Pedagogická fakulta
Faculty of Education
Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Diplomová práce

Rozvoj funkčního myšlení žáků na druhém stupni základní školy

Vypracovala: Šárka Nováková
Vedoucí práce: doc. RNDr. Helena Binterová, PhD.

České Budějovice 2017

Poděkování

Mnohokrát děkuji RNDr. Heleně Binterové, PhD. za odborné vedení při tvorbě této diplomové práce. Za její cenné rady, poskytnutý materiál, připomínky a ochotu. Také bych chtěla poděkovat své rodině, která mi poskytla zázemí a projevila velkou trpělivost. A v neposlední řadě děkuji za ochotu pedagogickému sboru základní školy, na níž jsem zkoušela prověřit své pracovní listy.

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Rozvoj funkčního myšlení žáků na druhém stupni základní školy jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích, 28. dubna 2017

Anotace

Hlavním cílem mé diplomové práce je vytvoření pracovních listů včetně příručky pro uživatele a následné prověření pracovních listů ve výuce. Tyto pracovní listy obsahují úlohy pro rozvoj funkčního myšlení na druhém stupni základní školy.

Diplomová práce obsahuje teorii o funkčním myšlení, vytvořené pracovní listy inspirované učebnicemi pro druhý stupeň ZŠ, průběh ověřování pracovních listů ve výuce a výsledky.

Klíčová slova

Myšlení, funkční myšlení, funkce.

Annotation

The main aim of my thesis is creation of working sheets, including user manuals and test working sheets in the schooling. These working sheets contain the tasks for the development of functional thinking in the second grade of primarry school.

The diploma thesis contains theory of functional thinking, created working sheets, which I created on the basic of inscpiration from textbooks for the second grade of primary school, the course of verification working sheets in the classroom and results.

Keywords

Thought, functional thinking, function.

Obsah

1 ÚVOD

Matematika je v současnosti jedním z nejdůležitějších oborů. Spousta věcí a vynálezů, které každodenně používáme a považujeme je za samozřejmé, jako je mobil, televize, navigační systém či počítač, by bez matematického myšlení a matematiky jako takové nikdy nespatřily světlo světa. Matematika nás doprovází od vzniku prvních civilizací a spoluvytváří naši kulturu. Proto je škoda, že dnešní děti ji nemají moc rádi. Možná je to dané tím, že právě nové vynálezy často „přemýšlí“ za ně a oni potom nemají tu potřebu přemýšlet sami. Často slýchám větu: „*Na internetu je přece všechno.*“ Otázkou ale zůstává, zda jsme schopni se ve změti informací orientovat, vyhledávat to důležité, pochopit tyto informace a správně je interpretovat. Také může jít o to, že úlohy ve školské matematice jsou často příliš odtržené od reálného života, používají se nereálné informace a žáci tak nemohou navazovat na svoje zkušenosti. Ztrácí proto zájem o matematiku, protože je příliš abstraktní a oni si pod změtí čísel nedokáží nic představit.

Téma „*Rozvoj funkčního myšlení žáků na druhém stupni základní školy*“ jsem si vybrala, protože mě zajímalo, jak propedeutika funkčního myšlení na základní škole probíhá. Jak se žákům v hlavách tvoří povědomí o funkční závislosti a o funkcích.

Funkční myšlení se rozvíjí daleko dříve, než dítě nastoupí do školy a než je definován pojem funkce. I tuto skutečnost jsem se snažila zdůraznit v této práci. Diplomová práce obsahuje teoretickou i praktickou část. V teoretické části se zabývám myšlením obecně, jeho vývojem a funkčním myšlením. Ve druhé části jsem vytvořila pracovní listy a některé jsem otestovala po dohodě s pedagogickým sborem na základní škole. Úlohy, které obsahují, jsou jen zlomkem úloh, které se používají na cestě k rozvoji funkčního myšlení. Úlohy jsou inspirované učebnicemi nakladatelství Fraus a učebnicemi Odvárko – Kadleček a standardními úlohami. Také jsem inspiraci hledala v odborné literatuře a v různých projektech.

2 MYŠLENÍ

Myšlení řadíme mezi kognitivní (poznávací) procesy. Je to nástroj, kterým poznáváme svět kolem nás. Nástroj, s jehož pomocí analyzujeme, porovnáváme a vyhodnocujeme nějaké informace. Děláme předpoklady, které ověřujeme a ze kterých formulujeme závěry.

Na základě tohoto procesu tvoříme něco nového, nějaký nový poznatek, tvoříme si vlastní názory a postupy řešení problémů (ať už teoretických či praktických). Díky tomu vznikají různé nápady a myšlenky, které nás posouvají vpřed.

Myšlení je schopnost, která je zahrnuta v inteligenci, neboť právě inteligence určuje kvalitu myšlení každého z nás. To, jakým způsobem myslíme, je tedy odrazem a projevem naší inteligence.

2.1 Definice myšlení

Myšlení je snad jen člověku vlastní proces, který využívá poznatků a informací k tomu, abychom mohli plánovat, interpretovat a modelovat svět kolem nás. Je to nástroj, kterým můžeme konstruktivně komunikovat a s jehož pomocí jsme schopni vytvářet předpovědi. V podstatě jde o operování a manipulaci s informacemi, obrázky, nápady, představami, pojmy, symboly a jinými kognitivními symbolizacemi. Schopnost myslet je každému člověku vrozená.

Jednoznačné vymezení myšlení, jako psychologického jevu není snadné, protože existuje spousta různých definicí. Lze ho například definovat jako vše, co dělá vědomá mysl. Tato definice je ale příliš široká, neboť zahrnuje počítání zpaměti, vnímání, zapamatování a následné vybavení si telefonního čísla, vytváření představy nějakého předmětu (zvířete, člověka, hračky, …), atd.

Profesorka Alena Plháková (Plháková 2004, s. 262) pojímá myšlení jako vnitřní mentální (duševní, rozumový) děj, který není možné pozorovat přímo, a který „… *lze definovat jako* ***proces zpracování a využívání informací***“.

Se stručnějším vymezení pojmu přichází ve své knize profesor Milan Nakonečný (Nakonečný 2004, s. 144): „… *myšlení je kognitivně zprostředkovaný proces chápání a řešení problémů; řešení problémů je totiž jeho podstatný předmět.*“. S pojetím myšlení, jako procesu řešení problémů souhlasí i psycholožka Marie Vágnerová (Vágnerová 2002).

Doktorka Vacíková společně s docentkou Langovou (Vacíková 2011) označují myšlení za vyšší formu poznání, v jehož centru stojí operování se symboly. Člověk tohoto myšlení využívá tehdy, nemůže-li použít reálných podnětů k tomu, aby prostřednictvím manipulace s těmito podněty získal odpověď na svou otázku (resp. řešil nějaký problém).

Mezi hlavní funkce myšlení se v odborné literatuře nejčastěji řadí:

- Vytváření nějakého **nového poznatku** (něčeho nového, nového vědění, nové hodnoty, …).
- **Usuzování**, jehož prostřednictvím docházíme k nějakému závěru.
- **Formování pojmů** a jejich následné rozvíjení.
- **Hledání, rozpoznávání a nacházení vztahů a souvislostí** mezi informacemi.
- **Rozhodování a řešení problémů**.

Myšlení začíná tehdy, máme-li potřebu něco pochopit nebo vyřešit. Na počátku je tedy nějaká nevyřešená otázka, problém či nesrovnalost, kterému chceme přijít „na kloub". Není proto divu, že v centru zájmu uvedených definic je vesměs řešení problémů. K tomu, abychom mohli řešit problém, musí existovat nějaká **problémová situace**, kterou Nakonečný (Nakonečný 2004) popisuje jako situaci, kdy cesta k jejímu vyřešení nám není známá, ale je nám znám cíl, ke kterému směřujeme. A naším velkým úkolem je překonat všechny překážky, jenž jsou nám kladeny, a tuto cestu nalézt. Řešit problém potom znamená chápat vztahy nejen mezi objekty samotnými, ale především mezi jejich reprezentacemi, a také pracovat jak s informacemi, tak i se vztahy, které panují mezi nimi a které vedou k uspokojivému řešení (Vágnerová 2002).

Řešit problém (resp. problémovou situaci) se dá přímo pomocí manipulace s nějakými předměty. Tato přímá manipulace je prvotním experimentováním, kterého nejčastěji využívají děti (Kern 2000). Slovy amerického psychologa E. L. Thorndikea se jedná o metodu zvanou pokus-omyl. Výsledek této cesty však není nikdy jistý, protože velkou roli zde hraje náhoda. U složitější problémové situace tuto metodu ani aplikovat nelze, protože cesta vedoucí k řešení může být náročná (finančně, fyzicky, …) nebo dokonce i nebezpečná, a proto se musíme uchýlit k dalšímu způsobu.

Dalším způsobem, jak řešit problém, je prostřednictvím *„…**vytváření a ověřování hypotéz, které představují jednotlivé varianty uspořádání vzájemných vztahů.** (Tyto vztahy mohou mít rozličný charakter, např. funkční, pragmatický, logický apod.). Děje se tak obyčejně pouze v mysli, člověk přemýšlí o různých variantách hypotéz, které ověřuje, popřípadě koriguje či zavrhuje.“*. (Vágnerová 2002, s. 146)

Při řešení problému můžeme využít již známého postupu, který je aplikovatelný na obdobné, stejně strukturalizované problémy. Těmto problémům říkáme, že jsou izomorfní (Sternberg 2002). Odhalení těchto izomorfních situací, které jsou zasazené do různých kontextů, je pro některé složité a někdy až nemožné. Myslíme si, že to může být jeden z důvodů, proč někteří žáci selhávají v matematice. Protože se často snaží bezmyšlenkovitě opakovat stejný postup ve slovní úloze, který se použil v úloze předchozí, aniž by si uvědomili, že typ úlohy je odlišný. Dalším způsobem je vytvoření nového způsobu řešení, které před námi ještě nikdo nepoužil, nebo není až tak známé (Vágnerová 2002). Tedy je tento postup řešení pro nás do té doby, než ho objevíme, neznámý a nikdy jsme ho nepoužili. Je to něco, co jsme sami vymysleli.

Sternberg (Sternberg 2002) uvádí jednotlivé kroky, kterými bychom měli projít při řešení problému. Jsou to: identifikace problému, definování a reprezentace problému, formulování strategie, organizace informací, rozdělení zdrojů, monitorování – průběžná kontrola a závěrečné zhodnocení.

2.2 Myšlenkové operace

Podstatnou složkou myšlení jsou myšlenkové postupy, které nám umožňují dojít k vytyčenému cíli. Těmto postupům říkáme myšlenkové operace, jejichž prostřednictvím myšlení probíhá. Když přemýšlíme, tak realizujeme myšlenkové operace s různými psychickými obsahy a mentálními reprezentacemi, k nimž patří pojmy, vjemy, představy a abstraktní znaky, které spějí k řešení problémů (Plháková 2004).

K základním myšlenkovým operacím patří srovnávání, abstrakce, zobecňování, konkretizace, analýza, syntéza, dedukce, indukce a analogie.

Komparace (srovnávání) je operace, která porovnává, zda jsou dva a více předmětů nebo jevů shodné, podobné či naprosto odlišné (Paulík 2004). Pomáhá nám předměty porovnávat, třídit a uspořádat do kategorií.

Abstrakci provádíme tehdy, ponecháváme-li stranou nepodstatné vlastnosti předmětů a jevů a vybíráme si vlastnosti podstatné (Paulík 2004). Abstrakce je hlavním prvkem myšlení v matematice, kdy jdeme od konkrétního k abstraktnímu, od jednotlivých jevů, znaků a pojmů k obecným poznatkům.

Zobecňování (generalizace) je pojem, který pochází již od Aristotela. Jedná se o spojování vlastností jednotlivých předmětů, jevů, znaků a pojmů a vytváření obecných zákonitostí (Plháková 2004). Z jednotlivin docházíme k obecnějším poznatkům, jenž můžeme aplikovat na nějakou skupinu (třídu) jevů.

Konkretizace (specializace) je myšlenkovou operací, kdy obecné vlastnosti stahujeme na konkrétní předmět, jev, znak či pojem. Využíváme smyslových orgánů.

Analýza je rozkladem předmětu či jevu na části (reálně či myšlenkově). Postupujeme tedy od celku k částem (podobně jako u konkretizace). Společně se syntézou se účastní ostatních myšlenkových procesů (Luhan 1990).

Syntéza je opačnou operací k analýze. Jdeme tady totiž od částí (jednotlivých prvků, předmětů a jevů) k smysluplnému celku (Vágnerová 2002).

Analýza a syntéza jsou mentálními operacemi, které jsou součástí vyšší kategorie původní taxonomie výukových cílů (tzv. Bloomovy taxonomie). V revidované Bloomově taxonomii analýza zůstala, ale syntéza se přetvořila v tvořivost.[1]

Indukce je takovým postupem, kdy od konkrétních poznatků přecházíme k obecným závěrům. Jedná se o usuzování z vlastností či zákonitostí, které platí pro jednotlivé prvky a my z nich odvodíme obecný závěr (Vacínová 2011).

Dedukce je usuzováním, při kterém vycházíme z obecných závěrů (poznatků) a aplikujeme je na jednotlivé případy. Jde tedy o opačný postup k indukci (Plháková 2004).

Analogie je důležitou operací pro usuzování. Jde o zvládání nové situace na základě toho, že si takovou situaci přizpůsobíme do situace podobné, která je nám již dobře známá. Pokud jsou dva jevy či předměty obdobné (tzn., že mají obdobné znaky), tak předpokládáme, že jde o analogii. Jsme totiž schopni brát si ponaučení z předchozích zkušeností a zapamatovat si je (Thagard 2001).

2.3 Vývoj myšlení (od narození k dospívání)

Ač je myšlení člověku vrozené, tedy je to něco, co máme k dispozici od narození, nedostaneme ho hotové. Myšlení je něco, co je pružné a vyvíjí se po celý život. Je důležité (zvláště z pedagogického hlediska) mít alespoň základní povědomí, jakým způsobem „myšlení zraje“. Musíme vědět kdy a do jaké hloubky je žák připraven přijmout nějaké učivo. Například pro matematiku je stěžejním poznatkem to, že žák je schopen složitější abstrakce až okolo dvanáctého roku věku.

[1] Více o Bloomově taxonomii: (Hudecová 2004, [online])

Nakonečný (Nakonečný 2004) rozlišuje u myšlení tři vývojové stupně:

- **Manipulační myšlení** (první vývojový stupeň myšlení). Jak již název napovídá, jde o myšlení, které se zakládá na manipulaci s konkrétními předměty formou metody pokus-omyl.
- **Obrazově názorné myšlení**. Objevuje se po druhém roce života dítěte a operuje s obrazy.
- **Pojmově-logické (abstraktní) myšlení**. Toto myšlení se rozvíjí po desátém roce života a zachází s pojmy.

Vágnerová (Vágnerová 1992, s. 155) uvádí své poznatky a poznatky významného švýcarského vývojového psychologa J. Peageta, které následně shrnuje: „***První fáze myšlení je prelogická, malé dítě ještě plně nerespektuje realitu ani zákony logiky. Myšlení dětí školního věku se už zákony logiky, alespoň rámcově, řídí. Ve svém uvažování je objektivnější, respektuje realitu, i když v tomto období hlavně její aktuální a konkrétní variantu, tj. současnost. Nejvyšší úrovně dosahují tzv. formální logické operace, které jsou předpokladem hypotetického uvažování. Projevuje se zde další decentrace v poznávání: člověk už není vázán na svůj subjektivní pohled ani na aktuální skutečnost. Umí uvažovat o pouhých možnostech, které ještě nenastaly, ale nastat by mohly, tj. o budoucnosti***."

Dítě, které se narodí, je zahlceno novými podněty a musí být připraveno komunikovat se světem, který je pro něj naprostou záhadou. Langmeier (Langmeier 1998) tvrdí, že novorozenec je již schopen hledat souvislosti v podnětech, jenž mu prostředí nabízí a získávat prostřednictvím těchto podnětů nové zkušenosti. Dále také uvádí, že dítě aktivně vyhledává ve svém bezprostředním okolí problémy a hledá cestu k jejich řešení. To značí, že od narození jsme schopni myšlenkových pochodů na základní úrovni. Takto malé děti již **získávají pochopení principu kauzality**. Jsou si totiž schopni uvědomit, že jejich chování (resp. jednání) má nějaký následek. Například vědí, že když budou třást hračkou, tak ta hračka začne vydávat zvuky (chrastit). Z počátku jde o náhodný dotek, kdy se dítě dotkne hračky, která vydá zvuk a při opakování se tento náhodný dotek mění v cílený.

J. Piaget označuje první fázi života dítěte a jeho kognitivního vývoje za senzomotorické stadium, které zasahuje až do batolecího období. Je zde významný vztah mezi motorickou aktivitou dítěte, tedy tím, co dítě dělá, a vnímáním dítěte. Stejně jako Langmeier říká, že děti začínají jednat záměrně, protože objevují vztah mezi svým jednáním a důsledky, které toto jednání vyvolává. (Piaget, 2001)

Okolo druhého roku života začne dítě chápat symbolický význam slov. Rozšiřuje si slovní zásobu a čím dál tím více začíná novým slovům rozumět, a užívat jich. V myšlení se od dvou let až do konce období předškolního věku (tj. do šesti až sedmi let) střídá myšlení egocentrické, antropomorfní a magické (Kern 1999). Egocentrické myšlení znamená, že dítě nevnímá názory druhého. Dítě samo je centrem jakéhokoli poznání a je přesvědčeno, že jeho vlastní přístup je ten jediný možný. Nedokáže pochopit, že možností poznání, cest, které vedou k řešení nějaké situace, či názorů může být více (Vágnerová 2002). Nahlíží tedy na věci jen z jednoho úhlu pohledu.

Dítě se začíná osamostatňovat, zkoumá a poznává své okolí. Pozitivní hodnocení od blízkých osob je pro něho velmi důležité. Získává tak důvěru ve vlastní schopnosti. Antropomorfní myšlení se vyznačuje tím, že dítě připisuje lidské vlastnosti neživému předmětu. Magické myšlení je nelogický proces, kdy věcem, kterým nerozumíme (tj. neumíme si je vysvětlit) přikládáme nadlidský význam. Jde o jakýsi zásah vyšší moci (Kern 1999).

Při nástupu do školy nastává stádium konkrétně logických operací, které trvá od sedmi do dvanácti let věku. Dítě se začíná více zajímat o přání druhých a chápat svět realisticky. Dokáže tedy posuzovat stálost věcí, jejich množství a velikost (Langmeier 1998). U dětí se vyvíjí schopnost užívání abstraktních pojmů, ale jen ve vztahu ke smyslově vnímatelným objektům. Také si okolo osmého roku věku konzervuje pojem hmotnosti a obsahu. To znamená, že chápe, že když rozdělíme nějaký celek na menší části, tak všechny tyto části představují stejné množství a původní celek z nich lze opět složit. Okolo desátého roku se rozvíjí schopnost řadit a klasifikovat objekty (Atkinson 2003).

Základními podmínkami konkrétně logických operací je schopnost decentrace a respektování více faktorů najednou, které charakterizují reálnou skutečnost. V prvním případě se jedná o to, že dítě chápe proměnlivost stavů pozorovaného objektu a ví, že je to stále ten samý objekt, i když v něm došlo k nějakým změnám. V případě druhém již zvládne například poznat, že když přeleju půl litru tekutiny z nízké a široké sklenice do vysoké a štíhlé, tak množství tekutiny se nezmění. (Vágnerová 2002)

V období dospívání se výkonnost poznávacích procesů, mezi které patří i myšlení, dovršuje. Dítě vstupující do puberty vstupuje i do stylu myšlení dospělých. Vývoj myšlení tedy postupuje od konkrétně logických operací, tj. názorných operací, k operacím formálním (Piaget 2001). Formální operace přinášejí velký pokrok v myšlení. Dospívající je schopen myslet prostřednictvím abstraktních pojmů, uvolňuje se totiž jeho vazba na realitu. Zvládá také uvažovat v hypotetické rovině. Chápe, že způsobů řešení nějaké situace může být daleko více. O dalších způsobech řešení přemýšlí, zkouší je a hodnotí. Kriticky přistupuje k poznatkům svým i k poznatkům jiných (Langmeier 1998).

3 MATEMATICKÉ MYŠLENÍ

Matematika je krásnou disciplínou a když víme kam a jak se dívat, uvidíme ji všude okolo nás. Kolikrát ji užíváme při provádění každodenních činností, aniž bychom si to uvědomovali. Při odměřování správné dávky aviváže do prádla, při vážení jednotlivých ingrediencí do tvarohového koláče, aby suroviny byly ve správném poměru, při vykopávání základu skleníku, při vyhledávání vyhovujících spojů autobusu nebo při používání toho zázračného a všemi oblíbeného stroje, kterému říkáme počítač, i když ten vlastně počítá většinou za nás. Takovýchto aktivit, kde je matematika, a tedy i matematické myšlení, přirozenou součástí našich životů, bychom našli nespočetně.

Myšlení je proces vedoucí k poznání a prostřednictvím tohoto procesu poznáváme realitu. Naše myšlení vždy pracuje s pojmy. Tyto pojmy vyjadřují buď nějaký konkrétní předmět (např. stůl, židle, …) nebo to jsou pojmy abstraktní (např. pravidelný šestiboký hranol). Naše mysl tyto pojmy vytváří, definuje, hodnotí, soudí a vytváří mezi nimi vztahy (Henzl 2014, [online]). Matematické myšlení naplňuje vše, co bylo definováno pro myšlení obecně, a navíc má svá určitá specifika, která jsou dána předmětem a metodami matematického vědění. Matematické myšlení naplňuje také všechny znaky logického myšlení, protože matematika má své vnitřní zákony, principy a logické systémy, kterými se řídí a také je to myšlení tvořivé. Tvořivé myšlení proto, že ač se žáci učí tomu, co je již známé, pro ně samotné je to objevování něčeho nového (Luhan 1990).

Podstatným a hlavním rysem matematického myšlení je ***abstrakce***. Vždyť již sama čísla jsou abstraktním pojmem. Tyto abstraktní pojmy v matematice vznikly na základě abstrakcí z konkrétních a reálných situací. (Blažková 2013, [online])

Matematické myšlení využíváme u řešení logických úloh. Vlastně vše, co ve svém životě děláme a i to, jak myslíme, může být pojato i vyjádřeno matematicky. Matematické myšlení rozšiřuje naše vědomí a zlepšuje naše logické schopnosti a tím rozšiřuje i potenciál našeho mozku. (Herald 2006)

Pavel Říčan (Říčan 2007) považuje numerickou schopnost za něco, co se projevuje hbitostí a bezpečným zacházení s čísly při řešení jednoduchých početních úkonů.

Kaye Stacey (Stacey 2007, [online]) považuje matematické myšlení za důležité ze tří důvodů:

1. Matematické myšlení je cílem školní docházky.
2. Matematické myšlení je důležité pro způsob, jakým učit matematiku.
3. Matematické myšlení je důležité pro samotnou výuku matematiky.

Schopnost používat matematické myšlení při řešení problémů je totiž základní cíl výuky matematiky, ale také je to jeden z těch „nejnepolapitelnějších“ cílů. Studenti by totiž měli být schopni sami určit, v jakých reálných situacích a jakým způsobem by měli použít to, čemu se v matematice naučili. Matematicky myslet totiž znamená používat matematiku jako „pomocnou ruku“ v každodenním i pracovním životě.

Bohužel z mezinárodních šetření, jako je například PISA, vyplývá, že úroveň matematických znalostí, matematického myšlení, a tedy i matematické gramotnosti, rok od roku klesá. Existuje názor, že tento pokles může být způsoben tím, že matematické myšlení, které je potřebné pro pochopení spousty studovaných oborů a profesí (například ekonomie, lékařství), přestává být součástí vzdělanosti a kultury. Meze matematického myšlení, tj. takové matematické pojmy a postupy, které dříve zvládal „průměrný student“, se stále posouvají k vyšším věkovým kategoriím. (Janík, [online])

Matematické myšlení ale nelze ztotožnit s děláním matematiky ve školském prostředí, jak by se mohlo zdát, protože školní matematiky se většinou zaměřují na učení postupů, jejichž cílem je řešení stereotypních problémů. Matematické myšlení se totiž vztahuje na schopnost využívat nabytých vědomostí při řešení reálných problémů, které vznikají v našem každodenním životě. Matematickému myšlení se tedy neučíme (ač je cílem povinné školní docházky), ale získáváme ho prostřednictvím řešení matematických problémů. (Introduction to Mathematical thinking 2014, [online])

Matematické myšlení dělíme na konkrétní, abstraktní, algoritmické, strukturní, prostorové, intuitivní a funkční myšlení. (Luhan 1990)

3.1 Transmisivní vs. konstruktivistický přístup

Aby se matematické myšlení u žáků na ZŠ skutečně rozvíjelo, je třeba zvolit vhodné strategie, metody a zvolit si vhodný přístup, který toto myšlení umožní.

Transmisivní přístupy ve vyučování jsou ty, ve kterých je dominantní osobou učitel a vyučování probíhá tak, že hotové poznatky jsou předávány učitelem žákovi. Jedná se tedy většinou o jednostranný přenos informací, kdy učitel vysvětluje učivo žákům a předpokládá, že na základě jeho vysvětlení toto učivo žáci převezmou a zapamatují si (Blažková 2013, [online]). Jde tedy jen o formální znalost. Žák je v procesu vzdělávání spíše pasivní a nemůže mluvit ani do obsahu ani do způsobu předávání (Henzl 2014, [online]). Při vyučování jsou většinou užívány metody slovní.

Konstruktivistický přístup, často vnímaný jako protiklad k přístupu transmisivnímu, se v českém prostředí spojuje se jmény profesorů Kuřiny a Hejného, kteří obecný konstruktivismus převedli do didaktického konstruktivismu. Do centra pozornosti se v tomto přístupu dostává žák a jeho myšlenkové pochody. Konstruktivismus staví na tom, že poznatky jsou nepřenosné a jejich tvorba se opírá o zkušenosti poznávajícího (Hejný, 2004). Respektuje přirozený vývoj myšlení.

Konstruktivistický přístup je na rozdíl od transmisivního přístupu, který svou pozornost směřuje na výkon žáka, zaměřen na rozvoj myšlenkových schopností. V tomto pojetí výuky jde především o samostatné vytváření poznatkových struktur žáků a učitel zde plní spíše roli moderátora a pomocníka, který žákům předkládá vhodné problémové situace, jenž žáci řeší většinou samostatně. Takto pojaté vyučování usiluje o navození takové situace, která povede k myšlenkovému konfliktu. Tento konflikt vzniká tak, že se nová informace střetne s původní myšlenkovou strukturou žáka. Konflikt je vyřešen, pokud žák vytvoří či nalezne nové řešení a informaci si zařadí do přetvořené myšlenkové struktury. (Henzl 2014, [online])

Konstruktivismus vychází tedy z předpokladu, že každý jedinec si své poznání konstruuje sám za pomoci vlastní myšlenkové aktivity a jedině takové poznání, za nímž stojí vlastní zkoumání věci či problému, a které je podpořeno propojováním nových a starších poznatků, má šanci se stát trvalou součásti žákovy myšlenkové struktury. (Grecmanová 2007)

Často se oba přístupy (transmisivní a konstruktivistický) považují za dva opačné extrémy, přičemž realita se pohybuje někde mezi nimi. Souhlasíme s názorem Blažkové (Blažková 2003, [online]), která tvrdí, že na oba přístupy by se nemělo pohlížet jako na protikladné, ale oba by se měly ve výuce vhodně propojovat a doplňovat.

4 KRÁTKÁ HISTORIE FUNKČNÍHO MYŠLENÍ A POJMU FUNKCE

Podobně jako probíhá propedeutika funkčního myšlení v předškolním i školním věku, dokážeme podobný proces nalézt i v historii.

STAROVĚK

Již ve starověku se začaly vytvářet intuitivní představy o kvantitativních vztazích mezi čísly a stejnorodými geometrickými veličinami. Lidé samozřejmě měli představy o kvantitativní závislosti již daleko dříve, získali je z pozorování jevů v přírodě (např. větší oheň znamená více tepla atd.), ale s představou funkční závislosti mezi čísly a fyzikálními objekty se poprvé setkáváme až ve starověku, respektive ve starověké Babylonii, ze které se nám dochovaly tabulky funkcí, které se používaly například ve stavebnictví, zemědělství i při výpočtu daní a tabulky astronomické (Polák 2014). Babyloňané pozorovali a zaznamenávali pohyby hvězd a dokázali předpovídat pohyby planet i zatmění Slunce (Hejný 1988).

V 6. stol. př. n. l. to byli Řekové, kteří si uvědomili rozdíl mezi diskrétním a spojitým dějem. Pythagorejci se snažili zkoumat hudbu z matematického hlediska a najít vztah mezi délkou, tloušťkou struny a výškou zvuku a geometři (např. Hippias, Archimedes, Apollónios a další) studovali křivky vzniklé spojitým pohybem bodu (např. parabolu, hyperbolu či elipsu). Nikde ve starověku jsme ale nemohli najít myšlenku obecné funkce a proměnné. (Kopáčková 2002, [online])

STŘEDOVĚK

Myšlenka funkce se poprvé objevila až ve středověku. Starověcí Řekové rozpracovali některé konkrétní křivky, ale krok k univerzálnímu modelu (tj. k obecné křivce) učinil až na přelomu 10. a 11. století arabský matematik al-Bírúní. Křivky začal vyšetřovat z hlediska jejich extrémů, ale ve své práci zůstal nadlouho osamocen. (Hejný 1988)

Ve 12. až 14. století scholastici Robert Grosseteste, Thomas Bradwardinus, Nicole Oresme a Richard Swineshead na anglických a francouzských univerzitách začali matematicky zpracovávat a popisovat změnu, pohyb a přírodní děje. (Kopáčková 2002, [online])

Matematik Nicole Oresme byl prvním, který mluvil o ***závislosti veličin***. Při zkoumání pohybu a popisování funkčních závislostí používal geometrické pojmy i grafické znázornění (Polák 2014). Zajímal se také o nekonečné řady a dokázal divergenci harmonické řady (Hejný 1988).

NOVOVĚK

Až v novověku byla obecně definována funkce, jejíž definice se stále zdokonalovala. Funkce se tak stala jedním z hlavních pojmů matematiky. (Polák 2014)

Důležitá změna ve vývoji pojmu funkce, a tedy i ve vývoji funkčního myšlení se uskutečnila v 17. století. Významným pokrokem bylo zavedení koncepce integrálního a diferenciálního počtu. S touto koncepcí nezávisle na sobě přišli hned dva významní matematici – Isaac Newton a Gottfried Wilhelm Liebnitz. Podařilo se jim tak do matematiky, která se do té doby zaměřovala spíše na statické počítání, popisování a měření, vnést ***pohyb a změnu***. (Devlin 2002)

Pojem funkce jako první použil německý matematik G. W. Leibnitz. Tento termín pochází z latinského *function*. Můžeme ho přeložit jako *fungování* nebo *činnost*. Jeho pojetí funkce bylo ale ryze geometrické, protože funkcemi nazýval například Descartovy úsečky, které určují polohu bodu. (Polák 2014)

První (uveřejněnou) definici funkce předložil Johann I. Bornoulli v roce 1718: „*Funkcí proměnné veličiny se nazývá veličina sestavená libovolným způsobem z této proměnné veličiny a konstant*.“ Funkci označoval řeckým písmenem φ a proměnnou psal bez závorek: φx. (Polák 2014, s. 59)

Jeho slavný žák Leonard Euler tuto definici modifikoval: „*Funkce proměnné veličiny je analytický výraz sestavený libovolným způsobem z této proměnné veličiny a čísel nebo* *konstantních veličin.*“ Euler také zavedl označení funkce, tak jak ho známe dnes: $f(x)$. (Polák 2014, s. 59)

Matematici vedli v 18. století rozsáhlé diskuse ohledně obsahů funkcí, a to Eulera vedlo k většímu upřesnění jeho předešlé definice. V této nové definici byla zdůrazněna ***závislost veličin***: „*Jestliže některé veličiny závisejí na druhých takovým způsobem, že při změně těchto samy podléhají změně, pak první nazýváme funkcemi druhých. Tento název má mimořádně širokou povahu; zahrnuje všechny způsoby, jakými lze jednu veličinu vyjádřit pomocí jiných.“* (Kopáčková 2002, [online])

V 19. století Gustav Lejeune Dirichlet použil při definování funkce pojem ***jednoznačné přiřazení***: „*Proměnná veličina y se nazývá funkcí proměnné veličiny x, jestliže každé hodnotě veličiny x (na intervalu $a \leq x \leq b$) je přiřazena jediná konečná hodnota veličiny y*“. (Polák 2014, s. 60)

Ve 20. století se objevila množinová definice funkce: „*Zobrazení f množiny X do množiny Y nazýváme binární relací $f \subset X \times Y$ takovou, že ke každému prvku $x \in X$ existuje právě jeden prvek $y \in Y$, pro nějž $(x, y) \in f$.*“ (Polák 2014, s. 61)

5 FUNKČNÍ MYŠLENÍ

„Pojem funkce je v moderní matematice i fyzice jedním ze stěžejních pojmů. Na jeho základě se matematikům a fyzikům podařilo vyjádřit proměnnost dějů v přírodě a každodenním životě.“ (Polák 2014, s. 64)

Funkční myšlení není spojené pouze s pojmem funkce, jelikož se začíná vyvíjet daleko dříve, než v deváté třídě zaslechneme to kouzelné: *„Funkce je …“*. Jak zmiňujeme v kapitole ***Vývoj myšlení (od narození k dospívání)***, tak již děti předškolního věku se ve svém životě setkávají s příčinností jevů a různými vztahy a závislostmi, kterými si pěstují smysl a cit pro kauzalitu.

Má se za to, že na rozvoj funkčního myšlení má významný vliv i výchova v rodině (udržování nějakého řádu a režimu, odměňování dobrého chování a „trestání“ chování špatného) a čtení pohádek (Matematika pro všechny v kontextu didaktiky matematiky: Matematické myšlení, [online]). Děti se již v pohádkách dovídají, že zlo je potrestáno a dobro odměňováno, že některé děje mají svou příčinu i důsledek, a že některé hodnoty a objekty jsou na sebe závislé a jiné ne. Děti vědí, že čím déle pojedou na kole, tím více ujedou. Že čím více lidí se sejde u rodinného stolu, tím více talířů a příborů budou potřebovat, aby se mohli najíst. Závislosti a vztahy jsou všude kolem nás. Musíme se jen naučit lépe dívat a zajímat se o svět kolem, protože funkční myšlení je jedním z prostředků, jak objektivně poznat realitu.

5.1 Felix Christian Klein

Felix Klein byl významným německým matematikem druhé poloviny 19. století a začátku 20. století. Jeho otec pracoval pro předsedu pruské vlády, kde zastával funkci sekretáře. Studoval na bonnské univerzitě matematiku a fyziku. Původně plánoval, že bude fyzikem (Stewart 2014). Když ještě studoval na univerzitě, stal se laboratorním asistentem Juliuse Plückera, který držel místo matematika a experimentálního fyzika na Bonně. Ale v době, kdy se Klein stal jeho asistentem, našel Plücker zalíbení v geometrii. Klein se tak dostal pod jeho vliv, což je vidět i z jeho disertační práce, která pojednává o geometrii přímek a její aplikaci na mechaniku (O´Connor 2003, [online]).

V době války (1870) krátce pracoval jako sanitář. O dva roky později, v pouhých 23 letech byl jmenován řádným profesorem v Erlangenu (jižní Bavorsko). Ve stejnou dobu Felix Klein publikoval Erlangenský program a udělal přednášku, která se týkala matematického vzdělávání. Klein se během svého života zajímal o vyučování na německých školách. V Erlangenském programu i v přednášce se projevily Kleinovy reformní snahy o propojení učiva matematiky na jednotlivých stupních a typech škol. Také usiloval o propojení matematiky a praxe a o změny metod vyučování. (Stuchlíková 2015)

Na univerzitě v Erlangenu působil do roku 1875. Oženil se s pravnučkou známého filosofa Hegela a přestěhoval se do Mnichova. Od roku 1886 působil jako profesor v Göttingenu, kde vybudoval jednu z nejlepších matematických škol. Klein sám považoval za vrchol své práce v matematice práci, která se týkala teorie funkcí. (Stewart 2014)

Tento německý matematik se stal prvním prezidentem organizace *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI), která byla založena v roce 1908. ICMI se pokoušela o jedny z prvních výzkumů týkajících se didaktiky matematiky. V současné době se každé čtyři roky pořádají kongresy, na kterých je možné se dozvědět o aktuálních problémech řešených v didaktice matematiky. Autoři přednášek hodnotí stav a případný posun v didaktice, naznačují nedostatky a směr, jakým by se didaktika matematiky měla ubírat. (Stuchlíková 2015)

5.1.1 Meránský program

V roce 1905 vešel v známost Meránský program (*Meránské návrhy učebního plánu*), na kterém se Klein významně podílel, a který ovlivnil vývoj matematického vyučování i u nás. Poprvé v něm byl použit pojem, který pochází od Kleina – ***funkční myšlení***. Meránský program zdůrazňoval potřebu rozvoje matematického myšlení při řešení praktických úloh. Vyzdvihoval nutnost propojení obsahů ve výuce matematiky tak, aby působil jako harmonický celek, a ne jako nesouvisející disciplíny (tzn. spojení aritmetiky, algebry, planimetrie, geometrie i stereometrie). Požadoval ***vytváření návyků funkčního myšlení a jeho rozvíjení*** a infiltrovat učivo pojmem funkce. Funkční myšlení mělo být jakousi osou celého vyučovacího procesu na všech stupních škol. (Polák 2014)

Dalšími významnými body v Meránském programu byly rozvoj prostorové představivosti a propojení přírodovědných předmětů a matematiky (například zdůraznění mezipředmětového vztahu matematiky a fyziky). Program chtěl, aby střední školy při výuce matematiky přizpůsobovaly obsah a metody výuky duševnímu vývoji žáků, rozvíjely matematický pohled na svět a vedly k uvědomování si souvislostí a vztahů mezi jednotlivými poznatky. (Trnková 2015, [online])

V československých zemích kladně na tento program zareagovala *Jednota českých matematiků* (JČM). V jeho duchu se u nás vyučovalo přibližně do konce druhé světové války (1945) a na popud JČM byly sepsány učebnice B. Bydžovského a J. Vojtěcha vydávaných od roku 1908. (Luhan 1990)

5.2 Definice funkčního myšlení

Jak jsme již zmínili, Felix Klein byl tím, kdo zavedl termín funkční myšlení v Meránském programu. Meránský program chtěl začlenit do výuky matematiky cílené rozvíjení funkčního myšlení a pojmu funkce se rozhodl dát významné postavení. Funkce měly být prezentovány graficky, pomocí jednoduchých příkladů a aritmeticky (na příkladech s funkčním obsahem). (Trnková 2015, [online])

Jednotné vymezení pojmu funkčního myšlení bohužel neexistuje. V cizině je někdy úzce spojováno s algebraickým myšlením nebo je definováno jako něco, co je výsledkem procesu zkoumání a zacházení s funkcemi. Pro lepší pochopení, různorodého názoru na vymezení funkčního myšlení uvádíme několik definic.

Vollrath (Vollrath 1989, s. 15) definuje toto myšlení jako „*typický způsob, jak myslet při práci s funkcemi*". Koncept funkcí by podle něho měl být předním konceptem ve výuce matematiky, především na středních školách, na kterých studenti postupně dosahují různých úrovní porozumění. Tyto úrovně jsou charakterizovány např. schopností studenta odhalit v nějaké situaci, že množství y je závislé na jiném množství x. Takovéto znalosti pak vedou studenta při zkoumání nové situace k vytváření předpokladů.

Pejsar (Pejsar 1990, str. 124) přichází s definicí: „*Funkční myšlení chápeme jako schopnost představivosti proměnnosti veličin ve vzájemné spojitosti a podmíněnosti*."

Katherine L. McEldoon a Bethany Rittle-Johnson (McEldoon 2015, [online]) pokládají funkční myšlení za vhodný způsob k zavedení algebraických pojmů na základní škole a uvádějí také definici Američana Smithe, který považuje funkční myšlení za zvláštní druh zobecněného (generalizovaného) myšlení, které přímo vede k rozvoji algebraického myšlení. Jedná se o takový typ myšlení, jenž se zaměřuje na vztah mezi dvěma proměnnými.

Se spojováním funkčního myšlení jen s výukou a studiem funkcí nesouhlasíme. Jak uvádí Luhan (Luhan 1990) je to jen jedna z možností rozvíjení funkčního myšlení. Tyto definice také podle našeho názoru dostatečně nezdůrazňují potřebu uvědomování si závislostí a vztahů mezi jevy, zachycování probíhajících změn a určování souvislostí mezi nimi a potřebu aplikovat řešení problémů do reálného světa.

5.2.1 Rozvoj funkčního myšlení

Rozvoj funkčního myšlení můžeme provádět přímo, pomocí užívání pojmů funkce a proměnná. Začínáme s propedeutikou funkčního myšlení, kdy vytváříme a čteme z tabulek a křivek, přecházíme od konkrétních čísel k proměnným a zkoumáme jejich vztahy. Postupně přecházíme k zavedení pojmu funkce a studiem obsahu a rozsahu pojmu funkce ukotvujeme funkční myšlení v hlavách žáků. (Luhan 1990)

Také můžeme funkční myšlení žáků rozvíjet nepřímo tím, že s nimi budeme řešit úlohy s ***funkčním obsahem***, které dle Luhana (Luhan 1990) obsahují 3 momenty, které se nemusejí v praxi uplatňovat najednou:

1. V problému, který sledujeme, najdeme proměňující se objekty, u nichž určíme hlavní souvislosti.
2. Tyto hlavní vazby spojíme s matematickými objekty, vyjádříme je matematicky a sestrojíme k nim příslušné grafy a tabulky.
3. Získané a matematicky vyjádřené vztahy dále studujeme a závěry tohoto studia předkládáme a vysvětlujeme.

Polák (Polák 2014) rozděluje rozvoj funkčního myšlení do tří stádií podle stupně:

1. **Propedeutické stadium na I. stupni ZŠ a nižších ročnících II. stupně ZŠ**. V tomto stadiu se funkční myšlení rozvíjí v aritmetice a algebře tím, že sledujeme například závislosti součtu čísel na sčítancích či součtu čísel na činitelích. Dále pak v úlohách o procentech a při zavádění pojmu číselně proměnné. Velkým mezníkem pro propedeutiku funkčního myšlení na druhém stupni je vyšetřování přímé i nepřímé úměrnosti a grafické znázornění. Je to moment, kdy se žáci prakticky poprvé setkávají s funkcemi.

   Funkční myšlení lze rozvíjet také v geometrii, kdy můžeme sledovat, jak se mění nějaký geometrický útvar v závislosti na změně velikosti jeho stran. Toto myšlení je také podporováno počítáme-li s geometrickými veličinami a zkoumáme-li vlastnosti základních geometrických zobrazení.

2. **Stadium primární výuky funkcí ve vyšších ročnících ZŠ**. Toto stadium je prakticky tím, co Luhan nazývá přímým rozvíjením funkčního myšlení. Propedeutika na ZŠ totiž vyúsťuje k zavedení pojmu funkce. Žáci jsou seznámeni se základními druhy (lineární funkce, kvadratická funkce, …) a vlastnostmi (rostoucí, klesající, …) funkcí a řeší slovní úlohy.
3. **Stadium systematické výuky funkcí na SŠ**. Dochází zde k zopakování a prohlubování poznatků týkající se funkcí. Podrobněji se vyšetřují jejich vlastnosti a průběh. Také se přidávají nové druhy funkcí (inverzní funkce, lineární lomená funkce, funkce s absolutní hodnotou, …) a nové pojmy.

Také P. Bero (Hejný 1988) přichází se třemi etapami v rozvoji funkčního myšlení:

1) V první etapě si děti tvoří představu ***kvantitativních vazeb kauzálních jevů*** na základě životních zkušeností. Například zmáčknutím tlačítka na ovladači se zvýší (sníží) hlasitost zvuku televizoru.
2) V druhé etapě, kdy dítě vstoupí do školy, začíná žák ***intuitivně využívat své zkušenosti*** v rámci řešení problémů.
3) Třetí etapa probíhá již na střední škole, kdy si studenti osvojují ***systematickou práci s funkcemi***.

5.3 Rámcový vzdělávací program ZV

Rámcový vzdělávací program (RVP) je hlavní kurikulární dokument vypracovaný na státní úrovni. Tento dokument je závazný pro příslušnou úroveň vzdělávání. Na základě požadavků stanovených v RVP si školy vypracují *Školní vzdělávací program* (ŠVP). Program tím, jak jsou definovány jednotlivé výstupy, ponechává školám při tvorbě jejich ŠVP určitou volnost.

Se zavedením RVP přišla do českého prostředí důležitá změna. Tato změna byla vyvolána potřebami trhu práce a také trendem, který zavedla Evropská unie. Touto relativně novou změnou u nás jsou *klíčové kompetence*, které se staly cílem vzdělávání a jsou realizovány prostřednictvím učiva. Je proto třeba, aby se učitelé na prvním i druhém stupni domluvili na společných strategiích, které budou tyto klíčové kompetence rozvíjet.

Pro nás je stěžejní *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání* (RVP ZV) a v něm obsažená vzdělávací oblast ***Matematika a její aplikace***. Na prvním i druhém stupni je učivo matematiky rozděleno do čtyř tematických okruhů (Rámcový vzdělávací program, 2016):

- *1. stupeň*:
    - Číslo a početní operace;
    - ***Závislosti, vztahy a práce s daty;***
    - Geometrie v rovině a v prostoru;
    - Nestandardní aplikační úlohy a problémy.
- *2. stupeň*:
    - Číslo a proměnná (navazuje na tematický okruh Číslo a početní operace);
    - ***Závislosti, vztahy a práce s daty;***
    - Geometrie v rovině a v prostoru;
    - Nestandardní aplikační úlohy a problémy.

Rozvoj funkčního myšlení v RVP připadl ***především*** na tematický okruh *Závislosti, vztahy a práce s daty*.

RVP ZV: „V tematickém okruhu Závislosti, vztahy a práce s daty žáci rozpoznávají určité typy změn a závislostí, které jsou projevem běžných jevů reálného světa, a seznamují se s jejich reprezentacemi. Uvědomují si změny a závislosti známých jevů, docházejí k pochopení, že změnou může být růst i pokles a že změna může mít také nulovou hodnotu. Tyto změny a závislosti žáci analyzují z tabulek, diagramů a grafů, v jednoduchých případech je konstruují a vyjadřují matematickým předpisem nebo je podle možností modelují s využitím vhodného počítačového softwaru nebo grafických kalkulátorů. Zkoumání těchto závislostí směřuje k pochopení pojmu funkce.“

V našem každodenním životě si všímáme, že se jedna veličina změní při změně veličiny druhé. Víme, že cena brambor je závislá na množství, které si kupujeme, nebo že množství surovin do receptu závisí na počtu osob, pro něž vaříme.

Již při jednoduchých číselných operacích (sčítání, odčítání, násobení i dělení) můžeme sledovat to, jak se mění výsledek operace v závislosti na změnách vstupních čísel. Například jak se mění výsledek rozdílu dvou čísel, zvětším-li obě tyto čísla (menšenec i menšitel) o dva:

$$5-2=3$$

$$7-4=3$$

$$9-6=3$$

$$\dots$$

I při řešení konstrukčních úloh můžeme zaznamenávat, jak se mění výsledek při změně údajů. Například: čtverec se „zvětší“ (resp. „zmenší“) při zvětšení (resp. zmenšení) všech jeho stran o 1 cm.

Na prvním i druhém stupni rozvíjíme funkční myšlení například tím, že pracujeme s tabulkou. Tabulka slouží nejčastěji k tomu, abychom při řešení úloh zpřehlednili situaci nebo zapisovali dílčí výsledky. Tabulka ale neslouží jen k propedeutice funkčního myšlení, ale také například k propedeutice algebraického vyjadřování souvislostí či rovnic (Hejný 2001).

S tabulkami je úzce spjatá práce s diagramy a grafy, kdy žáci na základě grafu (či nějakého textu) tabulku doplní nebo vytvoří. Opačně jsou pak schopni za pomoci tabulek diagramy a grafy sestrojit. Žáci se z tabulek, z vyhledávání a porovnávání dat v grafech a diagramech, učí pojmu *funkční závislost*. Další úkoly důležité pro propedeutiku funkčního myšlení jsou ty, kde něco přiřazujeme k něčemu (například přiřazování ke správným hodnotám či počtům). Tím si žáci vytvářejí představu o funkci coby závislosti dvou (či více) proměnných, kdy každému prvku z jedné množiny je přiřazeno právě jedno reálné číslo. Do výuky je také dobré zařazovat malá statistická šetření, jichž prostřednictvím se žáci setkávají s tzv. čárkovací metodou. (Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání)

Tematický okruh *Závislosti, vztahy a práce s daty* není ale jediným okruhem, kde se dá toto myšlení rozvíjet. Nesmíme zapomínat na to, že nové poznatky přicházejí v součinnosti s těmi předchozími a nově probírané učivo navazuje na starší učivo. Nelze tyto tematické okruhy brát izolovaně, ale propojovat je s dalšími. Nasnadě je například tematický okruh *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*. Tyto úlohy by totiž měly prolínat zbývající tematické okruhy.

Od roku 2013 jsou důležitou součástí RVP ZV *Standardy pro základní vzdělávání* pro vzdělávací oblast *Matematika a její aplikace*. Rámcový vzdělávací program sice definoval učivo a očekávané výstupy, ale již neujasnil, do jaké hloubky má být učivo probráno, kam až se má učitel se svými žáky dostat. Tyto standardy obsahují indikátory a typové úlohy, které by měli žáci v uvedených ročnících zvládnout a které se snaží nastavit jakousi laťku výkonnosti. Potřeba standardů je nyní ještě více zřetelnější ve světle nadcházejících jednotných přijímacích zkoušek na střední školy. Proto byly později vytvořeny *Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání*, které ještě více rozpracovávají jednotlivé tematické okruhy vzdělávací oblasti *Matematika a její aplikace*.

Potřeba standardů byla vyslovena již v roce 1992, kdy se *Jednota českých matematiků a fyziků* rozhodla na nich pracovat bez ohledu na to, zda je podpoří Ministerstvo školství. O 8 let později skupina vytvořená okolo Eduarda Fuchse vydala práci *Standardy a testové úlohy z matematiky pro základní školy a nižší ročníky víceletých gymnázií*. Autoři se nesnaží školám nadiktovat, jak se má učit, ale snaží se popsat, s jakými znalostmi by měl žák základní školu opouštět. Publikace je rozdělena do tří částí. V první teoretické části jsou uvedeny požadované znalosti a dovednosti a ve zbylých dvou jsou zase typové příklady pro základní školy a pro nižší ročníky víceletých gymnázií včetně výsledků. (Fuchs 2000)

5.3.1 Rozvoj funkčního myšlení na 1. stupni ZŠ

Tuto kapitolu uvádíme proto, aby bylo snáze vidět, na co na druhém stupni navazujeme a jak se „nové informace“ na ty staré nabalují a propojují. V propedeutice funkčního myšlení na prvním stupni základní školy zkoumáme závislosti, které na stupni druhém povedou ke snadnějšímu pochopení funkcí, aniž bychom pojem funkce a proměnná použili.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání uvádí pro první stupeň v tematickém okruhu *Závislosti, vztahy a práce s daty* následující očekávané výstupy (Rámcový vzdělávací program, 2016):

Očekávané výstupy 1. období:

Žák

- *M-3-2-01 orientuje se v čase, provádí jednoduché převody jednotek času*
- *M-3-2-02 popisuje jednoduché závislosti z praktického života*
- *M-3-2-03 doplňuje tabulky, schémata, posloupnosti čísel.*

Očekávané výstupy 2. období:

Žák

- *M-5-2-01 vyhledává, sbírá a třídí data*
- *M-5-2-02 čte a sestavuje jednoduché tabulky a diagramy.*

V tomto tematickém okruhu se žáci seznámí s učivem závislostí a vztahů mezi nimi, s jednoduchými grafy, diagramy, tabulkami a také se naučí orientovat a vyhodnocovat informace z jízdních řádů.

V učivu závislostí a vztahů se spoléháme na zkušenosti žáků. Učíme je pozorovat jednoduché závislosti ve svém okolí, sbírat z nich určitá data, která potom zpracovávají a interpretují pomocí tabulky, grafu či diagramu. Naučí se také formální stránku, tedy to, jak má tabulka či graf vypadat a jaké náležitosti musí mít, aby byla přehledná a měla vypovídající hodnotu.

Vhodnými úlohami pro rozvoj funkčního myšlení jsou například ty, které vedou žáky k tomu, aby našli nějaké obecné pravidlo nebo vztah mezi čísly. Nejdříve zařazujeme úlohy, v nichž žáci doplňují čísla podle známého pravidla a až poté tento proces obrátíme, aby pravidlo hledali žáci sami.

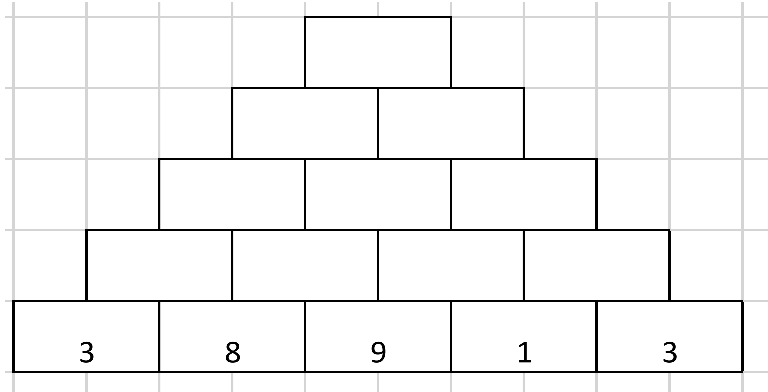
Nezapomínejme, že ne všechno, co je vyjádřené tabulkou, obsahuje nějaké jednoduché pravidlo. Ve skutečném životě tomu také tak není a ani neexistují jen jednoduché závislosti. K tomu žáky vedeme tím, že je necháme něco měřit (například teplotu radiátoru ve škole každý den v 9 hodin) a získané hodnoty vyhodnotit. Další aktivitou může být doplňování řad (úlohy typu: „*Pokračuj v řadě.*“). Nesmí chybět ani doplňování a vyhodnocování dat z tabulek a čtení z grafů. Žáci se učí z tabulek, grafů a textů rozpoznávat jednoduché závislosti z reálného života. Pomocí přehledné tabulky obsahující násobení, se u žáků může nevědomky rozvíjet povědomí o přímé úměrnosti. Propedeutika přímé úměrnosti je totiž založena na pochopení násobení. (Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání)

Na prvním stupni také pracujeme s časem a jízdními řády. Žáci se nejen učí měřit čas a převádět jednotky času při práci s daty, ale také si zvládnou udělat harmonogram svého dne a dokáží si efektivně rozplánovat nějakou činnost. To samozřejmě souvisí i s již zmíněnou orientací v jízdním řádě, kdy žák např. dokáže vyhledat vhodný spoj.

Pro ilustraci uvádíme některé úlohy, které vedou k rozvoji funkčního myšlení na tomto stupni základního vzdělávání.

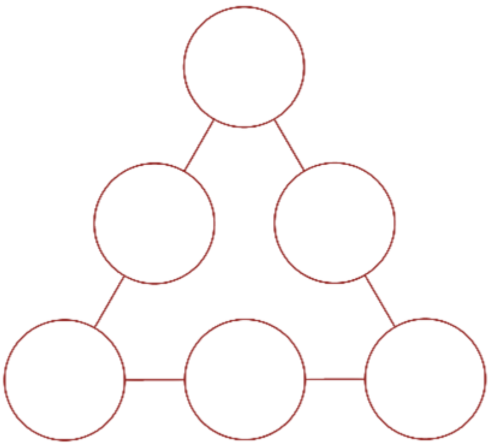
ÚLOHA Č. 1 – doplňování čísel podle daného pravidla

a) *Sčítací pyramida*:



Obrázek 1: Sčítací pyramida

b) *Magický trojúhelník – doplňte čísla od 1 do 6 tak, aby byl součet těchto čísel na každé straně trojúhelníku roven 11. (Každé číslo smí být použito jen jednou!)*

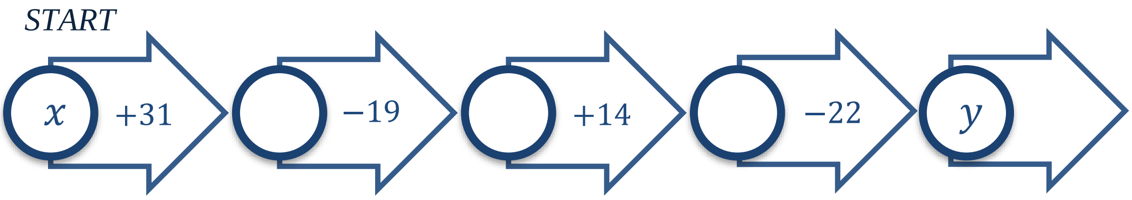


Obrázek 2:Magický trojúhelník

ÚLOHA Č. 2 – hledání pravidla

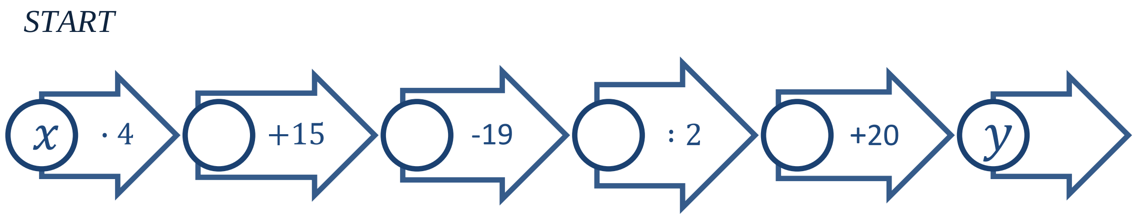
*Je možné k libovolnému číslu zadanému na startu určit okamžitý výsledek***?** (HEJNÝ, 2001):

a)



Obrázek 3: Úloha typu řetězec s hledáním závislostí

b) *Nápověda: zkuste si vytvořit tabulku, kdy jako vstupní čísla použijete čísla od 1 do 5. Tabulkou si situaci zpřehledníte a umožní vám to hledat zákonitosti.*



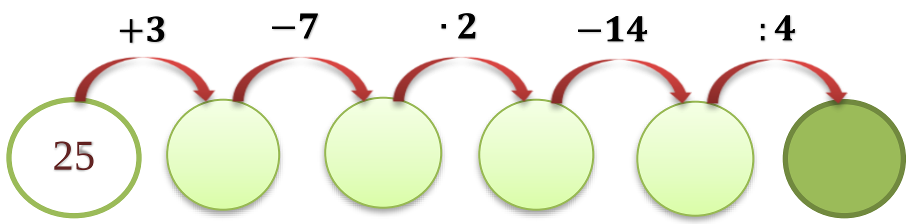
Obrázek 4: Úloha typu řetězec s hledáním závislostí - složitější

START	**· 4**	**+15**	**−19**	**: 2**	**+20**	**VÝSLEDEK**
1						
2						
3						
4						
5						

Obrázek 5: Tabulka k úloze typu řetězec s hledáním závislostí

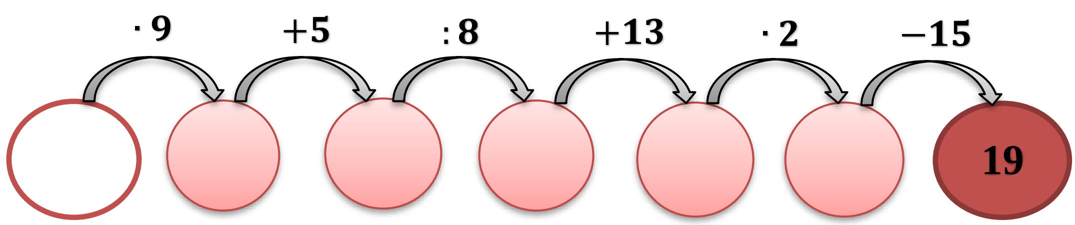
ÚLOHA Č. 3 – úlohy typu „řetězec"

a) *Jaký bude výsledek?*



Obrázek 6: Úloha typu řetězce s číslem na vstupu

b) *Myslím si číslo.*



Obrázek 7: Úloha typu řetězec s číslem na výstupu

ÚLOHA Č. 4 - čtení z tabulky a vyhledávání údajů

V Hradci Králové byly dnes naměřeny hodnoty, zapsané v tabulce:

Hodina měření	10:00	12:00	14:00	16:00	18:00	20:00
Teplota	7°C	11°C	16°C	15°C	14°C	10°C

Obrázek 8: Zadání úlohy pomocí tabulky - čtení z tabulky a vyhledávání údajů

1) *V kolik hodin bylo v Hradci Králové největší teplo a kolik stupňů bylo naměřeno nejméně?*
2) *Dokážete z uvedených údajů zjistit, jaká byla teplota vzduchu ve 13:00 hodin?*

ÚLOHA Č. 5 – propedeutika přímé úměrnosti

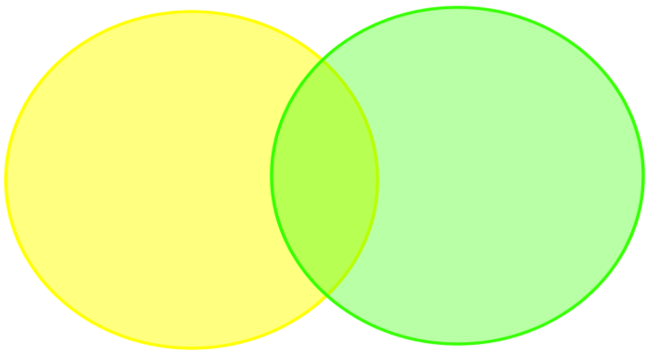
Adámek má dnes narozeniny a chce koupit svým kamarádů něco dobrého, aby to s ním oslavili. Za 6 pendreků v cukrárně zaplatil 18 Kč. Vypočítej cenu jednoho pendreku a doplň tabulku:

Počet pendreků	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cena v Kč						18			

Obrázek 9: Tabulka pro propedeutiku přímé úměrnosti

ÚLOHA Č. 6 – třídit, přiřadit a uspořádat do skupin

Jsou dána čísla: 3, 4, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 18, 20, 25. Do žluté bubliny dej všechna čísla menší, než je číslo 16 a do zelené bubliny dej všechna čísla větší, než je číslo 11.



Obrázek 10: Propedeutika pro Vennovy diagramy – přiřazování, třídění a uspořádání do skupin

Poznámka: Úloha je vhodná pro práci s interaktivní tabulí. Žáci přesouvají čísla do bublin až jim zbydou ta, která patří do obou.

5.3.2 Rozvoj funkčního myšlení na 2. stupni ZŠ

Na druhém stupni ZŠ navazujeme na již započatou práci na prvním stupni. Můžeme využívat obdobných úloh (například magický čtverec s desetinnými čísly či zlomky), které by ale měly být obtížností přizpůsobené věku a znalostem žáků. Pokračujeme také v práci s tabulkou, grafy i diagramy. I nadále žáky seznamujeme s různými reprezentacemi závislostí z každodenního života a jejich vlastnostmi. Tvoříme s nimi různá schémata a nákresy. Učíme je základům statistiky, kde se žáci seznamují s pojmem aritmetický průměr, statistický soubor či četnost znaku.

Rámcový vzdělávací program předkládá pro tematický okruh *Závislosti, vztahy a práce s daty* tyto očekávané výstupy (Rámový vzdělávací program, 2016):

<u>Očekávané výstupy pro 2. stupeň ZŠ:</u>

Žák

- *M-9-2-01 vyhledává, vyhodnocuje a zpracovává data*
- *M-9-2-02 porovnává soubory dat*
- *M-9-2-03 určuje vztah přímé anebo nepřímé úměrnosti*
- *M-9-2-04 vyjádří funkční vztah tabulkou, rovnicí, grafem*
- *M-9-2-05 matematizuje jednoduché reálné situace s využitím funkčních vztahů.*

Tyto očekávané výstupy jsou realizovány v rámci učiva ***závislosti a data***, a především v rámci učiva o ***funkcích***.

Na druhém stupni základního vzdělávání (pokud odhlédneme od přesahů do dalších oblastí matematiky) můžeme vytyčit tři až čtyři mezníky, týkajících se učiva, které jsou klíčové pro rozvoj funkčního myšlení v matematice.

Prvním velkým mezníkem je učivo ***přímé a nepřímé úměrnosti***, které je v učebnicích řazeno do 7. třídy. Žáci se prakticky poprvé setkávají s funkcemi a s pojmy *závisle a nezávisle proměnná* (Binterová 2008). Žáci se naučí rozlišit vztah přímé i nepřímé úměrnosti, rozpoznávat úměrnosti, vytvářet slovní úlohy, vyjádřit funkční vztah tabulkou, grafem či rovnicí a pracovat se souřadným systémem (Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání). Na práci se souřadným systémem se žáci připravují již na prvním stupni například tím, že se pohybují po čtvercové síti a zjišťují pomocí této sítě obsah geometrických útvarů.

Druhým mezníkem je formální zavedení pojmu ***číselná proměnná*** a zavedení ***algebraických výrazů***. Žákům můžeme zadat úlohy, které podle Luhana (Luhan 1990) představují nepřímý přístup k rozvoji funkčního myšlení:

a) *Narodilo se nám x štěňat. Za proměnnou x dosaďte hodnoty 3, 5, 10, 12 a větu znovu přečtěte.*

b) *Je dán lomený výraz* $\frac{5+x}{x-2}$. *Za proměnnou x dosaďte hodnoty zadané podmínkou* $-2 \leq x \leq 3$ *a doplňte tabulku:*

x						
$\frac{5+x}{x-2}$						

Obrázek 11: Dosazování za proměnné a doplnění tabulky

Učivo o statistice (resp. ***základy statistiky***) je něco, co bylo do výuky ZŠ zařazeno relativně nedávno a můžeme to považovat za třetí mezník. Toto učivo nalezneme například v učebnici Odvárko-Kadleček pro 8. třídu.

Tím nejzásadnějším mezníkem jsou samozřejmě ***funkce***, ke kterým směřujeme celou propedeutikou funkčního myšlení.

Eduard Fuchs (Fuchs 2000) určuje, co by měl žák z teorie funkcí na základní škole ovládat:

1) Soustava souřadnic

Žák:

a) Volí vhodnou soustavu souřadnic v rovině.

b) Dokáže zobrazit bod v dané soustavě souřadnic.
c) Určuje souřadnice bodu zobrazeného v soustavě souřadnic.

2) Funkce

Žák:

a) Rozhoduje, zda závislost mezi dvěma veličinami daná tabulkou, předpisem či grafickým znázorněním je funkcí.
b) Rozhoduje, zda číslo patří do definičního oboru nějaké funkce.
c) Určuje definiční obor $D(f)$ funkce z předpisu nebo tabulky.
d) Pro daný prvek z $D(f)$ určí hodnotu funkce.
e) Rozhoduje, zda dané body náleží grafu zadané funkce.
f) Rozhoduje, zda je funkce rostoucí (resp. klesající) ve svém Df.

3) Přímá úměrnost a nepřímá úměrnost

Žák:

a) Vybírá ze zadaných závislostí ty funkce, které jsou přímou nebo nepřímou úměrností.
b) Definuje přímou a nepřímou úměrnost.
c) Určí koeficient přímé či nepřímé úměrnosti.
d) Sestrojuje grafy přímých úměrností a črtá grafy nepřímých úměrností.
e) Dokáže popsat graf přímé úměrnosti.

4) Lineární funkce

Žák:

a) Vybírá ze zadaných závislostí ty funkce, které jsou lineární.
b) Definuje lineární funkci.
c) Sestrojuje graf lineární funkce.
d) Dokáže popsat graf lineární funkce.

5) Kvadratická funkce

Žák:

a) Ze zadaných závislostí vybírá kvadratické funkce, které jsou typu $y = ax^2$ nebo $y = ax^2 + b$.

b) Črtá graf kvadratické funkce.

6) Goniometrické funkce

Žák:

a) Definuje tangens, sinus a kosinus ostrého úhlu.

b) Chápe tangens, sinus a kosinus jako závislosti.

c) Odvozuje hodnoty goniometrických funkcí některých úhlů a zná je zpaměti.

d) Určuje hodnoty goniometrických funkcí pomocí tabulek a kalkulačky.

e) Určuje velikost úhlu α ze znalosti hodnot $\sin\alpha$, $\sin\alpha$, $tg\alpha$ pomocí tabulek a kalkulačky.

f) Užívá goniometrických funkcí k řešení úloh.

Autoři *Metodického komentáře ke Standardům pro základní školy* považují za důležité předkládat žákům takové úlohy o závislostech, které vycházejí z toho, co žáci znají, a které mají reálný kontext a úlohy, v nichž dané přiřazení není funkční závislostí. Také upozorňují na možné důsledky nepromyšlené práce ve výuce matematiky, kdy žáci mohou nabýt mylného přesvědčení, že funkce bez předpisu neexistuje. Proto je potřebné ve výuce dostatečně zdůraznit to, že předpis není vždy lehce odvoditelný nebo ho v některých případech ani odvodit nelze.

6 PŘEHLED FUNKCÍ VYUČOVANÝCH NA ZŠ

6.1 Definice pojmů

FUNKCE:

V učebnicích matematiky pro ZŠ se setkáváme s definováním funkce jako předpisu. Například Odvárko (Odvárko 2013, s. 28) nabízí žákům na otázku *„Co je to funkce?*“ následující odpověď: „***Funkce*** *je takový* ***předpis****, podle kterého je každému číslu* ***přiřazeno nejvýše jedno číslo****.*“ Z takovéto definice mohou žáci právě nabýt toho přesvědčení, že funkce bez předpisu neexistuje. Po zavedení pojmu „**definiční obor**“ svou odpověď Odvárko ještě upřesňuje: „*Funkce je předpis, podle kterého je každému číslu z jejího definičního oboru přiřazeno jedno číslo*.“ Žáci si tak funkci představují jako pravidlo, kdy jednomu číslu x z definičního oboru přiřazujeme právě jedno číslo y z oboru funkčních hodnot. Číslu x říkáme závisle proměnná a číslu y nezávisle proměnná.

Je třeba dostatečně zdůraznit, že funkce vyjadřuje závislost dvou veličin. Veličiny, které popisují funkce, bývají z oblasti biologie, fyziky, chemie, statistiky atd.

<u>Zápis funkce</u>:

$$y = f(x); \quad x \in D(f) \qquad \text{nebo} \qquad f: x \to y; \quad x \in D(f)$$

<u>Funkci můžeme zadat</u>:

a) **Tabulkou**, kde ke zvoleným hodnotám proměnné $x \in D(f)$ jsou přiřazené hodnoty proměnné $y \in H(f)$:

   Např.:

x	0	1	2	3
y	5	8	11	14

Obrázek 12: Funkce zadaná tabulkou

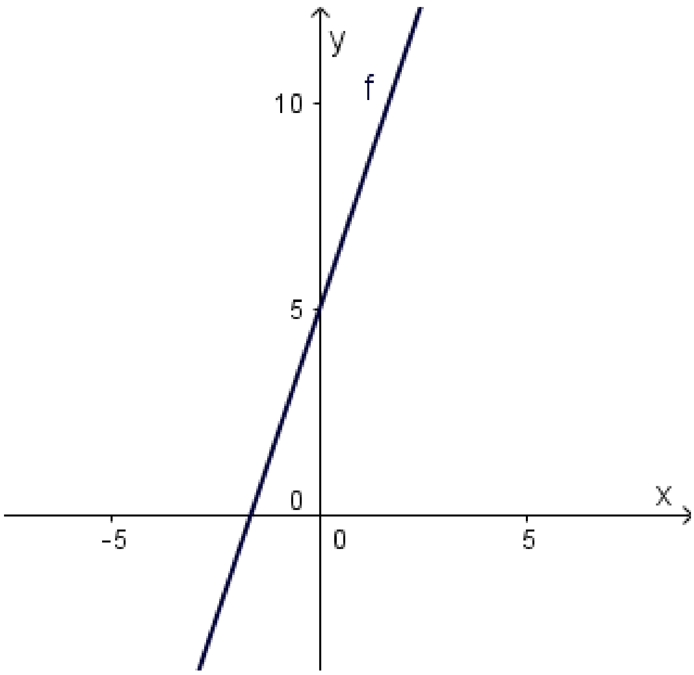
b) Předpisem (rovnicí, vzorcem) se zadaným definičním oborem**:**

Např.:

$$f\colon\ y = 3x + 5; \qquad D(f) \in R$$

c) Grafem, čímž se myslí množina všech bodů roviny se souřadnicemi $[x, y]$, kde $x \in D(f)$ a $y \in H(f)$:

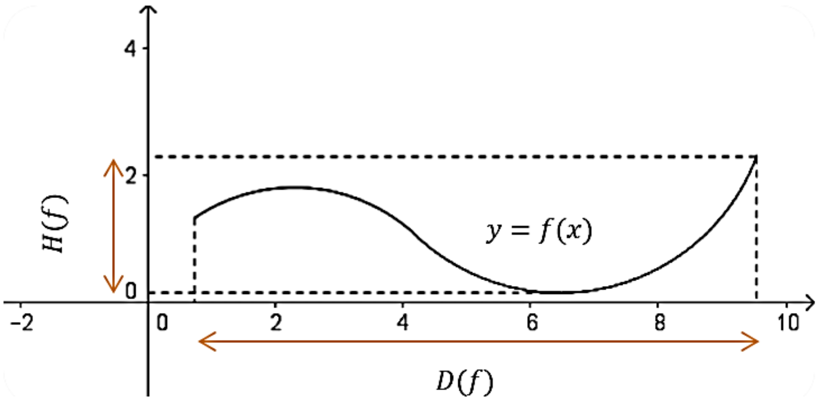
Např.:



Obrázek 13: Graf lineární funkce

DEFINIČNÍ OBOR A OBOR HODNOT

Definiční obor funkce f, který značíme $D(f)$, je množinou všech přípustných hodnot proměnné x . ***Obor hodnot*** funkce f, jenž značíme $H\ (f)$, je množinou všech přípustných hodnot proměnné y.

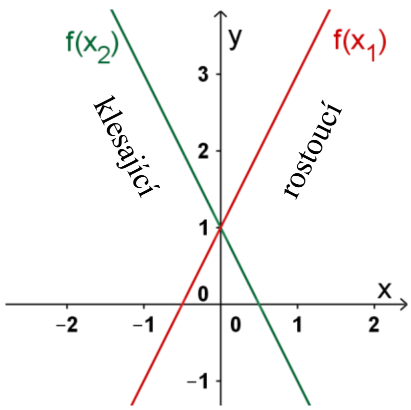


Obrázek 14: Definiční obor a obor hodnot funkce

ROSTOUCÍ A KLESAJÍCÍ FUNKCE

Vybereme-li jakékoliv hodnoty $x_1,\ x_2$ z definičního oboru, pro které platí, že $x_1 < x_2$, potom pro odpovídající proměnné y z oboru hoc $y = f(x)$: $f(x_1) < f(x_2)$. Takovéto vlastnosti funkce říkáme, že ***funkce je rostoucí***. (Binterová 2010)

Pokud vybereme jakékoliv hodnoty $x_1,\ x_2$ z definičního oboru, pro které platí, že $x_1 < x_2$, potom pro odpovídající proměnné y z oboru hodnot bude platit $f(x_1) > f(x_2)$. Takovéto vlastnosti funkce říkáme, že ***funkce je klesající***. (Binterová 2010)



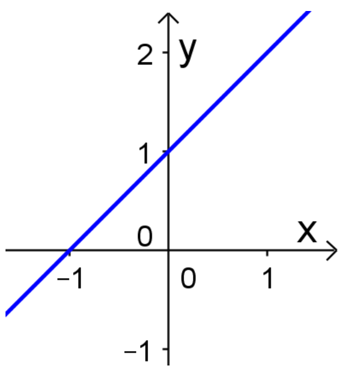
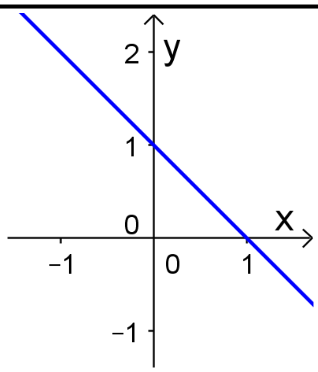
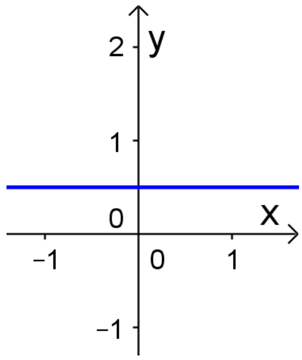
Obrázek 15: Rostoucí a klesající funkce

6.2 Lineární funkce

Funkci zadanou předpisem $y = ax + b$, kde $a, b \in R$ nazýváme lineární a jejím grafem je přímka. (Odvárko 2013)

Hodnota čísla $b \in R$ udává, kde graf této funkce protíná osu y. Hodnota čísla $a \in R$ nám říká, zda je funkce rostoucí, klesající či konstantní, udává tedy typ funkce. (Řepíková 2013)

<u>Vlastnosti lineární funkce</u>:

		
$y = x + 1$	$y = -x + 1$	$y = 0{,}5$
$a > 0$	$a < 0$	$a = 0$
funkce je rostoucí	funkce je klesající	funkce je konstantí
$b = 1$	$b = 1$	$b = 0{,}5$
přímka protíná osu y v bodě 1	přímka protíná osu y v bodě 1	přímka protíná osu y v bodě 0,5 a je rovnoběžná s osou x
$D(f) = R; H(f) = R$	$D(f) = R; H(f) = R$	$D(f) = R; H(f) = \{0{,}5\}$
nemá maximum ani minimum	nemá maximum ani minimum	v každém $x \in R$ má své maximum i minimum

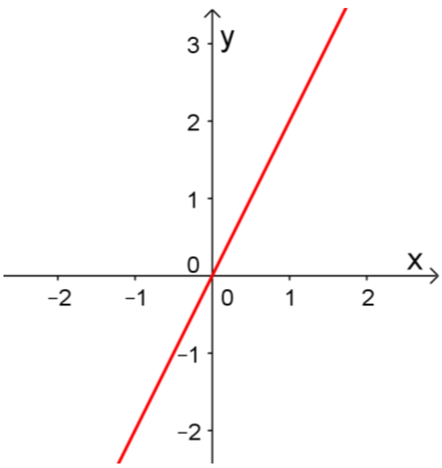
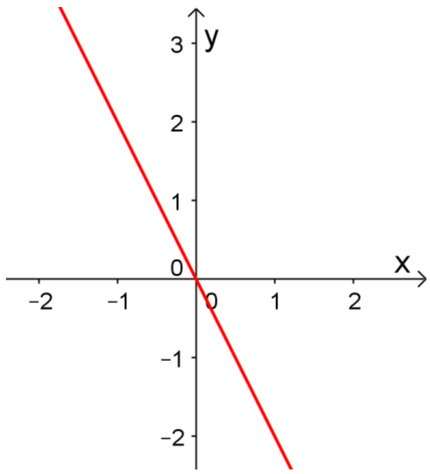
Obrázek 16: Tabulka vlastností lineární funkce

6.2.1 Přímá úměrnost

Přímá úměrnost je speciálním případem lineární funkce, kdy $a \neq 0$ a $b = 0$. Přímou úměrnost můžeme proto zapsat předpisem $y = kx$, kde k je koeficient přímé úměrnosti a platí, že kolikrát se zvětší (zmenší) jedna veličina (x), tolikrát se zvětší (zmenší) veličina druhá (y) (Řepíková 2013). Obě veličiny se tedy zvětšují (zmenšují) ve stejném poměru.

Grafem přímé úměrnosti je stejně jako u lineární funkce přímka (tj. všechny body přímé úměrnosti leží na přímce). Jelikož je $b = 0$, prochází tato přímka počátkem soustavy souřadnic.

<u>Vlastnosti přímé úměrnosti</u>:

	
$k > 0$	$k < 0$
přímka je rostoucí	přímka je klesající

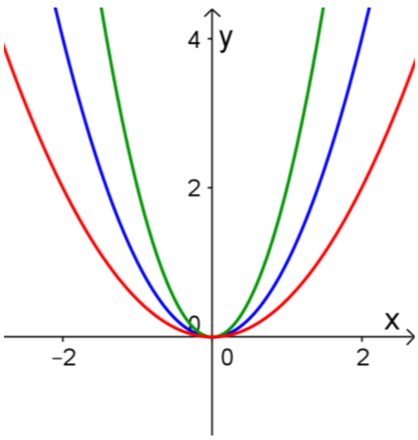
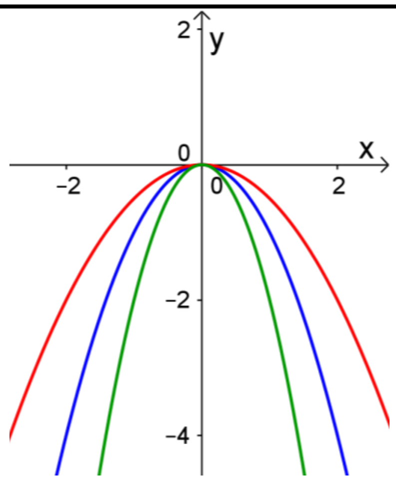
Obrázek 17: Tabulka vlastností přímé úměrnosti

6.3 Kvadratická funkce

Funkci, která obsahuje kvadratický člen (tj. druhou mocninu) a je dána předpisem $y = ax^2$, nazýváme kvadratická funkce. (Eisler 2012)

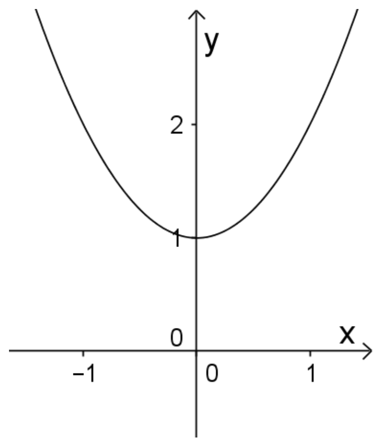
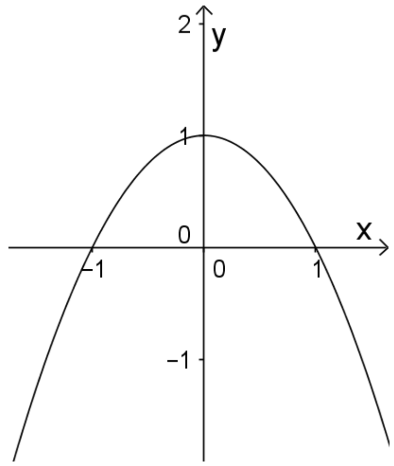
Grafem funkce je křivka, kterou nazýváme parabola. Pro každé $a \neq 0$ platí, že graf kvadratické funkce prochází počátkem soustavy souřadnic. Parabola je osově souměrná podle osy y.

Vlastnosti kvadratické funkce:

	
$y = 0{,}5x^2$, $y = x^2$, $y = 2x^2$	$y = -0{,}5x^2$, $y = -x^2$, $y = -2x^2$
$a > 0$	$a < 0$
$D(f) = R;\ H(f) = \langle 0, +\infty)$	$D(f) = R;\ H(f) = (-\infty, 0\rangle$
v počátku má své minimum	v počátku má své maximum
na $x \in (-\infty, 0\rangle$ je klesající	na $x \in (-\infty, 0\rangle$ je rostoucí
na $x \in \langle 0, +\infty)$ je rostoucí	na $x \in \langle 0, +\infty)$ je klesající

Obrázek 18: Tabulka vlastností kvadratické funkce

Kvadratická funkce může být zadána také předpisem $y = ax^2 + b$, kde b funguje jako takový „výtah“ posouvající vrchol paraboly po ose y „nahoru“ ($b > 0$) nebo „dolu“ ($b < 0$).

	
$y = x^2 + 1$	$y = -x^2 + 1$
$a > 0$ a $b = 1$	$a < 0$ a $b = 1$
parabola má minimum v bodě $[0, 1]$	parabola má maximum v bodě $[0, 1]$

Obrázek 19: Tabulka vlastností kvadratické funkce

6.4 Lineární lomená funkce

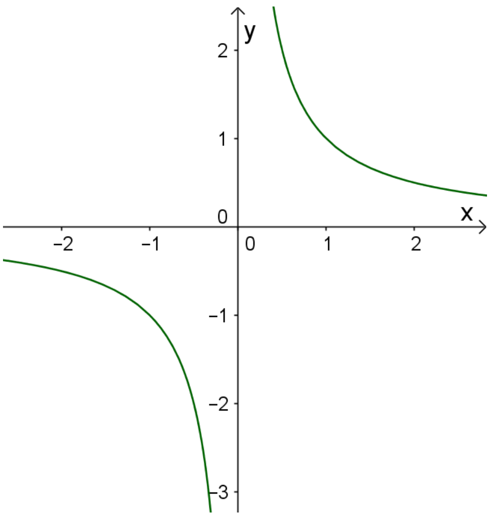
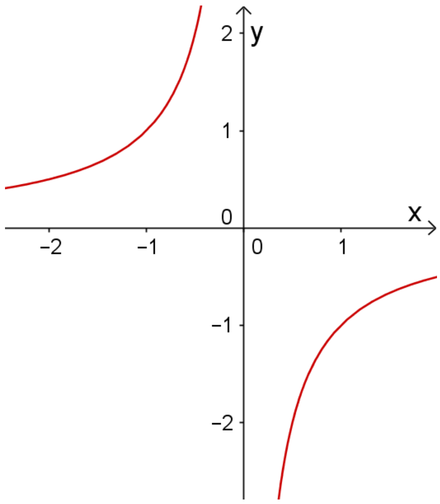
6.4.1 Nepřímá úměrnost

Pokud pro 2 veličiny platí, kolikrát se zvětší (zmenší) hodnota jedné veličiny, tolikrát se zmenší (zvětší) hodnota veličiny druhé, nazýváme takovou závislost nepřímá úměrnost. Tuto závislost můžeme popsat pomocí čísla k (tj. koeficientem nepřímé úměrnosti), které je součinem sobě odpovídajících hodnot $y \cdot x$. (Binterová 2008)

Funkce je dána předpisem (rovnicí) $y = \frac{k}{x}$, kde $x \neq 0$ a $k \neq 0$.

Grafem přímé úměrnosti je křivka, která se nazývá rovnoosá hyperbola. Hyperbola se dvěma větvemi se přibližuje k osám pravoúhlé soustavy souřadnic, ale nikdy je neprotne.

<u>Vlastnosti nepřímé úměrnosti</u>:

	
$y = \frac{1}{x}$	$y = -\frac{1}{x}$
$k > 0$	$k < 0$
hyporbola je v I. a III. kvadrantu	hyperbola je ve II. a IV. kvadrantu
$D(f) = R - \{0\}, H(f) = R - \{0\}$	$D(f) = R - \{0\}, H(f) = R - \{0\}$
funkce je klesající	funkce je rostoucí
nemá ani maximum ani minimum	nemá ani maximum ani minimum

Obrázek 20: Vlastnosti nepřímé úměrnosti

7 PRACOVNÍ LISTY

Každý učitel by si podle našeho názoru měl vytvářet sborník pracovních listů, protože v dnešní době učebnice a pracovní sešity zkrátka nestačí. Učitelé se musí potýkat s různorodou směsicí žáků, kterou mají ve třídách. A teď díky inkluzi se může stát, že ve třídě budeme mít dva extrémy: nadaného žáka a velmi „pomalého" žáka. Učitel by se měl snažit přizpůsobovat učivo podle skladby žáků, které má ve třídě.

V následujících pracovních listech neoznačujeme, do které třídy jsou vhodné. Je to proto, že školské národní dokumenty jsou koncipovány tak, že učitelům dávají jistou volnost v tom, do které třídy si učivo zařadit (resp. jak v návaznosti za sebou budou učivo klást).

Každý pracovní list má vypracovanou příručku pro učitele. V příručce jsou uvedeny následující údaje:

1) Potřebné pomůcky pro vypracování
2) Očekávaný výstup z RVP ZV
3) Indikátory[2]
4) Mezipředmětový vztah / průřezové téma
5) Metodický komentář s možným řešením

Uvedená řešení u jednotlivých úloh ***nejsou vždy jedinou možností*** řešení. Úlohy v pracovních listech nepokrývají celou problematiku týkající se tematického okruhu *Závislosti, vztahy a práce s daty* ani jiného, a tedy ani funkčního myšlení na druhém stupni ZŠ.

Většina úloh je zadána poměrně dlouhým textem, proto může být pro některé žáky těžší se v zadání orientovat. Doporučujeme u těchto úloh zdůraznit potřebu pečlivého prostudování a přečtení zadání. Předpokladem pro vypracování pracovních listů je tedy dobrá úroveň čtenářské gramotnosti žáků.

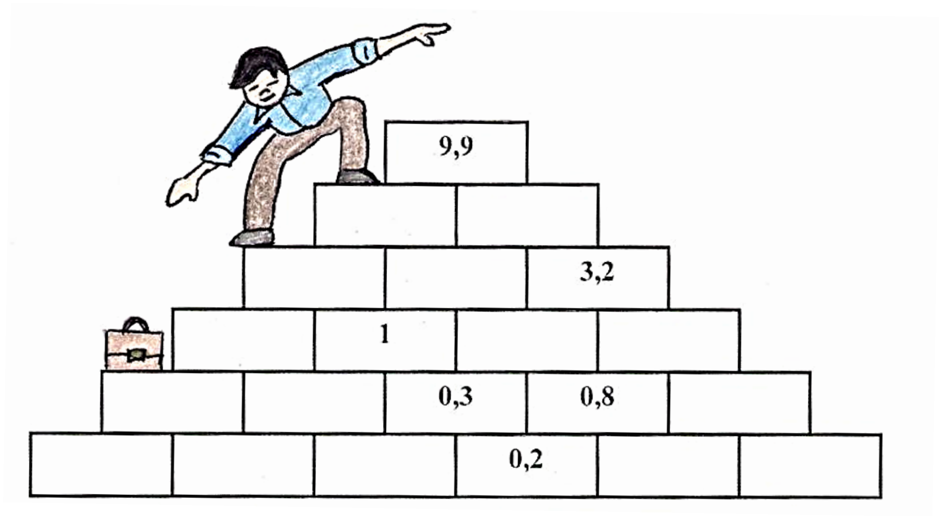
[2] Indikátory jsou převzaty z Metodických komentářů ke Standardům základního vzdělávání pro tematický okruh Závislosti vztahy a práce s daty vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace.

Pracovní listy se dají využít nejen jako materiál, který si žáci vyplní během hodiny společně s vyučujícím, ale i jako samostatná či skupinová práce, při níž žáci mohou objevit různé zákonitosti a lépe tak pochopit učivo. Nebo také jako test k prověření, jak žáci zvládli nějaké téma.

7.1 Pracovní list č. 1: Pyramidy, řady a trojúhelníky

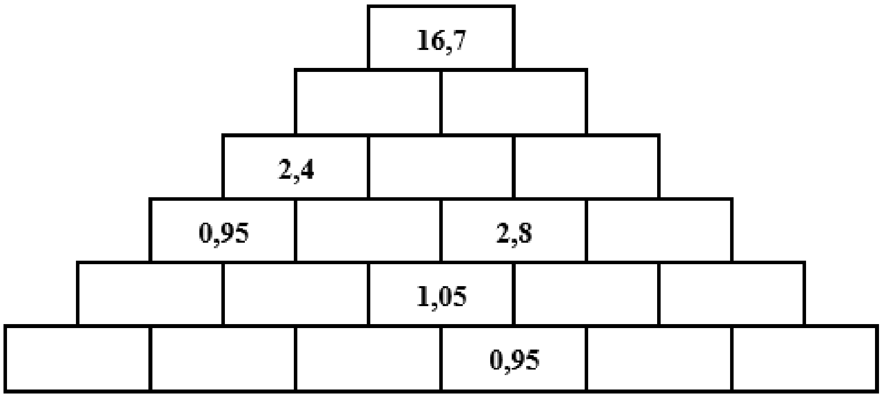
1) Dokážeš určit, jaká čísla budou ve zbylých polích pyramid?

   a)



Obrázek 21: Sčítací pyramida s desetinnými čísly - pracovní list č. 1

   b)



Obrázek 22: Sčítací pyramida s desetinnými čísly - pracovní list č. 1

2) Jaká čísla patří do řady místo otazníků?

   a) 1; 2; 4; 7; 11; 16; ?; ?

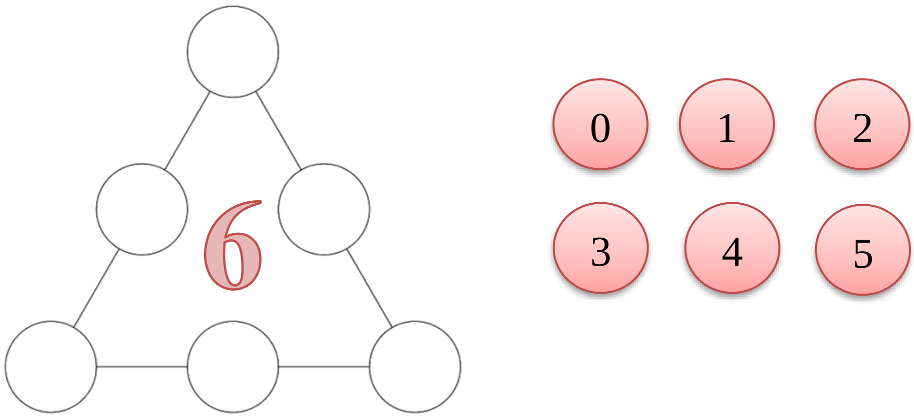
   b) ?; 7; 11; 15; 19; ?

   c) 2; 4; 8; 16; 32; ?; ?

   d) 3; 10; 24; 45; 73; ?

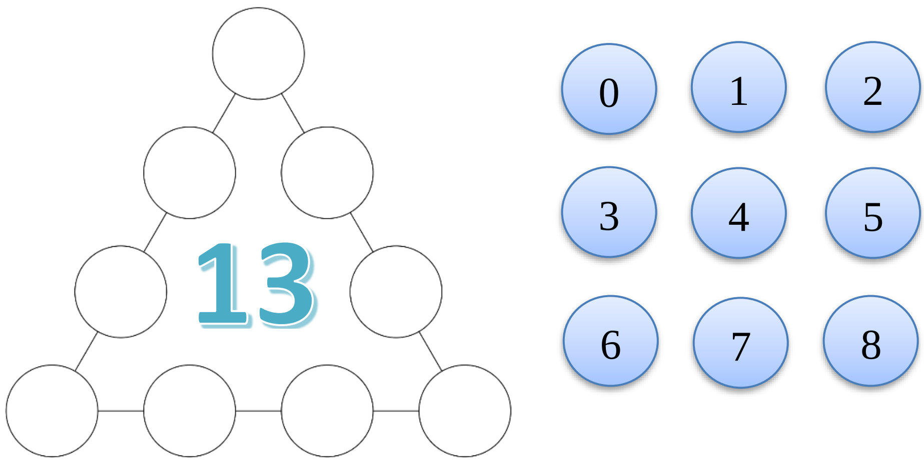
3) Umísti nabízená čísla do magického trojúhelníku tak, aby ti na každé jeho straně vyšel součet:

a) 6



Obrázek 23: Magický trojúhelník - pracovní list č. 1

b) 13



Obrázek 24: Magický trojúhelník - pracovní list č. 1

7.1.1 Příručka pro učitele k pracovnímu listu č. 1

Metodická příručka pro uživatele
Co by měl žák znát, aby mohl vyplnit tento pracovní list (tj. zvládnuté učivo): - přirozená čísla - desetinná čísla - číselné řady
Pomůcky: - tužka, guma, propiska - bez kalkulačky
Tematický okruh: - Nestandardní aplikační úlohy a problémy
Očekávané výstupy (RVP ZV): - ***M-9-4-01 užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předkládaných nebo zkoumaných situací***
Indikátory: - Žák v úloze hledá potřebné údaje a vztahy. - Žák řeší jednoduchou úlohu. - Žák ověří výsledek úlohy.

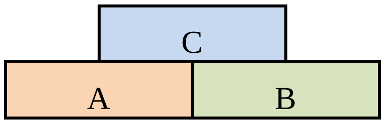
Mezipředmětový vztah, průřezové téma:

- žádné

Možné řešení s metodickým komentářem:

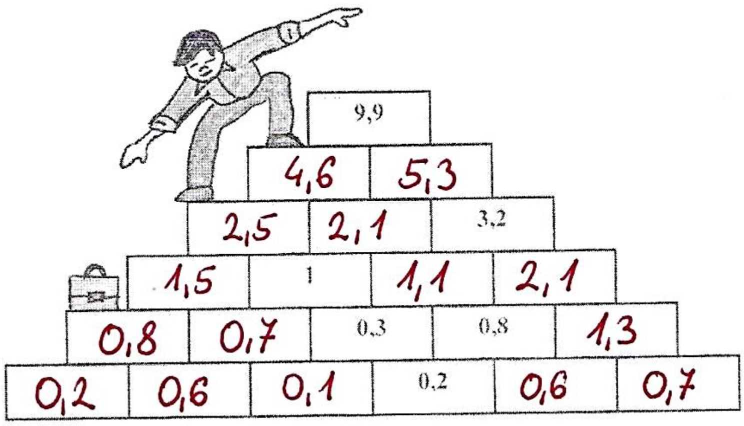
Úlohy v tomto pracovním listu se dají považovat za úlohy opakovací. Obdobné a někdy i totožné úlohy (doplňování číselných řad, magické čtverce, sčítací pyramidy) se totiž na prvním stupni často využívají a můžeme je najít v různých matematických soutěžích (např. Pangea). Tyto úlohy jsou vhodné k rozvoji funkčního myšlení.

V úloze č. 1 by žáci měli zjistit, že jde o pyramidu „sčítací“. Pyramida podporuje práci s desetinnými čísly a pomáhá při hledání závislostí a vztahů při výpočtu. Žáci zjišťují vztah A + B = C.



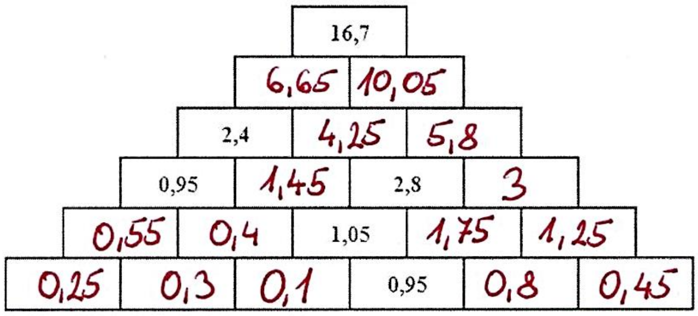
ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 1:

a)



Obrázek 25: Výsledek sčítací pyramidy z pracovního listu č. 1

b)

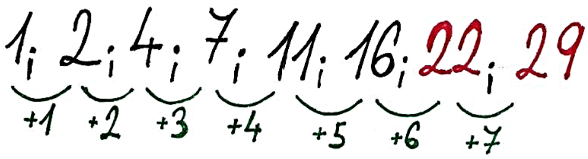


Obrázek 26: Výsledek sčítací pyramidy z pracovního listu č. 1

V úloze č. 2 mají žáci doplnit dané řady. Řady jsou sestaveny podle nějakého pravidla (vzoru) a toto pravidlo žáci odhalují. Jde tedy o objevování závislosti v číselných řadách.

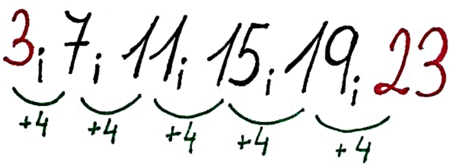
<u>ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 2</u>:

a)



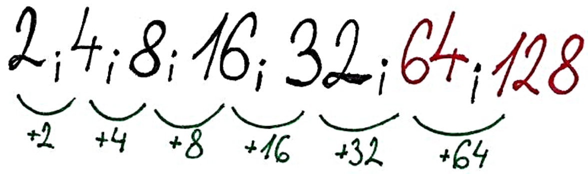
Obrázek 27: Řešení číselné řady z pracovního listu č. 1

b)



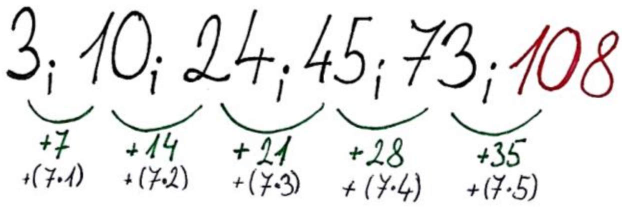
Obrázek 28: Řešení číselné řady z pracovního listu č. 1

c)



Obrázek 29: Řešení číselné řady z pracovního listu č. 1

d)

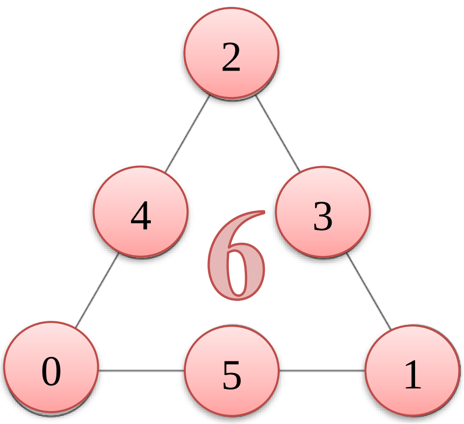


Obrázek 30: Řešení číselné řady z pracovního listu č. 1

V úloze č. 3 žáci doplňují daná čísla do připravených polích magického trojúhelníku tak, aby na každé straně vznikl požadovaný součet čísel. Jde vlastně o úlohu, ve které žáci mohou sledovat, jak se mění součet v závislosti na změně vstupujících čísel. Tento příklad by se dal použít také ve výukovém softwaru SMART Notebook, který by žákům umožnil políčka s čísly volně přesouvat na interaktivní tabuli přímo na strany trojúhelníku.

<u>ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 3</u>

a) V těchto úlohách bývá nejvýhodnější začít s umisťováním nejvyššího čísla. Když si vezmeme nejvyšší číslo 5, je jasné, že abychom dostali číslo 6, musíme přičíst jedničku. Jelikož výsledné číslo je složeno ze součtu tří čísel, jedinou vhodnou číselnou kombinací je 015. Musíme ale pokračovat v úvaze, která čísla budou ve vrcholech trojúhelníku, a které číslo dáme do středu strany. Jelikož zbývají čísla 2, 3 a 4, musí být ve středu trojúhelníku číslo 5, protože toto číslo s jakýmkoli zbývajícím číslem tvoří součet větší než 6. Takto pokračujeme dál až dojdeme k výsledku:



Obrázek 31: Řešení magického trojúhelníku z pracovního listu č. 1

b) Stejným způsobem jako v úloze 3a) pokračujeme i v tomto případě. Abychom dostali součet 13, můžeme k nejvyššímu číslu (tj. číslo 8) přičíst jen číslo 5 nebo čísla menší než číslo 5:

$$13 = 8 + 5 + 0$$

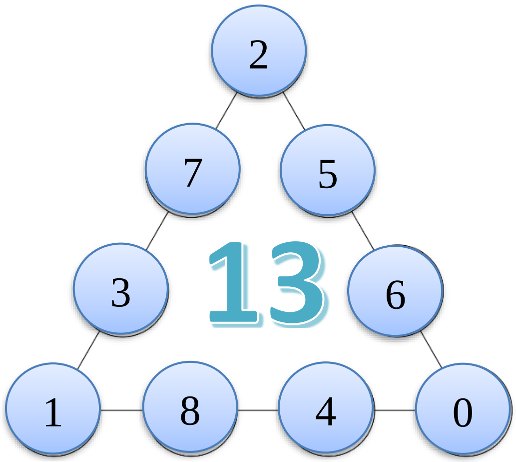
$$13 = 8 + 4 + 1 + 0$$

$$13 = 8 + 3 + 2 + 0$$

$$13 = 8 + 2 + 3 + 0$$

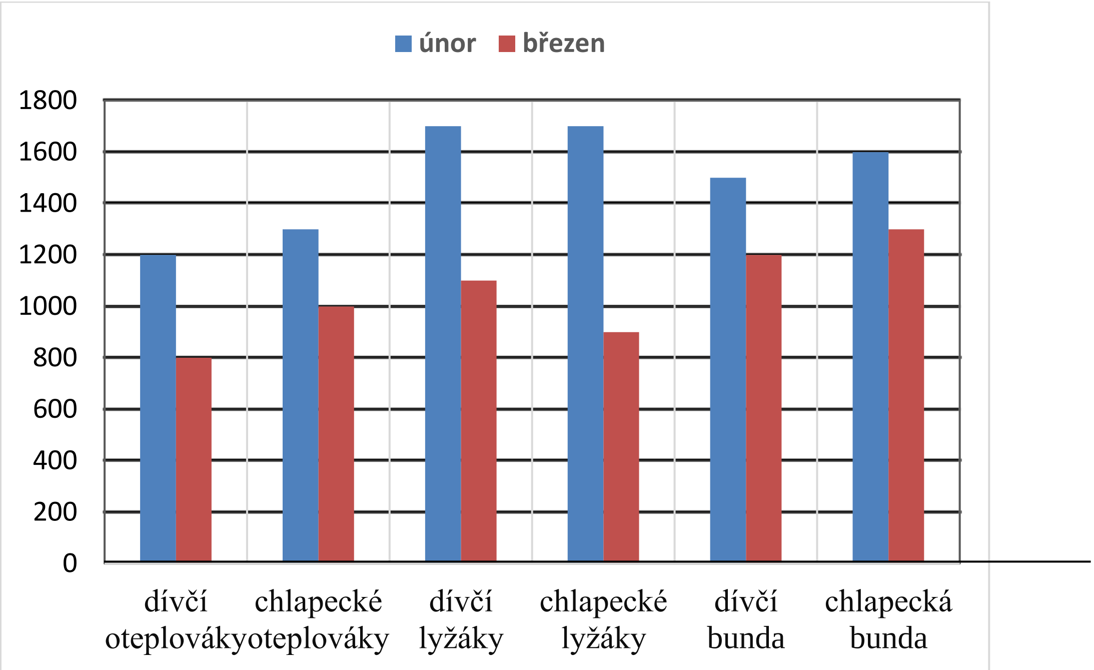
$$13 = 8 + 1 + 4 + 0$$

První součet můžeme vyloučit, jelikož strany trojúhelníku jsou složeny ze 4 políček (tzn. že číslo 13 vzniká ze součtu čtyř čísel). Další dvě možnosti také vyškrtneme, protože jsou stejné jako další dvě. Stejně můžeme postupovat s druhým nejvyšším číslem (tj. číslo 7). A nakonec s třetím nejvyšším číslem (tj. číslo 6). Vytvoříme si s těmito čísly číselné součty a vybereme ty možné. Výsledek:


2
7
5
3
13
6
1
8
4
0

7.2 Pracovní list č. 2: Jedeme lyžovat!

Je únor a na horách leží spousta sněhu. Pan a paní Kropáčkovi chtějí vzít své 3 děti (dva kluci a jedna dívka) na lyže, ale zjistili, že některé věci jsou dětem malé. Oběma synům potřebují koupit nové „oteplováky" a „lyžáky". Dceři je zase malá bunda a také nemá „lyžáky". Obchodní řetězec VEKO, který nabízí lyžařské oblečení, ve svém letáku otiskl následující graf (ceny v něm uvedené jsou v KČ):



Obrázek 32: Graf k pracovnímu listu č. 2

a) Kolik by Kropáčkovi ušetřili, kdyby se rozhodli jet na hory až v březnu a věci nakoupili ve výprodeji řetězce VEKO?

b) Zkuste vyčíst z grafu, která položka se v březnu zlevní nejvíce a o kolik:

c) Dcera je nedočkavá, vyhlídla si krásnou květovanou bundu a nechce čekat! Co kdyby jí to někdo „vyfoukl“? I staršímu synovi se velmi zamlouvají „lyžáky“ s jedinečným potiskem. Kolik nákup bude stát, když se tyto věci koupí již v únoru a zbytek v březnu? A o kolik peněz rodina kvůli nedočkavosti dětí přijde? Zkuste se nad výsledky zamyslet a zhodnotit je, když víte, že rodina na tom není finančně dobře a tento výlet je bude stát ještě další peníze (ubytování, strava, skipasy, …). Opravdu je tak důležité, abychom na svahu vypadali tak dobře, když oblečení jim pravděpodobně bude za rok či dva opět malé a už bude „out“? Nebo si myslíte, že ten rozdíl v penězích není tak velký? Vymyslete své argumenty pro a proti.

d) Na pravé straně grafu znázorněte cenu dívčích rukavic, které by v únoru stály 500 Kč a v březnu by se zlevnily o 200 Kč.

e) Jsou pravdivá následující tvrzení?

i. Dívčí i chlapecké „lyžáky“ stály v únoru stejně a v březnu se zlevnily o stejnou částku.

ANO X NE

ii. Kromě „lyžáků“ bylo dívčí oblečení v únoru vždy levnější než to chlapecké.

ANO X NE

iii. Dívčí i chlapecká bunda se v březnu snížila o stejnou částku.

ANO X NE

7.2.1 Příručka pro učitele k pracovnímu listu č. 2

Metodická příručka pro uživatele
Pomůcky: - modrá a červená pastelka (fixa), propiska, guma - rýsovací potřeby (pravítko)
Tematický okruh: - Závislosti, vztahy a práce s daty
Očekávané výstupy (RVP ZV): - ***M-9-2-01 vyhledává, vyhodnocuje a zpracovává data*** - ***M-9-2-02 Žák porovnává soubory dat***
Indikátory: - Žák vyhledá potřebné údaje v tabulce, diagramu a grafu. - Žák vyhledá a vyjádří vztahy mezi uvedenými údaji v tabulce, diagramu a grafu (četnost, aritmetický průměr, nejmenší a největší hodnota). - Žák porovná kvantitativní vztahy, které jsou uvedeny v různých tabulkách nebo v tabulce a diagramu.
Mezipředmětový vztah, průřezové téma: - žádný

Možné řešení s metodickým komentářem:

Ke grafickému znázornění situace (ceny oblečení v únoru a březnu), jsme použili jeden z nejvíce využívaných diagramů – sloupcový diagram. Touto úlohou žáky vedeme k orientaci v diagramu, k vyhledávání požadovaných dat a jejich porovnávání. Na základě legendy a údajů zobrazených na osách žáci přesně odečítají a sčítají dané hodnoty.

ŘEŠENÍ ÚLOHY:

a) Cena za požadované oblečení v únoru:

$$2 \cdot 1300 + 2 \cdot 1700 + 1500 + 1700 = 9200$$

Cena za požadované oblečení v březnu:

$$2 \cdot 1000 + 2 \cdot 900 + 1200 + 1100 = 6100$$

Kropáčkovi by ušetřili 3100 Kč $(9200 - 6100 = 3100)$.

b) Nejvíce se zlevnily chlapecké „lyžáky“ a to o 800 Kč $(1700 - 900 = 800)$.

c) Nákup únor: $1500 + 1700 = 3200$.

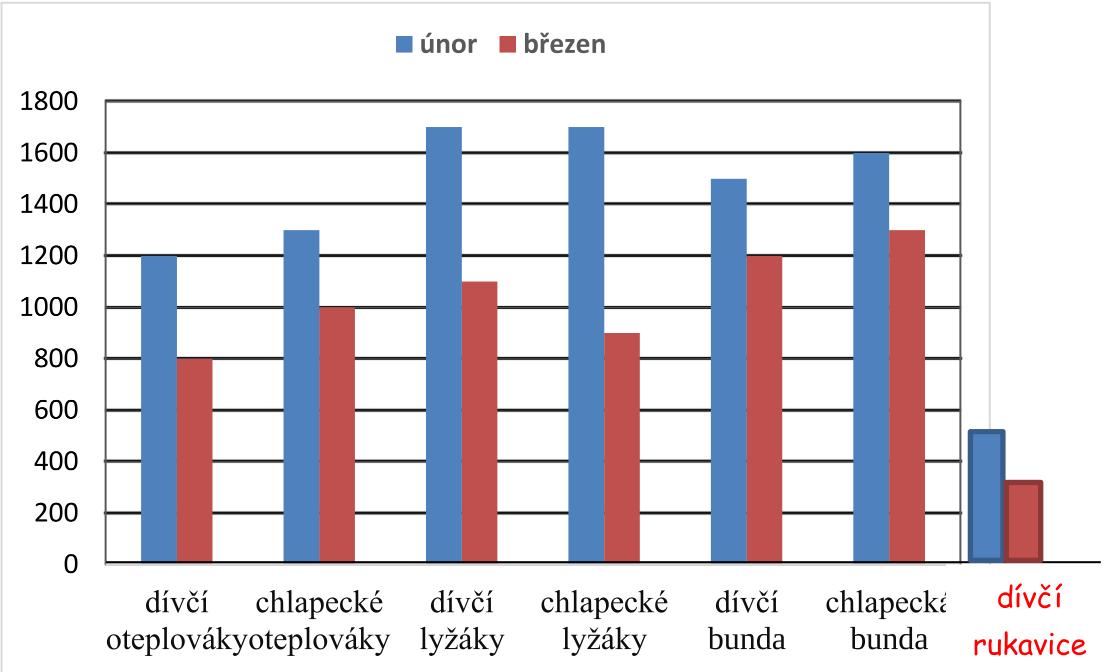
Nákup březen: $2 \cdot 1000 + 900 + 1100 = 4000$.

Nákup bude stát 7200 Kč $(3200 + 4000 = 7200)$.

Kropáčkovi tak přijdou o 1100 Kč $(7200 - 6100 = 1100)$.

Druhá část otázky je individuální a odpovědi a argumenty se u žáků budou lišit nejspíš podle finanční situace, jakou mají v rodině a nakolik se umí vcítit do předestřené situace cizí rodiny. Doporučujeme se nad touto otázkou zamyslet společně se žáky a upozornit je na pořádné prozkoumání celého zadání, jelikož text je dlouhý a obsahuje několik úkolů.

d)



Obrázek 33: Doplněný graf z pracovního listu č. 2

e)

i. NE („lyžáky" sice stály v únoru stejně, ale v březnu se zlevnily o odlišnou částku)

ii. ANO

iii. ANO

7.3 Pracovní list č. 3: Umí paní Kopáčková hospodařit?

1) Paní Kopáčková je rozvedená a má tři školou povinné děti. Pracuje jako foukačka technického a laboratorního skla v místní fabrice. Za minulý měsíc si vydělala 24 809 Kč v čistém, což bez 209 Kč odpovídá její průměrné mzdě. I když jde v dnešním měřítku o pěknou mzdu, tak jí poslední dobou moc peněz nezbývá. Také měla minulý měsíc nečekané výdaje, díky kterým se její úspory podstatně ztenčily. A to chtěla vzít v létě děti k moři! Rozhodla se proto, že si udělá rozpočet příjmů a výdajů, aby si mohla rozmyslet na čem a jak ušetřit. Vzala si tedy list, na který napsala své měsíční příjmy a výdaje:

Průměrná mzda: ?	Poplatek za internet: 300 Kč	Kapesné pro děti: 4 500 Kč
Hypotéka: 6 700 Kč	Cigarety: 3 000 Kč	Dárek k narozeninám pro dceru: 950 Kč
Obědy ve školní jídelně: 500 Kč za dítě	Odměna od zaměstnavatele: 2 000 Kč	
Nová pračka: 15 280 Kč	Drogerie: 3 100 Kč	Školní kroužky: 1 200 Kč
Měsíční paušál: 1 400 Kč	Jídlo: 8 000 Kč (z toho asi 3 000 Kč cukrovinky)	
Energie (voda, plyn, elektrika): 3 000 Kč	Zábava: 2000 Kč/měsíc	
Alimenty od exmanžela: 3 500 Kč na dítě		

Byla do toho ponořená natolik, že připsala i položky, které do měsíčního rozpočtu nepatří, protože nejsou ani pravidelnými příjmy ani pravidelnými výdaji. Jedná se přesně o tři položky.

a) Najděte tyto položky a vyškrtněte je z výčtu.

b) Pomozte paní Kopáčkové vytvořit přehledný rozpočet tak, že vytvoříte tabulku. Na pravou stranu napište příjmy a na levou stranu výdaje. Na poslední řádek tabulky napište celkové příjmy a výdaje, a ty porovnejte. (Použijete k tomu tabulku na druhé straně listu.)

PŘÍJMY	VÝDAJE
PŘÍJMY CELKEM:	**VÝDAJE CELKEM:**

Obrázek 34: Tabulka příjmů a výdajů – pracovní list č. 3

c) Kolik by musela paní Kopáčková měsíčně ušetřit, aby mohla jet na dovolenou, která by jí podle předběžných výpočtů vyšla na 18 000 Kč, jestliže jí na šetření zbývá 6 měsíců? A jak by se to muselo odrazit na rozpočtu?

d) Kolik by paní Kopáčková musela měsíčně ušetřit, aby měla za 6 měsíců na dovolenou a ještě jí zbyla rezerva na nečekané výdaje v celkové výši 55 000 Kč, jestliže nyní má rezervu 25 000 Kč? A jak by se to muselo odrazit na rozpočtu?

e) Vytvořte vhodný diagram, který bude znázorňovat prvních 6 nejvyšších pravidelných výdajů paní Kopáčkové.

f) Vžijte se do kůže paní Kopáčkové. Na čem byste ušetřili peníze vy? Nezapomeňte, že některé položky lze jen těžko snížit (či vůbe ne). Nyní záleží na vašich prioritách. Svou volbu zkuste zdůvodnit.

2) Doplňte chybějící slova:

a) Čím více utratím, tím ________ ušetřím.
b) Čím méně utratím, tím ________ ušetřím.
c) Kolikrát se__________ mé odpracované hodiny, tolikrát se zvýší má mzda.
d) Kolikrát se sníží mé odpracované hodiny, tolikrát se _________ má mzda.

7.3.1 Příručka pro učitele k pracovnímu listu č. 3

Metodická příručka pro uživatele
Pomůcky: - barevné pastelky (fixy), propiska, obyčejná tužka, guma - kalkulačka - počítač (program Excel)
Tematický okruh: - Závislosti, vztahy a práce s daty
Očekávané výstupy (RVP ZV): - ***M-9-2-01 vyhledává, vyhodnocuje a zpracovává data*** - ***M-9-2-02 porovnává soubory dat*** - ***M-9-2-03 určuje vztah přímé anebo nepřímé úměrnosti***
Indikátory: - Žák vyhledá potřebné údaje v tabulce, diagramu a grafu. - Žák vyhledá a vyjádří vztahy mezi uvedenými údaji v tabulce, diagramu a grafu (četnost, aritmetický průměr, nejmenší a největší hodnota). - Žák pracuje s časovou osou. - Žák převádí údaje z textu do tabulky, diagramu a grafu a naopak. - Žák porovná kvantitativní vztahy, které jsou uvedeny v různých tabulkách nebo v tabulce a diagramu. - Žák rozliší přímou a nepřímou úměrnost z textu úlohy.

Mezipředmětový vztah, průřezové téma:

- žádné

Možné řešení s metodickým komentářem:

Pro vypracování první úlohy je předpokládaná dobra čtenářská gramotnost žáků. Je třeba, aby si žáci pečlivě přečetli zadání a neudělali tak zbytečnou chybu. Například v doplnění průměrné mzdy.

Žáky vedeme ke správné orientaci v textu, vybírání podstatných dat a jejich třídění. Použitá data v prvním příkladu se vztahují k finanční gramotnosti. Žáci třídí zadaná data (příjmy a výdaje) podle svých zkušeností z každodenního života a vytvářejí rodinný rozpočet.

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 1:

a) Do rozpočtu nepatří následující položky:
   DÁREK K NAROZENINÁM PRO DCERU – je to jednorázový výdaj;
   ODMĚNA OD ZAMĚSTNAVATELE – je to příjem, se kterým nemůžeme počítat každý měsíc;
   NOVÁ PRAČKA – je to výdaj, který je nečekaný, a proto ho do rozpočtu nepočítáme, kvůli takovýmto výdajům je vhodné tvořit si finanční rezervy ($příjmy > výdaje$).

b)

PŘÍJMY		VÝDAJE	
Průměrná mzda	24 600Kč	Poplatek za internet	300Kč
Alimenty	10 500Kč	Kapesné pro děti	4 500Kč
		Hypotéka	6 700Kč
		Cigarety	3 000Kč
		Obědy ve šk. jídelně	1 500Kč
		Drogérie	3 100Kč
		Školní kroužky	1 200Kč
		Měsíční paušál	1 400Kč
		Jídlo	8 000Kč
		Energie	3 000Kč
PŘÍJMY CELKEM:	**35 100Kč**	**VÝDAJE CELKEM:**	**32 700Kč**

Obrázek 35: Vyplněná tabulka příjmů a výdajů z pracovního listu č. 3

Přesto, že příjmy jsou vyšší než výdaje (o 2 400 Kč), netvoří si paní Kopáčková dostatečnou rezervu pro nečekané výdaje, a to se v budoucnu může ukázat jako problém.

c) Musela by měsíčně ušetřit 3 000 Kč (18 000 : 6 = 3 000). Musela by z rozpočtu tedy ušetřit nejméně 600 Kč, ale to by už na nic jiného neměla.

d) Musela by měsíčně ušetřit $(55\,000 - 25\,000 + 18000) : 6 = 8\,000$ Kč, takže ještě minimálně 5 600 Kč by musela ušetřit měsíčně na výdajích.

e) Žáci mají graficky znázornit prvních šest nejvyšších pravidelných výdajů, které naleznou v tabulce příjmů a výdajů. Doporučujeme ponechat žákům volnost ve výběru diagramu tím, že jim umožníme vybrat si vhodný diagram z nabídky programu Excel. Žáci se tak mohou seznámit s dalšími diagramy. Svou volbu bychom je měli nechat zdůvodnit.

Položka	**Částka**
Jídlo	8 000Kč
Hypotéka	6 700Kč
Kapesné pro děti	4 500Kč
Drogérie	3 100Kč
Cigarety	3 000Kč
Energie	3 000Kč

Obrázek 36: Tabulka s 6 nejvyššími výdaji z pracovního listu č. 3

Obrázek 37: Příklad vhodného diagramu k pracovnímu listu č. 3

f) Odpovědi na tuto otázku se budou u žáků různit. Žáci by mohli na tomto úkolu pracovat ve dvojicích, což jim umožní argumentovat a diskutovat o snížení některých položek a pomůže jim to na situaci pohlédnout jinýma očima. Žáci by si například mohli uvědomit, že v rodině je jeden kuřák a za cigarety utratí 3 000 Kč měsíčně. I kdyby krabička cigaret stála 100 Kč vychází to na 30 krabiček na měsíc (tj. cca 1 krabička denně). Nebo by se také mohli zaměřit na kapesné či cukrovinky, které jsou zahrnuté v ceně jídla. Pokud by to čas umožnil, můžeme se žáky tuto otázku více prodiskutovat na konci hodiny.

Ve druhé úloze mají žáci doplnit chybějící slova ve větách. Tyto věty představují jednoduché závislosti z našeho života, se kterými by žáci měli mít zkušenosti a neměl by být proto problém věty doplnit. Těmito jednoduchými závislostmi si připravujeme místo pro pozdější zavedení přímé a nepřímé úměrnosti.

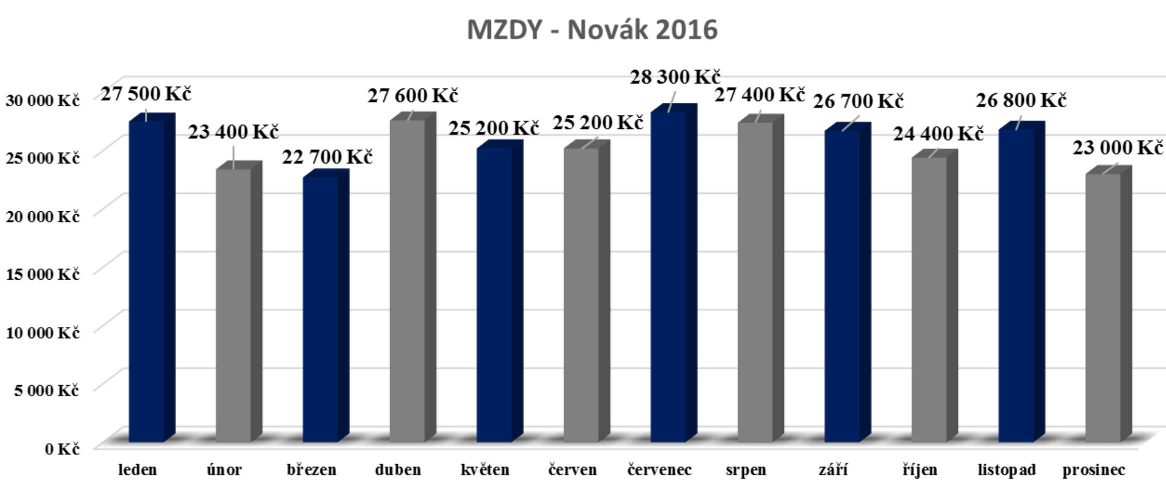
ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 2:

a) Čím více utratím, tím méně ušetřím.
b) Čím méně utratím, tím více ušetřím.
c) Kolikrát se zvýší mé odpracované hodiny, tolikrát se zvýší má mzda.
d) Kolikrát se sníží mé odpracované hodiny, tolikrát se sníží má mzda.

7.4 Pracovní list č. 4: Mzda

1) Napište vlastní definici mzdy:

2) Graf:



Obrázek 38: Graf k pracovnímu listu č. 4

a) O jaký graf se jedná a co znázorňuje?

b) V jakém měsíci dostal pan Novák nejvíce peněz a v jakém nejméně?

c) Ve kterých měsících dostal pan Novák mzdu ve stejné výši?

d) Vytvořte přehlednou tabulku, která odpovídá grafu.

e) Jaká byla průměrná mzda pana Nováka za celý rok 2016? (Zaokrouhlete na koruny.)

f) Pan Novák si chtěl v minulém roce vyčerpat 10 dní dovolené. Bylo mu vlastně jedno, kdy si tuto dovolenou vezme, tak si namátkou vybral duben. Kdyby byl na našem místě a měl k dispozici graf, věděl by, že nejlepší by bylo vybrat si dovolenou v říjnu. Za dovolenou totiž dostáváme náhradu mzdy, která se počítá z průměrné hodinové hrubé mzdy za předešlé 3 měsíce, do níž jsou započítány všechny prémie. Podle ukázaného postupu níže, zjistěte o kolik korun více by pan Novák dostal za celou dovolenou v říjnu oproti dubnu. Počítejte s tím, že denní pracovní doba má 8 hodin a měsíčně pan Novák odpracuje 168 hodin.

Hodinová mzda za ***leden***: $27\,500 \div 168 \doteq 163{,}7$

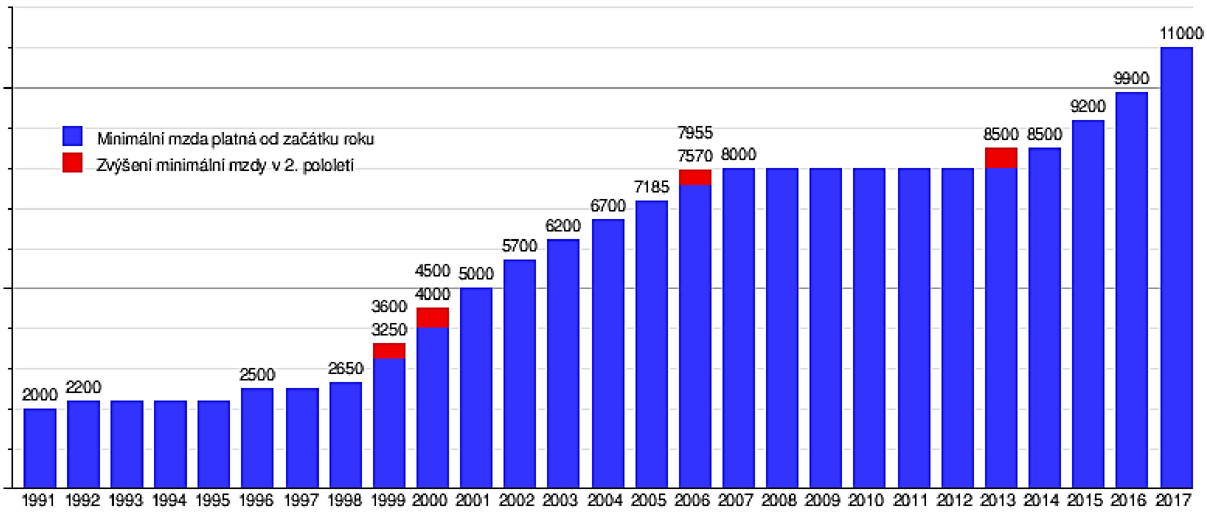
Hodinová mzda za ***únor***: $23\,400 \div 168 \doteq 139{,}3$

Hodinová mzda za ***březen***: $27\,700 \div 168 \doteq 164{,}9$

Průměrná hodinová mzda za leden, únor a březen: $(163{,}7 + 139{,}3 + 164{,}9) \div 3 \doteq \mathbf{156}$

Mzda za jeden jen dovolené: $156\ Kč \cdot 8 = \mathbf{1\,248}\ Kč$

3) Je dán následující graf:



Obrázek 39: Graf k pracovnímu listu č. 4. Údaje jsou převzaté z internetového portálu Ministerstva práce a sociálních věcí: http://www.mpsv.cz/cs/871

a) Vyhledejte pomocí internetu, v jakém roce byla u nás zavedena minimální mzda, co to je a proč se zavedla.

b) Zkuste co nejvýstižněji popsat, o čem tento graf vypovídá.

c) Napište alespoň 3 informace (tzn. 3 a více), které nám graf poskytuje, a které považujete za důležité nebo zajímavé.

7.4.1 Příručka pro učitele k pracovnímu listu č. 4

Metodická příručka pro uživatele
Pomůcky: - obyčejná tužka, pravítko, guma - počítač, tablet či telefon s připojením na internet
Tematický okruh: - Závislosti, vztahy a práce s daty
Očekávané výstupy (RVP ZV): - ***M-9-2-01 vyhledává, vyhodnocuje a zpracovává data*** - ***M-9-2-02 porovnává soubory dat***
Indikátory: - Žák vyhledá potřebné údaje v tabulce, diagramu a grafu. - Žák vyhledá a vyjádří vztahy mezi uvedenými údaji v tabulce, diagramu a grafu (četnost, aritmetický průměr, nejmenší a největší hodnota). - Žák pracuje s časovou osou. - Žák převádí údaje z textu do tabulky, diagramu a grafu a naopak. - Žák samostatně vyhledává data v literatuře, denním tisku a na internetu. - Žák porovná kvantitativní vztahy, které jsou uvedeny v různých tabulkách nebo v tabulce a diagramu.

Mezipředmětový vztah, průřezové téma:

- žádné

Možné řešení s metodickým komentářem:

Pracovní list je zaměřen na některé otázky ohledně mzdy, proto se tedy týká finanční gramotnosti. Žáky vedeme ke všeobecné orientaci v grafu, vyhledávání informací z grafu (resp. diagramu) – nejvyšší a nejnižší hodnota, a také k porovnávání hodnot.

Pro tento pracovní list je důležitá dobrá čtenářská gramotnost, především v části, kdy žáci mají vypočítat peníze za dovolenou podle vzoru.

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 1:

Žáci mohou například napsat, že mzda je finanční ocenění práce zaměstnance zaměstnavatelem.

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 2:

a) Jedná se o výčet hrubých mezd pana Nováka za rok 2016. Že jde o hrubou mzdu, žáci nejspíše nenapíší, protože v grafu to není nijak specifikováno, ale dozvědět se o tom mohou z úlohy, kdy počítají výměru mzdy během dovolené.

b) Nejvyšší mzdu měl pan Novák v červenci (28 300 Kč) a nejnižší v březnu (22 700 Kč).

c) V květnu i červnu si pan Novák vydělal 25 200 Kč.

d)

Mzdy Novák 2016	
Měsíc	Mzda
Leden	27 500
Únor	23 400
Březen	22 700
Duben	27 600
květen	25 200
Červen	25 200
Červenec	28 300
Srpen	27 400
Září	26 700
Říjen	24 400
Listopad	26 800
Prosinec	23 000

Obrázek 40: Vytvořená tabulka ke grafu z pracovního listu č. 4 - mzdy pana Nováka

e) 25 683 Kč

f) Hodinová mzda červenec, srpen, září: 168,5 Kč; 163,1 Kč; 158,9 Kč.
Průměrná hodinová mzda (červenec, srpen, září): 164Kč (zaokrouhleno na Kč: $490{,}5 : 3 = 163{,}5$).
Mzda za jeden den dovolené v říjnu: 1 312 Kč (tj. 13 120 Kč za celou dovolenou).
Mzda za dovolenou v dubnu: 12 480 Kč.
Pan Novák by v říjnu dostal o 640 Kč více.

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 3:

a) Minimální mzda byla v ČR zavedena v roce 1991 a je to nejnižší možná mzda, kterou by měl zaměstnavatel zaplatit zaměstnanci za jeho práci. Měla by zabránit, aby se práce podhodnocovala a měla by motivovat občany k práci, místo pobírání sociálních dávek.
b) Ve sloupcovém diagramu je vyobrazeno, jak se měnily minimální mzdy od svého zavedení v roce 1991 do letošního roku 2017. Přičemž jsou v diagramu zaznamenány i změny, které proběhly ohledně výše minimální mzdy během jednotlivých let.
c) Žáci mají za úkol vyčíst z diagramu alespoň 3 důležité či zajímavé informace. Například mohou zjistit, že ke změně ve výši minimální mzdy během jednoho roku došlo za celou dobu její existence pouze třikrát, a to v roce 1999, 2006 a v roce 2013. Že 6 let od roku 2007 do roku 2012 byla minimální mzda ve stejné výši (8000 Kč). Také by mohli zaznamenat, že od zavedení 1991 tato mzda stoupla o 9000 Kč.

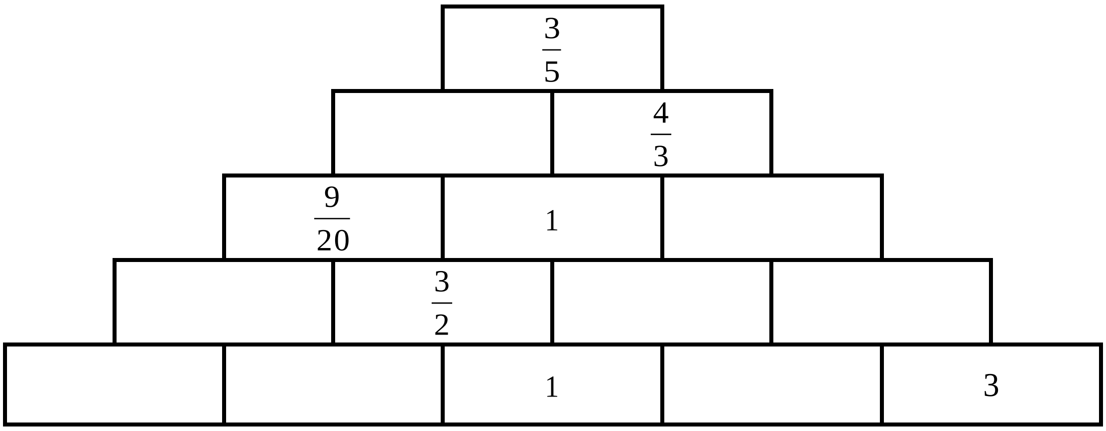
7.5 Pracovní list č. 5: Zlomky v hranatém vězení

1) Doplňte tabulku:

Procenta:	20%		30%			15%	
Zlomky		$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{10}$		$\frac{3}{4}$

Obrázek 41: Tabulka se zlomky a procenty - pracovní list č. 5

2) Najděte logický klíč pro umisťování čísel a chybějící čísla do obrazce doplňte:



Obrázek 42: Součinová pyramida - pracovní list č. 5

3) Doplňte čísla do čtverečků tak, aby součet ve všech řádcích, sloupcích a úhlopříčkách byl **2** (zlomky zapisuj v základním tvaru).[3]

$\frac{2}{15}$		
$\frac{4}{5}$	$\frac{14}{15}$	

Obrázek 43: Magický čtverec se zlomky - pracovní list č. 5

[3] Příklad převzat z: (Husar, 2004)

4) Najdi logickou návaznost čísel ve čtverci a doplň číslo místo otazníku.

a)

$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{9}{10}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	?

Obrázek 44: Hledání logické návaznosti ve čtverci - pracovní list č. 5

b)

$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	2	3
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	1
$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{7}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}$	?	4

Obrázek 45: Hledání logické návaznosti ve čtverci - pracovní list č. 5 (složitější)

7.5.1 Příručka pro učitele k pracovnímu listu č. 5

Metodická příručka pro uživatele
Co by měl žák znát, aby mohl vyplnit tento pracovní list (tj. zvládnuté učivo): - početní operace se zlomky - početní operace s procenty
Pomůcky: - tužka, guma, propiska
Tematický okruh: - Nestandardní aplikační úlohy a problémy
Očekávané výstupy (RVP ZV): - ***M-9-4-01 užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předkládaných nebo zkoumaných situací***
Indikátory: - Žák v úloze hledá potřebné údaje a vztahy. - Žák řeší jednoduchou úlohu. - Žák ověří výsledek úlohy.
Mezipředmětový vztah, průřezové téma: - Žádné

Možné řešení s metodickým komentářem:

V pracovním listě si žáci procvičí základní matematické operace se zlomky. Kromě prvního úkolu, kdy žáci doplněním tabulky prokáží svou znalost převodu procent na zlomky a obráceně, protože vědí, že zlomky i procenta vyjadřují část nějakého celku, jsou úkoly zaměřené na odhalování a objevování zákonitostí.

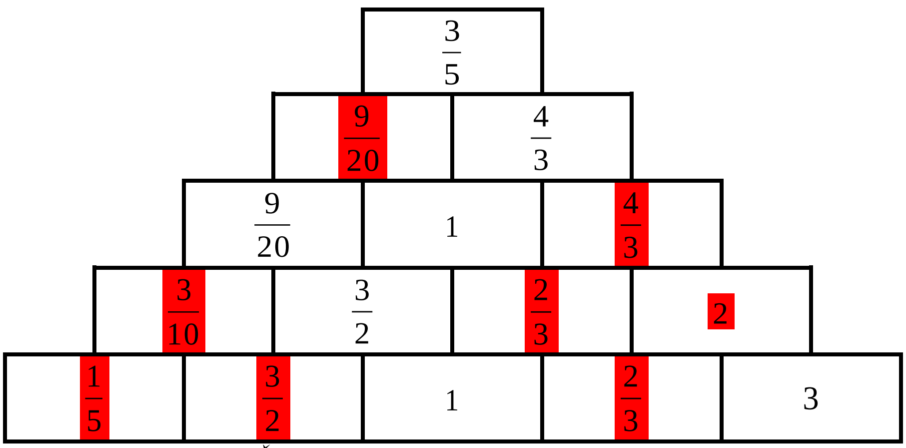
ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 1:

Procenta:	20%	50 %	30%	25 %	10 %	15%	75 %
Zlomky	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{4}$

Obrázek 46: Řešení tabulky z pracovního listu č. 5

Ve druhém cvičení žáci objevují závislosti mezi čísly a hledají pravidlo, podle kterého je pyramida vytvořena. Žáci by si měli uvědomit, že pokud udělají ve výpočtech chybu a doplní pole pyramidy špatně, tak při ověřování výsledku, by na vrcholu pyramidy dostali špatné číslo.

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 2



Obrázek 47: Řešení součinové pyramidy z pracovního listu č. 5

S magickými čtverci se v tematickém okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy setkáváme již na prvním stupni. Jde o objevování zákonitostí ve více směrech. Magické čtverce mohou být zadány již s cílovým číslem, které nám má vyjít při sečtení čísel na úhlopříčce, sloupcích a řadách. Nebo také tak, že ve čtverci bude buď vyplněn jeden celý řádek, sloupec nebo úhlopříčka a žáci zjistí požadovaný součet sami.

U vyplňování magických čtverců postupujeme tak, že začínáme u řádku (resp. sloupce či úhlopříčky), který obsahuje nejvíce informací (resp. čísel).

<u>ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 3:</u>

Součet čísel 2:

$\frac{16}{15}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{8}{15}$
$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{5}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{14}{15}$	$\frac{4}{15}$

Obrázek 48: Řešení magického čtverce z pracovního listu č. 5

Ve čtvrtém úkolu žáci hledají klíč, podle kterého je čtverec vytvořen. Pokud budou dlouho tápat, můžeme je upozornit, ať se podívají na řádky, které jsou vždy v odlišné barvě. Barvy napovídají, že klíč se skrývá v řádku. Žáci tento typ úlohy řeší většinou metodou pokus-omyl

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 4:

a)

A	B	C
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{9}{10}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

Obrázek 49: Doplnění čtverce z pracovního listu č. 5

$$první\ číslo\ (A) + druhé\ číslo\ (B) = třetí\ číslo\ (C)$$

b)

A	B	C	D
$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	2	3
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	1
$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{7}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{2}$	4

Obrázek 50: Doplnění čtverce z pracovního listu č. 5 - složitější

$$první\ číslo\ (A) \cdot druhé\ číslo\ (B) + třetí\ číslo\ (C) = čtvrté\ číslo\ (D)$$

7.6 Pracovní list č. 6: Úměrnost

1) Pan Fuchs si jde do obchodu koupit brambory. Chtěl původně jen 2 kila, ale jelikož si brambory předem nezvážil, koupí nakonec 3,6 kg brambor, za které u pokladny zaplatí 58 Kč. Poté se koukne na účtenku a zjistí, že bez zaokrouhlení by zaplatil 57,60 Kč. „Kdyby ještě platily halíře, ušetřil bych 0,40 Kč. Jo zlatý časy." Povzdechl si.

    a) Sestavte tabulku a zapište do ní, kolik by pan Fuchs zaplatil za 1, 2, 3, 4, 5, 6 a 7 kg brambor.

    b) Závisí v tomto případě cena na hmotnosti nebo hmotnost na ceně?

    c) V jakém poměru je hmotnost brambor a jejich cena?

    d) Sestrojte graf této závislosti pomocí vytvořené tabulky. O jakou úměrnost se jedná a proč?

2) Rozhodněte, jestli jsou dané veličiny na sobě závislé. Pokud ano, tak jaká na které? Jsou veličiny přímo či nepřímo úměrné?

   a) Cena (c) a hmotnost (m) zeleniny, jestliže za 1 kg zaplatíme 13 Kč.

   b) Čas (t) a dráha (s), jestliže auto jede rychlostí 75km/h.

   c) Počet muzikantů (p) a délka písně (t).

   d) Váha člověka (m) a jeho stáří (q).

   e) Počet dělníků (d) při opravování silnice a čas (t) za který ji opraví, jestliže jednomu dělníkovi by to trvalo 16 hodin.

   f) Mzda (Mz) a odpracované hodiny (t), jestliže mzda za jednu hodinu je 58Kč.

   Pro svou potřebu si za dané veličiny dosazujte čísla, zkoušejte a načrtněte si graf. Zjištěné závislosti popište slovně i matematicky.

3) Je dána tabulka. Doplňte ji a rozhodněte, zda se jedná o přímou či nepřímou úměrnost. Své tvrzení zdůvodněte. Poté vytvořte vlastní slovní úlohu, která bude na tabulku přesně pasovat, a vytvořte graf.

x	1	2		6	7
y		10	25	30	

Obrázek 51: Tabulka k příkladu - pracovní list č. 6

7.6.1 Příručka pro učitele k pracovnímu listu č. 6

Metodická příručka pro uživatele
Co by měl žák znát, aby mohl vyplnit tento pracovní list (tj. zvládnuté učivo): - poměr; - pravoúhlá soustava souřadnic (resp. kartézská soustava souřadnic); - přímá úměrnost a nepřímá úměrnost; trojčlenka; - závislá a nezávislá proměnná;
Pomůcky: - rýsovací potřeby (pravítko s ryskou) - obyčejná tužka, guma, propiska - počítač (pro vytvoření grafu) – program GeoGebra, nebo čtverečkovaný papír
Tematický okruh: - Závislosti, vztahy a práce s daty
Očekávané výstupy (RVP ZV): - ***M-9-2-03 určuje vztah přímé anebo nepřímé úměrnosti***
Indikátory: - Žák vytvoří tabulku pro přímou a nepřímou úměrnost na základě textu úlohy. - Žák rozliší přímou a nepřímou úměrnost z textu úlohy.

Mezipředmětový vztah, průřezové téma:

- žádné

Možné řešení s metodickým komentářem:

Při přímé a nepřímé úměrnosti se žáci prakticky poprvé na základní škole setkávají s funkcemi, ač pojem funkce není ještě definován. Žáci by ale přesto měli podvědomě porozumět funkční závislosti. Učí se nějakou situaci zadanou nejčastěji textem (tj. slovní úlohou), vyjádřit pomocí tabulky, rovnicí a příslušným grafem.

Tímto pracovním listem můžeme ověřit, zda žáci pochopili rozdíl mezi přímou a nepřímou úměrností a zda umí určit proměnné (závislou a nezávislou). Myslíme si, že je důležité žákům předkládat i situace, ve kterých závislost není (tj., že úloha neobsahuje funkční vztah) nebo situace, kdy vyjádření závislosti rovnicí, tabulkou či grafem je složitější a pro nás nemožné (z hlediska obtížnosti). Žáci tak mohou pochopit, že přímá (resp. nepřímá) úměrnost je jen speciálním případem.

Žáky při vyplňování pracovního listu nabádáme k pozornému přečtení zadání. Zvláště u první úlohy, která obsahuje více číselných údajů, než kolik žáci potřebují ke správnému řešení.

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 1:

a) Po přečtení zadání by žákům mělo dojít, že je třeba vycházet při zjišťování ceny brambor za 1, 2, 3, 4, 5, 6 a 7 kg z částky 57,60 Kč.

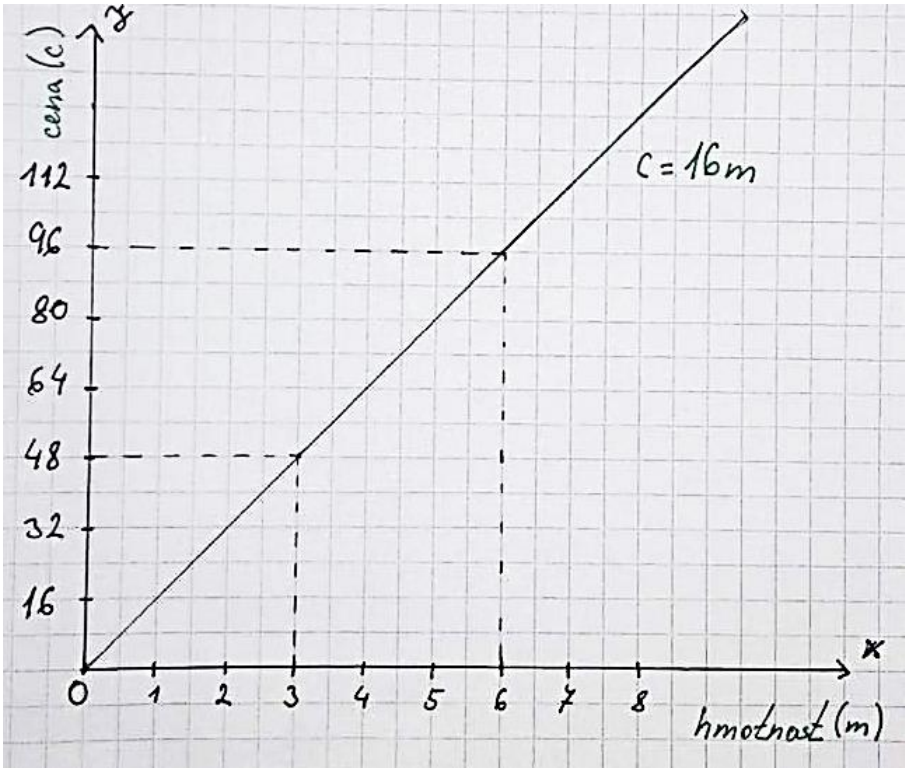
Hmotnost brambor v kg	1	2	3	**3,6**	4	5	6	7
Cena v Kč	16	32	48	**57,60**	64	80	96	112

Obrázek 52: Vyplněná tabulka k příkladu z pracovního listu č. 6

b) Cena koupených brambor závisí na tom, kolik kilogramů si zakoupíme.

c) $1:16$

d) Jde o přímou úměrnost, protože kolikrát se zvýší hmotnost zakoupených brambor, tolikrát se zvýší i cena, kterou za ně zaplatíme. Můžeme ji vyjádřit jako: $cena = 16 \cdot hmotnost$.
Jelikož si nikdy v obchodě nekoupíme -1kg, -2kg atd. budou body této úměrnosti ležet na polopřímce.



Obrázek 53: Graf k příkladu z pracovního listu č. 6

Ve druhé úloze by žáci měli odhalit, zda mezi zadanými veličinami existuje nějaká závislost a měli by ji umět popsat slovně i matematicky. Pro lepší porozumění zadání doporučujeme s žáky udělat první bod této úlohy.

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 2:

a) Ano. Nezávisle proměnná – hmotnost, závisle proměnná – cena. Kolikrát se zvýší hmotnost zeleniny, tolikrát se zvýší i cena, kterou za ni zaplatíme. Je to přímá úměrnost: $c = 13 \cdot m$.

b) Ano. Nezávisle proměnná – čas, závisle proměnná – dráha. Čím déle auto jede, tím více kilometrů ujede. Přímá úměrnost: $s = 75 \cdot t$.

c) Ne. Není zde žádná závislost. Délka písně se nemění, je tedy jedno, zda ji hrají tři muzikanti či celý orchestr.

d) Ne. Váha člověka na jeho věku nezávisí. Žáky by mohlo zmást, že od narození se opravdu váha zvyšuje a její zvyšování se rok od roku většinou zpomaluje. V určitém věku se váha skoro zastaví nebo se také stává, že v průběhu roku člověk přibere a potom zase zhubne. U každého člověka váha závisí na mnoha faktorech, které nelze postihnout ani přímou a ani nepřímou úměrností.

e) Ano. Nezávisle proměnná – počet dělníků, závisle proměnná – čas. Čím více dělníků se bude na opravě podílet, tím kratší dobu k tomu budou potřebovat. Nepřímá úměrnost: $t = \frac{16}{d}$.

f) Ano. Nezávisle proměnná – čas, závisle proměnná – mzda. Čím více hodin odpracuji, tím vyšší mzdu dostanu. Přímá úměrnost: $Mz = 58 \cdot t$.

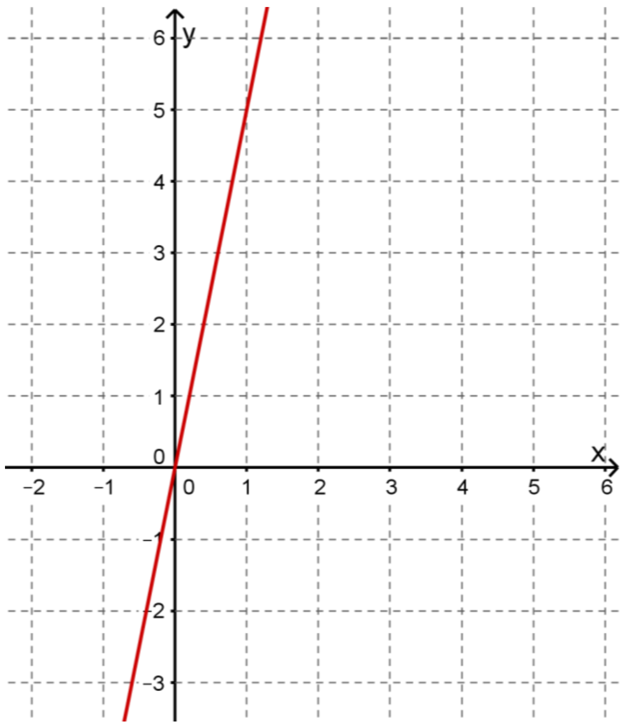
Ve třetí úloze žáci objevují závislost v tabulce, doplní ji a pak vymyslí vlastní úlohu, která tabulce odpovídá.

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 3:

x	1	2	5	6	7
y	5	10	25	30	35

Obrázek 54: Doplnění tabulky z pracovního listu č. 6

Když narůstají hodnoty x narůstají i hodnoty y. Jde o přímou úměrnost, protože když zvýšíme hodnotu 2 třikrát, zvýší se i příslušná hodnota y třikrát. Body grafu leží na přímce.

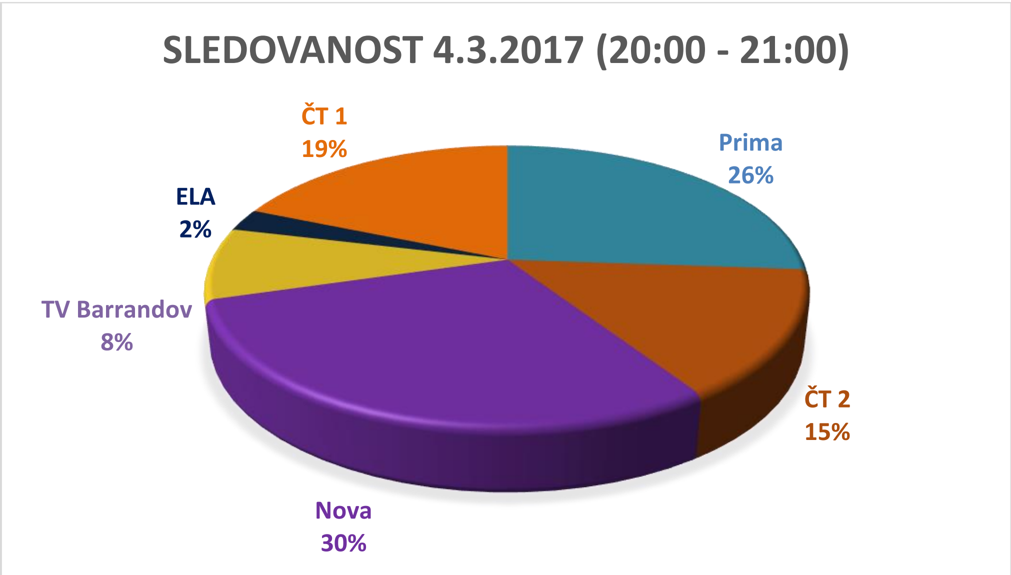


Obrázek 55: Graf přímé úměrnosti k úloze z pracovního listu č. 6

Vytvořená úloha se bude u každého žáka lišit, proto řešení neuvádíme.

7.7 Pracovní list č. 7: Sledovanost televize ELA

1) Nová televizní stanice ELA není úplně spokojena se svou sobotní sledovaností v čase 20:00 – 21:00 hod. Udělala si proto dne 4. 3. průzkum, jak je na tom ve srovnání s nejsilnějšími českými televizemi. Zaměstnanci této stanice zadali údaje do počítače a vyjel jim následující graf:



Obrázek 56: Graf sledovanosti televize - pracovní list č. 7

a) Seřaďte televizní stanice sestupně podle sledovanosti:

b) Pan Tomášek, který měl průzkum na starost, bohužel ztratil zjištěné informace, které vedly k sestavení grafu. Jediné, co si pamatuje je, že televizi ELA sledovalo 3 900 domácností. Pomozte mu zjistit, kolik lidí (resp. domácností) sledovalo dané televizní stanice celkem.

c) Určete, kolik domácností sledovalo jednotlivé televizní kanály v měřeném čase a vytvořte tabulku:

d) V následující tabulce jsou zapsány programy, které jsou vysílány každou sobotu mezi 20:00 – 21:00 hod. na sledovaných televizních stanicích.

TELEVIZE	PROGRAM
TV Nova	Hudební show
ČT 1	Star Dance
ČT 2	Dokumentární film
TV Prima	Československo má talent
TV ELA	Pořad o cestování
TV Barrandov	Romantický film

Obrázek 57: Tabulka s televizními programy - pracovní list č. 7

Jistě jste si všimli, že televize ELA je ve sledovanosti značně za ostatními stanicemi. Zkuste na základě tabulky a grafu doporučit ELe, jaký program zvolit. Na co se Češi chtějí v sobotu večer dívat, u čeho se chtějí odreagovat? Zároveň se pokuste napsat společné prvky takového programu (filmového žánru). (Např. americký western – hlavní znaky: šerif, bandité, indiáni, kovbojové, přestřelky; příběh se většinou odehrává v nějakém městečku, na ranči či v poušti, kdy dobro, které představuje šerif, se střetne se zlem v podobě banditů)

2) Proč se televizní společnosti doslova bijí o co nejvyšší sledovanost? Přijdete na něco?

7.7.1 Příručka pro učitele k pracovnímu listu č. 7

Metodická příručka pro uživatele
Co by měl žák znát, aby mohl vyplnit tento pracovní list (tj. zvládnuté učivo): - přímá a nepřímá úměrnost (trojčlenka) - procenta
Pomůcky: - propiska - kalkulačka - počítač, tablet či mobilní telefon s připojením na internet
Tematický okruh: - Závislosti, vztahy a práce s daty
Očekávané výstupy (RVP ZV): - ***M-9-2-01 vyhledává, vyhodnocuje a zpracovává data*** - ***M-9-2-02 porovnává soubory dat***
Indikátory: - Žák vyhledá potřebné údaje v tabulce, diagramu a grafu. - Žák vyhledá a vyjádří vztahy mezi uvedenými údaji v tabulce, diagramu a grafu (četnost, aritmetický průměr, nejmenší a největší hodnota). - Žák pracuje s časovou osou. - Žák samostatně vyhledává data v literatuře, denním tisku a na internetu.

Mezipředmětový vztah, průřezové téma:

- Mediální výchova

Možné řešení s metodickým komentářem:

V pracovním listě žáky vedeme k porozumění výsečového grafu. Žáci hledají a vyhodnocují požadované informace a procvičují si početní operace s procenty. List není zaměřen jen na matematiku, ale i na mediální výchovu. Zvláště na sledovanost masového média, jakým televize je.

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 1:

a) Žáci mají za úkol seřadit televizní stanice podle sledovanosti sestupně (tzn. od nejsledovanější po nejméně sledovanou). Žáci tyto stanice určí podle procentové části či podle vybarvené plochy grafu:
   Nova, Prima, ČT1, ČT2, TV Barrandov, ELA

b) Žáci by měli sami zjistit, že k vyřešení úkolu bude zapotřebí přímá úměrnost (trojčlenka). Vědí, že 3 900 domácností v grafu představují 2% a potřebují zjistit, kolik domácností představuje 100%.
   Odpověď: Celkově tyto televize v daný den a hodinu sledovalo 195 000 domácností.

c) Zde po žácích vlastně chceme vytvoření tabulky četností.
   Žáci si mohou zjistit, kolik tvoří 1% ze 195 000 domácností (tj. 1 950 domácností) a pak přímou úměrností určit počet domácností (d) vzhledem k procentuální sledovanosti p: $d = 1\,950 \cdot p$.

TV stanice	Nova	Prima	ČT1	ČT2	TV Barrandov	ELA
Počet domácností	58 500	50 700	37 050	29 250	15 600	3 900

Obrázek 58: Vytvořená tabulka k pracovnímu listu č. 7

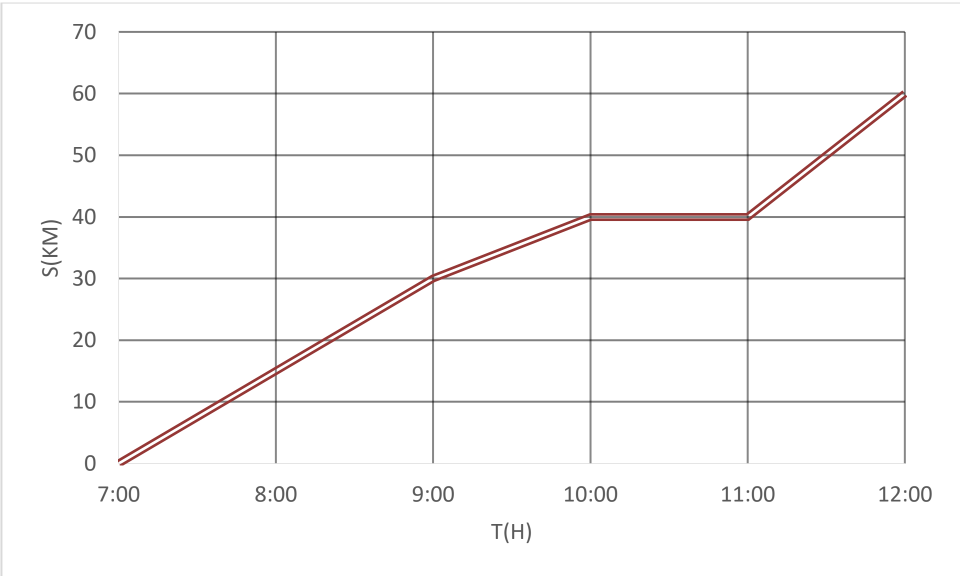
d) V této části by žáci z tabulky měli vyčíst, že Češi se (podle televizí s nejvyšší sledovaností) rádi dívají na nějakou show (resp. talentovou soutěž). Poté mají určit typické znaky, které takovéto televizní programy definují. Doporučujeme nechat žáky pracovat na tomto úkolu ve dvojicích či ve skupinách. Žáci mohou například uvést, že jde o program, ve kterém někdo soutěží, diváci u televizních obrazovek mohou do programu zasahovat skrze hlasování atd. Na konci hodiny mohou dvojice či skupinky své výsledky prezentovat a třída může o jednotlivých znacích diskutovat.

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 2:

Tato úloha je zaměřena pouze na mediální výchovu. Opět doporučujeme žákům ponechat možnost práce ve dvojicích či skupině. Pokud se s tímto tématem žáci nikdy nesetkali, můžeme jim umožnit vyhledávání informací na internetu (podobně i v úloze 1d).
Např. žáci mohou zjistit, že díky vysoké sledovanosti si mohou televizní stanice účtovat více za poskytování prostoru pro reklamy.

7.8 Pracovní list č. 8: Jsme neustále v pohybu, aneb jedeme na výlet!

1) Cyklista Roman Kreuziger trénuje na Tour de France. Jeho tým mu dal přístroj, který každou hodinu změřil, jak daleko Roman dojel. Přístroj se však bohužel po nějaké době vybil. Tým potom vytvořil následující graf:



Obrázek 59: Graf pohybu cyklisty - pracovní list č. 8

a) Kolik cyklista ujel celkem kilometrů, než mu selhal měřicí přístroj?

b) Do tabulky podle grafu doplňte, kolik kilometrů cyklista ujel v jednotlivých časových intervalech:

Čas (t)	**Ujeté kilometry (s)**
7:00 – 8:00	
8:00 – 9:00	
9:00 – 10:00	
10:00 – 11:00	
11:00 – 12:00	

Obrázek 60: Tabulka k příkladu - pracovní list č. 8

c) Jakou průměrnou rychlostí Roman jel v těchto časových intervalech?

Čas (t)	**rychlost (v): km/h**
7:00 – 9:00	
9:00 – 10:00	
10:00 – 11:00	
11:00 – 12:00	

Obrázek 61: Tabulka k příkladu - pracovní list č. 8

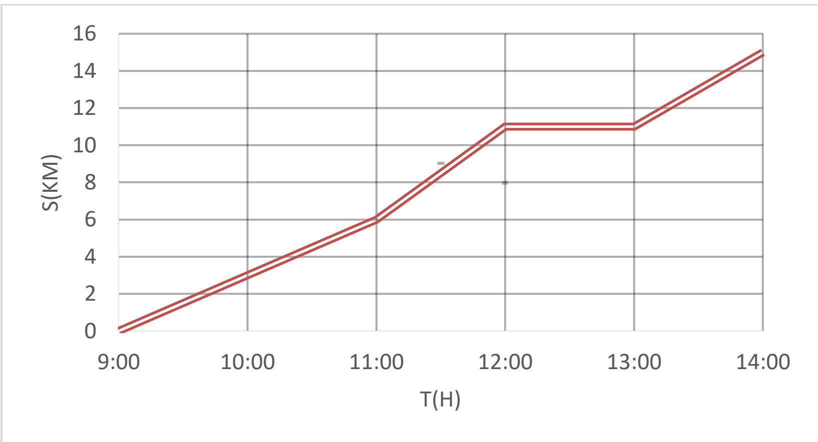
d) Jak dlouho měřil přístroj jízdu cyklisty, než se mu vypnul?

e) Jaká byla průměrná rychlost cyklisty za celou dobu měřené jízdy?

f) Všimněte si nejvyšší (průměrné) rychlosti, kterou cyklista vyvinul a také té nejnižší (zachycené v grafu). A pokuste se doplnit tyto věty:

   i. Čím je rychlost větší, tím je křivka vyjadřující tento pohyb …………..
   ii. Čím je rychlost nižší, tím je křivka vyjadřující tento pohyb …………..
   iii. Když cyklista stojí (tzn. nejede) je přímka v tomto grafu ……………. s vodorovnou osou.

2) Pokuste se vymyslet příběh, který se bude týkat jednotlivce, rodiny či party přátel, kteří se vydali na výlet (pěšky, na kole, motorkou, …). Na základě tohoto příběhu by měl každý dokázat sestrojit tento graf:



Obrázek 62: Graf v pracovním listě č. 8

7.8.1 Příručka pro učitele k pracovnímu listu č. 8

Metodická příručka pro uživatele
Pomůcky: - propiska, obyčejná tužka, guma - pravítko s ryskou
Tematický okruh: - Závislosti, vztahy a práce s daty
Očekávané výstupy (RVP ZV): - ***M-9-2-04 vyjádří funkční vztah tabulkou, rovnicí, grafem***
Indikátory: - Žák pozná funkční závislost z textu úlohy, z tabulky, z grafu a z rovnice. - Žák přiřadí funkční vztah vyjádřený tabulkou k příslušnému grafu a naopak. - Žák vyčte z grafu podstatné informace (např. nejmenší a největší hodnota, růst, pokles).
Mezipředmětový vztah, průřezové téma: - Fyzika

Možné řešení s metodickým komentářem:

Žáky vedeme k pochopení závislosti na úloze o pohybu a k přiřazování jednotlivým časovým úsekům ujetou dráhu. Dále také žáky vedeme k dobré orientaci na časové ose. U žáků je nutné zpřesňovat pojem průměrná rychlost a průběh funkce.

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 1:

a) 60 km

b)

Čas (t)	Ujeté kilometry (s)
7:00 – 8:00	15
8:00 – 9:00	15
9:00 – 10:00	10
10:00 – 11:00	0
11:00 – 12:00	20

Obrázek 63: Doplnění tabulky z pracovního listu č. 8

c)

Čas (t)	rychlost (v): km/h
8:00 – 9:00	15 km/h
9:00 – 10:00	10 km/h
10:00 – 11:00	0 km/h
11:00 – 12:00	20 km/h

Obrázek 64: Doplnění tabulky z pracovního listu č. 8

d) 5 hodin

e) 12 km/h

f)

i. Čím je rychlost větší, tím je křivka vyjadřující tento pohyb strmější.
ii. Čím je rychlost nižší, tím je křivka vyjadřující tento pohyb pozvolnější.
iii. Když cyklista stojí (tzn. nejede) je přímka v tomto grafu rovnoběžná s vodorovnou osou.

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 2:

Žáci si vymýšlí vlastní příběh či slovní úlohu, která bude odpovídat přiloženému graf. Jelikož rychlost v jednotlivých časových úsecích je pomalá, měli by zvolit např. rodinný pěší výlet. Kontext příběhu se bude u každého žáka lišit, ale měly by v něm zaznít zásadní informace (např. rodina se první 2 hodiny pohybovala rovnoměrně rychlostí 3 km/h, poté se jejich rychlost zvýšila na 5 km/h, mezi 12:00 a 13:00 hod. si dali přestávku, ….).

7.9 Pracovní list č. 9: Matematizování jednoduchých úloh.

1) Tabulka udává počet kusů součástek na automobil, který vyrobí jedna pracovní linka za několik minut.

Počet minut provozu linky (t)	1	2	3	4	5	6	7
Počet vyrobených součástek (ks)	7	14	21	28	35	42	49

Obrázek 65: Tabulka k příkladu - pracovní list č. 9

Určete, zda existuje závislost mezi časem (t), kdy pracovní linka vyrábí automobilové součástky a počtem kusů (y). Pokud ano, vysvětlete proč, a napište vzorec této závislosti.

2) Čistička v bazénu přefiltruje za 3 minuty 0,249 m^3 vody. Čistička byla zapnuta jen 10 minut. Urči správný vzorec určující vztah závislosti přefiltrované vody (l) v hektolitrech na čase (t) v minutách, po který čistička pracovala.
   a) $l = 8{,}3 \cdot t; 0 \leq t \leq 10$
   b) $l = 2{,}49 \cdot t; 0 \leq t \leq 10$
   c) $l = 0{,}83 \cdot t; 0 \leq t \leq 10$
   d) $l = 0{,}083 \cdot t; 0 \leq t \leq 10$
   e) Ani jedna odpověď není správná.

3) V Praze cesta na loďce po Vltavě vyjde jednu osobu na 80 Kč. Plavba trvá 20 minut a plně naložená loď uveze 28 lidí.

   a) Kolik Kč jedna loďka vydělá za hodinu provozu při jejím plném obsazení?

   b) Loďka byla v provozu 6 hodin, ale ne vždy byla plně obsazena. Uveďte v %, jak byla loďka v průměru vytížena, jestliže za těchto 6 hodin utržila 30 240 Kč?

4) Cukrárna má velkou objednávku na svatební koláčky. Má jich vyrobit 45 kg. Jedna cukrářka upeče průměrně 5 kg koláčků za den.

   a) Kolik dní by trvalo jedné cukrářce upečení celé objednávky?

   b) Existuje závislost mezi počtem cukrářek a počtem dní, kdy připravují objednávku? Pokud ano, tak najdi vzorec této závislosti a zjisti, kolik je třeba cukrářek, jestliže na upečení celé objednávky mají jen 3 dny?

   c) Doplň tabulku, která bude ukazovat, jak se mění potřebný čas na upečení objednávky v závislosti na počtu cukrářek.

Počet cukrářek (c)	1	2	3	4	5	6
Dny pečení objednávky (d)						

Obrázek 66: Tabulka - pracovní list č. 9

7.9.1 Příručka pro učitele k pracovnímu listu č. 9

Metodická příručka pro uživatele
Pomůcky: - propiska
Tematický okruh: - Závislosti, vztahy a práce s daty
Očekávané výstupy (RVP ZV): - ***M-9-2-05 matematizuje jednoduché reálné situace s využitím funkčních vztahů***
Indikátory: - Žák vybere odpovídající funkční vztah, který popisuje jednoduchou reálnou situaci.
Mezipředmětový vztah, průřezové téma: - žádné
Možné řešení s metodickým komentářem: Žáci v tomto pracovním listě prokazují, že umí odhalit funkční závislost a vyřešit nějaký problém pomocí této závislost.

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 1:

Žáci by měli přijít na to, že se jedná o přímou úměrnost, protože počet součástek přímo úměrně závisí na počtu minut, po které linka vyrábí. Každou minutu se vyrobí 7 součástek, vzorec tedy je $y = 7t$.

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 2:

První, na co si budou muset žáci u této úlohy dát pozor, je to, že mají převést metry krychlové na hektolitry:

$$0{,}249m^3 = 249dm^3 = 249l = 2{,}49hl$$

Čistička přečerpala 2,49 hl za 3 minuty, proto žáci musí zjistit, že každou minutu čističkou proteče 0,83 hl ($2{,}49 : 3 = 0{,}83$). Vzorec tedy je $l = 0{,}83 \cdot t$. Čističku vypnuli po 10 minutách, proto je pro čas určena podmínka (tj. definiční obor) $0 \leq t \leq 10$. Výslednou odpovědí je možnost c).

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 3:

e) Žáci by měli určit funkční závislost utrženích peněz na počtu plaveb plně naloženou lodi. Za jízdu zaplatí každá osoba na palubě 80 Kč. Závislost můžeme proto vyjádřit jako $u = 80 \cdot p$, kde u jsou utržené peníze a p je počet zaplacených plaveb, které se uskutečnily.

Za hodinu se uskuteční 3 plavby ($60 : 20 = 3$). Zaplacených plaveb je 84 ($3 \cdot 28 = 84$).

Jedna loď tedy může za hodinu vydělat 6 720 Kč ($u = 80 \cdot 84$).

f) Jestliže plně obsazená loď by za hodinu vydělala 6 720Kč, za 6 hodin by to muselo být šestkrát více (přímá úměrnost): 40 320Kč. Loďka ale ve skutečnosti nebyla vždy plně využita a za 6 hodin vydělala 30 240Kč.

Průměrné vytížení mohou žáci zjistit poměrem mezi skutečně utrženým výdělkem a výdělkem, který mohla loďka utržit maximálně za těchto 6 hodin. Nebo pomocí trojčlenky.

$$\frac{30240}{40320} \cdot 100 = 75\%$$

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 4:

a) Jedna cukrářka by celou zásilku upekla za 9 dní.

b) Ano, jde o nepřímou úměrnost. Kolikrát se zvýší počet cukrářek, tolikrát se sníží potřebný čas na připravení objednávky. Jedna cukrářka upeče zásilku za 9 dní. Tuto závislost můžeme vyjádřit vzorcem: $d = \frac{9}{c}$.

Na objednávku jsou potřeba 3 cukrářky, které jsou za den schopné upéct 5 kg cukroví (každá).

c)

Počet cukrářek (c)	1	2	3	4	5	6
Dny pečení objednávky (d)	9	4,5	3	2,25	1,8	1,5

Obrázek 67: Doplněná tabulka z pracovního listu č. 9

7.10 Pracovní list č. 10: MS v hokeji 2016

Když se hráči sjedou na MS v ledním hokeji, musí všichni projít lékařskou kontrolou, kde jsou zváženi a změřeni. Na soupisce české hokejové reprezentace se v roce 2016 objevila následující jména s údaji:

Post a číslo dresu	Jméno	Datum narození	Výška	Váha	Hůl
brankář 33	Pavel Francouz	3. 6. 1990	180 cm	70 kg	P
brankář 38	Dominik Furch	19.4.1990	180 cm	66 kg	L
obránce 6	Michal Kempný	8.11.1990	183 cm	79 kg	L
obránce 84	Tomáš Kundrátek	22.11.1989	188 cm	91 kg	P
obránce 47	Michal Jordán	17.7.1990	185 cm	88 kg	L
obránce 29	Jan Kolář	22.11.1986	183 cm	74 kg	L
obránce 5	Jakub Jeřábek	12.5.1991	178 cm	83 kg	L
obránce 52	Milan Doudera	1.1.1993	183 cm	84 kg	L
obránce 45	Radim Šimek	20.9.1992	183 cm	84 kg	L
útočník 14	Tomáš Plekanec	31.10.1982	180 cm	88 kg	L
útočník 88	David Pastrňák	25.5.1996	183 cm	82 kg	P
útočník 10	Roman Červenka	10.12.1985	180 cm	84 kg	L
útočník 43	Jan Kovář	20.3.1990	178 cm	78 kg	P
útočník 42	Petr Koukal	16.8.1982	175 cm	84 kg	L
útočník 22	Lukáš Kašpar	23.9.1985	188 cm	99 kg	L
útočník 26	Martin Zaťovič	25.1.1985	178 cm	82 kg	L

Obrázek 68: Soupiska hokejové reprezentace. Údaje převzaté z portálu: http://www.ms-v-hokeji.cz/sestava-pro-ms/ (pracovní list č. 10)

a) Do tabulky zapiš počet hokejistů patřících do příslušných hmotnostních kategorií.

50 kg – 59 kg	60 kg - 69 kg	70 kg – 79 kg	80 kg – 89 kg	90 kg – 99 kg

Obrázek 69: Tabulka váhových kategorií - pracovní list č. 10

b) Ve které váhové kategorii je nejvíce hokejistů?

c) Jaká je průměrná hmotnost 3 nejvyšších hokejistů? A jaká je průměrná hmotnost 4 nejnižších hokejistů? (výsledky zaokrouhlete na kg)

d) Urči medián výšek hráčů. Výsledek zaokrouhli na cm.

e) Zamysli se, zda existuje závislost pozice hráče (brankář, útočník, obránce) na jeho hmotnosti.

f) Urči, zda platí, že čím vyšší je hráč, tím je i těžší (tzn., že platí přímá úměrnost). Pokud ano, zapiš vzorec této závislosti. Pokud ne, najdi alespoň jednu dvojici hokejistů, u níž bude platit, že vyšší hráč váží méně než ten nižší.

g) Vytvořte kruhový diagram podle tabulky hmotnostních kategorií. Hodnoty v diagramu uveďte v procentech:

7.10.1 Příručka pro učitele k pracovnímu listu č. 10

Metodická příručka pro uživatele
Pomůcky: - rýsovací potřeby (kružítko, pravítka); - tužka, propiska - kalkulačka
Tematický okruh: - Závislosti, vztahy a práce s daty
Očekávané výstupy (RVP ZV): - ***M-9-2-01 vyhledává, vyhodnocuje a zpracovává data*** - ***M-9-2-02 porovnává soubory dat***
Indikátory: - Žák vyhledá potřebné údaje v tabulce, diagramu a grafu. - Žák vyhledá a vyjádří vztahy mezi uvedenými údaji v tabulce, diagramu a grafu (četnost, aritmetický průměr, nejmenší a největší hodnota). - Žák převádí údaje z textu do tabulky, diagramu a grafu a naopak. - Žák porovná kvantitativní vztahy, které jsou uvedeny v různých tabulkách nebo v tabulce a diagramu.
Mezipředmětový vztah, průřezové téma: - žádné

Možné řešení s metodickým komentářem:

U žáků vytváříme představu o některých statistických pojmech. A řešíme jednoduché statistické úlohy.

a) Žáci rozdělují hokejisty podle váhy do připravených kategorií:

50 kg – 59 kg	60 kg - 69 kg	70 kg – 79 kg	80 kg – 89 kg	90 kg – 99 kg
0	1	4	9	2

Obrázek 70: Doplnění tabulky váhových kategorií z pracovního listu č. 10

b) Nejvíce hokejistů je v kategorii 80–89 kilo.

c) Uspořádání vzestupně podle výšky:

175, 178, 178, 178, 180, 180, 180, 180, 183, 183, 183, 183, 183, 185, 188, 188

$$\begin{array}{lcccc} & 175 & 178 & 178 & 178 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{kg} & 84 & 82 & 78 & 83 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 185 & 188 & 188 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 88 & 91 & 99 \end{array}$$

Součet hmotností tří nejvyšších hokejistů je: $88 + 91 + 99 = 278$ a aritmetický průměr je 93 kg ($278 : 3 = 92{,}66$).

Součet hmotností čtyř nejnižších hokejistů je: $84 + 82 + 78 + 83 = 327$ a aritmetický průměr je 82 kg ($327 : 4 = 81{,}75$).

d) Uspořádání výšek vzestupně:

175, 178, 178, 178, 180, 180, 180, 180, 183, 183, 183, 183, 183, 185, 188, 188

Počet hokejistů je sudé číslo: $(180 + 183) : 2 = 181{,}5$ → medián je 182 cm.

e) Závislost mezi pozicí, kterou zastává hráč v týmu a jeho hmotností neexistuje, protože např. Michal Jordán váži 88 kg a je obráncem a útočník Plekanec také váží 88 kg.

f) Přímá úměrnost mezi výškou hráče a jeho hmotností neexistuje:

David Pastrňák	183 cm	80 kg
Petr Koukal	175 cm	84 kg

Z tabulky je vidět, že Pastrňák je vyšší o 8 cm než Koukal a přesto je o 4 kg lehčí než nižší hráč.

g) Tato část úlohy může být pro žáky obtížnější, zvláště jestli jsou zvyklí vytvářet diagramy jen pomocí počítače. Žáci mají vytvořit kruhový diagram podle tabulky v úkolu a).

Kruhový diagram má mít jednotky v procentech, takže žáci vlastně musí vypočítat relativní četnost v procentech.

Četnost hmotnostní kategorie 50–59 kg je 0. Tedy nula hráčů patří do této váhové kategorie. Nemá tedy cenu počítat relativní četnost, protože ta je 0.

Četnost hmotnostní kategorie 60-69 kg je 1. Jeden hráč tedy patří do této váhové kategorie: $\frac{1}{16} = 0{,}0625$ je ta část ze všech hokejistů, která patří do příslušné váhové kategorie, kterou nazýváme relativní četnost. Relativní četnost vyjádřená v procentech: $0{,}0625 \cdot 100 = 6{,}25\%$.

Stejným způsobem vyjádříme ostatní relativní četnosti a můžeme doplnit tabulku:

Váhová kategorie	**50–59 kg**	**60-69 kg**	**70–79 kg**	**80–89 kg**	**90–99 kg**
četnost	**0**	**1**	**4**	**9**	**2**
Relativní četnost	**0**	**0,0625**	**0,25**	**0,5625**	**0,125**
Relativní četnost v %	**0 %**	**6,25 %**	**25 %**	**56,25 %**	**12,5 %**

Obrázek 71: Doplnění tabulky váhovách kategorií z pracovního listu č. 10 o relativní četnost v %

Žáci by si měli při tvorbě kruhového diagramu uvědomit, že kruh má 360° (tj. 100 % kruhu). Otázkou tedy je, kolik stupňů má kruhová výseč představující 6,25 %, 25 %, 56,25 % a 12,5 %. To vypočítáme pomocí trojčlenky.

100 % kruhu ……………… 360°
6,25 % kruhu ………………….x

$$\frac{x}{360} = \frac{6{,}25}{100}$$

$$\underline{\underline{x = 22{,}5°}}$$

100 % kruhu ……………… 360°
25 % kruhu ………………….x

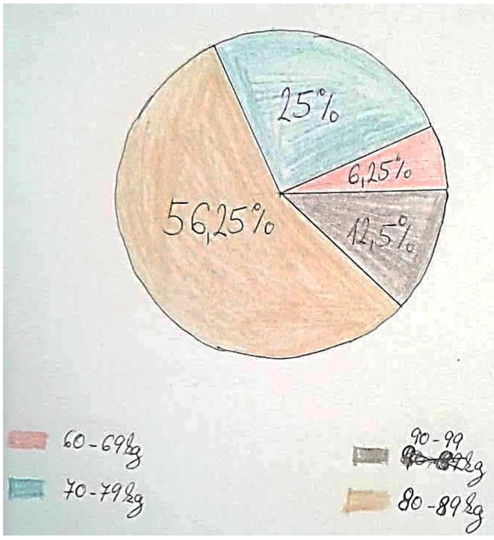
$$\underline{\underline{x = 90°}}$$

100 % kruhu ……………… 360°
56,25 % kruhu ………………...x

$$\underline{\underline{x = 202{,}5°}}$$

100 % kruhu ……………… 360°
12,5 % kruhu ………………….x

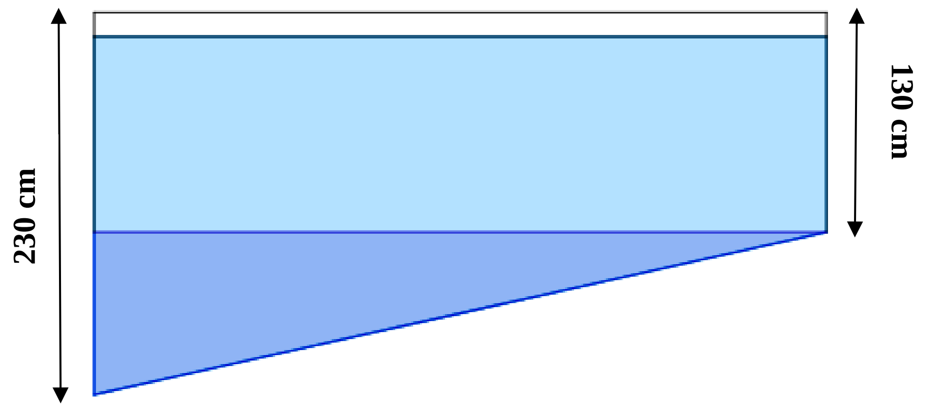
$$\underline{\underline{x = 45°}}$$



Obrázek 72: Diagram k pracovnímu litu č. 10

7.11 Pracovní list č. 11: Napouštíme a jedeme

1) Pan Novák si nechal na zakázku vyrobit bazén se šikmým dnem, takže když jdete z pravého konce na druhý, dostáváte se hlouběji a hlouběji. Profil tohoto bazénu vidíte na následujícím obrázku:



Obrázek 73: Profil bazénu - pracovní list č. 11

Každou hodinu od začátku napouštění bazénu pan Novák měřil výšku hladiny. Uběhlo 5 hodin a bylo napuštěno teprve celé dno. Pan Novák začal poté měřit výšku hladiny po 2 hodinách a vytvořil tabulku vyjadřující závislost výšky hladiny (h) na době napouštění (t). Čas je v hodinách a výška hladiny v cm.

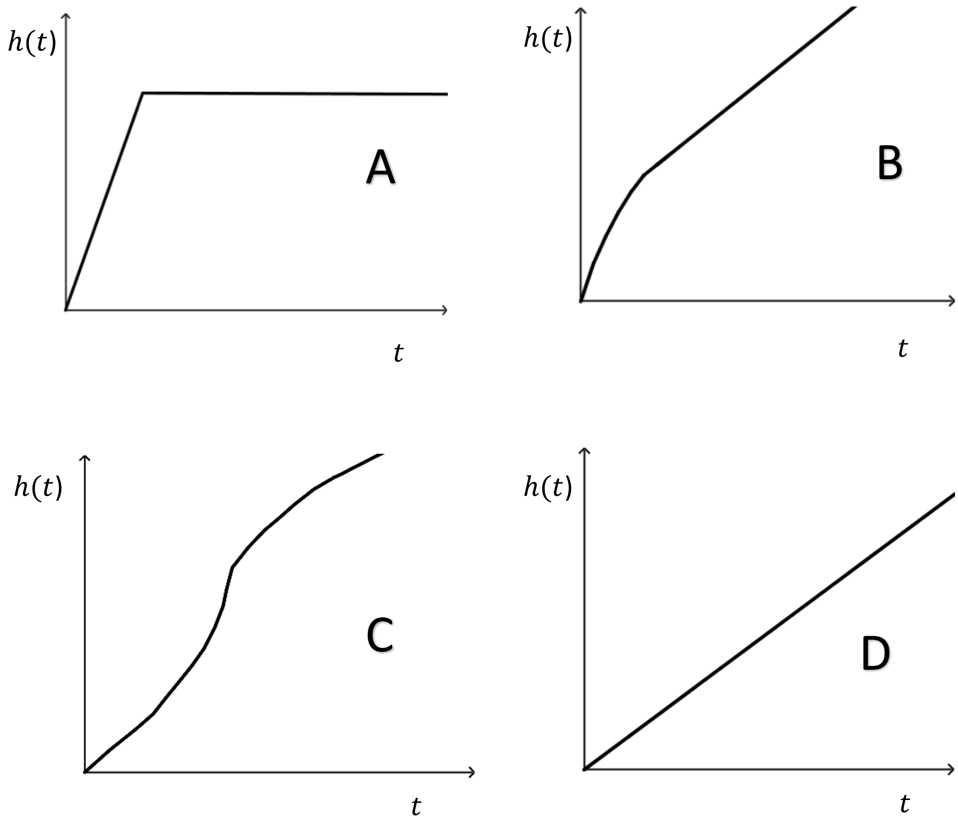
Čas (t)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**7**	**9**	**11**	**13**	**15**	
Výška hladiny (h)	30	52	71	87		116	132	148		180	

Obrázek 74: Tabulka k pracovnímu listu č. 11

a) Kterou hodinu napouštění stoupla hladina vody v bazénu nejrychleji a proč?

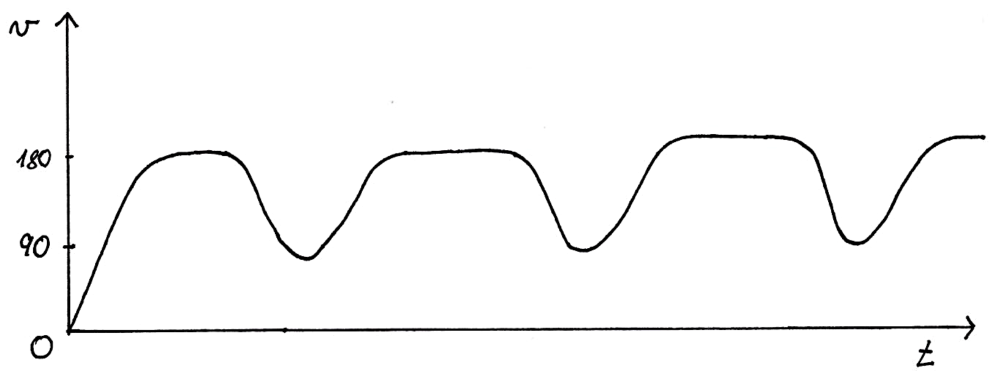
b) Doplň do tabulky vynechané údaje a do posledního sloupečku napiš, v kolik byl bazén naplněn, jestliže pan Novák zastavil přívod vody, když hladina byla 0,1 m pod okrajem bazénu.

c) Z následujících grafů vyber ten, který nejlépe vystihuje danou situaci. Tedy závislost výšky hladiny na čase. Svůj výběr nezapomeň zdůvodnit.



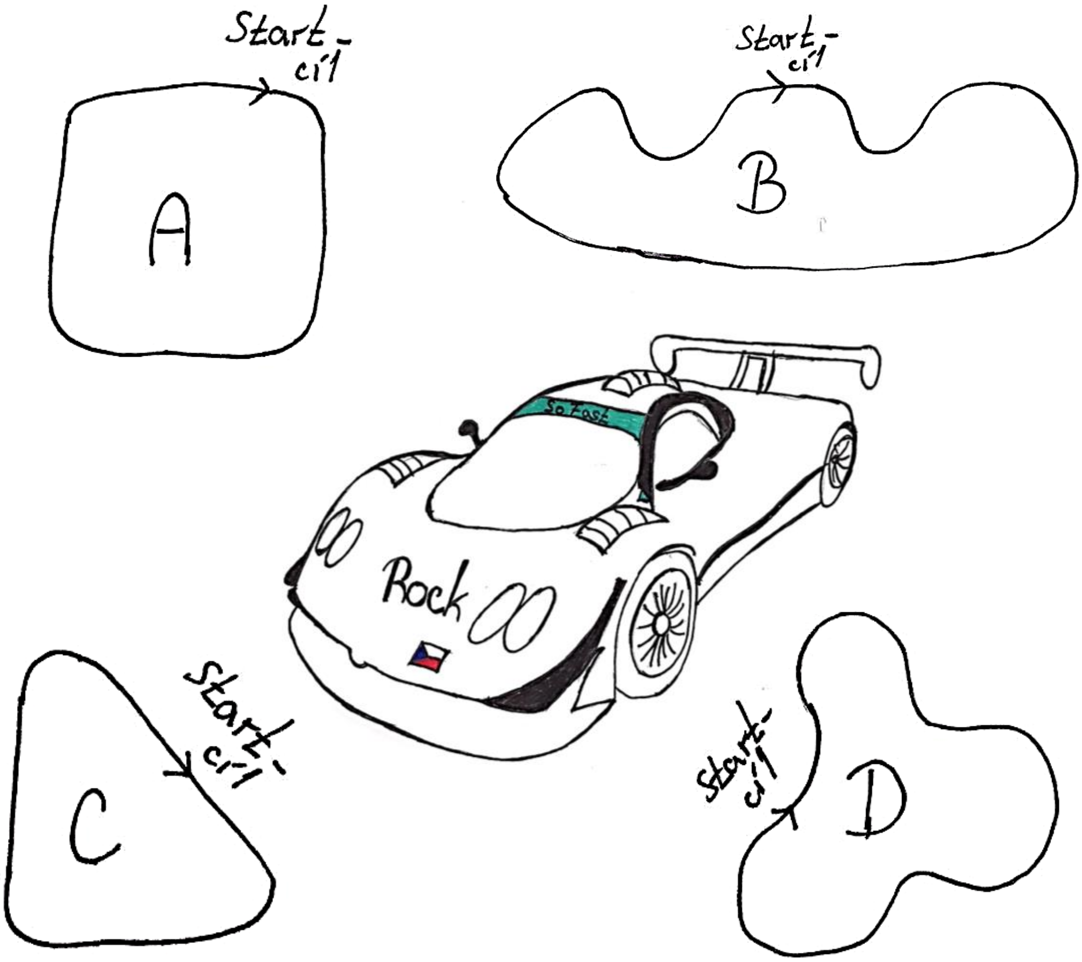
Obrázek 75: Grafy - pracovní list č. 11

2) Jel se závod rychlých aut. Na následujícím grafu je zachyceno, jak se měnila rychlost závodního auta „Rock“ v závislosti na čase při prvním průjezdu závodním okruhem.



Obrázek 76: Graf rychlosti v závislosti na čase – pracovní list č. 11

Zkuste se zamyslet, kterému závodnímu okruhu tento graf odpovídá nejlépe a svou volbu zdůvodněte.



Obrázek 77: Závodní okruhy - pracovní list č. 11

7.11.1 Příručka pro uživatele k pracovnímu listu č. 11

Metodická příručka pro uživatele
Pomůcky: - obyčejná tužka, guma, propiska
Tematický okruh: - Závislosti, vztahy a práce s daty
Očekávané výstupy (RVP ZV): - ***M-9-2-04 vyjádří funkční vztah tabulkou, rovnicí, grafem***
Indikátory: - Žák pozná funkční závislost z textu úlohy, z tabulky, z grafu a z rovnice. - Žák přiřadí funkční vztah vyjádřený tabulkou k příslušnému grafu a naopak. - Žák vyčte z grafu podstatné informace (např. nejmenší a největší hodnota, růst, pokles).
Mezipředmětový vztah, průřezové téma: - žádné
Možné řešení s metodickým komentářem: V první úloze žáky vedeme k pochopení závislosti výšky hladiny na čase a k orientaci na časové ose (osa x). Žáci by si měli uvědomit, že výška hladiny je kromě

času napouštění závislá také na tvaru nádoby (v tomto případě na tvaru bazénu). V této úloze očekáváme dobrou čtenářskou gramotnost žáků.

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 1:

a) Z rozdílů jednotlivých výšek hladiny je vidět, že nejrychleji výška hladiny stoupla první hodinu (o 30 cm), poté se zvyšování hladiny zpomaluje (druhou hodinu výška stoupla o 22 cm, třetí hodinu o 19 cm, čtvrtou hodinu o 16 cm). Po pěti hodinách napouštění, kdy bylo zaplněno celé dno, se hladina zvyšovala o stejnou hodnotu (tedy rovnoměrně). Důvodem rychlejšího napouštění bazénu v prvních pěti hodinách je právě šikmé dno, protože ze začátku nenapouštíme celý kvádr, ale jen jeho část.

b) V této části příkladu mají žáci doplnit tabulku. První prázdné pole tabulky mohou žáci vyplnit na základě přečtení zadání, kde se píše, že po pěti hodinách měření bylo napuštěno celé dno a na základě náčrtu bazénu (tj. $230cm - 130cm = 100cm$).
Pro vyplnění druhého pole si musí žáci uvědomit, že po napuštění dna stoupá hladina rovnoměrně. Každé 2 hodiny stoupla o 16 cm, a tedy každou hodinu o 8 cm. Platí proto přímá úměrnost mezi výškou hladiny (h) a časem (t): $h = 8 \cdot t$. Od 11 do 13 hodiny stoupne hladina o $h = 8 \cdot 2 = 16cm$. Do druhého pole napíšeme $148cm + 16cm = 164cm$.
Pro úspěšné vyplnění posledního sloupce tabulky si opět žáci musí všímat zadání, ve kterém je napsáno, že hladina vody se zastavila 10 cm pod okrajem bazénu. To znamená, že když celková hloubka bazénu je 230 cm, tak hladina bude ve výši $230cm - 10cm = 220cm$. Od poslední naměřené hodnoty (tj. 180 cm v 15 hod.) hladina stoupla o 40 cm a ze vztahu, který jsme si určili pro přímou úměrnost, vyplývá: $40 = 8 \cdot t \ \rightarrow \ t = 5$.

Čas (t)	1	2	3	4	5	7	9	11	13	15	20
Výška hladiny (h)	30	52	71	87	**100**	116	132	148	**164**	180	**220**

Obrázek 78: Doplnění tabulky z pracovního lištu č. 11

c) Žáci z grafů vybírají ten, který nejlépe znázorňuje naplňování bazénu. Hladina nejprve stoupá rychle, ale s každou hodinu se stoupání zpomaluje. Poté hladina stoupá rovnoměrně. Této situaci tedy nejlépe odpovídá graf B.

Ve druhé úloze je graficky znázorněna závislost rychlosti závodního auta na čase. Opět vedeme žáky k orientaci na časové ose (osa x). Žáci by měli přijít na to, že auto při startu rychle nabírá rychlost, ale po nějaké chvíli se toto nabírání zpomaluje, až se auto na rovném povrchu pohybuje téměř konstantní rychlostí (tuto informaci nejčastěji získávají ve fyzice). V zatáčce auto musí zpomalit a na rovné dráze opět nabírá rychlost.

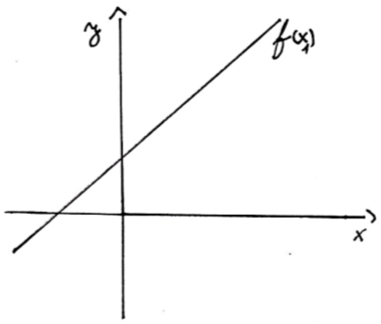
ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 2:

Jedině závodní okruh C odpovídá grafu, protože v grafu je znázorněno, že auto muselo překonat 3 překážky (tedy 3 zatáčky), díky kterým muselo zpomalit. Auto startovalo na rovné dráze bez překážek a díky tomu mohlo nabrat vysokou rychlost (cca 180 km/h).

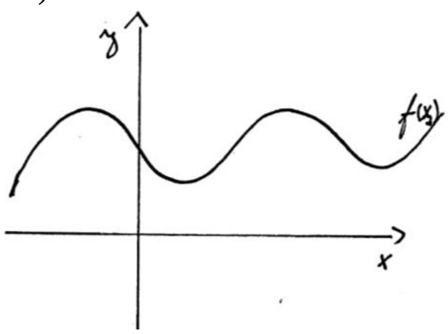
7.12 Pracovní list č. 12: Funkce

1) Rozhodněte, zda závislost daná grafickým znázorněním či tabulkou, může být funkcí.

a)



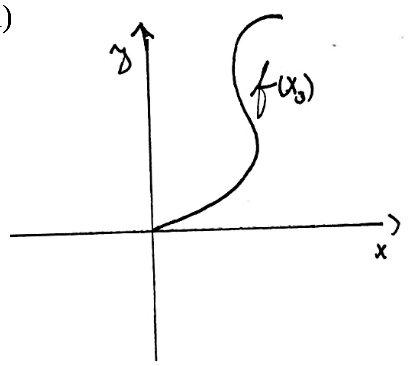
b)



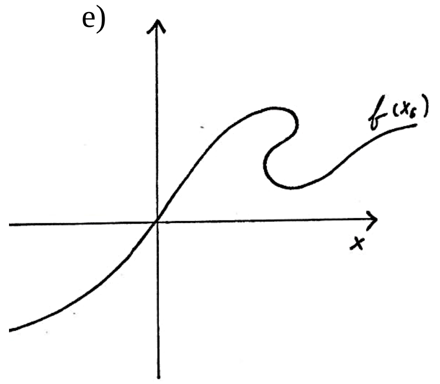
c)

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-2	0	2	4

d)



e)



f)

a	1	5	2	3	5
b	3	7	4	5	9

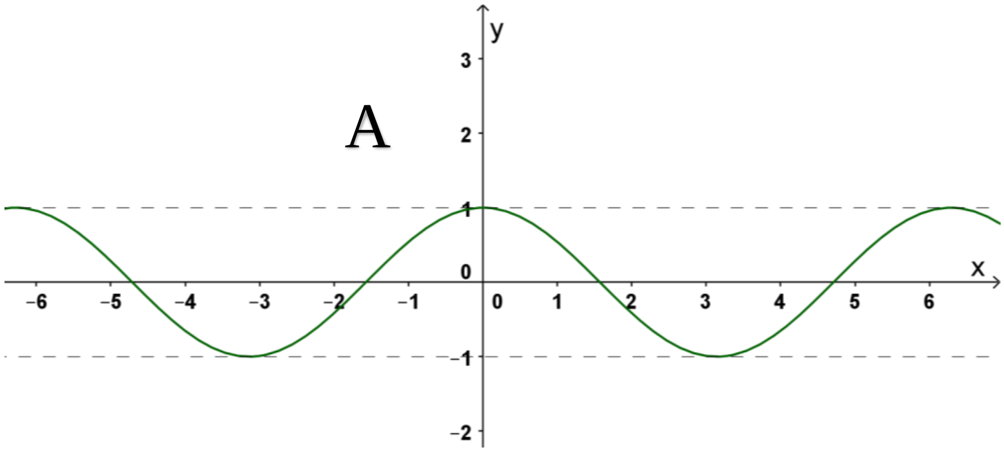
2) Na kterých částech grafu můžeme pozorovat:

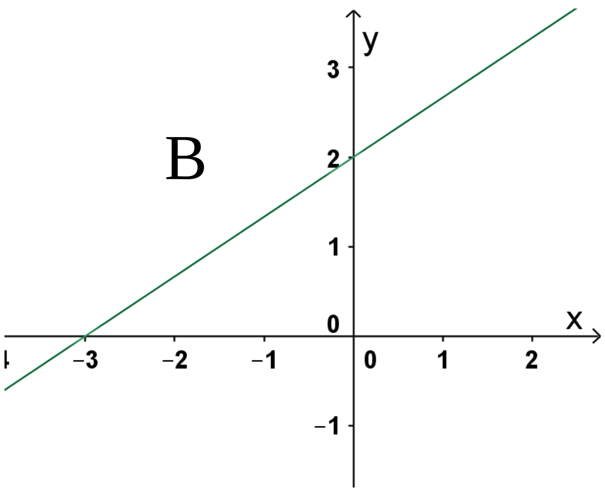
   a) největší hodnotu (pokud lze vyčíst, tak ji uveď)

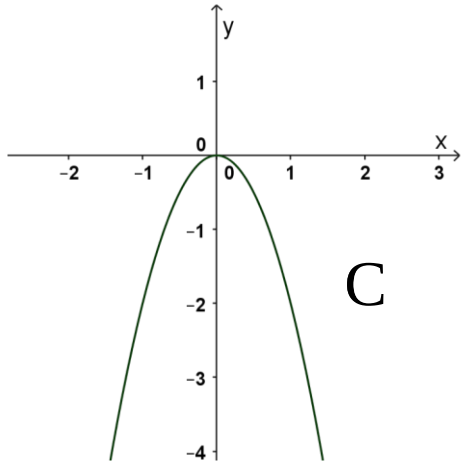
   b) nejmenší hodnotu (pokud lze vyčíst, tak ji uveď)

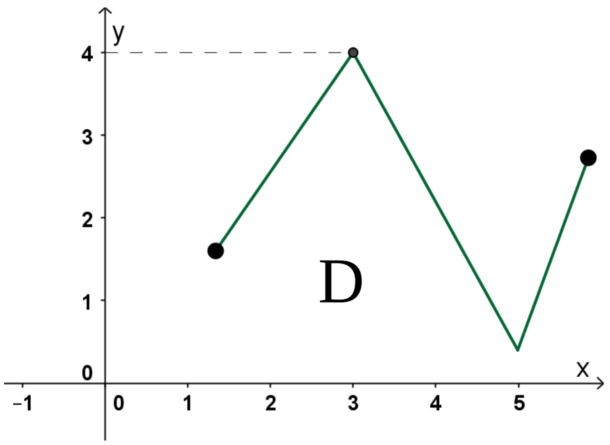
   c) růst hodnot (uveď, zda na celém definičním oboru nebo jen na části)

   d) pokles hodnot (uveď, zda na celém definičním oboru nebo jen na části)

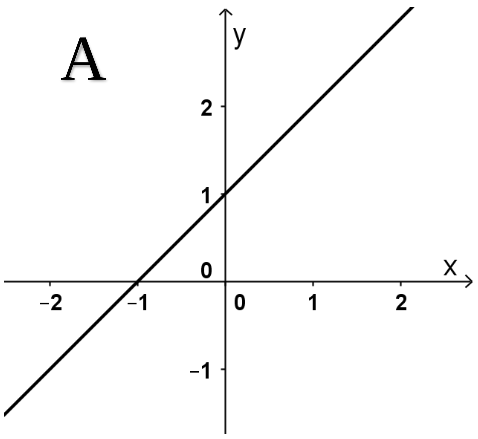


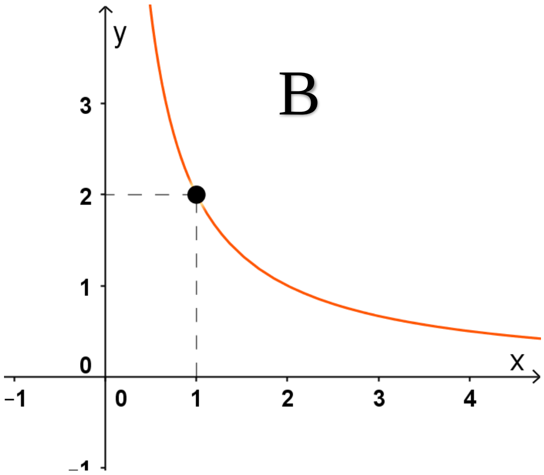


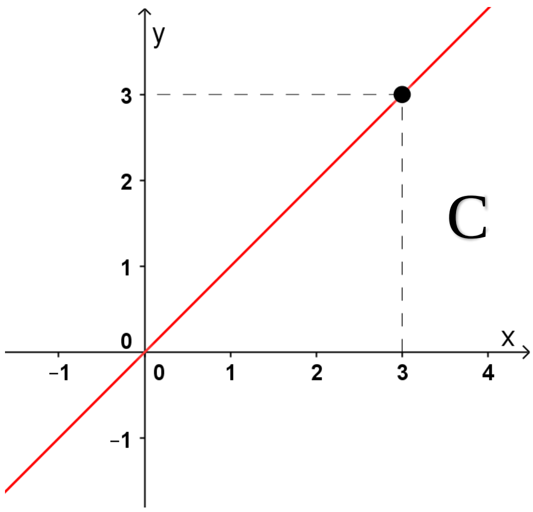




3) Napište předpis funkce ke grafům:







7.12.1 Příručka pro uživatele k pracovnímu listu č. 12

Metodická příručka pro uživatele
Co by měl žák znát, aby mohl vyplnit tento pracovní list (tj. zvládnuté učivo): - funkce (pravoúhlá soustava souřadnic; přímá a nepřímá úměrnost, lineární funkce)
Pomůcky: - rýsovací potřeby (pravítko) - propiska, obyčejná tužka
Tematický okruh: - Závislosti, vztahy a práce s daty
Očekávané výstupy (RVP ZV): - ***M-9-2-04 vyjádří funkční vztah tabulkou, rovnicí, grafem***
Indikátory: - Žák pozná funkční závislost z textu úlohy, z tabulky, z grafu a z rovnice. - Žák přiřadí funkční vztah vyjádřený tabulkou k příslušnému grafu a naopak. - Žák vyčte z grafu podstatné informace (např. nejmenší a největší hodnota, růst, pokles).
Mezipředmětový vztah, průřezové téma: - žádné

Možné řešení s metodickým komentářem:

Pracovní list testuje, zda žáci dostatečně porozuměli grafickému znázornění funkce a jestli si umí vyhledat podstatné informace v grafu.

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 1:

Žáci by se při rozhodování, zda se jedná o tabulku, či graf funkce měli zaměřit na samotnou definici funkce, která říká, že každé hodnotě x je přiřazena právě jedna hodnota y. Pomoci si mohou např. trojúhelníkovým pravítkem s ryskou.

ANO: a) grafické znázornění lineární funkce, b), c) tabulkou je zadána přímá úměrnost

NE: d), e), f) – hodnotě x náleží více hodnot y

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 2:

d) **největší hodnota** – A (nejvyšší hodnota je v 1); C (nejvyšší hodnota v 0); D (nejvyšší hodnota ve 4)
e) **nejmenší hodnota** – jen v případě A (nejmenší hodnota v -1) a D
f) **růst hodnot** – A, B, C, D; ale jen v případě B můžeme sledovat růst hodnot na celém grafu funkce, ve zbylých případech vždy jen na části grafu
g) **pokles hodnot** – A, C, D; vždy jen na části grafu

ŘEŠENÍ ÚLOHY Č. 3:

- **A**: jde o graf lineární funkce; rovnice je ve tvaru $y = ax + b \rightarrow y = x + 1$; $x \in R$
- **B**: jde o část grafu nepřímé úměrnosti; rovnice je ve tvaru $y = \frac{k}{x} \rightarrow y = \frac{2}{x}$; $x \in (0; +\infty)$
- **C**: jde o graf přímé úměrnosti; rovnice je ve tvaru $y = ax \rightarrow y = x$; $x \in R$

8 VYZKOUŠENÍ PRACOVNÍCH LISTŮ VE VÝUCE

Pracovní listy jsou zpracovány na základě studia odborné literatury a učebnic. Inspirovala jsem se také úlohami ve *Standardech pro základní vzdělávaní* dostupných na portálu MŠMT a úlohami v *Metodických komentářích ke Standardům pro základní vzdělávání* vypracovaných pro vzdělávací oblast *Matematika a její aplikace*.

Některé vytvořené pracovní listy jsem vyzkoušela ve výuce dvou šestých tříd (6.A a 6.B), v 7.A, v osmé třídě (na škole je jen jedna osmá třída) a v deváté třídě (obě třídy se na hodinu matematiky spojují). Ve výuce jsem vyzkoušela dohromady čtyři pracovní listy v průběhu pěti hodin.

Ve výuce jsem využila dvou metod, a to slovní metody dialogické (rozhovor se žáky) a metody pozorovací (pozorování edukačního procesu).

Zkušenosti s výukou jsem získala prostřednictvím průběžné a souvislé školní praxe. Své postřehy a postřehy žáků při zkoušení pracovních listů popíši v následujících kapitolách.

8.1 Místo zkoušení pracovních listů

Pracovní listy jsem vyzkoušela na základní škole, která si přeje zůstat v anonymitě. Tuto základní školu jsem sama navštěvovala v průběhu své povinné školní docházky a vykonávala jsem tam i průběžnou pedagogickou praxi. Škola se nachází v poměrně malém městě, do které se sjíždí žáci z okolních vesnic. Škola má jednu učebnu s interaktivní tabulí, která se ale většinou využívá pro výuku přírodopisu všech tříd a jednu počítačovou učebnu. Pokud chtějí učitelé žákům něco promítnout, využívají k tomu notebooky, které jim zakoupila škola. Většina učitelů je však ve výuce nepoužívá. Škola má k dispozici pro výuku matematiky učebnice nakladatelství Fraus a učebnice Odvárko-Kadleček. Po rozhovoru s pedagogickým sbor jsem však zjistila, že tyto učebnice využívají jen velmi málo či vůbec ne a inspiraci pro výuku hledají na internetových portálech.

8.2 Testovací třídy

Pracovní listy jsem vyzkoušela v obou šestých třídách a v jedné sedmé třídě. Tyto třídy mají společnou paní učitelku (učitelka1). V 6.A vyplnilo pracovní list 18 žáků, v 6.B 15 žáků a v 7.A 18 žáků.

Poté jsem jeden pracovní list použila v osmé třídě. Tato třída vznikla před rokem sloučením dvou tříd a v plném počtu se v ní nachází 30 žáků. V této třídě učí matematiku paní učitelka2 a žáci na druhém stupni zažili již 2 učitele matematiky. Pracovní list vyplnilo 24 žáků.

Jeden pracovní list jsem otestovala i v devátých třídách. Deváté třídy jsou na matematiku spojovány a mají učitelku3. V devátých třídách pracovní list vyplnilo 26 žáků.

V průběhu pedagogické praxe jsem si výuku vyzkoušela skoro ve všech třídách, kde jsem testovala pracovní listy (kromě devátých tříd).

8.3 Průběh testování pracovních listů

Testování pracovních listů můžeme rozdělit do čtyř fází:

1) Předložení pracovních listů učitelům. Výběr pracovních listů a jejich hodnocení učiteli.
2) Představení pracovního listu žákům.
3) Vyplňování pracovního listu žáky.
4) Hodnocení pracovního listu žáky.

8.3.1 Testování pracovního listu v 6. třídách

Výběr pracovního listu:

Po prostudování pracovních listů učitelka1 projevila obavu, že žáci nebudou schopni vyplnit žádný z pracovních listů. Nebyla to ani obava z toho, že žáci učivo neznají, ale z toho, že takovéto pracovní listy s nimi nikdo ještě nedělal. Učitelka1 působí na ZŠ prvním rokem. Nastoupila na tuto školu hned po absolvování pedagogické fakulty, a nakonec výběr pracovního listu nechala na mně. Také mi prozradila, že si není vědoma, že by s žáky někdo řešil základní grafy a diagramy na prvním či druhém stupni. Učitelka1 si na základě těchto pracovních listů samostatně prostudovala *Standardy pro základní vzdělávání* i různé portály, na kterých jsou vzorové úlohy k přijímacím zkouškám na střední školy a uznala, že je třeba s žáky na podobných příkladech pracovat. Jako důvod, proč takovéto úlohy s žáky nedělá, uvedla, že jako začínající učitelka to ještě nestíhá, a že se obává neúspěchu žáků v takovýchto příkladech.

Zvolila jsem pracovní list č. 2. Bylo to z toho důvodu, že podobný graf jako v tomto pracovním listě měli žáci v matematické soutěži Pangea.

Představení pracovního listu žákům:

Na začátku vyučovací hodiny se žáci seznámili s tématem hodiny. Žáci mě požádali, abychom si společně ukázali, jak se vyhledávají informace ve sloupcovém diagramu. Vyhověla jsem jim načrtnutím jednoduchého diagramu na tabuli.

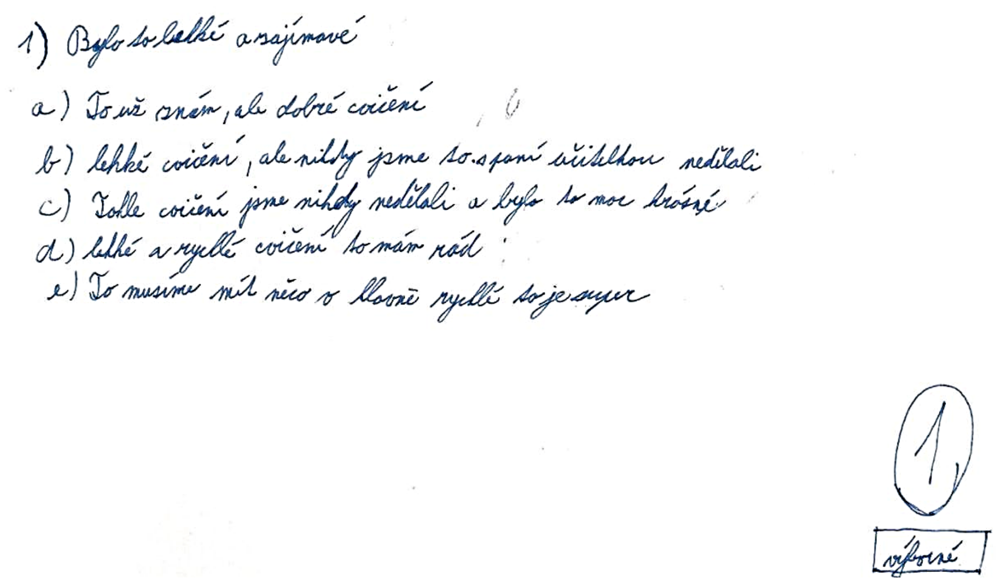
Vyplňování listu žáky:

Po úvodu žákům byly rozdány pracovní listy (pracovní list č. 2) a bylo jim připomenuto, aby si pozorně přečetli zadání a aby pracovali samostatně. Žáci měli na vyplnění listu čas do konce vyučovací hodiny, ale většina celého času nevyužila

Hodnocení pracovního listu žáky:

Pokud zbyl čas, požádala jsem žáky, aby zkusili sami zhodnotit pracovní list. Všichni žáci tvrdili, že podobnou úlohu s tolika podotázkami ještě s nikým nedělali, ale že je práce s grafem moc bavila a chtěli by podobné pracovní listy častěji. Jediná úloha, která je zarazila, byla úloha c). Většina žáků dostatečně nerozuměla druhé polovině zadání, kde se po nich chtěl především jejich názor a také jim zadání přišlo moc dlouhé, jsou zvyklí na krátké otázky s rychlou odpovědí.

Jeden z žáků napsal své hodnocení z druhé strany pracovního listu, kde hodnotil jednotlivé úlohy v pracovním listě:


1) Bylo to lehké a zajímavé
a) To už znám, ale dobré cvičení
b) lehké cvičení, ale nikdy jsme to s paní učitelkou nedělali
c) Tohle cvičení jsme nikdy nedělali a bylo to moc těžké
d) lehké a rychlé cvičení to mám rád
e) To musíme mít něco v hlavně rychlé to je super

1

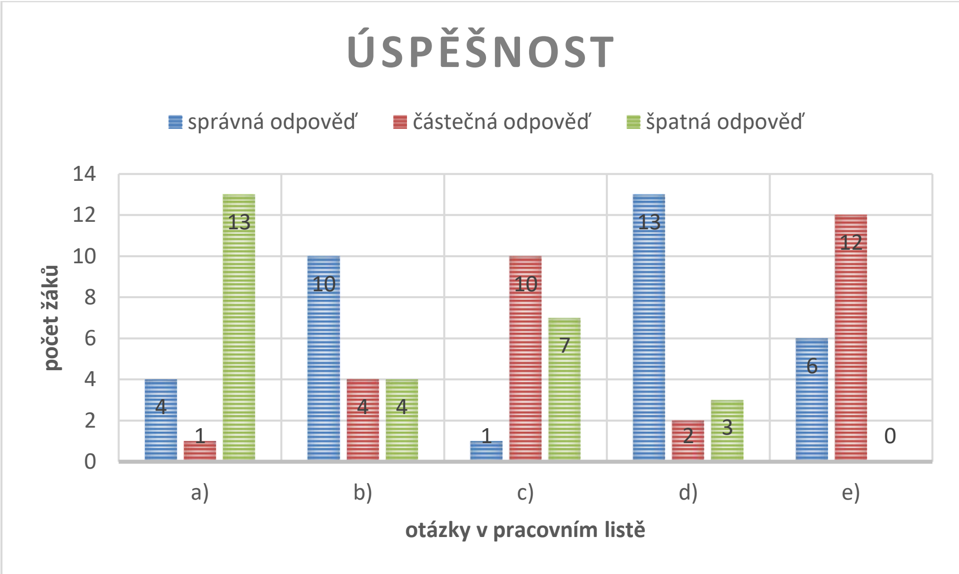
výborně

Obrázek 79: Hodnocení pracovního listu č. 2 žákem

8.3.1.1 Vyhodnocení pracovního listu v 6. třídách

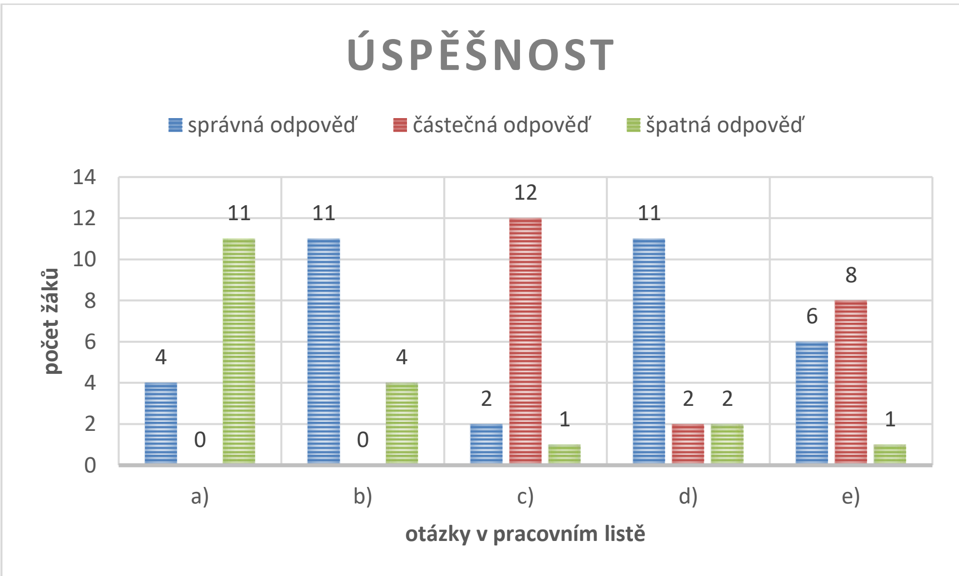
V šesté třídě vyplňovalo pracovní list č. 2 celkem 33 žáků. Z toho v 6.A 18 žáků a v 6. B 15 žáků. Na samotný pracovní list (bez úvodu) jim vyšel čas 35 minut, ale většina odevzdala list před zvoněním.

Úspěšnost žáků 6.A v jednotlivých úkolech pracovního listu:



Obrázek 80: Graf úspěšnosti žáků 6.A

Úspěšnost žáků 6.B v jednotlivých úkolech pracovního listu:



Obrázek 81: Graf úspěšnosti žáků 6.B

V grafech úspěšnosti (obr. 80 a obr. 81) je znázorněno, jak si žáci vedli v jednotlivých úkolech pracovního listu. Úspěšnost je rozdělena na správnou odpověď (tj. bezchybnou), částečnou (část odpovědi správně či celý postup správně jen špatný závěr) a špatnou odpověď.

V první otázce žáci většinou udělali chybu z nepozornosti při hledání údajů v grafu nebo proto, že si dostatečně nepřečetli zadání. Někteří se v grafu vůbec nevyznali, což se prokázalo i v dalších otázkách.

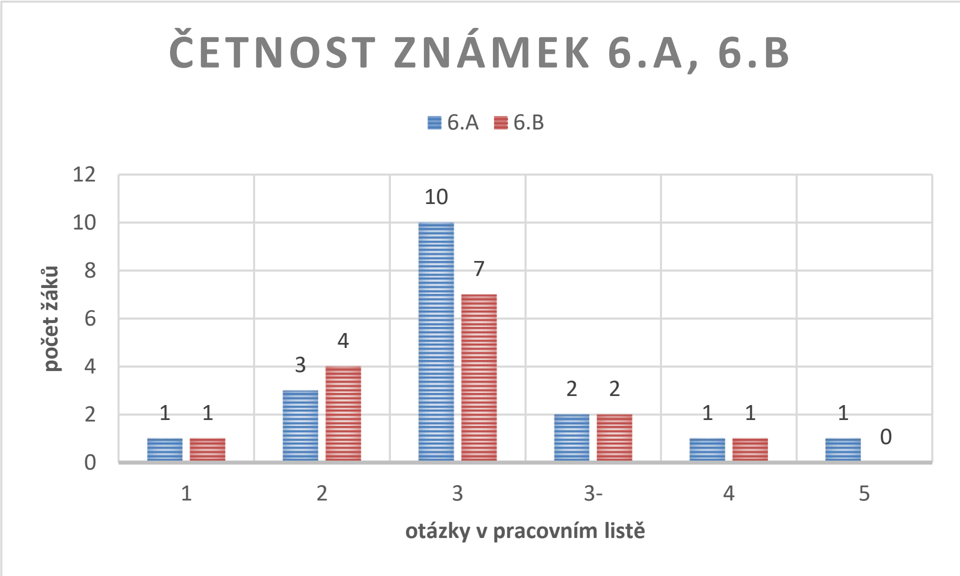
Na druhou otázku většina žáků odpověděla správně. V 6.B se vždy vyskytovala buď zcela správná odpověď či špatná odpověď, ale v 6.A někteří zvládli odpovědět jen částečně. I když se jim podařilo určit, které zboží se zlevnilo nejvíce, tak nedokázali správně uvést o kolik.

Třetí otázka žáky zaskočila nejvíce. Body dostávali především za to, že se pokusili vyjádřit svůj názor. Většina žáků si totiž vybrala jen tu část, na kterou se jim chtělo odpovídat, a pozorně si nepřečetli, co se po nich chce. Zcela správně na tuto otázku odpověděli jen 3 žáci (z toho jeden žák z 6.A a dva žáci z 6.B). Velký problém jim také dělalo slovo argument. Tento problém jsme si ale vyjasnili ještě v hodině a žáci proto mohli bez problémů úlohu vyřešit.

Čtvrtou otázku většina žáků zvládla bez problémů, chyby se objevili spíše z nepozornosti, protože do grafu měli doplnit cenu dívčích rukavic v únoru a v březnu, přičemž v břenu se rukavice zlevnily o 200 Kč. Někteří žáci místo toho, aby snížili únorovou cenu rukavic o danou částku, určili, že rukavice stojí 200 Kč.

V závěrečné páté úloze žáci měli určit, zda jsou daná tvrzení pravdivá. Jen jeden žák odpověděl na všechna tvrzení chybně, jinak většina žáků zvládla určit správnost (resp. nesprávnost) tvrzení.

Porovnání známek v 6.A a v 6.B (četnost známek):



Obrázek 82: Graf známek 6.A a 6.B

Žáci mohli v pracovním listě získat 10 bodů, to se ale nikomu z „šesťáků“ nepodařilo. Nejvyšší počet získaných bodů byl 9 a to jen u dvou žáků (oba získali známku jedna). Z grafu četnosti známek (obr. 82) vyplývá, že nejvíce žáků v obou třídách získalo hodnocení 4 a objevila se i jedna pětka. Také je z grafu patrné, že jen o málo lépe dopadly pracovní listy v 6.B. To také můžeme vidět z aritmetického průměru známek v jednotlivých třídách. 6.A má průměr známek z pracovního listu 2,9 a 6.B má průměr 2,7.

8.3.1.2 Závěr z testování pracovního listu č. 2

Myslím, že se obavy učitelky1 nenaplnily. Většina žáků se snažila a bylo vidět, že je pracovní list zaujal. Věřím, že kdyby žáci měli možnost více pracovat s grafy a diagramy, nedostatky by se rychle odstranily.

Na základě hodnocení pracovního listu žáky i jejich výsledků v tomto listě bych příště úlohu c) pracovního listu řadila nakonec s tím, že bychom si text úlohy přečetli společně.

Řekli bychom si, na co všechno máme odpovědět a poté bychom společně mohli řešit argumenty pro a proti v případě nakupování ve výprodeji.

8.3.2 Testování pracovního listu v 7. třídě

Výběr pracovního listu:

Pracovní list pro sedmý ročník jsem vybrala spolu s učitelkou1. Rozhodly jsem se pro pracovní list č. 5, protože žáci zlomky probírali nedávno a skrze tento pracovní list měli možnost si počítání s nimi procvičit. Ke správnému vyplnění pracovního listu je totiž nutné, aby žáci se zlomky zvládali základní matematické operace.

Učitelka mě upozornila na to, že tato třída jen málo spolupracuje a matematika není jejich oblíbeným předmětem.

Představení pracovního listu žákům:

Na začátku hodiny jsem žákům vysvětlila, co je v pracovním listě. Nejdříve se žáci obávali prvního úkolu (doplnění tabulky s procenty a zlomky), protože procenta měli jen krátce na prvním stupni, ale tento úkol nebyl až takovým problémem.

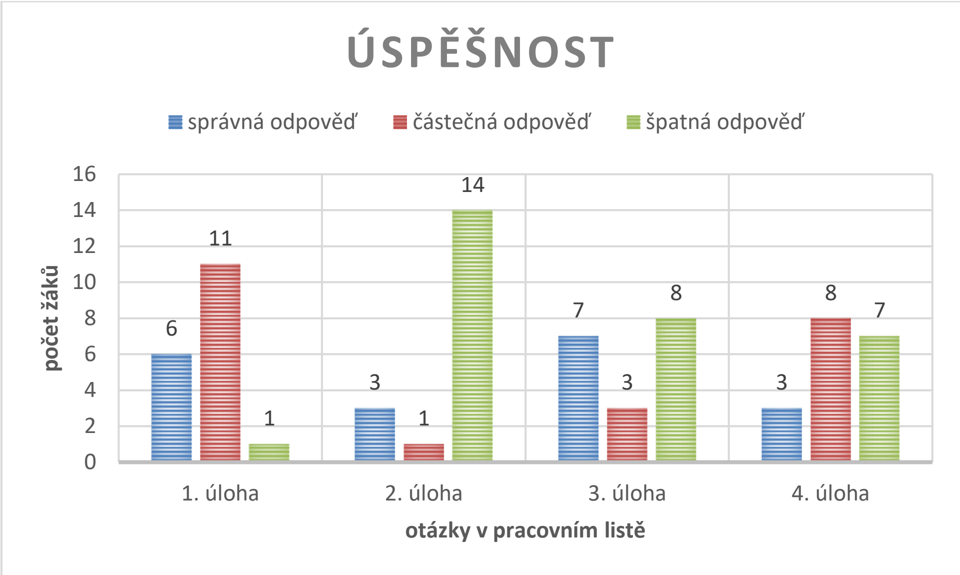
Hodnocení pracovního listu žáky:

Žákům se do vyplňování pracovního listu nechtělo. Většina místo vyplňování a počítání dělala něco jiného a žáci se vymlouvali, že pyramidy a magické čtverce nikdy nedělali. Což nebyla pravda. Nebyla u nich vidět (kromě pár žáků) žádná snaha a jejich hodnocení nedávalo smysl. Vše považovali podle jejich slov za zákeřné a velmi těžké, i když někteří nakonec uznali, že kdyby se více snažili, tak by na některé věci přišli. Jedna žačka dokonce tvrdila, že nic z toho nikdy nedělala a s takovýmito logickými úlohami se setkala v matematice poprvé. Největší problém byl podle nich s pyramidou, ale jelikož se většina ani nepokusila najít logický klíč, tak toto hodnocení považuji za irelevantní. Jediní žáci, kteří se opravdu snažili a urputně hledali zákonitosti a logické klíče a jejichž hodnocení bylo kladné, byli ti, kteří nedávno skládali přijímací zkoušky na gymnázium.

8.3.2.1 Vyhodnocení pracovního listu v 7. třídě

Pracovní list č. 5 vyplňovalo v sedmé třídě 18 žáků. Na vyplnění měli žáci 35 minut.

Úspěšnost žáků 7.A v jednotlivých úkolech pracovního listu:



Obrázek 83: Graf úspěšnosti 7.A

Tabulku v první úloze zvládlo doplnit jen 6 žáků (obr. 83). Za částečnou odpověď jsem považovala, pokud žák zvládl vyplnit alespoň polovinu tabulky. Většinou šlo žákům převést zlomek na procenta, ale při opačném postupu selhávali.

Ve druhé úloze žáci měli odhalit klíč, podle kterého se doplnila pyramida. Logický klíč se podařilo odhalit 4 žákům, ale jen 3 zvládli doplnit celou pyramidu. Většina žáků tuto úlohu označila za velmi těžkou i potom, co jim byla dána nápověda, aby vyzkoušeli základní matematické operace v horní části pyramidy, kde si klíč mohli rychle ověřit. Bohužel žáci považovali tuto úlohu za obtížnou, aniž by se někteří o řešení pokusili.

Třetí úlohou byl magický čtverec. Téměř polovina žáků ho nezvládla vyplnit.

V poslední úloze se jen třem žákům povedlo najít, jakou návaznost mají čísla v obou čtvercích. Druhý čtverec byl o poznání složitější, ale třem úspěšným žákům se to povedlo za pomoci vyřešení právě čtverce prvního, přičemž používali metodu pokus-omyl.

Obávám se, že tato úloha by dopadla o něco hůř, protože někteří žáci výsledek u prvního čtverce opsali od spolužáků.

<u>Četnost známek v 7.A:</u>

Obrázek 84: Graf četnosti známek v 7.A

Žáci mohli v pracovním listě získat 13 bodů, to se podařilo jen jedinému žákovi. Z grafu (obr. 84) vyplývá, že nejvíce žáků dostalo z pracovního listu hodnocení 3 a nejméně hodnocení 2. Aritmetický průměr známek této třídy je 3.

8.3.2.2 Závěr z testování pracovního listu č. 5

Tento pracovní list třídu velmi nezaujal, přesto bych na něm nic neměnila. Z rozhovoru s paní učitelkou1 a z pozorování edukačního procesu žáků jsem pochopila, že žáci nejsou zvyklí pracovat bez pomoci (tzn. samostatně) a čekají, až jim někdo řekne, jaký postup mají použít. Potřebují tedy k úloze návod. Jenže tento přístup nerozvíjí matematické myšlení a ani žáky nemotivuje k vytváření nových originálních řešení či k objevování závislostí a vztahů.

8.3.3 Testování pracovního listu v 8. třídě

Výběr pracovního listu:

Výběr pracovního listu pro osmou třídu byl obtížný. Paní učitelka2 se obávala, že všechny předložené pracovní listy jsou pro žáky moc těžké, nejsou na ně zvyklí a nezvládli by je ani žáci, kteří jsou o rok výš. Poté co jsem paní učitelku2 ujistila, že pracovní listy jsou inspirované úlohami, které se nachází ve *Standardech pro základní vzdělávání* a že název školy ani nikoho v ní nebude nikde uveřejněno, souhlasila, abych vyzkoušela pracovní list č. 10 s tím, že žákům před tím, než začnou samostatně pracovat na pracovním listě vysvětlím, co je to medián a pomohu jim při vytváření kruhového diagramu, neboť tato úloha využívá poznatků z několika oblastí matematiky.

Obavy učitelky2 chápu, protože žáků je ve třídě 30 a mezi jejich výkony v matematice je velký rozdíl. Souhlasím i s tím, že úloha by byla vhodnější pro devátou třídu, ale základy statistiky například Odvárko-Kadleček řadí do učiva osmé třídy a někdy je dobré dávat žákům úlohy, které by mohli považovat za výzvu.

Představení pracovního listu žákům:

Na začátku hodiny jsem žákům vysvětlila cíl pracovního listu, a co budeme v hodině dělat. Učitelka nejspíš své obavy ohledně obtížnosti pracovního listu přednesla před třídou, jelikož jejich první otázka zněla: „*Jsou pracovní listy vhodné pro osmou třídu nebo by měli být použity ve vyšším ročníku?*“ Tato otázka je však sporná kvůli tomu, že učitelé si učivo mohou řadit podle svého tak, aby naplnili závazné očekávané výstupy stanovené v RVP ZV. Sama mám zkušenost s tím, že statistika se probírá na některých školách již na konci 7. nebo na začátku 8. ročníku.

Před zahájením samostatné práce na listech jsme si vysvětlili, co je to medián tím, že se všichni žáci pokusili vyřadit (včetně učitelky2) vzestupně podle výšky a hledali jsme toho, kdo stojí uprostřed. Poté jsme si ještě vyjasnili, co by se stalo, kdyby jich byl sudý počet. Pro jistu jsem jim ještě připomněla, co je to aritmetický průměr a jak se počítá.

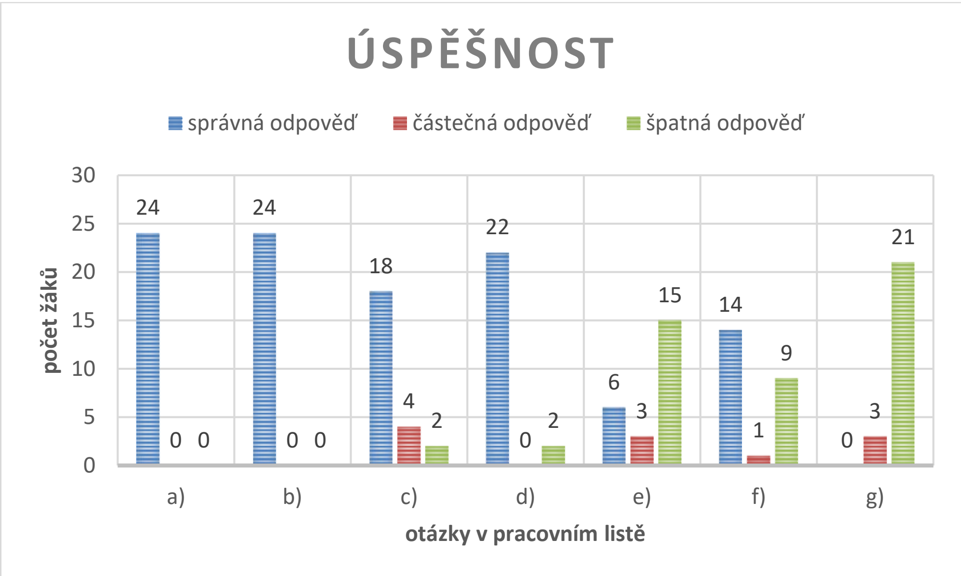
<u>Hodnocení pracovního listu žáky:</u>

Především chlapcům přišla úloha v pracovním listě zajímavá, jelikož obsahovala skutečná data. Podle jejich názoru byly otázky, na které měli odpovídat, pro jejich ročník až moc těžké a pro vyřešení by potřebovali více času. Jejich názor ale mohl být ovlivněn názorem učitelky. Někteří se ptali i na význam slova diagram a dodávali, že k zadání příkladu g) by přidali informaci, že k vytvoření diagramu je zapotřebí využít tabulky ze zadání a).

8.3.3.1 Vyhodnocení pracovního listu v 8. třídě

Pracovní list č. 10 vyplnilo 24 žáků z osmé třídy. Díky vysvětlování některých pojmů před zahájením vyplňování pracovního listu, zbylo žákům na práci jen 25 minut. Což bylo velmi málo, proto nikdo z žáků nestihl poslední úkol pracovního listu.

<u>Úspěšnost žáků osmé třídy v jednotlivých úkolech pracovního listu</u>:

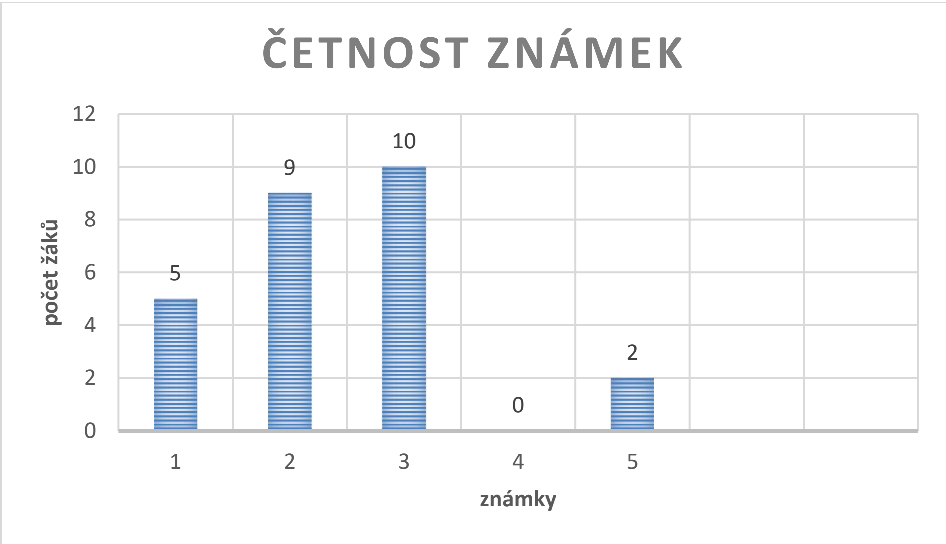


Obrázek 85: Graf úspěšnosti 8. třídy

Žáci odpověděli naprosto správně v prvním a druhém úkolu pracovního listu (obr. 85). I odpovědi ve třetím a čtvrtém příkladu jsou velmi úspěšné. Při odpovídání na otázku číslo 5, kdy měli žáci určit, zda existuje závislost mezi pozicí hráče v týmu a jeho hmotností se žáci nechali zmást brankáři, kteří jsou nejlehčí, a proto většina napsala, že závislost mezi těmito dvěma veličinami existuje.

Díky nedostatku času se většina žáků vůbec nedostala k poslednímu úkolu a těm, jenž k němu stihli dojít, nedošlo, že by měli použít trojčlenku. Jen 3 z 24 žáků byli na dobré cestě k vyřešení.

Četnost známek v osmé třídě:



Obrázek 86: Graf četnosti známek v 8. třídě

Do známek uvedených v grafu (obr. 86) není započítán poslední úkol pracovního listu č. 10. Nemá smysl známkovat úlohu, na kterou žáci neměli dostatek času. Co se týče zbytku úkolů, žáci nedopadli špatně. Modusem (tj. nejčetnější známkou) je hodnocení 2. Aritmetickým průměrem známek osmé třídy je 1,8.

Jsem si jistá, že s malou pomocí a při dostatku času, by většina žáků osmé třídy zvládla narýsovat požadovaný diagram.

8.3.3.2 Závěr z testování pracovního listu č. 10

Myslím si, že obavy učitelky2 z pracovního listu byly liché. Ač žáci k učivu statistiky ještě nedospěli, pracovali dobře a opravdu se snažili. Úkolům v listě vesměs porozuměli a vážnější výhrady k němu neměli.

Podle mého názoru, naznačení nevhodnosti pracovního listu před třídou nebylo správné, jelikož tato informace mohla žáky demotivovat a předurčit jejich neúspěch. Žáci si mohli říct: „*Proč bych měl/a něco takového vyplňovat, když k tomu nemám potřebné znalosti?*“ Myslím si, že učitelka to mohla udělat opačně. To znamená, že měla nechat žáky v klidu vyplnit list a počkat, jak hodnocení dopadne. Pokud by dopadlo špatně, mohla žákům říci, že to není úplně jejich vina, protože tam byly věci, které ještě neznali. Naopak, pokud by pracovní listy dopadly dobře, mohla jim říci, jak jsou dobří, že i když některé učivo pro ně mohlo být neznámé, tak byli úspěšní.

I když někteří žáci měli problém především s úlohou e) pracovního listu, určitě bych ji nezavrhovala. Učitelka2 tvrdila, že na tuto otázku, kdy žáci mají určit, zda existuje závislost pozice hráče v týmu na jeho hmotnosti, je předložen příliš malý statistický soubor, který nemá vypovídající hodnotu. S tím nesouhlasím. I když žáky zmátla hmotnost brankářů, kteří jsou nejlehčí, tak útočníci i obránci jsou na tom s hmotností podobně. Obránce by podle toho mohl být klidně útočníkem a naopak. Žáci také mohli využít svého logického myšlení a posoudit to, zda by jim v hokejovém týmu přiřadili pozici podle jejich hmotnosti či spíše podle talentu.

8.3.4 Testování pracovního listu v 9. třídě

Výběr pracovního listu:

Výuku matematiky v deváté třídě zajišťuje učitelka3. Třídy jsou na tento předmět spojovány. Ač se funkcím ještě neučili, vybraly jsme s paní učitelkou3 pracovní list č.11. Učitelka3 říkala, že společně se žáky dělala grafické znázornění pohybu a je tedy zvědavá, jestli si žáci z toho ještě něco pamatují a zda uplatní své znalosti ve druhé úloze pracovního listu.

Představení pracovního listu žákům:

Před tím, než jsem žákům rozdala pracovní listy, tak jsem jim vysvětlila, co je cílem hodiny a nabádala jsem je k pečlivému pročtení zadání.

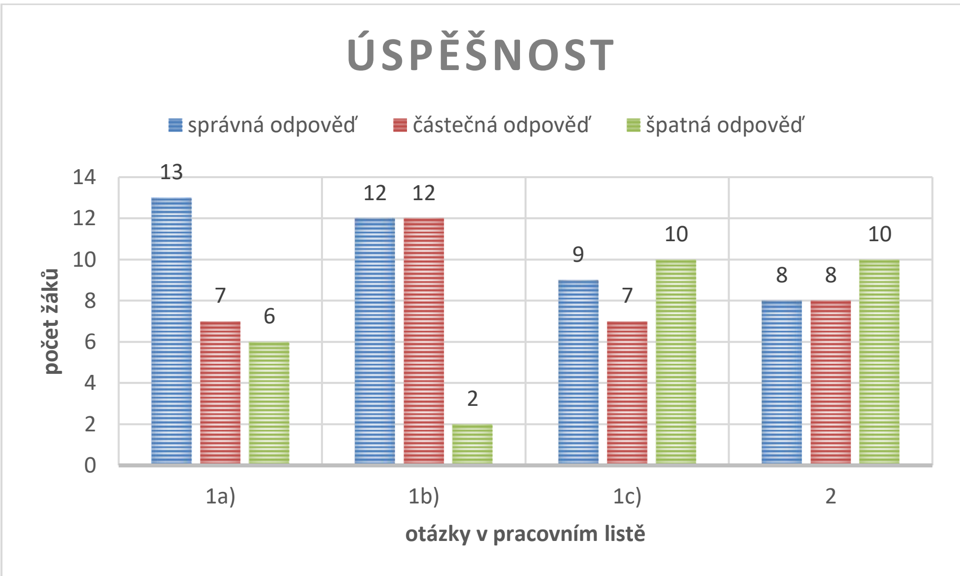
Hodnocení pracovního listu žáky:

Žáci se k pracovnímu listu nechtěli moc vyjadřovat, ale tvrdili, že vždy věděli, co se po nich v jednotlivých úlohách chce.

8.3.4.1 Vyhodnocení pracovního listu v 9. třídě

Pracovní list č. 11 vyplnilo v deváté třídě 26 žáků. Na práci měli stanovený čas 25 minut.

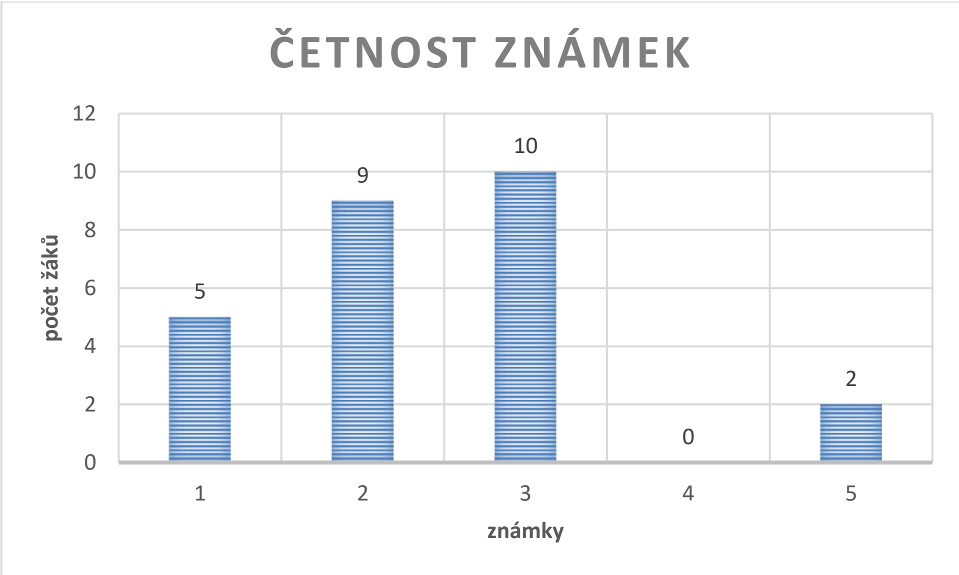
Úspěšnost žáků deváté třídy v jednotlivých úkolech pracovního listu:



Obrázek 87: Graf úspěšnosti 9. třídy

Za částečné odpovědi v tomto pracovním listě jsem považovala v úloze 1b) neúplné doplnění tabulky a ve zbylých úlohách to, když žák nezdůvodnil svou odpověď. Nejúspěšnější (obr. 87) žáci byli v příkladu 1a), kdy žáci zjišťovali, v jakou hodinu napouštění bazénu se hladina zvýšila nejrychleji. Naopak nejméně úspěšní byli při určování grafů vyjadřujících rychlost závodních aut a změnu výšky hladiny v závislosti na čase.

Četnost známek v deváté třídě:



Obrázek 88: Graf četnosti známek v 9. třídě

Z grafu četnosti známek (obr. 88) vyplývá, že žádný žák nedostal známku 4 a nejčastěji se vyskytovala známka 3. Aritmetickým průměrem známek deváté třídy je 2,4.

8.3.4.2 Závěr z testování pracovního listu č. 11

Deváté třídy jsem jako jediné ze tříd, ve kterých jsem testovala pracovní listy, neměla možnost vyučovat během své souvislé pedagogické praxe. Přesto si myslím (na základě výsledků z pracovního listu), že pracovní list byl vhodně zvolen a žáci v něm byli úspěšní. Proto předpokládám, že i pracovní list byl dobře vypracován.

8.4 Závěr z testování pracovních listů na základní škole

Na základě hodnocení pracovních listů žáky a z jejich výsledků se domnívám, že mohu považovat pracovní listy za vhodné a dobře vytvořené.

I když žáci na takovéto pracovní listy nejsou zvyklí, tak pracovali ve většině tříd více než dobře. Co se týče této školy, tak z výsledků vyplývá, že funkční myšlení je rozvíjeno spíše skrze učivo funkcí (přímá a nepřímá úměrnost, lineární funkce a kvadratická funkce) a na nepřímé rozvíjení (na propedeutiku) funkčního myšlení se zde moc nezaměřují.

Myslím si, že pracovní listy byly do jednotlivých tříd zvoleny vhodně, a kromě sedmé třídy proběhlo celé testování bez komplikací.

9 ZÁVĚR

V této diplomové práci jsem se zabývala funkčním myšlením a jeho rozvojem na druhém stupni základní školy. Mým úkolem bylo vytvoření pracovních listů (včetně příručky pro uživatele). Snažila jsem se o to, aby úlohy v těchto pracovních listech byly pro žáky alespoň trochu zajímavé. Vyhledávání a vymýšlení úloh bylo pro mě osobně vzhledem k mým nízkým zkušenostem nejtěžší, a proto jsem často sáhla po nějaké inspiraci.

Pracovní listy jsem vyzkoušela na jedné základní škole na malém městě. Bohužel jsem nemohla vyzkoušet všechny pracovní listy, ale k dispozici jsem měla 5 vyučovacích hodin.

Poté, co jsem pracovní listy vyzkoušela, jsem nabyla dojmu, že funkčnímu myšlení není na druhém stupni věnována dostatečná pozornost, pokud nepočítáme učivo přímé (resp. nepřímé) úměrnosti a učivo funkcí v deváté třídě.

Doufám, že po projití a prostudování mé práce, čtenář získá povědomí o funkčním myšlení a o jeho rozvíjení v průběhu povinné školní docházky a zjistí, že tento druh matematického myšlení je naší přirozenou součástí, která potřebuje, abychom se o ní zajímali a tím využívali co možná největšího potencionálu, kterého v této oblasti můžeme dosáhnout. Je třeba si uvědomit, že funkční myšlení není spjaté jen s pojmem funkce ve školské matematice, ale prolíná se i s dalším učivem a s naší každodenní realitou.

10 LITERATURA

[1] ATKINSON, Rita L. *Psychologie*. Praha: Portál, 2003. ISBN 80-7178-640-3.

[2] BĚLOUN, František. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu*. 8., upr. vyd. Praha: Prometheus, 1998. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-7196-104-3.

[3] BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 6: aritmetika, geometrie: příručka učitele pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-658-1.

[4] BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 7 pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2008. ISBN 978-80-7238-679-6.

[5] BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 7: aritmetika, geometrie: příručka učitele pro základní školy a víceletá gymnázia.* Plzeň: Fraus, 2008. ISBN 978-80-7238-683-3.

[6] BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 8: pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-688-8.

[7] BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 9: pro základní školy a víceletá gymnázia: příručka učitele*. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-693-2.

[8] BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a kol. *Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání. Matematika a její aplikace. (Metodická doporučení s ilustrativními úlohami).*

[9] DEVLIN, Keith J. *Jazyk matematiky: jak zviditelnit neviditelné*. Praha: Argo, 2002. Aliter (Argo: Dokořán). ISBN 80-7203-470-7.

[10] EISLER, Jaroslav. *Matematika 6-9 pro 2. stupeň ZŠ a nižší ročníky víceletých gymnázií: [kompletní přehled učiva, řešené úlohy, procvičování]*. 3. vyd. Praha: Fragment, 2012. ISBN 978-80-253-1411-1.

[11] FUCHS, Eduard a Dag HRUBÝ. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro základní školy a nižší ročníky víceletých gymnázií*. Praha: Prometheus, 2000. ISBN 80-7196-169-8.

[12] GRECMANOVÁ H., URANOVSKÁ E. *Aktivizační metody ve výuce, prostředek ŠVP*. Olomouc : Hanex, 2007

[13] HAVAS, Harald. *Využijte svých schopností na 100 %: trénink myšlení, paměti, kreativity*. Praha: Grada, 2006. Testy (Grada). ISBN 80-247-1515-5.

[14] HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál, 2001. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-581-4.

[15] HEJNÝ, Milan a kol. *Teória vyučovania matematiky 2*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladatel´stvo, 1988. ISBN 80-08-00014-7.

[16] HEJNÝ, Milan, Jarmila NOVOTNÁ a Naďa VONDROVÁ, ed. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2004. ISBN 80-7290-189-3.

[17] HEJNÝ, Milan. *Matematika: pro 4. ročník základní školy*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustroval Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7

[18] HEJNÝ, Milan. *Matematika: pro 5. ročník základní školy*. Plzeň: Fraus, 2011. ISBN 978-80-7238-966-7.

[19] HUSAR, Petr. *Matematikou krok za krokem k přijímacím zkouškám: Kalendář řešených písemek pro 7. a 8. ročník ZŠ*. Dotisk 1. vydání. Praha 4: PROMETHEUS, 2004. ISBN 978-80-7196-279-3.

[20] CHALUPA, Bohumír. *Tvořivé myšlení: tvořivost jako dobrodružství poznání*. Brno: Barrister & Principal, 2005. Psychologie (Barrister & Principal). ISBN 80-7364-007-4.

[21] KERN, Hans. *Přehled psychologie*. Vyd. 2., opr. Praha: Portál, 2000. ISBN 80-7178-426-5.

[22] KOZLOVÁ, Marie, Šárka PĚCHOUČKOVÁ a Alena RAKOUŠOVÁ. *Matematika 3 se Čtyřlístkem: pro 3. ročník základní školy*. Plzeň: Fraus, 2013. ISBN 978-80-7238-581-2.

[23] LANGMEIER, Josef a Dana KREJČÍŘOVÁ. *Vývojová psychologie*. Praha: Grada, 1998. Psyché (Grada). ISBN 80-7169-195-X.

[24] LOKŠOVÁ, Irena a Jozef LOKŠA. *Pozornost, motivace, relaxace a tvořivost dětí ve škole*. Praha: Portál, 1999. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-205-X.

[25] LUHAN, Emanuel. *Didaktika matematiky: Pro posluchače 3.a 4.roč.PF*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, 1990. ISBN 80-7040-036-6.

[26] NAKONEČNÝ, Milan. *Psychologie téměř pro každého*. Praha: Academia, 2004. ISBN 80-200-1198-6.

[27] ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 7. ročník základní školy*. 3., přeprac. vyd. Ilustroval Martin MAŠEK. Praha: Prometheus, 2011. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-427-8.

[28] ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 8. ročník základní školy*. 2., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2012. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-434-6.

[29] ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 9. ročník základní školy*. 3., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2013. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-439-1.

[30] PAULÍK, Karel. *Psychologie osobnosti*. Ostrava: Ostravská univerzita v Ostravě, 2004. ISBN 80-7042-687-X.

[31] PEJSAR, Z., SVOBODA, Z. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky 1*. Ústí nad Labem: Pedagogická fakulta, 1990. ISBN 80-7044-022-8.

[32] PIAGET, J. C. a INHERELDOVÁ, B. *Psychologie dítěte*. Praha: Portál, 2001. ISBN: 80-7178-608-X

[33] PETLÁK, Erich. *Kapitoly zo súčasnej didaktiky*. Bratislava: Iris, 2005. ISBN 80-89018-89-0.

[34] PLHÁKOVÁ, Alena. *Učebnice obecné psychologie*. Praha: Academia, 2004. ISBN 978-80-200-1499-3.

[35] POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. Plzeň: Fraus, 2014. ISBN 978-80-7238-449-5.

[36] ŘEPÍKOVÁ, Alena. *Přehled matematiky: pro 2. stupeň základní školy*. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2013. ISBN 978-80-7235-516-7.

[37] ŘÍČAN, Pavel. *Psychologie osobnosti: [obor v pohybu]*. Praha: Grada, 2007. Psyché (Grada). ISBN 978-80-247-1174-4.

[38] STERNBERG, Robert J. Kognitivní psychologie. Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178-376-5.

[39] STEWART, Ian. *Krocení nekonečna: příběh matematiky od prvních čísel po teorii chaosu*. Brno: CPress, 2014. ISBN 978-80-264-0295-4.

[40] STROGATZ, Steven H. *Radost z x: průvodce matematikou od jedné do nekonečna*. Praha: Dokořán, 2014. Aliter (Argo: Dokořán). ISBN 978-80-7363-592-3.

[41] STUCHLÍKOVÁ, Iva, Tomáš JANÍK, Zdeněk BENEŠ, et al. *Oborové didaktiky: vývoj, stav, perspektivy*. Brno: Masarykova univerzita, 2015. Syntézy výzkumu vzdělávání. ISBN 978-80-210-7769-0.

[42] THAGARD, Paul. *Úvod do kognitivní vědy: mysl a myšlení*. Praha: Portál, 2001. ISBN 80-7178-445-1.

[43] VACÍNOVÁ, Marie a Marta LANGOVÁ. *Vybrané kapitoly z psychologie*. V Praze: Československý spisovatel, 2011. ISBN 978-80-7459-014-6.

[44] VÁGNEROVÁ, Marie. *Vývojová psychologie I., dětství a dospívání*. Praha: Karolinum, 2008. ISBN: 978-80-246-0956-0

[45] VÁGNEROVÁ, Marie. *Vývojová psychologie*. Praha: Portál, 2000. ISBN 978-80-246-2209-5.

[46] VÁGNEROVÁ, Marie. *Úvod do psychologie*. 2. vyd. Praha: Karolinum, 2002. ISBN 80-246-0015-3.

[47] VOLLRATH, J. Funktionales Denken. Journal für Mathematikdidaktik. 1989. vol. 10. no. 1, 3-37

[48] ŽENATÁ, Emílie. *Sbírka úloh z matematiky pro 8. ročník: [s klíčem*. 2. vyd. Benešov: Blug, 2006. ISBN 80-7274-962-5.

Internetové zdroje:

[49] BLANTON, M. L a KAPUT, J. J.: *Functional Thinking as a Route Into Algebra in the Elementary Grades*. 2011. [online]. [cit. 05. 02. 2017]. Dostupné z WWW: http://www.springer.com/cda/content/document/cda_downloaddocument/9783642177347-c2.pdf?sgwid=0-0-45-1088039-p174085659" id="yui_3_10_0_1_1490003479477_215" style="display: inline-block;">Functional <b id="yui_3_10_0_1_1490003479477_380">Thinking as a Route Into Algebra in the ... - Springer</h3>

[50] BLAŽKOVÁ, Růžena: *Didaktika matematiky I*. Brno. 2013. [online]. [cit. 1. 03. 2017]. Dostupné z WWW: <www.ped.muni.cz/wmath/interma/blazkova_cz.doc>

[51] MCELDOON, Katherine L. a RITTLE-JOHNSON Bethany: ***ASSESSING ELEMENTARY STUDENTS’ FUNCTIONAL THINKING SKILLS: THE CASE OF FUNCTION TABLES***. 2010 [online]. [cit. 07. 02. 2017]. Dostupné z WWW: <http://peabody.vanderbilt.edu/docs/pdf/PRO/ATME_McEldoonandRittle-JohnsonPME-NApaper_2010.pdf>

[52] EISENMANN, Petr a KOPÁČKOVÁ Alena. *Rozvoj funkčního myšlení ve výuce matematiky na základní škole. 2006*. [online]. [cit. 01. 02. 2017]. Dostupné z WWW: <class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/FileDownload.aspx?FileID=95>

[53] "*Klein, Christian Felix*." Columbia encyklopedie, 6. ed. Encyclopedia.com. [online]. [cit. 03. 02. 2017]. Dostupné z WWW:

<http://www.encyclopedia.com/reference/encyclopedias-almanacs-transcripts-and-maps/klein-christian-felix>

[54] HENZL, Jiří: „*Matematické myšlení v úlohách pro děti předškolního věku*." 2014. [online]. [cit. 1. 03. 2017]. Dostupné z WWW: <http://old.projekty.ujep.cz/podpuc/wp-content/uploads/2014/06/Matematick%C3%A9-my%C5%A1len%C3%AD-v-%C3%BAloh%C3%A1ch-pro-d%C4%9Bti-p%C5%99ed%C5%A1koln%C3%ADho-v%C4%9Bku-1.pdf>

[55] HUDECOVÁ, Dagmar: *Revize Bloomovy taxonomie edukačních cílů*. 2004. [online]. [cit. 15. 03. 2017]. Dostupné z WWW: <http://rozum.weebly.com/uploads/5/8/1/9/58196425/hudcova_bloom_tax_revize.pdf>

[56] „*Introduction to Mathematical thinking*." Stanford. 2014. [online]. [cit. 1. 03. 2017]. Dostupné z WWW: <http://online.stanford.edu/courses/mathematical-thinking-winter-2014>

[57] JANÍK, Jan a LENC, Michal: „*Meze matematického myšlení aneb z výuky matematiky pro nematematické obory*." [online]. [cit. 1. 03. 2017]. Dostupné z WWW: <https://jcmf.cz/sites/default/files/AF-XLI_Z-15_J-Janik_M-Lenc_P-Musilova.pdf>

[58] KOPÁČKOVÁ, Alena: *Nejen žákovské představy o funkcích*. 2002. [online]. [cit. 25. 01. 2017]. Dostupné z WWW: <http://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/141124/PokrokyMFA_47-2002-2_6.pdf>

[59] *„Matematika pro všechny v kontextu didaktiky matematiky: Matematické myšlení."* [online]. [cit. 27. 01. 2017]. Dostupné z WWW: http://home.pf.jcu.cz/~math4all/svp_didaktika_4_matematicke_mysleni_r.php>

[60] O´CONNOR, JJ a ROBERTSON, *E.F.: Felix Christian Klein*. 2003. [online]. [cit. 03. 02. 2017]. Dostupné z WWW: <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Klein.html>

[61] „*Přehled o vývoji částek minimální mzdy*." 2017. [online]. [cit. 14. 02. 2017]. Dostupné z WWW: <http://www.mpsv.cz/cs/871>

[62] *„Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*.“ 2016. [online]. [cit. 12. 02. 2017]. Dostupné z WWW: <http://www.nuv.cz/uploads/RVP_ZV_2016.pdf>

[63] „*Soupiska české hokejové reprezentace na MS v hokeji 2016*“ [online]. [cit. 1. 03. 2017]. Dostupné z WWW: <http://www.ms-vhokeji.cz/cesky-tym-ms-hokej-2016>

[64] STACEY, Kayne: „*What is mathematical thinking and why is it important*?“. 2007. University of Melbourne, Australia. [online]. [cit. 1. 03. 2017]. Dostupné z WWW: <http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2007/paper_pdf/Kaye%20Stacey.pdf>

[65] *„Standardy pro základní vzdělávání. Matematika a její aplikace.“*2013. [online]. [cit. 12. 02. 2017]. Dostupné z WWW: <http://digifolio.rvp.cz/artefact/file/download.php?file=67490&view=9832>

[66] TRNKOVÁ, Dana: *Historický vývoj geometrických transformací*. (Czech). Praha: Katedra didaktiky matematiky MFF UK, 2015. pp. 93–112. [online]. [cit. 15. 03. 2017]. Dostupné z WWW: <http://dml.cz/dmlcz/403412>

11 PŘÍLOHY

V příloze předkládám několik otestovaných pracovních listů. Některé pracovní listy prošly po otestování korekturou.

V této části předkládám několik pracovních listů, které vyplnili žáci.

Seznam příloh:

- P-6A1: Pracovní list č. 2 vyplněný žákem z 6.A
- P-6A2: Pracovní list č. 2 vyplněný žákem z 6.A
- P-6B1: Pracovní list č. 2 vyplněný žákem z 6.B
- P-6B2: Pracovní list č. 2 vyplněný žákem z 6.B
- P-7A1: Pracovní list č. 5 vyplněný žákem ze 7.A
- P-7A2: Pracovní list č. 5 vyplněný žákem ze 7.A
- P-8AB1: Pracovní list č. 10 vyplněný žákem z 8. třídy
- P-8AB2: Pracovní list č. 10 vyplněný žákem z 8. třídy
- P-9AB1: Pracovní list č. 11 vyplněný žákem z 9. třídy
- P-9AB2: Pracovní list č. 11 vyplněný žákem z 9. třídy

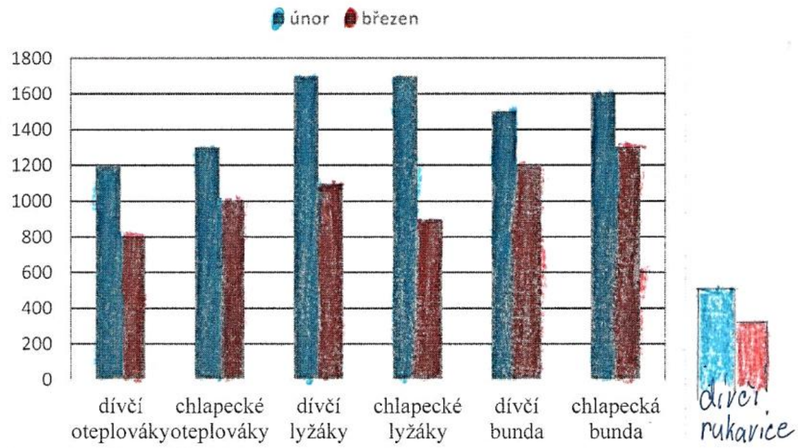
P-6A1: Pracovní list č. 2 vyplněný žákem z 6.A

7b/10b

2N.

JEDEME LYŽOVAT!

1) Je únor a na horách leží spousta sněhu. Pan a paní Kropáčkovi chtějí vzít své 3 děti (dva kluci a jedna dívka) na lyže, ale zjistili, že některé věci jsou jim malé. Oběma synům potřebují koupit nové „oteplováky“ a „lyžáky“. Dceři je zase malá bunda a také nemá „lyžáky“. Obchodní řetězec VEKO, který nabízí lyžařské oblečení, ve svém letáku otiskl následující graf (ceny v něm uvedené jsou v KČ):



a) Kolik by Kopáčkovi ušetřili, kdyby se rozhodli jet na hory až v březnu a věci nakoupili ve výprodeji řetězce VEKO?

únor: 1300 + 1300 + 1700 + 1700 + 1500 + 1700 = 9 200 kč

CHO CHL DB DL

březen: 1000 + 1000 + 900 + 900 + 1200 + 1100 = 6 100 kč

8 200 − 6 100 = 3 100 kč by ušetřili.

1b.

b) Zkuste vyčíst z grafu, která položka se v březnu zlevní nejvíce a o kolik:

Chlapecké lyžáky

únor - 1700 kč

březen - 900 kč

1 700 − 900 = 800 kč

Zlevní se o 800 kč.

1b.

c) Dcera je nedočkavá, vyhlídla si krásnou květovanou bundu a nechce čekat! Co kdyby jí to někdo „vyfoukl“? I staršímu synovi se velmi zamlouvají jedny „lyžáky“ s jedinečným potiskem. Kolik nákup bude stát, když se tyto věci koupí již v únoru a zbytek v březnu? A o kolik peněz rodina kvůli nedočkavosti dětí přijde? Zkuste se nad výsledky zamyslet a zhodnotit je, když víte, že rodina na tom není finančně dobře a tento výlet je bude stát ještě další peníze (ubytování, strava, skipasy, …). Opravdu je tak důležité, abychom na svahu vypadali tak dobře, když oblečení jim pravděpodobně bude za rok či dva opět malé a „out“? Nebo si myslíte, že ten rozdíl v penězích není až tak velký? Vymyslete své argumenty pro a proti.

únor
DB 1500 + CHL 1700 = 3 200 Kč ✓

nákup 8 600 Kč

březen
1000 + 1000 + 1 ~~700~~ 900 + 1 ~~700~~ 1100 = ~~5~~ 4 000 Kč

8600 − 6 100 = 2 500 Kč

přijde o peníze

Není důležité vypadat překrásně na horách, určitě bych vše nakoupila až v březnu ve slevě. Ušetřím si dost peněz.

2 b.

d) Na pravé straně grafu znázorněte cenu dívčích rukavic, které by v únoru stály 500 Kč a v březnu by se zlevnily o 200 Kč.

✓ 1 b.

e) Jsou pravdivá následující tvrzení?

i. Dívčí i chlapecké „lyžáky“ stály v únoru stejně a v březnu se zlevnily o stejnou částku.

✓ ANO X NE

ii. Kromě „lyžáků“ bylo dívčí oblečení v únoru vždy levnější než to chlapecké.

✓ ANO X NE

iii. Dívčí i chlapecká bunda se v březnu snížila o stejnou částku.

ANO X NE

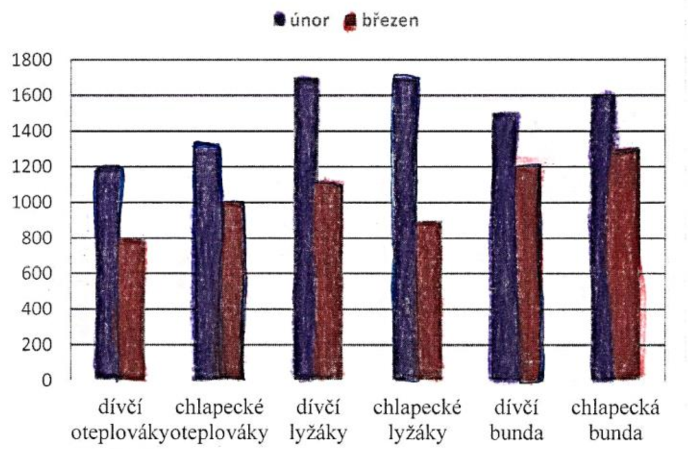
2 b.

P-6A2: Pracovní list č. 2 vyplněný žákem z 6.A

2b/10b. 4n.

JEDEME LYŽOVAT!

1) Je únor a na horách leží spousta sněhu. Pan a paní Kropáčkovi chtějí vzít své 3 děti (dva kluci a jedna dívka) na lyže, ale zjistili, že některé věci jsou jim malé. Oběma synům potřebují koupit nové „oteplováky" a „lyžáky". Dceři je zase malá bunda a také nemá „lyžáky". Obchodní řetězec VEKO, který nabízí lyžařské oblečení, ve svém letáku otiskl následující graf (ceny v něm uvedené jsou v KČ):

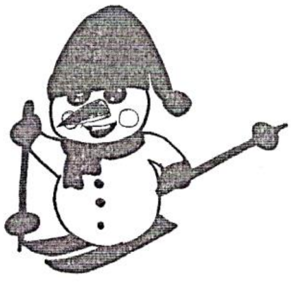


a) Kolik by Kopáčkovi ušetřili, kdyby se rozhodli jet na hory až v březnu a věci nakoupili ve výprodeji řetězce VEKO?

2 700 Kč

b) Zkuste vyčíst z grafu, která položka se v březnu zlevní nejvíce a o kolik:

c) Dcera je nedočkavá, vyhlídla si krásnou květovanou bundu a nechce čekat! Co kdyby jí to někdo „vyfoukl“? I staršímu synovi se velmi zamlouvají jedny „lyžáky“ s jedinečným potiskem. Kolik nákup bude stát, když se tyto věci koupí již v únoru a zbytek v březnu? A o kolik peněz rodina kvůli nedočkavosti dětí přijde? Zkuste se nad výsledky zamyslet a zhodnotit je, když víte, že rodina na tom není finančně dobře a tento výlet je bude stát ještě další peníze (ubytování, strava, skipasy, …). Opravdu je tak důležité, abychom na svahu vypadali tak dobře, když oblečení jim pravděpodobně bude za rok či dva opět malé a „out“? Nebo si myslíte, že ten rozdíl v penězích není až tak velký? Vymyslete své argumenty pro a proti.



d) Na pravé straně grafu znázorněte cenu dívčích rukavic, které by v únoru stály 500 Kč a v březnu by se zlevnily o 200 Kč.

e) Jsou pravdivá následující tvrzení?

i. Dívčí i chlapecké „lyžáky“ stály v únoru stejně a v březnu se zlevnily o stejnou částku.

ANO X NE

ii. Kromě „lyžáků“ bylo dívčí oblečení v únoru vždy levnější než to chlapecké.

ANO X NE

iii. Dívčí i chlapecká bunda se v březnu snížila o stejnou částku.

ANO X NE

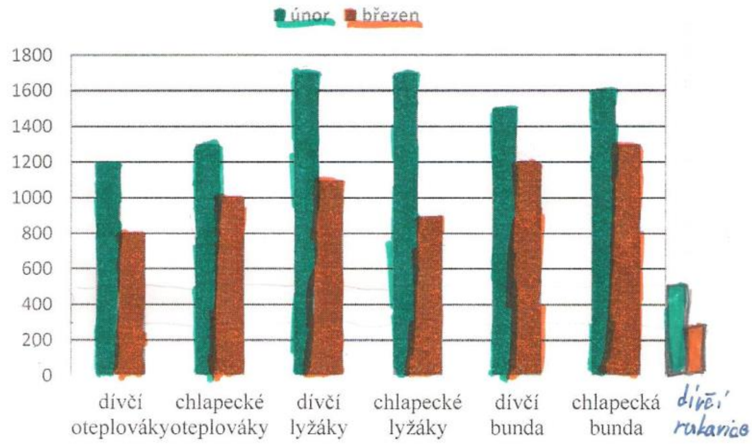
2b.

P-6B1: Pracovní list č. 2 vyplněný žákem z 6.B

9b/10b. 1n.

JEDEME LYŽOVAT!

1) Je únor a na horách leží spousta sněhu. Pan a paní Kropáčkovi chtějí vzít své 3 děti (dva kluci a jedna dívka) na lyže, ale zjistili, že některé věci jsou jim malé. Oběma synům potřebují koupit nové „oteplováky" a „lyžáky". Dceři je zase malá bunda a také nemá „lyžáky". Obchodní řetězec VEKO, který nabízí lyžařské oblečení, ve svém letáku otiskl následující graf (ceny v něm uvedené jsou v KČ):



a) Kolik by Kopáčkovi ušetřili, kdyby se rozhodli jet na hory až v březnu a věci nakoupili ve výprodeji řetězce VEKO?

Kropáčkovi by ušetřili 3'100 Kč. 2b.

b) Zkuste vyčíst z grafu, která položka se v březnu zlevní nejvíce a o kolik:

Chlapecké lyžáky o 800 Kč. 1b.

c) Dcera je nedočkavá, vyhlídla si krásnou květovanou bundu a nechce čekat! Co kdyby jí to někdo „vyfoukl"? I staršímu synovi se velmi zamlouvají jedny „lyžáky" s jedinečným potiskem. Kolik nákup bude stát, když se tyto věci koupí již v únoru a zbytek v březnu? A o kolik peněz rodina kvůli nedočkavosti dětí přijde? Zkuste se nad výsledky zamyslet a zhodnotit je, když víte, že rodina na tom není finančně dobře a tento výlet je bude stát ještě další peníze (ubytování, strava, skipasy, …). Opravdu je tak důležité, abychom na svahu vypadali tak dobře, když oblečení jim pravděpodobně bude za rok či dva opět malé a „out"? Nebo si myslíte, že ten rozdíl v penězích není až tak velký? Vymyslete své argumenty pro a proti.

Rodina by přišla v únoru o 3'200 Kč a v březnu je to bude stát 4'000 Kč. ✓ ✓

1.) na sjezdovce by vypadali dobře.

2.) Přišli by o hodně peněz.

3.)

Rodina přijde o 1100 Kč

2b.

d) Na pravé straně grafu znázorněte cenu dívčích rukavic, které by v únoru stály 500 Kč a v březnu by se zlevnily o 200 Kč. ✓ 1b.

e) Jsou pravdivá následující tvrzení?

i. Dívčí i chlapecké „lyžáky" stály v únoru stejně a v březnu se zlevnily o stejnou částku.

ANO X NE ✓

ii. Kromě „lyžáků" bylo dívčí oblečení v únoru vždy levnější než to chlapecké.

ANO X NE ✓

iii. Dívčí i chlapecká bunda se v březnu snížila o stejnou částku.

ANO X NE ✓

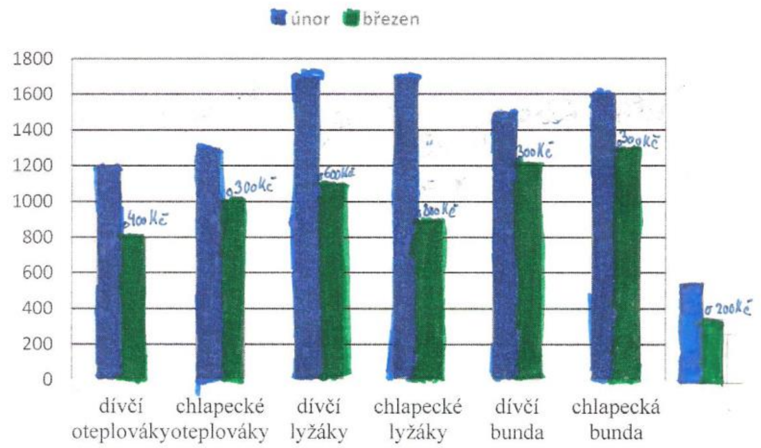
3b.

P-6B2: Pracovní list č. 2 vyplněný žákem z 6.B

7b/10b. 2 M.

JEDEME LYŽOVAT!

1) Je únor a na horách leží spousta sněhu. Pan a paní Kropáčkovi chtějí vzít své 3 děti (dva kluci a jedna dívka) na lyže, ale zjistili, že některé věci jsou jim malé. Oběma synům potřebují koupit nové „oteplováky" a „lyžáky". Dceři je zase malá bunda a také nemá „lyžáky". Obchodní řetězec VEKO, který nabízí lyžařské oblečení, ve svém letáku otiskl následující graf (ceny v něm uvedené jsou v KČ):



a) Kolik by Kopáčkovi ušetřili, kdyby se rozhodli jet na hory až v březnu a věci nakoupili ve výprodeji řetězce VEKO?

Ušetřili by 2700Kč. X

b) Zkuste vyčíst z grafu, která položka se v březnu zlevní nejvíce a o kolik:

Nejvíce se v březnu zlevnili chlapecké lyžáky o 800 Kč. ✓

1b.

c) Dcera je nedočkavá, vyhlídla si krásnou květovanou bundu a nechce čekat! Co kdyby jí to někdo „vyfoukl“? I staršímu synovi se velmi zamlouvají jedny „lyžáky“ s jedinečným potiskem. Kolik nákup bude stát, když se tyto věci koupí již v únoru a zbytek v březnu? A o kolik peněz rodina kvůli nedočkavosti dětí přijde? Zkuste se nad výsledky zamyslet a zhodnotit je, když víte, že rodina na tom není finančně dobře a tento výlet je bude stát ještě další peníze (ubytování, strava, skipasy, …). Opravdu je tak důležité, abychom na svahu vypadali tak dobře, když oblečení jim pravděpodobně bude za rok či dva opět malé a „out“? Nebo si myslíte, že ten rozdíl v penězích není až tak velký? Vymyslete své argumenty pro a proti.

1. Když se tyto věci koupí v únoru a zbytek v březnu bude nákup stát 7200 Kč. ✓

2. Kvůli nedočkavosti dětí rodina přijde o 1100 Kč. ✓ 3b.

Pro :

Proti : Kdyby děti počkaly do března rodina by ušetřila dost peněz. ✓

d) Na pravé straně grafu znázorněte cenu dívčích rukavic, které by v únoru stály 500 Kč a v březnu by se zlevnily o 200 Kč.

✓ 1b.

e) Jsou pravdivá následující tvrzení?

i. Dívčí i chlapecké „lyžáky“ stály v únoru stejně a v březnu se zlevnily o stejnou částku.

ANO X NE ✓

ii. Kromě „lyžáků“ bylo dívčí oblečení v únoru vždy levnější než to chlapecké.

ANO X NE ✗

iii. Dívčí i chlapecká bunda se v březnu snížila o stejnou částku.

ANO X NE ✓

2b.

P-7A1: Pracovní list č. 5 vyplněný žákem ze 7.A

13b. 1n.

ZLOMKY V HRANATÉM VĚZENÍ

1) Doplňte tabulku:

Procenta:	20%	50%	30%	25%	10%	15%	75%
Zlomky	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{4}$

2b.

2) Najdi logický klíč pro umisťování čísel a chybějící čísla do obrazce doplň:

$\frac{3}{5}$				
$\frac{9}{20}$	$\frac{4}{3}$			
$\frac{9}{20}$	1	$\frac{4}{3}$		
$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{1}$	
$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{1}$ 3

3b.

3) Doplň čísla do čtverečků tak, aby součet ve všech řádcích, sloupcích a úhlopříčkách byl **2** (zlomky zapisuj v základním tvaru).

$\frac{16}{15}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{8}{15}$
$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{5}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{14}{15}$	$\frac{4}{15}$

2b.

4) Najdi logickou návaznost čísel ve čtverci a doplň číslo místo otazníku.

a)

$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{9}{10}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

✓ 3b.

b)

$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	2	3
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	1
$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{7}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{2}$	4

3b. ✓

$\frac{3}{6}$

P-7A2: Pracovní list č. 5 vyplněný žákem ze 7.A

N. 3b.

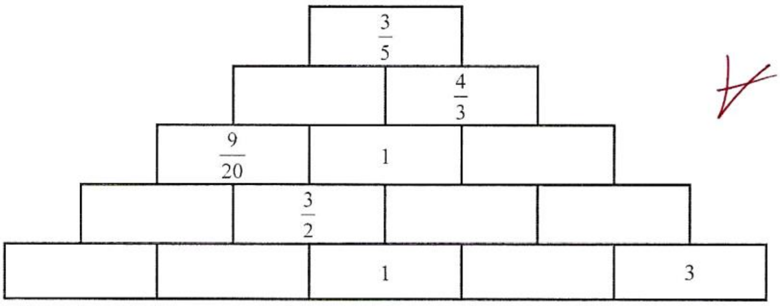
ZLOMKY V HRANATÉM VĚZENÍ

1) Doplňte tabulku:

Procenta:	20%	50%	30%	25°	10%	15%	75%
Zlomky	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\cancel{\frac{1}{4}}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{4}$

1b.

2) Najdi logický klíč pro umisťování čísel a chybějící čísla do obrazce doplň:



3) Doplň čísla do čtverečků tak, aby součet ve všech řádcích, sloupcích a úhlopříčkách byl **2** (zlomky zapisuj v základním tvaru).

$\frac{16}{15}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{8}{15}$
$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{5}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{14}{15}$	$\frac{4}{15}$

2b.

4) Najdi logickou návaznost čísel ve čtverci a doplň číslo místo otazníku.

a)

$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{9}{10}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	? $\frac{3}{9}$

b)

$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	2	3
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	1
$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{7}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}$	? 6	4

Bylo to těžké

P-8AB1: Pracovní list č. 10 vyplněný žákem z 8. třídy

13b. 1 n.

MS V HOKEJI 2016

1) Když se hráči sjedou na MS v ledním hokeji, musí všichni projít lékařskou kontrolou, kde jsou zváženi a změřeni. Na soupisce české hokejové reprezentace se v roce 2016 objevila následující jména s údaji:

Post a číslo dresu	Jméno	Datum narození	Výška	Váha	Hůl
brankář 33	Pavel Francouz	3. 6. 1990	180 cm	70 kg	P
brankář 38	Dominik Furch	19.4.1990	180 cm	66 kg	L
obránce 6	Michal Kempný	8.11.1990	183 cm	79 kg	L
obránce 84	Tomáš Kundrátek	22.11.1989	188 cm	91 kg	P
obránce 47	Michal Jordán	17.7.1990	185 cm	88 kg	L
obránce 29	Jan Kolář	22.11.1986	183 cm	74 kg	L
obránce 5	Jakub Jeřábek	12.5.1991	178 cm	83 kg	L
obránce 52	Milan Doudera	1.1.1993	183 cm	84 kg	L
obránce 45	Radim Šimek	20.9.1992	183 cm	84 kg	L
útočník 14	Tomáš Plekanec	31.10.1982	180 cm	88 kg	L
útočník 88	David Pastrňák	25.5.1996	183 cm	82 kg	P
útočník 10	Roman Červenka	10.12.1985	180 cm	84 kg	L
útočník 43	Jan Kovář	20.3.1990	178 cm	78 kg	P
útočník 42	Petr Koukal	16.8.1982	175 cm	84 kg	L
útočník 22	Lukáš Kašpar	23.9.1985	188 cm	99 kg	L
útočník 26	Martin Zaťovič	25.1.1985	178 cm	82 kg	L

a) Do tabulky zapiš počet hokejistů patřících do příslušných hmotnostních kategorií.

50 kg – 59 kg	**60 kg - 69 kg**	**70 kg – 79 kg**	**80 kg – 89 kg**	**90 kg – 99 kg**
	1	4	9	2

√ 2b.

b) Ve které kategorii je nejvíce hokejistů?

80 ~~kg~~ – 89 kg ✓ 1b.

c) Jaká je průměrná hmotnost 3 nejvyšších hokejistů? A jaká je průměrná hmotnost 4 nejnižších hokejistů? (výsledky zaokrouhlete na kg)

91 kg + 88 kg + 99 kg ≐ 93 kg ✓

83 kg + 78 kg + 84 kg + 82 kg ≐ 82 kg ✓ 4b.

d) Urči medián výšek hráčů. Výsledek zaokrouhli na cm.

183 cm + 180 cm ≐ 182 ✓ 3b.

e) Zamysli se, zda existuje závislost pozice hráče (brankář, útočník, obránce) na jeho hmotnosti.

brankáři = nejlehčí ✓

útočníci = } různá váha

obránci =

=> neexistuje 1b.

f) Urči, zda platí, že čím vyšší je hráč, tím je i těžší (tzn., že platí přímá úměrnost). Pokud ano, zapiš vzorec této závislost. Pokud ne, najdi alespoň jednu dvojici hokejistů, u níž bude platit, že vyšší hráč váží méně než ten nižší.

183 cm = 79 kg 178 cm = 82 kg 2b.

180 cm = 84 kg 175 cm = 84 kg ✓

g) Vytvořte kruhový diagram podle tabulky hmotnostních kategorií. Hodnoty v diagramu uveďte v procentech:

70 kg
66 kg
79 kg
91 kg
88 kg
74 kg
83 kg
84 kg
84 kg

88 kg
82 kg
84 kg
78 kg
84 kg
99 kg
82 kg
1316 kg

16 .... 100 %

1 .... x %

x = 100 · 1 : 16 = 6,25 % ✓

P-8AB2: Pracovní list č. 10 vyplněný žákem z 8. třídy

5b. 4n.

MS V HOKEJI 2016

1) Když se hráči sjedou na MS v ledním hokeji, musí všichni projít lékařskou kontrolou, kde jsou zváženi a změřeni. Na soupisce české hokejové reprezentace se v roce 2016 objevila následující jména s údaji:

Post a číslo dresu	Jméno	Datum narození	Výška	Váha	Hůl
brankář 33	Pavel Francouz	3. 6. 1990	180 cm	70 kg	P
brankář 38	Dominik Furch	19.4.1990	180 cm	66 kg	L
obránce 6	Michal Kempný	8.11.1990	183 cm	79 kg	L
obránce 84	Tomáš Kundrátek	22.11.1989	188 cm	91 kg	P
obránce 47	Michal Jordán	17.7.1990	185 cm	88 kg	L
obránce 29	Jan Kolář	22.11.1986	183 cm	74 kg	L
obránce 5	Jakub Jeřábek	12.5.1991	178 cm	83 kg	L
obránce 52	Milan Doudera	1.1.1993	183 cm	84 kg	L
obránce 45	Radim Šimek	20.9.1992	183 cm	84 kg	L
útočník 14	Tomáš Plekanec	31.10.1982	180 cm	88 kg	L
útočník 88	David Pastrňák	25.5.1996	183 cm	82 kg	P
útočník 10	Roman Červenka	10.12.1985	180 cm	84 kg	L
útočník 43	Jan Kovář	20.3.1990	178 cm	78 kg	P
útočník 42	Petr Koukal	16.8.1982	175 cm	84 kg	L
útočník 22	Lukáš Kašpar	23.9.1985	188 cm	99 kg	L
útočník 26	Martin Zaťovič	25.1.1985	178 cm	82 kg	L

a) Do tabulky zapiš počet hokejistů patřících do příslušných hmotnostních kategorií.

50 kg – 59 kg	60 kg - 69 kg	70 kg – 79 kg	80 kg – 89 kg	90 kg – 99 kg
0	1	4	9	2

2b

b) Ve které kategorii je nejvíce hokejistů?

80 – 89 kg 1b.

c) Jaká je průměrná hmotnost 3 nejvyšších hokejistů? A jaká je průměrná hmotnost 4 nejnižších hokejistů? (výsledky zaokrouhlete na kg)

93 kg - 3 nejvyšších

2b.

d) Urči medián výšek hráčů. Výsledek zaokrouhli na cm.

e) Zamysli se, zda existuje závislost pozice hráče (brankář, útočník, obránce) na jeho hmotnosti.

tak ~~[illegible]~~ Určitě

f) Urči, zda platí, že čím vyšší je hráč, tím je i těžší (tzn., že platí přímá úměrnost). Pokud ano, zapiš vzorec této závislost. Pokud ne, najdi alespoň jednu dvojici hokejistů, u níž bude platit, že vyšší hráč váží méně než ten nižší.

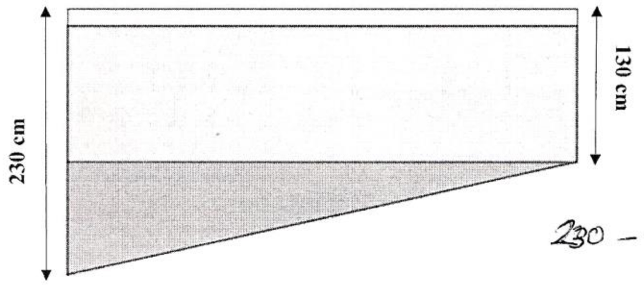
g) Vytvořte kruhový diagram podle tabulky hmotnostních kategorií. Hodnoty v diagramu uveďte v procentech:

P-9AB1: Pracovní list č. 11 vyplněný žákem z 9. třídy

1).

Pracovní list č. 11: Napouštíme a jedeme

1) Pan Novák si nechal na zakázku vyrobit bazén se šikmým dnem, takže když jdete z pravého konce na druhý, dostáváte se hlouběji a hlouběji. Profil tohoto bazénu vidíte na následujícím obrázku:



230 − 130 = 100

Každou hodinu od začátku napouštění bazénu pan Novák měřil výšku hladiny. Uběhlo 5 hodin a bylo napuštěno teprve celé dno. Pan Novák začal poté měřit výšku hladiny po 2 hodinách a vytvořil tabulku vyjadřující závislost výšky hladiny (h) na době napouštění (t). Čas je v hodinách a výška hladiny v cm.

−2,5b.

Čas (t)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**7**	**9**	**11**	**13**	**15**	+5 = 20
Výška hladiny (h)	30	52	71	87	100	116	132 +16	148 +16	164 +16	180 +40	220 ✓

230 − 10

40 : 8

a) Kterou hodinu napouštění stoupla hladina vody v bazénu nejrychleji a proč?

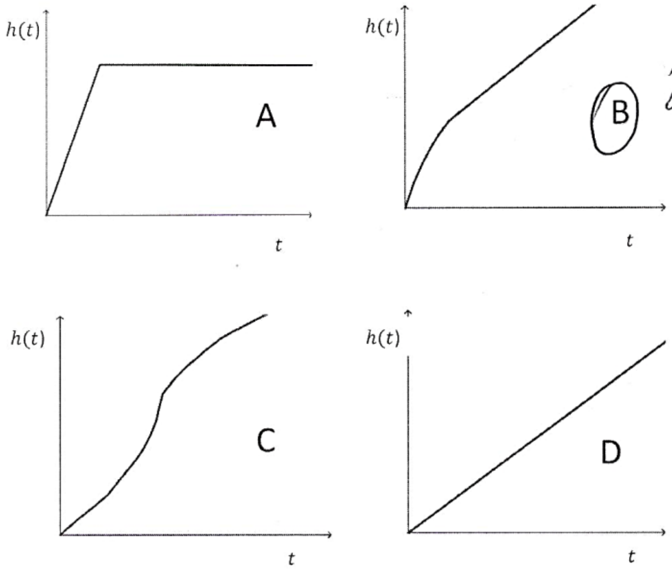
První 52 − 30 = 22
30 − 0 = 30
objem šikmého dna je menší než objem kvádru ✓

b) Doplň do tabulky vynechané údaje a do posledního sloupečku napiš, v kolik byl bazén naplněn, jestliže pan Novák zastavil přívod vody, když hladina byla 0,1 m pod okrajem bazénu.

2b.

1

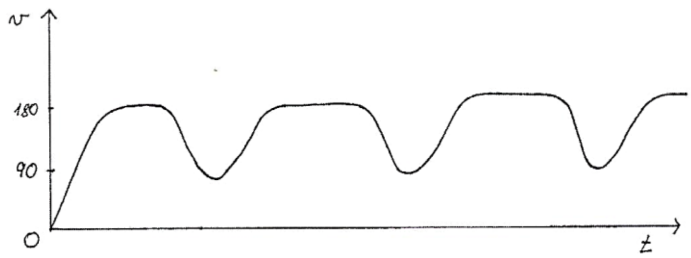
c) Z následujících grafů vyber ten, který nejlépe vystihuje danou situaci. Tedy závislost výšky hladiny na čase. Svůj výběr nezapomeň zdůvodnit.



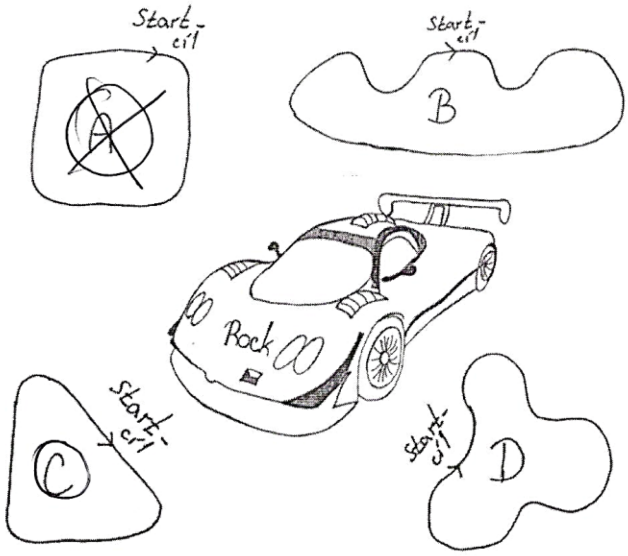
jiný nesedí

2b.

2) Jel se závod rychlých aut. Na následujícím grafu je zachyceno, jak se měnila rychlost závodního auta „Rock" v závislosti na čase při prvním průjezdu závodním okruhem.



Zkuste se zamyslet, kterému závodnímu okruhu tento graf odpovídá nejlépe a svou volbu zdůvodněte.



má 3 zatáčky a auto 3x zpomalilo

✓ 2 b.

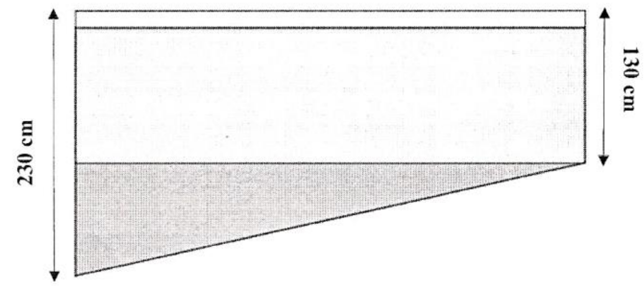
3

P-9AB2: Pracovní list č. 11 vyplněný žákem z 9. třídy

4b.

Pracovní list č. 11: Napouštíme a jedeme

1) Pan Novák si nechal na zakázku vyrobit bazén se šikmým dnem, takže když jdete z pravého konce na druhý, dostáváte se hlouběji a hlouběji. Profil tohoto bazénu vidíte na následujícím obrázku:



Každou hodinu od začátku napouštění bazénu pan Novák měřil výšku hladiny. Uběhlo 5 hodin a bylo napuštěno teprve celé dno. Pan Novák začal poté měřit výšku hladiny po 2 hodinách a vytvořil tabulku vyjadřující závislost výšky hladiny (h) na době napouštění (t). Čas je v hodinách a výška hladiny v cm.

Čas (t)	1	2	3	4	5	7	9	11	13	15	
Výška hladiny (h)	30	52	71	87	100	116	132	148	164	180	

2b

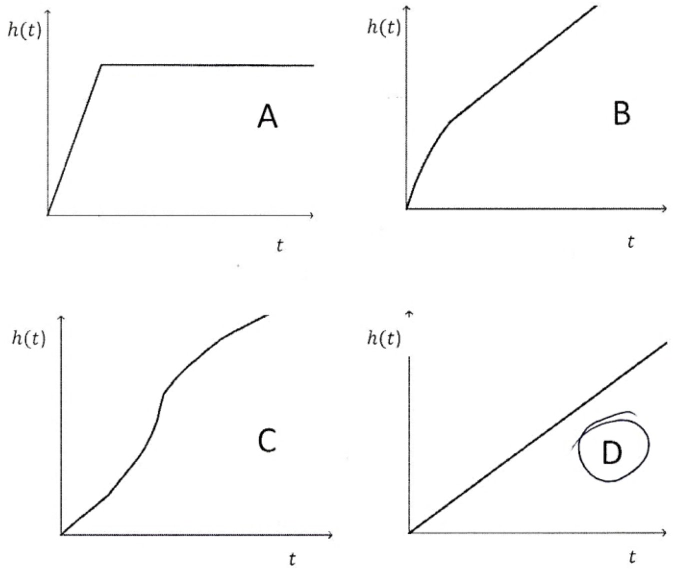
a) Kterou hodinu napouštění stoupla hladina vody v bazénu nejrychleji a proč?

~~Druhou~~ $52-30=22 \quad 71-52=19$ ×

b) Doplň do tabulky vynechané údaje a do posledního sloupečku napiš, v kolik byl bazén naplněn, jestliže pan Novák zastavil přívod vody, když hladina byla 0,1 m pod okrajem bazénu.

1

c) Z následujících grafů vyber ten, který nejlépe vystihuje danou situaci. Tedy závislost výšky hladiny na čase. Svůj výběr nezapomeň zdůvodnit.

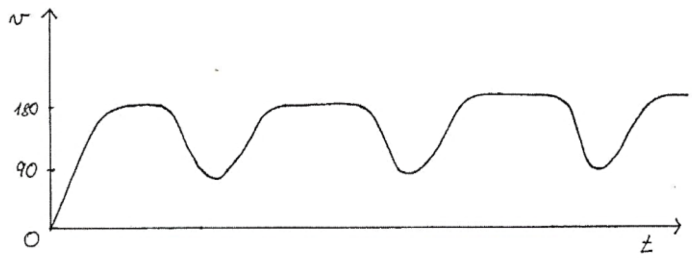


nevim

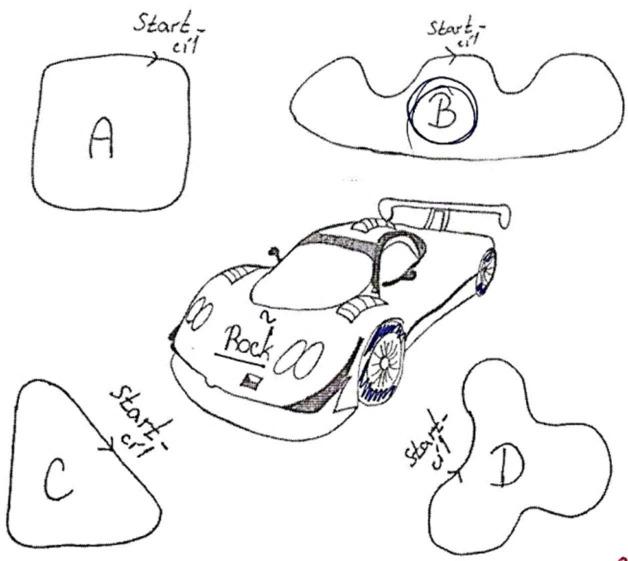
X

Ol.

2) Jel se závod rychlých aut. Na následujícím grafu je zachyceno, jak se měnila rychlost závodního auta „Rock“ v závislosti na čase při prvním průjezdu závodním okruhem.



Zkuste se zamyslet, kterému závodnímu okruhu tento graf odpovídá nejlépe a svou volbu zdůvodněte.



je to tomu podobný

X

0b