Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Fakulta pedagogická
Katedra matematiky

Diplomová práce

Sbírka řešených testových úloh z geometrie

Vypracovala: Lucie Kuklová
Vedoucí práce: Mgr. Roman Hašek, Ph.D

České Budějovice 2014

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Sbírka řešených testových úloh z geometrie jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne .... …………………………

Lucie Kuklová

Poděkování

Děkuji panu Mgr. Romanu Haškovi, Ph.D. za jeho cenné rady, metodické vedení a trpělivost při přípravě mé diplomové práce.

Anotace:

Tato práce se zabývá tvorbou testových úloh. Vytvořené testové úlohy jsou zaměřené především na učivo geometrie na 2. stupni ZŠ. Testové úlohy jsou v práci ukázkově vyřešeny. Součástí jsou i teoretické informace k tvorbě testových úloh.

Závěrečná kapitola patří ověření testových úloh, kdy část úloh byla ověřena na základních školách žáky 9. třídy.

Annotation:

This theses deals with the creation of the test exercises. Created ones are focused mainly on the geometric curriculum for the second grade of the primary school. The test exercises are exemplary solved here. This work also includes theoretical information for creation of test exercises.

The final chapter pays attention to verification of these test exercises and the part of the exercise was verified by the pupils of the 9th class of the primary school.

OBSAH

1. ÚVOD

Cílem práce je vypracování testových úloh pro žáky základní školy. Vytvořené úlohy testují jejich schopnost využít získané matematické znalosti k řešení praktických problémů.

V této práci jsem chtěla navázat na svou bakalářskou práci „*Sbírka řešených úloh z geometrie*“, kde jsem již řadu příkladů vytvořila. Bylo však nutné upravit je tak, aby odpovídaly úlohám testovým. Doplnila jsem je i o nově vytvořené příklady.

Oblasti geometrie jsem se rozhodla věnovat proto, že není u žáků příliš oblíbená a bohužel je velmi často opomíjena. Řadu úloh z bakalářské práce jsem měla možnost vyzkoušet během souvislé praxe na ZŠ a tím jsem se opět utvrdila v tom, že žáci mají v této oblasti velké neznalosti.

Testování je velmi důležité, jedná se o jednu z forem hodnocení. Získáváme tak mnoho informací – např. o vědomostech žáků. Učitelům přináší zpětnou vazbu ohledně jejich výuky. Mohou se tak vyvarovat opakování stejných chyb při své výuce.

První část práce seznamuje především s tím, jak by takové testové úlohy měly vypadat a jak je správně sestavit. Na teoretické kapitoly navazuje 6. kapitola, kde jsou mnou vytvořené testové úlohy. Celkem se jedná o deset testových bloků, kdy každý blok obsahuje 3 – 4 testové úlohy.

Testové úlohy, které jsem vytvořila, jsem se snažila uchopit tak, aby se nejednalo o klasické úlohy, se kterými se žáci setkávají v učebnicích a jejichž algoritmus řešení mají velmi pěkně naučený. Jedná se o úlohy, které jsou založeny na praktických aplikacích matematických poznatků.

Všechny testové úlohy jsou vždy ukázkově vyřešeny. Řešení najdeme za zadáním každé úlohy.

Část vytvořených úloh jsem ověřila na základní škole žáky 9. třídy. Tím jsem chtěla získat informace o tom, jak testy u žáků dopadnou a také zda pro ně budou srozumitelné. Tuto část diplomové práce nalezneme v 7. kapitole. Z výsledků testů jsem získala spoustu informací, které bych chtěla využít při své budoucí práci učitelky.

2. DIAGNOSTICKÉ METODY PŘI VYUČOVÁNÍ

Výsledky, kterých žáci dosáhnou během vyučování, se dají hodnotit a kontrolovat různými metodami a formami. Metody, pomocí kterých objektivněji a přesněji zjišťujeme stav dovedností a vědomostí, souhrnně nazýváme metody diagnostické.

Tyto metody nám slouží ke zjištění výsledků učení žáků na základě měření stavu, kterého žáci dosáhli [7].

Za základní diagnostickou metodu považujeme didaktické testování. Nástrojem didaktického testování je didaktický test. Výraz „test" zahrnuje veškeré typy testování dovedností a znalostí. Pojem didaktický test je u mnoha autorů definován odlišně, avšak tato vymezení se v jednom shodují. Jedná o zkoušku, která se orientuje na objektivní zjišťování úrovně zvládnutí učiva u určité skupiny osob.

Velmi výstižná je například definice didaktického testu, kterou uvádí P. Byčkovský (1982): *„Didaktický test je nástroj systematického zjišťování (měření) výsledků výuky."* ([5], s. 216).

Nepřesným chápáním pojmu test (didaktický test) rozumíme to, že se jedná o krátkou písemnou zkoušku, nebo jen zkoušku, sestavenou pouze z úloh s výběrem odpovědi. Samozřejmě didaktický test nesmíme chápat jen jako zkoušku písemnou.

V matematice za didaktický test považujeme každou písemnou zkoušku, kterou si učitel sám připraví.

2.1 Historie testování

Počátky testování sahají do 2. poloviny 19. století, kdy nacházíme první písemné zkoušky s velmi propracovanými postupy právě pro hodnocení výsledků. Jako první s největší pravděpodobností slovo test použil v roce 1897 U. M. Rice, jenž tímto termínem označil zkoušky jazykových vědomostí. Velký vliv na rozvoj teorie ale i praxe testování vědomostí, měla právě psychologie. Její rozvoj byl patrný především v USA, kde ji propagoval především psycholog E. L. Thorndike.

U nás jsou počátky testování spojeny především se jménem V. Příhody (studoval u Thorndika). Testy, které v této době vznikaly, měly vysokou úroveň a jejich využití v praxi se velmi osvědčilo. Po roce 1948 došlo k úpadku užívání testů. Teprve koncem 60. let 20. století nalézáme snahu vracet se k těmto metodám [6].

2.2 Testování

2.2.1 Vymezení pojmu testování

Jak už bylo řečeno, testování je významnou a nedílnou součástí každého vyučovacího procesu. Jedná se o jeden ze způsobu měření míry pochopení již probraného učiva a měření kvality vyučování. Učitelé pomocí testů průběžně získávají představy o úrovni jejich učebních výsledků a o pokrocích žáků. Je velmi důležité, abychom nezaměňovali pojmy testování a hodnocení, tyto pojmy jsou ve vzájemné hierarchii. Testování je pouze jedna z forem hodnocení. Pokud chceme, aby nějaké hodnocení bylo objektivní, je třeba využít více jeho forem.

Proto bychom testování měli doplnit i dalšími formami hodnocení. Například hodnocení prostřednictvím pochval a trestů, skupinové hodnocení, slovní hodnocení.

Slovo test se k nám dostalo z angličtiny. Znamená zkoušku, zkoumání, ověřování. Testy jsou založeny na předpokladu, že osoby, které se testování účastní, mají stejné úkoly a stejné podmínky.

V pedagogické literatuře najdeme různé výklady pojmu testování. Vybrala jsem dva, které mi přišly nejvýstižnější.

Hrabal [4] ve své příručce popisuje testování jako způsob objektivního zjišťování úrovně zvládnutí probraného učiva ve školních předmětech. Tedy způsob měření výsledků žáků i učitelů, kteří učivo vysvětlují a procvičují.

Průcha [6] považuje testování jako jednu z mnoha metod pedagogické diagnostiky. Příprava, aplikování i vyhodnocení testování se provádí na základě standardně předepsaných a schválených podmínek.

2.3 Druhy didaktických testů

V praxi se setkáme s různými druhy didaktických testů, které však mají i různou kvalitu. Každý didaktický test má své specifické vlastnosti a samozřejmě se liší také tím, jaké informace jejich prostřednictvím získáme.

Testy lze třídit z různých hledisek.

Sedláčková ([7], s. 30) rozděluje testy na dvě základní skupiny:

- *podle vytváření testu*
- *podle rozsahu testu*

A. podle vytváření testu

Do této skupiny řadíme testy standardizované a nestandardizované.

Standardizované (normalizované) testy

Jedná se o testy, které jsou předem ověřené a splňují tak základní vlastnosti didaktického testu. Těmito vlastnosti rozumíme validitu, reliabilitu, senzibilitu, objektivnost, ekonomičnost a použitelnost testu. Takovéto testy jsou značně náročné na přípravu a většinou je připravují specializované instituce. Součástí každého standardizovaného testu je také příručka (manuál). Ta nám říká, jaké má test vlastnosti a jak ho správně používat.

Nestandardizované (neformální) testy

Tyto testy jsou nejčastěji připraveny právě učitelem pro jeho vlastní potřebu. U těchto testů neproběhlo ověřování na větším vzorku žáků a z tohoto důvodu neznáme všechny jeho vlastnosti. Tyto testy slouží jako pomocný prostředek ke klasifikaci žáků.

V podstatě se jedná o „písemné prověrky“ vhodné pro jednorázové zjištění úrovně znalostí dané třídy. Při opakovaném užívání je může učitel do jisté míry objektivizovat.

B. podle rozsahu testu

Do této skupiny patří testy globální a dílčí.

Globální testy

Mezi tyto testy patří například celostátní písemné přijímací zkoušky na střední nebo vysoké školy. Výsledky z těchto testů poskytují materiály pro analýzu úrovně vědomostí a dovedností v rámci celé republiky, kraje, okresu či školy.

Za globální testy považujeme také vstupní kontrolní práce na začátku školního roku.

Jako příklad globálního testu uvádí Sedláčková ([7], s. 34) test z matematiky, který byl zadán ve 3. ročníku gymnázií ve Slovenské republice v r. 1979/1980.

Cílem tohoto testu bylo porovnat výsledky z matematiky tříd a škol na Slovensku. Zároveň měl prokázat, zda jsou nebo nejsou rozdíly mezi žáky, kteří byli přijati ke studiu na gymnázium v 8. a v 9. ročníku. Testem bylo vyzkoušeno 1000 žáků ze 42 tříd 3. ročníků gymnázií. Test obsahoval 44 úloh rozdělených do 30 testových položek, jejichž obsahem bylo učivo matematiky 1. a 2. ročníku. Celkové výsledky testu ukázaly, že mezi školami a třídami jsou velké rozdíly v úrovni testovaných znalostí. Dále se ukázalo, že nejsou významné rozdíly mezi výkony žáků, přijatých na gymnázium z 8. a 9. ročníku.

Dílčí testy

Dílčí test má podat podrobný obraz o tom, zda a do jaké míry žák ovládl jednotlivé prvky vzdělávacího obsahu. Obsah takového testu je užší a soustředí se na menší oblast učiva. Dílčí test se většinou zabývá jednou dovedností (např. Pythagorova věta).

Kalhous ([5], s. 216) klasifikuje didaktické testy podle návrhu P. Byčkovského (1982):

- testy rychlosti - pomocí těchto testů zjišťujeme, jak rychle je schopný žák daný typ úlohy vyřešit, tyto testy mají stanovený časový limit pro jejich řešení a obsahují velmi jednoduché úlohy.

- testy úrovně - představují většinu testů, které se používají na našich školách, čisté testy úrovně nejsou časově omezeny a výkon žáků určuje pouze jejich úroveň vědomostí, pokud tyto testy jsou časově omezeny, tak jen z toho důvodu, aby ti nejpomalejší žáci práci ukončili.

- testy standardizované - tento typ testu je připravován profesionály a je velmi důkladně ověřen, tyto testy vydávají ve většině případů pouze specializované instituce, součástí těchto testů bývá také příručka, která slouží ke správnému používání testu.

- testy nestandardizované - o těchto testech mluvíme také jako o testech učitelských (neformálních), tyto testy nebyly ověřeny na větším vzorku žáků a z tohoto důvodu neznáme všechny jejich vlastnosti, tyto testy si učitelé připravují sami pro vlastní potřebu.

- testy kognitivní a testy psychomotorické - toto dělení vychází z dělení lidského učení podle B. S. Blooma do tří oblastí (učení kognitivní, afektivní a psychomotorické), o testu kognitivním hovoříme tehdy, kdy didaktický test měří kvalitu (úroveň) poznání u žáků, v případě, že testem zkoumáme výsledky učení psychomotorického, mluvíme o testu psychomotorickém.

- testy výsledků výuky a testy studijních předpokladů - doposud se většinou v pedagogické praxi užívali testy výsledků výuky, pomocí kterých jsme zjišťovali to, co se žáci naučili, oproti tomu testy studijních předpokladů měří obecnější úroveň předpokladů k dalšímu studiu jedince, tento typ testů se používá především při přijímání žáků na vyšší úroveň studia.

- testy rozlišující – těmito testy posuzujeme výkon žáků vzhledem k populaci testovaných, hlavní myšlenkou těchto testů je dosáhnout maximální objektivity testových výkonů.

- testy ověřující - pomocí těchto testů ověřujeme úroveň dovedností a vědomostí žáka v dané oblasti, která je jasně vymezená, při těchto testech nesrovnáváme výkon žáka s výsledky ostatních žáků.

- testy vstupní, průběžné a výstupní; vstupní testy = zadáváme je na počátku výuky daného učebního celku, průběžné testy = zadáváme je v průběhu výuky, pomáhají učiteli zjistit nedostatky ve výuce, výstupní testy = zadávají se na konci výukového období nebo na konci určitého výukového celku, poskytují informace nutné pro hodnocení žáků.

- testy monotematické a polytematické - testy monotematické mají za úkol testovat pouze jediné téma učební látky. Oproti tomu testy polytematické testují několik tematických celků najednou.

- testy objektivně skórované - tyto testy obsahují úlohy, u kterých můžeme objektivně rozhodnout o správnosti jejich řešení.

- testy subjektivně skórované - označujeme je také jako „esej testy", obsahují úlohy, u kterých nelze jednoznačně stanovit pravidla pro skórování.

3. KONSTRUKCE DIDAKTICKÉHO TESTU

Při tvorbě didaktického testu bychom rozhodně neměli začít sestavováním testových úloh. Tento krok ve většině případů vede k tomu, že takto vytvořený didaktický test je nevyvážený. Nezahrnuje rovnoměrně celé učivo. Tyto úlohy velmi snadno vytvoříme, avšak testují pouze reprodukci zapamatovaných poznatků. Vytvoření kvalitního didaktického testu je celkem náročný proces.

Autor testu by měl nejdříve zvážit, k jakému účelu bude test potřebovat. Test můžeme využít například ke zjištění výsledků výuky na konci určitého tematického celku nebo na konci pololetí. Na druhou stranu didaktický test můžeme využít také k inspekčním nebo kontrolním účelům [5].

„Obsah testu je nutné specifikovat tak, aby bylo jasné, jakou část učiva mají jednotlivé úlohy zkoušet.“ Jak uvádí Kalhous ([5], s. 221):

- *jakou úroveň osvojení vědomostí mají jednotlivé úlohy zkoušet*
- *kolik úloh má zkoušet jednotlivé prvky učiva*
- *kolik úloh musí obsahovat celý test*

Při tvorbě didaktického testu existuje několik fází, podle kterých bychom měli postupovat. V rámci těchto fází dochází k plánování, sestavování a ověřování testu. Aby vytvořený test byl kvalitní, je nutné splnit každou z těchto dílčích fází. V případě, že některou z fází zanedbáme, je tímto krokem ohrožena validita, reliabilita či objektivita testu.

Cermat [15] na svých stránkách uvádí čtyři základní fáze při tvorbě didaktického testu. Jedná se o fáze:

- *plánování testu*
- *sestavování testu*
- *ověřování testu*
- *použití testu*

1. fáze plánování testu

V této fázi bychom si měli určit cíle, jakých má test dosáhnout, tzn. k jakému účelu mají vytvořené testové úlohy sloužit. Dále nesmíme zapomenout na vymezení obsahu testu, tedy jakou část učiva chceme prostřednictvím testu zkoumat.

2. fáze sestavování testu

Úlohy bychom měli řadit tak, abychom začínali těmi jednoduššími a postupně obtížnost úloh zvyšovali. Neměli bychom zapomenout také na časovou náročnost testu a pro test si vyhradit dostatek času. Musíme si určit způsob, jak budeme test hodnotit. Jednak hodnocení jednotlivých úloh (například podle jejich náročnosti) a také hodnocení celého testu.

3. fáze ověřování testu

Kvalitu testu lze ověřit zadáním testu žákům.

4. fáze použití testu

3.1 Druhy testových úloh

Jako testovou úlohu si můžeme představit úkol, otázku nebo také problém, který je v testu obsažený. V literatuře se můžeme také setkat s označením testový úkol nebo testová položka, na místo testové úlohy. Kvalita testových úloh nám v podstatě určuje kvalitu celého testu.

Důležitým stanoviskem, před kterým autor testu stojí, je rozhodnout se, jaký typ testových úloh použít. Každý typ testových úloh má své výhody a nevýhody a ne každou testovou úlohu můžeme vždy použít [5].

Uvedla bych zde členění, které uvádí Kalhous ([5], s. 222), jedná se o členění podle P. Byčkovského (1982).

Testové úlohy člení na:

- *otevřené široké úlohy* - v těchto úlohách požadujeme po žákovi rozsáhlejší odpověď (třeba i půl stránky). Široké testové úlohy navrhneme poměrně jednoduše, obtížnější je však jejich vyhodnocení. To je jejich největší nevýhoda, nemůžeme je tedy objektivně skórovat. Testy tvořené tímto typem testových úloh nazýváme „esej testy“.

- *úlohy se stručnou odpovědí* - tyto úlohy požadují od žáků vytvoření jejich vlastní krátké odpovědí a to například ve formě čísla, symbolu, značky, grafu. Opět je snadno navrhneme a jako výhodu uvedeme také to, že neumožňují žákům tak snadno uhodnout správnou odpověď, aniž by měli potřebné znalosti.

- *úlohy dichotomické* - tento typ úloh nabízí žákovi dvě možnosti odpovědi s tím, že pouze jedna je ta správná a tu tedy mají označit. Nejčastějším typem těchto úloh jsou úlohy typu ano - ne. Nevýhodou tohoto typu úloh je velká pravděpodobnost, že žáci správnou odpověď uhodnou, aniž by měli příslušné znalosti pro její vyřešení.

- *úlohy s výběrem odpovědí* - tento typ úloh se skládá se dvou částí a to z kmenové úlohy a nabídnutých odpovědí. U těchto úloh rozlišujeme několik typů:

a) *úlohy typu „jedna správná odpověď“* - žák vybírá z nabídnutých alternativ odpovědí pouze jednu, která je správná

b) *úlohy typu „jedna nejpřesnější odpověď“* - u těchto úloh vyžadujeme po žácích výběr té nejlepší nebo nejsprávnější odpovědi. Tyto úlohy jsou pro žáky často velmi obtížné.

c) *úlohy typu „jedna nesprávná odpověď“* - tyto úlohy vyžadují výběr jedné nesprávné odpovědi. Velmi důležité přitom je, zdůraznit zápor v kmenové úloze, jinak velmi snadno může dojít k přehlédnutí záporu a žák i přesto, že správnou odpověď ví, odpoví špatně.

d) *úlohy s vícenásobnou odpovědí* - žák vybírá více správných odpovědí. Pokud chceme tento typ úloh použít, musíme na to žáky předem upozornit

e) *situační úlohy* - jedná se o zvláštní modifikaci úloh s výběrem odpovědí. U těchto úloh žák vybírá odpověď z poměrně většího počtu nabídek, přičemž nabídky vyplynou přímo z dané situace.

- *přiřazovací úlohy* - tyto úlohy obsahují instrukci, jak úlohu řešit a dále dvě množiny pojmů. Žáci mají za úkol správně přiřadit prvky jedné množiny k prvkům druhé množiny.

- *uspořádací úlohy* - tyto úlohy vyžadují po žácích, aby prvky dané množiny uspořádali do určité řady. Prvky můžeme řadit jednak podle velikosti, stupně obecnosti či významu.

3.2 Vlastnosti didaktického testu

Tvorbou didaktických testů máme v úmyslu zjišťovat úroveň dovedností a znalostí žáků v určité oblasti učiva. Pokud chceme, aby údaje, které získáme z těchto testů, byly hodnotné, musí být také použitý didaktický test kvalitní. Za kvalitní považujeme test, který splňuje tyto vlastnosti: objektivita, reliabilita a validita.

Sedláčková ([7], s. 30) uvádí jako nejdůležitější vlastnosti didaktického testu: *validitu, reliabilitu, senzibilitu, objektivnost, použitelnost a ekonomičnost*.

a) *validita didaktického testu* – tato vlastnost požaduje, aby vytvořený test vycházel z učebních osnov a z cílů diagnostického procesu. Tato vlastnost je závislá na stanovených učebních cílech.

b) *reliabilita* – v tomto smyslu hovoříme o spolehlivosti didaktického testu. Jedná se o test, který nám při opakovaném použití týchž jedinců přináší shodné výsledky. Další podmínka reliability je také přesnost testu.

c) *senzibilita* (citlivost) – test nazveme citlivým, pokud jeho pomocí zjistíme i menší rozdíly ve správnosti žákových odpovědí. Pokud chceme mít test citlivý, musí mít přiměřeně obtížné úlohy pro žáky, tedy nesmí být příliš obtížné nebo naopak velmi lehké.

d) *objektivnost* – tato vlastnost závisí především na typu úkolu. Objektivnější jsou úlohy, kdy má žák možnost výběru z nabídnutých odpovědí, nežli tvorba vlastní odpovědi žáka.

e) *použitelnost* – tato vlastnost spočívá v jednoduchosti a rychlosti jeho opravy a také ve snadnosti jeho použití.

f) *ekonomičnost* – týká se především nákladů na jeho zhotovení a hospodárného zacházení a využití testu.

4. ZPRACOVÁNÍ A INTERPRETACE VÝSLEDKŮ TESTU

Didaktický test by měl učitel maximálně využít a získat z něj co nejvíce informací pro hodnocení žáka. Mimo to také informace o tom, jak postupovat dále, jak test upravit apod.

Téměř po každém využití testu by měl následovat tzv. diagnostický rozbor výsledků žáků. Zde si všímáme především chyb, které žáci udělali, a snažíme se nalézt jejich příčiny. Rozbor výsledků testu závisí především na druhu použitého didaktického testu [5].

K vyhodnocení testu a analýze jeho závěrů lze přistupovat různými způsoby. Jak uvádí Scio [16]. U nás je stále nejtradičnější a nejrozšířenější tzv. *Klasická teorie testů* (Classical Test Theory, CTT). Ve světě je mnohem rozšířenější *Teorie odpovědi na položku* (Item - Response Theory, IRT). Tato metoda je mnohem přesnější a podrobnější. Další možností *je Measurement Decision Theory* (MDT). Jedná se o metodu, která je mnohem méně využívaná, ale mnohem lépe dokáže respondenty rozdělit do kategorií a úrovní.

4.1 Modely klasické teorie testů

„Klasická teorie testů předpokládá, že pro každého testovaného existuje u každé položky testu a v celém testu tzv. true skóre, které vyjadřuje, jakého výsledku by v položce a v testu měl dosáhnout – jaký odpovídá jeho znalostem či dovednostem.“ [17].

Jako skóre v testu bereme součet skóre v jednotlivých jeho položkách. Jako nejjednodušší typ skóre bereme právě tzv. hrubé skóre. Například u dichotomické položky získáme za každou správnou položku jeden bod, za nesprávnou nebo vynechanou položku nedostane nic. U polytomických položek získáme tolik bodů, kolik odpovídá naší odpovědi. V případě, že chceme redukovat možnost správné odpovědi náhodným tipováním, můžeme stanovit, že za špatnou odpověď se bod odečítá. Z tohoto důvodu můžeme dosáhnout i záporného skóre. Samozřejmě můžeme jednotlivým úlohám přiřadit různý počet bodů. Pak mluvíme o tzv. váženém skóre. Počet bodů v tomto případě volíme podle různých kritérií. Například podle obtížnosti, časové náročnosti nebo obsahu [17].

4.2 Teorie odpovědi na položku (Item – Response Theory), IRT

„Jedná se o rodinu matematických modelů, které umožňují použít jednotnou škálu pro různé testy a definují způsob přepočtu výsledků každého testu na jednotnou škálu." [17]. Tyto metody vycházejí z několika předpokladů:

- *testové položky měří u respondenta míru jedné stejné vlastnosti (tzv. latenci)*
- *latence je spojitá veličina na nekonečné škále se středem v nule*
- *odpovědi stejného respondenta v různých položkách jsou nezávislé*
- *charakteristiky (parametry) položek jsou nezávislé na konkrétní osobě respondenta i na ostatních položkách testu*

„Základní modely IRT sledují jednu latenci u každého respondenta pomocí dichotomických položek (Raschův model, dvouparametrický model, tříparametrický model a další) nebo pomocí polytomických položek (rating scale model, partial credit model, graded response model a další). Výpočty IRT jsou technicky složité, protože odhadují, jaká latence nejlépe odpovídá konkrétní sérii odpovědí respondenta v položkách testu."[18].

4.3 Measurement Decision Theory (MDT, klasifikátory)

Klasifikaci lze definovat jako zobrazení z množiny objektů (testovaných) do množiny předem definovaných kategorií. Jako klasifikátor potom rozumíme určitý algoritmus, jehož pomocí provádíme klasifikaci. Klasifikátor nám tedy poskytne výstup v podobě zařazení testovaného do určité kategorie. To nám poté umožní přesně určit, co od testovaného můžeme očekávat a v čem se odlišuje od jiných testovaných ve stejné kategorii.

MDT je zkratka pro Measurement Decision Theory. Jedná se o klasifikátor navržený Lawrencem M. Rudnerem. Cílem této metody je zařazení testovaných prostřednictvím testu do předem definované kategorie [19].

5. INSTITUCE ZABÝVAJÍCÍ SE SESTAVOVÁNÍM TESTOVÝCH ÚLOH A TESTŮ

Sestavováním testů se zabývá celá řady institucí. Jako hlavní bych uvedla:

CITO - Centrální ústav pro vývoj testů v Nizozemsku

IEA - Mezinárodní asociace pro hodnocení výsledků vzdělávání

ÚIV - Ústav pro informace ve vzdělávání

SCIO

PISA - Programme for International Student Assessment

TIMSS - Trends in International Mathematics and Science Study

PIRLS - Progress in International Reading Literacy Study

5.1 PISA

Mezinárodní výzkum PISA - Programme for International Student Assessment je jeden z nejdůležitějších a největších výzkumů. Tento výzkum patří mezi jednu z aktivit Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj (OECD). Tohoto výzkumu se zúčastňuje více jak 68 zemí.

Výzkum zkoumá patnáctileté žáky, kteří se ve většině zemí nacházejí v končícím ročníku povinné školní docházky. Zaměřuje se na zjišťování dovedností a znalostí v oblastech přírodovědné, čtenářské a matematické gramotnosti. Výzkum má za cíl stanovit nejen jaké znalosti a vědomosti žáci mají, ale také to, jak je dokáží v běžném životě uplatnit [3], [12].

Testování se uskutečňuje v tříletých cyklech, kdy v každém cyklu je kladen větší důraz na jednu z testovaných oblastí. Získáváme tak podrobnější informace o dané oblasti. Výzkum byl zahájen v roce 2000, kdy bylo provedeno první testování. Testování v tomto roce bylo zaměřeno na oblast mateřského jazyka.

Druhé testování proběhlo v roce 2003 a bylo zaměřeno na matematickou gramotnost. Třetí testování bylo v roce 2006 a tentokrát byl důraz kladen na přírodovědnou gramotnost. Čtvrté v roce 2009 se soustředilo na oblast čtenářské gramotnosti. Doposud poslední testování bylo provedeno v roce 2012 a opět bylo zaměřeno na matematickou gramotnost. Navázalo tím na výzkum, provedený v roce 2003. Kromě úrovně však sledovalo i změny, které mohly být způsobeny zavedením kurikulární reformy [23].

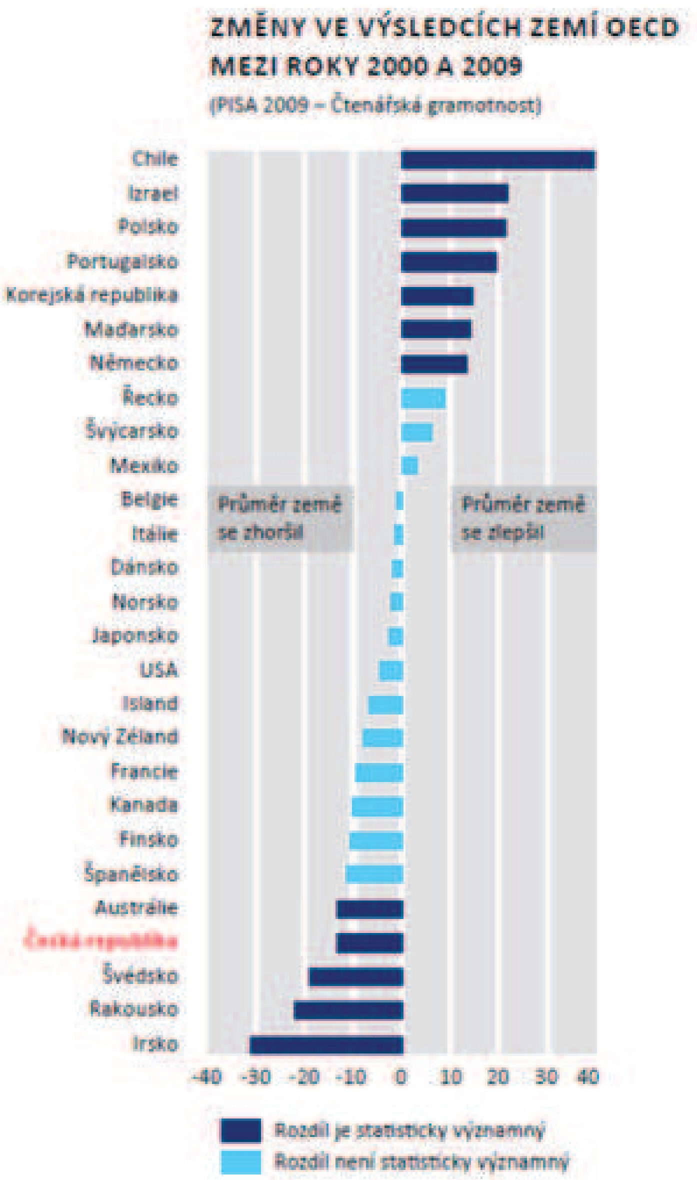
Česká republika se do výzkumu zapojila hned v roce 2000, kdy výzkum začal.

Výsledky českých žáků v jednotlivých oblastech:

<u>Čtenářská gramotnost</u>

Testové úlohy v této oblasti jsou zaměřeny především na získávání informací z textu a jejich interpretaci.

Výsledky českých žáků v této oblasti jsou podprůměrné. Výsledky jsou stejné jako například u slovenských či rakouských žáků (viz. Obr. 1 : *Hlavní zjištění výzkumu PISA 2009 - Umíme ještě číst?*, ÚIV, Praha 2010).



Obr. 1: Čtenářská gramotnost (převzato z [20])

Česká republika patří mezi pět zemí OECD, u kterých došlo od roku 2000 ke zhoršení výsledků. Stejně tak je tomu i u Irska, Švédska, Rakouska a Austrálie.

Největším problémem u českých žáků je právě zhodnocení textu. Lepších výsledků dosáhli s vyhledáváním informací v textu a jejich následným zpracováním. Avšak i v této oblasti jsou stále čeští žáci ve srovnání s jinými zeměmi podprůměrní. Nejhorší výsledky v oblasti čtenářské gramotnosti dosáhli žáci v Karlovarském a Moravskoslezském kraji. Naopak nejlepších výsledků dosáhli v roce 2009 pražští žáci. Žáci kromě klasického testu poskytovali informace o svých názorech a postojích k četbě a to formou doprovodného dotazníku. Z tohoto dotazníku vyplývá, že téměř pro třetinu českých žáků je čtení oblíbenou činností a naopak pro třetinu je ztrátou času.

<u>Matematické gramotnost</u>

V této oblasti byly výsledky českých žáků průměrné. Od roku 2003 do roku 2009 se výsledky českých žáků výrazně zhoršily. V testování v roce 2012 dosáhli žáci opět průměrných výsledků. Avšak musíme zmínit, že oproti předchozímu testování v roce 2009, dosáhli čeští žáci mírného zlepšení. Nejedná se však o zlepšení statisticky významné. V roce 2012 dosáhli nejslabšího výsledku právě žáci Jihočeského kraje.

<u>Přírodovědná gramotnost</u>

Výsledek v této oblasti je u českých žáků průměrný. Od roku 2006 do roku 2009 dosáhly výsledky českých žáků druhého nejvyššího zhoršení mezi všemi zúčastněnými zeměmi [20].

5.2 TIMSS

Mezinárodní výzkum TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) organizuje Mezinárodní asociace pro hodnocení výsledků vzdělávání (IEA). Zabývá se trendem matematického a přírodovědného vzdělávání. Tento výzkum získává informace, které by měly pomoci zlepšit výuku matematiky a přírodních věd. Výzkum TIMSS se na rozdíl od výzkumu PISA více soustředí na školní dovednosti a vědomosti, které se rozvíjí během výuky a vychází z osnov pro výuku matematiky a přírodních věd. Testuje žáky devítileté a třináctileté a také žáky v posledních ročnících středních škol.

Výzkum TIMSS probíhá ve čtyřletých cyklech a to od roku 1995. Česká republika se ho zúčastnila v letech 1995, 1999, 2007 a také v roce 2011 [24], [13].

Dovednosti a vědomosti jsou zjišťovány pomocí testů. Další informace jsou získávány prostřednictvím dotazníků, které jsou mimo žáků určeny také ředitelům škol a učitelům.

	Počet zemí	Cílové skupiny
1. testování (1995)	41	Žáci 4. a 8. ročníku základního vzdělávání, žáci posledního ročníku středních škol
2. testování (1999)	38	Žáci 8. ročníku základního vzdělávání
3. testování (2003)	51	Žáci 4. a 8. ročníku základního vzdělávání (ČR se neúčastnila)
4. testování (2007)	63	Žáci 4. a 8. ročníku základního vzdělávání
5. testování (2011)	52	Žáci 4. a 8. ročníku základního vzdělávání

Obr. 2: Testování TIMSS [21]

Pro tvorbu testů jsou použity, mimo nových otázek, také otázky z dřívějších testů. Díky tomu můžeme porovnat výsledky žáků v čase. Na tvorbě otázek se podílejí odborníci na testování, výuku a vzdělávání přírodních věd a matematiky ze všech zúčastněných zemí.

Cíle výzkumu TIMSS [21]:

„TIMSS zúčastněným zemím pomáhá sledovat a hodnotit výuku matematiky a přírodovědných předmětů v průběhu času a v různých ročnících. K hlavním cílům výzkumu patří:

- *poskytnout podrobná a mezinárodně srovnatelná data o tom, jaké matematické a přírodovědné pojmy, postupy a postoje si žáci 4. a 8. ročníku osvojili v průběhu svého dosavadního vzdělávání,*
- *zhodnotit vývoj výuky matematiky a přírodních věd 4. a 8. ročníku v mezinárodním kontextu,*
- *identifikovat aspekty rozvoje matematických a přírodovědných znalostí a dovedností mezi 4. a 8. ročníkem,*
- *sledovat relativní efektivitu výuky a učení žáků 4. ročníku ve srovnání s 8. ročníkem (to je možné díky tomu, že populace žáků hodnocená ve 4. ročníku je v dalším cyklu hodnocena v 8. ročníku),*
- *na základě mezinárodního porovnání klíčových proměnných charakterizujících kurikulum, výuku a zdroje porozumět tomu, v jakém prostředí se žáci nejlépe učí,*
- *využít TIMSS k řešení specifických témat vzdělávací politiky v jednotlivých zemích (např. porovnat výsledky určitých skupin žáků a zkoumat problematiku rovnosti); z tohoto důvodu mohou země do dotazníků přidat otázky národního významu."*

Vývoj výsledků v čase

Matematika

V roce 1995 dosáhli čeští žáci 4. ročníku ZŠ velmi dobrých průměrných výsledků. Díky tomuto výsledku byli řazeni vysoko nad průměr sledované skupiny zemí. Výrazná změna nastala do roku 2007, kdy se zhoršili ze všech zúčastněných zemí nejvíce. I když se během roku 2007 až 2011 nejvíce zlepšili, zaostávají za výsledky, kterých dosáhli jejich vrstevníci v roce 1995 a zůstávají tak pod průměrem.

Přírodověda

V této oblasti se čeští žáci nejvíce zlepšili od roku 2007 do roku 2011. Patříme tak v této oblasti mezi nadprůměrně úspěšné země [24].

6. VYTVOŘENÉ TESTOVÉ ÚLOHY

V této části práce uvádím testové úlohy, které jsem vytvořila. Tematicky jsou úlohy zaměřeny především na trojúhelník a na výpočty objemů a povrchů těles. Některé úlohy jsou doplněny úlohami z jiných oblastí matematiky (např. úlohy 4.3 a 6.3).

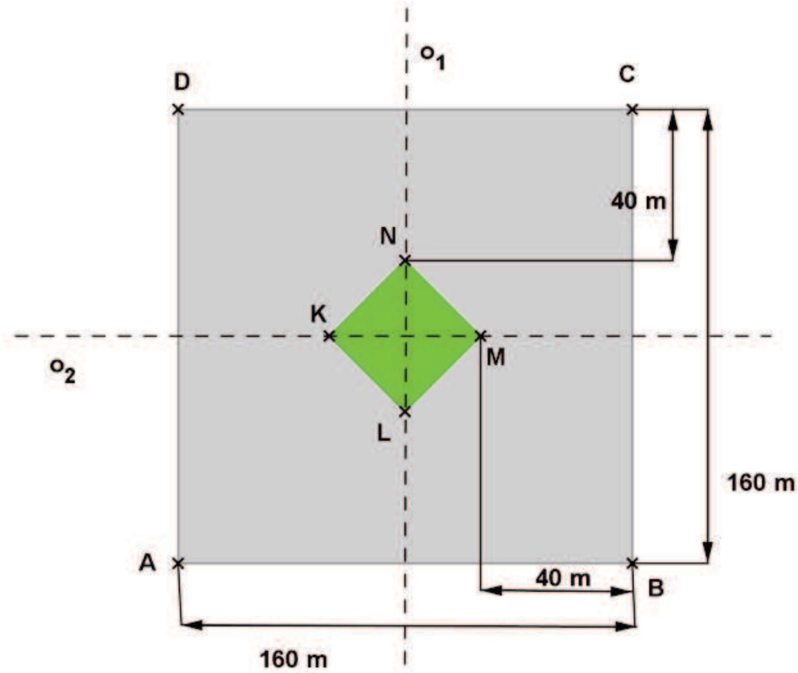
Práce obsahuje celkem deset testových úloh. Každá z úloh ve svém úvodu seznamuje žáky s nastalou situací. Snažila jsem se volit takové úlohy, s kterými se žáci mohou setkat v běžném životě. Součástí některých úloh jsou obrázky, které jsem vytvořila v programu GeoGebra.

Úlohy obsahují různé typy otázek. Jednak se jedná o otázky s možností výběru odpovědi, kdy pouze jedna odpověď je správně, dále otázky s tvorbou odpovědi. Úlohy jsou doplněny o záměr. Zde je uvedeno, jaký tematický okruh úloha testuje a popis operace, kterou mohou žáci při řešení využít. Všechny úlohy jsou ukázkově vyřešeny.

6.1 VÝSTAVBA PARKU

Úloha 1: VÝSTAVBA PARKU

V Králíkovicích mají náměstí tvaru čtverce se stranou délky 160 m. Zastupitelé chtějí uprostřed tohoto náměstí vybudovat čtvercový park. Nechali si udělat několik návrhů, jak by tento park mohl vypadat. Z mnoha nabídek však vyhrál prá-



Obr. 3: Návrh parku

vě ten, který vidíte na obr. 3. Vrcholy čtvercového parku jsou na osách stran čtvercového náměstí ve vzdálenosti 40 m od jeho stran.

Úloha 1.1: VÝSTAVBA PARKU

Náměstí chtějí zastupitelé vydláždit dlažebními kostkami. V rozpočtu počítají na vydláždění náměstí s částkou 24 milionů Kč. Dláždit chtějí žulovou kostkou typu 15/17, jejíž cena je 2 670 Kč za tunu. Přičemž tunou lze vydláždit plochu 2,5 m^2. Vystačí jim částka v rozpočtu na vydláždění náměstí? [10].

Odpověď:

Záměr úlohy 1.1

Popis: Využití matematických znalostí pro výpočet obsahu

Tematický okruh: Prostor a tvar

Postup: Orientace v obrázku, porozumění textu.

Úloha testuje porozumění a orientaci v textu a nákresu. Důležitý je i výběr vhodné metody k řešení a aplikace příslušného matematického postupu.

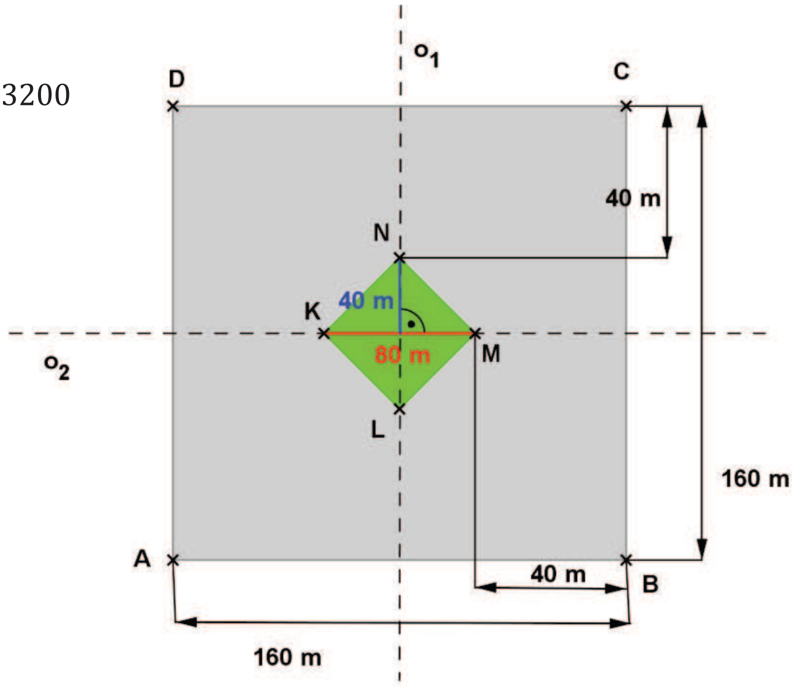
Řešení úlohy 1.1

Žáci by z textu měli vyvodit, že musí v prvním kroku vypočítat rozlohu parku. Tu poté musí odečíst od plochy celého náměstí. To je hlavní myšlenka k řešení této úlohy.

Víme-li, že vrcholy čtvercového parku jsou vzdáleny 40 m od stran náměstí, můžeme dopočítat úhlopříčku *KM* čtvercového parku. Tedy $160 - (40 + 40) = 80\ m$. Jelikož se jedná o čtverec, kde se úhlopříčky půlí a jsou na sebe kolmé, získáme pravoúhlý trojúhelník. Zde známe velikosti dvou odvěsen a máme vypočítat velikost přepony (a = délka strany parku).

$a^2 = 40^2 + 40^2 = 3200$

$a = \sqrt{3200}\ m$



Obr. 4: Návrh parku- řešení

Tak jsme vypočítali délku strany parku.

Plocha parku je tedy 3200 m^2.

Plocha potřebná k vydláždění je tedy

$S = 160^2 - 3200 = 22400\ m^2$.

Dále víme, že tunou dlažebních kostek vydláždíme plochu 2,5 m^2, z tohoto údaje tedy vypočítáme, kolik tun dlažebních kostek budeme potřebovat.

$$22400 \div 2{,}5 = 8960\ t$$

Spočítali jsme tedy, že budeme potřebovat 8960 tun dlažebních kostek. Tuna stojí 2 670 Kč. Celková cena na nákup dlažebních kostek tedy je:

$$8960 * 2670 = 23\ 923\ 200\ Kč.$$

Závěrem tedy řekneme, že městu částka počítaná na vydláždění náměstí stačit bude.

Úloha 1.2: VÝSTAVBA PARKU

V bodě *A* stojí věž, jejíž výška je 18 metrů. Honza vylezl na ochoz věže, který je ve výšce 13 metrů. Dole na náměstí stojí Pepa. Honza je vysoký 168 cm (stejně vysoký je i Pepa) a kouká dolu na Pepu pod úhlem 48°. Jak daleko od paty věže stojí Pepa?

A. 9,66 m

B. 14,44 m

C. 8,7 m

D. 13,75 m

Záměr úlohy 1.2

Popis: Použití goniometrické funkce v reálném geometrickém kontextu

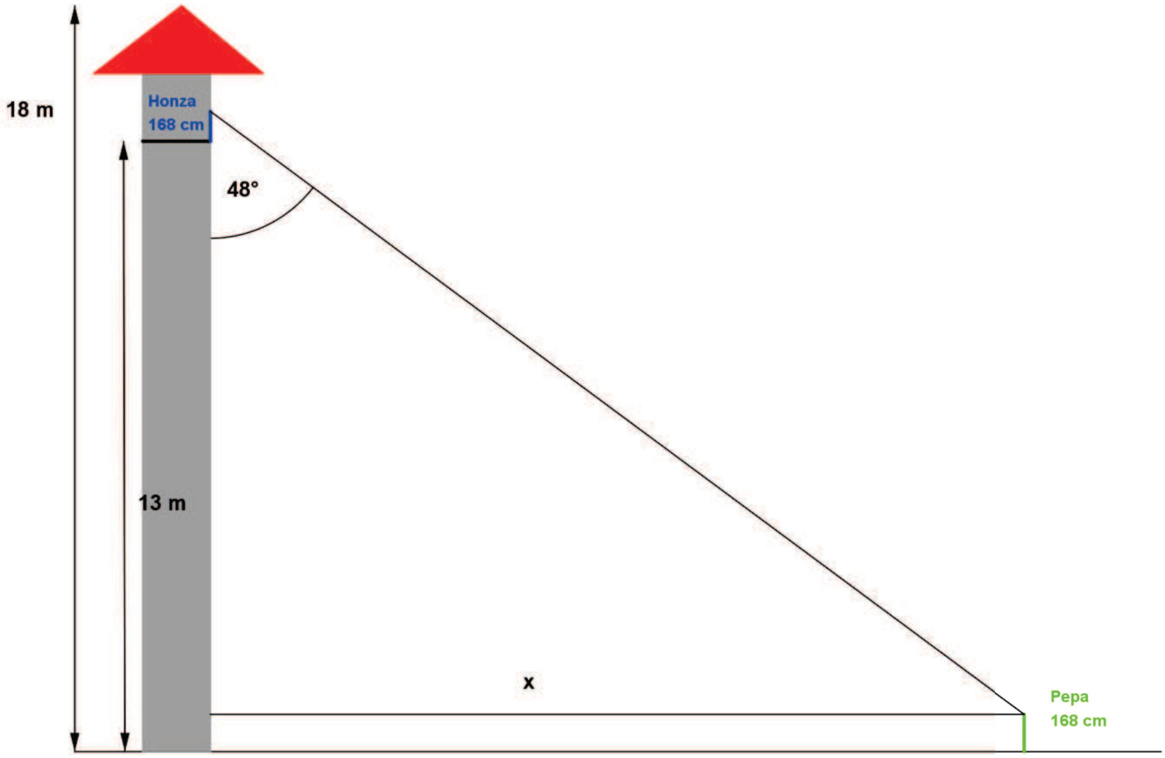
Tematický okruh: Prostor, tvar

Postup: Používání matematických pojmů, postupů, faktů a uvažování.

Úloha testuje schopnost žáků aplikovat goniometrické funkce v reálné situaci. Testuje také prostorovou představivost při náčrtu dané situace.

Řešení úlohy 1.2

V prvním kroku je velmi důležitá představa, jak daná situace vypadá. Nakreslíme si tedy obrázek a do něj zakreslíme údaje, které známe ze zadání.



Obr. 5: Věž

Z obrázku vyčteme, že se jedná o situaci, která nás vede na použití goniometrických funkcí. Výška obou chlapců je shodná, tudíž ji můžeme pro naše další výpočty zanedbat.

Máme zadaný pravoúhlý trojúhelník, kdy známe velikost úhlu, dále stranu k němu přilehlou a máme za úkol spočítat stranu protilehlou. Z toho vyplývá, že pro výpočet použijeme funkci tangens. Kdy tangens daného úhlu je roven délce protilehlé odvěsny ku délce přilehlé odvěsny.

Takže: $$\operatorname{tg} 48° = \frac{x}{13}$$

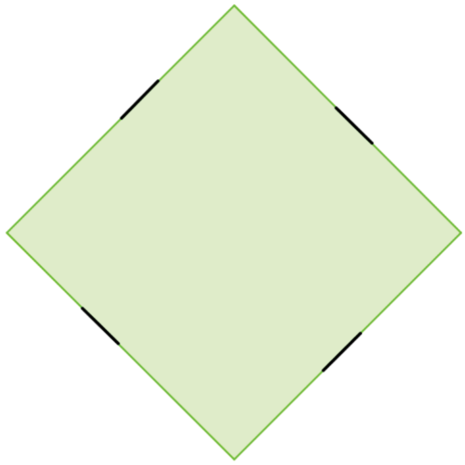
$$x = \operatorname{tg} 48° * 13$$

$$x = 14{,}44\ m$$

Správná odpověď je tudíž za *B*.

Úloha 1.3: VÝSTAVBA PARKU

Po vydláždění náměstí se zastupitelé rozhodli oddělit park od náměstí pomocí nízkého plotu. Jednotlivé sloupky mají být od sebe vzdáleny maximálně 1,5 metru. Jaký je nejnižší možný počet sloupků na plot? Na každé straně parku je vchod široký 1,5 metru, jak vidíte na obrázku.



Obr. 6: Oplocení parku

Odpověď:

Záměr úlohy 1.3

Popis: Využití matematických znalostí pro obvod geometrických útvarů

Tematický okruh: Prostor, tvar

Postup: Používání matematických pojmů, postupů, faktů a uvažování.

Úloha testuje schopnost žáků porozumět textu a nalézt to nejvhodnější řešení.

Řešení úlohy 1.3

Nejdříve musíme určit délku strany čtvercového parku. Tento problém jsme již řešili v úloze 1.1. Výsledek je tedy $a = \sqrt{3200} \doteq 56{,}6\ m$.

Dále víme, že na každé straně je vchod široký 1,5 metrů. Máme- li použít co nejnižší počet sloupků, musíme tedy počítat s jejich maximální vzdáleností, tedy 1,5 metru. Z toho vyplývá, že můžeme vchod na každé straně zanedbat. Tudíž na stranu nám připadá 39 sloupků.

V každém rohu předpokládáme, že bude pouze jeden sloupek, tudíž nám pak na stranách kolmých k této straně ubude právě jeden sloupek a na zbývající straně pak ubudou sloupky dva.

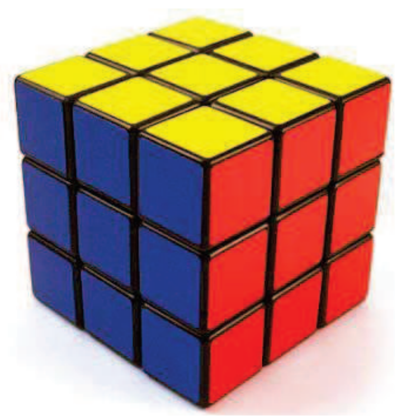
Celkový počet sloupků tedy bude: $39 + 38 + 38 + 37 = 152\ ks$.

6.2 RUBIKOVA KOSTKA

Úloha 2: RUBIKOVA KOSTKA

Na přelomu 70. a 80. let 20. století se stal hitem mechanický hlavolam, známý pod názvem Rubikova kostka. Vynalezl jej v roce 1974 maďarský sochař a architekt Ernő Rubik.

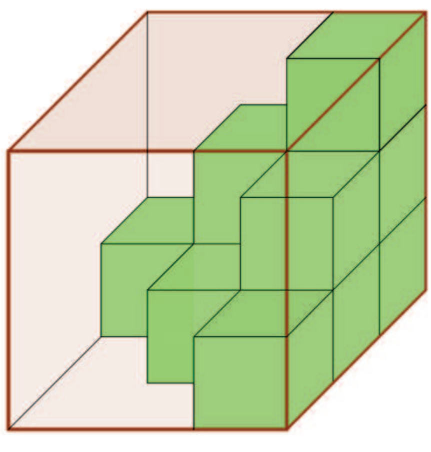
Nejběžnější verzí této kostky je kostka typu $3\ x\ 3\ x\ 3$, jak vidíme na obr. 7.



Obr. 7: Rubikova kostka

Úloha 2.1: RUBIKOVA KOSTKA

Děti si chtějí z hracích kostiček postavit obdobnou Rubikovu kostku. Začaly tedy stavět, jak vidíme na obr. 8. Bohužel ale zjistily, že se



jim kostičky nedostaly. Kolik kostiček jim ještě chybí dodat, aby jejich kostka odpovídala Rubikově kostce?

Odpověď:

Záměr úlohy 2.1

Popis: Užití prostorové představivosti pro dopočtení zbývajících kostiček

Tematický okruh: Prostor

Postup: Využití prostorové představivosti.

Úloha testuje rozvoj prostorové představivosti u dětí.

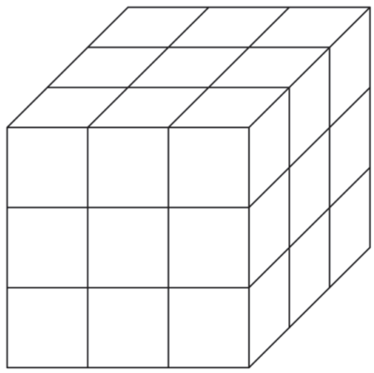
Řešení úlohy 2.1

K zjištění správného řešení můžeme dojít dvěma cestami. Jedna z nich spočívá v tom, že spočítáme, kolik kostiček máme na obrázku a tento výsledek odečteme od celkového počtu kostiček. Celkem máme na obr. 8 deset kostiček, celkový počet kostiček, které tvoří kostku je 27. Chybí nám tedy $27 - 10 = 17$ kostiček.

Druhá možnost spočívá v tom, že přímo z obrázku dopočítáme chybějící kostičky. Opět dojdeme k výsledku, že dětem chybí 17 kostiček.

Úloha 2.2: RUBIKOVA KOSTKA

Franta si vytvořil z malých krychliček krychli, jak vidíme na obr. 9. Celou krychli ponořil do zelené barvy a po zaschnutí barvy ji zase rozebral na jednotlivé krychličky. Kolik krychliček mělo zeleně obarvené 3 stěny, 2 stěny, 1 stěnu a které žádnou stěnu?



Obr. 9: Krychle

Odpověď:

Záměr úlohy 2.2

Popis: Užití prostorové představivosti pro určení jednotlivých počtů krychliček

Tematický okruh: Prostor

Postup: Využití prostorové představivosti.

Úloha testuje rozvoj prostorové představivosti u dětí.

Řešení úlohy 2.2

Tři stěny zelené: tři zelené stěny mělo obarveno 8 krychliček. Jedná se o krychličky, jejichž jeden vrchol je také vrcholem krychle. Tedy jejich počet odpovídá počtu vrcholů krychle.

Dvě stěny zelené: dvě stěny obarvené zeleně mělo právě 12 krychliček. Jedná se o krychličky, jejichž hrana tvoří část hrany krychle a zároveň neobsahuje vrchol. Na hranách krychle se jedná vždy o jednu krychličku

Jednu stěnu zelenou: jednu stěnu obarvenou na zeleno má právě 6 krychliček. Jsou to ty krychličky, jejichž stěna tvoří vnitřní část stěny krychle. Na každé stěně se tudíž jedná o jednu krychličku.

Žádnou stěnu zelenou: žádnou stěnu zelenou má pouze jedna krychlička. Jedná se o krychličku, která je uvnitř krychle.

Úloha 2.3: RUBIKOVA KOSTKA

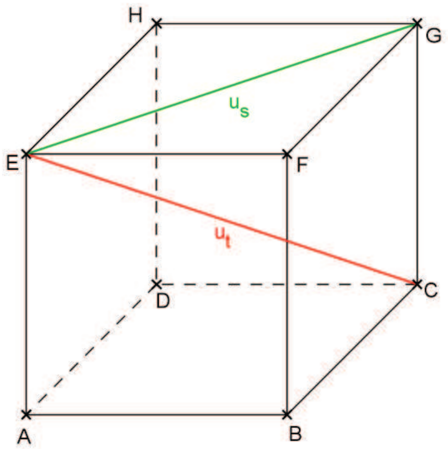
Máme krychli $ABCDEFHG$ s délkou hrany $a = 6\ cm$. Jakou délku má stěnová a tělesová úhlopříčka této krychle? Výsledky vhodně zaokrouhlete [2].

A. $u_s = 10{,}4\ cm\ ;\ u_t = 8{,}5\ cm$

B. $u_s = 6{,}7\ cm\ ;\ u_t = 8{,}5\ cm$

C. $u_s = 8{,}5\ cm\ ;\ u_t = 10{,}2\ cm$

D. $u_s = 8{,}5\ cm\ ;\ u_t = 10{,}4\ cm$



Obr. 10: Stěnová a tělesová úhlopříčka

Záměr úlohy 2.3

Popis: Užití Pythagorovy věty pro výpočet úhlopříčky

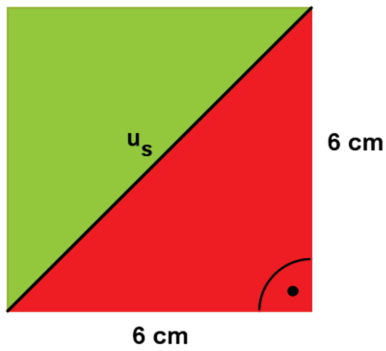
Tematický okruh: Prostor, tvar

Postup: Používání matematických postupů, faktů a uvažování.

Úloha testuje užití Pythagorovy věty v prostoru a její aplikaci na jinou formu úloh.

Řešení úloha 2.3

Víme-li, že délka hrany krychle je 6 cm, pak pomocí Pythagorovy věty dopočítáme stěnovou úhlopříčku u_s. Jak vidíme na obr. 11, tak stěnová úhlopříčka nám dělí stěnu krychle na dva pravoúhlé trojúhelníky. Pak tedy stěnová úhlopříčka je přeponou v daném trojúhelníku.



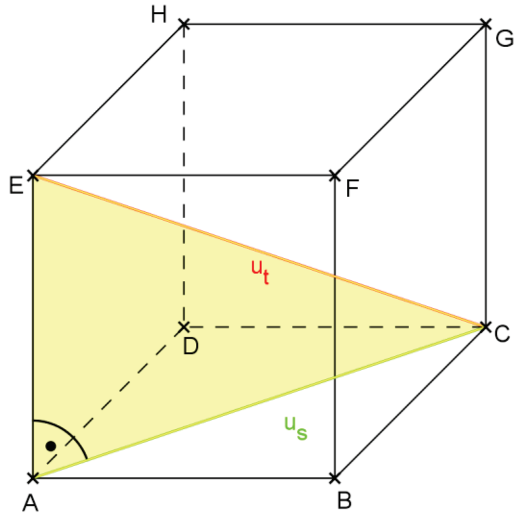
Obr. 11: Stěnová úhlopříčka

Výpočet stěnové úhlopříčky tedy bude:

$u_s^2 = 6^2 + 6^2$

$u_s = 8{,}5\ cm$

Při výpočtu tělesové úhlopříčky budeme vycházet opět z pravoúhlého trojúhelníku, jak vidíme na obr. 12. Její délku určíme užitím Pythagorovy věty.



Obr. 12: Tělesová úhlopříčka

Délka tělesové úhlopříčky krychle tedy bude:

$$u_t^2 = u_s^2 + 6^2$$

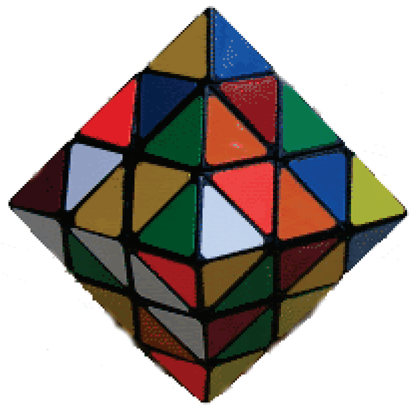
$$u_t^2 = 8{,}5^2 + 6^2$$

$$u_t = 10{,}4\ cm$$

Správná odpověď je tedy za *D*, délka stěnové úhlopříčky krychle je 8,5 cm a délka tělesové úhlopříčky je 10,4 cm.

Úloha 2.4: RUBIKOVA KOSTKA

Jiným typem hlavolamu je tzv. octahedron. Jak už název vypovídá, jedná se o hlavolam ve tvaru oktaedru, tedy pravidelného osmistěnu, jak vidíme na obr. 13.


Obr. 13: Octahedron

Skládá se z čtyřbokých jehlanů. Kolika těmito čtyřbokými jehlany je tvořen octahedron na obrázku? (nezapomeňte, že jehlany jsou i uvnitř, nejen na povrchu)

Odpověď:

Záměr úlohy 2.4

Popis: Užití prostorové představivosti a podobnosti k určení počtu příslušných čtyřbokých jehlanů

Tematický okruh: Prostor, tvar

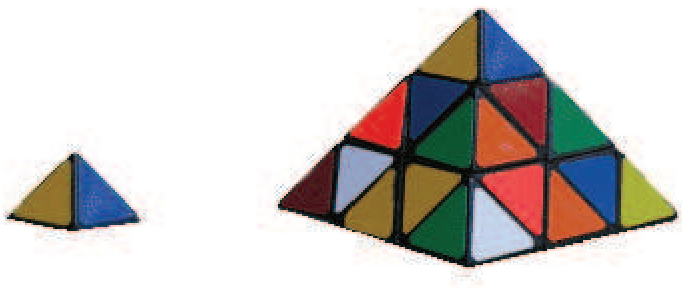
Postup: Používání matematických pojmů, prostorová představivost, podobnost.

Úloha testuje to, zda žáci vědí, jak vypadají geometrická tělesa, dále pak jejich prostorovou představivost a využití podobnosti k řešení úlohy.

Řešení úlohy 2.4

Důležité je uvědomit si, že tyto jehlany jsou i uvnitř octahedronu, jak bylo zmíněno v zadání. Octahedron si rozdělíme na dvě shodná tělesa. Stačí nám proto spočítat počet čtyřbokých jehlanů v jednom z těchto těles a výsledek poté vynásobit dvěma.

Řešení této úlohy spočívá v podobnosti příslušných čtyřbokých jehlanů. Jak můžeme vidět na obr. 14.



Obr. 14: Podobnost

Jak vidíme na obrázku, větší čtyřboký jehlan má, ve srovnání s menším, délku podstavy 3 krát větší, stejně tak i výšku.

Proto můžeme napsat:

$$menší\ čtyřboký\ jehlan \qquad\qquad větší\ čtyřboký\ jehlan$$

$$V_1 = \frac{1}{3}S_p v_1 \qquad\qquad V_2 = \frac{1}{3}S_p v_2$$

$$V_1 = \frac{1}{3}(a * a)v_1 \qquad\qquad V_2 = \frac{1}{3}(3a * 3a)(3v_1)$$

$$V_1 = \frac{1}{3}a^2 v_1 \qquad\qquad V_2 = 27 * (\frac{1}{3}a^2 v_1)$$

$$V_2 = 27 * V_1$$

Jak vidíme, objem většího čtyřbokého jehlanu je 27 násobkem menšího čtyřbokého jehlanu. Neboli větší jehlan je tvořen 27 menšími čtyřbokými jehlany.

Odpověď na otázku 2.3, kolika čtyřbokými jehlany je tvořen octahedron na obr. 13, je tedy 54 čtyřbokými jehlany.

6.3 PRAVOÚHLÝ TROJÚHELNÍK

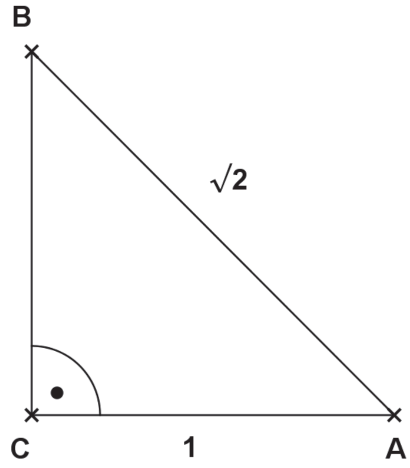
Úloha 3: PRAVOÚHLÝ TROJÚHELNÍK

Pravoúhlý trojúhelník je typ trojúhelníku, u kterého se můžeme setkat s několika zvláštnostmi. Pravoúhlý trojúhelník najdeme téměř na každém kroku našeho života. Jak víme, každý čtverec či obdélník můžeme rozdělit na dva shodné pravoúhlé trojúhelníky.

Úloha 3.1 PRAVOÚHLÝ TROJÚHELNÍK

Dopočítejte hodnotu třetí strany v pravoúhlém trojúhelníku *ABC* (obr. 15).

Odpověď:



Obr. 15: Pravoúhlý trojúhelník

Záměr úlohy 3.1

Popis: Užití Pythagorovy věty pro výpočet odvěsny v pravoúhlém trojúhelníku

Tematický okruh: Pravoúhlý trojúhelník

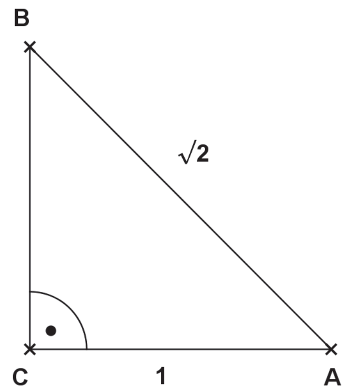
Postup: Používání matematických postupů.

Úloha testuje to, zda žáci umí využít Pythagorovu větu pro výpočet zbývající strany v pravoúhlém trojúhelníku.

Řešení úlohy 3.1

Jak vidíme na obrázku, známe velikost přepony ($\sqrt{2}$) a velikost jedné z odvěsen (1).

Jedná se o pravoúhlý trojúhelník, tudíž pro výpočet použijeme Pythagorovu větu.



Obr. 16: Pravoúhlý trojúhelník - řešení

Výsledkem tedy bude:

$$|BC|^2 = |AB|^2 - |AC|^2$$

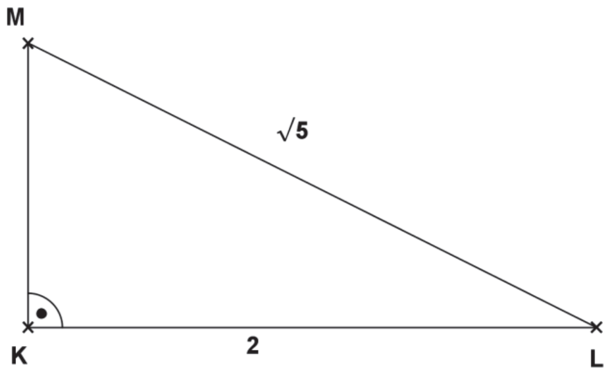
$$|BC|^2 = 2 - 1$$

$$|BC| = 1$$

Velikost strany *BC* je tedy 1.

Úloha 3.2: PRAVOÚHLÝ TROJÚHELNÍK

Dopočítejte hodnotu třetí strany v pravoúhlém trojúhelníku *KLM* (obr. 17).



Obr. 17: Pravoúhlý trojúhelník II.

Odpověď:

Záměr úlohy 3.2

Popis: Užití Pythagorovy věty pro výpočet odvěsny v pravoúhlém trojúhelníku

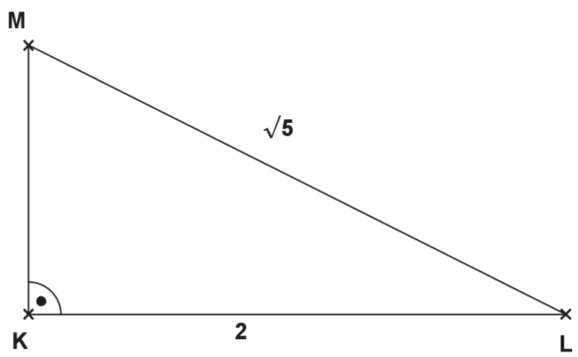
Tematický okruh: Pravoúhlý trojúhelník

Postup: Používání matematických postupů.

Úloha testuje to, zda žáci umí využít Pythagorovu větu pro výpočet zbývající strany v pravoúhlém trojúhelníku.

Řešení úlohy 3.2

Jak vidíme na obr. 18, známe velikost přepony ($\sqrt{5}$) a velikost jedné z odvěsen (2).



Obr. 18: Pravoúhlý trojúhelník II. - řešení

Jedná se o pravoúhlý trojúhelník, tudíž pro výpočet použijeme Pythagorovu větu.

Výsledkem tedy bude:

$$|MK|^2 = |LM|^2 - |KL|^2$$

$$|MK|^2 = 5 - 4$$

$$|MK| = 1$$

Velikost strany *MK* je tedy 1.

Úloha 3.3: PRAVOÚHLÝ TROJÚHELNÍK

Pomocí Pythagorovy věty narýsujte $\sqrt{10}$.

Odpověď:

Záměr úlohy 3.3

Popis: Užití Pythagorovy věty pro konstrukci iracionálního čísla

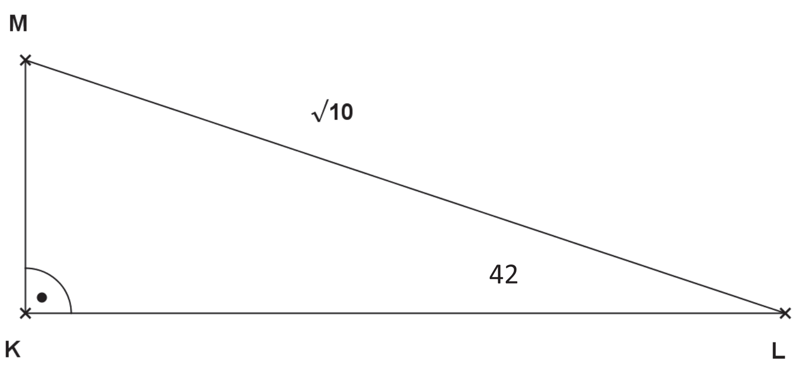
Tematický okruh: Konstrukce, Pythagorova věta

Postup: Používání matematických postupů a metod.

Úloha testuje to, zda si žáci umí spojit Pythagorovu větu s konstrukcí iracionálního čísla.

Řešení úlohy 3.3

Způsobem jak sestrojit $\sqrt{10}$ je využití Pythagorovy věty v pravoúhlém trojúhelníku.



Obr. 19: Pravoúhlý trojúhelník III.

Konstrukci provedeme podle obr. 19. Víme-li, že velikost přepony je $\sqrt{10}$, pak poměrně lehce určíme velikosti odvěsen.

Tedy:

$$10 = |KL|^2 + |MK|^2$$

Z čehož vyplývá, že jedna z délek bude 3 a druhá 1.

Neboť platí:

$$10 = 3^2 + 1^2$$

Takže $\sqrt{10}$ zkonstruujeme pomocí pravoúhlého trojúhelníku, kde délka jedné odvěsny bude 1 cm a délka druhé odvěsny bude 3 cm. Tím získáme přeponu, která má délku právě $\sqrt{10}$.

6.4 VYHLÍDKOVÁ VĚŽ

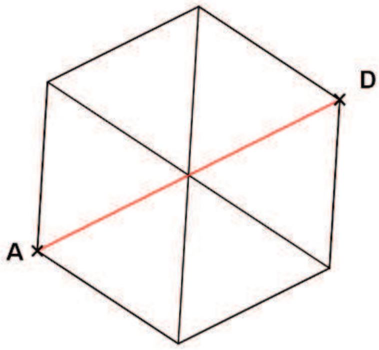
Úloha 4: VYHLÍDKOVÁ VĚŽ

Nedaleko Humpolce se nachází vyhlídková věž. Když vystoupáte až nahoru, naskytne se vám nádherný výhled na blízké okolí. Tato vyhlídková věž je vysoká 83 metrů, vyhlídková terasa, která je přístupná veřejnosti, je ve výšce 73 m.

Obr. 20: Vyhlídka

Úloha 4.1: VYHLÍDKOVÁ VĚŽ

Střecha vyhlídkové věže má tvar pravidelného šestibokého jehlanu. Půdorys střechy vidíme na obrázku. Bohužel střecha je ve velmi špatném stavu. Proto se zastupitelé města rozhodli střechu opravit. Starý plech chtějí nahradit novým měděným plechem. Víme-li, že výška střechy je 4 metry a délka úhlopříčky $|AD|$ je 3,2 metru. Kolik plechu potřebují na oplechování střechy, jestliže na spoje potřebují navíc 8 % plechu [1].



Obr. 21: Střecha

Odpověď:

Záměr úlohy 4.1

Popis: Užití vlastností rovnoramenného trojúhelníku spolu s Pythagorovou větou

Tematický okruh: Prostor, tvar

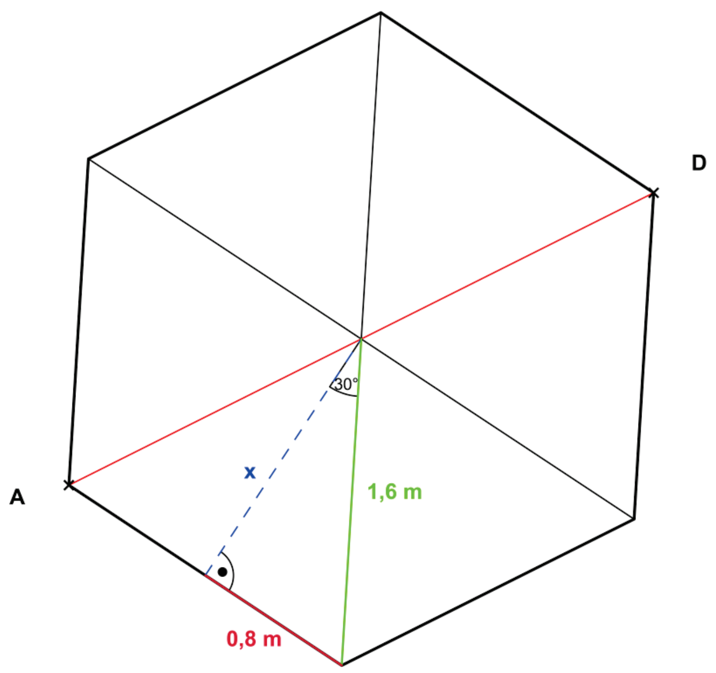
Postup: Vlastnosti geometrických útvarů, užití matematických postupů a metod.

Úloha testuje orientaci v základních geometrických útvarech a jejich propojení s dalšími matematickými postupy.

Řešení úlohy 4.1

Řešením této úlohy je v podstatě výpočet povrchu pravidelného šestibokého jehlanu. Jako povrch však počítáme pouze povrch pláště, tedy bez podstavy.

Jelikož se jedná o pravidelný šestiboký jehlan, je jeho podstavou pravidelný šestiúhelník. Který se skládá z šesti rovnostranných trojúhelníků. Známe- li délku jedné z úhlopříček, pak můžeme určit stranu příslušného šestiúhelníku, která však odpovídá i straně rovnostranného trojúhelníku. Tedy strana trojúhelníku je 1,6 m. Výška v tomto trojúhelníku nám daný rovnostranný trojúhelník rozdělí na dva shodné pravoúhlé trojúhelníky a stranu protne v její polovině. Je osou souměrnosti trojúhelníku. Tyto informace si zakreslíme do obrázku, jak vidíme na tomto obr. 22.



Obr. 22: Střecha - řešení

Pomocí Pythagorovy věty určíme délku výšky v rovnostranném trojúhelníku, která nám odpovídá odvěsně v pravoúhlém trojúhelníku. Tuto výšku budeme potřebovat pro další postup a to pro výpočet stěnové výšky.

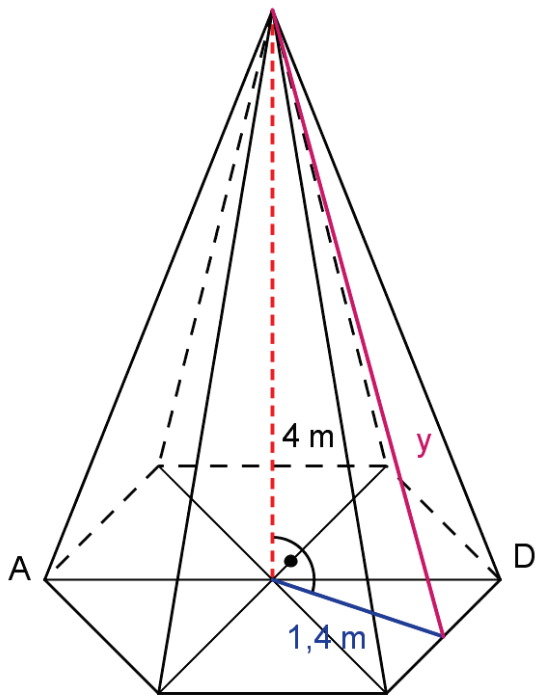
Tedy hodnota výšky x je:

$$x^2 = 1{,}6^2 - 0{,}8^2$$

$$x \doteq 1{,}4\ m$$

Výška v rovnostranném trojúhelníku tedy měří 1,4 m.

Pro výpočet pláště jehlanu potřebujeme znát stěnovou výšku rovnoramenných trojúhelníků, ze kterých je plášť složen. Stěnovou výšku vypočítáme pomocí Pythagorovy věty, kdy známe velikost obou odvěsen a musíme dopočítat velikost přepony, jak vidíme na obr. 23.



Obr. 23: Jehlan

Přeponu y určíme tedy:

$$y^2 = 1{,}4^2 + 4^2$$

$$y = 4{,}2\ m$$

Plášť se skládá z šesti shodných rovnoramenných trojúhelníků. Proto povrch pláště určíme jako obsah šesti rovnoramenných trojúhelníků.

Povrch pláště určíme:

$$S_{pl} = 6 * S_{\Delta}$$

$$S_{pl} = 6 * (\frac{a * v_a}{2})$$

$$S_{pl} = 6 * (\frac{1{,}6 * 4{,}2}{2})$$

$S_{pl} = 20{,}2\ m^2$

Nesmíme však ještě zapomenout na 8 % plechu na spoje. Celková spotřeba plechu je tedy $1{,}08 * 20{,}2 = 21{,}8\ m^2$.

Úloha 4.2: VYHLÍDKOVÁ VĚŽ

Na vyhlídkovou terasu věže ve výšce 73 metrů vedou dřevěné schody. Kolik těchto schodů musíme překonat při výstupu na vyhlídku, víme-li, že výška jednoho schodu je 17 cm. Během výstupu na vyhlídkovou terasu se schodiště osm krát lomí a na každém zlomu je jedno odpočívadlo o délce 3,2 m a šířce 1,2 m.

A. 429 schodů

B. 43 schodů

C. 279 schodů

D. 356 schodů

Záměr úlohy 4.2

Popis: Porozumět úloze a určit příslušný počet schodů

Tematický okruh: Prostor, tvar

Postup: Užití matematických postupů a metod, prostorová představivost.

Úloha testuje pochopení textu a využití představivosti v reálném životě.

Řešení úlohy 4.2

Úloha obsahuje několik údajů navíc, které nás mají zmást a které k výpočtu nebudeme potřebovat. Jedná se o informace týkající se odpočívadel.

Víme-li, že výška jednoho schodu je 17 cm, pak celkový počet schodů jednoduše určíme tak, že celkovou výšku vyhlídkové terasy vydělíme výškou jednoho schodu.

Tedy:

$$počet\ schodů = 7300 \div 17 = 429{,}4$$

Celkový počet schodů je tedy 429 schodů. Čtyři desetiny zanedbáme, neboť jsou na schodech také určité nerovnosti. Správná odpověď je tedy *A*.

Úloha 4.3: VYHLÍDKOVÁ VĚŽ

Na vyhlídkovou věž se samozřejmě platí vstupné. Je jednotné a děti do 4 let ho mají zdarma. V měsíci červenci byla celková tržba 12 355 Kč. Víme-li, že cena vstupenky je 35 Kč, jaká byla průměrná denní návštěvnost v tomto měsíci?

Obr. 24: Orlík

A. 353 návštěvníků

B. 11,8 návštěvníků

C. 11,4 návštěvníků

D. 411,8 návštěvníků

Záměr úlohy 4.3

Popis: Propojení s dny v měsíci, určení průměru

Tematický okruh: Statistika

Postup: Použití matematických postupů a metod.

Úloha testuje propojení s jinou disciplínou - určení průměru.

Řešení úlohy 4.3

Velmi důležitým krokem pro určení průměrné denní návštěvnosti je počet dnů, které daný měsíc má. V našem případě se jedná o červenec, tudíž budeme pracovat s 31 dny.

Dále víme, že celkem utržili 12 355 Kč, kdy vstupenka stojí 35 Kč. Z toho určíme, kolik návštěvníků vyhlídku navštívilo.

Tedy:

$12\,355 \div 35 = 353$ návštěvníků

Posledním krokem je určení průměrné denní návštěvnosti, což vypočítáme: $353 \div 31 = 11{,}4$ návštěvníků.

Správná odpověď je tedy *C*.

6.5 DĚTSKÉ HŘIŠTĚ

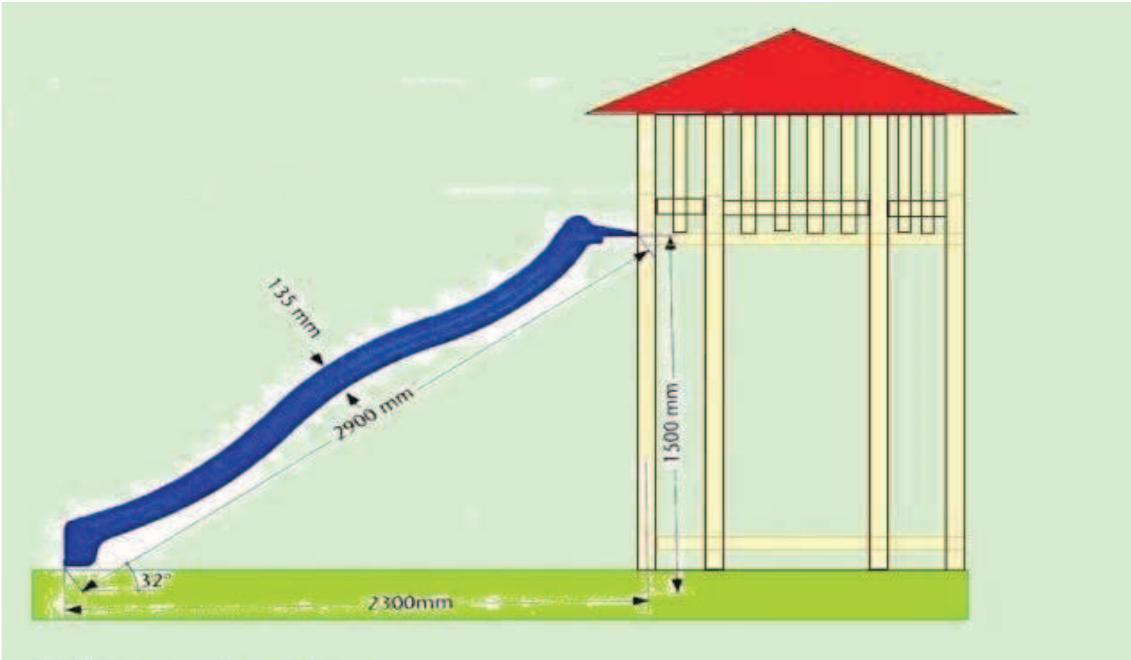
Úloha 5: DĚTSKÉ HŘIŠTĚ

V obci Veselá chtějí zastupitelé zmodernizovat dětské hřiště. Oslovili proto místního truhláře, zda by podle návrhu vše potřebné zhotovil. Truhlář souhlasil a pomalu začíná dětské hřiště připravovat.

Obr. 25: Dětské hřiště

Úloha 5.1: DĚTSKÉ HŘIŠTĚ

Jako první začíná s konstrukcí dětského domečku se skluzavkou. Pan Novák, jeden ze zastupitelů, neváhal a v akci koupil skluzavku. Donesl ji k truhláři a ten zjistil, že skluzavka, kterou pan Novák koupil, neodpovídá délce skluzavky, která je v plánku. Původní skluzavka měla měřit 2900 mm, jak vidíme na obrázku. Skluzavka, kterou



Obr. 26: Skluzavka (převzato z [22])

koupil pan Novák, však měří 3,2 m. Truhlář proto musí celý návrh přepočítat. Do jaké výšky musí skluzavku umístit, aby zachoval úhel 32° ?

Odpověď:

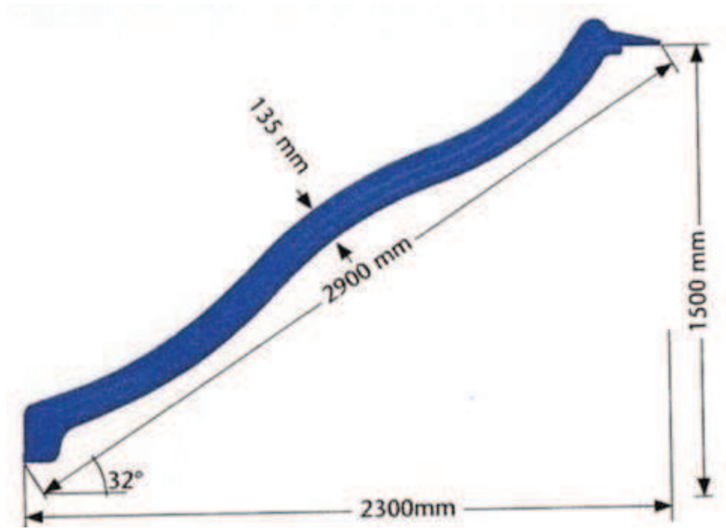
Záměr úlohy 5.1

Popis: Prostorová představivost, využití měřítka, Pythagorova věta

Tematický okruh: Prostor, tvar

Postup: Použití matematických postupů a metod.

Úloha testuje matematické myšlení a schopnost, jak tuto úlohu vyřešit. Každý žák k ní může přistupovat odlišným způsobem.



Obr. 27: Skluzavka- řešení (převzato z [22])

Řešení úlohy 5.1

Řešení této úlohy spočívá v pravoúhlém trojúhelníku, v němž známe úhel, který chceme zachovat, a délku skluzavky, kterou máme k dispozici.

Využijeme tedy funkci sinus. Kdy výšku, do které musíme zavěsit skluzavku, určíme:

$$\sin 32° = \frac{výška\ domečku}{délka\ skluzavky}$$

$$\sin 32° = \frac{x}{3{,}2}$$

$$x \doteq 1{,}7\ m$$

Další možností, jak dospět k výsledku, je zachování poměru mezi příslušnými stranami pravoúhlého trojúhelníku.

Kdy platí:

$$\frac{2{,}9}{1{,}5} = \frac{3{,}2}{x}$$

$$x \doteq 1{,}7\ m$$

Jak vidíme, oba výsledky se nám po zaokrouhlení shodují. Výška, do které musí truhlář zavěsit novou skluzavku je tedy 1,7 m.

Úloha 5.2: DĚTSKÉ HŘIŠTĚ

Dalším úkolem našeho truhláře je vybudovat na dětském hřišti pískoviště.

Zastupitelé chtějí, aby pískoviště mělo střechu a také čtvercový tvar. K tomuto úkolu už truhláři žádný plánek nedali. Našel si tedy na internetu pískoviště, které by co nejvíce odpovídalo požadavkům zastupitelů. Na střechu chce použít prkna, která mu zbyla ze stavby dětského domečku. Zbylo mu celkem 20 prken o délce 2,5 m a šířce prkna 10 cm. Víme-li, že střecha má být z prken dlouhých 2,3 m a prkna se překrývají, jak vidíme na obrázku. Překryv každých dvou prken je 4 cm. Střecha má tvar trojbokého hranolu, jehož podstavou je rovnoramenný trojúhelník, s délkou ramene 1,8 m. Vystačí mu prkna, která ještě má, nebo musí nějaká prkna dokoupit, pokud ano, kolik jich musí dokoupit?

Obr. 28: Domeček

Odpověď:

Záměr úlohy 5.2

Popis: Prostorová představivost

Tematický okruh: Prostor, tvar

Postup: Použití matematických postupů a metod.

Úloha testuje matematické myšlení a prostorovou představivost žáků.

Řešení úlohy 5.2

Obr. 29: Domeček- řešení

Ze zadání víme, že délka ramene rovnoramenného trojúhelníku, který tvoří podstavu, je 1,8 m a dále, že použijeme prkna o délce 2,3 m. Z toho vyplývá, že střecha je tvořena dvěma obdélníky, kdy délka stran tohoto obdélníku je 1,8 m a 2,3 m. Šířka prkna je 10 cm (tj. 0,1m). Dále víme, že překryv dvou prken je 4 cm (tj. 0,04m).

Můžeme tedy říci, že první a druhé prkno nám budou celkem zabírat šířku 14 cm. Přiložíme další prkno, šířka bude 20 cm (14 cm + 6 cm). A tak bychom pokračovali dál.

Máme prkny pokrýt šířku 180 cm. Celkem tedy budeme potřebovat 30 prken, kdy poslední prkno budeme muset zúžit na 6 cm. Truhlář tudíž musí 10 prken dokoupit.

6.6 CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

Úloha 6: CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

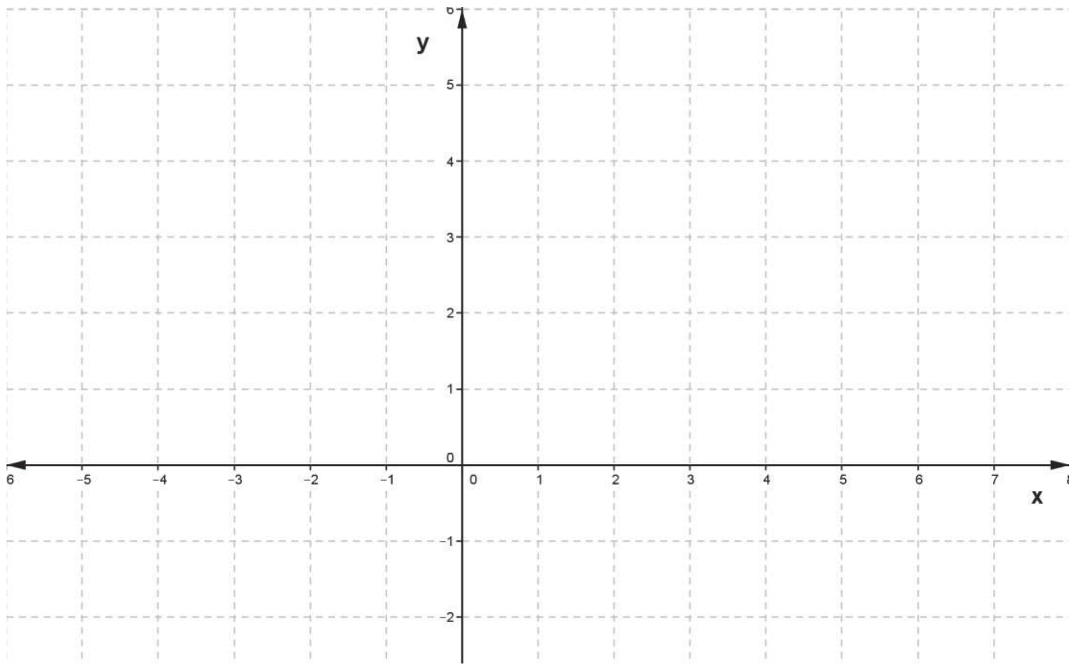
Mácovi odjeli na dovolenou na chatu. Chata se nachází na Vysočině, leží uprostřed Českomoravské vrchoviny. Kolem jsou lesy a také několik rybníků. Na nákup chodí do

Obr. 30: Chata

nedalekého nákupního střediska, cesta tam vede po silnici nebo lesem.

Úloha 6.1: CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

Na týden přijela k Mácům na chatu vnoučata. Druhý den ráno, když se vzbudili, zjistili, že prší. „Co budeme dělat?“ Začali se Honzík s Terezkou ptát. Dědeček proto



Obr. 31: Soustava souřadnic

vymyslel zajímavou hru. Dal dětem čtverečkovaný papír a zadal jim souřadnice bodů, které mají na papír zakreslit. Každý dostal jiné body a poté si všichni společně zahráli s těmito body piškvorky. Zakreslete příslušné body do připravené soustavy souřadnic.

A [3,5; 5,5]

B [0; -2]

C [-2,5; -1]

D [-2; 0]

E [3; -3]

Záměr úlohy 6.1

Popis: Zakreslení bodů pomocí souřadnic

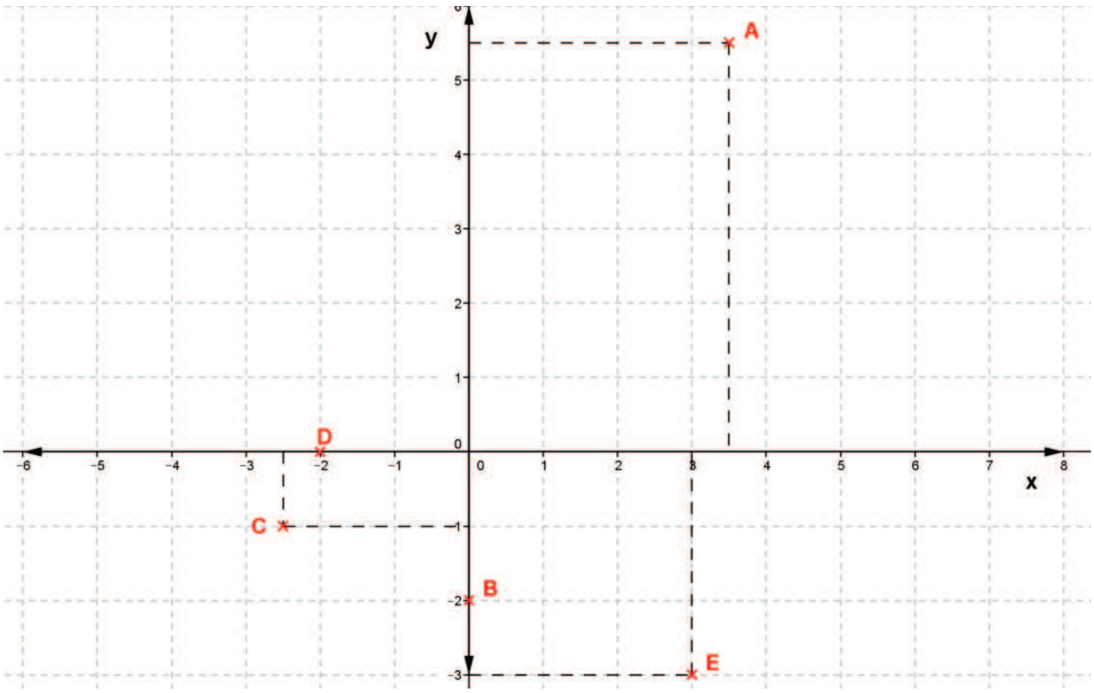
Tematický okruh: Zobrazení bodu

Postup: Užití matematických postupů k zakreslení bodu do soustavy souřadnic.

Úloha testuje znalost základních vlastností soustavy souřadnic a orientaci v této soustavě.

Řešení úlohy 6.1

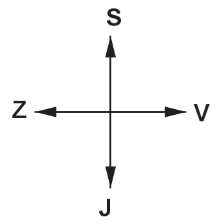
Body zakreslíme do soustavy souřadnic. Kdy první souřadnice bodu určuje hodnotu na ose x a druhá souřadnice hodnotu na ose y.



Obr. 32: Soustava souřadnic - řešení

Úloha 6.2: CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

Mácovi se rozhodli, že půjdou nakoupit do nedalekého nákupního centra. Paní Mácová chce jít po silnici, zatímco pan Máca chce jít po cestě, která vede lesem. Oba vychází ze stejného místa - z chaty. Paní Mácová jde 750 m severně, pak jde 1,8 km východně, tím se dostane k nákupnímu středisku. Pan Máca jde severovýchodně a také dojde k nákupnímu středisku. Jelikož jde lesem, neví, jak je trasa dlouhá. Nakreslete obrázek, kam zakreslíte cesty obou manželů. Dále spočítejte, jak dlouhá je trasa lesem, po které jde pan Máca.



Obr. 33: Směrová růžice

Odpověď:

Záměr úlohy 6.2

Popis: Porozumění textu, Pythagorova věta

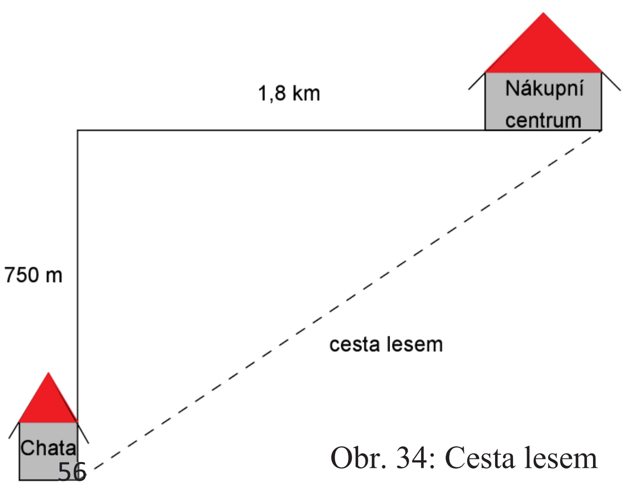
Tematický okruh: Prostor, tvar

Postup: Z textu nakreslit obrázek, využití matematických postupů k řešení úlohy.

Úloha testuje, zda žáci umí pracovat s textem a následně zakreslit potřebné údaje. Poté následuje užití Pythagorovy věty.

Řešení úlohy 6.2

Základem je zakreslit danou situaci. Všechny potřebné údaje najdeme v textu. Situace bude vypadat přibližně jako na obr. 34.



Obr. 34: Cesta lesem

Tím máme jednu část otázky hotovou. Dalším krokem je výpočet délky trasy, která vede lesem.

Jak vidíme na obrázku, jedná se o výpočet pomocí Pythagorovy věty.

Délku cesty lesem tedy vypočítáme:

$$x^2 = 1{,}8^2 + 0{,}75^2$$

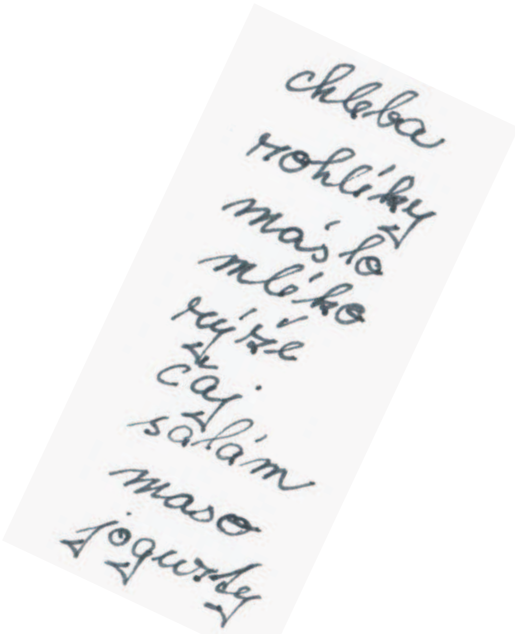
$$x = 1{,}95\ km$$

Cesta, po které jde pan Máca, měří 1,95 km.

Úloha 6.3: CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

Jelikož v obchodě všechno neměli a zboží jim měli přivést další den, poslala paní Mácová pana Mácu druhý den do obchodu znovu. Napsala mu seznam, co vše má koupit, jak vidíme na obr. 35.

Podle letáku si spočítala, kolik bude nákup přibližně stát. V obchodě však měli slevu a tím pan Máca ušetřil. Sleva se vztahovala na máslo, které bylo zlevněno o 17 %, dále byla sleva 9 % na mléko a jogurty byly o 15 % levnější.



Obr. 35: Nákupní lístek

Cena potravin před slevou:

Chleba 38,90 Kč

Rohlík 2,30 Kč

Máslo 37,50 Kč

Mléko 19,90 Kč

Rýže 23,60 Kč

Čaj 28,70 Kč

Salám 57,80 Kč

Maso 109,90 Kč

Jogurt 12,50 Kč

Pan Máca koupil: 1x chleba, 10x rohlík, 1x máslo, 3x mléko, 1x rýže, 1x čaj, 1x salám, 1x maso a 6x jogurt.

Kolik za nákup zaplatil po slevě? Kolik Kč ušetřil?

Odpověď:

Záměr úlohy 6.3

Popis: Počítání s procenty, zahrnutí slevy do výsledné částky

Tematický okruh: Procenta

Postup: Užití matematických postupů, metod při práci s procenty.

Úloha testuje, zda žáci umí pracovat s textem a jejich porozumění procentům.

Řešení úlohy 6.3

Na začátku si určíme, jaká je cena potravin, které jsou zlevněné.

	Původní cena	Cena po slevě
Chleba	38,90 Kč	-
Rohlík	2,30 Kč	-
Máslo	37,50 Kč	31,10 Kč
Mléko	19,90 Kč	18,10 Kč
Rýže	23,60 Kč	-
Čaj	28,70 Kč	-
Salám	57,80 Kč	-
Maso	109,90 Kč	-
Jogurt	12,50 Kč	10,60 Kč

Obr. 36: Tabulka- slevy

Jak jsme určili, jaká je cena po slevě:

Např. máslo

Původní cena byla zlevněna o 17 %, to znamená, že nová cena je 83 % ceny původní. Cena po slevě je tedy $0{,}83 * 37{,}50 = 31{,}10$ Kč.

Tak bychom pokračovali i při výpočtu dalších nových cen. Ceny po slevě máme uvedeny v tabulce.

Posledním krokem je určit, kolik pan Máca za nákup zaplatil.

Celková cena nákupu po slevě:

$$38{,}90 + 10 * 2{,}30 + 31{,}10 + 3 * 18{,}10 + 23{,}60 + 28{,}70 + 57{,}80 + 109{,}90 + 6 * 10{,}60 = 430{,}90\ Kč$$

Cena nákupu před slevou:

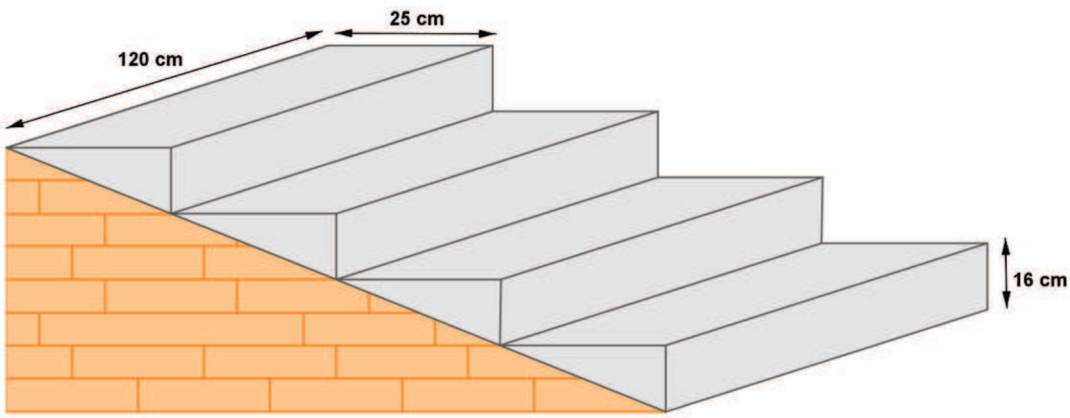
$$38{,}90 + 10 * 2{,}30 + 37{,}50 + 3 * 19{,}90 + 23{,}60 + 28{,}70 + 57{,}80 + 109{,}90 + 6 * 12{,}50 = 454{,}10\ Kč$$

Pan Máca za nákup ušetřil: $454{,}10 - 430{,}90 = 23{,}20\ Kč$

6.7 SCHODIŠTĚ

Úloha 7: SCHODIŠTĚ

Novákovi přijeli po zimě na chalupu a zjistili, že bude potřeba udělat nové schodiště u vchodu. Pan Novák rozhodl, že udělají i novou cihlovou podezdívku, která je pod schodištěm. Schodiště bude z betonu a na beton následně položí novou protiskluzovou dlažbu. Pan Novák si udělal návrh, jak bude schodiště vypadat (obr. 37).



Obr. 37: Schodiště

Úloha 7.1: SCHODIŠTĚ

Pan Novák si chce beton nechat dovést. Kolik kilogramů betonu musí objednat? Víme-li, že hustota betonu je $\rho = 2100\ kg/m^3$.

Odpověď:

Záměr úlohy 7.1

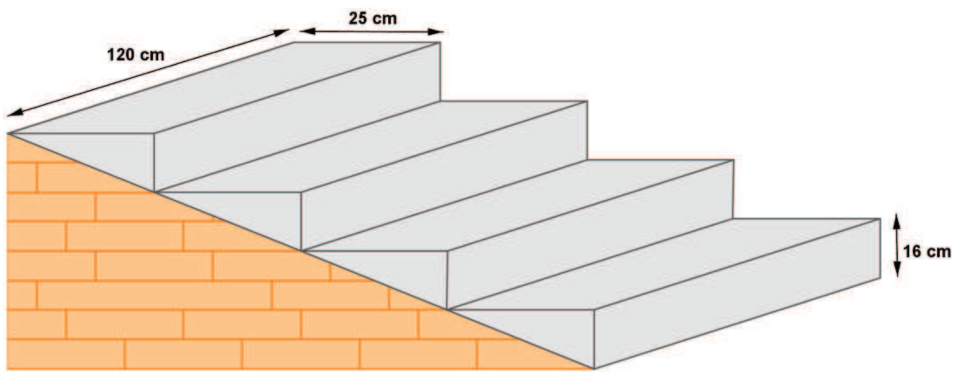
Popis: Výpočet objemu hranolu, Pythagorova věta

Tematický okruh: Prostor, tvar

Postup: Užití matematických postupů k výpočtu objemu trojbokého hranolu, využití Pythagorovy věty.

Úloha testuje porozumění obrázku a orientaci v něm. Dále propojení odlišných matematických metod.

Řešení úlohy 7.1



Obr. 37: Schodiště

Jak vidíme, schody mají tvar trojbokého hranolu. Abychom spočítali jeho objem, musíme si spočítat obsah podstavy, která je tvořena pravoúhlým trojúhelníkem.

Obsah podstavy spočítáme:

$$S_p = \frac{a * v_a}{2}$$

$$S_p = \frac{25 * 16}{2}$$

$$S_p = 200\ cm^2$$

Teď už můžeme přistoupit k samotnému výpočtu objemu hranolu.

$V = S_p * v$

$V = 200 * 120$

$V = 24\,000\ cm^3$

Posledním krokem pro výpočet hmotnosti, je dosazení objemu do vzorečku pro hmotnost, známe-li objem a hustotu.

$m = \rho * V$

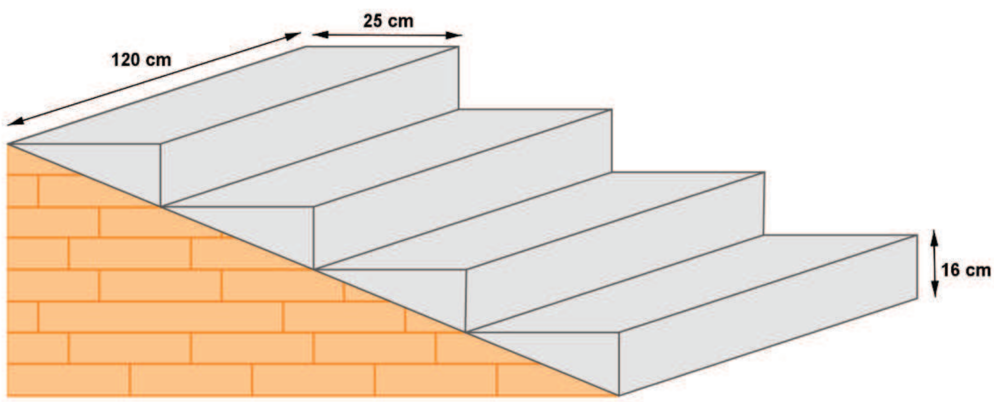
$m = 2100 * 0{,}024$

$m = 50{,}4\ kg$

Tím jsme získali hmotnost jednoho schodu, ale jak vidíme na obrázku, pan Novák musí udělat celkem 4 schody. Výsledná hmotnost všech schodů je tedy 201,6 kg.

Úloha 7.2: SCHODIŠTĚ

Jak už jsme zmínili, schodiště bude stát na cihlové podezdívce. Ta se bude skládat z cihel a malty. Jaká bude hmotnost této cihlové podezdívky? Víme-li, že hustota cihel s maltou je $\rho = 1600\ kg/m^3$ [14].



Obr. 37: Schodiště

Odpověď:

Záměr úlohy 7.2

Popis: Výpočet objemu hranolu, Pythagorova věta

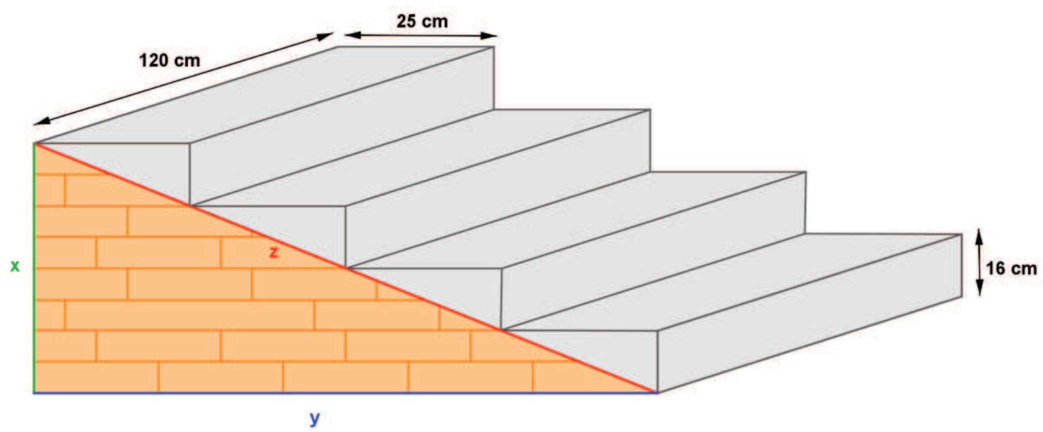
Tematický okruh: Prostor, tvar

Postup: Užití matematických postupů k výpočtu objemu trojbokého hranolu, využití Pythagorovy věty.

Úloha testuje porozumění obrázku a orientaci v něm. Dále propojení odlišných matematických metod.

Řešení úlohy 7.2

Jak vidíme na obrázku, cihlová podezdívka má tvar trojbokého hranolu. Podstavu tohoto trojbokého hranolu tvoří pravoúhlý trojúhelník.



Obr. 38: Schodiště - řešení

Délku x určíme jako násobek výšky schodu, tudíž výška podezdívky (x) bude $4 * 16 = 64\ cm$. Dále si určíme délku z. Jak vidíme je rovna 4 - násobku délky odvěsny v pravoúhlém trojúhelníku, který tvoří podstavu betonového schodu.

Tedy:

$z = 4\ t$

$t^2 = 16^2 + 25^2$

$t^2 = 881\ cm$

Teď můžeme dopočítat délku y.

$y^2 = z^2 - x^2$

$y^2 = 16\ t^2 - x^2$

$y^2 = 16 * 881 - 64^2$

$y = 100\ cm$

Teď přistoupíme k samotnému výpočtu objemu trojbokého hranolu, který tvoří cihlovou podezdívku.

$V = S_p * v$

$$V = \frac{x * y}{2} * v$$

$$V = \frac{64 * 100}{2} * 120$$

$V = 384\ 000\ cm^3$

Hmotnost cihlové podezdívky tedy bude:

$m = \rho * V$

$m = 1600 * 0{,}384$

$m = 614{,}4\ kg$

Hmotnost cihlové podezdívky je 614,4 kg.

Úloha 7.3: SCHODIŠTĚ

Pan Novák chce na schodiště položit venkovní protiskluzovou dlažbu. V obchodě si vybral speciální venkovní keramickou dlažbu (obr. 39). Rozměr této dlaždice je *25 x 35 x 5 cm* (š, d, v). Jedna taková dlaždice stojí 367 Kč. Kolik Kč pan Novák zaplatí za dlaždice, aby schodiště obložil?

Obr. 39: Dlažba

A. 1 258 Kč

B. 5 138 Kč

C. 8 196 Kč

D. 4 771 Kč

Záměr úlohy 7.3

Popis: Výpočet obsahu, orientace v náčrtu

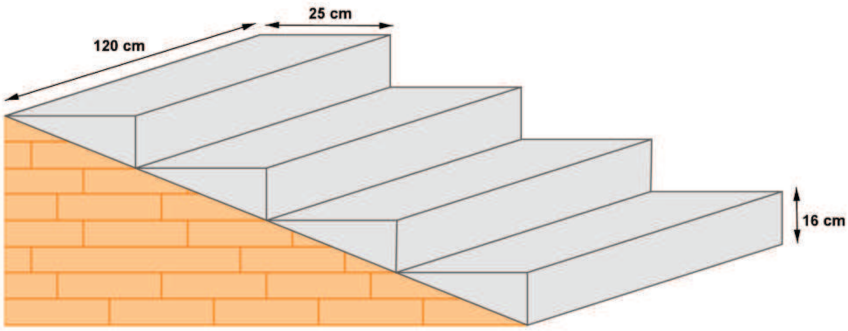
Tematický okruh: Prostor, tvar

Postup: Užití matematických postupů k výpočtu obsahu obdélníku.

Úloha testuje orientaci v obrázku, znalost základních geometrických vzorců.

Řešení úlohy 7.3

Těmito dlaždicemi bude pan Novák obkládat schodiště pouze ze shora. Schod má tvar obdélníku, kde šířka schodu odpovídá šířce dlaždice, kterou pan Novák koupil. Proto počet dlaždic závisí na délce schodu. Schod má délku 120 cm, celkem budeme obkládat čtyři schody. Délka, kterou musí obložit, je 480 cm.



Obr. 37: Schodiště

Délka jedné dlaždice je 35 cm, celkem tedy musí koupit:

$480 \div 35 \doteq 14\ dlaždic$

Výsledná cena nákupu je: $14 * 367 = 5\ 138\ Kč$.

6.8 ZIMNÍ DOVOLENÁ

Úloha 8: ZIMNÍ DOVOLENÁ

V zimě spousta z nás jezdí na dovolenou na lyže. Tudíž si všichni dovedeme představit, jak taková horská lanová dráha vypadá. Lanovky se od sebe samozřejmě v mnohém liší.


Obr. 40: Lanová dráha

I takové stavby, jako jsou lanové dráhy, mají své rekordy. Ať už se jedná o nejdelší lanovou dráhu nebo tu nejekologičtější. Nejstarší lanovou dráhu v Evropě bychom například ještě do nedávna našli u nás. Jednalo se o sedačkovou lanovku v Krkonoších. Celková délka této lanové dráhy byla 3527 metrů a překonávala převýšení 450 m.

Úloha 8.1: ZIMNÍ DOVOLENÁ

Dvořákovi se chystají do Tater. Honzík má mapu, kde jsou Tatry v měřítku 1: 75 000. Vzdálenost stanic lanovky z Tatranské Lomnice na Skalnaté pleso je na mapě 52 mm. Nadmořské výšky stanic jsou 939 m a 1750 m. V jakém úhlu bude průměrně stoupat vůz lanovky [11]?

Obr. 41: Zimní dovolená

Odpověď:

Záměr úlohy 8.1

Popis: Výpočet pomocí měřítka mapy, goniometrické funkce

Tematický okruh: Prostor, tvar

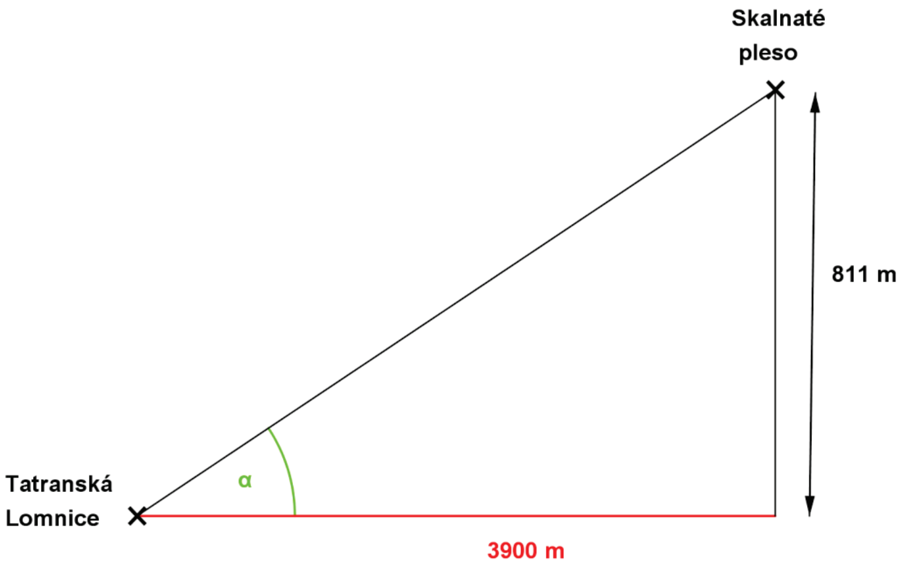
Postup: Užití goniometrických funkcí k výpočtu úhlu stoupání.

Úloha testuje orientaci v textu, zakreslení situace a užití goniometrických funkcí při výpočtu.

Řešení úlohy 8.1

Prvním krokem k řešení této úlohy je nakreslit si danou situaci. Musíme pomocí měřítka přepočítat všechny údaje na skutečné vzdálenosti. V našem případě se jedná o přepočítání vzdálenosti stanic lanovky, která je na mapě 52 mm. Skutečná vzdálenost stanic tedy bude: $52 * 75000 = 3\ 900\ 000\ mm$. Tedy 3 900 m.

Příslušné údaje zakreslíme do obrázku.



Obr. 42: Lanová dráha - řešení

Jak vidíme na obrázku, úhel, v kterém lanovka stoupá, vypočítáme pomocí goniometrické funkce. V našem případě použijeme funkci tangens. Kdy platí:

$$\mathrm{tg}(\alpha) = \frac{protilehl\acute{e}\ odv\check{e}sna}{p\check{r}ilehl\acute{e}\ odv\check{e}sn\check{e}}$$

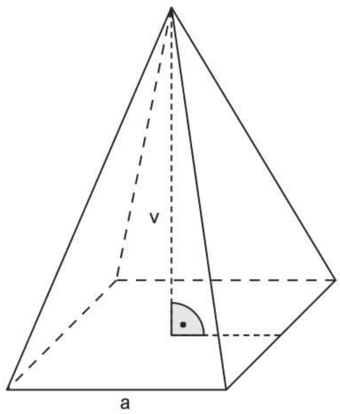
$$\mathrm{tg}(\alpha) = \frac{811}{3900}$$

$$\alpha \doteq 11^\circ 30'$$

Vůz lanovky průměrně stoupá v úhlu 11° 30´.

Úloha 8.2: ZIMNÍ DOVOLENÁ

Honzík si při výjezdu na vrchol všiml, že kousek od sjezdovky se nachází malý kostelík s věžičkou. Druhý den si tam společně s rodinou udělali výlet. Kostelík byl už ve špatném stavu. V hotelu se pak dozvěděli, že příští rok čeká kostelík



Obr. 43: Kostel

rekonstrukce. Jako první má být opravena střecha věžičky.

Střecha věžičky má tvar pravidelného čtyřbokého jehlanu s délkou podstavné hrany 2,8 m. Výška věže je 4,2 m. Kolik m^2 plechu bude potřeba k jejímu pokrytí? Počítáme-li, že na spoje a odpad padne 8 % plechu navíc.

A. 34,6 m^2

B. 24,8 m^2

C. 32,6 m^2

D. 26,8 m^2

Záměr úlohy 8.2

Popis: Výpočet povrchu jehlanu

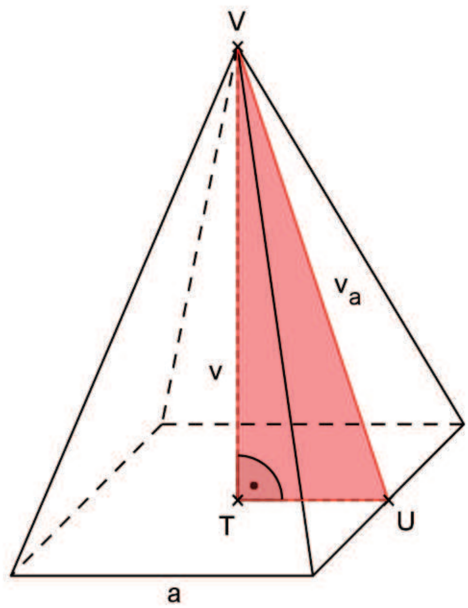
Tematický okruh: Prostor, tvar

Postup: Užití matematických metod, postupů a uvažování

Úloha testuje znalost základních geometrických vzorců a jejich aplikaci na konkrétní příklady.

Řešení úlohy 8.2

Řešením úlohy je výpočet povrchu pravidelného čtyřbokého jehlanu. Musíme si však uvědomit, že budeme pokrývat pouze plášť, nikoliv podstavu.



Obr. 44: Kostel - řešení

Tedy:

$$S_{pl} = 4 * S_{\Delta}$$

$$S_{\Delta} = \frac{a * v_a}{2}$$

$$|TU| = \frac{a}{2}$$

$$v_a^2 = v^2 + |TU|^2$$

$$v_a^2 = 4{,}2^2 + 1{,}4^2$$

$$v_a = 4{,}4\ m$$

$$S_{\Delta} = \frac{2{,}8 * 4{,}4}{2} = 6{,}2\ m^2$$

$$S_{pl} = 4 * 6{,}2 = 24{,}8\ m^2$$

Na spoje a odpad: $0{,}08 * 24{,}8 = 2\ m^2$

Celková spotřeba plechu je tedy: $24{,}8 + 2 = 26{,}8\ m^2$

Na pokrytí věže kostel bude potřeba 26,8 m^2 plechu. Správná odpověď je tedy za *D*.

Úloha 8.3: ZIMNÍ DOVOLENÁ

Letos se Dvořákovi chystají do Krkonoš. Vybrali si hotel v centru Rokytnice nad Jizerou. Bydlet budou v hotelu Krakonoš. Termín dovolené mají od 20. 1. 2014 do 26. 1. 2014. Hotel umožňuje prodej skipasů. Ceník skipasů vidíme na obr. 45.

Plánují zde být 7 dnů. Z těchto sedmi dnů mají v úmyslu jeden den jet do nedalekého aquaparku a druhý den si chtějí udělat výlet okolní přírodou. Celkem má rodina 5 členů. Tatínek 38 let, maminka 36 let, Honzík 17 let, Aleš 14 let a Eliška 5 let.

Vyberte z tabulky, který skipas pro ně bude nejvýhodnější a kolik celkem za skipasy pro celou rodinu zaplatí?

	hlavní sezona			vedlejší sezona		
	21.12.-16.03.2014			Do 20.12.2013 a od 17.03.2014		
	dospělí	14–17 let	4–13 let	dospělí	14–17 let	4–13 let
2 denní	980	890	640	830	740	540
3 denní	1430	1290	930	1220	1100	790
4 denní	1840	1660	1200	1570	1420	1020
5 denní	2240	2030	1470	1900	1720	1240
6 denní	2610	2350	1700	2220	2000	1450
4 ze 7 dnů	1900	1710	1230	1620	1460	1050
5 ze 7 dnů	2290	2060	1490	1950	1750	1270

Obr. 45: Ceník

Odpověď:

Záměr úlohy 8.3

Popis: Porozumět tabulce, která znázorňuje ceny jednotlivých skipasů

Tematický okruh: Vztahy

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení.

Úloha testuje, jak žáci porozumí zadané tabulce a jak vyhodnotí situace co nejlépe.

Řešení úlohy 8.3

	hlavní sezona			**vedlejší sezona**		
	21.12.-16.03.2014			**do 20.12.2013 a od 17.03.2014**		
	dospělí	**14–17 let**	**4–13 let**	**dospělí**	**14–17 let**	**4–13 let**
2 denní	980	890	640	830	740	540
3 denní	1430	1290	930	1220	1100	790
4 denní	1840	1660	1200	1570	1420	1020
5 denní	2240	2030	1470	1900	1720	1240
6 denní	2610	2350	1700	2220	2000	1450
4 ze 7 dnů	1900	1710	1230	1620	1460	1050
5 ze 7 dnů	2290	2060	1490	1950	1750	1270

Obr. 46: Ceník - řešení

Datum dovolené nám říká, že se budeme pohybovat v prvním sloupečku tabulky. Dále víme, že ze 7 dnů, které tu chce rodina strávit, budou lyžovat 5 dnů. Tudíž musíme určit, kolik zaplatí za 5 dnů lyžování.

Jak vidíme v tabulce, nejvýhodnější pro ně bude, když si koupí skipas na 5 dní, vyjde je levněji, než skipas, kdy ze 7 dnů mohou lyžovat libovolných 5 dní.

Celková cena skipasů pro rodinu tedy bude:

$$2 * 2240 + 2 * 2030 + 1470 = 10\,010\ Kč$$

Dvořákovi zaplatí za skipasy pro celou rodinu celkem 10 010 Kč.

6.9 AKVÁRIUM

Úloha 9: AKVÁRIUM

Anička dostala k narozeninám od rodičů akvárium na rybičky. Musí si samozřejmě ještě spoustu věcí dokoupit. Chce si pořídit keramický kořen a vodní rostlinky. Z dovolené si přivezla oblázky a mušličky. Od babičky a dědy dostala 3 nové rybičky a tak hned začala připravovat akvárium, aby v něm mohly rybičky co nejdříve bydlet.

Obr. 47: Akvárium

Úloha 9.1: AKVÁRIUM

Akvárium, které Anička dostala, má tvar kvádru. Jeho rozměry jsou v poměru *5: 3: 7*. Nejkratší rozměr je 24 mc. Kolik litrů vody je v akváriu, je-li naplněno z 95 % svého objemu?

Odpověď:

Záměr úlohy 9.1

Popis: Počítání s poměrem, výpočet objemu, procenta

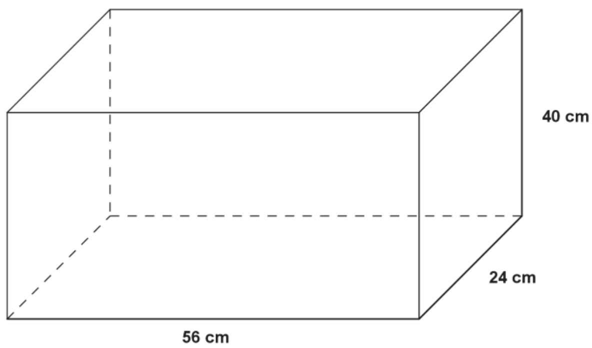
Tematický okruh: Prostor, tvar

Postup: Užití matematických metod, postupů a uvažování.

Úloha testuje, jak žáci umí počítat s poměrem a také jejich logické uvažování.

Řešení úlohy 9.1

Na začátku si musíme určit, jaké rozměry bude mít akvárium. Víme, že rozměry jsou v poměru *5: 3: 7*. Přičemž nejkratší rozměr měří 24 cm. Tato délka je nejkratší, proto bude v poměru zabírat 3 dílky. Z toho údaje si určíme velikost jednoho dílku a pak už snadno určíme zbývající rozměry akvária.



Obr. 48: Akvárium - řešení

Tedy jeden dílek bude mít délku: $24 \div 3 = 8\ cm$. Další rozměr akvária zabírá délku pěti dílků, jeho délka je tedy $5 * 8 = 40\ cm$. Poslední rozměr má délku

$7 * 8 = 56\ cm$.

V tuto chvíli můžeme postoupit k výpočtu objemu akvária.

Víme, že voda zabírá 95 % celkového objemu akvária. Celkový objem akvária vypočítáme pomocí vzorce pro objem kvádru.

Celkový objem

$V = a * b * c$

$V = 40 * 24 * 56$

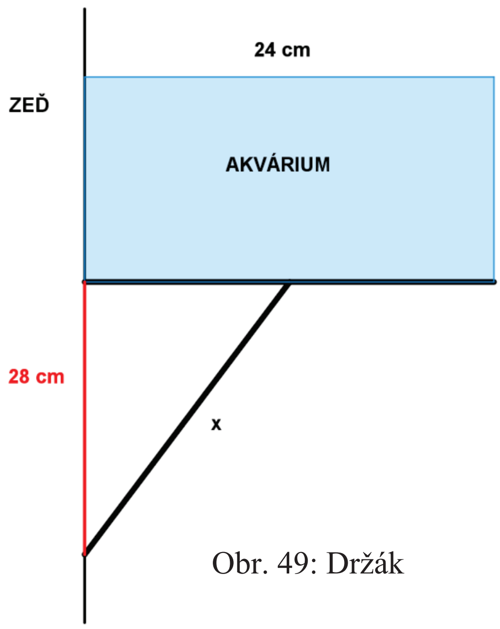
$V = 53\,760\ cm^3 = 53{,}8\ l$

95 % z celkového objemu: $0{,}95 * 53{,}8 = 51{,}1\ l$

V akváriu je 51,1 l vody.

Úloha 9.2: AKVÁRIUM

Anička si chce nové akvárium umístit do pokojíčku na zeď. Potřebuje však od tatínka udělat kovový držák na akvárium. Tatínek si udělal návrh, jak by takový držák mohl vypadat (obr. 49). Akvárium budou držet celkem dva kovové držáky a na nich bude umístěna deska. Kovový držák bude umístěný na zdi, kde bude měřit 28 cm, jak vidíme na obrázku. Kovový držák přímo pod akváriem bude stejně dlouhý, jako je šířka akvária. Kovová tyčka spojující tyto dvě části je umístěna uprostřed kovového držáku přímo pod akváriem. Kolik decimetrů kovové pásoviny bude tatínek na konstrukci držáku celkem potřebovat?



Obr. 49: Držák

A. 145,6 dm

B. 122,6 dm

C. 16,5 dm

D. 29,12 dm

Záměr úlohy 9.2

Popis: Užití Pythagorovy věty

Tematický okruh: Prostor, tvar

Postup: Užití matematických metod pro výpočet (Pythagorova věta).

Úloha testuje, jak žáci rozumí textu a umí číst z obrázku.

Řešení úlohy 9.2

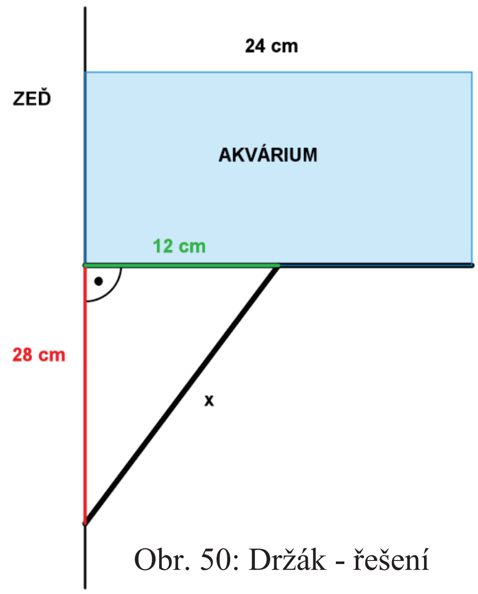
Do obrázku si označíme údaje, které známe. Jak vidíme (obr. 50) máme zde pravoúhlý trojúhelník, kde známe délky jeho odvěsen a musíme dopočítat délku přepony *x*.

Délku přepony *x* vypočítáme jako:

$x^2 = 28^2 + 12^2$

$x^2 = 928$

$x \doteq 30{,}5\ cm$



Obr. 50: Držák - řešení

Celkem tedy tatínek bude potřebovat na jeden držák $2 * 12 + 28 + 30{,}5 = 82{,}5\ cm$ kovové pásoviny.

Jak víme ze zadání, akvárium budou celkem držet dva držáky, tudíž celková spotřeba materiálu bude $2 * 82{,}5 = 165\ cm = 16{,}5\ dm$.

Správná odpověď je tedy za *C*.

6.10 KRABIČKA

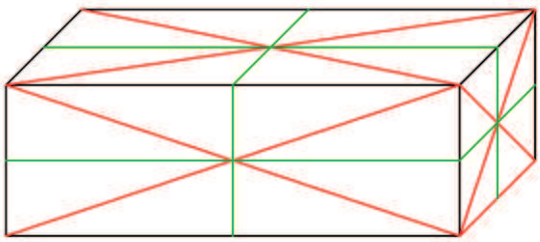
Úloha 10: KRABIČKA

Iveta koupila dárek pro kamarádku. Doma našla krabičku ve tvaru kvádru, do které se dárek vejde a půjde jí tak lépe zabalit.

Obr. 51: Krabička

Úloha 10.1: KRABIČKA

Krabička má tvar kvádru. Na každé stěně kvádru jsou narýsovány obě úhlopříčky a také obě střední příčky, jak můžeme vidět na obrázku. Kolik trojúhelníků nám vznikne na povrchu kvádru? Kolik z nich bude pravoúhlých, ostroúhlých a tupoúhlých? [8].



Obr. 52: Typy trojúhelníků

Odpověď:

Záměr úlohy 10.1

Popis: Z vlastností úhlopříček a středních příček určit typy jednotlivých trojúhelníků

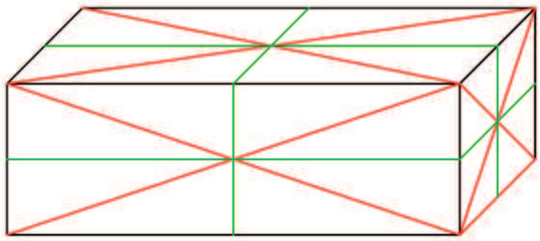
Tematický okruh: Prostor, tvar

Postup: Užití prostorové představivosti, matematických vědomostí a faktů.

Úloha testuje znalost základních vlastností úhlopříček a středních příček. Dále také to, zda žáci znají rozdíly mezi jednotlivými typy trojúhelníků.

Řešení úlohy 10.1

Jak vidíme na obr. 52, tak na každé stěně kvádru vznikne stejný počet trojúhelníků. Proto můžeme určit počet trojúhelníků pouze na jedné stěně a pak tento počet vynásobit počtem stěn kvádru.



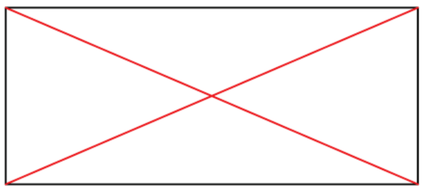
Obr. 52: Typy trojúhelníků

Na obr. 53 nám každá úhlopříčka danou stěnu rozdělí na 2 trojúhelníky (pravoúhlé). Máme zde dvě úhlopříčky, tudíž získáme 4 různé trojúhelníky (pravoúhlé).

Obr. 53: Obdélník

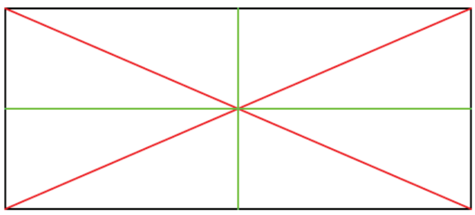
Tyto dvě úhlopříčky nám stěnu rozdělí na čtyři různé trojúhelníky (2 ostroúhlé a 2 tupoúhlé).

Celkem už tedy máme 8 různých trojúhelníků (4 ostroúhlé a 4 tupoúhlé).



Obr. 54: Obdélník II.

Dále zde máme ještě střední příčky. Každá střední příčka nám vytváří 4 nové trojúhelníky (pravoúhlé), celkem tak tedy máme dalších 8 nových trojúhelníků (pravoúhlých).



Obr. 55: Obdélník III.

Můžeme tedy říct, že na každé stěně kvádru takto dostaneme celkem 16 trojúhelníků. Jak víme, kvádr má šest stěn. Tudíž celkový počet trojúhelníků na stěnách kvádru je $6 * 16 = 96$ trojúhelníků.

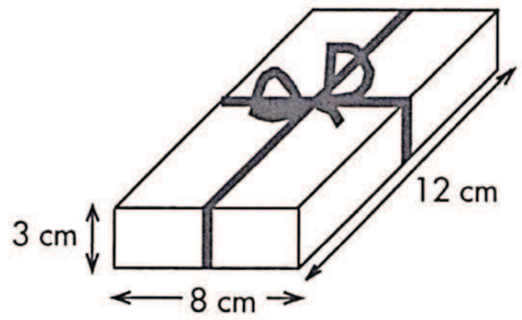
Další otázkou bylo, o jaké typy trojúhelníků se jedná. Pravoúhlých trojúhelníků na jedné stěně máme 12. Celkem jich tedy na stěnách kvádru máme 72.

Tupoúhlé trojúhelníky máme na jedné stěně kvádru 2. Tudíž jich celkem je 12.

Stejně tak je to i s trojúhelníky ostroúhlými. Celkem jich je zde také 12.

Úloha 10.2: KRABIČKA

Iveta chce krabičku ovázat stužkou, jak vidíme na obr. 56. Na mašli bude potřebovat 27 cm stužky. Kolik cm stužky si musí koupit, aby celou krabičku ovázala?



Obr. 56: Stužka (převzato z [9])

A. 53 cm

B. 52 cm

C. 79 cm

D. 26 cm

Záměr úlohy 10.2

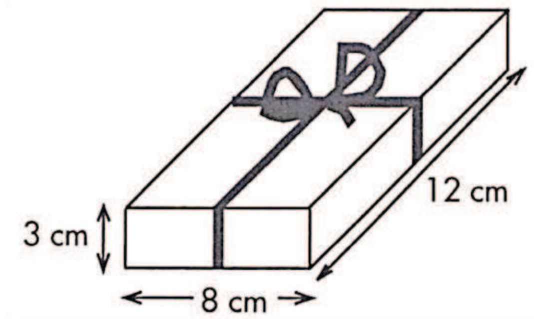
Popis: Orientace v obrázku, použití prostorové představivosti

Tematický okruh: Prostor, tvar

Postup: Užití prostorové představivosti.

Úloha testuje především prostorovou představivost žáků.

Řešení úlohy 10.2



Obr. 56: Stužka (převzato z [9])

Hlavním krokem k řešení této úlohy je, uvědomit si, že stužka je také z druhé strany krabičky.

Poté spočítáme kolik cm stužky je na jednotlivých stěnách krabičky.

Jak vidíme, na přední stěnu padnou celkem 3 cm stužky, tento rozměr stužky využijeme na všech bočních stěnách. Celkem tedy na boční stěny potřebujeme $4 * 3 = 12\ cm$.

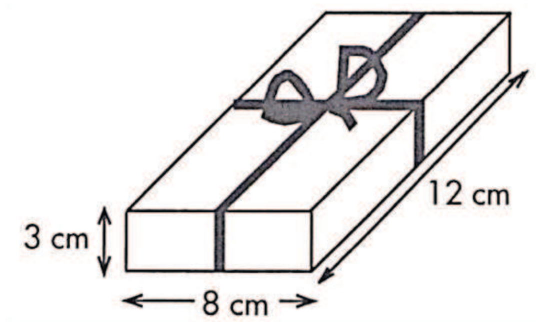
Vrchní stěna je stejná jako spodní stěna. Na vrchní stěnu potřebujeme $12 + 8 = 20\ cm$, tedy na obě stěny bude potřeba 40 cm.

Celková spotřeba stužky na zabalení dárku včetně mašle je tedy:

$12 + 40 + 27 = 79\ cm.$

Správná odpověď je za *C*.

Úloha 10.3: KRABIČKA



Obr. 56: Stužka (převzato z [9])

Iveta chce dárek také samozřejmě zabalit. V obchodě zjistila, že balicí papír prodávají v různých délkách. Kolik balicího papíru musí koupit, pokud musí počítat, že na záhyby padne ještě 23 % papíru navíc?

Odpověď:

Záměr úlohy 10.3

Popis: Výpočet povrchu kvádru, počítání s procenty

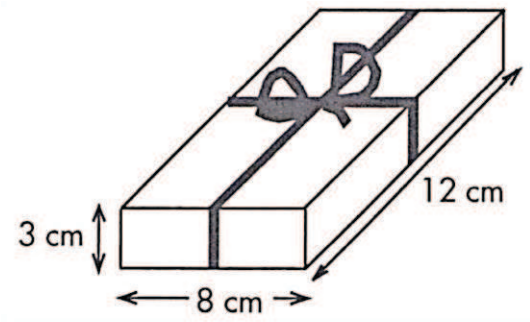
Tematický okruh: Prostor, tvar

Postup: Užití matematických metod a postupů.

Úloha testuje, jak žáci umí počítat s procenty a zda umí použít základní matematické postupy v praxi.

Řešení úlohy 10.3

Jak vidíme na obrázku, musíme spočítat povrch kvádru, tím tedy dostaneme množství papíru, který budeme potřebovat.



Obr. 56: Stužka (převzato z [9])

Povrch kvádru spočítáme pomocí vzorce:

$S = 2ab + 2ac + 2bc$

$S = 2 * 3 * 8 + 2 * 3 * 12 + 2 * 8 * 12$

$S = 312$ cm^2

Nesmíme však zapomenout ještě na 23 % papíru, který budeme potřebovat na záhyby. Celková spotřeba papíru na zabalení dárku tedy bude $1,23 * 312 = 383,8\ cm^2$.

7. OVĚŘENÍ TESTOVÝCH ÚLOH

7.1 Cíl ověření

Hlavním cílem této části diplomové práce je praktické využití vytvořených testových úloh na základní škole a následně jejich vyhodnocení. Chtěla jsem si ověřit vytvořené testové úlohy v praxi a zjistit tak možné nedostatky, které mohly nastat při jejich tvorbě. Chci také zjistit orientaci žáků v dané problematice, srozumitelnost zadaných testových úloh a také to, jak žáky testové úlohy bavily.

7.2 Zadání testových úloh

Pro zadání testů jsem si vybrala dvě základní školy v okolí mého bydliště. Měla jsem tedy k dispozici tři deváté třídy. Rozhodla jsem se v každé třídě zadat odlišný test, abych měla možnost otestovat více vytvořených úloh. Před zadáváním testu jsem se nejprve sešla s učiteli matematiky testovaných tříd a test, který jsem chtěla zadat, jsme si společně prošli.

Při samotném zadávání testu jsem žákům testy nafotila a každému dala i čisté papíry pro případné postupy, které by se jim do testu již nevešly. Dále jsem je informovala o tom, jak mají test vyplňovat, o možnostech správných odpovědí a také o tom, že nejsou časově omezeni. Na test jsme měli dle potřeby vyhrazenou celou vyučovací hodiny. Abychom je motivovali, oba učitelé mi navrhli, že za správné řešení žáci získají jedničku.

Žáci ve všech třídách k testům neměli žádné připomínky nebo dotazy. Test psali přibližně 10 - 20 minut.

7.3 Vyhodnocení testových úloh

První testová úloha

První testová úloha, kterou jsem zadávala, obsahovala celkem čtyři příklady. Jednalo se o testovou úlohu s názvem RUBIKOVA KOSTKA (viz. str. 33). Tři z těchto úloh obsahovaly otevřené otázky, kdy žáci musí sami vytvořit odpověď, jedna z úloh byla úloha s možností výběru správné odpovědi. Většina z úloh testovala především prostorovou představivost žáků (neměli trojrozměrný objekt, pouze obrázek na papíru).

Jedna z úloh testovala také využití Pythagorovy věty. Tyto testové úlohy jsem zadávala ve třídě, kde bylo celkem 25 žáků. Testové úlohy ověřovaly znalosti žáků, které již probírali v nižších ročnících.

Záměrem úlohy 1.1 bylo využití prostorové představivosti. Žáci neměli s touto úlohou větší problémy.

Úloha 1.2 se opět zaměřovala na prostorovou představivost. Zde už testovaných žáků došlo k větším problémům s řešením. Celkem 17 žáků si s úlohou poradilo správně. Zbývajících 8 žáků i přesto, že si jednotlivé stěny krychliček obarvili, správného výsledku nedosáhli. Úloha v podstatě navazovala na předešlou úlohu, která byla jednodušší. Úloha 1.2 již po žácích vyžadovala lepší prostorovou představivost.

Úloha 1.3 testovala aplikaci Pythagorovy věty. 9 žáků zde mělo velké problémy uvědomit si, že musí použít právě tuto větu. Celkem 12 žáků mělo odpověď správnou a mělo zde i postup. Domnívám se, že zbývající 4 žáci řešení úlohy tipovali, usuzuji tak na základě toho, že zde nemají postup řešení. Úloha jim díky možnosti výběru odpovědi tuto možnost nabízela a tím je dáno i to, že na tuto úlohu odpověděli všichni žáci.

Úloha 1.4 dopadla z celého testu nejhůře. Nikdo z žáků na ni neodpověděl správně. Celkem 10 žáků se o odpověď ani nepokusilo. Jak jsme se přesvědčili v úloze 1.2, už zde měli žáci potíže s odpovědí.

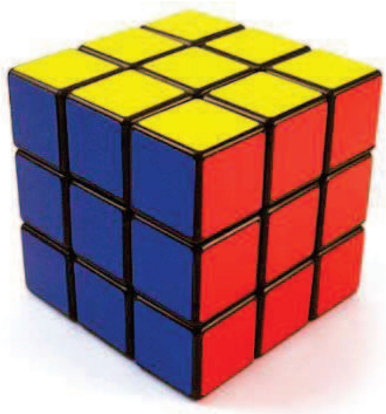
Jméno:

Třída: Datum:

ÚLOHA 1 RUBIKOVA KOSTKA

Na přelomu 70. a 80. let 20. století se stal hitem mechanický hlavolam, známý pod názvem Rubikova kostka. Vynalezl jej v roce 1974 maďarský sochař a architekt Ernő Rubik.

Nejběžnější verzí této kostky je kostka typu $3 * 3 * 3$, jak vidíme na obr. 1.

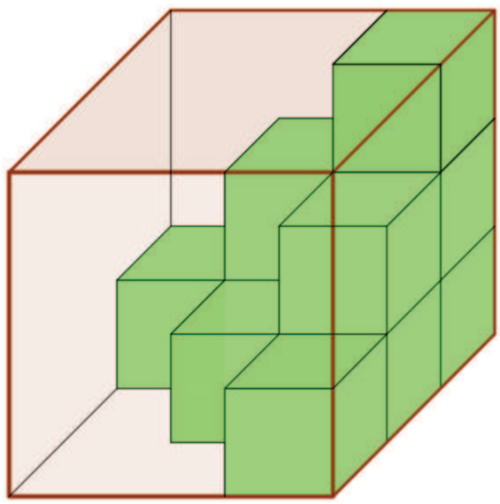


Obr. 1

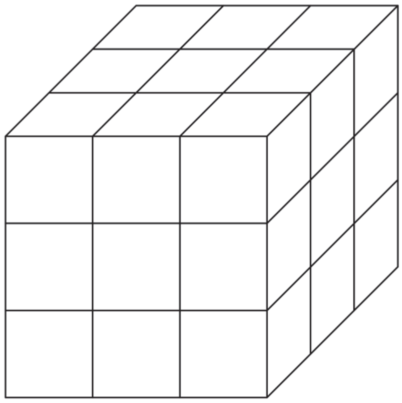
Úloha 1.1 RUBIKOVA KOSTKA

Děti si chtějí z hracích kostiček postavit obdobnou Rubikovu kostku. Začaly tedy stavět, jak vidíme na obrázku. Bohužel ale zjistily, že se jim kostičky nedostaly. Kolik kostiček jim ještě chybí dodat, aby jejich kostka odpovídala Rubikově kostce?

Odpověď:



Obr. 2



Obr. 3

Úloha 1.2 RUBIKOVA KOSTKA

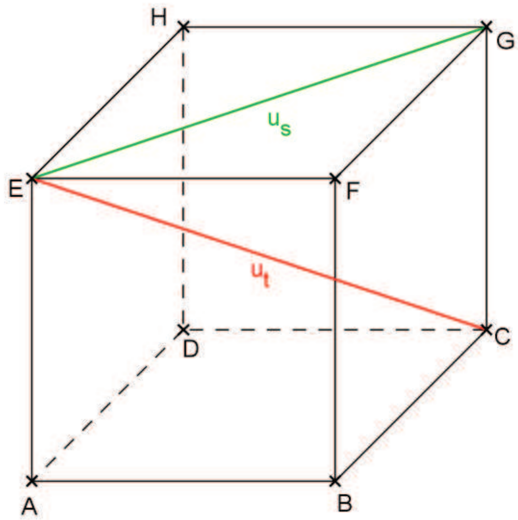
Franta si vytvořil z malých krychliček krychli, jak vidíme na obrázku. Celou krychli ponořil do zelené barvy a po zaschnutí barvy ji zase rozebral na jednotlivé krychličky. Kolik krychliček mělo 3 stěny zelené, 2 stěny zelené, 1 stěnu zelenou a které nemají obarvenou žádnou stěnu zeleně?

Odpověď:

Úloha 1.3 RUBIKOVA KOSTKA

Máme krychli *ABCDEFHG* s délkou strany $a = 6\,cm$. Jakou délku má stěnová a tělesová úhlopříčka této krychle? Výsledky vhodně zaokrouhlete.

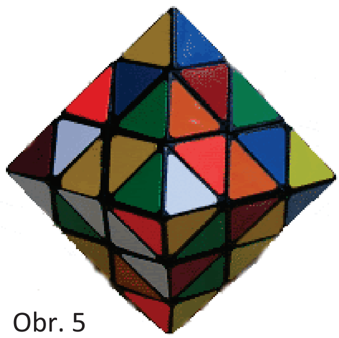
A. $u_s = 10{,}4\,cm\,;\ u_t = 8{,}5\,cm$
B. $u_s = 6{,}7\,cm\,;\ u_t = 8{,}5\,cm$
C. $u_s = 8{,}5\,cm\,;\ u_t = 10{,}2\,cm$
D. $u_s = 8{,}5\,cm\,;\ u_t = 10{,}4\,cm$



Obr. 4

Úloha 1.4 RUBIKOVA KOSTKA

Jiným typem hlavolamu je tzv. octahedron. Jak už název vypovídá, jedná se o hlavolam ve tvaru oktaedru, tedy pravidelného osmistěnu (viz. obr. 5).



Obr. 5

Skládá se z čtyřbokých jehlanů. Kolika těmito čtyřbokými jehlany je tvořen octahedron na obrázku? (nezapomeňte, že jehlany jsou i uvnitř, nejen na povrchu).

Odpověď:

Druhá testová úloha

Druhá testová úloha, kterou jsem zadávala, obsahovala celkem tři příklady. Celá série úloh nesla název CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO (viz. str. 53). Tuto testovou úlohu řešilo celkem 27 žáků deváté třídy.

Úloha 1.1 testovala žáky, zda se orientují v soustavě souřadnic a zda umí zakreslit příslušné body právě pomocí jejich souřadnic. Testovaná skupina žáků s touto úlohou neměla žádné problémy. Všichni správně zakreslili příslušné body a tím splnili záměr této úlohy.

Úloha 1.2 testovala jednak to, jak dokáží pracovat s textem a interpretovat potřebné údaje z něj. Dále pak aplikaci Pythagorovy věty v reálné situaci. V této úloze se odpovědi žáků rozdělily do dvou skupin. První skupina 13 žáků nedokázala nakreslit správně obrázek a tím tedy nemohla spočítat příslušnou cestu lesem. Druhá skupina 14 žáků danou situaci zakreslila správně. Problém zde nastal až tehdy, kdy měli použít Pythagorovu větu pro výpočet trasy lesem. Pythagorovu větu aplikovalo pouze 7 žáků správně, zbývajících 7 žáků vůbec nevědělo, jak v příkladu dále postupovat.

Záměrem úlohy 1.3 byla práce s procenty. V tomto případě 18 žáků ze zkoumané skupiny nemělo problémy se správnou odpovědí. Práci s procenty zvládli žáci bez problémů. Častou chybou bylo, že přehlédli množství v nákupu pana Máci: 3 mléka, 6 jogurtů.

Tato testová úloha ukázala, že většina žáků požadované dovednosti ovládá a umí je uplatnit i v jiných situacích, než jim nabízí například učebnice.

Jméno:

Třída: Datum:

Úloha 1: CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

Mácovi odjeli na dovolenou na chatu. Chata se nachází na Vysočině, leží uprostřed Českomoravské vrchoviny. Kolem jsou lesy a také několik rybníků. Na nákup chodí do nedalekého nákupního střediska. Cesta tam vede po silnici nebo lesem.

Obr. 1

Úloha 1.1 CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

Na týden přijela k Mácům na chatu vnoučata. Druhý den ráno, když se vzbudili, zjistili, že prší. „Co budeme dělat," začali se Honzík s Terezkou ptát. Dědeček proto vymyslel zajímavou hru. Dal dětem čtverečkovaný papír a zadal jim souřadnice bodů, které měly na papír zakreslit. Každý dostal jiné body. Poté si všichni společně zahráli s těmito body piškvorky. Zakreslete příslušné body do připravené soustavy souřadnic.

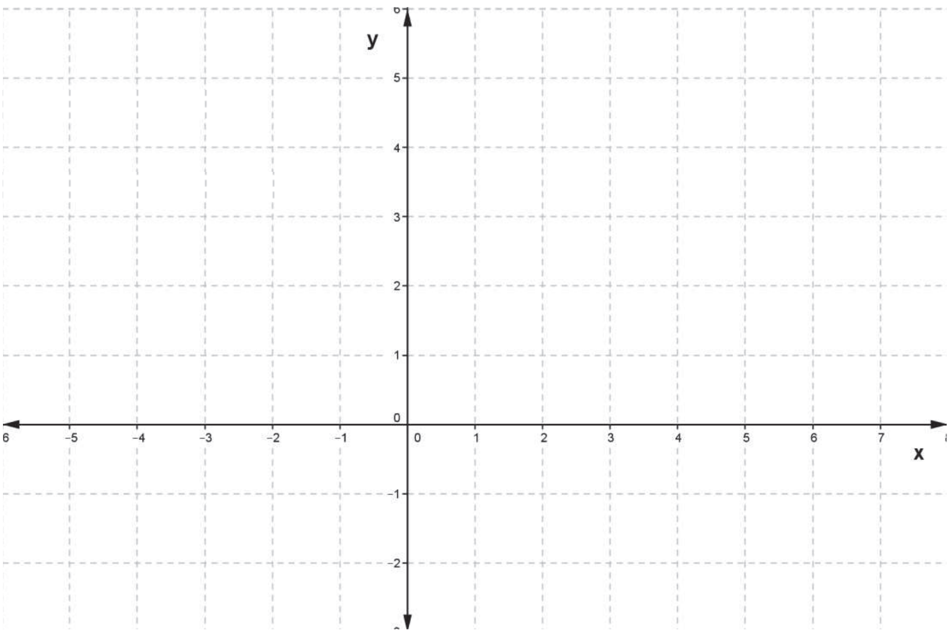
A[3,5; 5,5]

B[0; -2]

C[-2,5; -1]

D[-2; 0]

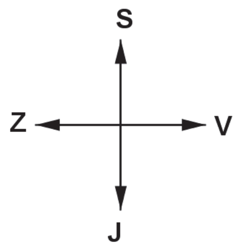
E[3; -3]



Obr. 2

Úloha 1.2 CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

Mácovi se rozhodli, že půjdou nakoupit do nedalekého nákupního centra. Paní Mácová chce jít po silnici, zatímco pan Máca chce jít po cestě, která vede lesem. Oba vychází ze stejného místa - z chaty. Paní Mácová jde 750 m severně, pak jde 1,8 km východně, tím se dostane k nákupnímu středisku.



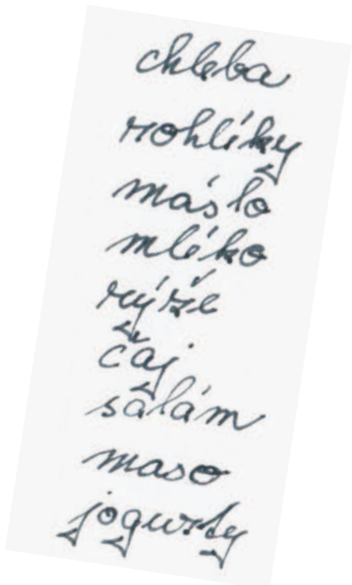
Obr. 3

Pan Máca jde severovýchodně a také dojde k nákupnímu středisku. Jelikož jde lesem, neví, jak je trasa dlouhá. Nakreslete obrázek, kam zakreslíte cesty obou manželů. Dále spočítejte, jak dlouhá je trasa lesem, po které jde pan Máca.

Odpověď:

Úloha 1.3 CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

Jelikož v obchodě všechno neměli a zboží jim měli přivést další den, poslala paní Mácová pana Mácu druhý den do obchodu znovu. Napsala mu seznam, co vše má koupit, jak vidíme na obr. 4.



Obr. 4

Podle letáku si spočítala, kolik bude nákup přibližně stát. V obchodě však měli slevu a tím pan Máca ušetřil. Sleva se vztahovala na máslo, které bylo zlevněno o 17 %, dále byla sleva 9 % na mléko a jogurty byly o 15 % levnější.

Cena potravin před slevou:

Chleba 38,90 Kč

Rohlík 2,30 Kč

Máslo 37,50 Kč

Mléko 19,90 Kč

Rýže 23,60 Kč

Čaj 28,70 Kč

Salám 57,80 Kč

Maso 109,90 Kč

Jogurt 12,50 Kč

Pan Máca koupil: 1 x chleba, 10 x rohlík, 1 x máslo, 3 x mléko, 1 x rýže, 1 x čaj, 1 x salám, 1x maso a 6 x jogurt.

Kolik za nákup zaplatil po slevě? Kolik Kč ušetřil?

Odpověď:

Třetí testová úloha

Tato série úloh dopadla z celého bloku testovaných úloh nejhůře. Testovou úlohu řešilo celkem 26 žáků. Většina testovaných žáků v této skupině nespočítala žádný příklad.

Úloha 1.1 z testové série SCHODIŠTĚ (viz. str. 60) testovala znalost žáků v oblasti výpočtu objemu hranolu spojeného s Pythagorovou větou. Většina žáků si pod tvarem schodu nedokázala představit, že se jedná právě o hranol. Zde bylo vidět, že jejich představa hranolu vycházela z jeho základního tvaru. V případě, že hranol nějak natočíme nebo dokonce položíme, většina z nich byla zcela ztracena a nedovedla si hranol představit. Pouze 5 žáků tuto úlohu vypočítalo. Byla jsem z výsledku řešení této úlohy žáky trochu zklamaná. Učitel matematiky v této třídě mi potvrdil, že žáci nemají prostorovou představivost a využití v praxi je pro ně velmi obtížná věc.

Úloha 1.2 dopadla o trochu lépe. Někteří chtěli použít Pythagorovu větu, ale nedokázali ji aplikovat správně do této úlohy. Opět zde nastal problém s prostorovou představivostí. Kdy žáci nedovedli spočítat délku podezdívky. Záměrem této úlohy bylo aplikovat Pythagorovu větu, žáci Pythagorovu větu chtěli využít, ale nevěděli jak.

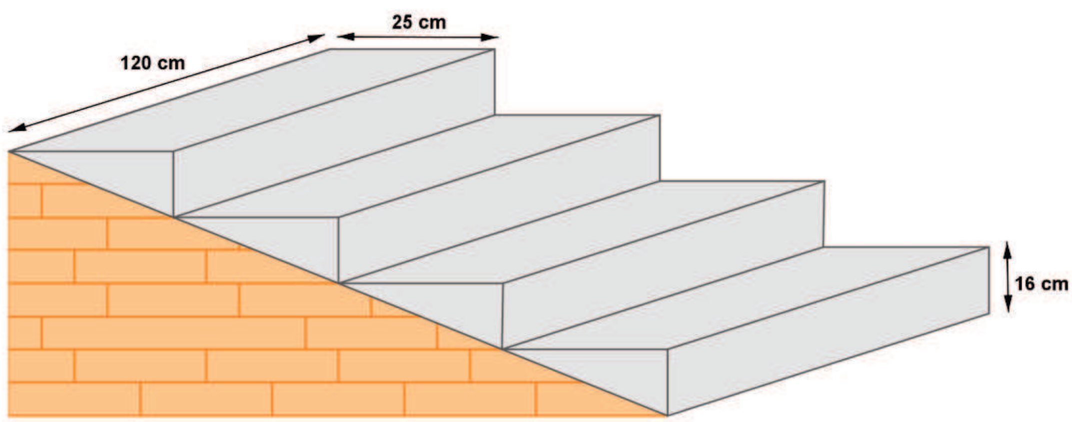
Úloha 1.3 dopadla z celé série úloh SCHODIŠTĚ nejlépe. Jednalo se o úlohu s možností výběru odpovědi. 6 žáků zde uvedlo i postup, jak úlohu řešilo. 20 žáků opět správnou odpověď pouze otipovalo. Záměr této úlohy byl jednak výpočet plochy schodu a také orientace v náčrtu.

Jméno:

Třída: Datum:

Úloha 1: SCHODIŠTĚ

Novákovi přijeli po zimě na chalupu a zjistili, že bude potřeba udělat nové schodiště u vchodu. Pan Novák rozhodl, že udělají i novou cihlovou podezdívku, která je pod schodištěm. Schodiště bude z betonu a na beton následně položí novou protiskluzovou dlažbu. Pan Novák si udělal návrh, jak bude schodiště vypadat (obr. 1).



Obr. 1

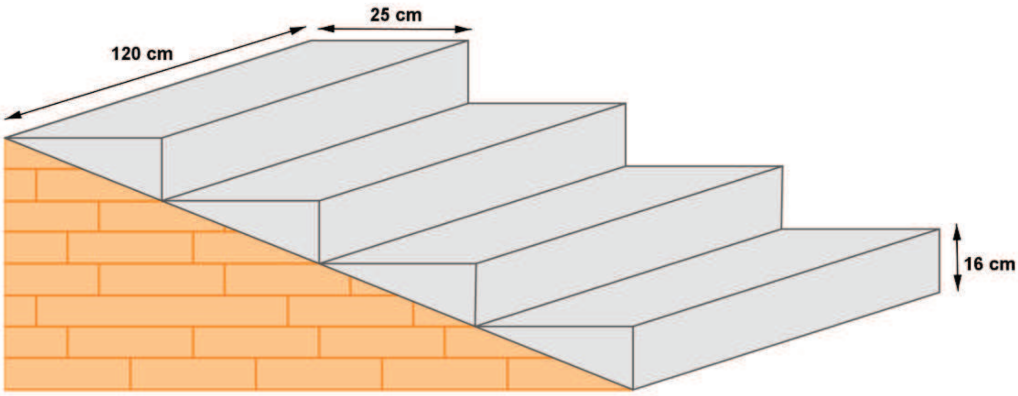
Úloha 1.1 SCHODIŠTĚ

Pan Novák si chce beton nechat dovést. Kolik kilogramů betonu musí objednat? Víme-li, že hustota betonu je $\rho = 2100\ kg/m^3$.

Odpověď:

Úloha 1.2 SCHODIŠTĚ

Jak už jsme zmínili, schodiště bude stát na cihlové podezdívce. Ta se bude skládat z cihel a malty. Jaká bude hmotnost této cihlové podezdívky? Víme-li, že hustota cihel s maltou je $\rho = 1600\ kg/m^3$.



Obr. 2

Odpověď:

Úloha 1.3 SCHODIŠTĚ

Pan Novák chce na schodiště položit venkovní protiskluzovou dlažbu. V obchodě si vybral speciální venkovní keramickou dlažbu (obr. 3). Rozměr této dlaždice je 25 x 35 x 5 cm (š, d, v). Jedna taková dlaždice stojí 367 Kč. Kolik Kč pan Novák zaplatí na dlaždice, aby schodiště obložil?

Obr. 3

A. 1 258 Kč

B. 5 138 Kč

C. 8 196 Kč

D. 4 771 Kč

Celkově jsem byla z výsledků zadávaných testů překvapená. Nejsem zklamaná ani tak z toho, že žáci neumí vzorečky, jako z toho, že nedovedou své znalosti aplikovat na příklady zadané jinak, než jsou zvyklí. Samozřejmě musím brát v potaz to, že jsem je svou přítomností na hodině mohla trochu rozhodit, nebo prostě neměli svůj den. Ale chyby, kterých se dopustili, se opakovaly ve všech třech sériích testů. Dále se jednalo o tři odlišné třídy se dvěma různými učiteli. Z toho usuzuji, že tento problém se bohužel netýká jen určité třídy nebo dokonce školy. Jde nejspíš o problém, který najdeme i na ostatních školách.

Jako východisko z této situace bych viděla právě aplikaci matematických metod v praxi. Této problematice se ve škole věnuje jen nepatrná část výuky, což mi potvrdili i samotní učitelé.

Na druhou stranu nemohu z této mé práce vyvozovat velké závěry, přeci jen se jedná o malý krok v ověřování znalostí žáků na ZŠ. Možná při delší a hlubší analýze bychom narazili na úplně odlišná řešení nebo také na úplně odlišné problémy. Proto by bylo velmi zajímavé provést hlubší výzkum a z něho poté vyvodit hlubší závěry.

8. ZÁVĚR

Práce se zaměřuje především na tvorbu testových úloh z geometrie, oblast matematiky, která není u žáků příliš oblíbená. To mi potvrdili samotní žáci během mé souvislé praxe a také učitelé na ZŠ. Zabývá se také tím, jak správně testové úlohy vytvořit a zajistit jejich validitu. Existuje celá řada výzkumů, kde jsou čeští žáci srovnáváni s žáky z různých zemí světa. Výsledky ukazují, že v matematice zaujímáme průměrné výsledky.

Vytvořením této série testových úloh jsem chtěla přispět k výukovým materiálům, které by mohly mnohým žákům pomoci v praktických aplikacích matematických znalostí. Tyto příklady mohou využívat také učitelé během své výuky. Kdy žákům ukáží trochu jiný pohled na matematiku. Jak jsem se sama přesvědčila, s tímto typem úloh měla problémy většina žáků, které jsem testovala. Žáci bez problému spočítají úlohy tytu: „*Pomocí Pythagorovy věty spočítej …*“, ale při odlišném zadání té samé úlohy má většina z nich velké problémy. Ve své budoucí profesi učitelky bych se chtěla více zabývat praktickou aplikací matematických znalostí.

Bohužel jsem měla početně omezenou skupinu žáků a také čas, který jsem měla k dispozici. Bylo by velmi zajímavé hlouběji se zabývat těmito příklady a jejich řešením a dospět tak k mnohem přesnějším výsledkům, které by byly určitě velmi pozoruhodné.

9. POUŽITÉ ZDROJE

9.1 Literatura

[1] Běloun, F.: *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu*, Praha: Prométheus, 2003

[2] Havlínová, A.: *Testy z matematiky 2003*, Brno: Didaktis spol. s.r.o., 2002

[3] Hejný, M., Jirotková, D. a kol.: *Úlohy pro rozvoj matematické gramotnosti*, Praha: Česká školní inspekce, 2012

[4] Hrabal, V., Lustigová, Z., Valentová, L.: *Testy a testování ve škole*, Praha: Univerzita Karlova, 1992

[5] Kalhous, Z., Obst, O. a kol.: *Školní didaktika*, Praha: Portál, 2002

[6] Průcha, J., Walterová, E., Mareš, J.: *Pedagogický slovník*, Praha: Portál, 2009

[7] Sedláčková, J.: *Diagnostické metody ve vyučování matematice*, Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého v Olomouci, 1993

[8] Součková, B.: *Neboj se matematiky – úlohy pro žáky ZŠ*, Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1992

[9] Straková, J., Kašpárková, L.: *Matematická a přírodovědná gramotnost*, Praha: TAURIS, 1999

[10] Šedivý, O.: *Matematika pro 8. ročník základní školy - I. díl*, Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1991

[11] Šimek, J., Schejbal, J.: *Geometrie 9 – pro devátý ročník*, Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1980

[12] Tomášek, V., Frýzek, M.: *Mezinárodní výzkum PISA 2012*, Praha: Česká školní inspekce, 2013

[13] Tomášek, V., Palečková, J.: *Posun ve znalostech čtrnáctiletých žáků v matematice a přírodních vědách*, Praha: TAURIS, 2001

[14] Trejbal, J., Jirotková, D., Sýkora, V.: *Matematika pro 9. ročník základní školy*, Praha: SPN, 1998

9.2 Internetové zdroje

[15] Cermat (2010). *Didaktické testy*. [online]. [cit. 2014-19-02]. Dostupné z: www.cermat.cz/didakticke-testy-1404034141.html

[16] Scio (2013). *Odborná část*. [online]. [cit. 2014-25-03]. Dostupné z: www.scio.cz/o-vzdelavani/teorie-a-metodika-testu/odborna-cast/index.asp

[17] Scio (2013). *Modely klasické teorie testů*. [online]. [cit. 2014-25-03]. Dostupné z: www.scio.cz/o-vzdelavani/teorie-a-metodika-testu/odborna-cast/modely-klasicke-teorie-testu

[18] Scio (2013). *Item – response theory (IRT)*. [online]. [cit. 2014-26-03]. Dostupné z: www.scio.cz/o-vzdelavani/teorie-a-metodika-testu/odborna-cast/item-response-theory/

[19] Scio (2013). *Klasifikátory (MDT)*. [online]. [cit. 2014-26-03]. Dostupné z: www.scio.cz/o-vzdelavani/teorie-a-metodika-testu/odborna-cast/klasifikatory-mdt/

[20] Česká školní inspekce (2010). *Mezinárodní výzkum PISA 2009*. [online]. [cit. 2014-28-03]. Dostupné z: www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/PISA/PISA-2009/strucne-shrnuti.pdf

[21] Česká školní inspekce (2010). *TIMSS 2007*. [online]. [cit. 2014-28-03]. Dostupné z: www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/TIMSS/TIMSS-2007/koncepce-TIMSS-2007.pdf

[22] Internetový obchod (2014). *Skluzavka*. [online]. [cit. 2013-16-12]. Dostupné z: www.shop-kryspin.minishop.cz

[23] PISA 2012 (2011). *Podrobný popis výzkumu*. [online]. [cit. 2014-20-03]. Dostupné z: www.pisa2012.cz/?a=podrobny_popis_vyzkumu

[23] Česká školní inspekce (2012). *Koncepce mezinárodního šetření TIMSS 2011*. [online]. [cit. 2014-26-03]. Dostupné z: www.csicr.cz/getattachment/ea9ea88f-1624-4d92-a3c8-3d4c33caf276

10. PŘÍLOHY

Příloha č. 1: První test – jeden z nejlepších výsledků

Jméno: MICHAELA HRBKOVÁ

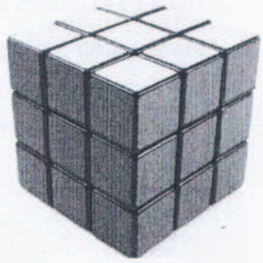
Třída: 9.

Datum: 3. 4. 2014

ÚLOHA 1 RUBIKOVA KOSTKA

Na přelomu 70. a 80. let 20. století se stal hitem mechanický hlavolam, známý pod názvem Rubikova kostka. Vynalezl jej v roce 1974 maďarský sochař a architekt Ernő Rubik.

Nejběžnější verzí této kostky je kostka typu 3 * 3 * 3, jak vidíme na obrázku.

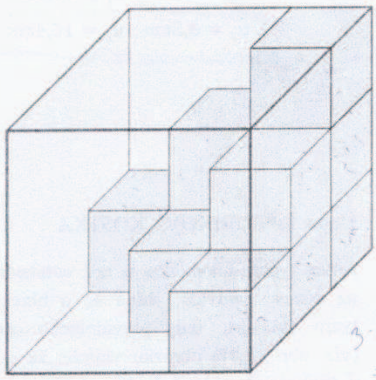


Obr. 1

Úloha 1.1 RUBIKOVA KOSTKA

Děti si chtějí z hracích kostiček postavit obdobnou Rubikovu kostku. Začaly tedy stavět, jak vidíme na obrázku. Bohužel ale zjistily, že se jim kostičky nedostaly. Kolik kostiček jim ještě chybí dodat, aby jejich kostka odpovídala Rubikově kostce?

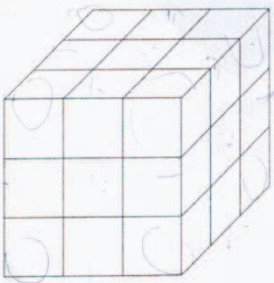
Odpověď: Chybí jim 17 kostek



Obr. 2

3 · 9 = 27 − 10 = 17

1A



Obr. 3

Úloha 1.2 RUBIKOVA KOSTKA

Franta si vytvořil z malých krychliček krychli, jak vidíme na obrázku. Celou krychli ponořil do zelené barvy a po zaschnutí barvy ji zase rozebral na jednotlivé krychličky.

Kolik krychliček mělo 3 stěny zelené, 2 stěny zelené, 1 stěnu zelenou a které nemají obarvenou žádnou stěnu zeleně?

žádna = 1

Odpověď:

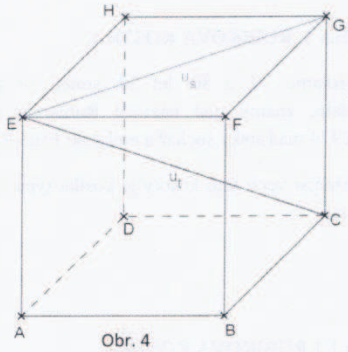
1 zelenou stěnu mělo 6 kostek

3 zelené stěny mělo 8 kostek

2 zelené stěny mělo 12 kostek

Úloha 1.3 RUBIKOVA KOSTKA

Máme krychli *ABCDEFHG* s délkou strany $a = 6cm$. Jakou délku má stěnová a tělesová úhlopříčka této krychle? Výsledky vhodně zaokrouhlete.



Obr. 4

A. $u_s = 10{,}4cm$; $u_t = 8{,}5cm$

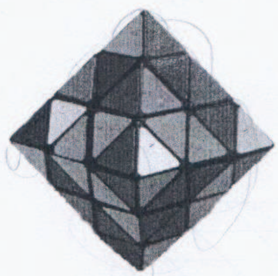
B. $u_s = 6{,}7cm$; $u_t = 8{,}5cm$

C. $u_s = 8{,}5cm$; $u_t = 10{,}2cm$

D. $u_s = 8{,}5cm$; $u_t = 10{,}4cm$

Úloha 1.4 RUBIKOVA KOSTKA

Jiným typem hlavolamu je tzv. octahedron. Jak už název vypovídá, jedná se o hlavolam ve tvaru oktaedru, tedy pravidelného osmistěnu (viz. obr. 5). Na obrázku vidíme, že se skládá z trojbokých jehlanů. Kolika těmito trojbokými jehlany je tvořen octahedron na obrázku? (nezapomeňte, že trojboké jehlany jsou i uvnitř, ne jen na povrchu)


Obr. 5

Odpověď: 72

Příloha č. 2: První test – jeden z nejhorších výsledků

Jméno: Jan Dolák

Třída:

Datum: ~~21.~~ 34.2014

ÚLOHA 1 RUBIKOVA KOSTKA

Na přelomu 70. a 80. let 20. století se stal hitem mechanický hlavolam, známý pod názvem Rubikova kostka. Vynalezl jej v roce 1974 maďarský sochař a architekt Ernő Rubik.

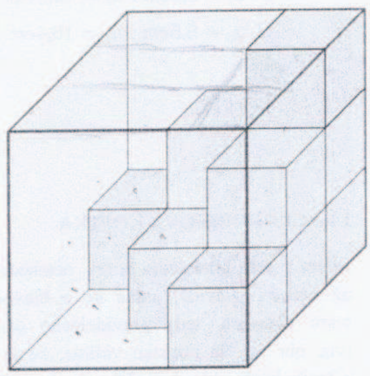
Nejběžnější verzí této kostky je kostka typu 3 * 3 * 3, jak vidíme na obrázku.

Obr. 1

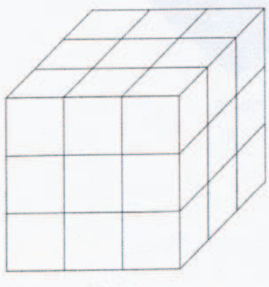
Úloha 1.1 RUBIKOVA KOSTKA

Děti si chtějí z hracích kostiček postavit obdobnou Rubikovu kostku. Začaly tedy stavět, jak vidíme na obrázku. Bohužel ale zjistily, že se jim kostičky nedostaly. Kolik kostiček jim ještě chybí dodat, aby jejich kostka odpovídala Rubikově kostce?

Odpověď: Chybí jim ~~30~~ 26 kostiček



Obr. 2



Obr. 3

Úloha 1.2 RUBIKOVA KOSTKA

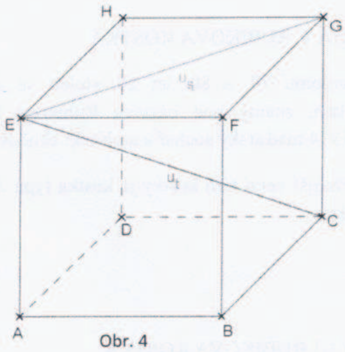
Franta si vytvořil z malých krychliček krychli, jak vidíme na obrázku. Celou krychli ponořil do zelené barvy a po zaschnutí barvy ji zase rozebral na jednotlivé krychličky.

Kolik krychliček mělo 3 stěny zelené, 2 stěny zelené, 1 stěnu zelenou a které nemají obarvenou žádnou stěnu zeleně?

Odpověď: 8× 3 stěny zelené, 12× 2 stěny zelené, 6× 1 stěna

Úloha 1.3 RUBIKOVA KOSTKA

Máme krychli *ABCDEFHG* s délkou strany $a = 6cm$. Jakou délku má stěnová a tělesová úhlopříčka této krychle? Výsledky vhodně zaokrouhlete.



Obr. 4

A. $u_s = 10{,}4cm$; $u_t = 8{,}5cm$

B. $u_s = 6{,}7cm$; $u_t = 8{,}5cm$

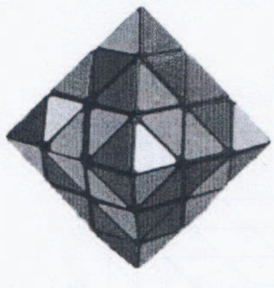
C. $u_s = 8{,}5cm$; $u_t = 10{,}2cm$

D. $u_s = 8{,}5cm$; $u_t = 10{,}4cm$

Úloha 1.4 RUBIKOVA KOSTKA

Jiným typem hlavolamu je tzv. octahedron. Jak už název vypovídá, jedná se o hlavolam ve tvaru oktaedru, tedy pravidelného osmistěnu (viz. obr. 5). Na obrázku vidíme, že se skládá z trojbokých jehlanů. Kolika těmito trojbokými jehlany je tvořen octahedron na obrázku? (nezapomeňte, že trojboké jehlany jsou i uvnitř, ne jen na povrchu)

Odpověď:


Obr. 5

Příloha č. 3: Druhý test – Jeden z nejlepších výsledků

Jméno: Mikeš Jan

Třída: 9.B

Datum: 4.4. 2014

Úloha 1: CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

Mácovi odjeli na dovolenou na chatu. Chata se nachází na Vysočině, leží uprostřed Českomoravské vrchoviny. Kolem jsou lesy a také několik rybníků. Na nákup chodí do nedalekého nákupního střediska, cesta tam vede po silnici nebo lesem.

Obr. 1

Úloha 1.1 CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

Na týden přijela k Mácům na chatu vnoučata. Druhý den ráno, když se vzbudili, zjistili, že prší. „Co budeme dělat," začali se Honzík s Terezkou ptát. Dědeček proto vymyslel zajímavou hru. Dal dětem čtverečkovaný papír a zadal jim souřadnice bodů, které mají na papír zakreslit. Každý dostal jiné body a poté si všichni společně zahráli s těmito body piškvorky. Zakreslete příslušné body do připravené soustavy souřadnic.

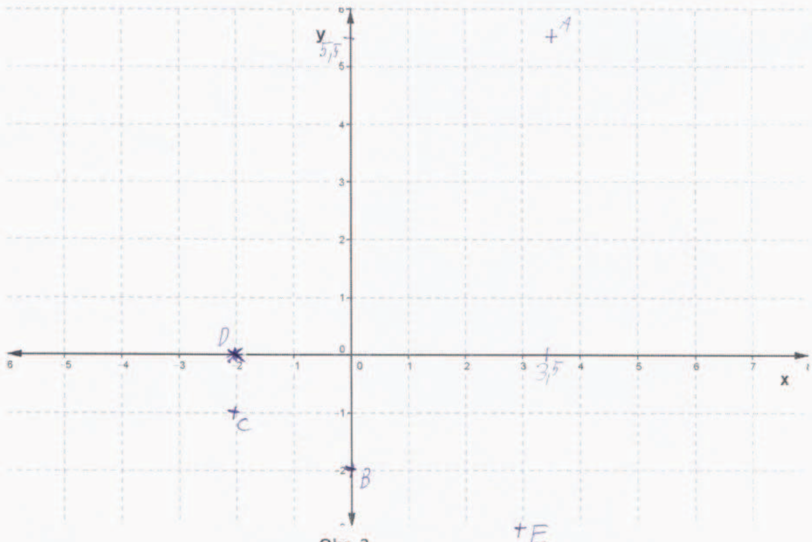
A[3,5; 5,5]

B[0; -2]

C[-2,5; -1]

D[-2; 0]

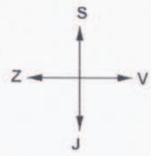
E[3; -3]



Obr. 2

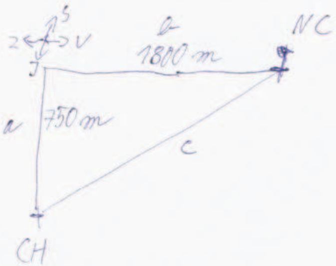
Úloha 1.2 CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

Mácovi se rozhodli, že půjdou nakoupit do nedalekého nákupního centra. Paní Mácová chce jít po silnici, zatímco pan Máca chce jít po cestě, která vede lesem. Oba vychází ze stejného místa- z chaty. Paní Mácová jde 750 m severně, pak jde 1,8 km východně, tím se dostane k nákupnímu středisku. Pan Máca jde severovýchodně a také dojde k nákupnímu středisku. Jelikož jde lesem, neví, jak je trasa dlouhá. Nakreslete obrázek, kam zakreslíte cesty obou manželů. Dále spočítejte, jak dlouhá je trasa lesem, po které jde pan Máca.



Obr. 3

Odpověď:

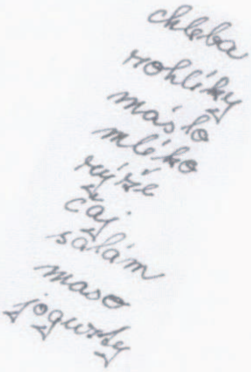


$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = 750^2 + 1800^2$$
$$c^2 = 562500 + 3240000$$
$$c^2 = 3802500$$
$$\underline{c = 1950\ m = 1{,}95\ km}$$

Trasa lesem je 1,95 km

Úloha 1.3 CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

Jelikož v obchodě všechno neměli a zboží jim měli přivést další den, poslala paní Mácová pana Mácu druhý den do obchodu znovu. Napsala mu seznam, co vše má koupit, jak vidíme na obrázku.



Obr. 4

Podle letáku si spočítala, kolik bude nákup přibližně stát. V obchodě však měli slevu a tím pan Máca ušetřil. Sleva se vztahovala na máslo, které bylo zlevněno o 17 %, dále byla sleva 9 % na mléko a jogurty byly o 15 % levnější.

Cena potravin před slevou:

Chleba 38,90 Kč

Rohlík 2,30 Kč

Máslo 37,50 Kč

Mléko 19,90 Kč

Rýže 23,60 Kč

Čaj 28,70 Kč

Salám 57,80 Kč

Maso 109,90 Kč

Jogurt 12,50 Kč

Pan Máca koupil: 1x chleba, 10x rohlík, 1x máslo, 3x mléko, 1x rýže, 1x čaj, 1x salám, 1x maso a 6x jogurt.

Kolik za nákup zaplatil po slevě? Kolik Kč ušetřil?

Odpověď:

x = 1 · 38,90 + 10 · 2,30 + 1 · 37,50 + 3 · 19,90 + 1 · 23,60 + 1 · 28,70 + 1 · 57,80 + 1 · 109,90 + 6 · 12,50

x = 38,90 + 23 + 37,50 + 59,70 + 23,60 + 28,70 + 57,80 + 109,90 + 75

x = 454,10 Kč

máslo

37,5 .... 100%

x 83%

x = 37,5/100 · 83

x = 3750 · 83

x = 31,125 Kč

mléko

19,9 ...... 100%

x 91%

x = 19,9/100 · 91

x = 0,199 · 91

x = 18,109 Kč

Jogurt

12,50 ..... 100%

x 85%

x = 12,5/100 · 85

x = 0,125 · 85

x = 10,625 Kč

x = 1 · 38,90 + 10 · 2,30 + 1 · 31,125 + 3 · 18,109 + 1 · 23,60 + 1 · 28,70 + 1 · 57,8 + 1 · 109,90 + 6 · 10,625

x = 38,90 + 23 + 31,125 + 54,327 + 23,60 + 28,70 + 57,8 + 109,90 + 63,75

x = 431,102 Kč

454,10 − 431,102 = 22,998 Kč

Pan Máca po slevě zaplatil 431,102 Kč. Ušetřil 22,998 korun.

Příloha č. 4: Druhý test – Jeden z nejhorších výsledků

Jméno: Adam Dvořák

Třída: 9. B

Datum: 4. 4. 2014

Úloha 1: CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

Mácovi odjeli na dovolenou na chatu. Chata se nachází na Vysočině, leží uprostřed Českomoravské vrchoviny. Kolem jsou lesy a také několik rybníků. Na nákup chodí do nedalekého nákupního střediska, cesta tam vede po silnici nebo lesem.

Obr. 1

Úloha 1.1 CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

Na týden přijela k Mácům na chatu vnoučata. Druhý den ráno, když se vzbudili, zjistili, že prší. „Co budeme dělat," začali se Honzík s Terezkou ptát. Dědeček proto vymyslel zajímavou hru. Dal dětem čtverečkovaný papír a zadal jim souřadnice bodů, které mají na papír zakreslit. Každý dostal jiné body a poté si všichni společně zahráli s těmito body piškvorky. Zakreslete příslušné body do připravené soustavy souřadnic.

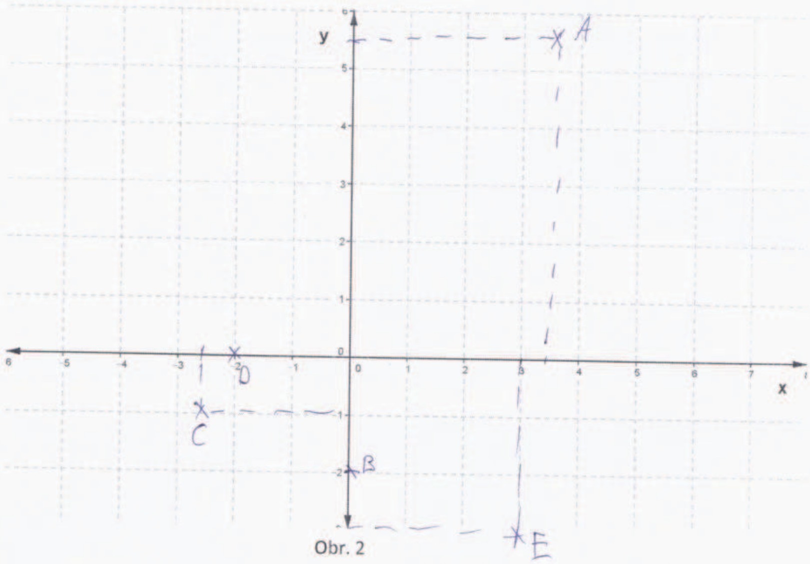
A[3,5; 5,5]

B[0; -2]

C[-2,5; -1]

D[-2; 0]

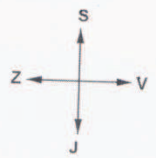
E[3; -3]



Obr. 2

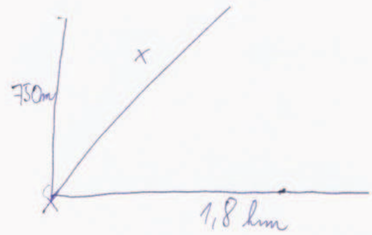
Úloha 1.2 CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

Mácovi se rozhodli, že půjdou nakoupit do nedalekého nákupního centra. Paní Mácová chce jít po silnici, zatímco pan Máca chce jít po cestě, která vede lesem. Oba vychází ze stejného místa- z chaty. Paní Mácová jde 750 m severně, pak jde 1,8 km východně, tím se dostane k nákupnímu středisku. Pan Máca jde severovýchodně a také dojde k nákupnímu středisku. Jelikož jde lesem, neví, jak je trasa dlouhá. Nakreslete obrázek, kam zakreslíte cesty obou manželů. Dále spočítejte, jak dlouhá je trasa lesem, po které jde pan Máca.



Obr. 3

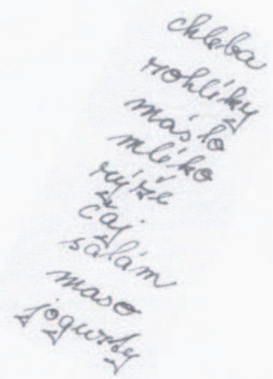
Odpověď:



Úloha 1.3 CHATA A NÁKUPNÍ STŘEDISKO

Jelikož v obchodě všechno neměli a zboží jim měli přivést další den, poslala paní Mácová pana Mácu druhý den do obchodu znovu. Napsala mu seznam, co vše má koupit, jak vidíme na obrázku.

Podle letáku si spočítala, kolik bude nákup přibližně stát. V obchodě však měli slevu a tím pan Máca ušetřil. Sleva se vztahovala na máslo, které bylo zlevněno o 17 %, dále byla sleva 9 % na mléko a jogurty byly o 15 % levnější.



Obr. 4

Cena potravin před slevou:

Chleba 38,90 Kč

Rohlík 2,30 Kč

Máslo 37,50 Kč

Mléko 19,90 Kč

Rýže 23,60 Kč

Čaj 28,70 Kč

Salám 57,80 Kč

Maso 109,90 Kč

Jogurt 12,50 Kč

Pan Máca koupil: 1x chleba, 10x rohlík, 1x máslo, 3x mléko, 1x rýže, 1x čaj, 1x salám, 1x maso a 6x jogurt.

Kolik za nákup zaplatil po slevě? Kolik Kč ušetřil?

Odpověď:

$38{,}9 + 10 \cdot 2{,}30 + 37{,}5 + 19{,}90 + 23{,}60 + 28{,}50 + 57{,}80 + 109{,}90 + 12{,}50$

$= 351{,}6$

~~17% = 17 · 37,50 = 637,5~~

Příloha č. 5: Třetí test – Jeden z nejlepších výsledků

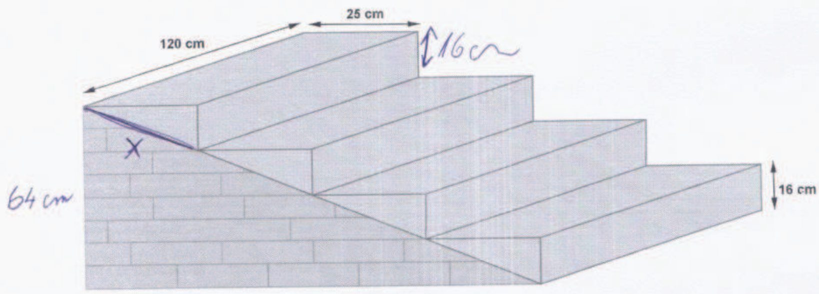
Jméno: Karolína Peterková

Třída: 9.A

Datum: 5.4.2014

Úloha 1: SCHODIŠTĚ

Novákovi přijeli po zimě na chalupu a zjistili, že bude potřeba udělat nové schodiště u vchodu. Pan Novák rozhodl, že udělají i novou cihlovou podezdívku, která je pod schodištěm. Schodiště bude z betonu a na beton následně položí novou protiskluzovou dlažbu. Pan Novák si udělal návrh, jak bude schodiště vypadat (obr. 1).



Obr. 1

Úloha 1.1 SCHODIŠTĚ

Pan Novák si chce beton nechat dovést. Kolik kilogramů betonu musí objednat? Víme-li, že hustota betonu je ρ = 2100 kg/m³.

$V = S_p \cdot v$

$V = 200 \cdot 120$

$V = 24\,000\ cm^3$

$S_p = \frac{a \cdot v_a}{2}$

$S_p = \frac{25 \cdot 16}{2}$

$S_p = 200\ cm^2$

$x^2 = 25^2 - 16^2$

$x = 19{,}2$

$m = \rho \cdot V$

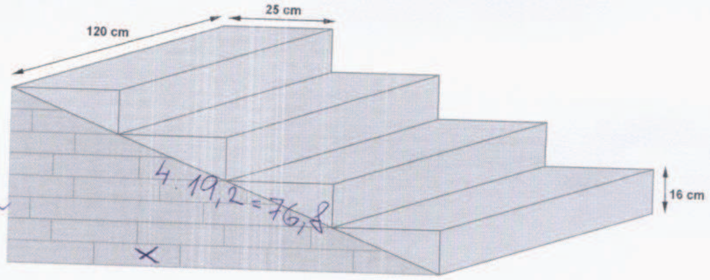
$m = 2100 \cdot 0{,}024$

$m = 50{,}4\ kg$

Pan Novák musí objednat 50,4 kg betonu.

Úloha 1.2 SCHODIŠTĚ

Jak už jsme zmínili, schodiště bude stát na cihlové podezdívce. Ta se bude skládat z cihel a malty. Jaká bude hmotnost této cihlové podezdívky? Víme-li, že hustota cihel s maltou je ρ = 1600kg/m³.



Obr. 2

Odpověď:

$x^2 = 76,8^2 + 64^2$

$x^2 = 9994,24$

$x = 99,97\,cm$

$V = 99,97 \cdot 120$

$V = \underline{11996,5\,cm^3}$

Hmotnost je $11996,5\,cm^3$

Úloha 1.3 SCHODIŠTĚ

Pan Novák chce na schodiště položit venkovní protiskluzovou dlažbu. V obchodě si vybral speciální venkovní keramickou dlažbu (obr. 3). Rozměr této dlaždice je 25 x 35 x 5 cm (š, d, v). Jedna taková dlaždice stojí 367 Kč. Kolik Kč pan Novák zaplatí na dlaždice, aby schodiště obložil?


Obr. 3

A. 1 258 Kč

B. 5 138 Kč

C. 8 196 Kč

D. 4 771 Kč

$120 \cdot 4 = 480$

$480 : 35 = 13,7 \cdot 367 = \underline{5033\,Kč}$

Příloha č. 6: Třetí test – Jeden z nejhorších výsledků

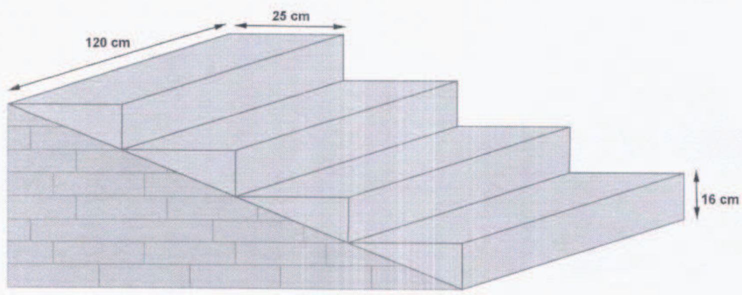
Jméno: Adam Novotný

Třída: 9. A

Datum: 5. 4. 2014

Úloha 1: SCHODIŠTĚ

Novákovi přijeli po zimě na chalupu a zjistili, že bude potřeba udělat nové schodiště u vchodu. Pan Novák rozhodl, že udělají i novou cihlovou podezdívku, která je pod schodištěm. Schodiště bude z betonu a na beton následně položí novou protiskluzovou dlažbu. Pan Novák si udělal návrh, jak bude schodiště vypadat (obr. 1).



Obr. 1

Úloha 1.1 SCHODIŠTĚ

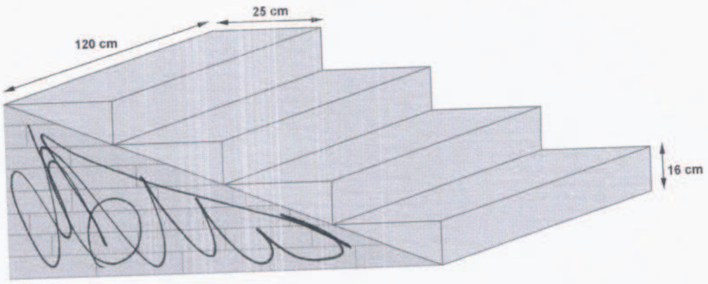
Pan Novák si chce beton nechat dovést. Kolik kilogramů betonu musí objednat? Víme-li, že hustota betonu je $\rho = 2100 \ kg/m^3$.

$m = 120 . 25 . 16$

$m = 48\,000 \ cm$

Úloha 1.2 SCHODIŠTĚ

Jak už jsme zmínili, schodiště bude stát na cihlové podezdívce. Ta se bude skládat z cihel a malty. Jaká bude hmotnost této cihlové podezdívky? Víme-li, že hustota cihel s maltou je $\rho = 1600 kg/m^3$.



Obr. 2

Odpověď:

Úloha 1.3 SCHODIŠTĚ

Pan Novák chce na schodiště položit venkovní protiskluzovou dlažbu. V obchodě si vybral speciální venkovní keramickou dlažbu (obr. 3). Rozměr této dlaždice je 25 x 35 x 5 cm (š, d, v). Jedna taková dlaždice stojí 367 Kč. Kolik Kč pan Novák zaplatí na dlaždice, aby schodiště obložil?


Obr. 3

A. 1 258 Kč

B. 5 138 Kč

C. 8 196 Kč

D. 4 771 Kč