu řešení slovních úloh.

Použitá literatura a zdroje

- /1/ BLAŽKOVÁ, R., MATOUŠKOVÁ, K., VAŇUROVÁ, M. *Kapitoly z didaktiky matematiky (slovní úlohy, projekty)*. Brno: MU, 2002.
- /2/ CLEMENTS, D., H., SARAMA, J. (2007) Early childhood mathematics learning. In F. K. Lester, Jr. (Ed.) *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Charlotte: Information age publishing, 461-556.
- /3/ COUFALOVÁ, J. *Matematika s didaktikou pro 2. roč. učitelství 1. stupně ZŠ*. PF, Plzeň 1993.
- /4/ DIVÍŠEK, J. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989.
- /5/ HEJNÝ, M. Budování matematických schémat. In Hošpesová, A., Stehlíková, N., Tichá, M. (Eds.) *Kultura vyučování matematice*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Č. Budějovicích, 2007), s. 81 – 122.
- /6/ HEJNÝ M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ J., *Matematika pro 3. ročník základní školy*, Plzeň, Fraus, 2008.
- /7/ HERSHKOVITZ, S. (2009). Intuition, schema, and problem solving. SEMT. In J. Novotná, H. Moraová (Eds.) *International Symposium Elementary Maths Teaching. Proceedings*. Praha : Charles University, Faculty of Education, 31 – 41.
- /8/ HOŠPESOVÁ, A. a kol. *Cesty zdokonalování kultury vyučování v matematice*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2007.
- /9/ KITTLER, J., KUŘIMA F., *Matematika pro 2. ročník ZŠ*, MÚ, Praha, Albra, 2000.
- /10/ KITTLER, J. *Metodická příručka k učebnicím matematiky a k pracovním listům pro 2. Ročník ZŠ*, MÚ, Praha, Albra, 2000.
- /11/ MIKULENKOVÁ H., MOLNÁR J., *Matematika a její aplikace pro 2. ročník*, Olomouc, Prodos, 2007.
- /12/ MIKULENKOVÁ H., MOLNÁR J., *Matematika a její aplikace pro 3. ročník (1. díl)*, Olomouc, Prodos, 2007.
- /13/ NESHER, P., HERSHKOVITZ, S. (1994). The role of schemata in two-step problems: Analysis and research findings. *Educational studies in Mathematics*, 26, 1-23.
- Internetové zdroje:**
- /14/ http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV_2007-07.pdf

Seznam přílohy

Příloha 1	Pre test
Příloha 2	Pre test řešení žáků
Příloha 3	Post test

Příloha 1 Pre test

Úloha č.: 1 Pavel má 6 desetikorunových a 5 korunových mincí. Jirka má 5 desetikorunových a 6 korunových mincí. Honza má 2 dvacetikoruny. Který z chlapců má nejvíce peněz?

Úloha č.:2 Helena žije v domě s tatínkem, maminkou, bratrem Romanem, psem Puntou, dvěma kočkami, dvěma papoušky a čtyřmi rybkami. Kolik mají všichni dohromady nohou?

Úloha č.: 3 V klubovně je 6 modrých stolů, u každého z nich jsou 4 židle. U okna stojí 4 hnědé stoly, u každého z nich jsou 2 židle, uprostřed místnosti jsou 3 bílé stoly, u každého z nich je 6 židlí. Kolik židlí je v klubovně?

Úloha č.: 4 Eliška koupila kamarádům stejná lízátka. Jedno lízátko stálo 3 koruny. Eliška dala paní prodavačce 10 korun, nazpět dostala 1 korunu. Kolik lízátek Eliška koupila?

Úloha č.: 5 Za šest a půl hodiny budou čtyři hodiny po půlnoci. Kolik je hodin?

Davel 6 a 5
 dívka 5 a 6 $6+5=11$
 slonice 2 $5+6=11$
 nejvíce?

Nejméně nepít má dívka.

slonice 2, rakůvek 2, maminka 2, bratr 2, pes 4, dvěma kočkami 8,
 dvěma papoušky 4, čtyřmi rybkami 8.

stoli... 6 modrých židli... 6
 židle... 4 $4+6+2=12$
 stoli... 4 hnědé
 židle... 2 V klubovně je 12 židli.
 stoli... 3 bílé

~~klavírní~~ klavírní... 3 klavíry

Eliška koupila 9 lívanců

111111 4- 22
 1 1 1
 Hodin je psaných 22 bodů.

Příloha 3 Post test

1. *Marie má 6 červených krabiček. Uvnitř každé červené krabičky jsou 4 tužky. Kromě toho má ještě 3 modré krabičky. Uvnitř každé modré krabičky jsou 2 tužky. Kolik tužek má Marie dohromady?*
2. *Dva kluci šli běhat, na každé 2km , které uběhl Franta, Adam uběhl 3km. Franta uběhl 6 km. Kolik kilometrů uběhl Adam?*
3. *Minulý rok chodilo do školy J. A. Komenského 92 chlapců a 83 dívek. Tento rok do školy chodí 210 žáků, z toho 97 chlapců. O kolik více dívek chodí do školy letos než v minulém roce?*
4. *Karel měřil délku tabule a použil k tomu pravítko dlouhé 30cm. Délka tabule byla o 6cm menší, než je devíti násobek délky pravítka. Jaká je délka tabule?*