

Katedra: matematiky

Datum odevzdání posudku: 15. 8. 2016

Diplomant: Bc. Pavel Cukr

Aprobace: Mn-TchVn-SZn

Oponent diplomové práce:

Mgr. Roman Hašek, Ph.D.

## POSUDEK DIPLOMOVÉ PRÁCE

### Verifikace a dokazování geometrických vztahů s podporou počítače

Práce představuje možnou využití kombinace programů dynamické geometrie GeoGebra a počítačové algebry CoCoA při zadání, ověření a následném dokázání geometrických vlastností. Konkrétně autor tímto způsobem zpracoval několik známých geometrických vztahů (Wallace-Simsonova, Brahmaguptova, Cevaova a Routhova a speciální případ poslední uvedené, známý jako tvrzení o Feynmanově trojúhelníku) a provedl odvození rovnic dvou rovinných křivek (kardioida a strofoida). Autor vřelou podporou tvrzení nejprve vysloví a ilustruje obrázkem z GeoGebry. Poté použije nástroje GeoGebry k verifikaci tohoto tvrzení a k ilustraci jeho klasického důkazu, který po verifikaci následuje. Nakonec provede počítačové důkazy pomocí programu symbolické algebry CoCoA.

Vhodnou volbou geometrických vlastností i zvoleným postupem jejich počítačové zpracování učinil autor důležitý krok k vytvoření zajímavého a přínosného úvodu do postupů verifikace a dokazování geometrických vlastností s podporou počítače. Bohužel, kvůli nedostatku času, kterými předložený text trpí, nelze však říci, že by tohoto cíle bezvýhradně dosáhl. Je například škoda, že autor nepředstavil a nevyužil veškerý potenciál programu GeoGebra. Jakoby používal starší verzi tohoto programu. Vřelou podporou nabízející nástroj *Vztah mezi objekty* kromě numerického ověření také ověření pomocí prostých počítačových algebry. Tato skutečnost však z pohledu publikovaných výsledků (viz například Obr. 2, 7) není vůbec patrná. Je rovněž s podivem, že autor nezmiňuje použití CAS programu GeoGebra a při vyšetřování křivek alespoň nenaznačí možnost využití funkce *RovniceMnozinyBodu*. Pro symbolické výpočty si autor vybral program CoCoA. V anotaci, úvodu i v závěru zmiňuje použití obou zvolených programů ve výuce na základní a střední škole. Bylo by proto vhodné, aby se v textu práce tomuto využití v noval konkrétněji, nejlépe prostřednictvím metodicky zpracovaných ukázkových postupů zařazených do kontextu výuky matematiky na příslušném stupni. Každá vlastnost je v práci dokázána rovněž š automaticky, pomocí nástrojů počítačové algebry. Příslušná algebraická teorie, která se za použitými postupy skrývá, je dobře zpracována v dostupných zdrojích a je správné, že na ní autor tenkrát odkazuje. Domnívám se však, že pojmy a základní algebraické postupy, které autor v důkazech využívá, mohl v práci alespoň stručně objasnit (viz například str. 10, pojmy šnormální forma a šideál, případně symbol  $\mathbb{Z}[\alpha_1, \dots, \alpha_n]$  ve vztahu na téže straně). Kvalitu práce rovněž snižují některé nepřesnosti, které ovlivňují korektnost prezentovaných postupů (viz například str. 10<sup>4</sup>, 5, 7: Místo symbolu rovnosti  $\cong$  má být použit symbol  $\simeq$  je prvkem  $\in \mathbb{C}$ , str. 14<sup>6</sup>: šbod  $K \circ \circ$  šbod  $M \circ$ , str. 15<sup>3</sup>:  $\angle \alpha \alpha \alpha = \angle \alpha \alpha \alpha \circ \circ > \angle \alpha \alpha \alpha = \angle \alpha \alpha \alpha \circ$ ). Na které další výhrady a nepřesnosti uvádím v přehledu níže.

Celkem přijatelnou typografickou úroveň práce snižuje četný výskyt obrázků s příliš malou velikostí písma (jedná se o náhledy okna použitého programu, viz například Obr. 2, 6, 7, 8, 16, 17) a nesprávná sazba determinantu (viz str. 17, 24).

- tudiu práce narazil, spolu s výhradami k n kterým  
ásledujícím p ehledu (Index u ísla stránky znamená  
dolní index pak zdola):
- 7<sup>10</sup>: šProgram CoCoA umohl uje dokazování tvrzení na základ aritmetických propo t .õ ó  
Program CoCoA je program pro symbolické algebraické výpo ty, opravdu se jedná o  
šaritmetické propo tyõ?
- 8<sub>5</sub>: ší procházejí í õ ó> šprocházíõ.
- 9<sup>1</sup>: šJako d kaz s podporou po íta e musíme nejprve zvolit í soustavu sou adnic.õ ó  
nevhodná formulace.
- 10<sub>2</sub>: ší zbytek r p id lení polynomu h polynomu z G je roven 0.õ ó> ší zbytek r p i d lení  
polynomu h polynomy z G je roven 0.õ
- 12<sup>2</sup>: ší vlastností *Kruftnice daná t emi body í õ*, 12<sup>6</sup>: ší vlastností *Kolmice í õ ó* místo  
švlastnostíõ by bylo vhodn j-í pouflívat termín šnástrojõ.
- 14<sub>2</sub>: štrojúhelníka *ABCõ ó*> ší trojúhelníku *ABCõ*.
- 19, Obr. 11: Zobrazená situace neodpovídá zn ní v ty na str. 18; místo bodu *X* je bod *Q*,  
místo stran *AB*, *CD* jsou strany *AD*, *BC*.
- 22, Obr. 15: Ozna ení n kterých bod neodpovídá situaci popisované v textu d kazu na téfle  
stran (místo bodu *X* je zobrazen bod *F*, místo bodu *P* je *M*).
- 22<sup>3</sup>: Místo  $|\angle \square \square \square| = \square$  by m lo být  $|\angle \square \square \square| = \square$ .
- 22<sup>6</sup>: Místo ší trojúhelníky *AQX* a *DAQ* jsou podobné.õ by m lo být ší trojúhelníky *AQF* a  
*ADQ* jsou podobné.õ
- 23<sup>3</sup>: Nevhodná velikost závorek v zápisu sou adnic bodu *M*.
- 24<sup>1</sup>: šZáv rné í õ ó> šZáv re né í õ
- 27<sup>1</sup>: M fleme skute n pohybovat bodem *B*õ?
- 28, 1. odstavec: Rovnost pom ru uvedených délek a obsah trojúhelník není dostate n  
vysv tlena.
- 28<sub>5</sub>: Zmínka o  $\|AGC\|$ , ve vzorci v-ak pouflito  $\|CAG\|$ .
- 30<sup>1</sup>: špouflijemeõ ó> špouflijemeõ.
- 32<sub>4</sub>: Skute n to program neumoflní?
- 36, Obr. 27: Chybný popisek obrázku.
- 42<sup>1</sup>: Není vysv tlena p ítomnost uvedených matic (determinant ).
- 49<sub>1</sub>: šdannéõ ó> šdanéõ.

P es uvedené nedostatky p edstavuje práce uflite ný po in, který by po jejich odstran ní jist  
nalezl uplatn ní v p íprav u itel matematiky na základní a st ední -kole jako úvod do  
postup verifikace a dokazování geometrických vlastností s podporou po íta e. Práci proto  
doporu ují k obhajob s hodnocením šdob eõ.

Otázka k obhajob : Uve te prosím p íklad konkrétního vyuffití Vámi p edstavených postup  
p í výuce matematiky.

Roman Ha-ek



Your complimentary  
use period has ended.  
Thank you for using  
PDF Complete.

[Click Here to upgrade to  
Unlimited Pages and Expanded Features](#)

Návrh na klasifikaci diplomové práce: **dob e**

.....  
Podpis oponenta diplomové práce

V . Bud jovicích dne 15. 8. 2016

Stupe klasifikace	V ýborn	velmi dob e	dob e	Nevyhov l
-------------------	---------	-------------	-------	-----------