

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Diplomová práce

GEOGEBRA VE VÝUCE ZEMĚPISU NA ZÁKLADNÍ ŠKOLE

Vedoucí práce: RNDr. Libuše Samková, Ph.D.

Autor práce: Bc. Jaroslav Pátek

Studijní obor: Učitelství matematiky a zeměpisu pro 2. stupeň ZŠ

Ročník: 2.

2014

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma GeoGebra ve výuce zeměpisu na základní škole při výuce zeměpisu jsem vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích 2. 5. 2014

.....

Jaroslav Pátek

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat vedoucí práce RNDr. Libuši Samkové, Ph.D. za cenné rady, připomínky a čas, který mi věnovala.

Dále děkuji své rodině, která mi po celou dobu studia projevovala nezměrnou podporu.

Anotace

Tato diplomová práce se svým tématem pohybuje na pomezí dvou vědních oborů – matematiky a geografie. Konkrétně se zabývá možnostmi nestandardního využití prostředků dynamické geometrie při výuce zeměpisu na základní škole. Z teoretického úhlu pohledu se tato práce opírá o stěžejní dokument českého školství – *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. Na teoretickou část navazuje praktická část, jejíž obsah je ovlivněn rozbohem vzdělávacího oboru *Zeměpis*, který je právě v tomto dokumentu ukotven. Konkrétním obsahem praktické části je kompilace vytvořených appletů, které popisují tyto vybrané geografické jevy a problémy.

Annotation

This diploma thesis is due to its theme within the reach of two scientific branches – mathematics and geography. Particularly, it deals with possibilities of unusual application of dynamic geometry during lessons of geography in elementary schools. From the theoretical point of view, the thesis is grounded in the crucial document for czech schooling – *Framework Education Programme for Elementary Education*. The theoretical part of the thesis is followed by practical part, whose content is influenced by analysis of *Geography* as an educational area, which can be found in this very document. The particular contents of the practical part consist applets describing selected geographic phenomenons and problems.

Obsah

1. Úvod.....	5
2. Rámcový vzdělávací program	7
3. Školní vzdělávací programy a učebnice zeměpisu	11
4. Program GeoGebra	17
5. Praktická část	21
5.1. Přírodní obraz Země	22
5.1.1. První a druhý Keplerův zákon.....	23
5.1.2. Třetí Keplerův zákon.....	28
5.1.3. Poloha Země vůči Slunci během roku	30
5.1.4. Zdánlivý pohyb Slunce po obloze – Severní pól	35
5.1.5. Zdánlivý pohyb Slunce po obloze – Pás mírných šířek	40
5.1.6. Zdánlivý pohyb Slunce po obloze – Rovník.....	43
5.1.7. Země a Měsíc	45
5.1.8. Fáze Měsíce.....	52
5.1.9. Zatmění Měsíce.....	54
5.1.10. Zatmění Slunce.....	58
5.2. Geografické informace, zdroje dat, kartografie, topografie	63
5.2.1. Zeměpisná souřadnicová síť	64
5.2.2. Měření vzdáleností v mapě	67
5.2.3. Jak měřit linie v mapě?	70
5.2.4. Jak měřit plochy v mapě? – 1. část	72
5.2.5. Jak měřit plochy v mapě? – 2. část	74
5.2.6. Orientační běh – 1.část.....	77
5.2.7. Orientační běh – 2.část.....	80
6. Závěr	83
7. Seznam literatury a ostatních zdrojů	85
8. Seznam obrázků	88
9. Seznam tabulek	90

1. Úvod

Alternativním obecnějším názvem této práce by mohlo být "Využití dynamických geometrických systémů v geografii". Někdo si pod těmito pojmy nedokáže představit něco konkrétního, proto v tomto úvodu je naznačeno, oč se vlastně jedná. Rovněž lze také nahlédnout do článku [4], který byl prvotním impulzem k vypracování této práce, jelikož se zabývá stejným tématem. Dynamické geometrické systémy patří mezi prostředky matematiky, resp. geometrie, kterými lze dosáhnout dynamické vizualizace daných geometrických pojmů a vztahů mezi nimi pomocí počítačů. Takto se zcela standardně dynamické geometrické systémy využívají v praxi. Naproti tomu geografie je věda zabývající se prostorovým rozmístěním jevů a objektů, které se vzájemně ovlivňují a vyvíjí v čase. Svým způsobem se jedná o mezioborovou vědu, protože zasahuje do přírodních i sociálních disciplín. Na první pohled proti sobě tedy stojí dva zcela odlišné úhly pohledů na svět kolem nás a jeho poznávání – geometrie a geografie. Tato práce má však za cíl ukázat, jak lze tyto dvě disciplíny efektivně provázat, čímž se stává takovou mezioborovou studií.

Z nepřeberného množství dynamických geometrických systémů byl pro účely této práce konkrétně vybrán software GeoGebra [17] především z důvodu intuitivního a přehledného uživatelského rozhraní, ve kterém se lehce zorientuje i neznalý čtenář. Další výhodou tohoto programu je, že se dá volně stáhnout z jeho oficiálních webových stránek. Jak vyplývá z oficiálního názvu této práce, tak vědní obor geografie zde byl zúžen na problematiku výuky předmětu zeměpis na II. stupni základních škol. V tomto konkrétním případě se spojení dynamických geometrických systémů a zeměpisu může ukázat jako velmi užitečné. Zprvce tím učitel ozvláštší výuku a udělá ji tak atraktivnější pro žáka a zadruhé při vhodném výběru zeměpisného tématu dosáhne zcela ultimátních vizuálních prostředků, jak vysvětlit daný problém. Hlavně druhé jmenované se může často ukázat jako daleko více efektivnější způsob než pouhý slovní popis problému, který vede k nesmyslnému memorování textu nazpaměť, aniž by žák danému problému rozuměl. Podobnou myšlenkou se zabývá i autor článku [8], ve kterém klade důraz právě na vizuální gramotnost. Autor s nadsázkou porovnává obrázky nakreslené dětmi s technickými a geometrickými nákresey. V podstatě z článku vyplývá, že vizuální gramotnost není vlastnost, se kterou se člověk automaticky narodí,

ale je potřeba ji rozvíjet už od raného školního věku. S tímto názorem nezbyvá nic jiného než souhlasit, protože častokrát určitý obrázek řekne více než tisíc slov.

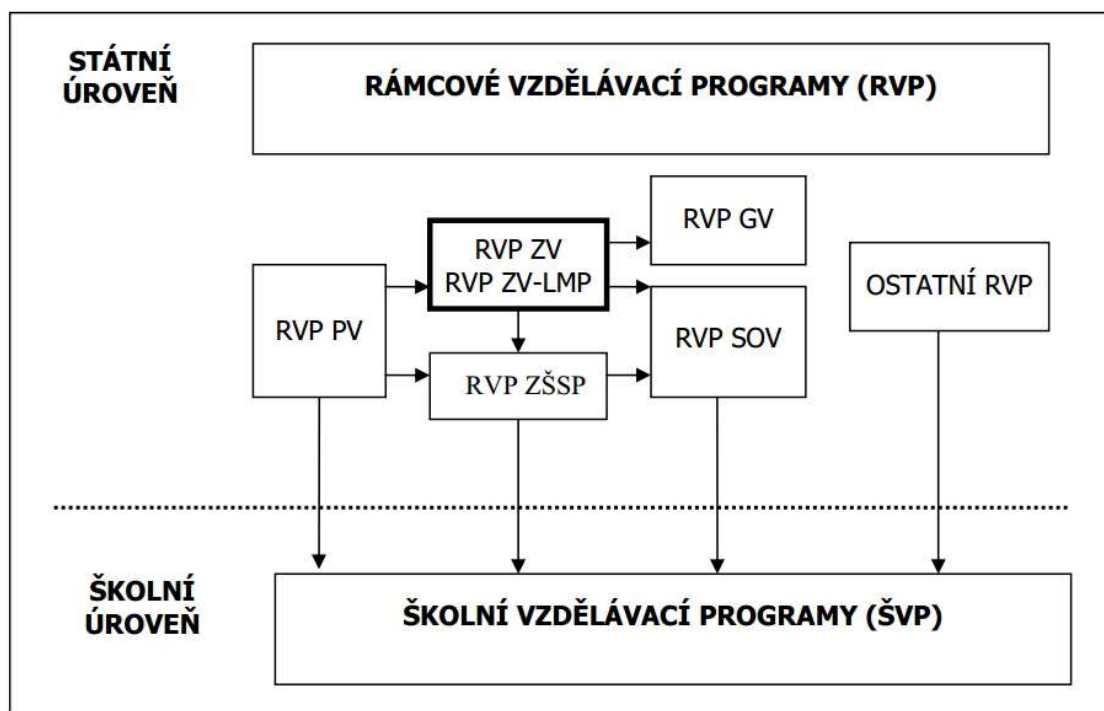
Závěrem zbývá dodat pár slov ke struktuře celé práce. Jednotlivé geografické (zeměpisné) problémy byly vybrány na základě analýzy kurikulárních dokumentů, podle kterých se řídí české školství. V praktické části se nachází doprovodný text ke kompilaci vytvořených appletů popisující vybrané problémy. Tyto applety byly vytvořeny v programu GeoGeobra. Ve stejném programu byly vytvořeny i doprovodné ilustrace, u kterých není uveden žádný zdroj. Samotné applety lze nalézt buď na přiloženém CD, nebo na této internetové stránce:

<http://www.geogebratube.org/student/b112752>

2. Rámcový vzdělávací program

Na státní úrovni jsou pod záštitou Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy vytvářeny základní kurikulární dokumenty, podle kterých se řídí celé české školství. Prvním z těchto dokumentů je Národní program rozvoje vzdělávání v České republice, který rozpracovává cíle vzdělávání stanovené školským zákonem (zákon č. 561/2004 Sb.) a vymezuje hlavní oblasti vzdělávání, obsahy vzdělávání a prostředky, které jsou nezbytné k dosahování těchto cílů. Druhým kurikulárním dokumentem je Rámcový vzdělávací program (RVP), který se již zaměřuje na povinný obsah, rozsah a podmínky vzdělávání jednotlivých oborů vzdělání. Jednotlivé typy Rámcových vzdělávacích programů jsou uvedeny v grafu níže. Z těchto typů vychází příslušné školy (mateřské, základní, střední ad.) při vytváření svého Školního vzdělávacího programu.

[27]



Graf – Systém kurikulárních dokumentů

Legenda: RVP PV – Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání; RVP ZV – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání; RVP ZV - příloha; RVP ZV-LMP – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání – příloha upravující vzdělávání žáků s lehkým mentálním postižením; RVP ZŠSP – Rámcový vzdělávací program pro vzdělávání žáků v základní škole speciální; RVP GV – Rámcový vzdělávací program pro gymnaziální vzdělávání; RVP SOV – Rámcové vzdělávací programy pro střední odborné vzdělávání, Ostatní RVP – rámcové vzdělávací programy, které kromě výše uvedených vymezuje školský zákon – Rámcový vzdělávací program pro základní umělecké vzdělávání, Rámcový vzdělávací program pro jazykové vzdělávání, případně další.

Obrázek 1: Výňatek z RVP (I) [27]

Pro účely této práce byl použit obsah Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (RVP ZV), který je rozdělen do devíti vzdělávacích oblastí. Každá tato oblast se skládá ze vzdělávacích oborů, které jsou si navzájem blízké. Tyto vzdělávací obory lze chápat jako jednotlivé „vyučovací předměty“ na základní škole. Celkově toto rozdělení vypadá následovně:

- Jazyk a jazyková komunikace (*Český jazyk a literatura, Cizí jazyk*)
- Matematika a její aplikace (*Matematika a její aplikace*)
- Informační a komunikační technologie (*Informační a komunikační technologie*)
- Člověk a jeho svět (*Člověk a jeho svět*)
- Člověk a společnost (*Dějepis, Výchova k občanství*)
- Člověk a příroda (*Fyzika, Chemie, Přírodopis, Zeměpis*)
- Umění a kultura (*Hudební výchova, Výtvarná výchova*)
- Člověk a zdraví (*Výchova ke zdraví, Tělesná výchova*)
- Člověk a svět práce (*Člověk a svět práce*)

Pro tuto práci je důležitý vzdělávací obor *Zeměpis*, který se nachází ve vzdělávací oblasti *Člověk a příroda*. Aby mohla být nalezena mezioborová spojitost tohoto oboru s matematickými principy, musel být obsah tohoto oboru podroben stručné analýze. Vzdělávací obsah vzdělávacího oboru *Zeměpis* se dělí na sedm následujících částí:

- Geografické informace, zdroje dat, kartografie a topografie
- Přírodní obraz Země
- Regiony světa
- Společenské a hospodářské společenství
- Životní prostředí
- Česká republika
- Terénní geografická výuka, praxe a její aplikace

V *RVP ZV* jsou u každé této části uvedeny očekávané výstupy, resp. vědomosti, schopnosti a dovednosti, které by měl žák ovládat po jejich absolvování. Rovněž je zde ve stručnosti uvedeno konkrétní učivo, které daná část obsahuje a mělo by být žákům

vysvětleno. Nemá smysl zde uvádět očekávané výstupy a učivo všech částí vzdělávacího oboru *Zeměpis*, protože si je lze dohledat v tomto veřejnosti přístupném kurikulárním dokumentu. Nicméně na základě těchto informací bylo rozhodnuto, kterým směrem se bude tato práce ubírat. Ze sedmi položek obsahu tohoto vzdělávacího oboru byly vybrány dvě - *Geografické informace, zdroje dat, kartografie a topografie* a *Přírodní obraz Země*. Učivo a očekávané výstupy těchto dvou vybraných položek jsou uvedeny na následujícím obrázku (Obrázek 2):

<p>GEOGRAFICKÉ INFORMACE, ZDROJE DAT, KARTOGRAFIE A TOPOGRAFIE</p> <p>Očekávané výstupy</p> <p>žák by měl</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>rozumět základní geografické, topografické a kartografické terminologii</i> ➤ <i>získat osobní představu o prostředí, které nás obklopuje, umět ho popsat a určit jednoduché vazby, vyjádřit, co mu prospívá a škodí</i> <p>Učivo</p> <ul style="list-style-type: none"> • komunikační geografický a kartografický jazyk – vybrané obecně používané geografické a topografické pojmy; jazyk mapy: symboly, smluvené značky, vysvětlivky • geografická kartografie a topografie – druhy map, glóbus, zeměpisná síť, poledníky a rovnoběžky; měřítko a obsah plánů a map, orientace plánů a map vzhledem ke světovým stranám; praktická cvičení s dostupnými kartografickými produkty v tištěné i elektronické podobě
<p>PŘÍRODNÍ OBRAZ ZEMĚ</p> <p>Očekávané výstupy</p> <p>žák by měl</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>objasnit důsledky pohybů Země</i> ➤ <i>vědět o působení vnitřních a vnějších procesů v přírodní sféře a jejich vlivu na přírodu a na lidskou společnost</i> ➤ <i>vědět o působení přírodních vlivů na utváření zemského povrchu</i> <p>Učivo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Země jako vesmírné těleso – tvar a pohyby Země, důsledky pohybů Země na život lidí a organismů, střídání dne a noci, střídání ročních období, časová pásma • krajinná sféra – přírodní sféra a její základní složky a prvky, přírodní oblasti Země, podnebné pásy • systém přírodní sféry na regionální úrovni – přírodní oblasti

Obrázek 2: Výňatek z RVP (II) [27]

Zejména o tyto očekávané výstupy a učivo se opírá obsah praktické části této práce (viz kapitola 5). Někdo by však mohl namítnout, že spojitost matematiky se zeměpisem by se určitě našla i v ostatních částech vzdělávacího obsahu oboru *Zeměpis*. Tato práce ale hlavně vychází z jedné dílčích disciplín matematiky – geometrie. Proto zde konkrétní problematika mezioborových vztahů

matematiky a zeměpisu není pojata v tak širokém slova smyslu, naopak se spíš tato práce vydává na užší cestu geometrického směru, který nachází efektivní využití právě v těchto dvou výše vybraných položkách.

3. Školní vzdělávací programy a učebnice zeměpisu

Školní vzdělávací programy (ŠVP) jsou kurikulární dokumenty nižší úrovně. Každá škola (mateřská, základní, střední atd.) musí mít vytvořen svůj ŠVP, který vychází z příslušného *Rámcového vzdělávacího programu* (viz kapitola 2). Z toho vyplývá, že každý ŠVP je svým způsobem unikát, protože v *Rámcovém vzdělávacím programu* je učivo rozděleno dle vzdělávacích oblastí a oborů bez ohledu na to, v jakém ročníku by se mělo probírat. To dává školám při tvorbě svého *Školního vzdělávacího programu* jistou svobodu. Samozřejmě, že musí dodržet obsah daného vzdělávacího oboru, ale jaká bude posloupnost jednotlivých jeho částí a očekávaných výstupů v jednotlivých ročnících, je zcela v kompetenci samotné školy. Jinak řečeno, stát poskytuje škole obecný podklad pro výuku a škola ho konkretizuje a upraví si ho podle obrazu svého. Zpravidla o skladbě ŠVP rozhoduje zaměření školy. Například na matematických gymnáziích bude kladen větší důraz na vzdělávací oblast *Matematika a její aplikace* nebo na sportovně zaměřených školách bude zas kladen důraz na oblast *Člověk a zdraví* včetně vzdělávacích oborů *Výchova ke zdraví* a *Tělesná výchova*. Vzhledem k zaměření této práce je v následujícím textu rozebrána skladba vzdělávacího oboru *Zeměpis* v konkrétních ŠVP dvou základních škol (II. stupeň) a jednoho nižšího gymnázia. Rozbor se hlavně soustředí na dvě, v předchozí kapitole vybrané, části tohoto oboru - *Geografické informace, zdroje dat, kartografie a topografie* a *Přírodní obraz Země*.

První školou, jejíž *Školní vzdělávací plán* je zde představen, je Základní škola Jihlava, Jungmannova 6. Na této škole se učivo vztahující se k výše vybraným částem vzdělávacího oboru *Zeměpis* probírá hned v několika ročnících. Jedním z nich je 6. ročník (viz Obrázek 3).

Předmět : zeměpis
Ročník : 6.

Oblast	Výstupy	Učivo
Geografické informace, zdroje dat, kartografie a topografie	Žák by měl rozumět základní geografické, topografické a kartografické terminologii a získat osobní představu o prostředí, které nás obklopuje.	Orientace na mapě; zeměpisné pojmy Mapa-značky, barvy, symboly, vysvětlivky, informace o měřítku Druhy map(obecně zeměpisná, politická, turistická, vlastivědná, automapa Glóbus-poledníky, rovnoběžky, rovník, nultý poledník, póly, zemská osa, polokoule
Přírodní obraz Země	Žák by měl objasnit důsledky pohybů Země.	Země jako vesmírné těleso -tvar,pohyby kolem osy a kolem Slunce, střídání dne a noci, střídání ročních období

Obrázek 3: Výtah v ŠPV ZŠ Jihlava (I) [32]

V tomto ročníku se žáci poprvé setkávají jak s oblastí *Geografické informace, zdroje dat, kartografie a topografie*, tak i s oblastí *Přírodní obraz Země*. Jak je vidno z obrázku výše, žáci se seznamují s nejzákladnějšími pojmy z těchto oblastí, které lze považovat za adekvátní k jejich věku. Jedná se hlavně o teoretický přístup k dané problematice. V 8. ročníku se opět objevuje oblast *Přírodní obraz Země*, kdy je zopakováno učivo z 6. ročníku. Už se ale nezabývá pouze planetární geografii. Učivo se později soustředí spíše na krajinou sféru, její složky a na vzájemné vztahy mezi nimi (viz Obrázek 4).

**Předmět : zeměpis
Ročník : 8.**

Oblast	Výstupy	Učivo
Přírodní obraz Země	Žák by měl objasnit důsledky pohybů Země, vědět o působení vnitřních a vnějších procesů v přírodní sféře a jejich vlivu na přírodu a na lidskou společnost v Evropě.	Země jako vesmírné těleso – důsledky pohybů Země na život lidí a organismů Krajinná sféra – podnebí v Evropě, rostliny a živočichové Evropy
Přírodní obraz Země	Žák by měl vědět o působení přírodních vlivů na utváření zemského povrchu	Přírodní vlivy působící na utváření zemského povrchu – eroze, sopečná činnost, zemětřesení

Obrázek 4: Výtah v ŠPV ZŠ Jihlava (II) [32]

V posledním 9. ročníku na této základní škole se lze opět ještě setkat s oběma zkoumanými oblastmi. V nich je shrnuto učivo z předchozích ročníků, přičemž je zřejmá snaha o využití nabytých poznatků v praxi (viz Obrázek 5).

**Předmět : zeměpis
Ročník : 9.**

Oblast	Výstupy	Učivo
Geografické informace, zdroje dat, kartografie a topografie	Žák by měl získat osobní představu o prostředí, které nás obklopuje, umět ho popsat a určit jednoduché vazby, vyjádřit co mu prospívá a škodí.	Geografická kartografie a topografie – měřítko a obsah plánů a map, orientace plánů a map vzhledem ke světovým stranám, praktická cvičení s dostupnými kartografickými produkty
Přírodní obraz Země	Žák by měl objasnit důsledky pohybů Země.	Země jako vesmírné těleso–důsledky pohybů Země na život lidí a organismů, časová pásma Krajinná sféra –podnebné pásy, příčiny, důsledky

Obrázek 5: Výtah v ŠPV ZŠ Jihlava (III) [32]

Další zkoumaný *Školní vzdělávací program* byl vytvořen Základní školou Třešť, Josefa Hory 1050. Ukotvení oblastí *Geografické informace, zdroje dat, kartografie a topografie* a *Přírodní obraz Země* v tomto dokumentu se daleko více oprošťuje od *Rámcového vzdělávacího programu*, než jak tomu bylo předchozím případě jihlavské školy. Názvy jednotlivých oblastí zde ani nekorespondují s názvy oblastí v *RVP*. Nicméně s oblastmi, které více či méně svým obsahem odpovídají *RVP*, se žáci

setkávají v 6. ročníku a nesou názvy *Geografická kartografie a topografie* a *Země jako vesmírné těleso* (viz Obrázek 6). V dalších ročnících se však s podobným učivem tohoto rázu již nepočítá. I když schopnost pracovat s mapou a číst z ní geografické informace je prakticky rozvíjena formou zeměpisných olympiád, které jsou také ukotveny v ŠVP této školy. Na začátku každého ročníku proběhne jedna taková olympiáda, která je sice zaměřena spíše na regionální geografii, ale úspěch závisí právě na práci s mapou. Více viz [33].

6. ročník

1+1 týdně, P

(...)

3. Geografická kartografie a topografie

Očekávané výstupy	Učivo
<p>žák:</p> <ul style="list-style-type: none"> používá s porozuměním základní geografickou, topografickou a kartografickou terminologii, pracuje samostatně s mapou hodnotí geografické objekty, jevy a procesy v krajinné sféře, jejich určité pravidelnosti, zákonitosti a odlišnosti, jejich vzájemnou souvislost a podmíněnost zhodnotí postavení Země ve vesmíru, srovnává podstatné vlastnosti Země s ostatními tělesy Sluneční soustavy, umí popsat tělesa ve Sluneční soustavě lokalizuje na mapách světadíly, oceány vymezí a lokalizuje místní oblast (region) podle bydliště nebo školy ovládá základy topografické práce v terénu je s pomocí schopen aplikovat praktické postupy při pozorování v krajině 	<ul style="list-style-type: none"> geografická kartografie a topografie - glóbus, měřítko globusu, zeměpisná síť, poledníky a rovnoběžky, zeměpisné souřadnice, určování zeměpisné polohy v zeměpisné síti; měřítko a obsah map, orientace map vzhledem ke světovým stranám

4. Země jako vesmírné těleso

Očekávané výstupy	Učivo
<p>žák:</p> <ul style="list-style-type: none"> zhodnotí postavení Země ve vesmíru, srovnává podstatné vlastnosti Země s ostatními tělesy Sluneční soustavy, umí popsat tělesa ve Sluneční soustavě sám nebo s pomocí prokáže na konkrétních příkladech tvar planety Země 	<ul style="list-style-type: none"> Země jako vesmírné těleso - tvar, velikost a pohyby Země střídání dne a noci střídání ročních období světový čas, časová pásma, pásmový čas, datová hranice, smluvený čas

Obrázek 6: Výtah z ŠVP ZŠ Třešť [33]

Třetí a poslední zkoumaný *Školní vzdělávací program* byl vytvořený pro nižší stupeň Gymnázia Otokara Březiny v Telči (Hradecká 235). Téma *Geografické informace, zdroje dat, kartografie a topografie* vzdělávacího oboru *Zeměpis* se nachází hned na samotném začátku studia v 1. ročníku – primě (viz Obrázek 7). Toto téma je až do poloviny 2. ročníku následováno dlouhým souvislým blokem zabývajícím se regionální geografii světa [31]. Téma *Přírodní obraz Země* se na řadu dostává až na začátku 3. ročníku – tercie. Tímto končí veškerá příprava žáků v těchto vybraných tématech (viz Obrázek 7) na nižším stupni tohoto gymnázia. Nejsou tedy uvedeny vícenásobně v jiných ročnících, jako například v případě ŠVP jihlavské

základní školy (viz Obrázek 3, 4, 5). Nicméně výše uvedená témata jsou poměrně podrobně probrána a zahrnují široké spektrum informací. Navíc ŠVP pro nižší gymnázium je souběžně vytvářen s ŠVP pro vyšší gymnázium, kde se tato témata opět objevují a dochází k prohlubování dosažených znalostí.

TÉMA	VÝSTUP	UČIVO	PRŮŘEZOVÁ TÉMATA
1. ročník			
1. Geografické informace, zdroje dat, kartografie a topografie 10 hodin	Žák: <ul style="list-style-type: none"> ▪ organizuje a přiměřeně hodnotí geografické informace a zdroje dat z dostupných kartografických produktů a elaborátů, z grafů, statistických a dalších zdrojů ▪ používá s porozuměním základní geografickou, topografickou a kartografickou terminologii ▪ přiměřeně hodnotí geografické objekty, jevy a procesy v krajině sféře, jejich pravidelnosti, zákonitosti a odlišnosti, jejich vzájemnou souvislost a podmíněnost ▪ rozeznává hranice (bariéry) mezi podstatnými prostorovými složkami v krajině ▪ vytváří a využívá osobní myšlenkové (mentální) schémata a myšlenkové (mentální) mapy pro orientaci v konkrétních regionech, pro prostorové vnímání a hodnocení míst, objektů, jevů a procesů v nich, pro vytváření postojů k okolnímu světu 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mapa a globus. ▪ Měřítko. ▪ Mapové značky, legenda. ▪ Druhy a typy map. ▪ Obsah mapy. ▪ Zeměpisné souřadnice. ▪ Tabulky, kartogramy, diagramy. 	
(...)	(...)	(...)	(...)
3. ročník			
1. Přírodní obraz Země 30 hodin	<ul style="list-style-type: none"> ▪ zhodnotí postavení Země ve vesmíru a srovnává podstatné vlastnosti Země s ostatními tělesy sluneční soustavy ▪ prokáže na konkrétních příkladech tvar planety Země, zhodnotí důsledky pohybů Země na život lidí a organismů ▪ rozlišuje a porovnává složky a prvky přírodní sféry, jejich vzájemnou souvislost a podmíněnost, rozeznává, pojmenuje a klasifikuje tvary zemského povrchu ▪ porovná působení vnitřních a vnějších procesů v přírodní sféře a jejich vliv na přírodu a na lidskou společnost 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Země jako vesmírné těleso. ▪ Tvar a pohyby Země. ▪ Krajinná sféra, její složky a prostorové rozrůznění: <ul style="list-style-type: none"> - atmosféra - litosféra - pedosféra - hydrosféra - biosféra 	Enviromentální výchova <ul style="list-style-type: none"> ▪ Kulturní krajina, tropický deštný les, ovzduší, půda

Obrázek 7: Výtah z ŠVP GOB Telč [31]

Srovnání třech *Školních vzdělávacích programů* uvedených v této kapitole konkrétně ukazuje, jakou volnost mají jednotlivé školy při jejich vytváření. Obsahově sice učivo musí odpovídat v návaznosti na *RVP ZV*, ale kdy bude probíráno se může zcela lišit, jak vyplývá z pořadí dvou sledovaných témat. Pokud je toto pořadí porovnáno s obsahy některých učebnic zeměpisu, dojde se k zajímavým výsledkům. K porovnání byly vybrány tyto učebnice:

- Zeměpis 6 : pro základní školy a víceletá gymnázia, nakladatelství Fraus [2]
- Zeměpis : učebnice. 1. díl, Vstupte na planetu Zemi, nakladatelství Nová škola [9]
- Planeta Země : zeměpis pro 6. a 7. ročník základní školy, nakladatelství Fortuna [1]
- Zeměpis 1 : planeta Země, glóbus a mapa, přírodní složky a oblasti Země, nakladatelství Prodos [11]

Jedná se o učebnice, jejichž data vydání dělí pár let. První dvě jmenované [2], [9] patří mezi novější učebnice vytvořené přesně v souladu s *RVP ZV*. Zbývající dvě [1], [11] jsou staršími učebnicemi, které jsou napsané na základě vzdělávacího programu Základní škola, předchůdce *RVP ZV*. Ačkoli dané učebnice vychází z jiných kurikulárních dokumentů, jsou de facto obsahově stejné. Je v nich popsáno učivo, které se týká (nebo by se týkalo) výše vybraných témat – *Geografické informace, zdroje dat, kartografie a topografie* a *Přírodní obraz Země*. Všechny tyto učebnice jsou určeny pro 6. ročník základních škol či 1. ročník víceletých gymnázií. Co se týče struktur těchto jednotlivých učebnic, tak ty jsou si také velmi podobné. Hned v úvodu učebnic jsou kapitoly zabývající planetární geografii. Prvně jde o takový obecný pohled na vesmír, který se postupně zúží a soustředí se výhradně na planetu Zemi, její tvar, pohyby a přilehlé okolí. Poté nastává přesun k tématům, která popisují důsledky těchto planetárních jevů. Především se jedná o velikost Země, jaké má rozměry a jak se k těmto rozměrům lze dopracovat. To vede k takovým pojmům jakými jsou glóbus, mapa, měřítko ad. Vše je doplněno patřičnými grafy, tabulkami, černobílými i barevnými obrázky s méně či více vypovídající schopností přiblížit daný problém. Pro bližší představu si lze dané učebnice [1], [2], [9], [11] prolistovat či podrobněji prohlédnout.

Určitá odlišnost mezi těmito učebnicemi a výše uvedenými *Školními vzdělávacími programy* není předmětem zkoumání této práce. Tato kapitola má za úkol čtenáři přiblížit, na jakých podkladech je sestaven obsah praktické části této práce a z jakých vychází zdroje.

4. Program GeoGebra

V souvislosti s rozvojem počítačů se vyvinuly tzv. dynamické geometrické systémy (DGS – Dynamic Geometry Systems), někdy jsou také nazývané dynamickými geometrickými prostředními (DGEs – Dynamic Geometry Enviroments). První DGS začaly vznikat kolem roku 1980. Od té doby trh zaplavilo nepřeborné množství těchto systémů, ale všechny spojují tyto hlavní vlastnosti – interaktivita, dynamika, vizualizace a geometrická modelace ve virtuálním prostředí [12]. Jinak řečeno, DGS jsou v podstatě počítačové softwary dynamické geometrie, jenž dokáží vizualizovat libovolný geometrický problém, který se v nich zrovna sestojí. Oproti „staremodnímu“ využití papíru, tužky a pravítka mají nespornou výhodu v tom, že poté co je narýsován konkrétní geometrický problém, lze měnit parametry jeho konstrukce, čímž se dynamicky mění i samotný výsledek. Zní to možná trochu složitě, ale vše bude v této kapitole náležitě demonstrováno pomocí softwaru GeoGebra [17], který se řadí mezi DGS. Tento software byl i vybrán k sestrojení netradičních appletů, jejichž konkrétní podoba je popsána v praktické části této práce (viz kapitola 5).

Program GeoGebra byl původně vyvíjen jako ryzí DGS, ale díky neuvěřitelně rychlému tempu tohoto vývoje byly do programu zakomponovány prvky algebry. Dnes je na GeoGebra už spíše nahlíženo jako na takový mezistupeň mezi DGS a CAS (Computer Algebra Systems - Počítačové algebraické systémy). Interface programu GeoGebra se může skládat až ze čtyř základních oken, která jsou navzájem propojena. Tím nejnovějším je právě okno CAS. Původně však bylo do programu implementováno pouze *Algebraické okno* společně s *Nákresnou* (viz Obrázek 8). Později byly tyto pracovní plochy doplněny ještě *Tabulkou*, která pracuje na téměř stejných principech jako tabulkový procesor Microsoft Excel. Představu o tom, jak jsou tyto součásti programu GeoGebra vzájemně provázány, si lze udělat pomocí příslušného souboru na CD. Celý princip je vysvětlen na řešení dvou lineárních rovnic o dvou neznámých (viz Obrázek 8):

$$\begin{aligned}y - 2x &= 0 \\x + y &= q\end{aligned}$$

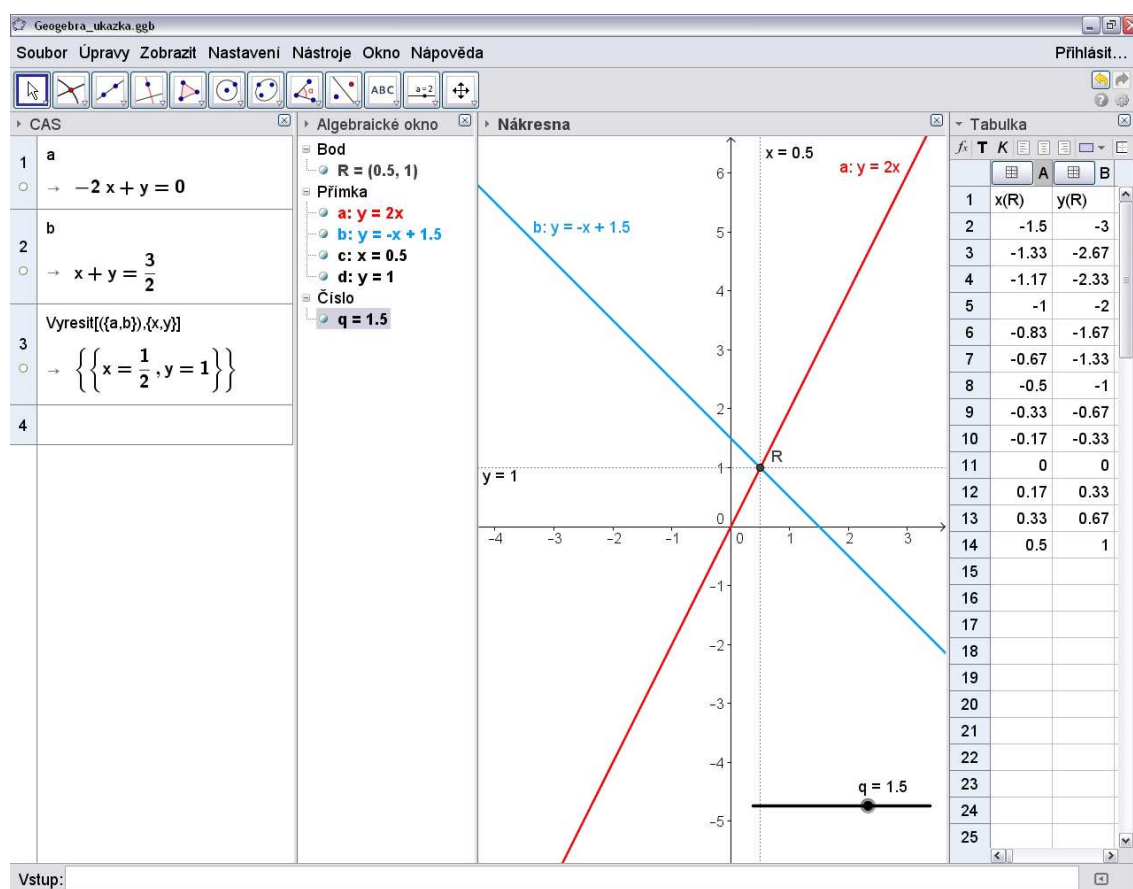
Kde q je parametr, jehož hodnota se mění pomocí stejnojmenného posuvníku. Při změně hodnoty parametru q lze pozorovat i dynamické změny v dílčích částech rozhraní programu GeoGebra. Parametr q byl definován pomocí vstupního pole (příkazového

řádku). Stejným způsobem byly definovány přímky a a b rovnicemi ve směrnicovém tvaru:

$$a : y = 2x$$

$$b : y = -x + q$$

Jak si lze povšimnout tyto rovnice přímek jsou v podstatě tytéž jako dvě výše uvedené lineární rovnice. Následně souřadnice průsečíku R přímek a a b v *Nákresně* určí řešení pro neznámé x a y této soustavy dvou rovnic. Toto je grafický přístup k řešení soustav rovnic, přičemž ale v *Algebraickém okně* se automaticky objevují algebraická vyjádření všech objektů, které byly vytvořeny v *Nákresně*.



Obrázek 8: GeoGebra – ukázka I

Klasické algebraické řešení této soustavy rovnic je vidět v okně *CAS*, kde jsou nejprve vyvolány rovnice přímek a a b (rovnice soustavy) v obecném tvaru. Neznámé x a y jsou poté programem rovnou vypočítány pomocí příkazu `Vyresit[<Seznam rovnic>, <Seznam proměnných>]`. Nakonec v *Tabulce* se zobrazují souřadnice průsečíku R , když se pohybuje posuvníkem q .

Při konstrukci appletů, které obsahuje tato práce, bylo hlavně využíváno spojitostí mezi *Algebraickým oknem* a *Nákresnou*. Výsledné animace a obrázky byly rýsovány pomocí nástrojů a příkazů, kterými program GeoGebra disponuje. Na webových stránkách programu GeoGebra je manuál, který obsahuje všechny nástroje [29] a příkazy [30] a podrobně popisuje jejich funkčnost. Proto nemá smysl zde všechny tyto nástroje uvádět. Ale vzhledem k tomu, že tato práce využívá program GeoGebra poněkud nestandardním způsobem, tj. k řešení problémů týkajících se zeměpisu, je na CD uveden jeden soubor, který popisuje ryze matematický (geometrický) problém. Konkrétně se jedná o konstrukci kružnice opsané danému trojúhelníku, který nemá žádnou souvislost s applety uvedenými v praktické části této práce. Nicméně je uveden zde, aby si čtenář dokázal udělat představu, jaké nejzákladnější nástroje GeoGebry byly převážně používány při tvorbě appletů.

Narýsujte kružnici opsanou trojúhelníku ABC , je-li dáno:

$a = 4$
 $b = 3.3$
 $c = 4.9$

Konstrukce:

krok = 8

- 1) Je narýsována úsečka AB délky c .
Nástroj: Úsečka s pevnou délkou
- 2) Jsou narýsovány kružnice $k_b(A; b)$ a $k_a(B; a)$.
Nástroj: Kružnice daná středem a poloměrem
- 3) Průsečík těchto kružnic je označen jako C .
Nástroj: Průsečík
- 4) Jsou narýsovány úsečky BC a AC délek a a b , vzniká trojúhelník ABC .
Nástroj: Úsečka
- 5) Jsou narýsovány osy o_a , o_b , o_c stran trojúhelník ABC , jejich průsečíkem je bod S .
Nástroj: Osa úsečky
- 6) Obrázek přestává být přehledný, proto jsou skryty kružnice k_b a k_a .
Nástroj: Zobrazit / Skrýt objekt
- 7) Je narýsována kružnice opsaná k se středem S a poloměrem $AS = BS = CS$.
Nástroj: Kružnice daná středem a poloměrem
- 8) Nakonec jsou upraveny vlastnosti jednotlivých objektů, aby odpovídaly geometrickým normám a obrázek byl tak co nejpřehlednější.

Obrázek 9: GeoGebra - ukázka III, kružnice opsaná

Zde je uveden pouze jeden obrázek z příkladu zabývajícím se konstrukcí kružnice opsané trojúhelníku ABC (viz Obrázek 9). Jeho součástí je i popis konstrukce, který popisuje geometrický postup řešení, ale také uvádí jaké nástroje programu GeoGebra byly v daném kroku použity. Konstrukce je krokována pomocí posuvníku *krok*, při jehož pohybu se zobrazují (i skrývají) dané objekty včetně textu konstrukce.

Na obrázku výše je vidět poslední krok této konstrukce. Pomocí posuvníků jsou definovány i velikosti stran trojúhelníka ABC , jejichž změnou lze dynamicky zkoumat celou situaci. Samozřejmě trojúhelník ABC mohl být narýsován pomocí nástroje *Mnohoúhelník* a vrcholy A, B, C by se daly posouvat přímo kurzorem myši, ale způsob konstrukce, který byl zvolen, dodržuje stejné principy, jako by se klasicky rýsovalo na papír pomocí pravítka a kružítka. Více o celé konstrukci prozradí příložený soubor na CD.

Tento jednoduchý příklad má neznalému čtenáři především ukázat, jak program GeoGebra funguje v praxi. Především tedy při řešení geometrických příkladů v matematice. Tato práce ji ale využívá k objasnění geografických pojmů, které na první pohled s geometrií nesouvisí. Ovšem při určité míře generalizace těchto pojmů lze dosáhnout harmonického spojení geometrie a zeměpisu. Konkrétní způsoby tohoto nestandardního využití popisuje následující kapitola.

Uživatelé programu GeoGebra mohou své vytvořené soubory sdílet pomocí internetového portálu GeoGebraTube [18]. Stačí se zaregistrovat a nahrát jednotlivé soubory, které mohou být navíc uspořádány do tzv. GeoGebraBooků. Na těchto stránkách je vytvořen i GeoGebraBook s názvem *GeoGebra ve výuce zeměpisu na ZŠ*, ve kterém se nachází všechny applety popsané v praktické části této práce. Odkaz na tento GeoGebraBook je zde: <http://www.geogebraTube.org/student/b112752>.

5. Praktická část

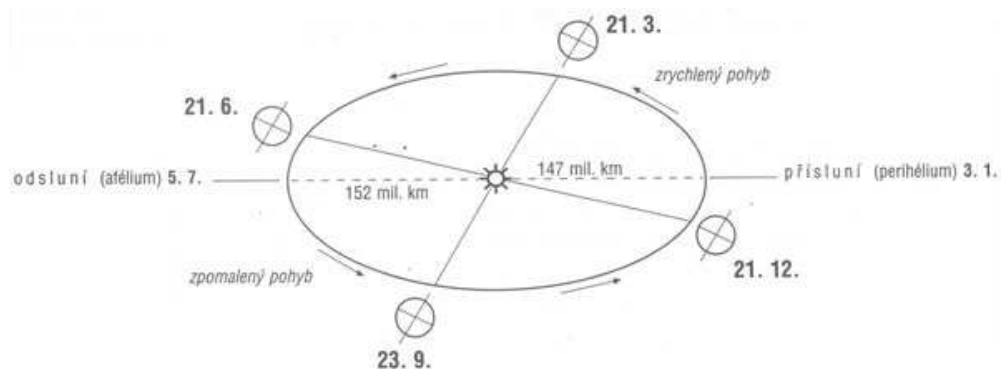
Tato kapitola je doprovodným textem k přiloženému CD, na kterém se nachází dynamické obrázky a animace vztahující se k dané problematice v geografii. Smyslem této kapitoly je hlavně propojení matematiky s geografii a vysvětlit matematickou podstatu jednotlivých příkladů uvedených dále v textu. Kompilace se opírá o Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. V předchozím textu (viz Kapitola 2) bylo již zmíněno, jak je vzdělávací obor zeměpisu ukotven v tomto dokumentu a jaký je jeho obsah. Pro účely této diplomové práce jsou z tohoto obsahu vybrány dvě oblasti – *Přírodní obraz Země a Geografické informace, zdroje dat, kartografie, topografie*. Právě tyto dvě oblasti skýtají nepřeberné množství možností, jak s využitím programu GeoGebra ozvláštnit vyučovací hodinu zeměpisu. Vzhledem k povaze tohoto programu (viz kapitola 4) však v ostatních oblastech nalézá minimální využití – například v podoblastech Životní prostředí či Společenské a hospodářské společnosti je takřka nulové.

Ony vybrané podoblasti dělí tuto kapitolu na dva na první pohled zcela odlišné proudy. V první podkapitole *Přírodní obraz Země* jsou rozebrány situace týkající se planetární geografie, které mohou být pro žáka náročné na vizuální představivost. Tato složka je upřednostněna na úkor učiva na regionální úrovni, které se také vztahuje k *Přírodnímu obrazu Země*, ale má spíše popisný charakter, díky němuž skýtá velmi malé možnosti využití programu GeoGebra. V druhé podkapitole *Geografické informace, zdroje dat, kartografie, topografie* se práce zaměřuje zejména na orientaci v mapě a získávání informací z mapy, která mnohým žákům také dělá problémy. Přitom jde o schopnost, kterou mohou využít i v běžném životě a někdy se může ukázat jako velmi užitečná.

Nicméně celkově lze tu spatřovat určitou spojitost mezi oběma podkapitolami. Lepší slovo by bylo možná posloupnost. První podkapitola začíná tzv. zákony nebeské mechaniky – Keplerovými zákony, které se zdaleka nevztahují pouze k planetě Zemi. Ale v dalších příkladech se pohled soustředí výhradně na ni a čím dál více se k ní přibližuje až víceméně pozvolna přejde v druhou podkapitolu, která začíná zeměpisnou souřadnicovou sítí a vede k orientaci už na samém povrchu planety Země.

Zjednodušeně lze říci, že se jde od obecného ke konkrétnímu, od velkého k malému, z vesmíru k jeho pozorovateli na Zemi.

5.1. Přírodní obraz Země



Obrázek 10: Revoluční pohyb Země podle Keplerových zákonů [26]

Jak již bylo řečeno, tato podkapitola obsahuje příklady vybraných problémů z planetární geografie a jejich vysvětlení. Existuje řada obrázků vztahujících se k těmto problémům (viz Obrázek 10), kterými se dá doplnit výklad během vyučovací hodiny, ale ty bývají většinou statické, což někdy žákovi nestačí, aby plně pochopil jádro problému. Při troše odhodlání a úsilí se však podobné obrázky dají vytvořit v programu GeoGebra, který disponuje možnostmi daný obrázek rozpohybovat.

Přehled řešených problémů (Názvy a pořadí odpovídá souborům na CD)

První a druhý Keplerův zákon

Třetí Keplerův zákon

Poloha Země vůči Slunci během roku

Zdánlivý pohyb Slunce po obloze – Severní pól

Zdánlivý pohyb Slunce po obloze – Pás mírných šířek

Zdánlivý pohyb Slunce po obloze – Rovník

Země a Měsíc

Fáze Měsíce

Zatmění Měsíce

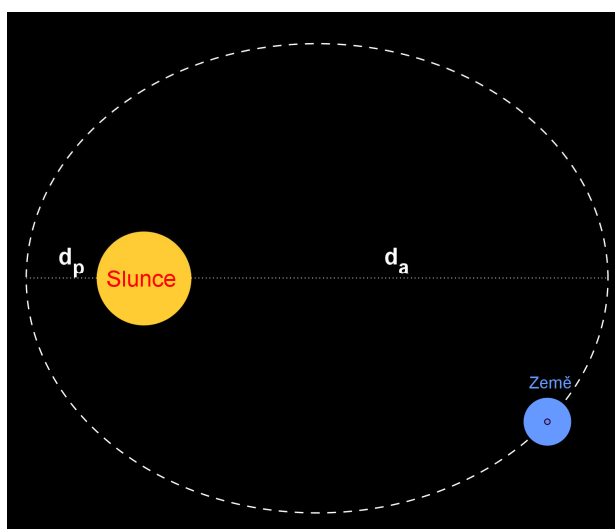
Zatmění Slunce

5.1.1. První a druhý Keplerův zákon

První Keplerův zákon

Keplerovy zákony jsou základní zákony nebeské mechaniky popisující pohyb planet kolem Slunce. Jak jméno napovídá, tyto zákony odvodil Johannes Kepler a první dva poprvé představil veřejnosti ve svém díle *Astronomia Nova* v roce 1609. Jedná se ryze o fyzické zákony, ale je dobré je znát pro orientaci v planetární geografii. Kompilace je uvedena prvním Keplerovým zákonem, jehož znění je následovné:

„Planety obíhají po eliptických drahách, v jejichž společném ohnisku je Slunce. Tyto dráhy jsou velmi podobné kružnicím.“



Obrázek 11: První Keplerův zákon

Důsledkem prvního Keplerova zákona je změna vzdálenosti planety od Slunce. Planeta Země také obíhá po jedné takové eliptické dráze (viz Obrázek 11). Ta ve skutečnosti samozřejmě není tak excentrická jako na obrázku, ale pro transparentní objasnění tohoto zákona byl model zkonstruován s opomenutím dovětky, že eliptické dráhy jsou velmi podobné kružnicím. Úsečky d_p a d_a , značící nejmenší (perihélium) a největší (afélium) vzdálenost Země od Slunce, jsou přibližně v poměru $d_p : d_a \cong 1 : 4$. Ve skutečnosti však tento poměr téměř nabývá hodnoty 1:1, jelikož $d_p : d_a = 147,1 \cdot 10^6 : 152,1 \cdot 10^6 \cong 1 : 1,034$. Při tomto poměru by však animace ztrácela smysl, protože oběžná dráha Země by se jevila jako kružnice. Více o tomto problému si lze přečíst v doprovodném textu v příslušném souboru na CD.

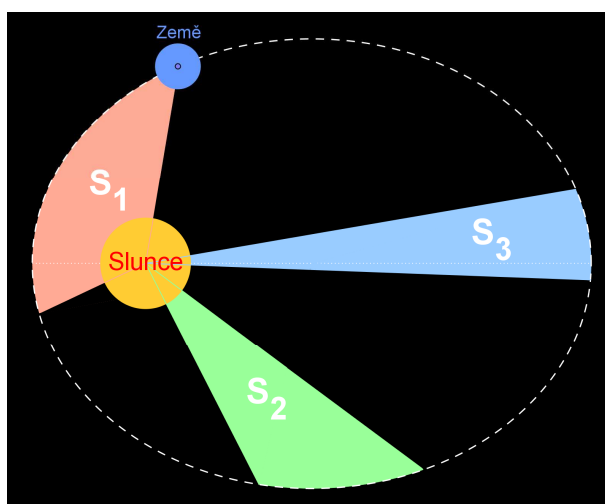
Samotné znění prvního Keplerova zákona přímo vybízí ke zpracování v nějakém geometrickém softwaru. Konstrukce v programu GeoGebra byla jednoduchá. Nástrojem *Elipsa* byla narýsována elipsa požadovaných proporcí. Jedno z ohnisek dále posloužilo jako střed oranžového kruhu reprezentující Slunce. Na elipsu (oběžnou dráhu) byl nanesen bod, resp. střed menšího modrého kruhu představující planetu Zemi. Touto konstrukcí je zajištěna schopnost tohoto bodu (středu) pohybovat se pouze po dané elipse.

Druhý Keplerův zákon

Druhý Keplerův zákon úzce souvisí s prvním Keplerovým zákonem, proto je také uveden ve stejném souboru jako ten první. Jeho princip je slovně formulován takto:

„Obsahy ploch opsané průvodičem za jednotku času jsou konstantní.“

Jedna vcelku jednoduchá věta, ale ne každý si na jejím základě dokáže něco smysluplného představit. Průvodič je spojnice hmotného středu planety (Země) s hmotným středem Slunce. Směr a délka průvodiče se během pohybu planety cyklicky mění, ale za stejný časový interval opíše plochy s konstantním obsahem, ať se planeta nachází v jakékoli pozici vůči Slunci (viz Obrázek 12). Z obrázku níže je uveden příklad tří takových ploch, pro které platí $S_1 = S_2 = S_3$.

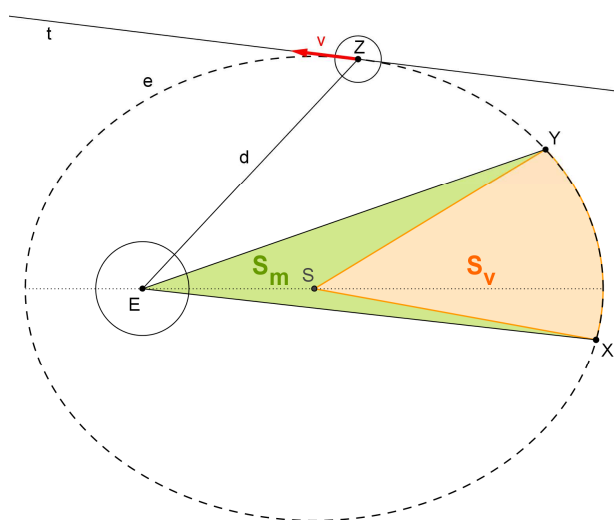


Obrázek 12: Druhý Keplerův zákon

Zamyšlení nad tímto obrázkem vede k jasnému důsledku druhého Keplerova zákona. Každé ze tří ploch přísluší eliptický oblouk různé délky. A jelikož je čas

konstantní, vyplývá z toho, že tato délka je závislá pouze na rychlosti pohybu planety, která se mění v závislosti na vzdálenosti od Slunce. Celé je to pěkně zobrazeno v animaci v příslušném souboru na CD.

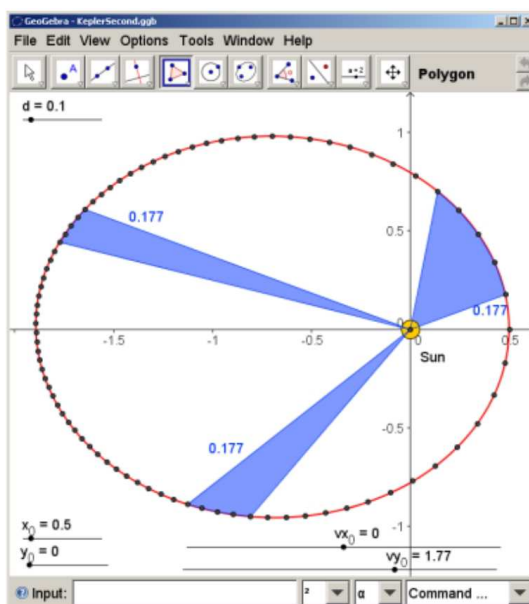
Samotná konstrukce tohoto problému v programu GeoGebra byla o něco komplikovanější oproti předchozímu případu prvního Keplerova zákona. Způsob konstrukce ploch opsaných průvodičem je zobrazen na následujícím obrázku (viz Obrázek 13).



Obrázek 13: Konstrukce druhého Keplerova zákona

Nejprve byla vytvořena eliptická výseč SXY o obsahu S_v . Program GeoGebra však nedisponuje takovým nástrojem, proto musel být použit příkaz $Vyseč[\langle\text{Kuželosečka}\rangle, \langle\text{Bod}\rangle, \langle\text{Bod}\rangle]$. Vzhledem k výše uvedenému obrázku se v tomto konkrétním případě do příkazu dosadí odpovídající parametry, tj. $Vyseč[e, X, Y]$. V tomto případě se musí dodržet pořadí bodů X a Y dle levotočivé orientace. Opačný směr (příkaz $Vyseč[e, Y, X]$) by měl za následek zvýraznění doplňkové eliptické výseče. Tak jak ramena kruhové výseče procházejí středem kruhu, tak i ramena eliptické výseče procházejí středem elipsy S nikoli jejím ohniskem E , jak by bylo potřeba pro účel tohoto příkladu. Proto eliptická výseč musela být doplněna nekonvexním mnohoúhelníkem – čtyřúhelníkem $EXSY$ o obsahu S_m (viz Obrázek 13). Součtem obsahů S_v a S_m se získá obsah plochy opsané průvodičem EX (resp. EY) za určitý časový interval. V tomto případě k vyznačení této plochy je potřeba pouze jeden doplňkový mnohoúhelník, ale v jiných případech je potřeba až tří mnohoúhelníků.

Problematikou animace druhého Keplerova zákona se zabývá i autor článku [3], který popisuje její přesnou konstrukci rovněž pomocí programu GeoGebra. Hlavní myšlenkou tohoto článku je výpočet souřadnic pozice Země vůči Slunci vždy po uplynutí konstantního časového intervalu. Tato série výpočtů je provedena pomocí matematicko-fyzikálních vztahů přesně definující druhý Keplerův zákon a gravitační zákon. Pomocí nich a *Tabulky* v programu GeoGebra jsou vypočítány souřadnice daného počtu bodů vůči počátku kartézské soustavy souřadnic, ve kterém se nachází obraz Slunce. Tyto body jsou následně vykresleny do *nákresny*, pomocí nichž je určena elipsa jakožto oběžná dráha Země. Pomocí nástrojem *Mnohoúhelník* jsou vyznačeny plochy opsané průvodiči za stejný časový interval, tj. „eliptický oblouk“ je tvořen stejným počtem bodů (viz Obrázek 14).



Obrázek 14: Druhý Keplerův zákon - přesný výpočet [3]

Vzhledem ke způsobu provedení této konstrukce lze pomocí posuvníků měnit parametry jejích jednotlivých elementů, čímž se mění velikost vyznačených ploch, jejichž obsahy se ale stále rovnají. Tato konstrukce je zcela přesná z hlediska fyzikálních zákonů, ale také poměrně náročná.

Pro účely této práce však postačuje zjednodušený pohled na věc, přičemž ale nijak není degradován princip tohoto problému. Proto v animaci je druhý Keplerův zákon znázorněn pouze na příkladu tří statických ploch (viz Obrázek 12). Pozice jejich

krajních bodů na elipse e byly manuálně upraveny, že mezi jejich obsahy platí vztah $S_1 = S_2 = S_3 = 10$.

V návaznosti na tento problém byla podobně zjednodušena i změna rychlosti animace bodu Z , resp. středu kruhu představující planetu Zemi (viz Obrázek 12 a Obrázek 13). Vzhledem k tomu, že poměr vzdáleností d_a a d_p v animaci není stejný jako ve skutečnosti (viz Obrázek 11), i poměr mezi nejnižší a nejvyšší rychlostí bodu Z (Země) je v animaci jiný než ve skutečnosti. Následující vztahy, kterými se řídí rychlost animace bodu Z , byly totiž opět vymyšleny tak, aby důsledek druhého Keplerova zákona by co nejvíce transparentní. Pokud by byly respektovány skutečné matematicko-fyzikální vztahy mezi proměnlivou vzdáleností Země od Slunce a oběžnou rychlostí Země, tento důsledek by nebylo možné zaregistrovat pouhým okem. V přesných výpočtech oběžných rychlostí planet kolem hvězdy hrají roli hmotnosti obou vesmírných těles i jejich gravitační síly. Při porovnání Země se Sluncem je její hmotnost zanedbatelná, tudíž gravitační síla Země má nulový vliv na Slunce. Země se však pohybuje v masivním gravitačním poli Slunce. Je logické, že intenzita tohoto gravitačního pole se bude zmenšovat s narůstající vzdáleností od Slunce, čímž bude docházet i ke snižování oběžné rychlosti vzdálenějších objektů [28]. Animace nabízí pouze zjednodušený pohled na věc, ale výsledný efekt je téměř stejný. Celá záležitost je převedena na proměnlivou vzdálenost d bodu Z od ohniska E (vzdálenosti Země a Slunce). Rychlost animace v bodu Z je pak zjednodušeně definována nepřímou úměrou na této vzdálenosti. Poté tedy za předpokladu, že vzdálenost (průvodič) d je nezávisle proměnná a rychlost animace v (oběžná rychlost Země) je závisle proměnná, je vztah mezi těmito veličinami vyjádřen vztahem:

$$v = \frac{k}{d}, \text{ kde } k = 4.$$

Pouze pro doplnění – pro $k < 4$ se animace jevila jako pomalá a pro $k > 4$ zase příliš rychlá. Nicméně v každém případě platí, čím je vzdálenost d větší, tím je rychlost v menší a naopak. Obdobným způsobem se mění velikost vektoru \vec{v} , který znázorňuje změnu oběžné rychlosti.

5.1.2. Třetí Keplerův zákon

Tento zákon uzavírá trojici zákonů popisující základy nebeské mechaniky. Zákon navazuje na dva předchozí Keplerovy zákony a v roce 1618 byl vydán v díle Johannese Keplera *Harmonices mundi*. Slovní podoba třetího Keplerova zákona zní:

„Poměr druhých mocnin oběžných dob dvou planet je roven poměru třetích mocnin jejich středních vzdáleností od Slunce.“

Zákon se již nesoustředí pouze na oběh jedné planety kolem Slunce, ale pomocí něho lze porovnávat a vypočítat oběžné doby a střední vzdálenosti dvou a více planet. Slovní znění tohoto zákona má výraznou matematickou dikci. Pokud oběžná doba jedné planety bude označena jako T_1 , její střední vzdálenost od Slunce jako a_1 a oběžná doba druhé planety bude nést označení T_2 a její střední vzdálenosti od Slunce bude příslušet označení a_2 , lze třetí Keplerův zákon vyjádřit následovně:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Tabulka 1: Třetí Keplerův zákon

i	Planeta	Střední vzdálenost od Slunce a_i ($\times 10^6$ km) [19]	Oběžná doba T_i (roky, zaokrouhlo na tisíce)	Rychlost animace v (GeoGebra)
1	Merkur	57,9	0,241	16,60
2	Venuše	108,2	0,615	6,50
3	Země	149,6	1	4
4	Mars	227,9	1,880	2,13
5	Jupiter	778,3	11,867	0,34
6	Saturn	1429,2	29,529	0,14
7	Uran	2875,0	84,248	0,05
8	Neptun	4504,0	165,196	0,02

Princip tohoto zákona je vysvětlen na výpočtu oběžných dob jednotlivých planet Sluneční soustavy. Planety jsou seřazeny vzestupně podle jejich střední vzdálenosti od Slunce (viz Tabulka 1). Toto pořadí nese označení i , pomocí něhož jsou indexovány střední vzdálenosti a_i a oběžné doby T_i jednotlivých planet. Oběžné doby planet jsou počítány vzhledem k Zemi a v souvislosti s tabulkou je lze tedy vyjádřit takto:

$$\frac{T_i^2}{T_3^2} = \frac{a_i^3}{a_3^3} \Rightarrow T_i = T_3 \cdot \sqrt{\frac{a_i^3}{a_3^3}}, \quad \text{kde } i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}.$$

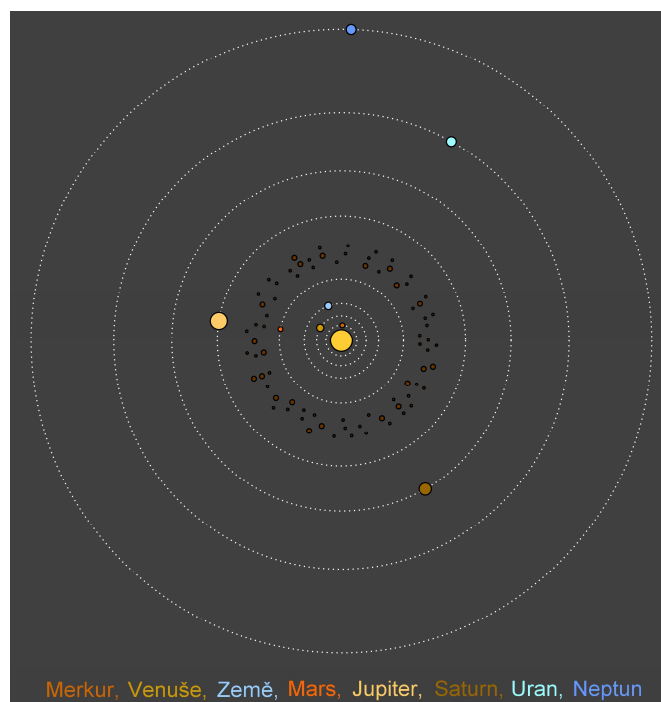
Za oběžnou dobu Země T_3 je v tomto případě brán jeden rok, tudíž po dosazení $T_3 = 1$ se vztah ještě zjednoduší:

$$T_i = \sqrt{\frac{a_i^3}{a_3^3}}, \quad \text{kde } i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Například pro $i = 1$ se vypočítá oběžná doba planety Merkur. Do vztahu stačí dosadit známé střední vzdálenosti od Slunce.

$$T_1 = \sqrt{\frac{a_1^3}{a_3^3}} = \sqrt{\left(\frac{57,9 \cdot 10^6}{149,6 \cdot 10^6}\right)^3} \cong 0,241 \text{ roku}$$

Obdobným způsobem jsou vypočítány i oběžné doby dalších planet Sluneční soustavy uvedené v tabulce.



Obrázek 15: Třetí Keplerův zákon - Sluneční soustava

Samotná konstrukce principu třetího Keplerova zákona v programu GeoGebra je velmi jednoduchá. Oběžné dráhy jednotlivých planet netvoří již elipsy, ale soustředné

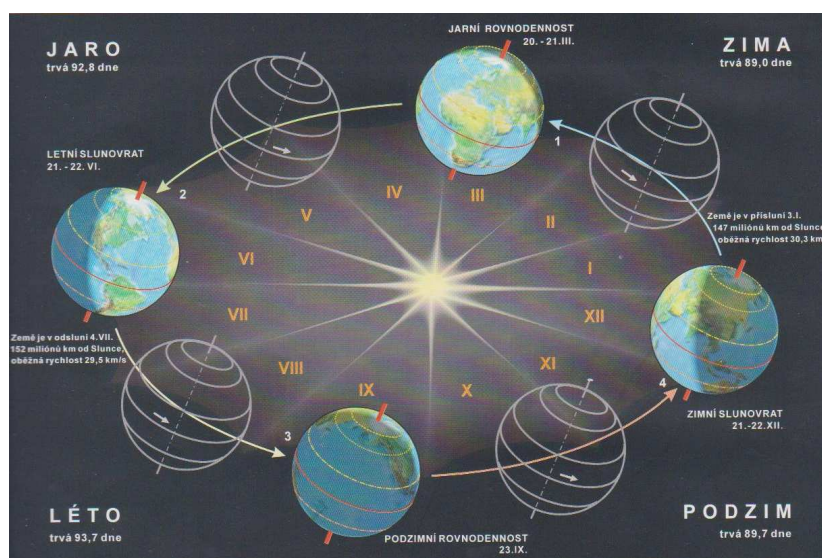
kružnice, jejichž společným středem je bod představující Slunce. Je to především kvůli přehlednosti obrázku, ale také z toho důvodu, že třetí Keplerův zákon počítá s konstantními středními vzdálenostmi. Rychlosti animací jednotlivých bodů na kružnicích reprezentující jednotlivé planety Sluneční soustavy (viz Obrázek 15) jsou odvozené od vypočtených oběžných dob T_i (viz Tabulka 1, poslední sloupec). Rychlost animace každého z bodů je nepřímo úměrná oběžné době T_i dle vztahu:

$$v = \frac{k}{T_i}, \quad \text{kde } i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \text{ a } k = 4$$

Hodnota $k = 4$ se ukázala jako nejadekvátnější možností vzhledem k minimálním a maximálním hodnotám T_i . Pro $k = 3$ byla animace bodu představující planetu Neptun příliš pomalá a naopak pro $k = 5$ byla animace rychlá pro bod reprezentující planetu Merkur. Celá situace je daleko transparentnější při shlédnutí animace v příslušném souboru na CD a po přečtení doplňujících informací v něm obsažených.

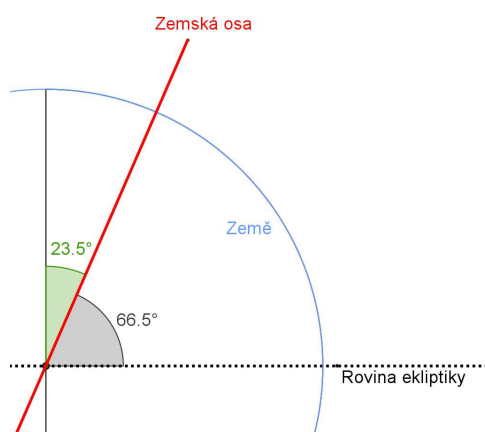
5.1.3. Poloha Země vůči Slunci během roku

I bez předchozích dvou kapitol (viz kapitoly 5.1.1 a 5.1.2) je všeobecně známo, že Země obíhá kolem Slunce. Jedná se o tzv. revoluční pohyb Země. Tento pohyb je levotočivý a má periodu (oběžnou dobu) jeden rok, přesněji 365,25 dne (viz Obrázek 16).



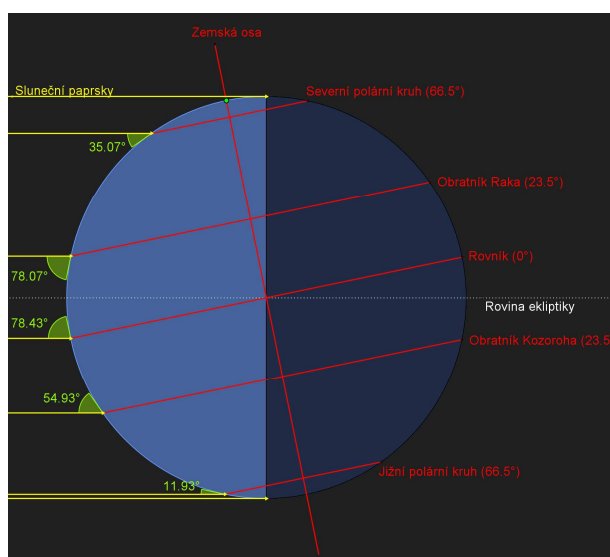
Obrázek 16: Revoluční pohyb Slunce [5]

Z obrázku (Obrázek 16) je možné si i povšimnout skloněné zemské osy. Za zemskou osu je považována relativně pozičně stálá, pomyslná přímka, kolem níž se otáčí zemské těleso. Říká se tomu, že Země vykonává tzv. rotační pohyb, který je rovněž levotočivý. Perioda tohoto pohybu je jeden den, přesně 23 hodin, 56 min a 4 sekundy. Zemská osa má sklon $23,5^\circ$, resp. s rovinou ekliptiky svírá úhel $66,5^\circ$ (viz Obrázek 17).



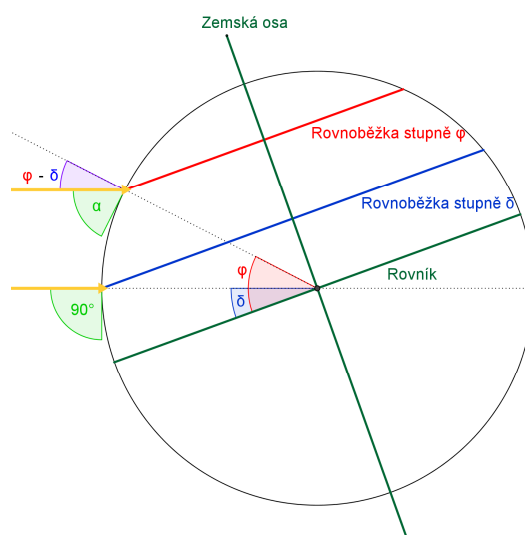
Obrázek 17: Sklon zemské osy

Jaké důsledky plynou ze dvou předchozích obrázků? Na tuto otázku existuje vcelku snadná odpověď – střídání ročních období v našich, resp. mírných zeměpisných šířkách, a střídání období dešťů a sucha v tropických zeměpisných šířkách. Proč je ale tato cyklická změna podnebí způsobena výše zmíněnými jevy, už úplně každý neví. V následujícím textu je rozebrán důsledek střídání ročních období s pomocí animace, kterou lze nalézt v souboru se stejným názvem, jako má tato kapitola.



Obrázek 18: Úhly dopadu slunečních paprsků na významné zeměpisné rovnoběžky

V našich končinách se během roku cyklicky střídá jaro, léto, podzim a zima. Dochází ke změně celkového počasí v jednotlivých částech roku. Mění se oblačnost, srážky, ale nejvíce je citelná na změna teploty. Vše závisí na intenzitě slunečního záření a pod jakým úhlem dopadají sluneční paprsky na zemský povrch. Vzhledem k takřka neměnnému sklonu zemské osy je její směr daný a konstantní, ale její poloha, resp. poloha celé Zeměkoule, se zásadně mění vůči slunečním paprskům. Tato změna je nejlépe vidět v již zmíněné animaci na CD, kde se mění úhly dopadů slunečních paprsků na významné zeměpisné rovnoběžky – severní polární kruh, obratník Raka, rovník, obratník Kozoroha a jižní polární kruh. Zde je z ní pouze ilustrační obrázek (viz Obrázek 18).



Obrázek 19: Úhel slunečních paprsků

Astronomické jaro začíná v den jarní rovnodennosti, který připadá na 21. března. Letním slunovratem začíná 21. června astronomické léto. Následuje opět rovnodennost, ale tentokrát podzimní, kterou 23. září začíná astronomický podzim. Celý cyklus je uzavřen 21. prosince zimním slunovratem, kdy začíná astronomická zima. V těchto čtyřech specifických dnech se dá poměrně jednoduše určit úhel dopadu slunečních paprsků α na libovolnou rovnoběžku stupně φ pomocí následujícího vztahu:

$$\alpha = 90^\circ - (\varphi - \delta),$$

kde δ je tzv. deklinace. Jinak řečeno stupeň rovnoběžky, na kterou v daný moment dopadají sluneční paprsky kolmo (90°). Viz Obrázek 19. Pokud se však rovnoběžky φ a δ společně nenacházejí na stejné polokouli (severní nebo jižní) mění se u deklinace

znaménko, tzn. do vztahu je dosazováno $\delta = -\delta$. Například pokud by sluneční paprsky dopadaly kolmo na obratník Kozoroha ($23,5^\circ$ j.z.š.), úhel dopadu paprsků na severní polární kruh ($66,5^\circ$ s.z.š.) by se vypočítal následovně:

$$\alpha = 90^\circ - (\varphi - \varepsilon) = 90^\circ - [66,5^\circ - (-23,5^\circ)] = 0^\circ$$

Úhel dopadu α se rovná 0° , což znamená, že v tento okamžik na severní polární kruh nedopadají žádné sluneční paprsky a celou oblast za ním halí polární noc. Tento okamžik nastává 21. prosince v den zimního slunovratu. Analogicky lze vypočítat úhel dopadu na jakoukoli rovnoběžku. V následující tabulce jsou uvedeny výsledky výpočtů, pod jakým úhlem dopadají sluneční paprsky na významné rovnoběžky ve dnech, kdy astronomicky začínají jednotlivá roční období (viz Tabulka 2).

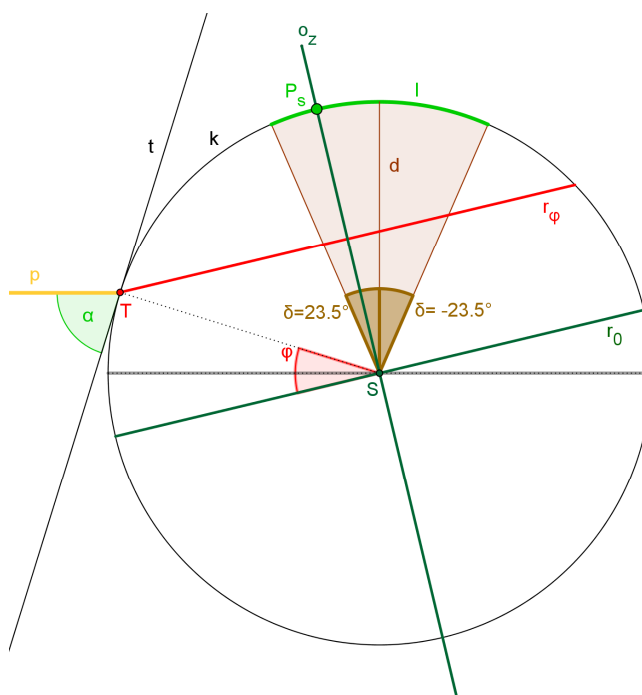
Tabulka 2: Úhly dopadu slunečních paprsků na vybrané rovnoběžky

Zeměpisná šířka (φ)	Jarní rovnodennost	Letní slunovrat	Podzimní rovnodennost	Zimní slunovrat
Severní polární kruh ($66,5^\circ$ s.š.)	$23,5^\circ$	47°	$23,5^\circ$	0°
Obratník Raka ($23,5^\circ$ s.š.)	$66,5^\circ$	90° , $\delta = \pm 23,5^\circ$	$66,5^\circ$	43°
Rovník (0°)	90° , $\delta = 0^\circ$	$66,5^\circ$	90° , $\delta = 0^\circ$	$66,5^\circ$
Obratník Kozoroha ($23,5^\circ$ j.š.)	$66,5^\circ$	43°	$66,5^\circ$	90° , $\delta = \pm 23,5^\circ$
Jižní polární kruh ($66,5^\circ$ j.š.)	$23,5^\circ$	0°	$23,5^\circ$	47°

Z tabulky vyplývá, že deklinace δ se pohybuje v intervalu $\delta \in \langle -23,5^\circ; 23,5^\circ \rangle$, čímž jsou ovlivněny i intervaly hodnot na jednotlivých rovnoběžkách. Geograficky řečeno se Země vůči paprskům „naklání“ v rozmezí obratníků Kozoroha a Raka. Dále hodnoty ve sloupcích jarní rovnodennost a podzimní rovnodennost jsou zcela stejné, z čehož vyplývá, že v tyto dny je poloha Země vůči slunečním paprskům stejná. Naopak hodnoty ve sloupcích letní slunovrat a zimní slunovrat mají vzájemně zcela inverzní pořadí. Z tohoto antagonismu vyplývá další jasný důsledek. Letním slunovratem na severní polokouli začíná léto, ale na jižní ve stejný okamžik začíná zima. Naopak když se na severní polokouli hlásí o slovo zima, na jižní přichází léto. Nutno podotknout, že na střídání ročních období má vliv pouze tento faktor rozebraný v této

kapitole, nikoli proměnlivá vzdálenost Země od Slunce (viz kapitola 5.1.1), jak by se mohlo zdát. Pro zřetelnost celé situace je hodnotám v tabulce (Tabulka 2) přiřazena barevná škála, která odpovídá intenzitě slunečního záření, resp. úhlu dopadu slunečních paprsků, na jednotlivých rovnoběžkách. Čím sytější barva tím je úhel větší, tím je i v daném místě tepleji.

Dynamicickou změnu úhlů slunečních paprsků dopadajících na dané rovnoběžky lze zhlédnout v již zmíněné animaci v příslušném souboru, jejíž způsob konstrukce je na následujícím obrázku (viz Obrázek 20).



Obrázek 20: Úhel slunečních paprsků - konstrukce

Vše se opírá o poznatek, že $\delta \in \langle -23,5^\circ; 23,5^\circ \rangle$, na jehož základě byla sestrojena kruhová výseč d . Na oblouku l , který přísluší této výseči, byl sestrojen bod P_s představující severní pól. Spojením bodů P_s a S vznikla přímka o_z neboli zemská osa. Vzhledem k tomu, že bod P_s se může pohybovat pouze po oblouku l , i přímka o_z se může pohybovat pouze v rámci vymezení kruhové výseče d . Dále stačilo dorýsovat úsečku r_0 (rovník), pro kterou platí $S \in r_0 \wedge r_0 \perp o_z$. Dle způsobu, který je z obrázku zřejmý, byly zkonstruovány i další úsečky reprezentující zeměpisné rovnoběžky zvoleného stupně φ . Pomocí tečny t byl v koncovém bodě T takové úsečky sestrojen úhel α , pod kterým do toho bodu dopadá paprsek p . Nutno zmínit, že kruhová výseč d

byla kvůli přehlednosti konstruována vzhledem k zemské ose o_z , nikoli vzhledem k rovníku r_0 , ke kterému se pojem deklinace vztahuje. Jedná se však o tutéž kruhovou výseč, která je otočená o 90° kolem středu S .

Následující tři úlohy velmi úzce souvisí s touto kapitolou. Už se však nejedná o globální pohled v měřítku celé planety Země, ale jedná se o pohled pozorovatele na různých místech zemského povrchu. Ten vnímá Slunce jakoby se během dne i roku „hýbalo“ po obloze, ale jde pouze o klam způsobený předchozími popsány jevy. Pozorovatel na Zemi vnímá pouze své bezprostřední okolí a není schopen vnímat velikost celé planety, proto mu řada souvislostí „uniká“.

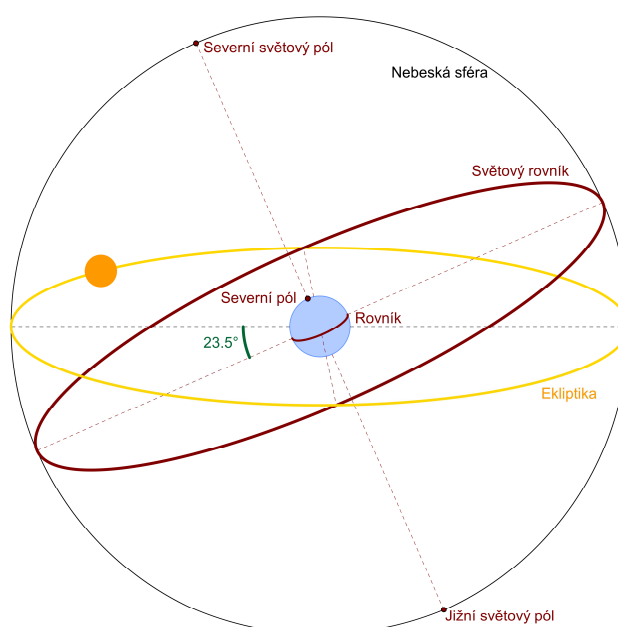
5.1.4. Zdánlivý pohyb Slunce po obloze – Severní pól

V minulosti naši předkové věřili, že Země je středem vesmíru, kolem níž obíhají ostatní vesmírná tělesa včetně Slunce. Jednalo se o tzv. geocentrický model. Poprvé ho vyslovil řecký myslitel Aristotelés. Jeho úvaha se zakládala na vcelku logických základech, protože při pohledu na oblohu se zdálo, že všechna vesmírná tělesa se pohybují, zatímco Země je nehybná. Protipólem ke geocentrickému modelu byl model heliocentrický, kdy Slunce je středem vesmíru a kolem něj obíhají ostatní vesmírná tělesa včetně Země. Tento názor má také původ v antickém klasickém období. Hlásali ho pythagorejci, ale jejich odůvodnění bylo spíše filosofické než vědecké. Proto se od něj v té době upustilo a ustálil se geocentrismus, který se později stal církevním dogmatem. Ovšem s rozvojem astronomie v průběhu několika staletí přibývaly vědecké důkazy, které nasvědčovaly, že Země opravdu není statická a rotuje kolem své osy, přičemž ještě obíhá Slunce. Tyto důkazy vedly v 16. a 17. století k renesanci heliocentrické myšlenky. Mezi hlavní propagátory patřili Mikuláš Koperník, Galileo Galilei a Johannes Kepler, kteří byli církví obviněni z odmítání Boží prozřetelnosti a byli i neprávem perzekuováni. Nicméně později převážil heliocentrický názor, ačkoli také nebyl zcela pravdivý, protože dnes je již známo, že Slunce zcela určitě není středem vesmíru.

O tom, jak se Země pohybuje kolem Slunce a mění vůči němu svoji polohu, pojednávají předchozí kapitoly (viz kapitola 5.1.1 a 5.1.3). Tato kapitola je zaměřena na důsledky těchto jevů, jak jsou vnímány na povrchu Země pozorovatelem na severním

pólu. Především jde o změnu výšky Slunce nad obzorem a o změnu délky dne a noci během roku. Předtím než bude prezentován tento problém, musí být zavedeno několik pojmů.

Nebeská sféra – Nebeská sféra neboli světová sféra je myšlená koule nekonečného poloměru, v jejímž středu se nachází Země. Na nebeskou sféru jsou promítány obrazy ostatních vesmírných těles a jejich polohy a vše působí dojem, že tato tělesa jsou stejně vzdálená od Země. Na nebeskou sféru lze rovněž promítat obrazy objektů na Zemi. Jedná se zejména o obrazy významných rovnoběžek, poledníků a bodů, které jsou součástí zeměpisné souřadnicové sítě (viz Obrázek 21). [20]



Obrázek 21: Nebeská sféra

Pozorovatel v bodě P na Zemi vidí pouze část této sféry, protože je omezený obzorem. Většinou se uvádí, že vidí právě jednu polovinu (polokouli). Viz Obrázek 22. Vidí například pouze části některých rovnoběžek.

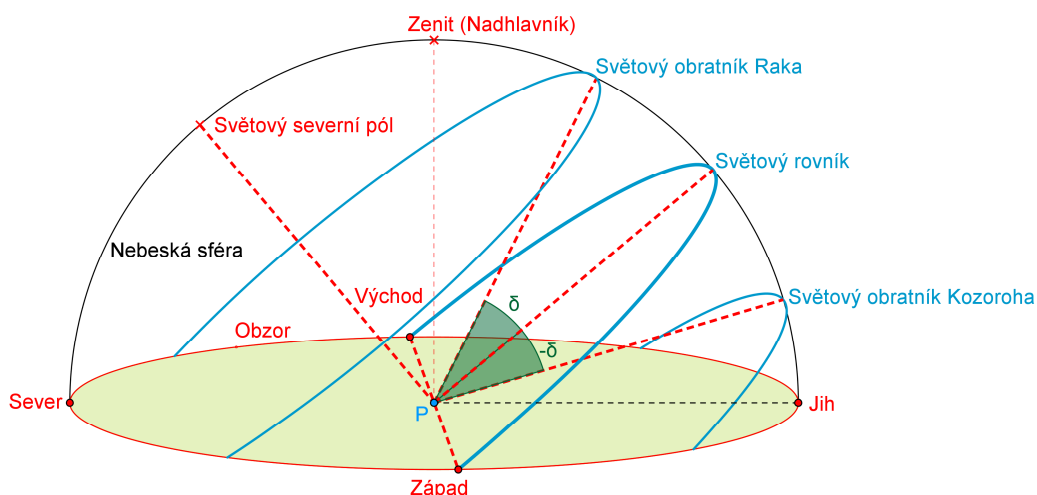
Ekliptika – Ekliptika je zdánlivá dráha Slunce pohybujícího se po nebeské sféře během roku. Ve skutečnosti jde o průmět oběžné dráhy Země kolem Slunce. Rovina ekliptiky s rovinou světového rovníku svírá úhel $23,5^\circ$. [20]

Světový rovník – Světový rovník je definován jako průsečnice roviny rovníku s nebeskou sférou. Jedná se tedy o kružnici, které obepíná celou nebeskou sféru

(viz Obrázek 21). Světové obratníky Raka a Kozoroha jsou definovány pomocí maximálních hodnot deklinace (viz kapitola 5.1.3). Během roku se Slunce zdánlivě pohybuje právě mezi těmito obrazy obratníků. [20]

Světový pól – Světový pól (severní či jižní) je definován jako průsečík protažené zemské osy a nebeské sféry. V důsledku rotace Země se kolem světového pólu „otáčí“ celá nebeská sféra. Na obrázku (viz Obrázek 22) je vidět světový severní pól. [20]

Zenit (Nadhlavník) – Zenit je bod, který se nachází přímo nad pozorovatelem. Je definován jako průsečík nebeské sféry a kolmice k rovině obzoru, která prochází pozorovacím místem (bod P). Druhým průsečíkem této kolmice a nebeské sféry je tzv. nadir (podnožník). [20]



Obrázek 22: Příklad pohledu na nebeskou sféru

Následující text už je výhradně zaměřen na zdánlivý pohyb Slunce během roku na severním pólu. Je zřejmé, že vztah mezi zdánlivým pohybem Slunce po nebeské sféře a polohou Země vůči Slunci během roku lze považovat za ekvivalentní. To znamená, že pokud v poledne v den jarní nebo podzimní rovnodennosti budou dopadat sluneční paprsky kolmo na rovník (viz kapitola 5.1.3, Tabulka 2), bude se v poledne Slunce nacházet na světovém rovníku nebeské sféry, atd. Výšku světového rovníku nad obzorem lze určit podle následujícího vztahu:

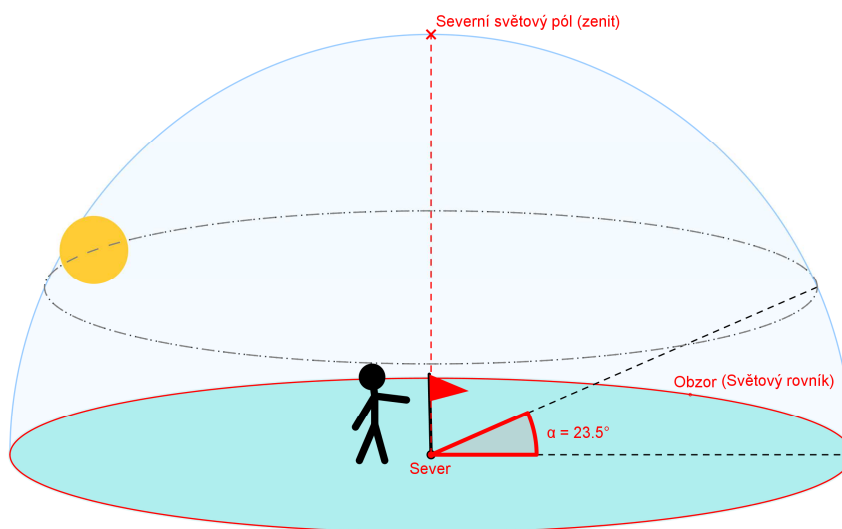
$$h = 90^\circ - \varphi,$$

kde φ je hodnota zeměpisné šířky požadovaného místa na Zemi. V tomto případě se jedná o severní pól, pro nějž platí $\varphi = 90^\circ$.

$$h = 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$$

Výsledek $h = 0^\circ$ znamená jedinou možnost. Na severním pólu je světový rovník totožný s obzorem (viz Obrázek 23) a přesně zde se bude Slunce nacházet během dnů jarní a podzimní rovnodennosti. Severní světový pól je totožný se zenitem. Jak lze vypočítat úhel dopadu slunečních paprsků na libovolné místo na Zemi, pojednává předchozí text (viz kapitola 5.1.3). Zde je opět použit vztah pro výpočet tohoto úhlu.

$$\alpha = 90^\circ - (\varphi - \delta)$$



Obrázek 23: Zdánlivý pohyb Slunce - Severní pól

Pomocí tohoto vztahu se vypočítají úhly dopadů sluneční paprsků ve dnech letního a zimního slunovratu.

a) Letní slunovrat

V den letního slunovratu dopadají sluneční paprsky kolmo na obratník Raka, čili $\delta = 23,5^\circ$. A jak již bylo zmíněno, zeměpisná šířka severního pólu je $\varphi = 90^\circ$.

$$\alpha = 90^\circ - (\varphi - \delta) = 90^\circ - (90^\circ - 23,5^\circ) = 23,5^\circ$$

V tento den je tedy Slunce $23,5^\circ$ nad obzorem. Zároveň tato hodnota je nejvyšší, jaká může během roku nastat.

b) Zimní slunovrat

V den zimního slunovratu dopadají sluneční paprsky kolmo na obratník Kozoroha, tzn. $\delta = -23,5^\circ$. Hodnota zeměpisné šířky zůstává stejná $\varphi = 90^\circ$.

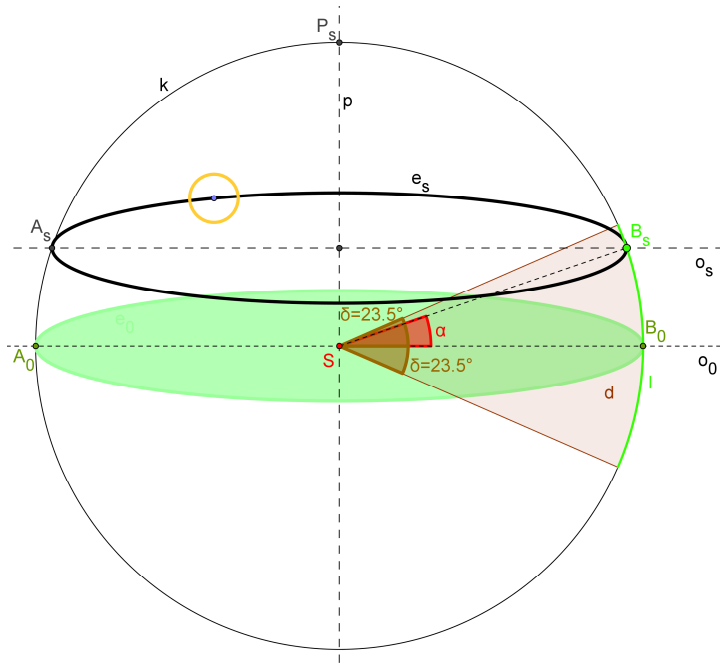
$$\alpha = 90^\circ - (\varphi - \delta) = 90^\circ - (90^\circ + 23,5^\circ) = -23,5^\circ$$

Úhel α je záporný, což znamená, že se Slunce nachází pod obzorem, a sice konkrétně $23,5^\circ$.

Co z těchto hodnot plyne, je názorně ukázáno v animaci v příslušném souboru na CD. Vzhledem ke specifické poloze severního pólu se i Slunce zdánlivě pohybuje specifickým způsobem. Velmi zjednodušeně by se dalo říci, že během každého dne na obloze opíše kružnici ležící v rovině, která je rovnoběžná s rovinou obzoru, ale Slunce se po obloze pohybuje spirálovitým pohybem podle ekliptiky. Tento pohyb je důsledkem rotace Země. Oběh Země kolem Slunce má zase za následek změnu výšky Slunce nad obzorem. V den jarní rovnodennosti Slunce vychází a stoupá nad obzor. V poledne letního slunovratu kulminuje s výškou $23,5^\circ$ nad obzorem a poté zase klesá až do dne podzimní rovnodennosti, kdy zapadne za obzor. Tento úkaz se nazývá polárním dnem. Opakem je polární noc, kdy v období od podzimní rovnodennosti do jarní rovnodennosti severní pól nedostihnou žádné sluneční paprsky. Během tohoto období v den zimního slunovratu v poledne Slunce dosahuje své nejnižší polohy, a to $23,5^\circ$ pod obzorem.

Konstrukce tohoto appletu je velmi podobná konstrukci, která řešila problém s úhly dopadajících slunečních paprsků na dané rovnoběžky (viz kapitola 5.1.3). V zásadě z této konstrukce vychází. Základem konstrukce je kružnice k se středem S , která představuje nebeskou sféru (viz Obrázek 24). Přímka o_0 , pro kterou platí $S \in o_0$, na kružnici k vytíná průměr A_0B_0 . Tato úsečka je hlavní osou elipsy e_0 , která reprezentuje rovinu obzoru. Teď přichází na řadu podobný krok jako ve výše zmíněné, předchozí konstrukci. Pomocí dvou opačně orientovaných úhlů $\delta = 23,5^\circ$ se podle obrázku zkonstruuje kruhová výseč d . Této výseči přísluší kruhový oblouk l , v jehož rozmezí se může pohybovat bod B_s . Dále byla narýsována přímka o_s tak, že platí $B_s \in o_s \wedge o_s \parallel o_0$. Jinak řečeno vzhledem k obrázku – přímkou o_s je určena tětiva A_sB_s kružnice k , která je rovnoběžná s jejím průměrem A_0B_0 . Tětiva A_sB_s dává

základ elipsy e_s , jelikož je v tomto obrázku považována za její hlavní osu. Elipsa e_s představuje dráhu Slunce po obloze, která se mění v závislosti na pohybu bodu B_s . Úhel α představuje výšku této dráhy, resp. Slunce, nad obzorem.



Obrázek 24: Zdánlivý pohyb Slunce na severním pólu – konstrukce

Tato úvaha není matematicky (geometricky) zcela správná. Elipsa e_s by se měla dotýkat kružnice k ve dvou bodech. Body A_s a B_s zcela určitě nejsou těmito body dotyku, ale pouze dvěma z celkových čtyř průsečíků elipsy e_s a kružnice k . Vzhledem k možnostem programu GeoGebra při striktním dodržení těchto geometrických zásad by konstrukce byla daleko komplexnější a celá animace by nemusela správně fungovat. K vysvětlení daného geografického jevu proto postačuje jednodušší konstrukční myšlenka, jak je popsáno v předchozím odstavci.

5.1.5. Zdánlivý pohyb Slunce po obloze – Pás mírnych šířek

Veškerý teoretický základ k pochopení tohoto geografického jevu lze nalézt v předchozí kapitole (viz kapitola 5.1.4), proto se tato kapitola pouze již zabývá praktickou částí – zdánlivým pohybem Slunce po obloze v pásu mírnych šířek.

Pozorovatel se již nenachází na severním pólu, jak tomu bylo v předchozím příkladu, ale posunul se o kus na jih a to konkrétně na padesátou rovnoběžku. Tato

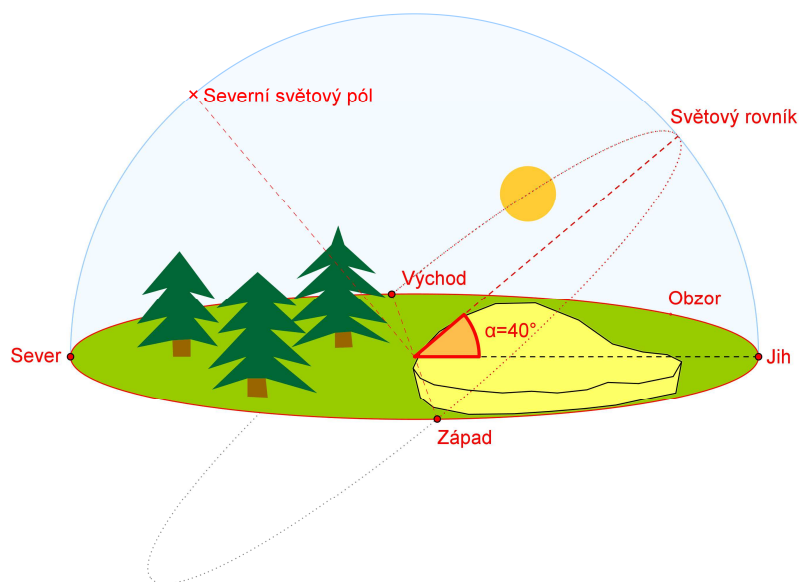
rovnoběžka (50° s.z.š.) odpovídá poloze České republiky. Animace tedy ukazuje nám nejbližší a ze života známou variantu zdánlivého pohybu Slunce po obloze. Výška světového rovníku nad obzorem se určí podle již známého vztahu

$$h = 90^\circ - \varphi,$$

kde φ v tomto případě nabývá hodnoty $\varphi = 50^\circ$. Výsledná výška h se tedy musí rovnat:

$$h = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

V praxi to znamená, že rovina světového rovníku s rovinou obzoru svírá úhel o velikosti $\alpha = 40^\circ$ (viz Obrázek 25) a právě v této rovině se bude nacházet i obraz Slunce v právě poledne ve dnech jarní a podzimní rovnodennosti. Celkově v tyto dva dny trvá den i noc 12 hodin.



Obrázek 25: Zdánlivý pohyb Slunce - Pás mírných šířek

Pro výpočet minimální a maximální hodnoty úhlu α se využije poznatku o deklinaci, že $\delta \in \langle -23,5^\circ; 23,5^\circ \rangle$ (viz 5.1.3), a opět se použije následující vztah pro výpočet úhlu α ve dnech letního a zimního slunovratu.

$$\alpha = 90^\circ - (\varphi - \delta)$$

a) Letní slunovrat

Deklinace δ v tento den nabývá hodnoty $\delta = 23,5^\circ$, protože sluneční paprsky dopadají kolmo na obratník Raka. Dalším potřebným elementem k vypočítání velikosti úhlu α je zeměpisná šířka a ta v tomto případě má hodnotu $\varphi = 90^\circ$.

$$\alpha = 90^\circ - (\varphi - \delta) = 90^\circ - (50^\circ - 23,5^\circ) = 63,5^\circ$$

V tento den je tedy Slunce $63,5^\circ$ nad obzorem. Toto je nejvyšší hodnota, tudíž v tento den v poledne je Slunce nejvýše nad obzorem za celý rok. Tento den je zároveň nejdelším dnem v roce, myšleno délkou světlé části dne, která trvá přibližně 16 hodin.

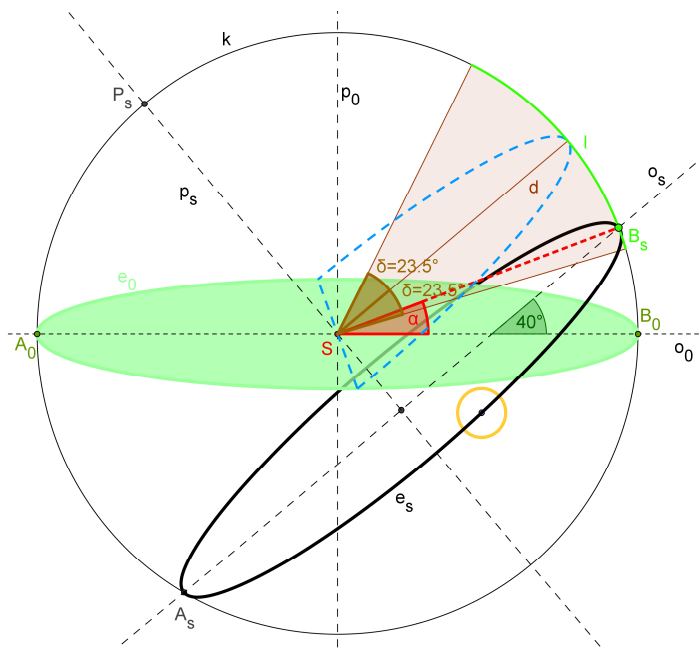
b) Zimní slunovrat

V tento den sluneční paprsky dopadají kolmo na obratník Kozoroha, tak deklinace δ nabývá hodnoty $\delta = -23,5^\circ$. Hodnota zeměpisné šířky zůstává stejná $\varphi = 50^\circ$.

$$\alpha = 90^\circ - (\varphi - \delta) = 90^\circ - (50^\circ + 23,5^\circ) = 16,5^\circ$$

V tento den je tedy Slunce nejnižší nad obzorem za celý rok a to konkrétně $16,5^\circ$. Světla část tohoto dne trvá pouze přibližně 8 hodin.

Jak se celá situace dynamicky mění během roku je zachyceno v animaci v příslušném souboru na CD. Komentář k samotné konstrukci by se z drtivé většiny shodoval s komentářem předchozího příkladu (viz kapitola 5.1.4), proto nemá smysl ho zde celý znovu uvádět. Zásadním rozdílem oproti předchozímu příkladu je změna polohy výseče d , která je zde otočená o 40° kolem bodu S . Od toho se odvíjí i poloha hlavní osy $A_S B_S$ elipsy e_S , která s hlavní osou elipsy e_0 rovněž svírá úhel 40° (viz Obrázek 26). Tím je ovlivněna poloha celé elipsy e_S představující dráhu Slunce po obloze vůči rovině obzoru (elipsa e_0). Jediné, co je na obrázku navíc, je vyznačená rovina světového rovníku pomocí modrého eliptického oblouku a úsečky stejné barvy. Oblouk byl sestaven pomocí příkazu `Vyseč[<Kuželosečka>, <Bod>, <Bod>]` (viz kapitola 5.1.1.).



Obrázek 26: Zdánlivý pohyb Slunce v pásu mírných šířek – konstrukce

5.1.6. Zdánlivý pohyb Slunce po obloze – Rovník

Tato kapitola je třetí a poslední v řadě, která navazuje na teoretický základ v předchozí kapitole (viz kapitola 5.1.4). Zde se pozorovatel po zemském povrchu přesunul až na rovník. Zde jeho průmět – světový rovník – na nebeskou sféru má vzhledem k pozici pozorovatele nezaměnitelnou polohu. Světový rovník musí zákonitě procházet zenitem (nadhlavníkem), tudíž rovina světového rovníku je kolmá k rovině obzoru. Vše lze ověřit pomocí výpočtu dle již známého vztahu

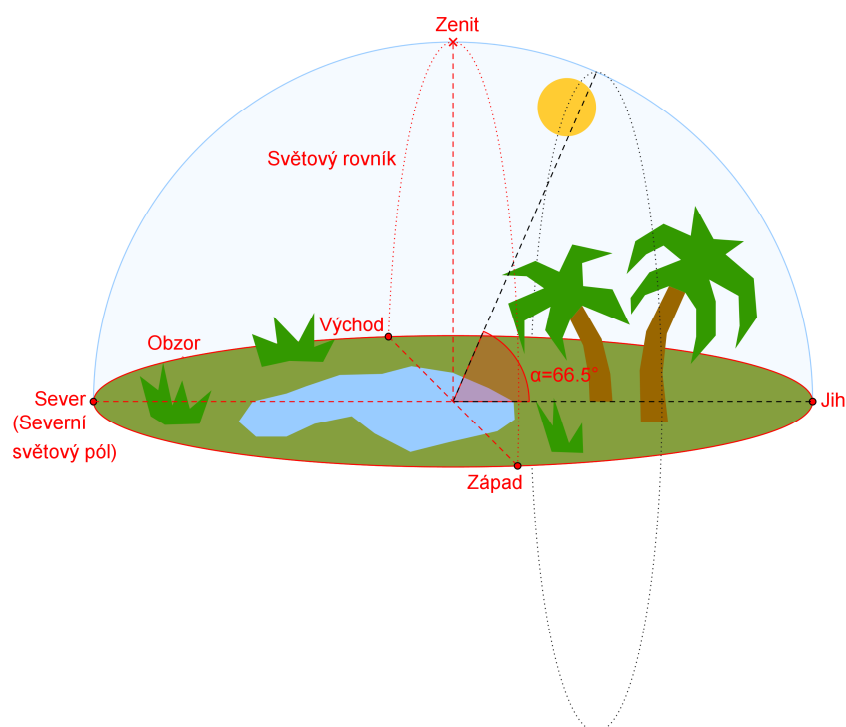
$$h = 90^\circ - \varphi,$$

kde zeměpisná šířka φ v tomto případě má hodnotu $\varphi = 0^\circ$. Výška světového rovníku nad obzorem se tedy rovná:

$$h = 90^\circ - 0^\circ = 90^\circ$$

V praxi to znamená, že během dnů se Slunce bude zdánlivě pohybovat po „kružnicích“ ležících v rovinách, které jsou kolmé na rovinu obzoru (viz Obrázek 27). Ve dnech jarní a podzimní rovnodennosti bude tato pomyslná denní dráha Slunce „totožná“ se světovým rovníkem. Tato formulace není zcela přesná, protože se Slunce zdánlivě pohybuje spirálovitým pohybem dle ekliptiky. Zcela nepopíratelným faktem však je,

že během roku v tyto dva dny v pravé poledne je Slunce nejvýše nad obzorem ($\alpha = 90^\circ$)



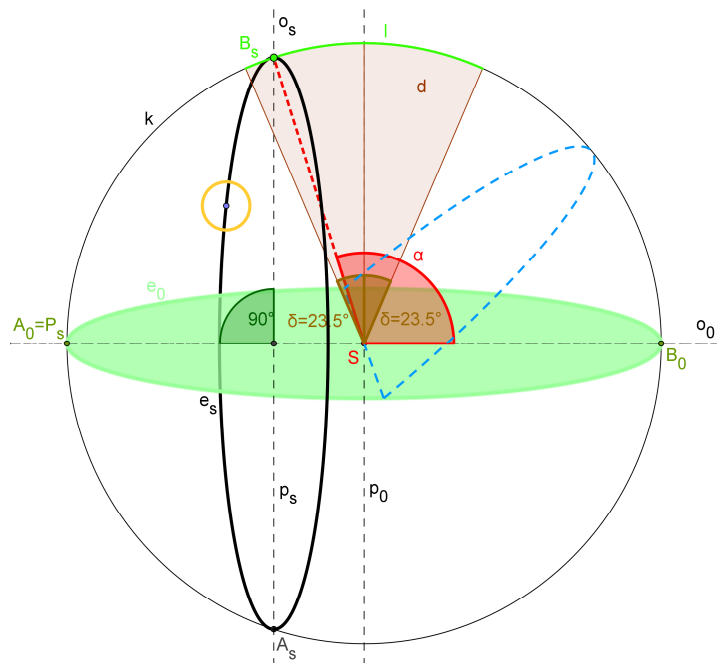
Obrázek 27: Zdánlivý pohyb Slunce po obloze – Rovník

Rovník je velmi specifickou zeměpisnou rovnoběžkou, protože odděluje severní a jižní polokouli, ale zároveň neleží ani na jedné z nich. Jinak řečeno rovník neleží s žádnou druhou rovnoběžkou na stejné polokouli. Proto se při výpočtu velikosti úhlu α vždy počítá se zápornou deklinací δ (viz kapitola 5.1.3). Jinak tomu nebude ani v případě výpočtu minimálních hodnot tohoto úhlu, resp. výšky Slunce nad obzorem, která je nejmenší ve dnech letního a zimního slunovratu. Oproti předchozím kapitolám tedy postačí využít následující vztah pouze jednou.

$$\alpha = 90^\circ - (\varphi - \delta)$$

Kde zeměpisná šířka $\varphi = 0^\circ$ a deklinace $\delta = -23.5^\circ$. Po dosazení je získána velikost úhlu α :

$$\alpha = 90^\circ - (\varphi - \delta) = 90^\circ - (0^\circ + 23,5^\circ) = 66,5^\circ$$



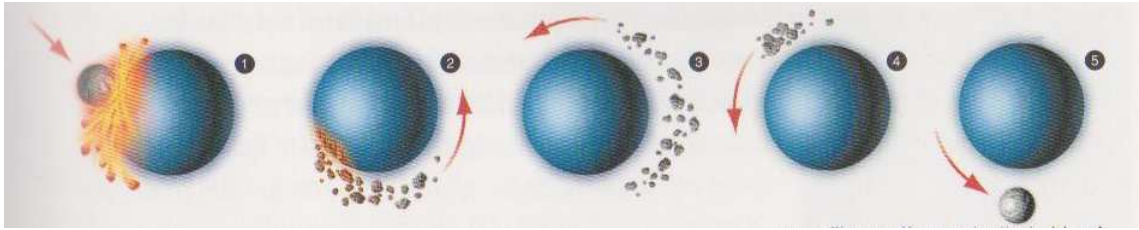
Obrázek 28: Zdánlivý pohyb Slunce na rovníku – konstrukce

Ve dnech obou slunovratů je tedy výška Slunce nad obzorem α rovna $66,5^\circ$. Takže výška Slunce nad obzorem během roku nabývá stejného minima ve dvou různých dnech, ale také dvakrát kulminuje během roku – ve dnech jarní a podzimní rovnodennosti. Tímto se zdánlivý pohyb Slunce po obloze na rovníku zásadním způsobem odlišuje od dvou předchozích případů (severní pól, pás mírných šířek), kde vždy bylo pouze jedno maximum a jedno minimum během roku (viz kapitola 5.1.4 a 5.1.5).

V příslušném souboru na CD lze nalézt animaci, která názorně imituje zdánlivý pohyb Slunce po obloze na rovníku. Způsob konstrukce (viz Obrázek 28) je úplně stejný a je popsán v předchozích dvou kapitolách.

5.1.7. Země a Měsíc

Tato kapitola víceméně opouští téma vzájemných vztahů mezi Zemí a Sluncem. Zaměřuje svoji pozornost na menší soustavu dvou objektů – Zemi a Měsíc. Měsíc je tzv. přirozenou družicí Země, který vznikl hned po vzniku samotné Země, tj. přibližně před 4,5 miliardy let. Existuje hned několik teorií vzniku Měsíce, ale v současné době je vědeckou obcí přijímána tzv. teorie velkého impaktu (viz Obrázek 29).



Obrázek 29: Teorie velkého impaktu [7]

Tato teorie říká, že nejprve došlo ke srážce sotva vzniklé Země s jiným kosmickým tělesem, pravděpodobně planetou. Touto srážkou bylo do vzduchu vyvrženo obrovské množství materiálu, který vlivem gravitační síly Země vytvořil kolem ní prstenc. Postupem času se tento materiál na oběžné dráze zkonsolidoval v Měsíc.

V současné době Měsíc obíhá Zemi levotočivým pohybem v přibližné vzdálenosti 384 400 kilometrů. Oběžná doba Měsíce závisí na úhlu pohledu. V zásadě se rozlišují dva základní typy oběžných dob Měsíce – siderický měsíc a synodický měsíc (viz Obrázek 30).

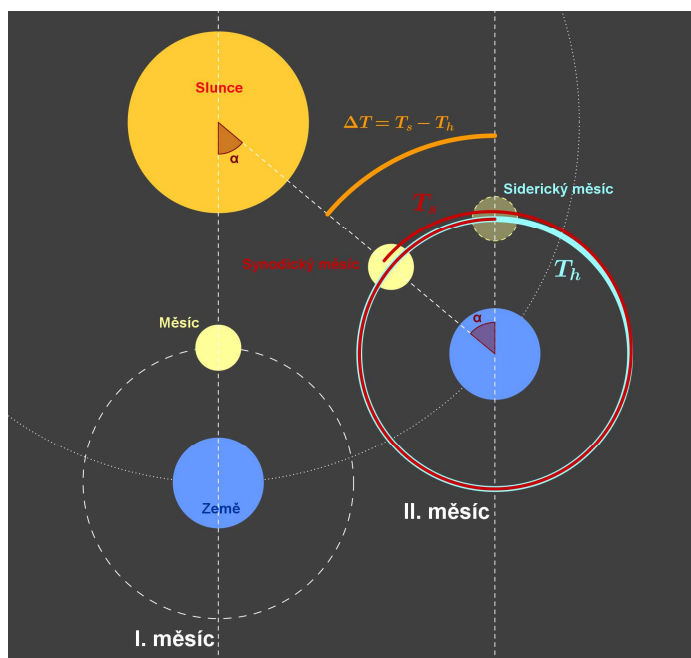
Siderický měsíc

V tomto případě je pohyb Měsíce vnímán vzhledem ke hvězdám. To znamená, pokud se během jednoho kalendářního měsíce nachází Měsíc v daném bodě své oběžné dráhy, tak po uplynutí jedné siderické periody se bude nacházet v témže bodě i následující kalendářní měsíc. Jinak řečeno, siderický měsíc je doba, za kterou Měsíc oběhne svoji oběžnou dráhu právě jednou. Tato oběžná doba přibližně trvá 27,3 dne (T_h na obrázku).

Synodický měsíc

Naopak v tomto případě je pohyb Měsíce brán vzhledem k Slunci. Z důvodu revolučního pohybu Země a relativní blízkosti Slunce oproti ostatním hvězdám se zásadně mění pozice Měsíce vůči Slunci. Celá situace je znázorněna na obrázku níže (viz Obrázek 30). Během jednoho měsíce nastává okamžik, kdy se Měsíc nachází mezi Sluncem a Zemí v jedné svislé rovině. Po uplynutí jedné synodické periody nastane tentýž jev, ale o něco později než u siderického měsíce. Během doby, kdy Měsíc obíhá Zemi, se zároveň Země o kus posune na své cestě kolem Slunce. Proto Měsíc musí ještě „doběhnout“

do výše zmíněné pozice. Synodický měsíc tedy trvá 29,5 dne (T_s), tudíž rozdíl oproti siderickému činí 2,2 dne (ΔT).



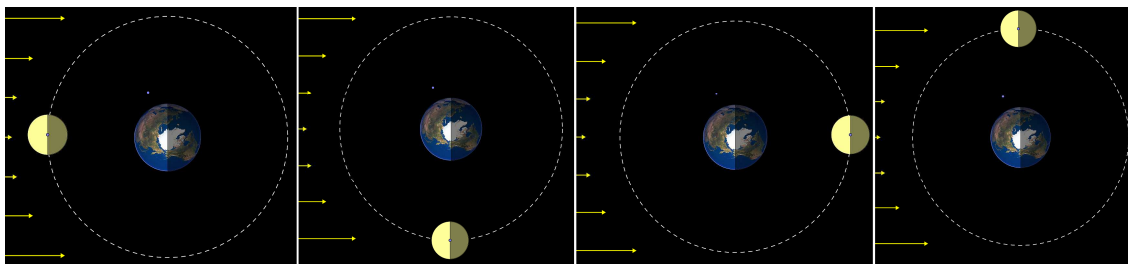
Obrázek 30: Oběžná doba Měsíce

Pokud jde o pozorovatele na Zemi, tak ten dokáže bez větších problémů vnímat pohyb Měsíce vůči Slunci, tedy synodický Měsíc. Kromě toho, že od synodického měsíce byla odvozena délka kalendářních měsíců, tak je jeho délka ještě také totožná s délkou tzv. lunárního cyklu, který poměrně významně ovlivňuje život na Zemi.

Následující text se již výhradně zabývá pouze lunárním cyklem a jeho důsledky. Tak jak Měsíc obíhá kolem Slunce, postupně nastávají jednotlivé fáze lunárního cyklu (viz Obrázek 31). Těmito fázemi se rozumí specifické polohy Měsíce v soustavě tří těles – Slunce, Země, Měsíce. Celkem jsou tyto fáze čtyři a nazývají se nov, první čtvrt', úplněk, třetí čtvrt'.

Nov

Ve fázi novu se Měsíc nachází mezi Sluncem a Zemí. Mohlo by se zdát, že leží v jedné přímce, ale přesnější je vyjádření, že všechna tři tělesa leží v jedné svislé rovině. Příčina a význam tohoto tvrzení jsou vysvětleny o několik stran dále (viz kapitola 5.1.9). Teď stačí vědět, že tato fáze je považována za začátek každého lunárního cyklu.



Obrázek 31: Fáze Měsíce, zleva doprava - nov, první čtvrt', úplněk, třetí čtvrt'

První čtvrt'

Název této fáze přesně odpovídá dráze, kterou Měsíc již urazil od počátku lunárního cyklu (novu). Měsíc má za sebou právě jednu čtvrtinu své oběžné dráhy a již se tedy nenachází v jedné společné svislé rovině. Jeho pozice je zachycena na obrázku výše.

Úplněk

Fáze úplňku nastává přesně v půlce lunárního cyklu. Měsíc se opět nachází v jedné společné svislé rovině se dvěma zbývajícími tělesy, ale tentokrát je Země mezi Sluncem a Měsícem.

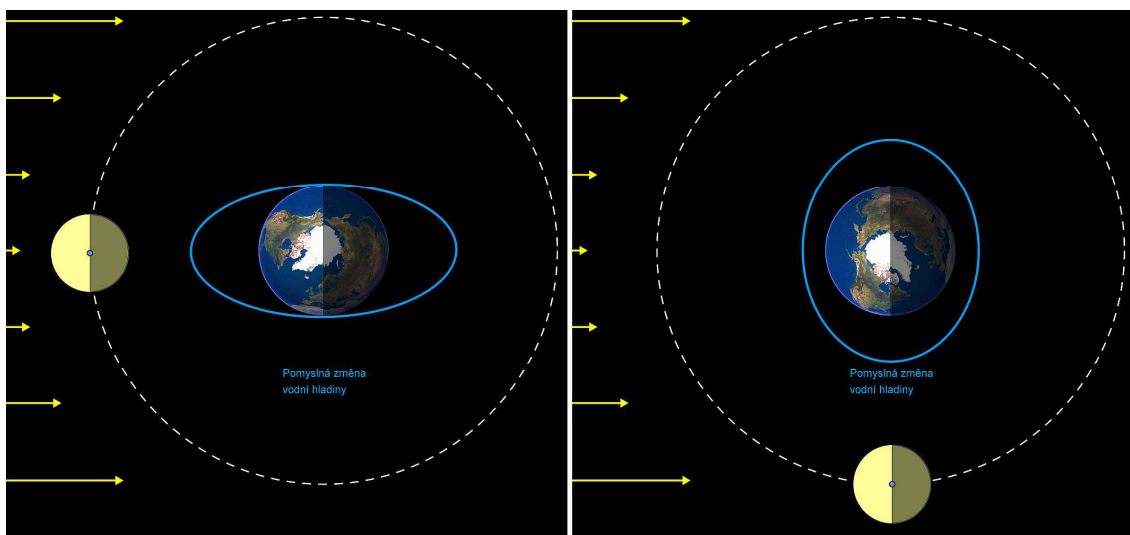
Třetí čtvrt'

Fáze třetí čtvrti je velmi podobná s první čtvrtí. Poloha Měsíce v soustavě Slunce, Země, Měsíc má takřka stejné parametry jako jeho poloha během fáze první čtvrti. S tím rozdílem, že nyní má Měsíc za sebou tři čtvrtiny své oběžné dráhy.

Po třetí čtvrti má Měsíc před sebou poslední čtvrtinu své oběžné dráhy, po jejímž překonání se Měsíc bude opět nacházet ve fázi novu, čímž se dovrší jeden lunární cyklus a zároveň začne druhý. Model tohoto cyklu v pohybu si lze prohlédnout v příslušné animaci na CD, kde se postupně ukazují jednotlivé fáze Měsíce. Zvolená oběžná rychlost Měsíce a rotace Země jsou ve stejném poměru jako ve skutečnosti. V animaci je i možné zobrazit důsledky pohybu Měsíce kolem Země, které jsou však do jisté míry ovlivněny i Sluncem. Jedná se tzv. slapové jevy (viz Obrázek 32).

Země si svou gravitační silou drží Měsíc a nutí ho kolem sebe obíhat. Měsíc má ale také svoji gravitační sílu, kterou působí na Zemi. Na Zemi rovněž působí gravitační síla Slunce. Ačkoli je Měsíc nesčetněkrát menší než Slunce, v tomto případě hraje prim díky své relativně malé vzdálenosti od Země. Tyto gravitační síly působí na celou Zeměkouli a vše, co se na ní nachází, bez rozdílu, jestli jde o kámen, strom či člověka.

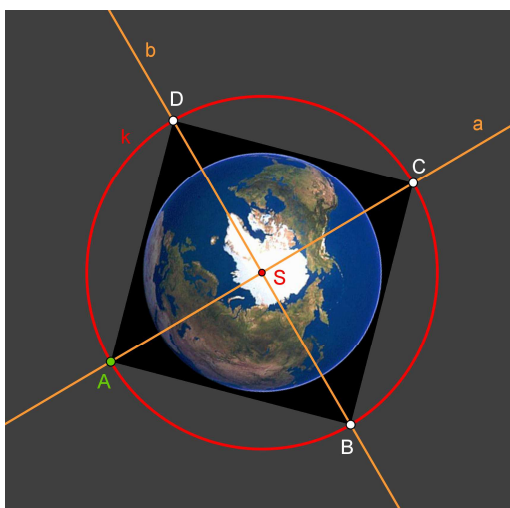
Nejvíce patrným důsledkem působení těchto sil zřejmě však budou slapové jevy neboli změna výšky hladiny moří. Na obrázku výše je tato změna znázorněna pomyslnou modrou elipsou. Voda se vždy dme směrem k Měsíci. Výška dmutí závisí na mnoha faktorech. Na otevřeném moři dochází k nejmenšímu dmutí, maximálně do jednoho metru. K největšímu dmutí dochází v blízkosti pevniny v zálivech, jeden z největších přílivů lze pozorovat v zálivu Fundy v Kanadě, kde rozdíl mezi přílivovou a odlivovou hladinou moře činí 15 – 18 metrů. Také záleží, v jaké fázi lunárního cyklu se Měsíc nachází. Ve fázi novu a úplňku dochází k tzv. skočnému přílivu, kdy gravitační síly Slunce a Měsíce působí v navzájem rovnoběžném směru („sčítají se“), čímž se výška dmutí zvyšuje. Naopak ve fázích první a třetí čtvrti tyto gravitační síly působí v na sebe navzájem kolmém směru („odečítají se“) a dochází k tzv. hluchému přílivu, a proto výška dmutí není tak vysoká jako během skočného přílivu. Tyto dva typy přílivů se tedy střídají v návaznosti na měsíční fáze, tudíž perioda mezi dvěma skočnými, resp. hluchými, přílivy v jenom místě na Zemi je necelých 15 dní. Pokud však bude brán v úvahu jakýkoli příliv (odliv), tak v důsledku rotace Země je jeho perioda 12 hodin 25 minut 14 sekund. Ve stejném místě na Zemi je tedy interval mezi přílivem a odlivem dlouhý 6 hodin 12 minut 37 sekund. Jak se mění poloha a tvar elipsy značící pomyslnou změnu hladiny moře, je vidět v již zmíněné animaci na CD.



Obrázek 32: Slapové jevy, vlevo – skočný příliv (odliv), vpravo – hluchý příliv (odliv)

Konstrukce této animace se skládá ze dvou částí. První jednodušší část zahrnovala konstrukci obíhajícího Měsíce kolem rotující Země. Základem celé animace je kružnice o , která tvoří oběžnou dráhu Měsíce. Na tuto kružnici byl umístěn bod M ,

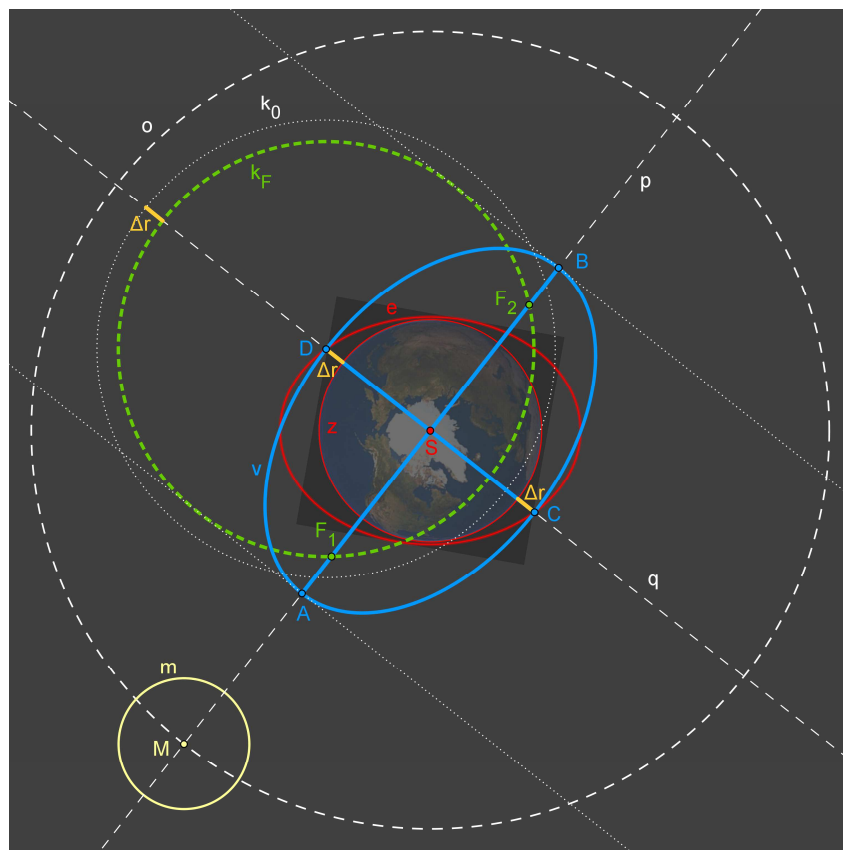
který je středem kruhu představující Měsíc. Do této fáze se konstrukce velmi podobá konstrukci animace prvního Keplerova zákona (viz kapitola 5.1.1). Dalším krokem se už poměrně liší. Pro sestrojení Země nebyl použit kruh, nýbrž obrázek, který zachycuje Zemi při pohledu na severní pól. Tento obrázek byl následně uchycen k bodům, jak je vidět na následujícím obrázku (viz Obrázek 33). Zprvce byla narýsována kružnice k se středem S a požadovaným poloměrem r . Poté byla sestrojena přímka $a = AS$, čímž vznikl průměr AC kružnice k . Na obrázku je ještě přímka b , pro niž platí $S \in b \wedge a \perp b$. Tak vznikl průměr BD . Body A, B, C, D jsou vrcholy čtverce vepsaného do kružnice k , ke kterým jsou přichyceny rohy obrázku Země. Vzhledem k postupu této konstrukce lze pohybovat bodem A po kružnici k , čímž se otáčí i ostatní body B, C, D kolem bodu S včetně samotného vloženého obrázku Země.



Obrázek 33: Rotace obrázku v GeoGebře

Rychlost animace v_M bodu M byla v jeho *vlastnostech* v záložce *Algebra* nastavena na 0,2. Aby rychlost oběhu bodu M (Měsíce) byla v poměru s rotací obrázku (Země), tak byla rychlost animace v_A bodu A stanovena na 5,9, protože pokud bod M oběhne kružnici o právě jednou, tak bod A musí kružnici k oběhnout 29,5 krát (synodický měsíc). Proto platí:

$$v_A = 29,5 \cdot v_M = 29,5 \cdot 0,2 = 5,9$$



Obrázek 34: Země a Měsíc – konstrukce

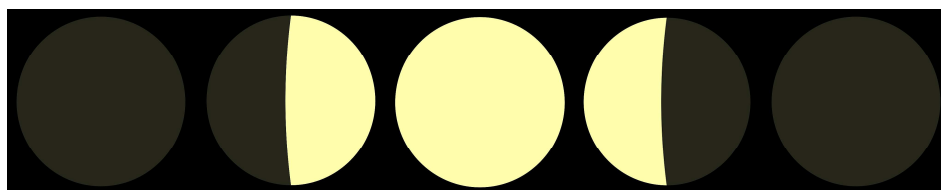
Druhou dílčí konstrukcí byla konstrukce elipsy v , která znázorňuje pomyslnou změnu vodní hladiny (viz Obrázek 34). Kružnice z se středem S má takový poloměr, aby co nejpřesněji vystihla obrys Zeměkoule na obrázku. Dalším esenciálním prvkem konstrukce je elipsa e , jejíž střed je totožný se středem S kružnice z a délka její vedlejší osy je téměř shodná s délkou průměru kružnice z . Parametry této elipsy jsou stálé, tudíž během animace nedochází ke změně tvaru či velikosti. Dále byla sestrojena přímka $p = MS$, přičemž bod M je libovolný bod, pro který musí platit $M \in o$. Na této přímce bude později ležet hlavní osa elipsy v . Prvně ale musela být narýsována přímka q , pro níž platí $S \in q \wedge p \perp q$. Průsečíky této přímky s elipsou e jsou označeny C a D , neboli $\{C, D\} = e \cap q$. Takto zkonstruovaná úsečka CD je považována za vedlejší osu elipsy v , jejíž délka se mění při pohybu bodu M po kružnici o . Tato změna je pro zjednodušení na obrázku znázorněna úsečkou, která nese označení Δr . Délka této úsečky je v podstatě přímo závislá na vzdálenosti mezi kružnicí z a elipsou e a platí pro ni $\Delta r \in \langle r_{\min}, r_{\max} \rangle$. Pomocí tohoto intervalu je definován i poloměr kružnice k_F

se středem D , jejíž průsečíky s přímkou p určují ohniska F_1, F_2 elipsy v . Následně mohla být zkonstruována elipsa v pomocí nástroje *Elipsa*. Pokud by středem této kružnice byl bod S , tak by na základě vlastností charakteristického trojúhelníka F_1SD (resp. F_2DS) určila na přímce p hlavní osu AB elipsy v . Tento postup se zdá geometricky logičtější, ale pro narýsování elipsy v programu GeoGebra pomocí nástroje *Elipsa* jsou mezi vstupními informacemi požadovány ohniska elipsy. Proto byl zvolen postup, jaký je vidět na obrázku.

Na závěr zbývá vysvětlit proč byl zvolen takový poměrně složitý postup konstrukce této animace. Cílem bylo vytvořit elipsu znázorňující pomyslnou změnu vodní hladiny, aby tato změna působila věrohodně. K tomu právě posloužila úsečka $\Delta r \in \langle r_{\min}, r_{\max} \rangle$, kdy nejmenší délky r_{\min} nabývá, pokud hlavní osa elipsy v leží na stejné přímce jako hlavní osa elipsy e (nov, úplněk). Naopak největší délky r_{\max} dosahuje, pokud hlavní osy elips v a e jsou na sebe navzájem kolmé (první a třetí čtvrt'). Zjednodušeně a laicky lze změny tvaru elipsy v popsat následovně – o kolik se elipsa zploští ve směru její vedlejší osy, o tolik se roztáhne ve směru její hlavní osy a naopak o kolik elipsa nabyde ve směru vedlejší osy, o tolik se smrští ve směru hlavní osy.

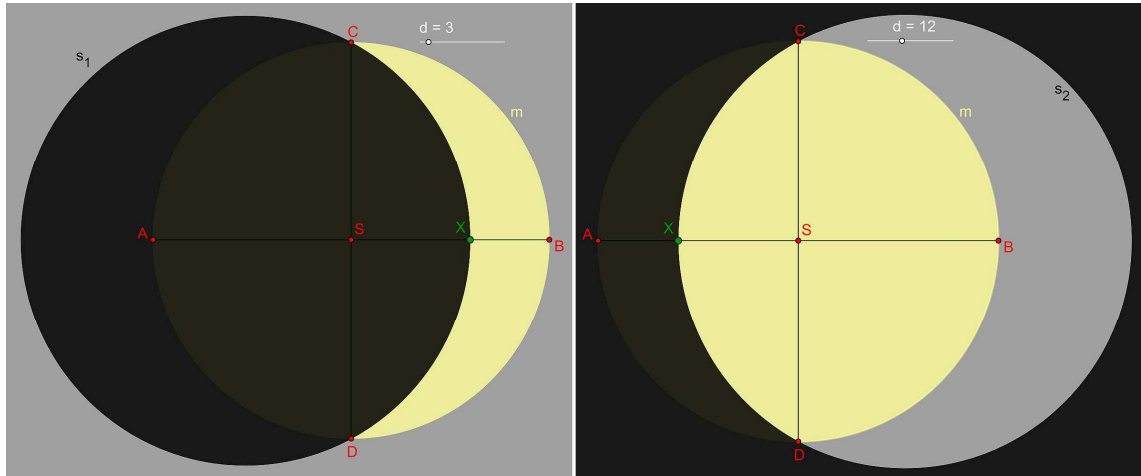
5.1.8. Fáze Měsíce

Tato kapitola bezprostředně navazuje na předchozí kapitolu. Tématem je stále lunární cyklus a jeho fáze, ale úhel pohledu na věc se zcela změnil. Pohyby Měsíce už zde nejsou vnímány v planetárním měřítku, jak v předchozí kapitole, ale pohled se soustředí na fáze Měsíce, jak se jeví vůči pozorovateli na zemském povrchu. Za zmínku stojí, že oběžná doba Měsíce (synodický měsíc) je shodná s dobou jednoho otočení kolem jeho osy, tudíž ze Země je stále vidět pouze jedna strana Měsíce, tzv. přivrácená strana Měsíce. Jejím opakem je tzv. odvrácená strana Měsíce, který nikdy nikdo ze zemského povrchu nespatří.



Obrázek 35: Fáze Měsíce jak je vidí pozorovatel na Zemi, zleva doprava – nov, první čtvrt', úplněk, třetí čtvrt', nov

V praxi to znamená, že pozorovatel na obloze pozoruje, jakou část povrchu přivrácené strany Měsíce halí stín a jakou její část osvětluje Slunce. Při troše prostorové představivosti to lze i odvodit z obrázků v předchozí kapitole (viz Obrázek 31). Ve fázi novu Slunce osvětluje odvrácenou stranu Měsíce a celou přivrácenou stranu pokrývá stín, tudíž pozorovatel nevidí „nic“ (viz Obrázek 35). Po čtvrtině lunárního cyklu nastává první čtvrt'. Pozorovatel vidí hranici na povrchu Měsíce mezi jeho osvětlenou a neosvětlenou částí. Osvětlená část má tvar písmene D, což bývá používáno jako mnemotechnická pomůcka, podle níž se říká, že Měsíc tzv. dorůstá. To znamená, že osvětlená část Měsíce viditelná ze Země se bude od této chvíle ještě zvětšovat. Zvětšuje se do té doby než Měsíc nedosáhne fáze úplňku. Ten nastává v polovině lunárního cyklu, kdy Slunce osvětluje celou přivrácenou stranu Měsíce, resp. stín pokrývá odvrácenou stranu Měsíce. Od této chvíle přivrácenou stranu začíná opět halit stín a osvětlená část začíná mít tvar písmene C, což znamená, že tzv. couvá. Ve fázi třetí čtvrti stín halí již polovinu přivrácené strany a postupem času ji opět zahalí celou, čímž se Měsíc opět dostane do fáze novu.



Obrázek 36: Fáze Měsíce - konstrukce

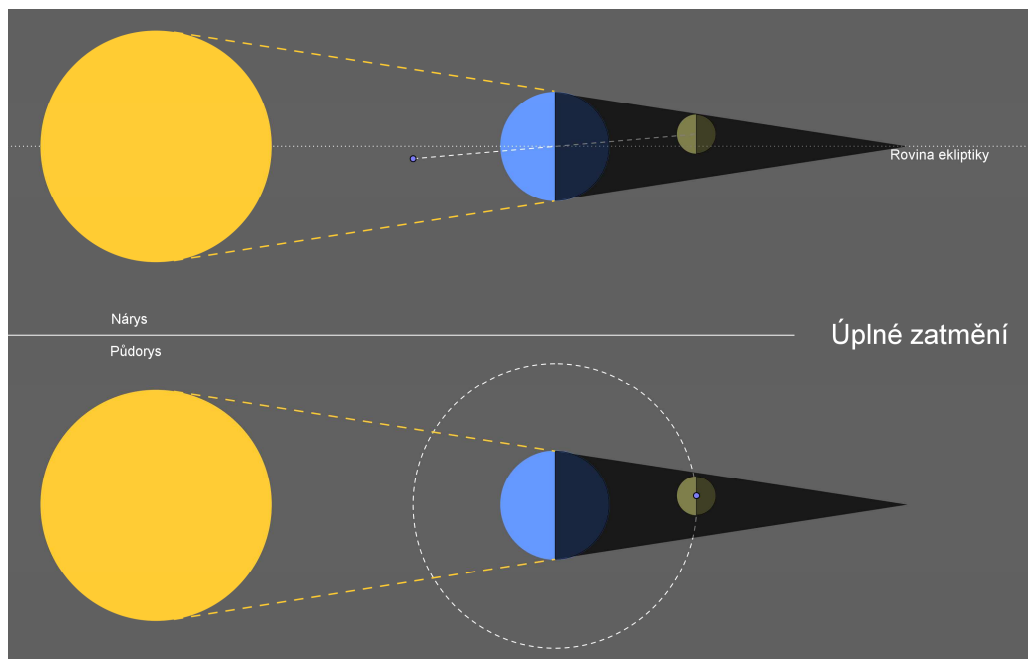
Jak se mění poměr mezi osvětlenou a neosvětlenou částí přivrácené strany Měsíce, je vidět v příslušném souboru na CD. Buď lze pustit animaci nebo pomocí posuvníku zvolit den v měsíci. Ačkoli je synodický měsíc dlouhý 29,5 dne, obrázek pro jednoduchost pracuje s třiceti dny. Konstrukce této animace ale přesto není tak jednoduchá, jak by se na první pohled mohlo zdát (viz Obrázek 36). Obraz Měsíce byl vytvořen pomocí světle žlutého kruhu m se středem S . Ve skutečnosti v programu

GeoGebra lze rýsovat pouze kružnice, které se však mohou stát kruhy změnou *Průhlednosti* objektu v jejich *Vlastnostech*. Dále byly narýsovány dva na sebe kolmé průměry AB a CD . Na průměru AB byl sestrojen bod X , jehož poloha na této úsečce závisí na hodnotě čísla d , která se dá měnit pomocí bílého posuvníku. Pomocí nástroje *Kružnice daná třemi body* byly sestrojeny kružnice s_1 a s_2 určené body C , D , X . Kružnice s_1 a s_2 daly základ plochám, které zakrývají kruh m . V případě kružnice s_1 se jedná o černý kruh (na obrázku vlevo), jehož průhlednost byla snížena tak, aby kruh m lehce prosvítal. Podobně byla vytvořena plocha určená pomocí kružnice s_2 (na obrázku vpravo) s tím rozdílem, že výplň není uvnitř ale vně kružnice. Tohoto efektu se dosáhne zaškrtnutím políčka *Inverzní výplň* na záložce *Styl* ve *Vlastnostech* kružnice s_2 . Obdobně jsou ještě takto vytvořeny další dvě plochy, které už na obrázku nejsou, jelikož se jejich konstrukce principiálně neliší. Z těchto čtyř ploch se vždy zobrazí právě jenom jedna. Interval zobrazení každé plochy je závislý na aktuální poloze bodu X na úsečce AB , resp. na hodnotě čísla d , které udává počet dní od začátku lunárního cyklu (novu).

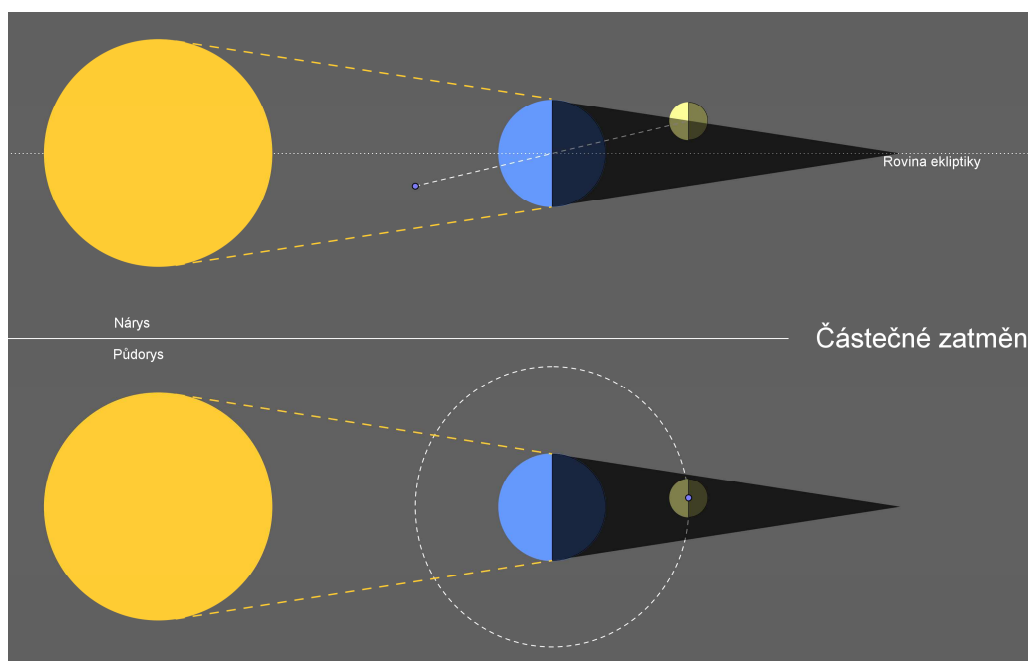
5.1.9. Zatmění Měsíce

Následující dvě kapitoly, včetně této, se zabývají dvěma specifickými vzájemnými polohami Slunce, Země a Měsíce, jejichž důsledkem jsou dva jevy, které lze za určitých podmínek pozorovat ze Země. Jedná se o zatmění Měsíce a zatmění Slunce. Tato kapitola se zabývá prvním jmenovaným.

Zatmění Měsíce nastává, pokud se Země nachází „mezi“ Sluncem a Měsícem, přičemž všechna tato tři vesmírná tělesa leží v jedné „přímce“. Tato striktní a patrně nejznámější definice zatmění Měsíce je poněkud nepřesná, protože na oné pomyslné přímce se nemusí nacházet všechny tři hmotné středy výše zmíněných těles a k zatmění Měsíce může přesto dojít. Daleko přesnější formulací je, že zatmění Měsíce nastává, pokud Měsíc vstoupí do stínu Země, tudíž jeho povrch není osvětlován Sluncem. Z tohoto vyplývá, proč Země musí být „mezi“ Sluncem a Měsícem, resp. Měsíc se nachází v úplňkové poloze (viz Obrázek 37, půdorys). Proč ale zatmění Měsíce tedy nenastává každý měsíc místo jeho úplňku?



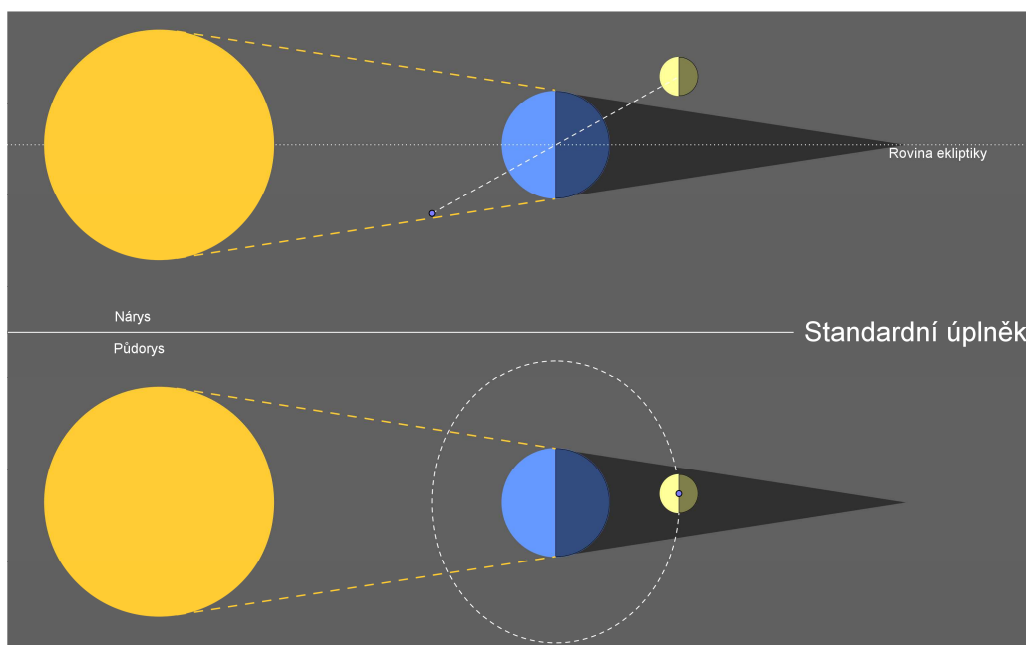
Obrázek 37: Úplné zatmění Měsíce



Obrázek 38: Částečné zatmění Měsíce

Hlavní příčinou tohoto problému je, že rovina oběžné dráhy Měsíce není totožná s rovinou ekliptiky (rovinou oběžné dráhy Země) a svírá s ní úhel o přibližné velikosti $5,2^\circ$. V důsledku revolučního pohybu Země kolem Slunce se poloha této roviny vůči Slunci mění. Proto se čas od času část oběžné Měsíce ocitne ve stínu Země (viz Obrázek 37, nárys). Existuje tzv. saros, což je perioda dlouhá 18 let a 11 dní. Pokud v daném místě na Zemi a v daný čas je pozorováno zatmění Měsíce, za tuto dobu

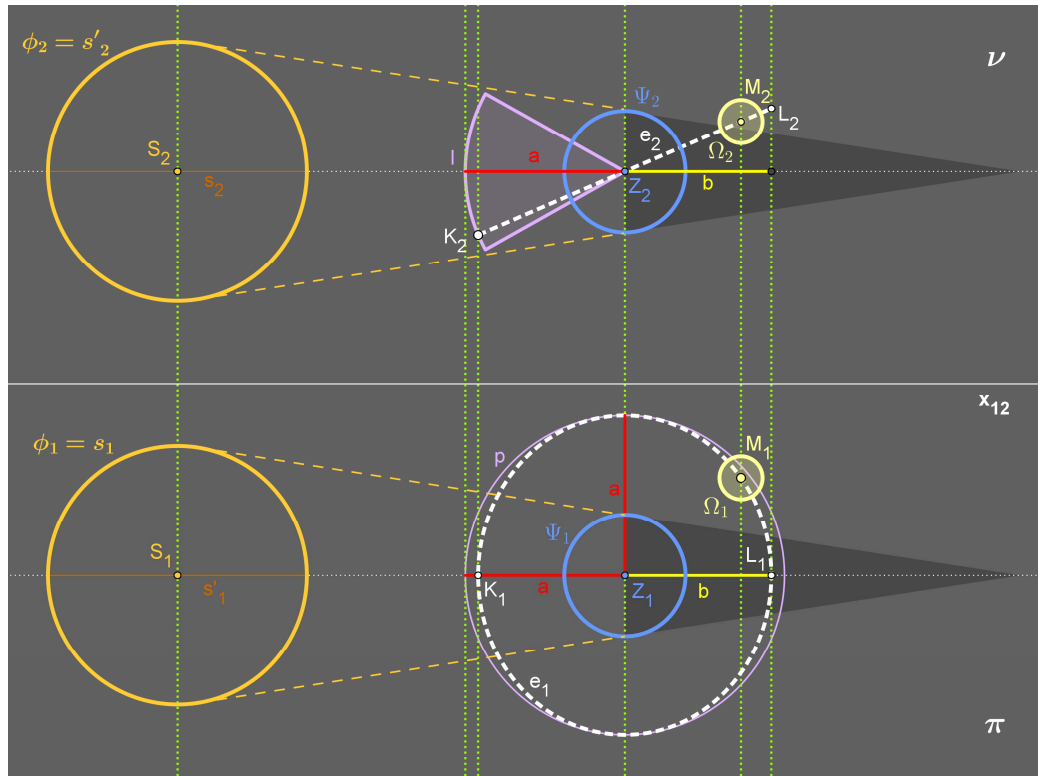
bude v témže místě a čase možné pozorovat to samé druhé zatmění. Jinými slovy – konstelace Slunce, Země a Měsíce bude úplně stejná jako před 18 lety a 11 dní. Ovšem pozor, saros není perioda mezi dvěma po sobě jdoucími zatměními Měsíce z globálního hlediska. Během této periody nastává více zatmění Měsíce, která se však od sebe liší svým průběhem. Ne vždy musí dojít k tzv. úplnému zatmění Měsíce (Obrázek 37), ale může se stát, že stín Země bude halit pouze část Měsíce a nastane tzv. částečné zatmění (Obrázek 38). Z většiny případů je ale rovina oběžné dráhy Měsíce vůči Slunci v takové pozici, že dochází pouze k úplňku (Obrázek 39). Doplnující obrázky k textu jsou získány z příslušné animace na CD, která se snaží vizuálně přiblížit výše popsany jev – zatmění Měsíce.



Obrázek 39: Běžný úplněk

Konstrukce animace vztahující se k tomuto problému je poměrná složitá, proto jsou v následujícím textu uvedeny pouze její hlavní body a nástin hlavní myšlenky. Při konstrukci bylo využito tzv. Mongeova promítání, které své uplatnění nachází hlavně v deskriptivní geometrii a technickém kreslení. Princip tohoto promítání spočívá ve využití rovnoběžného pravouhlého průmětu daného objektu v prostoru na dvě na sebe navzájem kolmé roviny – nárysnu ν a půdorysnu π . Nárysna je vůči danému objektu ve svislé poloze a promítá se na ni jeho nárys, neboli pohled na objekt „zepředu“. Půdorysna leží vůči danému objektu ve vodorovné poloze a promítá se na ni půdorys, resp. pohled na objekt „seshora“. Obě průmětny jsou

tzv. sdruženy, neboť jedna je o 90° sklopena do roviny druhé průmětny. Hranici mezi nárýsnou ν a půdorysnou π tvoří osa x (ozn. x_{12}). Každý bod v prostoru je pak v tomto promítání určen tzv. sdruženými průměty, tj. dvěma body, jejichž spojnice (ordinála) je kolmá k přímkce x_{12} .



Obrázek 40: Zatmění Měsíce – konstrukce

Příklad sdružených průmětů vzhledem k následujícímu obrázku (Obrázek 40):

Body S_1 a S_2 jsou sdruženými průměty, kterými je v prostoru určen bod S . Mohlo by se zdát, že kružnice s_1 a s'_2 jsou také sdruženými průměty nějaké kružnice v prostoru. To však není možné, protože kružnice s_1 v půdorysně π se v nárýsně ν jeví jako úsečka s_2 . Podobně kružnice s'_2 v nárýsně ν má v půdorysně π sdružený průmět v podobě úsečky s'_1 . Kružnice s_1 a s'_2 ve skutečnosti reprezentují sdružené průměty koule Φ , která představuje Slunce.

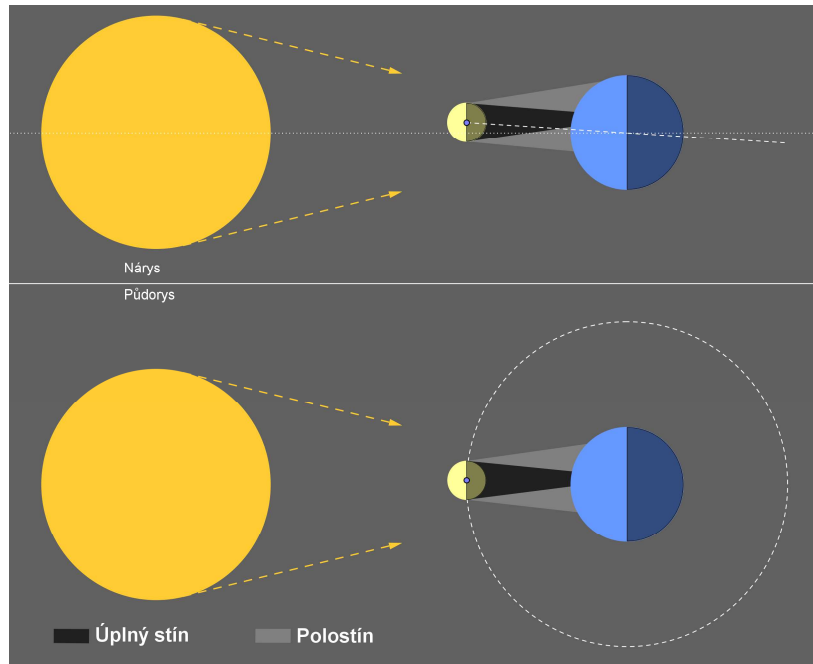
Analogicky byly sestrojeny sdružené průměty Ψ_1 a Ψ_2 koule Ψ představující Zemi. Středem této koule je bod Z . Následně byl v nárýsně sestrojen kruhový oblouk l , který je částí kružnice o poloměru a , jak je možné vidět na obrázku. Na tomto oblouku byl sestrojen libovolný bod K_2 , který se po něm může libovolně pohybovat. Poté se

sestrojila úsečka $e_2 = K_2L_2$, pro níž platí, že bod Z_2 je jejím středem. Úsečka e_2 je nárysem oběžné dráhy Měsíce a pomocí ní se simuluje změna její polohy vůči Slunci během revolučního pohybu Země. Dále byly pomocí ordinál získány sdružené průměty K_1 a L_1 v půdorysně. Vzdálenost ordinály L_1L_2 a Z_1Z_2 byla označena jako b . Elipsa e_1 , představující oběžnou dráhu Měsíce v půdorysně, byla narýsována pomocí vzdáleností a a b , které představují délky jejích poloos. Z vlastností Mongeova promítání a způsobu provedení konstrukce vyplývá, že elipsa e_1 v půdorysně π je sdruženým průmětem úsečky e_2 v nárysně ν . Na elipse e_1 byl sestrojen libovolný bod M_1 , který je středem kružnice Ω_1 . Sdruženým průmětem bodu M_1 je bod M_2 na úsečce e_2 , čímž je určena kružnice Ω_2 . Kružnice Ω_1 a Ω_2 jsou sdruženými průměty koule Ω , která představuje Měsíc. Kuželovitý stín Země byl nakonec vytvořen pomocí dvou shodných trojúhelníků.

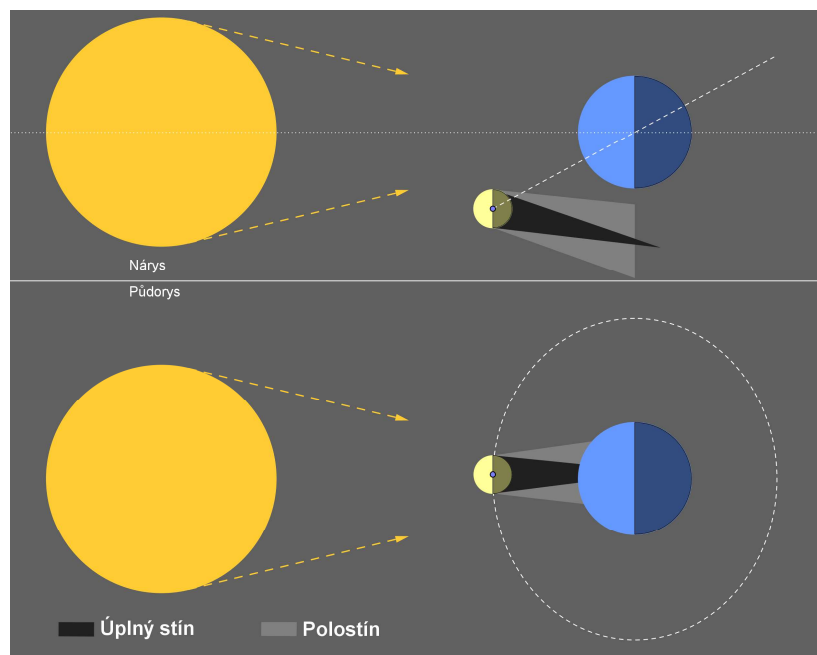
Závěrem nutno dodat, že obrázek (resp. animace) nezohledňuje poměr velikostí mezi jednotlivými vesmírnými tělesy – Sluncem, Zemí a Měsícem. I poměr vzdáleností mezi nimi není dodržen. V důsledku těchto úprav ani neodpovídá délka oblouku l , po kterém se pohybuje bod K_2 a určuje tak polohu roviny oběžné dráhy Měsíce ke Slunci. Podle skutečných údajů by měl oblouk l příslušet středovému úhlu o velikosti $\alpha = 2 \cdot 5,2^\circ = 10,4^\circ$, zde byl zvolen víceméně náhodně. Nicméně tyto úpravy mají pouze jediný cíl, aby animace byla co nejvíce přehledná a dokázala vizuálně vysvětlit princip zatmění Měsíce.

5.1.10. Zatmění Slunce

Zatmění Slunce je druhým zajímavým úkazem, které rovněž nastává při specifické poloze Slunce, Země a Měsíce, jako tomu bylo u zatmění Měsíce. Jenže tentokrát Měsíc vstupuje mezi Slunce a Zemi, na kterou vrhá svůj stín (viz Obrázek 41). V oblasti na Zemi, kam dopadá tzv. úplný stín, je pozorovatelné úplné zatmění Slunce. V okolí této oblasti, kam dopadá tzv. polostín, lze pozorovat částečné zatmění Slunce. Pouze pro doplnění, může nastat i tzv. prstencové zatmění Slunce a sice, pokud kužel úplného stínu nedosáhne zemského povrchu a na Zemi dopadá pouze polostín. Tuto možnost ale příslušná animace na CD nezohledňuje.



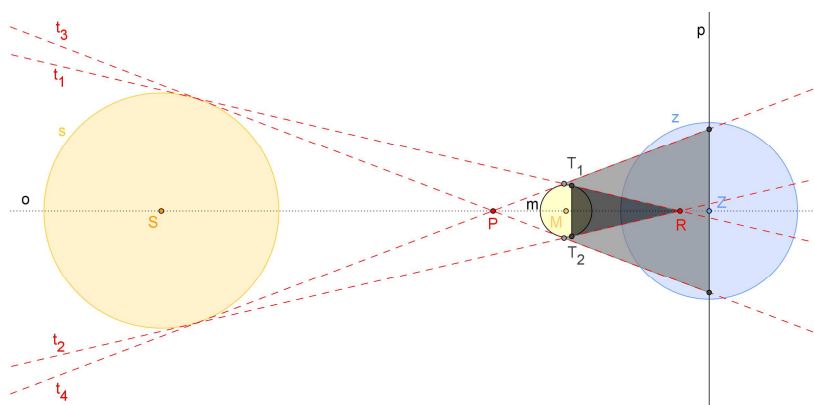
Obrázek 41: Zatmění Slunce



Obrázek 42: Běžný nov

Jak vyplývá z předchozích obrázků, zatmění Slunce může nastat pouze, když se Měsíc nachází ve fázi novu (Obrázek 41, půdorys). Zároveň však oběžná dráha Měsíce musí být v takové poloze vůči Slunci, aby Měsíc vrhal svůj stín na Zemi. Pokud tomu tak není (viz Obrázek 42, nárys), nastává pouze běžný nov. Kuželovitý stín Měsíce se totiž v tomto případě promítá mimo zemský povrch. Z tohoto principu vyplývá,

že může docházet k různým zatměním Slunce, resp. záleží, v jaký čas a na jaké místo dopadá stín Měsíce. Doba mezi dvěma identickými zatměními, tzn. stín dopadá na stejné místo ve stejný čas, je rovněž saros, jak tomu bylo i u zatmění Měsíce (viz kapitola 5.1.9).

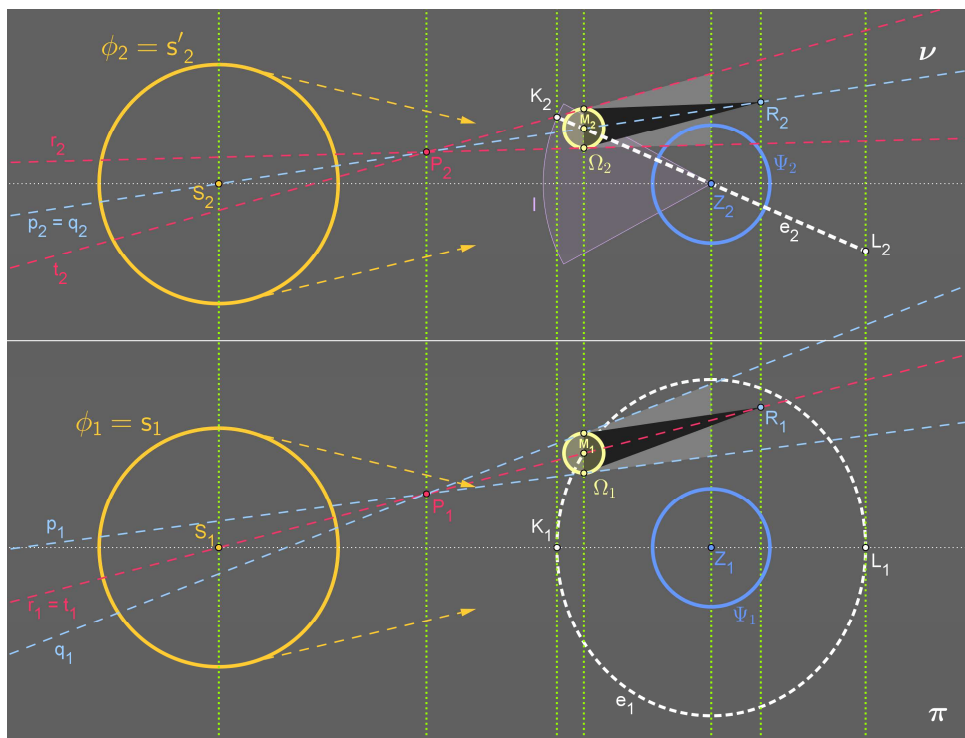


Obrázek 43: Přesná konstrukce zatmění Slunce

Pokud by na celou situaci během zatmění Slunce bylo nahlíženo přesně z matematického hlediska, na řezu by se hranice stínů jevily jako tečny kružnic představující Slunce a Měsíc (viz Obrázek 43). V podstatě nezáleží jakou polohu má rovina řezu na obrázku. Může být rovnoběžná s půdorysnou či nárýsnou anebo může mít jakoukoli polohu, přičemž ale přímka (osa) o musí ležet v této rovině. Výsledný obrázek by byl při stejném značení vždy stejný, jelikož středy kružnic S , M , Z představující Slunce (s), Měsíc (m) a Zemi (z) leží na přímce o , která tímto může být považována za osu celého obrázku. Rotací řezu kolem osy o by se získal prostorový model zatmění Slunce. Kuželová plocha určená rotací vnějších tečen t_1 a t_2 kružnic s a m má vrchol v bodě R . Pomocí tohoto bodu a bodů dotyku T_1 a T_2 tečen t_1 a t_2 je určen rovnoramenný trojúhelník T_1T_2R , jehož rotací vznikne kuželovitý stín Měsíce. Rotací vnitřních tečen t_3 a t_4 , které se protínají v bodě P , vznikne druhý kužel, jehož komolá část představuje polostín vytvářený Měsícem. Jelikož se tato kuželová plocha rozevírá do nekonečna, na obrázku je vidět její řez (šedý nekonvexní pětiúhelník) omezen přímkou p .

Dynamická animace na CD, která se snaží vizuálně vysvětlit princip zatmění Slunce, tohoto přesného postupu nevyužívá, ale vychází z něj (viz Obrázek 44). Způsob konstrukce nárýsů a půdorysů koulí Φ , Ψ , Ω představující Slunce, Zemi a Měsíc je úplně stejný jako v předchozí animaci popisující zatmění Měsíce (viz kapitola 5.1.9).

Stejně tak je identická konstrukce nárysu a půdorysu oběžné dráhy Měsíce, proto nemá smysl zde znovu uvádět způsob využití Mongeova promítání.



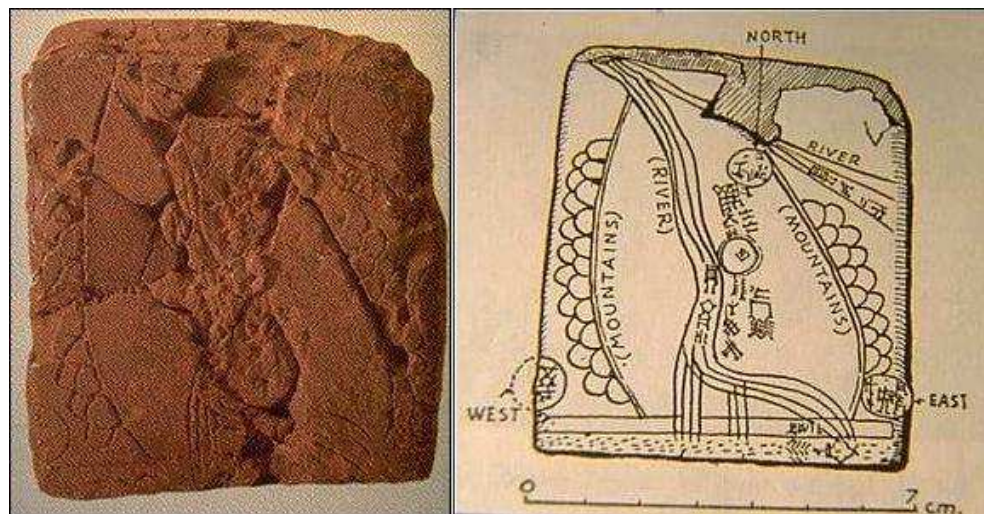
Obrázek 44: Zatmění Slunce - konstrukce

Místo toho je v následujícím textu rozebrán pouze způsob konstrukce stínu Měsíce, který, jak již bylo řečeno, neodpovídá přesné matematické konstrukci pro tento problém. Hlavním důvodem, proč byla opuštěna tato myšlenka, byly proporce a vzdálenosti kružnic reprezentující jednotlivá tělesa, díky kterým byl stín Měsíce příliš malý a měl nevhodný tvar. Kvůli těmto nežádoucím parametrům stín ani zdaleka neprotínal kružnice Ψ_1 a Ψ_2 , což je však nezbytné pro vysvětlení zatmění Slunce. Naopak úpravou velikostí a vzdáleností kružnic, aby stín dosáhl „povrchu Země“, vznikaly obrázky, které nebyly natolik přehledné a transparentní, aby se pomocí nich dalo srozumitelně vysvětlit zatmění Slunce. Proto nakonec bod P , který je v předchozím textu původně chápan jako průsečík vnitřních společných tečen kružnic s a m , byl libovolně zvolen na přímce MS . Na obrázku níže (Obrázek 44) je vidět jeho půdorys P_1 a nárys P_2 . Bodem P prochází čtyři přímky p, q, r, t , které se tváří jako tečny ke kulové ploše Ω . Jedná se ale pouze o přímky určené pomocí bodu P a průsečíků ordinály M_1M_2 s kružnicemi Ω_1 a Ω_2 . Vzhledem k velikosti těchto kružnic lze tečné body zaměnit za tyto průsečíky a výsledný efekt bude takřka stejný. Půdorysy a nárysy

přímek p, q, r, t určují polostín vytvářený Měsícem, který je omezen ordinálou Z_1Z_2 , aby nezakrýval velkou část obrázku. Úplný stín Měsíce je určen pomocí dvou černých trojúhelníků, které byly sestrojeny pomocí těch samých průsečíky ordinály M_1M_2 s kružnicemi Ω_1, Ω_2 a bodů R_1, R_2 . Bod R_1 v půdorysně π je obrazem bodu P_1 ve středové souměrnosti se středem v bodě M_1 , stejně tak je bod R_2 v nárysně ν obrazem bodu P_2 ve středové souměrnosti se středem v bodě M_2 .

Tímto jevem je uzavřena kapitola *Přírodní obraz Země* (5.1), která se snažila problematiku spadající do této oblasti vysvětlit zajímavějším způsobem, který by zároveň měl mít i větší přínos pro výuku zeměpisu než pouhé memorování textu nazpaměť.

5.2. Geografické informace, zdroje dat, kartografie, topografie



Obrázek 45: Hliněná destička s mapou severu Mezopotámie [14]

Schopnost orientovat se v prostoru je stará jak lidstvo samo. Dokonce pravěký lovec musel vědět kudy vedla cesta, po které kráčeli mamuti, jinak by to pro něj mělo fatální následky. Postupem času se rozvinula schopnost zakreslit své nejbližší okolí, jak to dokladuje nejstarší dochovaná mapa (viz Obrázek 45) z období 2500 až 2200 let př. n. l. Mapa byla nalezena při vykopávkách v městě Gasur a zachycuje sever tehdejší Mezopotámie. Doba samozřejmě pokročila a dnes existuje systém GPS a řada moderních map, ale schopnost orientace v nich jaksi klesla. Především získat nějaké geografické informace z mapy je nejenom pro žáky základních škol téměř nadlidský úkol. Příklady uvedené v této kapitole se zaměřují právě na rozvoj těchto schopností.

Přehled řešených problémů (Názvy a pořadí odpovídá souborům na CD)

Zeměpisná souřadnicová síť

Měření vzdáleností v mapě

Jak měřit linie v mapě?

Jak měřit plochy v mapě? – 1. část

Jak měřit plochy v mapě? – 2. část

Orientační běh – 1.část

Orientační běh – 2.část

5.2.1. Zeměpisná souřadnicová síť

Prvním problémem řešeným v této kapitole je zeměpisná soustava souřadnicové sítě. Někomu by se mohlo zdát, že tato problematika by měla patřit do kapitoly *Přírodní obraz Země* (5.1), ale v té byly rozebírány jevy, které nastávají bez zásahu člověka, resp. jsou důsledkem působení přírodních faktorů, které člověk nemůže ovlivnit. V této kapitole jsou však uvedeny věci, které sice částečně vycházejí z těchto důsledků, ale jednoznačně byly vytvořeny člověkem. Hlavním důvodem jejich vytvoření bylo, že člověk se chtěl dozvědět o své domovské planetě a svém bezprostředním okolí co nejvíce informací. Aby se v takovém velkém množství informací neztratil, potřeboval je kvantifikovat, čímž logicky opustil myšlenku nepravidelného přírodního obrazu Země a nahradil (aproximoval) ji referenčními plochami geometrických těles, které mohl vyjádřit pomocí matematických rovnic [10]. Rázem člověk mohl pomocí adekvátní soustavy souřadnic jednoznačně matematicky určit jakýkoli bod na referenční ploše. Patrně nejznámějším typem takové soustavy souřadnic je zeměpisná souřadnicová síť, která k určení bodu využívá tzv. zeměpisnou šířku a tzv. zeměpisnou délku. Jak tyto souřadnice pracují, je v následujícím textu vysvětleno na nejjednodušší aproximaci zemského tělesa – na kulové referenční ploše.

Na obrázku na další straně (Obrázek 46) je v nárysu zachycen pohled na východní polokouli a v půdorysu na severní polokouli kulové referenční plochy. V souvislosti s tímto obrázkem jsou definovány následující zeměpisné souřadnice.

Zeměpisné souřadnice

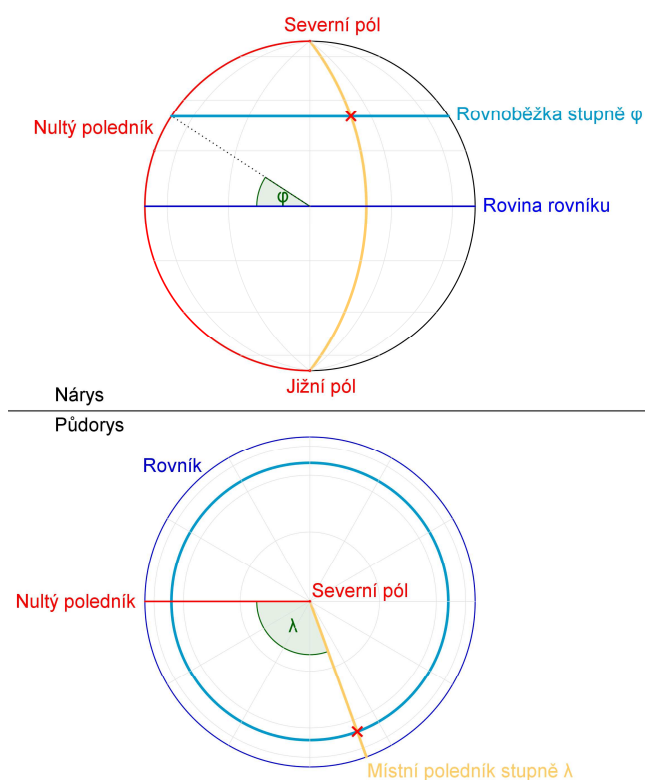
a) *Zeměpisná šířka*

Zeměpisná šířka se standardně označuje řeckým písmenem φ a je jí myšlen úhel mezi rovinou rovníku a normálou v daném bodě na kulové referenční ploše (viz Obrázek 46, nárys). Body daného stupně φ vytváří kružnici ležící v rovině, která je rovnoběžná s rovinou rovníku – má horizontální směr. V takovém případě se mluví o rovnoběžce stupně φ . Zeměpisná šířka může nabývat hodnoty $\varphi \in (0^\circ, 90^\circ)$ na severní polokouli a mluví se o severní zeměpisné šířce (s.z.š). Na jižní polokouli pro zeměpisnou šířku platí $\varphi \in (-90^\circ, 0^\circ)$. Znaménko minus zde vyjadřuje opačnou orientaci tohoto úhlu

než, jaká je na severní polokouli. V praxi se však znaménko minus běžně neuvádí a stačí pouze dovětek jižní zeměpisná šířka (j.z.š). Hranici mezi těmito dvěma polokoulemi tvoří rovník ($\varphi = 0^\circ$)

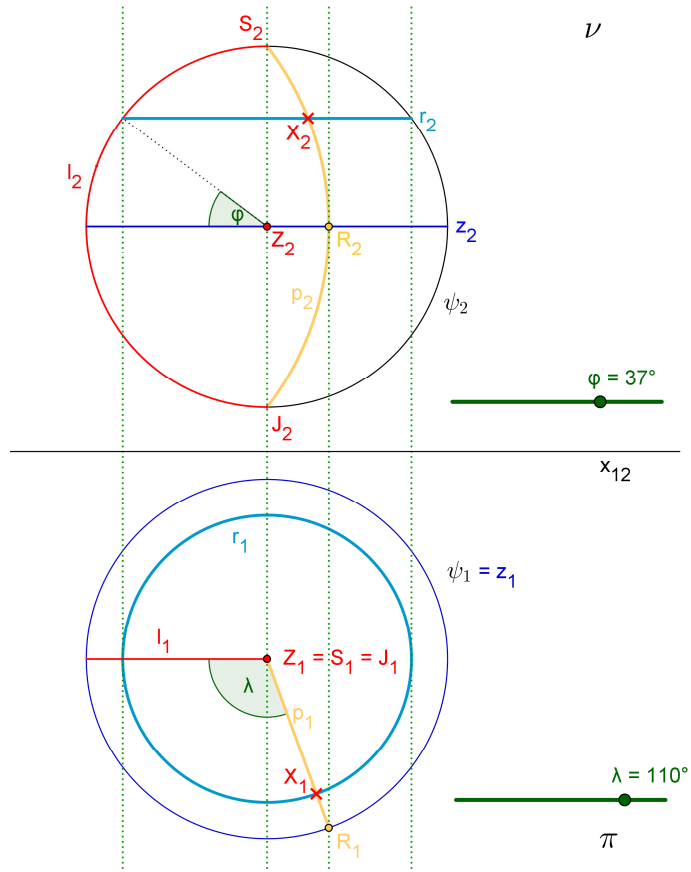
b) Zeměpisná délka

Zeměpisná délka se běžně označuje řeckým písmenem λ . Jedná se o úhel, který svírá rovina nultého poledníku s rovinou místního poledníku procházejícího daným bodem na referenční kulové ploše (viz Obrázek 46, půdorys). Poledník je nejkratší spojnice severního a jižního pólu – má vertikální směr – a v tomto případě to je půlkružnice. Nultý poledník ($\lambda = 0^\circ$) společně se stoosmdesátým poledníkem ($\lambda = 180^\circ$) rozděljuje Zeměkouli na východní a západní polokouli. Z toho vyplývá, jakých hodnot může zeměpisná délka nabývat - na východní polokouli $\lambda \in (0^\circ, 180^\circ)$ a na západní $\lambda \in (-180^\circ, 0^\circ)$. Analogicky jsou dle těchto polokoulí pojmenovány příslušné zeměpisné délky. Západní zeměpisná délka (z.z.d) se od té východní (v.z.d) liší svým směrem, proto se zde opět objevuje znaménko minus, ale v praxi se běžně neuvádí.



Obrázek 46: Zeměpisná souřadnicová síť

Pro někoho může být těžké, co si má představit pod výše uvedenými slovními definicemi jednotlivých zeměpisných souřadnic. V příslušném souboru na CD je tento komentář doplněn interaktivním obrázkem. Pomocí posuvníků jsou definovány úhly φ a λ dle výše uvedených definic (viz Obrázek 47). Konstrukce tohoto obrázku opět využívá možností Mongeova promítání (viz kapitola 5.1.9 a 5.1.10).



Obrázek 47: Zeměpisná souřadnicová síť - konstrukce

V nárysně ν je nárys Ψ_2 kulové referenční plochy Ψ , která má póly S a J . Nárysy S_2 a J_2 těchto bodů jsou krajními body oblouku l_2 , který tvoří levou polovinu kružnice Ψ_2 . Tento oblouk reprezentuje nulový poledník a z jeho polohy lze jednoznačně usuzovat, že celý nárys je pohledem na východní polokouli referenční plochy Ψ . Dále byl v nárysu sestrojen průměr z_2 kružnice Ψ_2 , pro který platí $z_2 \parallel x_{12}$. Tato specifická poloha odpovídá poloze rovníku. Nyní mohl být sestrojen úhel φ s vrcholem ve středu Z_2 kružnice Ψ_2 . To vedlo ke konstrukci tětivy r_2 kružnice Ψ_2 , pro kterou platí $r_2 \parallel z_2$. Tětiva r_2 představuje zeměpisnou rovnoběžku daného stupně φ , jejíž pozice se mění v závislosti na velikosti tohoto úhlu. Například pro $\varphi = 0^\circ$ bude platit $r_2 = z_2$.

Sdruženým průmětem tětivy r_2 je v půdorysně π kružnice r_1 se středem Z_1 . Obdobně sdruženým průmětem průměru z_2 (rovníku) je kružnice z_1 s tím samým středem, pro kterou navíc platí $z_1 = \Psi_1$.

Pro konstrukci samotného místního poledníku daného stupně λ se nyní konstrukce přesunula do půdorysny π . Oblouk l_2 (nultý poledník) se zde jeví jako poloměr l_1 kružnice z_1 . Je zřejmé, že půdorys p_1 místního poledníku p bude vypadat stejně. Úhel, který poloměry l_1 a p_1 svírají, má hodnotu λ . V závislosti na velikosti tohoto úhlu se hovoří o místním poledníku stupně λ . Pokud například bude platit $\lambda = 0^\circ$, bude také platit $l_1 = p_1$. Nárys p_2 místního poledníku p byl zkonstruován pomocí bodu R , pro nějž platí $R = p \cap z$. Respektive z jeho půdorysu R_1 , pro který analogicky platí $R_1 = p_1 \cap z_1$, byl pomocí ordinály získán jeho nárys R_2 , pro něj platí $R_2 \in z_2$. V nárysně tak mohl vzniknout kružnicový oblouk p_2 daný třemi body J_2 , R_2 , S_2 .

Průsečík rovnoběžky r stupně φ a místního poledníku p stupně λ je označen jako X , jehož sdružené průměty X_1 a X_2 jsou vidět na obrázku (viz Obrázek 47). Tímto způsobem lze jednoznačně určit jakýkoli bod na kulové referenční ploše Ψ . Pokud by tímto „bodem“ bylo například naše hlavní město Praha, tak jeho zeměpisné souřadnice mají hodnotu $\varphi = 50^\circ 05'$ s.z.š. a $\lambda = 14^\circ 25'$ v.z.d. Systém těchto souřadnic se také promítá do nejrůznějších mapových děl, s jehož pomocí se v nich člověk dokáže orientovat a získávat geografické informace.

5.2.2. Měření vzdáleností v mapě

Tato kapitola se už výhradně soustředí na práci s mapou a je takovým předstupněm toho, co je rozebíráno v následujících kapitolách. Konkrétně se zabývá výpočtem skutečné vzdálenosti pomocí mapy, která má dané měřítko [22]. To může být buď číselné nebo grafické.

Číselné měřítko je dáno poměrem $1:m$, který udává kolikrát je vzdálenost změřená na mapě zmenšena oproti odpovídající skutečné vzdálenosti. Zjednodušeně řečeno, jedna jednotka na mapě odpovídá m jednotkám ve skutečnosti. Vzhledem ke standardním fyzickým rozměrům map (velikost papíru) jsou většinou za tyto

jednotky považovány centimetry. Následuje krátký jednoduchý příklad, který vysvětluje, jak číselné měřítko funguje.

Příklad:

Na mapě s měřítkem 1 : 50 000 je vzdálenost mezi body A a B rovna 5 cm. Jaká je jejich skutečná vzdálenost?

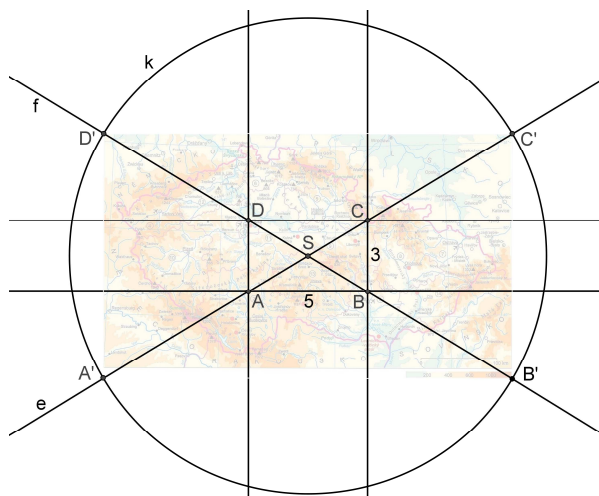
Existuje více způsobů, jak se dopracovat ke správnému výsledku. Následující uvedený způsob by pravděpodobně napadl drtivou většinu žáků ZŠ při řešení tohoto příkladu. Z příkladu vyplývá, že jeden centimetr na mapě odpovídá padesáti centimetrům skutečným. Celková naměřená vzdálenost na mapě je pět centimetrů, tudíž lze počítat takto:

$$5 \cdot 50000 = 250000 \text{ cm} = 2,5 \text{ km}$$

Skutečná vzdálenost bodů A a B je tedy 2,5 km.

Dle hodnot číselného měřítka se také mapy dělí. Existují mapy malého měřítka (nad 1 : 1 000 000), mapy středního měřítka (1 : 200 000 – 1 : 1 000 000), mapy velkého měřítka (do 1 : 200 000). Čím větší měřítko, tím je mapa podrobnější.

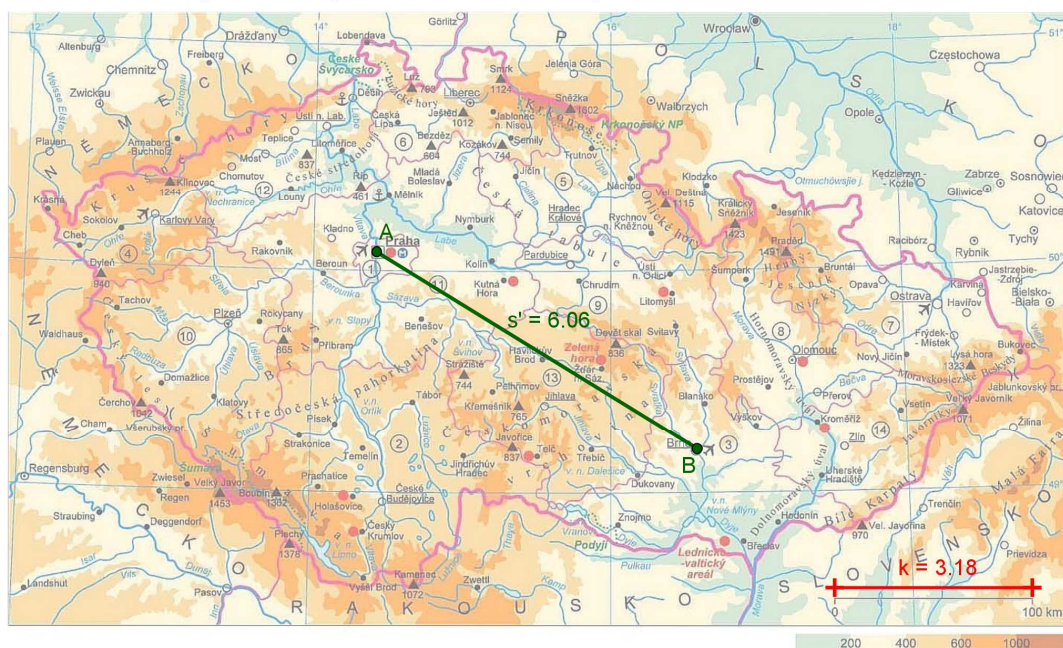
Druhým typem měřítka je měřítko grafické. V podstatě se jedná o úsečku, jejíž délka odpovídá dané délce m ve skutečnosti. Prakticky není potřeba žádných výpočtů k určení skutečné vzdálenosti. Tu lze určit pomocí nanášení grafického měřítka, které se do požadované vzdálenosti na mapě vejde k -krát. Z toho vyplývá, že odpovídající skutečná vzdálenost má délku $k \cdot m$.



Obrázek 48: Měření vzdáleností v mapě - konstrukce

Právě tohoto principu využívá interaktivní obrázek na CD vztahující se k této kapitole. Do programu GeoGebra byla nahrána mapa České republiky [15] pomocí nástroje *Obrázek*. Pro lepší manipulaci musel být tento obrázek (mapa) uchycen k nějakým geometrickým prvkům. Jeho rohy jsou uchyceny v bodech A', B', C', D' , které jsou vrcholy stejnojmenného obdélníka vepsaného do kružnice k (viz Obrázek 48). Základem této konstrukce je však obdélník $ABCD$, který je s obdélníkem $A'B'C'D'$ podobný. V obdélníku $ABCD$ platí $|AB| = 5$ a $|CD| = 3$ (jednotky programu GeoGebra). Rozměry těchto stran mají odůvodnění v samotných rozměrech vloženého obrázku. Z hlediska rastrové grafiky má rozměry 1417×850 pixelů, což odpovídá poměru stran $5 : 3$. Tímto způsobem konstrukce nedojde ke zkreslení poměru stran, ani když by se v případě potřeby musel změnit poloměr kružnice k .

Obecně zeměpisná mapa České republiky



Obrázek 49: Měření vzdáleností v mapě

Nyní z takto uchycené mapy lze přehledně určit libovolnou vzdálenost. Využívá se k tomu grafické měřítko v jejím pravém dolním rohu, které podává vizuální informaci o vzdálenosti 100 km (viz Obrázek 49). Aby se tato informace dala efektivně využít, musí být toto rastrové měřítko digitalizováno, resp. musí být změřeno pomocí programu GeoGebra. K tomu stačí narýsovat úsečku k , jejíž krajní body jsou totožné s krajními body grafického měřítko. Tato úsečka má v jednotkách programu GeoGebra

neměnnou délku $k = 3,18$. Pro znázornění vzdušné vzdálenosti mezi dvěma body A a B byla sestrojena úsečka s' , jejíž délka může být různá, protože body A a B lze libovolně pohybovat. Nicméně na obrázku (Obrázek 49) má konkrétní hodnotu $s' = 6,06$ a označuje vzdušnou vzdálenost mezi Prahou a Brnem. Odpovídající skutečná vzdálenost s se vypočítá pomocí rovnosti dvou poměrů. Poměr mezi grafickým měřítkem (100 km) a úsečkou k je stejný jako poměr mezi skutečnou vzdáleností s a úsečkou s' . Tato úvaha vede k jednoduché trojčlence:

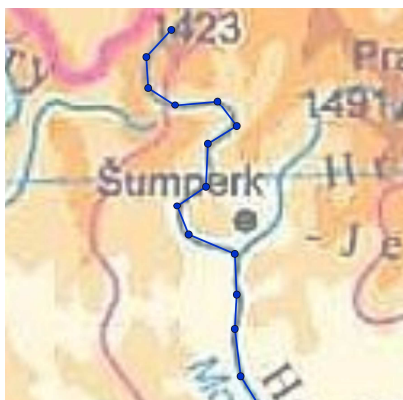
$$\frac{100}{k} = \frac{s}{s'} \Rightarrow s = \frac{100 \cdot 6,06}{3,18} \cong 190,35 \text{ km}$$

Tato hodnota vzdálenosti mezi Prahou a Brnem víceméně odpovídá hodnotě naměřené na portálu www.mapy.cz. Lišila se maximálně o ± 2 km, proto lze tento způsob konstrukce považovat na velmi přesný. Při pohybu body A a B se dynamicky mění celý výpočet a tím i konečný výsledek.

Ačkoli tato kapitola nepřináší nic převratného, tak pomocí interaktivního obrázku, který se k ní vztahuje, lze žákům vysvětlit výpočet skutečné vzdálenosti pomocí měřítka mapy jiným nevšedním způsobem.

5.2.3. Jak měřit linie v mapě?

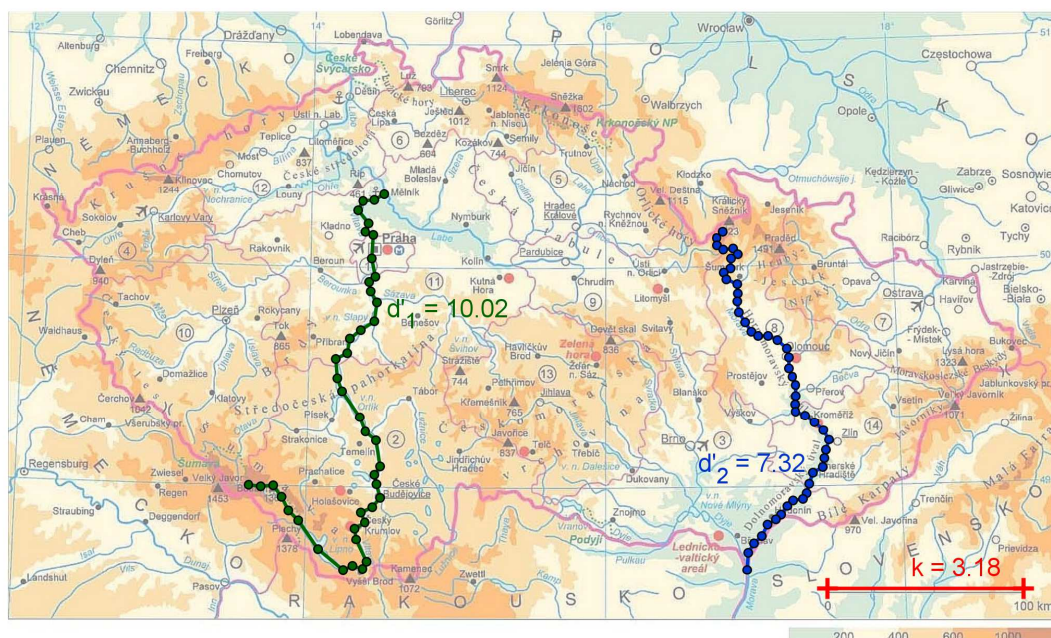
Tato kapitola svým obsahem úzce navazuje na kapitolu předchozí. V podstatě se jedná o tentýž problém, ale v tomto případě se pohled nesoustředí na určení vzdušné vzdálenosti mezi dvěma body. V následujícím příkladu je uvedeno, jak lze program GeoGebra využít k měření linií v mapách, tj. prvky dopravní infrastruktury (silnice, železnice), řeky, státní hranice atd.



Obrázek 50: Měření linií - detail kladení bodů

Příslušný interaktivní obrázek na CD byl z velké části podobně sestrojen jako obrázek v předchozí kapitole (viz kapitola 5.2.2.). Jediným rozdílem je, že k měření vzdáleností v mapě již není použita úsečka, ale lomená čára. Program GeoGebra disponuje takovým nástrojem (*Lomená čára*), který funguje na principu kladení libovolného počtu lomových bodů. Takovým způsobem (viz Obrázek 50) může být vyznačena jakákoli linie v mapě. Výsledně program GeoGebra vykreslí lomenou čáru a určí její délku, která není ničím jiným než součtem délek úseček, jež v posloupnosti spojují jednotlivé body lomu. Takto byla v mapě určena délka toku d'_1 řeky Vltavy a délka toku d'_2 české části řeky Moravy (viz Obrázek 51).

Česká republika - obecně zeměpisná mapa



Obrázek 51: Měření linií v mapě

Skutečné délky toků d_1 a d_2 obou řek byly vypočítány úplně stejným způsobem jako vzdušná vzdálenost bodů A a B v předchozí kapitole (viz kapitola 5.2.2.).

Délka toku d_1 řeky Vltavy:

$$\frac{100}{k} = \frac{d_1}{d'_1} \Rightarrow d_1 = \frac{100 \cdot 10,02}{3,18} \cong 314,76 \text{ km}$$

Délka toku d_2 řeky Moravy (česká část):

$$\frac{100}{k} = \frac{d_2}{d'_2} \Rightarrow d_2 = \frac{100 \cdot 7,32}{3,18} \cong 229,97 \text{ km}$$

Vypočtené délky toků d_1 a d_2 se ale v porovnání s oficiálními údaji poněkud liší. V případě řeky Vltavy je rozdíl propastný. Její oficiální délka je 430 km, tudíž je o více než 100 kilometrů delší než vypočtená délka d_1 . U řeky Moravy je rozdíl menší, ale stále dost značný. Oficiální délka české části řeky Moravy je 284 km, což je bezmála o 60 kilometrů více oproti vypočtené délce d_2 . Hlavním důvodem, proč je výpočet v případě řeky Moravy přesnější, je větší hustota kladení lomových bodů čáry, která zvýrazňuje její tok. Dalším aspektem může být i charakter jednotlivých toků. Tok Moravy je víceméně rovný, ale tok Vltavy vytváří různé meandry a zátočiny, které ani třeba nejsou zachyceny na mapě. Dalo by se to vyřešit podrobnější podkladovou mapou, ale poté by se kladení lomené čáry stalo mravenčí prací.

Pouze pro úplnost – pokud by jednotky programu GeoGebra byly považovány za centimetry, tak na základě grafického měřítka podkladové mapy v tomto příkladu by se dalo její číselné měřítko vypočítat takto:

$$\frac{k}{100} \Rightarrow \frac{3,18}{10\,000\,000} \cong 1:3\,144\,654$$

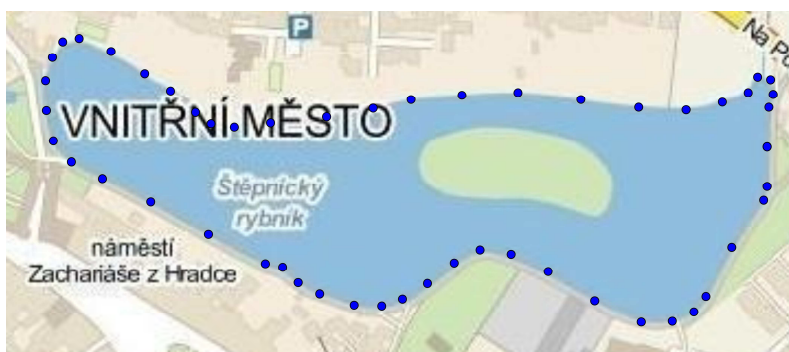
Dle rozdělení map podle měřítka by se tato mapa tedy řadila mezi mapy malého měřítka. Tyto mapy zobrazují velké území, proto není možné ho zobrazit se stoprocentní přesností. Vzhledem k technickým možnostem programu GeoGebra je tato nepřesnost ještě více násobena. Nemá proto smysl v tomto programu pracovat s mapami takovýchto měřítek. Lepší je se soustředit na práci s mapami zachycující malé území (mapy velkých měřítek), kde chyba v přesnosti je minimální. Tímto směrem jsou orientovány i následující kapitoly.

5.2.4. Jak měřit plochy v mapě? – 1. část

Cílem této a následující kapitoly je nevšedně vysvětlit čtenáři (žákovi) způsob, jakým se počítají obsahy ploch v mapě. Už se tedy nejedná o měření jednorozměrné veličiny (délky), protože obsah je veličinou dvojrozměrnou. V příslušném interaktivním obrázku je uveden příklad, ve kterém se počítají obsahy vodních ploch tří rybníků města Telče na Vysočině. Tato kapitola se zabývá pouze konstrukcí tohoto appletu.

Ačkoli v tomto příkladu je jiná podkladová mapa, její uchycení ke geometrickým prvkům bylo téměř stejné jako v předchozích příkladech (viz Obrázek

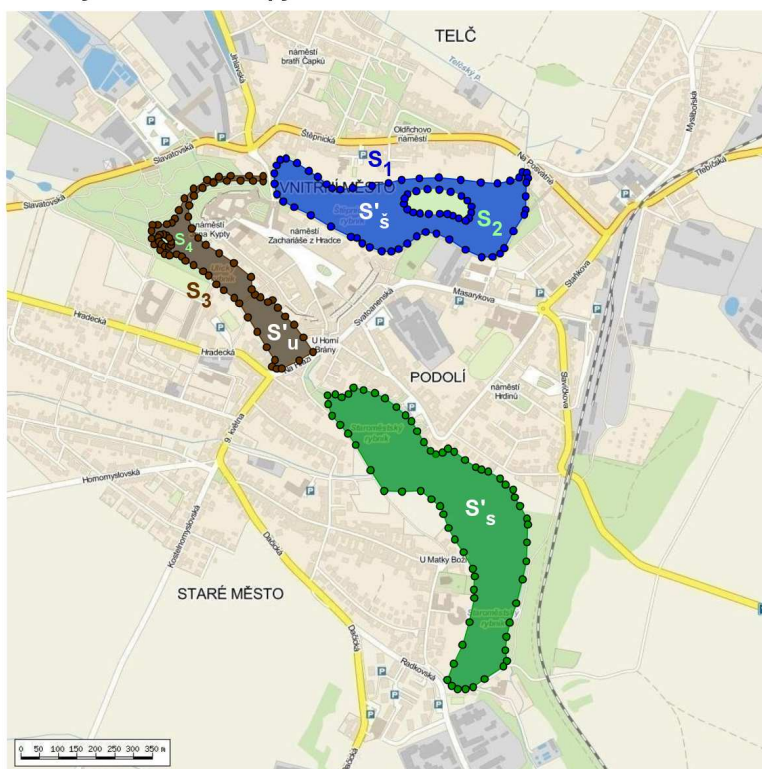
48). Jedná se o mapu města Telče, která byla získána z internetového portálu www.mapy.cz. Historickým odkazem v Telči jsou tři rybníky, které obklopují její vnitřní část a tím ji měly chránit před případným útokem. Rybníky se jmenují Štěpnický, Ulický a Staroměstský. K vyznačení vodních ploch těchto rybníků byl použit nástroj *Mnohoúhelník*. Vrcholy takového mnohoúhelníka jsou kladeny podél břehu (viz Obrázek 52).



Obrázek 52: Měření ploch – detail kladení bodů

Tímto způsobem se vyznačí vodní plocha všech tří rybníků. Program GeoGebra vypočítá obsahy těchto mnohoúhelníků (viz Obrázek 53), které budou v následující kapitole použity pro výpočet skutečné vodní plochy těchto rybníků.

Telč - výřez z obecné mapy



Obrázek 53: Měření ploch v mapě

Štěpnický rybník

Nejprve se určí mnohoúhelník s obsahem S_1 , který ovšem zahrnuje i rozlohu ostrova v tomto rybníku. Pro musí být vytvořen další mnohoúhelník s obsahem S_2 odpovídající tomuto ostrovu. Rozdílem obsahů S_1 a S_2 těchto mnohoúhelníků se získá obsah S'_s , který v mapě již představuje vodní hladinu Štěpnického rybníka.

$$S'_s = S_1 - S_2 = 2,35 - 0,24 = 2,11$$

Ulický rybník

V případě tohoto rybníka je situace stejná jako u rybníka Štěpnického. Konečný obsah S'_u se získá rozdílem obsahů S_3 a S_4 , přičemž obsahem S_4 se rozumí malý ostrůvek v Ulickém rybníku.

$$S'_u = S_3 - S_4 = 1,06 - 0,02 = 1,04$$

Staroměstský rybník

Analogicky se určí obsah S'_s mnohoúhelníku reprezentující vodní hladinu Staroměstského rybníka, kde je situace o to jednodušší, že se zde nenachází žádný ostrov.

$$S'_s = 3,25$$

Nutno podotknout, že hodnoty těchto obsahů jsou uvedeny bez jakýchkoli jednotek. Jedná se pouze o čísla vytvořená programem GeoGebra, která budou posléze využita k výpočtu skutečné rozlohy vodní hladiny výše uvedených rybníků.

5.2.5. Jak měřit plochy v mapě? – 2. část

Tato kapitola navazuje na předchozí a soustředí se především na způsob výpočtu skutečných rozloh S'_s , S'_u , S'_s vodních ploch Štěpnického, Ulického a Staroměstského rybníka. Těmto rozlohám v mapě odpovídají jednotlivé mnohoúhelníky, jejichž obsahy S'_s , S'_u , S'_s byly určeny pomocí programu GeoGebra (viz kapitola 5.2.4).

Na úvod je především důležité si uvědomit, jak se vlastně počítá obsah nějaké plochy pomocí mapy daného měřítka. Jak se vypočítá skutečná délka, je uvedeno v předchozích kapitolách (viz kapitoly 5.2.2 a 5.2.3). Nejčastější chybou žáků je

aplikování této myšlenky i při výpočtech obsahů ploch, čímž nezohledňují obsah jako dvojrozměrnou veličinu oproti jednorozměrné délce. Pokud má mapa měřítko $1 : m$, tak tento poměr udává, že délka změřená na mapě je m -krát zmenšena oproti skutečné délce. Na téže mapě je ale obsah plochy zmenšen m^2 -krát oproti její skutečné výměře, resp. poměr mezi obsahy těchto odpovídajících si ploch je $1 : m^2$. Tento poměr lze doložit tvrzením, že obsah čtverce o délce strany jedné jednotky v mapě ve skutečnosti odpovídá obsahu čtverce o délce strany m jednotek, tj. m^2 . Za jednotky jsou většinou opět považovány centimetry. Následuje jednoduchý příklad.

Příklad:

Na mapě s měřítkem $1 : 50\,000$ má vodní nádrž plochu 10 cm^2 . Jak je její plocha velká ve skutečnosti v km^2 ?

Z měřítka mapy vyplývá, že obsah čtverce o straně 1 cm na mapě ve skutečnosti odpovídá obsahu čtverce o straně 50 000 cm, resp. 1 cm^2 na mapě odpovídá $2,5 \cdot 10^9\text{ cm}^2$ ve skutečnosti. To je $0,25\text{ km}^2$ (také $0,5 \cdot 0,5 = 0,25\text{ km}$), proto platí:

$$10 \cdot 0,25 = 2,5\text{ km}^2$$

Plocha vodní nádrže má rozlohu $2,5\text{ km}^2$.

Úvaha o obsahích dvou navzájem si odpovídajících čtverců hraje hlavní roli i ve výpočtu skutečných rozloh S_s , S_u , S_r vodních ploch Štěpnického, Ulického a Staroměstského rybníka. Konkrétně je tím rozuměn vztah mezi úsečkou k a grafickým měřítkem podkladové mapy (viz Obrázek 54). Úsečka k je opět (viz kapitola 5.2.2) použita k digitalizaci tohoto měřítka. Její délka odpovídá skutečné délce 100 metrů a na základě výše uvedené úvahy platí, že čtverec na mapě o obsahu k^2 ve skutečnosti odpovídá čtverci o výměře $10\,000\text{ m}^2$. Poměr těchto obsahů je stejný jako poměr obsahů S_s , S_u , S_r mnohoúhelníků v mapě k jejich příslušným skutečným rozlohám S_s , S_u , S_r vodních ploch rybníků. Tyto skutečné rozlohy se vypočítají následovně:

Štěpnický rybník

$$\left(\frac{100}{k}\right)^2 = \frac{S_s}{S'_s} \Rightarrow S_s = 2,11 \cdot \left(\frac{100}{0,48}\right)^2 \cong 90292,08\text{ m}^2 \cong 9,03\text{ ha}$$

Telč - výřez z obecné mapy



Obrázek 54: Měření ploch v mapě - výpočet

Ulický rybník

$$\left(\frac{100}{k}\right)^2 = \frac{S_u}{S'_u} \Rightarrow S_s = 1,04 \cdot \left(\frac{100}{0,48}\right)^2 \cong 44319,30 \text{ m}^2 \cong 4,43 \text{ ha}$$

Staroměstský rybník

$$\left(\frac{100}{k}\right)^2 = \frac{S_s}{S'_s} \Rightarrow S_s = 3,25 \cdot \left(\frac{100}{0,48}\right)^2 \cong 138972,65 \text{ m}^2 \cong 13,9 \text{ ha}$$

Vypočtené hodnoty skutečných rozloh S_s , S_u , S_s byly srovnány s katastrálními rozlohami rybníků Štěpnického, Ulického a Staroměstského. Byla k tomu použita aplikace na internetových stránkách Českého úřadu zeměměřičského a katastrálního, která umožňuje nahlížení do katastru nemovitostí (KN) [23]. Ze srovnání vyplývá,

že měření a výpočet pomocí programu GeoGebra dosahuje při nejmenší přesnosti 96 %, což lze považovat za výborný výsledek (viz Tabulka 3).

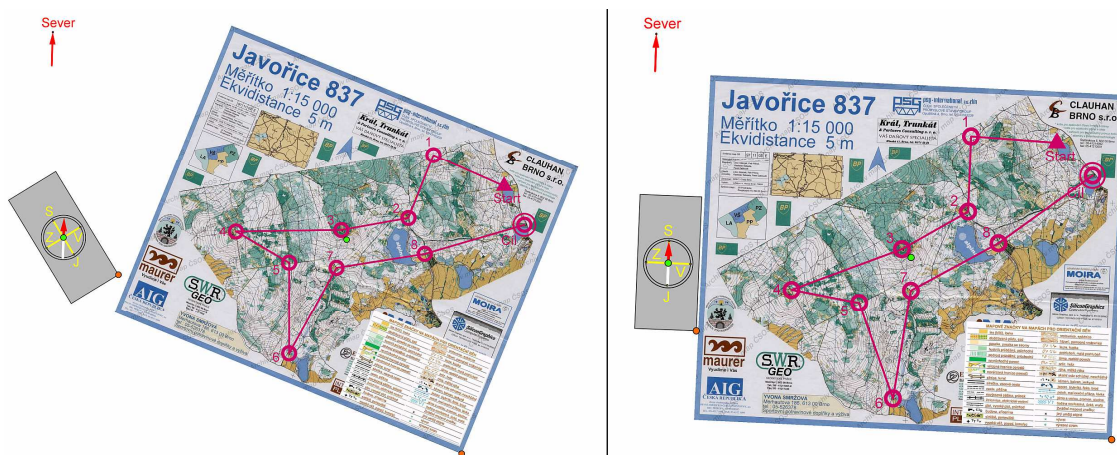
Tabulka 3: Srovnání vypočtených a katastrálních výměr rybníků

Rybník	Výměra [m ²] (GGb výpočet)	Výměra [m ²] (KN)	Absolutní rozdíl [m ²]	Relativní rozdíl [%]
Štěpnický	90292,08	92345	-2052,92	-2,27
Ulický	44319,30	43028	1291,30	2,91
Staroměstský	138972,65	144064	-5091,35	-3,66

Tím se potvrdila teorie, že na mapách velkých měřítek bude měření pomocí programu GeoGebra přesnější oproti mapám malých měřítek, jak tomu bylo při měření linií (viz kapitola 5.2.3).

5.2.6. Orientační běh – 1.část

Posledním problémem řešeným v této práci je orientační běh, resp. snaží se objasnit zásady této závodní disciplíny. Pro přehlednost je problém rozdělen do dvou příkladů, jelikož úspěch závodníka při orientačním běhu závisí na rychlé orientaci v terénu podle mapy, která vyžaduje dva úkony – určení azimutu a určení vzdálenosti následujícího kontrolního stanoviště. Tato kapitola se zabývá určením azimutu.

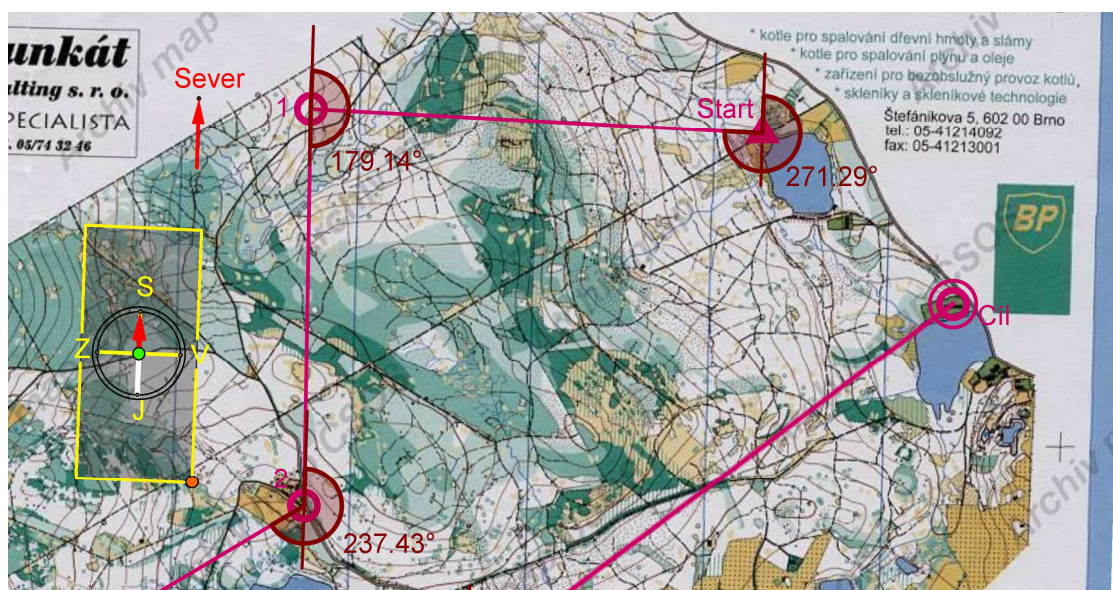


Obrázek 55: Orientace mapy,
vlevo - není zorientovaná k severu, vpravo - je zorientovaná k severu

Na začátku závodu závodník dostane mapu, na které jsou vyznačena kontrolní stanoviště (body). Terén je pro závodníka většinou neznámý a mapa, kterou používá, je bez jakýchkoli popisků. Značeny jsou pouze komunikace, výškopis pomocí vrstevnic a prostupnost terénu. Příklad takové mapy je v příslušném appletu na CD. Obsahuje

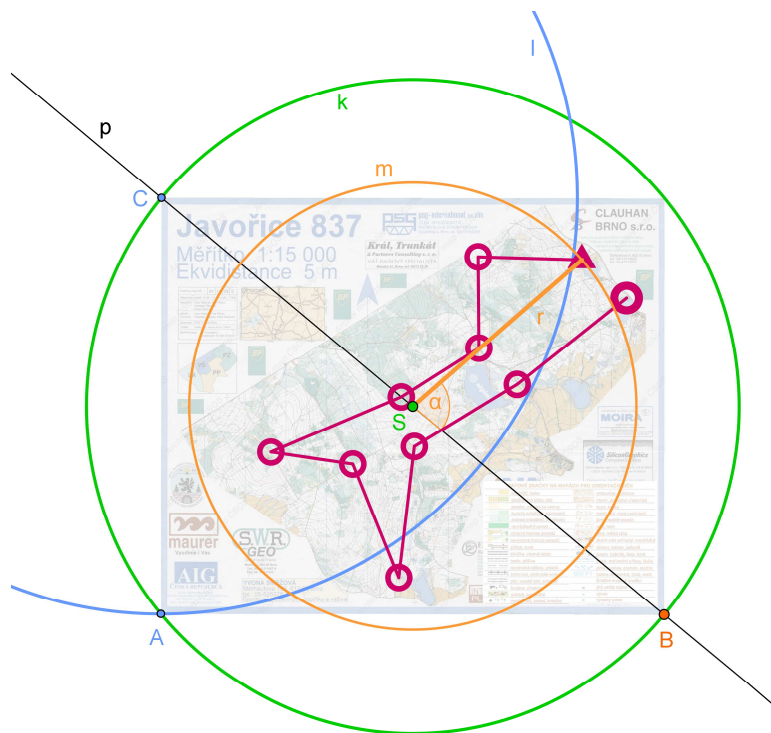
i vloženou legendu, která však není standardní součástí mapy během závodu. Závodník musí proběhnout vyznačené kontrolní body v daném pořadí, přičemž rozhoduje pouze čas nikoliv trasa běhu. Tu si každý závodník volí individuálně dle svého nejlepšího úsudku. Přímá cesta k dalšímu kontrolnímu bodu je jen málokdy nejlepším řešením. Například musí být bráno v úvahu převýšení či prostupnost terénu. Nicméně je nezbytné určit směr, kde se nachází další stanoviště, aby závodník měl stále přehled o své poloze. Směr určí pomocí azimutu, ale prvně musí pomocí buzoly zorientovat mapu k severu (viz Obrázek 55). Pokud by tak neučinil, nezměřil by daný azimut správně.

Azimut je totiž úhel, který svírá severní směr se směrem k danému objektu, resp. směrem přímého běhu k dalšímu stanovišti. Jedná se o orientovaný úhel, který měří od severu pravotočivým směrem, tj. od severu přes východ na jih. Z toho vyplývá, že hodnoty azimutů jednotlivých světových stran jsou pro sever 0° , pro východ 90° , pro jih 180° a pro západ 270° [13]. Azimut se ve skutečnosti měří pomocí buzoly, ale v tomto příkladu bylo využito prostředků programu Geogebra a azimut byl zkonstruován pomocí geometrických prvků (viz Obrázek 56).



Obrázek 56: Určení azimutu

V každém bodě představujícím kontrolní stanoviště byla sestrojena úsečka, která je rovnoběžná se směrem vektoru určující sever. Poté mohl být sestrojen orientovaný úhel mezi touto úsečkou a úsečkou spojující jeden kontrolní bod s kontrolním bodem následujícím. Velikosti těchto úhlů odpovídají skutečným velikostem azimutů, které by byly naměřeny v terénu s takto vyznačenou trasou závodu.



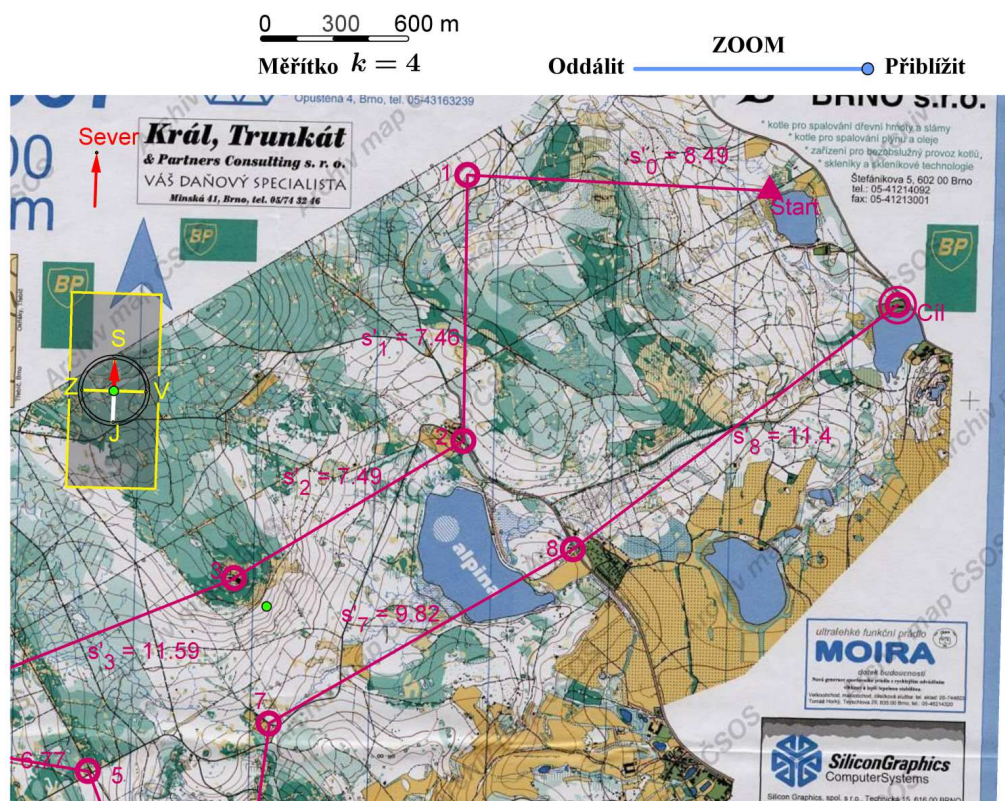
Obrázek 57: Orientační běh – konstrukce

Podkladová mapa v tomto příkladu zobrazuje přilehlé okolí nejvyššího vrcholu Vysočiny – Javořice. Jedná se o autentickou mapu, která byla získána z internetového archivu map Českého svazu orientačních sportů [21]. Uchycení této mapy, aby se s ní dalo dobře manipulovat, je velmi podobné jako v předchozích kapitolách (viz kapitola 5.2.2, Obrázek 48). S touto mapou lze ale pohybovat pomocí bodu S , který je středem kružnice k s pevně daným poloměrem (viz Obrázek 57). Na této kružnici byl sestrojen bod B , který se po ní může také volně pohybovat. Přímka $p = BS$ určí bod C , pro který platí $C = k \cap p$. Průměr BC je vlastně úhlopříčkou celé mapy. V bodě C byla sestrojena kružnice l , jejíž poloměr byl vypočten na základě velikosti poloměru kružnice k tak, aby strana AB a BC (i úhlopříčka BC) byly ve stejném poměru jako fyzické rozměry obrázku z hlediska rastrové grafiky. Touto konstrukcí je zajištěno otáčení mapy pomocí bodu B kolem středu S . Aby se kolem tohoto středu otáčely i body představující jednotlivá kontrolní stanoviště, musely být tyto body sestrojeny pomocí geometrických prvků s pevně danými parametry. Na obrázku výše je vidět způsob této konstrukce v případě startovního bodu závodu. Poloha tohoto bodu je dána pevně daným poloměrem r kružnice m , že tento poloměr s přímkou p svírá pevně daný úhel α (viz Obrázek 57). Stejným způsobem byly sestrojeny i ostatní body představující kontrolní

stanoviště. Tímto končí první část příkladu popisující princip orientačního běhu, která se především zaměřovala na určování azimutů jednotlivých kontrolních stanovišť.

5.2.7. Orientační běh – 2.část

Tato kapitola navazuje na předchozí a zároveň uzavírá praktickou část této práce. Obsahem této kapitoly je způsob výpočtu vzdáleností mezi jednotlivými kontrolními stanovišti při orientačním běhu, pokud je již mapa zorientována a je určen azimut následujícího kontrolního stanoviště.



Obrázek 58: Orientační běh - výpočet vzdáleností

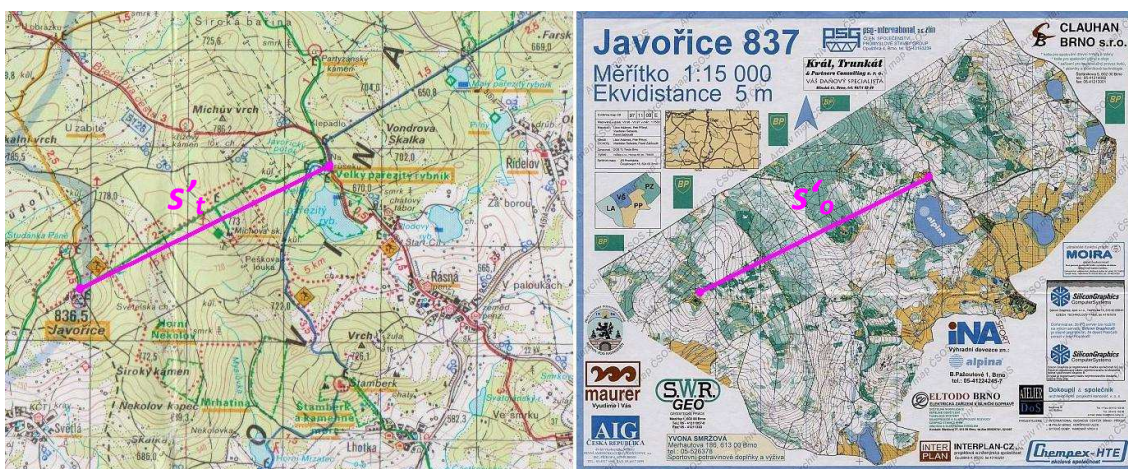
V podstatě se jedná o ten samý problém, který byl již řešen v kapitole 5.2.2. Na mapě jednotlivá stanoviště spojují úsečky s'_0, s'_1, \dots, s'_8 , které mají svojí délku (viz Obrázek 58). Dále úsečka $k=4$ (grafické měřítko mapy) odpovídá skutečným 600 metrům. Z těchto údajů lze vypočítat skutečné vzdálenosti kontrolních stanovišť s_0, s_1, \dots, s_8 . Pouze pro ilustraci je zde uveden výpočet vzdálenosti s_0 vzhledem k výše uvedenému obrázku.

$$\frac{s_0}{s'_0} = \frac{0,6}{k} \Rightarrow s_0 = 8,49 \cdot \frac{0,6}{4} \cong 1,27 \text{ km}$$

Stejným způsobem jsou také vypočítány skutečné vzdálenosti s_1, s_2, \dots, s_8 , což není žádným velkým překvapením.

Zajímavější možná bude, jak bylo sestrojeno grafické měřítko mapy (úsečka k), bez kterého by tento příklad nešel vyřešit. Použití číselného měřítka 1 : 15 000 je totiž zcela irelevantní, protože z obrazovky počítače není jasné, jak je mapa velká, a navíc pomocí modrého posuvníku si ji lze přibližovat a oddalovat. K určení interaktivního měřítka musela být použita turistická mapa Telčsko [6] v měřítku 1 : 50 000. V této mapě byla zvolena vzdálenost s'_i , tak, aby mohla být tato stejná vzdálenost bez problémů nalezena i v mapě pro orientační běh. Zde má označení s'_o (viz Obrázek 59). Jedná se o vzdálenosti dvou křižovek lesních cest. Pomocí klasického pravítka byl z turistické mapy získán údaj $s'_i = 5,7$ cm. Vzhledem k měřítku této mapy (1 cm \approx 500 m) pro skutečnou vzdálenost s_i platí:

$$s_i = 500 \cdot s'_i = 500 \cdot 5,7 = 2850 \text{ m}$$



Obrázek 59: Výpočet měřítka

Je zřejmé, že pro skutečnou vzdálenost s_o bude platit $s_o = s_i = 2850$ m. Pomocí programu GeoGebra byla určena délka úsečky $s'_o = 19,02$. Ale pozor tato hodnota odpovídá jen obrázku na předchozí stránce (Obrázek 58). Její délka se mění v závislosti na přiblížení či oddálení pomocí posuvníku, ale vždy tato délka odpovídá 2850 metrům. Proto pro úsečku k , která má zobrazovat na mapě 600 metrů v tomto případě platí:

$$\frac{k}{s'_o} = \frac{600}{2850} \Rightarrow k = 19,02 \cdot \frac{600}{2850} \cong 4$$

Důkazem, že délka úsečky s_0 se mění, je změna délky grafického měřítka (úsečky k). O dalších krocích konstrukce tohoto appletu nemá smysl se zmiňovat, jelikož jsou z velké části stejné jako v předchozím příkladu (viz kapitola 5.2.6) s výjimkou proměnlivého poloměru kružnice, na které leží upevněné rohy mapy. Tento poloměr je definován pomocí modrého posuvníku.

Tímto končí druhá část vyprávění o orientačním běhu. Zároveň tento příklad uzavírá kapitolu *Geografické informace, zdroje dat, kartografie, topografie* (5.2), která se především zabývala kartografií a základními technikami, jak „číst“ v mapách. Mapy jsou bezedným zdrojem dat, ale pouze osvojení těchto technik dokáže tato data utřídit v cenné geografické informace.

6. Závěr

Tato diplomová práce se zabývala možnostmi využití dynamických geometrických systémů v oblasti geografie, konkrétně ve výuce zeměpisu na II. stupni základních škol.

Teoretickou část tvoří tři hlavní kapitoly (bez Úvodu). První z nich je kapitola *Rámcový vzdělávací program* (kapitola 2), která popisuje podstatu stejnojmenného kurikulárního dokumentu [27]. Dále vysvětluje, jakým způsobem je v něm ukotven vzdělávací obor *Zeměpis* a na jaké části se dělí jeho obsah. Z tohoto obsahu byly pro účely práce vybrány dvě oblasti – *Geografické informace, zdroje dat, kartografie a topografie* a *Přírodní obraz Země*. V následující kapitole *Školní vzdělávací programy a učebnice zeměpisu* (kapitola 3) byla provedena analýza výše uvedených vybraných témat ve třech konkrétních školních vzdělávacích programech. Její výsledky jsou poté porovnány s obsahem čtyř učebnic [1], [2], [9], [11], které se také vztahují ke stejné problematice. V poslední kapitole (kapitola 4) teoretické části je představen zvolený zástupce dynamických geometrických systémů (program GeoGebra [17]) a jeho funkce na jednoduchém geometrickém příkladu.

Praktická část této diplomové práce obsahem navazuje na její teoretickou část. Jedná se o kapitolu 5, která je poměrně dlouhá, ale je rozdělena do dvou dílčích podkapitol. Tyto podkapitoly svým názvem i obsahem odpovídají výše vybraným oblastem – *Přírodní obraz Země* (kapitola 5.1) a *Geografické informace, zdroje dat, kartografie a topografie* (kapitola 5.2). V těchto kapitolách se nachází doprovodný text k jednotlivým vytvořeným appletům, které popisují daný zeměpisný problém. Kromě toho je v tomto textu uvedena i geometrická podstata těchto appletů, resp. jak musela být generalizována skutečnost, aby se dala vyjádřit pomocí geometrie. Jednotlivé applety lze nalézt buď na přiloženém CD, nebo na této internetové stránce: <http://www.geogebraTube.org/student/b112752>. Celkem tato kompilace obsahuje 10 animací vztahujících se ke kapitole 5.1 a 7 animací vztahujících se ke kapitole 5.2. Dále bylo také pomocí programu GeoGebra vytvořeno 47 doprovodných ilustrací.

Celkově vzato tato práce se pohybuje na pomezí dvou vědních oborů, z kterých si bere jen to potřebné, aby dosáhla svého cíle, tj. efektivního propojení matematiky a zeměpisu. Obecně lze tuto myšlenku aplikovat i v běžném životě. V dnešním globalizovaném světě je totiž důležité, abychom na jakékoli problémy nahlíželi s odstupem, hledali mezi nimi souvislosti a využívali různých prostředků

k jejich vyřešení. Stejně tak by měl žák přistupovat k učivu, které by měl chápat jako celek nikoli jako soubor několika relativně oddělených předmětů, které se vyučují ve škole.

7. Seznam literatury a ostatních zdrojů

- [1] Brychtová, Š., Brinke, J., Herink, J.: *Planeta Země: Zeměpis pro 6. a 7. ročník základní školy*. Vyd 2., opr. Fortuna, Praha, 1997.
- [2] Červený, P. a kol.: *Zeměpis 6: Pro základní školy a víceletá gymnázia*. 2. ak. vyd. Fraus, Plzeň, 2009.
- [3] Hašek, R.: *Numerical analysis of a planar motion: GeoGebra as a tool of investigation*. North American GeoGebra Journal. Vol 1., No. 1, p. 33 - 36. Dostupné na <http://www.ggbmidwest.com/ojs-2.3.4/index.php/ggbj/article/view/12>
- [4] Herceg, D., Herceg-Mandić, V.: *GeoGebra in Geography Class*. Acta Didactica Napocensia. Vol. 6, No. 1, p. 61 - 68. Dostupné na http://dppd.ubbcluj.ro/adn/article_6_1_6.pdf
- [5] Kol. autorů.: *Školní atlas světa*. Kartografie Praha, Praha, 2012.
- [6] Kol. autorů.: *Telčsko - turistická mapa*. 1. vydání. Edice Klubu českých turistů, Praha, 2001.
- [7] Kol. autorů.: *Vesmír: sluneční soustava, planety a jejich měsíce, hvězdy, galaxie, struktura vesmíru, astronomické pozorování, kosmický výzkum*. 1. vyd., Fortuna Print / Cesty za poznáním, Praha, 2003.
- [8] Kuřina, F.: *Vizuální gramotnost jako složka kultury*. Matematika - fyzika - informatika. Časopis pro výuku na základních a středních školách., roč. 19, č. 1., str. 1 - 15. Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 2009. Dostupné na http://mfi.upol.cz/old/MFI_19_pdf/MAT_19_1.PDF
- [9] Novák, S. a kol.: *Zeměpis: učebnice. 1.díl, Vstupte na planetu Zemi*. Nová škola, Brno, 2007.
- [10] Pátek, J.: *Matematika v geografii*. Bakalářská práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, České Budějovice, 2012.
- [11] Voženílek, V., Demek, J.: *Zeměpis 1 : Planeta Země, glóbus a mapa, přírodní složky a oblasti Země : s komentářem pro učitele*. Prodos, Olomouc, 2000.
- [12] Žilková, K.: *Dynamické geometrické systémy (DGS) - Softvérová podpora vzdělání*. Časopis pro technickou a informační výchovu., díl 1., č. 1., str. 59 - 63. Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 2011. Dostupné na http://www.jtie.upol.cz/clanky_1_2011/zilkova.pdf

Internetové zdroje:

- [13] *Azimut*. [online]. Wikipedie - Otevřená encyklopedie. Dostupné na <http://cs.wikipedia.org/wiki/Azimut>
- [14] *Dějiny kartografie*. [online]. Multimediální učebnice, kap. 2.2.1. Starověký východ. Dostupné na <http://oldgeogr.muni.cz/ucebnice/dejiny/obsah.php?show=41>

- [15] *Cvičení z předmětu Základy geografie*. [online]. Technická univerzita Ostrava. Dostupné na <http://home1.vsb.cz/~sve0024/zg/index.php?stranka=cviceni8>
- [16] Herink, J.: *Vzdělávací obsah oboru Zeměpis (Geografie) RVP ZV a jeho transfer do ŠVP*. [online]. Metodický portál RVP. Dostupné na <http://clanky.rvp.cz/clanek/c/z/262/VZDELAVACI-OBSAH-OBORU-ZEMEPIS-GEOGRAFIE-RVP-ZV-A-JEHO-TRANSFER-DO-SVP.html/>
- [17] *GeoGebra*. [online]. <http://www.geogebra.org/>
- [18] *GeoGebraTube*. [online]. <http://www.geogebraTube.org/>
- [19] *Jak daleko ke Slunci?*. [online]. Metodický portál RVP. Dostupné na http://wiki.rvp.cz/Sborovna/5Pripravy_na_vyuku/1.st/Clovek_a_jeho_svet/Expedice_Prokulus/Jak_daleko_ke_Slunci%3F
- [20] Kéhar, O.: *Slovník astronomických pojmů*. [online]. Západočeská univerzita. Dostupné na <http://home.zcu.cz/~kehar/astrokoutek/slovník/slovník4.html>
- [21] *Mapový portál Českého svazu orientačního běhu*. [online]. Dostupné na <http://csos.tmapserver.cz/>
- [22] *Měřítko mapy*. [online]. Wikipedie - Otevřená encyklopedie. Dostupné na http://cs.wikipedia.org/wiki/M%C4%9B%C5%99%C3%ADtko_mapy
- [23] *Nahlížení do katastru nemovitostí*. [online]. Český úřad zeměměřičský a katastrální. Dostupné na <http://nahlizeni.dokn.cuzk.cz/>
- [24] *Orientační běh*. [online]. Oficiální stránka Českého svazu orientačního běhu. Dostupné na <http://www.orientacnibeh.cz/csob/cojeob.php>
- [25] *Pohyby Země*. [online]. Geografický portál Zemepis.com. Dostupné na <http://www.zemepis.com/pohybyzeme.php>
- [26] *Pohyby Země - Oběh Země kolem Slunce (revoluce)*. [online]. Dostupné na http://www.zatlanka.cz/vyukove-materialy/zemepis/pohyby_zeme_obeh_zeme_okolo_slunce.html
- [27] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. [online]. Výzkumný ústav pedagogický v Praze, Praha, 2007. Dostupné na http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV_2007-07.pdf
- [28] *Rychlost na oběžné dráze – snadno a přehledně*. [online]. Blog.kosmonautix.cz - Novinky ze světa kosmonautiky. Dostupné na <http://blog.kosmonautix.cz/2014/02/rychlost-na-obezne-draze-snadno-a-prehledne/>
- [29] *Seznam nástrojů programu GeoGebra*. Dostupné na <http://wiki.geogebra.org/cs/Kategorie:N%C3%A1stroje>
- [30] *Seznam příkazů programu GeoGebra*. Dostupné na <http://wiki.geogebra.org/cs/Kategorie:P%C5%99%C3%ADkazy>
- [31] *Školní vzdělávací program Nejkrásnější je, když si lidé rozumějí (Otokar Březina)*. [online]. Gymnázium Otokara Březiny a Střední odborná škola Telč, Telč, 2013. Dostupné na http://www.gymnsostelc.cz/suplovani/gob/svp/SVP_GOB_20.pdf

- [32] *Školní vzdělávací program Otevřená škola*. [online]. Verze 7. Základní škola Jihlava, Jihlava, 2013. Dostupné na http://jungzs.cz/dokumenty/SVP-OBSAH-2013-14_74.pdf
- [33] *Školní vzdělávací program pro základní vzdělávání*. [online]. Verze 7. Základní škola Třešť, Třešť, 2013. Dostupné na <http://zs-trest.cz/skolni-vzdelavaci-program-verze-2014/d-3306/p1=1085>
- [34] *Úplné zatmění Měsíce*. [online]. Astronomický ústav MFF Univerzity Karlovy. Dostupné na <http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/~mira/astronomie/Astrofyzika/LE000121/LE.html>
- [35] *Zatmění Měsíce a Slunce*. [online]. Portál Edutorium. Dostupné na http://www.techmania.cz/edutorium/art_exponaty.php?xkat=fyzika&xser=8aedf8656eed207376ec746c61h&key=540

8. Seznam obrázků

Obrázek 1: Výňatek z RVP (I) [27]	7
Obrázek 2: Výňatek z RVP (II) [27]	9
Obrázek 3: Výťah v ŠPV ZŠ Jihlava (I) [32].....	11
Obrázek 4: Výťah v ŠPV ZŠ Jihlava (II) [32]	12
Obrázek 5: Výťah v ŠPV ZŠ Jihlava (III) [32].....	12
Obrázek 6: Výťah z ŠVP ZŠ Třešť [33]	13
Obrázek 7: Výťah z ŠVP GOB Telč [31]	14
Obrázek 8: GeoGebra – ukázka I.....	18
Obrázek 9: GeoGebra - ukázka III, kružnice opsaná.....	19
Obrázek 10: Revoluční pohyb Země podle Keplerových zákonů [26].....	22
Obrázek 11: První Keplerův zákon	23
Obrázek 12: Druhý Keplerův zákon	24
Obrázek 13: Konstrukce druhého Keplerova zákona.....	25
Obrázek 14: Druhý Keplerův zákon - přesný výpočet [3]	26
Obrázek 15: Třetí Keplerův zákon - Sluneční soustava.....	29
Obrázek 16: Revoluční pohyb Slunce [5]	30
Obrázek 17: Sklon zemské osy	31
Obrázek 18: Úhly dopadu slunečních paprsků na významné zeměpisné rovnoběžky....	31
Obrázek 19: Úhel slunečních paprsků.....	32
Obrázek 20: Úhel slunečních paprsků - konstrukce.....	34
Obrázek 21: Nebeská sféra.....	36
Obrázek 22: Příklad pohledu na nebeskou sféru.....	37
Obrázek 23: Zdánlivý pohyb Slunce - Severní pól	38
Obrázek 24: Zdánlivý pohyb Slunce na severním pólu – konstrukce.....	40
Obrázek 25: Zdánlivý pohyb Slunce - Pás mírnych šířek.....	41
Obrázek 26: Zdánlivý pohyb Slunce v pásu mírnych šířek – konstrukce.....	43
Obrázek 27: Zdánlivý pohyb Slunce po obloze – Rovník	44
Obrázek 28: Zdánlivý pohyb Slunce na rovníku – konstrukce	45
Obrázek 29: Teorie velkého impaktu [7]	46
Obrázek 30: Oběžná doba Měsíce.....	47
Obrázek 31: Fáze Měsíce, zleva doprava - nov, první čtvrt', úplněk, třetí čtvrt'.....	48
Obrázek 32: Slapové jevy, vlevo – skočný příliv (odliv), vpravo – hluchý příliv (odliv)....	49
Obrázek 33: Rotace obrázku v GeoGebře.....	50
Obrázek 34: Země a Měsíc – konstrukce	51
Obrázek 35: Fáze Měsíce jak je vidí pozorovatel na Zemi,.....	52
Obrázek 36: Fáze Měsíce - konstrukce	53
Obrázek 37: Úplné zatmění Měsíce	55
Obrázek 38: Částečné zatmění Měsíce	55
Obrázek 39: Běžný úplněk	56
Obrázek 40: Zatmění Měsíce – konstrukce.....	57
Obrázek 41: Zatmění Slunce	59
Obrázek 42: Běžný nov	59
Obrázek 43: Přesná konstrukce zatmění Slunce	60
Obrázek 44: Zatmění Slunce - konstrukce	61
Obrázek 45: Hliněná destička s mapou severu Mezopotámie [14].....	63
Obrázek 46: Zeměpisná souřadnicová síť	65

Obrázek 47: Zeměpisná souřadnicová síť - konstrukce.....	66
Obrázek 48: Měření vzdáleností v mapě - konstrukce.....	68
Obrázek 49: Měření vzdáleností v mapě.....	69
Obrázek 50: Měření linií - detail kladení bodů	70
Obrázek 51: Měření linií v mapě	71
Obrázek 52: Měření ploch – detail kladení bodů.....	73
Obrázek 53: Měření ploch v mapě	73
Obrázek 54: Měření ploch v mapě - výpočet	76
Obrázek 55: Orientace mapy,.....	77
Obrázek 56: Určení azimutu	78
Obrázek 57: Orientační běh – konstrukce.....	79
Obrázek 58: Orientační běh - výpočet vzdáleností	80
Obrázek 59: Výpočet měřítka	81

9. Seznam tabulek

Tabulka 1: Třetí Keplerův zákon	28
Tabulka 2: Úhly dopadu slunečních paprsků na vybrané rovnoběžky	33
Tabulka 3: Srovnání vypočtených a katastrálních výměr rybníků.....	77