Pedagogická fakulta
Faculty of Education

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra

Diplomová práce

Pojmotvorný proces ve výuce geometrie na základní škole

Vypracoval: Bc. Soňa Samcová
Vedoucí práce: doc. RNDr. Helena Binterová, Ph.D.

České Budějovice 2017

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích 20.4.2017 ……………………………

Bc. Soňa Samcová

Rada bych tímto poděkovala doc. RNDr. Heleně Binterové, Ph.D. za vedení mé diplomové práce, za odborné rady, připomínky, nápady, náměty na literaturu a čas, který mi věnovala.

Anotace

Cílem diplomové práce je shromáždit informace v souvislosti s pojmotvorným procesem týkající se geometrie. Prostudování dostupné literatury a sepsání zásadních pojmů a faktů na dané téma. Součástí práce je sestavení sbírky úloh v souvislosti se zásadami pojmotvorného procesu i vzhledem k revizi Bloomovy taxonomie. Následné provedení aktivního výzkumu. Výzkum zjišťuje, jestli se problematika trojúhelníků na pěti třídách základních škol vyučuje podle zásad pojmotvorného procesu.

Klíčová slova

Pojmotvorný proces, formalismus, žák, verbalismus, konstruktivismus, Bloomova taxonomie

Annotation

The aim of the thesis is to gather information related to the concept formation process in geometry. Reading available literature and writing the basic terms and facts on a given subject. Part of the thesis is a collection of exercises related to the principles of the concept formation process and due to revision of Bloom's taxonomy. Then realization of active research. The research detects if the problematics of triangles in five classes of elementary school is taught according to the principles of the concept formation process.

Klíčová slova

Concept formation proces, formalism, pupil, verbosity, constructivism, Bloom's taxonomy

Obsah

1. Úvod

V této diplomové práci se budeme zabývat otázkou pojmotvorného procesu v geometrii. Velmi často se v matematice žáci setkávají s tím, že se daný vzorec prostě musí naučit. V posledních letech si tohoto faktu začali autoři učebnic pro základní školy uvědomovat. Z toho důvodu jsou novější učebnice psané jiným způsobem než doposud. Autoři se snaží dané matematické pojmy, vzorce, věty vysvětlit a odůvodnit jejich význam, tak aby žák byl schopen si vzorec sám odvodit. To je důvod, proč jsem si téma diplomové práce vybrala.

Pojmotvorný proces je aktuálně poměrně časté téma a v matematice velmi důležitý faktor, který při výuce musíme zohlednit. Proto je důležité, aby každý učitel matematiky byl s tímto pojmem seznámen. V teoretické části najdeme zásadní a shrnující informace právě o pojmotvorném procesu z dostupné literatury. Seznámíme se s důvody, proč k pojmotvornému procesu dochází. Dále se seznámíme s pojmy jako formalismus, verbalismus nebo transmisivní vyučování, vše vztažené k matematice. Zmíníme i revizi Bloomovy taxonomie.

Cílem praktické části diplomové práce je vyhledání úloh testující pojmotvorný proces v geometrii specifikovaný na trojúhelníky, kterým vznikne soubor úloh. Následné didaktické hodnocení vyhledaných úloh z pohledu revize Bloomovy taxonomie, které nám řekne, do jakých částí didaktických cílů současně pojmotvorný proces směřuje.

Součástí praktické části je i aktivní výzkum, který budeme provádět na sto žácích osmých ročníků základních škol. Výsledkem testováním žáků bude nahlédnutí, v jakých částech Blooomovy taxonomie nebyl pojmotvorný proces dostačující a kde naopak byl.

2. Teoretická část

2.1. Pojmotvorný proces

Matematický poznávací proces si získal svou pozornost v posledních letech. Objevuje se snaha nalézt a pochopit, jak poznávací proces v matematice funguje. Velmi důležitým poznávacím procesem v matematice je právě pojmotvorný proces. Snažíme se nalézt, jak pojmotvorný proces funguje a jak vzniká. Součástí je i vyhledání slabin, čímž lze dojít ke zkvalitnění výuky. Hejný (2004)

Matematické pojmy neexistují v přírodě ani ve společnosti, jejich existence je kvůli myšlenkovým procesům utvářející svět kolem nás. Nemají hmotnou existenci, tudíž jejich představa a domýšlení je velmi důležitou součástí matematiky. Hošpesová, Kuřina a kol (2011)

Hejný a Rybárová (1984) uvádí, že vytváření pojmu u člověka je velmi dlouhý a složitý proces. Člověk si vnitřně pojem přetváří do svého jazyka a ve své vlastní formulaci si pojem ukládá. Pojmotvorný proces se zaobírá analýzou kvalitativních změn. Kvalita v tomto psychickém procesu znamená hladinu abstrakce při ukládání pojmu ve vědomí člověka. Pojmotvorný proces podle daných kritérii dělíme na etapy:

1. Etapa - synkretická představa: spojení pojmu s životní zkušeností
2. Etapa - předmětná představa: pojem se začíná přetvářet, ale je stále úzce spojen s konkrétním předmětem
3. Etapa - intuitivně-abstraktní představa: pojem se odpoutá od předešlé asociace a vytváří se nová abstrakce
4. Etapa - strukturální představa – vzniklý abstraktní pojem se stává součástí matematické struktury

Při tvorbě různých představ pracujeme s mentálními operacemi.

Každá definice pojmu má relativní charakter, každý si daný pojem vysvětluje jinak a po svém. Při učení daného pojmu dojde každý do různé etapy. Pokud není dostatečná předmětná představa nebo žák nedojde postupně ke všem etapám, dojde k ukládání prázdných slov či frází bez pochopení podstaty. Hejný, Rybárová (1984)

Luhan (1990) píše o pojmotvorném procesu také ve spojitosti s představami. Ve svém díle uvádí, že není tím hlavním představa, ale abstrakce. Dělí pojmotvorný proces do pěti fází:

Motivace: Učitel pomocí motivace vytváří vnitřní vztah k danému problému.
Představa: Žák si vytvoří konkrétní obraz představy problému nebo jevu. Představa je ale jen přechodným stupněm přecházejícího k abstraktnímu poznání.
Pojem: Z představy si žák vytvoří v mysli pojem pomocí myšlení. Pojem je hlubším obrazem skutečnosti než představa, jelikož zachycuje i vnitřní souvislosti.
Definice: Spojením několika pojmů slovy získáme termín s vymezeným významem.
Osvojení si a zobecňování pojmu: Prohlubování, procvičování, začleňování atd.

„Pojmotvorný proces je výsledkem konkrétní činnosti člověka a jeho komunikace s jinými lidmi; touto aktivitou si člověk přivlastňuje hotové, historicky utvořené významy." Hejný a kol. (1990) s. 28

Právě mylný komunikační kanál mezi učitelem a žákem je dalším důvodem špatného pojmotvorného procesu. Učitel se domnívá, že pojmy jsou po výuce ve vědomí žáka vybudovány stejným způsobem jako u něho. Je to podobné, jako bychom poslouchali přednášku ve francouzštině, kterou ovládáme jen na základní úrovni.

Verbální a formální přístup k tvorbě pojmů způsobuje nižší úroveň matematických znalostí, ale má dopady i globálnější. Žákům je svět prezentován po dílčích částech a ne jako celek. Hejný, Rybárová (1984)

2.1.1. Zavádění pojmu

V matematice zavádíme pojmy dvojím způsobem induktivně nebo deduktivně, jak uvádí Luhan (1990).

Induktivně zavedený pojem

Při induktivní cestě vytváření pojmu následují fáze pojmotvorného procesu ve směru motivace, představa, pojem, definice, osvojení si a zobecnění. Využívá se spíše v nižších třídách.

Deduktivně zavedený pojem

Při deduktivní cestě následuje vytváření pojmu v opačném pořadí než v induktivní. Využívá se ve vyšších třídách základní školy.

2.1.2. Obsah a rozsah pojmu

Je samozřejmostí, že každý pojem má rozsah a obsah, dohromady pojem vymezují.

„ Např. obsahem pojmu trojúhelník jsou tyto charakteristické znaky:
trojúhelník je rovinný útvar,
vznikne průnikem tří polorovin,
má tři vrcholy,
má tři duté úhly,
obsahuje všechny úsečky, jejichž jedním krajním bodem je jeden z vrcholů trojúhelníka a druhým libovolný bod strany, na které tento vrchol neleží, atd.“ Luhan (1990) s. 103

Hovoříme-li o rozsahu trojúhelníka, jsou to trojúhelníky nejrůznějších tvarů. Mezi obsahem a rozsahem platí vztah: rozšíříme-li obsah, zúžíme jeho rozsah. Pojmy se žákům stávají jasnější tím, jak zkoumají jeho obsah a rozsah. Někdy ale žák není ještě mentálně vyspělý na to, aby pojem pochopil v jeho celém obsahu a rozsahu. Tedy bychom se k pojmu měli vrátit v budoucnu, kdy na látku navazujeme látku další. Samozřejmě pojmy rozsah a obsah v zavádění pojmů na základní škole nevyužíváme. Hovoříme o vysvětlování, názorných ukázkách, modelech, náčrtech, otázkách, o samostatné práci žáků, zařazovaní pojmu. Luhan (1990)

2.1.3. Zásady a problémy při pojmotvorném procesu

Motivace: Nejdříve volíme příklady, které jsou žákům bližší. Důležité je motivovat pomocí předmětů kolem žáků a mající je ve svém okolí.
Předcházení chybným představám: Učitel by měl těmto představám předcházet, tím že uvádí příkladů co nejvíce.
Pojem a soustava pojmů: Během pojmotvorného procesu musíme neustále propojovat a hledat souvislosti mezi novými a starými pojmy
Uvědomělé osvojování si pojmů, definic: Nové pojmy a definice zavádíme žákům přirozenou postupnou cestou.
Definice a jejich propedeutika: Až ve vyšších třídách seznamujeme žáky s pojmem definice, do té doby definici nepoužíváme. Hovoříme o daném objektu, ale nemluvíme o definici.
Formulace: Vždy při zavádění nového pojmu musíme dbát na přesné a výstižné vyjádření. Nesmíme dopustit mechanické učení.
Definice nadbytečná: Říká žákům až moc informací, někdy tyto definice přesto využíváme. Např. definice obdélníku.
Definice široká: Obsahuje velmi málo znaků a je moc stručná. Široká ji nazýváme proto, že její uplatnění je velmi široké a ne konkrétní.
Definice úzká: tyto definice naopak specifikují daný pojem více než je třeba a vymezuje některé jeho součásti.
Rozšiřování pojmu: Využíváme u pojmů, které nemůžeme zavádět hned, postupně přidáváme informace o daném pojmu.
Existence definovaného pojmu: Během definování předpokládáme existenci pojmu. Luhan (1990)

Kopka (1999) uvádí také několik problémů při tvorbě pojmů v matematice. Motivace je základní faktor, kterým se snažíme upoutat pozornost žáků na dané téma. Všechny poznávací procesy by měly začínat motivací. Samozřejmě motivovat žáky není jednoduché. Autor uvádí, že v matematice můžeme použít k motivaci určitý problém, který chtějí žáci vyřešit.

2.2. Žákův poznávací proces

V této kapitole je čerpáno z literatury Hejný (2001). Žákův proces poznání ovlivňuje školství a školství ovlivňuje kulturní a hlavně společenský vývoj. Škola by měla ve své klasické naukové složce předávat kulturní dědictví. Tím se vytváří otázka: Jaké jsou nejlepší podmínky pro přenos informací z učitele na žáka? Dostáváme se tedy ke komunikaci, procesu poznání, motivaci, připravenosti jedince atd.

Následující popis udává podrobnější pohled na proces poznání. Máme informaci, kterou učitel žákům předává. Ti žáci, kteří nedávají pozor, informaci nepřijímají. Jiní přijmou jen část informace a tu si uloží jako izolovanou informaci bez propojení. Zbytek žáků, který dával pozor, informaci zpracují, vytvoří si představu a propojí ji s jinými poznatky. Pokud zařadíme informaci k informacím příbuzným, hovoříme o uložení. Navíc dojde-li k propojení informace s již existujícím představou, jedná se o uchopení. Mezi uložením a uchopením není jasná hranice.

Žák informace nejen přijme, ale i vysílá. Během zkoušení, testování, odpovídání, počítání atd. Pro odpověď nebo výsledek musí žák přemýšlet, vytvořit představu a artikulovat ji. Dělá tedy část matematickou a část komunikační.

Následně mohou vznikat automatické spoje, tedy žákovi je odpověď hned jasná bez přemýšlení či tvorby představ. O kvalitě znalostí to ale nic nevypovídá, čili hovoříme o znalosti formální.

Informaci žák přijme i jako paměťový záznam bez představy, tento proces nazýváme reprodukcí toho, co žák slyšel.

2.3. Formalismus

„Za formální je považován takový poznatek, který má určitou formu, která umožňuje ekonomické použití, např. zapsání matematického poznatku vzorcem." Molnár, Schubertová, Vaněk (2007) s. 12

Pojmem formalismus rozumíme mechanické naučení daného pojmu bez skutečného pochopení. Tedy žák si osvojí jen formu a ne obsah, odtud formalismus. Molnár, Schubertová, Vaněk (2007)

Podle Molnára, Schubertové a Vaňka (2007) za formalismus může učitel. Právě jeho didaktické pojetí výuky matematiky je příčinou nedostatečného pochopení zásadních pojmů. Učitel nenaučí žáky nad daným problémem přemýšlet a hledat různé způsoby řešení. Důvodem bývá nedostatek času a velký počet žáků ve třídách. Nelze dávat vinu pouze učitelům, musí se brát v úvahu i dnešní pojetí vyučování. Výuka probíhá často transmisivně, učitel didakticky předává hotové informace žákům formou výkladu.

K formalismu dochází tím, že žák přijme informaci jako transmisivní. Transmisivní vyučování viz. 2.4.. Nepřijme ji jako rozšířený poznatek mezi své už prožité zkušenosti. To je zásadní důvod, proč k formalismu dochází. Hejný (2004)

Termíny naučené z paměti jsou hlavními nositeli formalismu v matematice. „Poznávací proces nemůžeme uměle zkracovat. Duševní pohyby rozšiřování zkušeností, přediferencování a hierarchizace pojmů je nutné uvědoměle řídit." Hejný, Rybárová (1984)

Formalismus v matematice má i své opodstatněné místo. Jsou algoritmy, které se žák učí formálně. Takovým algoritmem je například sčítání pod sebou. Díky tomu žák dokáže synchronizovat některé kognitivní funkce. Hejný (2004)

2.3.1. Znaky formalismu

- Převaha formy nad obsahem. Hlubší obsah žákovi uniká. Naučí se postup počítání, ale neví, proč to tak počítá.
- Rozdělení teorie a praxe. Žák odvypráví naučenou poučku, ale nedokáže ji vysvětlit na jiném příkladu.
- Převládá paměť.
- Umí jen určité tipy příkladů. Pokud má žák řešit příklad se stejným algoritmem, ale úloha je zadaná jinou formou než je zvyklý, je bezbranný. Molnár, Schubertová, Vaněk (2007)

2.3.2. Diagnostika formalismu

Diagnostikovat formalismus není až tak úplně jednoduchá věc. V podstatě hledáme do jaké hloubky má žák informaci uloženou ve svém vědomí a jak má informaci zařazenou do svých kognitivních map. Většinou se formalismus projeví sám, ale musí si ho učitel všimnout. Nejtěžší na diagnostice formalismu je najít pojem, který byl chybně naučen už v začátcích matematiky a vede poté k nabalování dalších špatně pochopených pojmů.

Zaměříme-li se na diagnostiku formalismu v matematice, je odhalení snadnější. V matematice stačí dávat žákovi příklady, které nejsou standartní a právě testují pojmotvorný proces. Pokud žák u většiny těchto příkladů není schopen dojít ke správnému řešení, formalismus je na světě. Hejný (2004)

2.3.3. Formalismus v geometrii

Formalismus je problém ve všech různých odvětvích matematiky, tedy i v geometrii. V geometrii se vyskytují z pohledu formalismu dva problémy a to nedostatek správných představ a neznalost terminologie. Žáci využívají pojmy, symboly, kterým vůbec nerozumí. Neznalost terminologie se dá předejít názornějším vysvětlením a ukázáním na různých příkladech. Molnár, Schubertová, Vaněk (2007)

2.3.4. Jak předejít formalismu

Aby vyučování nebylo formalistické, učitel by měl dodržovat zásady:

- Učit žáky přemýšlet nad daným matematickým problémem do hloubky.
- Nechávat žáky samostatně řešit problém, přiměřený jeho věku.
- Při vyučování dbát na didaktické zákonitosti.
- Mít důkladně promyšlenou výuku a brát v úvahu návaznost témat a praktické využití. Molnár, Schubertová, Vaněk (2007)

Podle Hejného (2004) je předcházení formalismu jednoduché, stačí nepředkládat žákům už hotové informace. Nevytvářet u nich separované pojmy, ale navést je, k propojení pojmů pojmy a tím dojít k tzv. vzezření. V podstatě nechat žáka, aby si k tomu poslednímu dílku skládačky došel sám. Tím si žák informace nejlépe zapamatuje a hlavně pochopí v celém kontextu. Následně žákům nebude dělat problém řešit nestandartní úlohy testující pojmotvorný proces, jelikož pojem pochopili v celém kontextu.

Pokud se budeme učit jazyky, nejlepší forma je komunikace a tak by to mělo být i v matematice. Velmi často se žákům ve školách předává už formulovaná informace, hlavně v matematice, ve formě definicí, vět, vzorců a faktů. Jenže komunikace je klíčovým zdrojem poznání a uvědomování. Neformálním vyučováním jako je dialog, je žák nucen vytvářet argumenty a o daném tématu přemýšlet. Hejný (2001)

2.4. Konstruktivismus

Je směr z druhé poloviny 20. století, kterým je zdůrazňována aktivní úloha člověka, význam jeho vnitřních předpokladů a důležitost jeho interakce s prostředím a společností. Hartl, Hartlová (2000)

Konstruktivismus znamená, že danou matematickou frázi, vzorec či větu každý žák bude chápat různým způsobem. Autoři uvádějí, že konstruktivistické vyučováním je učení s porozuměním, resp. smysluplnost učení. Vytváříme-li činnost, kterou individuálně podporujeme žákovo aktivní porozumění pojmů, jedná se o konstruktivistický přístup. Molnár, Schubertová, Vaněk (2007)

Je několik teorií, co přesně konstruktivismus způsobuje, od sociálních věd až po vnitřní předpoklady v pedagogických a psychologických procesech. Průcha a kol. (2003)

Myšlenka vytváření si vlastního poznání a konstrukce je velmi stará, přišel s ní už Sokrates. On pomáhal pomocí dialogů vést jedincovy myšlenky a přijít na odpověď či řešení svou vlastní cestou. Existuje několik faktorů, které podporují vytváření nových konstruktivistických poznatků. Nejpodstatnějším z nich je motivace. Právě motivace je hybným motorem, který nastartuje aktivitu žáka. K tomu aby byl žák motivován, je hlavní příčinou podmětné prostředí, kterému se žákovi dostává. Stehlíková (2004)

2.4.1. Konstruktivismus v matematice

Konstruktivismus v matematice je specifičtější než obecný konstruktivismus, jelikož bere v potaz odlišnosti matematiky od jiných předmětů na základní škole. Matematika má větší návaznost témat v RVP a také žák musí pojmy znát více do hloubky než u jiných předmětů. Tím se vytváří v matematice didaktický konstruktivismus a ten má tyto zásady:

- ,,Matematika je chápána jako specifická lidská aktivita, nejen jako její výsledek.
- Podstatnou složkou matematické aktivity je hledání souvislostí, řešení úloh a problémů, tvorba pojmů, zobecňování tvrzení, jejich prověřování a zdůvodňování.
- Poznatky jsou nepřenosné, vznikají v mysli poznávajícího člověka.
- Tvorba poznatků se opírá o zkušenosti poznávajícího.
- Základem matematického vzdělávání je vytváření prostředí podněcující tvořivost.
- K rozvoji konstrukce poznatků přispívá sociální interakce ve třídě.

- Důležité je použití různých druhů reprezentace a strukturální budování matematického světa.
- Značný význam má komunikace ve třídě a pěstování různých jazyků matematiky.
- Vzdělávací proces je nutno hodnotit minimálně ze tří hledisek: porozumění matematice, zvládnutí matematického řemesla, aplikace matematiky.
- Poznání založené na reprodukci informací vede k pseudopoznání, k formálnímu poznání.“ Hejný a Kuřina (2001)

Dále Stehlíková (2004) uvádí, že pokud učitel chce správně rozvíjet žákovo poznání, neměl by předávat už hotové informace, ale ukázat mu cestu, jak k poznání sám dospěje. V matematice je právě rozvíjení a navození navedení na správnou cestu velmi důležité. Učitel by měl při řešení úlohy navést žáka ke správnému řešení tak, aby k němu žák dospěl vlastní cestou. K tomu učitel potřebuje vést diskuzi s žákem a hovořit s ním o jeho postupu řešení a vnímat jeho kognitivní a metakognitivní poznání. Narážíme tímto na problém komunikace mezi žákem a učitelem. Aby byla diskuze co nejefektivnější a vedla k správnému konstruktivistickému pojetí vyučování, musí být správně vedena učitelem.

Chce-li učitel vést vyučování matematiky v konstruktivistickém pojetí, musí se zaměřit na studium matematiky samotné. Ne z pohledu forem, ale z pohledu řešení úloh a hledání různých cest, jak k výsledku úlohy lze dojít. Mluvíme o hypotézách, chybách, postupech, otázkách, experimentech. A o nahlížení na matematiku jako na umění. Umění, které obsahuje operace počítání, pozorování, konstruování, dokazování a abstrahování. Kuřina (2002)

2.5. Transmisivní vyučování

Uvedli jsme si konstruktivistický pohled na vyučování. Na stejné úrovni je i vyučování transmisivní. Pojďme si o něm také říci pár slov.

Zkráceně řečeno trasmisivní vyučování je vyučování zaměřené jen na výkon žáka a ne na jeho osobnost. Od žáka se očekává zapamatování co nejvíce informací a jejich následná aplikace. Nenahlíží, jestli žák ukládá informaci správně a zařazuje ji správně do svých hotových kognitivních map. Takové vyučování nazýváme instruktivní. Učitel žákům několikrát opakuje a vštěpuje hotové formulace definic a vztahů. Ví, že informací je velké množství a snaží se je odlehčit a usnadnit žákům učení zpaměti. Jedinou aktivitou žáka v tomto případě je naučit se co nejvíce holých faktů a umět je aplikovat na standartních úlohách.

Je důležité si na druhou stranu uvědomit, že transmisivní vyučování je jakýmsi základním stavebním kamenem. Určité informace či fakta, ze kterých se následně skládá konstruktivistický a formální přístup vyučování, se musíme naučit transmisivně. Stehlíková (2004)

Stejně píší o transmisivním vyučování i Molnár, Schubertová, Vaněk (2007)

Transmisivní vyučování se podle Hejného (2004) odlišuje i v komunikaci, volbě cílů a interakce. Pokud má žák přijmout transmisivní, už hotovu informaci, je její pochopení pro něho velmi složité a náročné. Tím se transmisivní vyučování spojuje s konstruktivistickým vyučováním. Žák k tomu, aby mohl informaci přijmout a správně ji zařadit mezi své zkušenosti, musí mít vytvořeny konstruktivistické poznatky. Jelikož k tomu žák není v transmisivním vyučování veden, dochází k neúplnému pochopení pojmu.

2.6. Verbalismus

Pokud žák učivo nechápe, a přesto chce dostat dobrou známku, nezbyde mu nic jiného než se učivo naučit nazpaměť. V některých případech, v matematice častých, učitel bere nepřesnost jako chybu, a tím nutí žáka k verbalismu. Následně žák bere matematiku jako něco, čemu nikdy plně neporozumí. Hejný a kol. (1990)

2.6.1. Matematický jazyk

Během vytváření matematického jazyka dochází k propojení slov či znaků s konkrétní myšlenkou nebo představou. Během tohoto procesu dochází k několika chybám.

Přiřazení chybné představy.
Nepřiřadí se ke slovu či znaku žádná představa.
Vytvoření představy bez slovního vyjádření.

Odhalení uložených chybných představ je velmi těžký úkol. Žák si neuvědomuje, že příčinou jeho neporozumění látky je právě špatná představa potřebného pojmu. Hejný a kol.(1990)

Verbální znalostí žáků nejsou hlavní složkou jejich poznání, protože nemají základ v jejich životních zkušenostech. Hejný, Rybárová (1984)

2.6.2. Přesnost

Přesnost v matematice je velmi relativní pojem. Když učitel svým jazykem předběhne úroveň myšlení žáka, dochází následně k verbalismu a formalismu. Žák se následně snaží zrychlit vývojový proces a vytváří špatné představy. Na další straně záleží i na srozumitelnosti učitelova pojetí učiva. Hejný a kol. (1990)

2.7. Geometrie

Během přípravy na vyučování se učitel zásadně zabývá, jakým způsobem dané pojmy žákům znázorní. Setkáváme se s termínem reprezentace. Reprezentace znamená způsob znázornění jevu nebo objektu. V matematice je důležitá reprezentace matematických poznatků tak, aby navozovala na komunikaci mezi žákem a učitelem, rozvíjela poznání a porozumění.

V geometrii se nejčastěji setkáme s pojmy model a modelování. Model je nejčastěji geometrický objekt. Modelování chápeme jako procesy, které modely vytváří, přetváří, obecně řečeno jsou to činnosti spojené s modely. Hošpesová, Kuřina a kol (2011)

Model má tyto vlastnosti:
„Model zastupuje konkrétní nebo abstraktní objekt nebo jev.
Model zjednodušuje realitu, zpřístupňuje reprezentovaný objekt nebo jev smyslovému vnímání.
Model obsahuje všechny znaky nezbytné pro rozpoznání reprezentovaného objektu nebo jevu.
Model slouží k vytvoření a vybavení představy objektu nebo jevu v mysli jedince.
Model umožňuje hlubší poznání reprezentovaného objektu nebo jevu.“ Hošpesová, Kuřina a kol (2011) s. 187

Pokud chceme říci, že daný žák ovládá matematickou gramotnost, musí umět s modely pracovat. Aby žák dokázal sám modelovat, je potřeba hlubších matematických cílů, jako je tvořivost. Opět se setkáváme se skutečností, že modely a modelování je nahrazeno hotovými poznatky. Tím, že žák neporozumí, jak modely fungují, stěžuje jeho používání.

2.7.1. Geometrická představivost

Modelování je nejlepší a nejvhodnější prostředek při výuce geometrie. Během této činnosti získávají žáci jak vizuální tak i taktilní představu o podmětech. Dá se říci, že modelování přispívá ke zkvalitnění geometrické představivosti. Nejčastěji se setkáváme s modelováním v geometrii v trojrozměrném prostoru. Pro správné zvládnutí studia matematiky musíme ovládat představivost hlavně v dvojrozměrném prostoru. Hošpesová, Kuřina a kol (2011)

„Pěstovat geometrickou představivost znamená učit vidět geometrii kolem sebe, poznávat svébytný svět geometrie, rozumět jeho zákonitostem a používat je v běžných situacích.“ Hošpesová, Kuřina a kol (2011) s. 199

Pokud žák ovládá geometrickou představivost, dokáže si geometrické objekty představit, a dokonce s nimi manipulovat. Geometrická představivost je základní složkou matematické gramotnosti, díky ní dokáže řešit geometrické úlohy. Hošpesová, Kuřina a kol (2011)

2.7.2. Modelování a řešení úloh

Řešení úloh, při kterých bývá zapotřebí modelování, bývá někdy rozmanité. Nejčastěji hovoříme o geometrických úlohách. Jak obecně víme, někdy v matematice lze dojít k řešení několika cestami. Platí to i v geometrii, někdy může žák s modelem pracovat jiným postupem, než měl učitel v plánu, a přesto tento žák dojde ke správnému řešení. Měli bychom žáky nechávat, aby si zvolili vlastní cestu řešení. Hošpesová, Kuřina a kol (2011)

2.7.3. Abstraktní poznání

Proces abstrakce je pro matematiku velmi důležitý. Veškeré představy se vytváří po kontaktu s realitou již v předškolním věku např. geometrické tvary, přirozená čísla. Dítě řeší aktuální problémy a získává zkušenosti. Důležitým krokem je přeměna zkušeností na nový pojem. Tento proces neboli objevitelské štěstí nazýváme abstrakční zdvih. Abstrakční zdvih je ukončení etapy prvotních zkušeností, zařazení subjektu do určitého souboru a následné vytvoření pojmu. Tímto proces nekončí, dále se musí pojem zařadit do struktury dosavadního poznání. Hejný (2001)

Abstraktní poznání je opřeno o symboliku a jazyk. Pokud dítě při učení počtů do deseti už nevyužívá prsty, hovoříme právě o abstraktním poznání. Dítě přešlo přes názorné ukázání na představu. Stejným způsobem pracuje abstrakce i v geometrii. Abstrakční zdvih odpovídá změně vnímání geometrických objektů. Hejný (2004)

Sama abstrakce je hlavním a zásadním rysem v matematice. Abstrakci můžeme vysvětlit jako analyzující myšlení o daném jevu. Díky ní dochází k hlubšímu poznání jevu. Abstrakce je odlišná kvůli cílům daného předmětu. U matematiky má abstrakce svá specifika: vytváří velmi jednostranný obraz skutečnosti, hlavními znaky jsou stupňovitost a operativnost. Právě jednostranným obrazem se abstrakce matematická velmi liší od ostatních. Luhan (1990)

2.8. Náprava

Špatné vytvoření a uložení pojmů podle dostupné literatury způsobuje verbalismus a formalismus. Pojďme se následně podívat, jak se dá tento problém napravit.

Nejdůležitějším a prvotním problémem je zabránit, aby k chybným představám vůbec nedocházelo. Toho docílíme důkladným utvářením představ a zachováním hierarchie etap zmíněných v předešlých kapitolách. Modely a ukázky pojmu musí být co nejpestřejší. Pokud již chybná představa existuje, důležitá je její diagnóza, nejčastěji písemná. Při vytváření pojmů by žák za chybu neměl být hned klasifikován, měl by mít možnost si chybu sám uvědomit a napravit ji. Učitelova úloha je hledat příčinu vzniklé chyby a eliminovat ji. Hejný a kol. (1990)

2.9. Revidovaná Bloomova taxonomie

V této kapitole je čerpáno z Byčkovského a Kotáseka (2004). Celý vzdělávací proces směřujeme k nějakým výsledkům. Tyto vzdělávací cíle se staly objektem teoretických úvah, při vytváření kurikula, didaktických testů a při plánovaní výuky. Tzv. zlom nastal v roce 2001, kdy byla zveřejněná teorie vzdělávacích cílů neboli revize Bloomovy taxonomie vzdělávacích cílů. Za touto teorií stáli Lorin W. Anderson a David R. Krathwohl. Jedním z hlavních důvodů vzniku revize byl pocit nezbytnosti začlenit do taxonomie i nové poznatky z kognitivní psychologie, které vznikly po vzniku klasické Bloomovy taxonomie. Revizí došlo k širšímu využití taxonomie.

Obsahem taxonomie je dimenze nazvaná kognitivní procesy. Nová druhá dimenze, kterou obsahuje revidovaná taxonomie, jsou poznatky. Obě dimenze jsou rozšířené ještě do subkategorií.

HLAVNÍ TYPY A SUBTYPY		DEFINICE / Příklady
A	**FAKTICKÉ POZNATKY**	**Základní poznatkové prvky, které si žáci musí osvojit, aby byli schopni orientovat se v příslušném oboru nebo v něm mohli řešit úlohy a problémy**
Aa	**Terminologie**	Soubor technických termínů; symboly používané v notopisu
Ab	**Konkrétní poznatky**	Hlavní přírodní zdroje; důvěryhodné zdroje informací
B	**KONCEPTUÁLNÍ POZNATKY**	**Vzájemné vztahy mezi poznatkovými prvky uvnitř větší struktury, která podporuje jejich vzájemnou funkčnost**
Ba	**Klasifikace a kategorie**	Periodizace geologických období; formy vlastnictví
Bb	**Zákonitosti a zobecnění**	Pythagorova věta; zákon nabídky a poptávky
Bc	**Teorie, modely a struktury**	Evoluční teorie; struktura zákonodárných orgánů
C	**PROCEDURÁLNÍ POZNATKY**	**Pracovní postupy, metody zkoumání, výběr vhodných činností, algoritmů, technik a metod**
Ca	**Specifické postupy a algoritmy používané v příslušném oboru**	Postupy potřebné k malování vodovými barvami; algoritmus pro dělení celými čísly
Cb	**Specifické techniky a metody používané v oboru**	Techniky interview; experimentální metody
Cc	**Kritéria v příslušném oboru, která umožňují vybrat vhodný postup**	Kritéria umožňující stanovit, kdy je vhodné použít 2. Newtonův pohybový zákon; kritéria používaná k posouzení příslušné metody odhadu provozních nákladů
D	**METAKOGNITIVNÍ POZNATKY**	**Obecné poznatky o poznávání včetně uvědomování si vlastních kognitivních procesů**
Da	**Obecné strategie učení, poznávání a řešení problémů**	Poznatky o způsobech pořizování výpisků, které postihují strukturu tematického celku uvedeného v učebnici; schopnost používat heuristické metody
Db	**Znalosti kognitivních úloh včetně kontextu a podmínek**	Poznatky o různých druzích otázek a úloh, které jednotliví učitelé zadávají při zkouškách; znalost kognitivních nároků, které klade řešení různých úloh
Dc	**Sebepoznání**	Uvědomování si, že posuzování esejů patří k osobním přednostem, zatímco psaní esejů patří k osobním slabinám; uvědomování si vlastní úrovně poznání

Obr. č. 1: Revidovaná Bloomova taxonomie: Dimenze poznatků

KATEGORIE o kognitivní procesy	Alternativní vyjádření	DEFINICE / Příklady
1 ZAPAMATOVAT SI	**Vybavovat si příslušné znalosti z dlouhodobé paměti**	
1.1 Znovupoznávání	Identifikování	Lokalizování znalostí z dlouhodobé paměti, které jsou konzistentní s předloženými údaji (např. znovu poznat důležitá data historických událostí)
1.2 Vybavování	Vyvolávání z paměti	Vyvolávání znalostí z dlouhodobé paměti (např. vybavit si důležitá data historických událostí)
2 POROZUMĚT	**Konstruovat význam sdělení zprostředkovaného ústně, písemně nebo graficky**	
2.1 Interpretování	Převádění, parafrázování, vyjadřování, zjednodušování	Převádění z jedné vyjadřovací formy do jiné (např. převést z numerické formy do verbální; parafrázovat veřejné projevy a důležité dokumenty)
2.2 Dokládání příkladem	Ilustrování, uvádění příkladu	Ilustrování pojmu nebo zákonitosti vhodným příkladem (např. uvést konkrétní příklady různých způsobů malby)
2.3 Klasifikování	Kategorizování, zařazování	Určování, že něco patří do určité kategorie (např. klasifikovat pozorované nebo popsané případy duševních poruch)
2.4 Sumarizování	Abstrahování, zobecňování	Formulování hlavní myšlenky nebo východisek (např. napsat krátké shrnutí událostí zachycených na videozáznamu)
2.5 Usuzování	Odvozování závěrů, interpolování, extrapolování, predikování	Odvozování logických závěrů z předložených informací (např. při učení se cizím jazykům odvodit gramatické pravidlo z předložených příkladů)

Obr. č. 2: Revidovaná Bloomova taxonomie: Dimenze kognitivních procesů

KATEGORIE a kognitivní procesy	Alternativní vyjádření	DEFINICE / Příklady
2.6 Srovnávání	Porovnávání kontrastů, mapování, přiřazování	Určování shod a rozdílů mezi dvěma myšlenkami, předměty nebo jevy (např. porovnat historické události se současnými)
2.7 Vysvětlování	Konstruování modelů	Konstruování kauzálního modelu situace, stavu nebo systému (např. vysvětlit příčiny událostí ve Francii v 18. století)
3 APLIKOVAT	**Používat známé postupy v daných situacích**	
3.1 Aplikování	Používání postupů	Aplikování známých postupů při řešení běžných úloh (např. dělit celé víceciferné číslo jiným celým číslem)
3.2 Implementování	Využívání	Aplikování známých postupů v nových situacích (např. využít 2. Newtonova pohybového zákona v situaci, kdy je to vhodné)
4 ANALYZOVAT	**Rozkládat celek na podstatné části, určovat jejich vzájemné vztahy a jejich vztah ke struktuře celku nebo jeho účelu**	
4.1 Rozlišování	Odlišování, diferencování, vyčleňování, vybírání	Odlišování podstatných a nepodstatných nebo důležitých a nedůležitých částí předloženého celku (např. rozlišit mezi podstatnými a nepodstatnými číselnými údaji v zadání matematické slovní úlohy)
4.2 Strukturování	Vyhledávání souvislostí, uspořádávání, rozebírání, vyčleňování	Určování místa nebo funkce prvků uvnitř struktury (např. provést větný rozbor; ze souboru fakt, která jsou podkladem popisu určité historické události, vyčlenit fakta podporující a fakta nepodporující vysvětlení této události)
4.3 Přisuzování	Dekonstruování	Vymezování stanoviska, zkreslení, hodnoty nebo záměru předloženého sdělení (např. vymezit stanovisko autora eseje z hlediska jeho politického přesvědčení)
5 HODNOTIT	**Vyjadřovat hodnotící stanoviska na základě kritérií a norem**	
5.1 Ověřování	Přezkoumávání, testování, monitorování	Odhalování nedůsledností a omylů v procesu nebo výsledku poznání; stanovování, zda proces nebo jeho výsledky jsou v souladu s vnitřními kritérii; zjišťování efektivity použitého postupu (např. stanovit, zda badatelovy závěry vyplývají ze zjištěných dat)
5.2 Posuzování	Vyjadřování kritických soudů	Odhalování nesouladu mezi formulovanými závěry a zvnějšku danými kritérii, posuzování, zda je postup při řešení daného problému vhodný (např. posoudit, která ze dvou metod je vhodnější k řešení daného problému)
6 TVOŘIT	**Skládat prvky tak, aby vytvářely koherentní nebo funkční celek; reorganizovat prvky do nových struktur a modelů**	
6.1 Generování	Formulování hypotéz	Formulování alternativních hypotéz založených na vymezených kritériích (např. navrhnout hypotézy týkající se pozorovaných jevů)
6.2 Plánování	Navrhování, projektování	Navrhování postupu pro řešení problému (např. navrhnout plán výzkumné studie na dané historické téma)
6.3 Vytváření	Konstruování	Vytváření originálních děl (např. navrhnout architektonické řešení budov pro určitý účel)

Obr. č. 3: Revidovaná Bloomova taxonomie: Dimenze kognitivních procesů

Pro hodnocení a celkovou práci je využívána taxonomická tabulka, která je upravená podle Andersona a Krathwohla. Tato tabulka je využita i při didaktickém rozboru vyhledaných úloh v praktické části.

Tab. č. 1 : Tabulka z revize Bloomovy taxonomie od Andersona a Krathwohla

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální						
procedurální						
metakognitivní						

3. Praktická část

V této části diplomové práce jsme vyhledali nad devadesát úloh, které jsou jiné než ostatní. Právě tím, že jsou úlohy jiné, testují znalosti různých kognitivních procesů i různé poznatky. Podle toho, jak žák zvládá tyto netypické úlohy, se dá nahlédnout do pojmotvorného procesu, který probíhal při učení daných pojmů. Jelikož je geometrie plná pojmů, museli jsme vybrat užší okruh, zvolili jsme trojúhelníky. Příklady jsme vybírali z učebnic používaných na základních školách při výuce trojúhelníků v 7. třídách druhého stupně, popřípadě z různých sbírek příkladů i učebnic pro víceletá gymnázia.

Následně jsme úlohy hodnotili z pohledu Bloomovy taxonomie. Nejdříve jsme pracovali s klasickou Bloomovou taxonomií, jenže se ukázala jako nedostačující. U některých příkladů nebylo zřetelně jasné, do jaké kategorie je zařadit. Proto jsme začali pracovat z revizí Bloomovy taxonomie, která se ukázala vhodnější (seznámili jsme se s ní v teoretické části). Úlohy jsme hodnotili pomocí tabulky, kterou jsme si ukázali v teoretické části. Nejdříve jsme se snažili nalézt, jaké kognitivní procesy žák používá při řešení daného příkladu. Mezi kognitivní procesy řadíme zapamatovat si, porozumět, aplikovat, analyzovat, hodnotit, tvořit. Dále hodnotíme, jaké využívá žák poznatky, jestli faktické, konceptuální, procedurální či metakognitivní. Jelikož by hodnocení jednou osobou mohlo vést k subjektivním výsledkům, na hodnocení se podíleli i zkušení a začínající učitelé. Součástí praktické části je i akční výzkum.

3.1. Souhrn úloh

V této kapitole nalezneme soubor devadesáti jedna příkladů vyhledaných z různých učebnic a sbírek pro 7. ročník základních škol nebo pro víceletá gymnázia. Souhrn použité literatury se nachází v poslední kapitole diplomové práce.

Pod každým z příkladů najdeme tabulku, ve které je zakřížkované, co daný příklad zjišťuje právě z pohledu revize Bloomovy taxonomie. Abychom zamezili subjektivnímu hodnocení příkladů, nalezneme v tabulce různě barevné křížky. Černé křížky patří autorce diplomové práce, označme U_1, červené zkušeným učitelům matematiky U_2, modré začínající učitelce U_3. Všechny uvádějící tabulky nejsou vzhledem k četnosti číslovány, mají informativní charakter a není na ně dále konkrétně odkazováno.

1. *Je možné přetnout kostku rovinou tak, aby řezem byl:*
   a. *rovnostranný trojúhelník*
   b. *rovnoramenný trojúhelník*
   c. *různostranný trojúhelník*
   d. *ostrý trojúhelník*
   e. *pravoúhlí trojúhelník*
   f. *tupoúhlý trojúhelník*
   g. *čtverec*
   h. *obdélník*
   i. *kosočtverec*
   j. *lichoběžník*
   k. *pětiúhelník*
   l. *šestiúhelník*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			X			X
konceptuální			XX	X		
procedurální						XXX
metakognitivní						

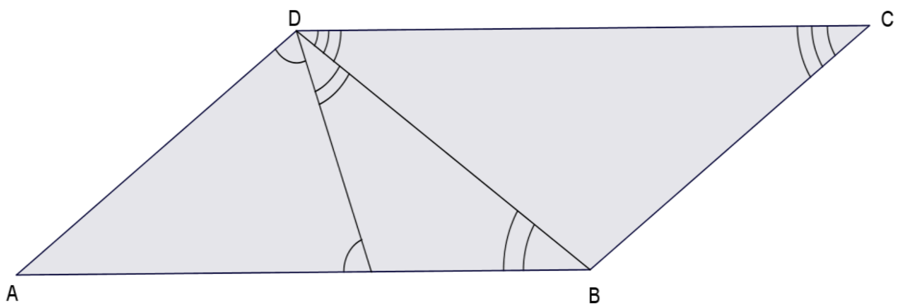
2. *Je dáno pět úseček s délkami 1, 3, 5, 7 a 9 cm. Kolik různých trojúhelníků je možné sestrojit z těchto úseček?*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		X		XXX		
konceptuální		X				XX
procedurální						XX
metakognitivní						

3. *V rovině je dán rovnostranný trojúhelník ABC se středy stran P, Q, R. Kolika způsoby můžeme rozdělit trojúhelník ABC na čtyři menší trojúhelníky, jejichž vrcholy jsou prvky množiny bodů A, B, C, P, Q, R?*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			X	XX		
konceptuální						
procedurální						XX
metakognitivní						XX

4. *Rovnoběžník je složen ze tří rovnoramenných trojúhelníků, které nejsou shodné. Zjistěte velikosti vnitřních úhlů rovnoběžníku.*



Obr. č. 4: Náčrt k zadání č. 4

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální			X	XX		
procedurální		XXXX		X		
metakognitivní						

5. *Narýsujte trojúhelník ABC: |AB|= 5 cm, |BC|= 10 cm, |AC|= 6 cm. Uvnitř strany AC sestrojte bod X a uvnitř strany BC bod Y tak, aby platilo: XY || AB a současně |AX| = |XY|.*

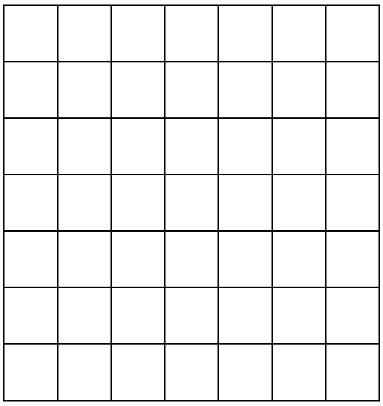
	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						X
konceptuální			X			
procedurální			XX			XXX
metakognitivní			X			

6. *Narýsujte libovolný trojúhelník ABC a uvnitř něj zvolte bod X. Sestrojte k bodu X body souměrně sdružené podle přímek AB, AC, BC a označte je K, L, M. Vyznačte průnik trojúhelníků ABC a KLM. Zjistěte, zda tímto průnikem může být trojúhelník, čtyřúhelník, pětiúhelník atd. Měňte tvar trojúhelníku i polohu bodu X.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		X				X
konceptuální					XX	
procedurální					X	X
metakognitivní						

7. *Zakresli do čtvercové sítě trojúhelník tak, aby jeho obsah byl 1 cm^2 a přepona větší jak 2 cm. Čtvercová síť je 1 cm x 1cm.*

Tab. č. 2 : Doplňující zadání č.7



	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		X		X		
konceptuální				XX		XXX
procedurální						
metakognitivní			X			

8. *Sestrojte rovnoramenný trojúhelník CDE, je-li dáno: $|CD| = 6$ cm, $|\sphericalangle DCE| = 50°$, $|\sphericalangle CED| = 80°$.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XX	XX		
konceptuální			X			
procedurální	XXX					
metakognitivní						

9. *Narýsujte trojúhelník KLM, jsou-li dány velikosti všech jeho středních příček.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální			XXX			
procedurální		XXX				XX
metakognitivní						

10. *Narýsujte trojúhelník ABC, znáte-li* |*AB*|, |*AT*|, |*TB*|.

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální	X		XX	X		
procedurální						XX
metakognitivní	X	X				

11. *Sestrojte trojúhelník KLM, je-li dáno:* $|KL| = 5$ *cm,* $|LM| = 6$ *cm,* $v_m = 4$ *cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální	X		XXX			
procedurální	XX		X			XX
metakognitivní						

12. *Rozděl úsečku na tři části tak, aby z těchto tří částí nebylo možné sestrojit trojúhelník. 20 cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		X				
konceptuální		XXX				
procedurální						
metakognitivní	XX		X			

13. *Sestrojte rovnostranný trojúhelník KLM, má-li kružnice opsaná poloměr 3 cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			X			XX
konceptuální			XXX	X		
procedurální						X
metakognitivní						

14. *Trojúhelník ABC rozdělte na tři části stejného obsahu, za pomoci dvou přímek vedených bodem A.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální		XX				
procedurální			XX			XX
metakognitivní		XX				

15. *Je dán trojúhelník ABC, obdélník KLMN a bod P. Sestrojte úsečku XY takovou, že bod X leží na hranici trojúhelníka ABC, bod Y na hranici obdélníka KLMN a bod P je jejím středem.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální				XXX		
procedurální			X			XXXX
metakognitivní						

16. *Trojúhelník má obvod 2,5 m. Vypočtěte délku strany c, jestliže víte, že platí $a = 1{,}2$ m, $b = 8{,}2$ dm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální	XXX		XX			
procedurální		X		X		
metakognitivní						

17. *Trojúhelník má obsah 3,5 dm^2 a výšku $v_a = 7$ cm. Vypočtěte délku strany a.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální		X	XXX			
procedurální	XXX	X				
metakognitivní						

18. *Stěny stanu se čtvercovou základnou o délce strany 2,2 m tvoří čtyři rovnoramenné trojúhelníky. Výška rovnoramenného trojúhelníku tvořícího stěnu je 2 m a na zabrání při šití se počítá 5% látky navíc. Vypočítejte spotřebu látky na ušití stanu.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické				X		
konceptuální				XX		
procedurální		X	XXXX			
metakognitivní						

19. *Rozhodni, zda půjde sestrojit trojúhelník s délkami stran*

a. *3 cm, 4 cm, 5 cm*

b. *6 cm, 2 cm, 2 cm*

c. *1 cm, 2 cm, 3 cm*

d. *10 cm, 10 cm, 1 cm*

e. *0,5 cm, 5 cm 50 mm*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		XXXX			X	
konceptuální						
procedurální	X					X
metakognitivní						

20. *Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno: a = 6 cm, b = 5 cm,* $v_a = 3$ *cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			X			
konceptuální			XXX			
procedurální	XXX	X				X
metakognitivní						

21. *Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno: b = 5 cm, α = 60°,* $v_b = 3$ *cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			X			
konceptuální			XX	X		
procedurální	XX	XX				X
metakognitivní						

22. *Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno: c = 7 cm, α = 30°,* $t_c = 5{,}5$ *cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální		X	XX	X		
procedurální		XX	XX			
metakognitivní						

23. *Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno: a = 6,5 cm, t_a = 4 cm, v_c = 3 cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální				XXX		
procedurální			XXXX			X
metakognitivní						

24. *Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno: a = 7,2 cm, β = 72°, γ = 34°.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální			XXX	X		
procedurální	X	XX				X
metakognitivní						

25. *Sestrojte trojúhelník XYZ, je-li dáno: XZ = 9,5 cm, YZ = 4,2 cm, $\sphericalangle XYZ$ =140°.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické				X		
konceptuální			XXX	X		
procedurální			X	X		X
metakognitivní						

26. *Sestrojte pravoúhlý trojúhelník ABC s přeponou AB, je-li dáno: a = 2,5 cm, b = 6,4 cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální			XXXX			X
procedurální		X		XX		
metakognitivní						

27. *Sestrojte pravoúhlý trojúhelník CDE s přeponou CE, je-li dáno: DE =6 cm, ∢DEC = 54°.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální			XXX	X		
procedurální		XXX	X			
metakognitivní						

28. *Sestrojte trojúhelník PQR, je-li dáno: PR = 6,2 cm, ∢QPR =105°, ∢PQR =78°.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální			XXX	X		
procedurální	X	XX				X
metakognitivní						

29. *Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno: a = 4,5 cm, b = 6 cm, c = 7,5 cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		X	XXX			
konceptuální	XXX					
procedurální			X			
metakognitivní						

30. *Sestrojte rovnoramenný trojúhelník EFG se základnou EF, je-li dáno: EF = 3 cm, FG = 6 cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		X	XX			
konceptuální	XXX					
procedurální			XX			
metakognitivní						

31. *Sestrojte rovnoramenný trojúhelník EFG s hlavním vrcholem E, je-li dáno: EF = 3 cm, FG = 6 cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XXX	X		
konceptuální	XXX		X			
procedurální						
metakognitivní						

32. *Sestrojte rovnoramenný trojúhelník RST se základnou RS, je-li dáno: ST = 4,5 cm, ∢STR = 110°.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální		X	XX			
procedurální	XXXX		X			
metakognitivní						

33. *Sestrojte pravoúhlý, rovnoramenný trojúhelník STU, jehož základna ST má délku 5,7 cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální	XX		XXX			
procedurální		XXX				
metakognitivní						

34. *Trojúhelník ABC má vnitřní úhly o velikostech $\alpha = 32°$, $\beta = 83°$, $\gamma = 65°$. Vypočtěte velikosti všech vnějších úhlů.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		XXXX	X			
konceptuální	XX		X			
procedurální						
metakognitivní						

35. *Určete velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku ABC, má-li vnější úhel při vrcholu A velikost 82°20´ a vnější úhel při vrcholu B velikost 170°.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		XX				
konceptuální	XX	XX		X		
procedurální			X			
metakognitivní						

36. *Vnější úhly trojúhelníku ABC jsou jako obvykle označeny α_1, β_1 a γ_1. Připravte si tabulku podle vzoru a doplňte ji údaji o čtyřech různých trojúhelnících ABC.*

α	β	γ	α_1	β_1	γ_1
20°		*130°*			
	75°				*110°*
		18°		*62°*	
			51°	*149°*	

Tab. č. 3: Doplňuje zadání č. 36

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		XXX			X	
konceptuální				X		
procedurální	X	XX				
metakognitivní						

37. *Určete délky stran trojúhelníku, znáte-li délky jeho středních příček 2 cm, 3,5 cm a 3 cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální			XXXX			
procedurální		XXX	X			
metakognitivní						

38. *Délky středních příček trojúhelníku RST jsou 5 cm, 3,4 cm a 6,7 cm. Vypočtěte obvod trojúhelníku RST.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální		X	XXXX			
procedurální		XXX				
metakognitivní						

39. *V trojúhelníku ABC jsme změřili délky stran b, c i všech tří těžnic b = 6,6 cm, c =8,6 cm, t_a =8,1 cm, t_b = 6,2 cm, t_c = 6,6 cm. Těžnice se protínají v těžišti T. Určete délky stran*

f. trojúhelníku ABT

g. trojúhelníku ATC.

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické				XXXX		
konceptuální						
procedurální		XX	XXX			
metakognitivní						

40. *Sestrojte trojúhelník ABT, je-li AB = 8,7 cm, BT = 5 cm, AT = 4 cm. Pak narýsujte trojúhelník ABC tak, aby bod T by jeho těžištěm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			X	X		
konceptuální		XX	XX			
procedurální		XX				
metakognitivní						

41. *Uspořádejte podle velikosti strany a, b, c trojúhelníku ABC, jestliže pro velikosti jeho vnitřních úhlů platí:*

a. $\beta = 42°$, $\gamma = 75°$

b. $\alpha = 16°$, $\beta = 100°$

c. $\alpha = 61°$, $\gamma = 59°$

d. $\alpha = 40°$, $\beta = 70°$

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		X			X	
konceptuální	XXX	XXX				
procedurální						
metakognitivní						

42. *Úhel při hlavním vrcholu rovnoramenného trojúhelníku má velikost 63°. Rozhodněte, zda je delší rameno nebo základna tohoto trojúhelníku.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické				XXX	X	
konceptuální		X	XX			
procedurální						
metakognitivní						

43. *Sestrojte trojúhelník XYZ, je-li dáno:* $XY = 6$ *cm,* $\sphericalangle ZXY = 30°$, $\sphericalangle XYZ = 75°$.

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			X	XX		
konceptuální		XX	XX			
procedurální			X			
metakognitivní						

44. *Sestrojte trojúhelník DEF, je-li dáno: EF = 5,5 cm, ∢EFD = 50°, ∢FDE = 100°.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			X	XX		
konceptuální		XX	XX			
procedurální			X			
metakognitivní						

45. *Sestrojte trojúhelník EFG, je-li dáno: EF = 6,5 cm, FG = 4 cm, ∢FGE = 60°.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XXX	X		
konceptuální		XXX				
procedurální			X			
metakognitivní						

46. *Sestrojte trojúhelník XYZ, je-li dáno:*

a. $XY = 6$ cm, $YZ = 8$ cm, $ZX = 5{,}5$ cm

b. $XY = 6$ cm, $YZ = 8$ cm, $\sphericalangle XYZ = 60°$

c. $XY = 6$ cm, $\sphericalangle ZXY = 30°$, $\sphericalangle XYZ = 60°$

d. $XY = 6$ cm, $YZ = 8$ cm, $\sphericalangle ZXY = 60°$

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapamatovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XXX			
konceptuální	XX	XX				
procedurální			XX			
metakognitivní						

47. *Sestrojte pravoúhlý trojúhelník KML s přeponou KL, jestliže* $KM = 5$ cm *a* $ML = 5{,}5$ cm.

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapamatovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XXX	X		
konceptuální		XXX	X			
procedurální						
metakognitivní						

48. *Sestrojte rovnoramenný trojúhelník PQR se základnou PQ, je-li*

a. $PR = 5$ cm, $\sphericalangle PRQ = 50°$

b. $PR = 5$ cm, $\sphericalangle PQR = 50°$.

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapamatovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XX	X		
konceptuální		XX	X			
procedurální		XX				
metakognitivní						

48. *Sestrojte pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu C, je-li dáno:*

AC = 4 cm, ∢CAB = 30°.

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické				XXXX		
konceptuální			XXX			
procedurální			X			
metakognitivní						

49. *Sestrojte rovnoramenný trojúhelník IJK s hlavním vrcholem I, je-li:*

a. *JK = 6,5 cm, ∢IJK = 40°*

b. *JK = 6,5 cm, ∢KIJ = 40°*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické				XXXX		
konceptuální			XXX			
procedurální		X				
metakognitivní						

50. *V rovnoramenném trojúhelníku RST má základna RT délku 6 cm a k ní příslušná výška je 5 cm. Sestrojte tento trojúhelník.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XX	XX		
konceptuální						
procedurální	X	XXX				
metakognitivní						

51. *V rovnoramenném trojúhelníku RST má základna ST délku 6 cm a výška k základně RT je 5 cm. Sestrojte tento trojúhelník.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XXX	X		
konceptuální		XX				
procedurální		XX				
metakognitivní						

52. *Sestrojte pravoúhlý trojúhelník UVX s přeponou UV délky 5 cm a odvěsnou UX délky 4 cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické				X		
konceptuální		X	XXX			
procedurální	XX		X			
metakognitivní						

53. *Je možné narýsovat trojúhelník s následujícími délkami jeho stran?*

a. 5 cm, 6 cm, 10 cm

b. 4 cm, 6 cm, 11 cm

c. 5 cm, 5 cm, 10 cm

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		XXX		X		
konceptuální	XXX				X	
procedurální						
metakognitivní						

54. *Jsou každé dva trojúhelníky se stejnými obvody shodné? Uveďte příklad, kdy dva trojúhelníky se stejnými obvody jsou shodné, a příklad, kdy shodné nejsou.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické					X	
konceptuální		XXX		XX	XX	
procedurální						
metakognitivní						

55. *Rozhodněte, zda je možné sestrojit trojúhelník ABC, jestliže pro jeho stran a, b, c a obvod o platí:*

a. $a = 7\ cm,\ b = 8\ cm,\ o = 25\ cm$

b. $a = 6{,}2\ dm,\ b = 6{,}3\ dm,\ c = 12{,}5\ dm$

c. $a = 8\ dm,\ b = 30\ cm,\ c = 4{,}2\ dm$

d. $o = 14{,}4\ cm,\ b = 45\ mm,\ c = 57\ mm$

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické				XXXX	X	
konceptuální		XXX				
procedurální						
metakognitivní						

56. *Které z uvedených pravoúhlých trojúhelníků jsou shodné?*

a. $\Delta KLM,\ \sphericalangle MKL = 90°,\ KL = 3\ cm,\ KM = 7\ cm$

b. $\Delta OPQ,\ \sphericalangle PQO = 90°,\ QO = 3\ cm,\ PQ = 7\ cm$

c. $\Delta RST,\ \sphericalangle TRS = 90°,\ RS = 3\ cm,\ ST = 7\ cm$

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické				XX	X	
konceptuální		XXX	XX			
procedurální						
metakognitivní						

57. *Sestrojte trojúhelník, ABC je-li dáno:*

a. $c = 5$ cm, $b = 3$ cm, $\alpha = 60°$

b. $b = 2{,}5$ cm, $a = 5$ cm, $\gamma = 45°$

c. $a = 6$ cm, $c = 6$ cm, $\beta = 30°$.

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické					X	
konceptuální			XXX			
procedurální		XXX				X
metakognitivní						

58. *Narýsujte trojúhelník KLM, je-li dáno:*

a. $l = 5$ cm, $m = 4$ cm, $\sphericalangle MKL = 120°$

b. $m = 5$ cm, $k = 3$ cm, $\sphericalangle KLM = 130°$

c. $m = 3$ cm, $k = 2$ cm, $\sphericalangle KLM = 150°$.

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální			XX	X		
procedurální		XXX	X			X
metakognitivní						

59. *Sestrojte pravoúhlý rovnoramenný trojúhelník, jehož odvěsny mají velikost 4,5 cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		X	XXX			
konceptuální		X				
procedurální		XX	X			X
metakognitivní						

60. *Sestrojte trojúhelník:*

a. ABC (a = 7,4 cm, b = 60 mm, γ = 45°)

b. KLM (KL = 7,5 cm, KM = 4/5KL, ∢MKL = 54°).

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické				X		
konceptuální		XXX	XXX			
procedurální			X			X
metakognitivní						

61. *Sestrojte ΔABC, je-li dáno:*

a. a = 5,5 cm, γ = 70°, α = 30°

b. b = 7 cm, β = 60°, γ = 75°.

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		X	XX	X		
konceptuální	XXX		X			
procedurální			X			
metakognitivní						

62. *Rozhodněte, zda je možné zkonstruovat tyto trojúhelníky:*

a. $a = 5{,}7$ cm, $b = 4{,}3$ cm, $c = 10$ cm

b. $\alpha = 80°$, $\beta = 100°$, $c = 10$ cm

c. $a = 5{,}7$ cm, $\alpha = 40°$, $\beta = 100°$.

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické				XXX	X	
konceptuální	XXX		X			
procedurální						
metakognitivní						

63. *Sestrojte pravoúhlý trojúhelník s přeponou $c = 0, 7$ dm a jedním vnitřním úhlem $\beta = 62°$.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XXXX			
konceptuální		XXXX				
procedurální						
metakognitivní						

64. *Sestrojte trojúhelník ABC, je-li $AB = 4$ cm, $\alpha : \beta : \gamma = 7 : 7 : 4$.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						XXX
konceptuální			XXX			
procedurální			X			X
metakognitivní						

65. *Sestrojte ΔEFG s obvodem 18 cm, víte-li, že pro délky e, f, g jeho stran platí e : f : g = 3 : 4 : 5.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální			XX	XXX		X
procedurální			XX			X
metakognitivní						

66. *Sestrojte rovnoramenný trojúhelník PQR jehož obvod je 20 cm a základna PQ má délku 5 cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální			XXXX			
procedurální	XX	X	X			
metakognitivní						

67. *Rozhodněte, zda je možné narýsovat trojúhelník, jehož vnitřní úhly mají velikosti:*

a. 53° 66° 61°

b. 60° 60° 60

c. 93° 76° 14°

d. 1° 5° 174°

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapamatovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		XXX			X	
konceptuální	XX	X	X			
procedurální						
metakognitivní						

68. *V trojúhelníku EFG má vnější úhel při vrcholu E velikost 104°. Vnější úhel při vrcholu F má velikost 94°. Vypočítejte velikosti všech vnitřních úhlů trojúhelníku EFG. Trojúhelník nejprve nakreslete a vyznačte úhly, jejichž velikosti znáte.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapamatovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		XXX			X	
konceptuální				XXXX		
procedurální						X
metakognitivní						

69. *Rozhodněte, zda je možné sestrojit trojúhelník, jehož strany mají délky:*

a. 5,7 cm, 9,9 cm, 6,3 cm

b. 24 mm, 1,3 dm, 5,8 cm

c. 3,2 m, 27 dm, 141 cm

d. 3 cm, 30 mm, 0,3 dm

e. 70 mm, 0,7 dm, 2 cm

f. 80 mm, 2 cm, 30 mm.

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XXX		X	
konceptuální		XXXX				
procedurální						
metakognitivní						

70. *Rovnoramenný trojúhelník je souměrný podle osy jednoho ze svých vnitřních úhlů. Je možné, aby byl souměrný ještě podle osy dalšího vnitřního úhlu?*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické					XXX	
konceptuální				XXXX	X	
procedurální						
metakognitivní						

71. *Narýsujte rovnostranný trojúhelník, jestliže jeho obvod je 27,9 cm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		XXX		X		
konceptuální			XX			
procedurální			XX			
metakognitivní						

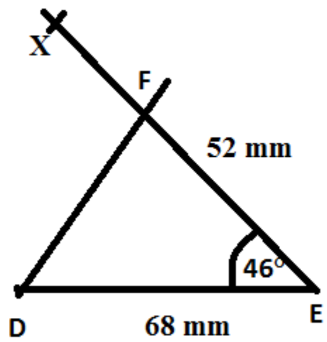
72. *Rovnoramenný trojúhelník TUV má základnu TU. Velikost úhlu při základně je čtyřnásobkem velikosti úhlu při vrcholu V. Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku TUV.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické				XX		
konceptuální				XXX		
procedurální		XXX	X			
metakognitivní						

73. *Přímka m rozděluje rovinu na dvě opačné poloroviny. Rozhodni, jak musí být v rovině umístěn rovnoramenný trojúhelník, aby jeho části ležící v jednotlivých polorovinách s hraniční přímkou m byly shodné.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické					X	
konceptuální		XXXX				XX
procedurální						X
metakognitivní						

74. *Zapiš podle údajů v obrázku postup konstrukce trojúhelníku DEF.*



Obr. č. 5: Náčrt k zadání č. 75

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		X				
konceptuální			XX	X		
procedurální				XXX		X
metakognitivní						

75. *Pravoúhlé trojúhelníky mají délky dvou stran 4 cm a 7 cm. Musí to být shodné trojúhelníky?*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální				XXXX	XXXX	
procedurální						
metakognitivní						

76. *Črtej obrázek podle postupu konstrukce, délky úseček a velikosti úhlů odhaduj.*

h. $KL;\ |KL| = 7\ cm$

i. $\sphericalangle AKL; |\sphericalangle AKL| = 140°$

j. $\sphericalangle BLK; |\sphericalangle BLK| = 20°$

k. $M;\ M \in \rightarrow KA \cap \rightarrow LB$

l. $\Delta\ KLM$

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické		X				XX
konceptuální			XXX			
procedurální						XX
metakognitivní						

77. *Narýsuj trojúhelník ABC, ve kterém $c = 74\ mm$, $\alpha = 38°$ a $\gamma = 66°$.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XXX	X		
konceptuální		XX		X		
procedurální			X			
metakognitivní						

78. *Rozhodni, zda uvedená podmínka stačí k tomu, aby trojúhelníky na obrázku byly shodné; piš ano – ne*

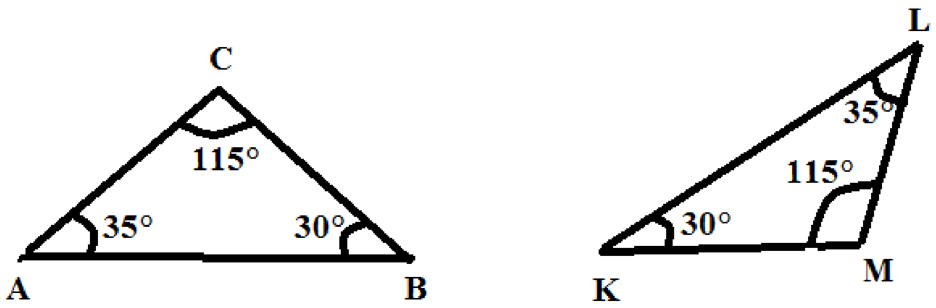
a. |*KL*| = |*AB*|,

b. součet vnitřních úhlů každého z trojúhelníků je 180°,

c. oba trojúhelníky mají stejný obvod,

d. oba trojúhelníky jsou tupoúhlé

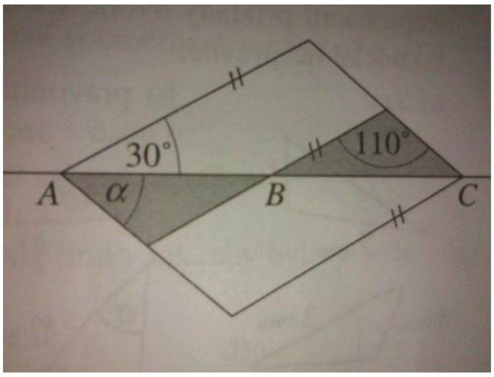
e. |*BC*| = |*ML*|



Obr. č. 6: Náčrt k zadání č. 79

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			X			
konceptuální				XXXX	XXX	
procedurální						
metakognitivní						

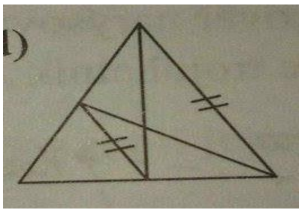
79. Vybarvené trojúhelníky jsou shodné. Urči velikost úhlu α.



Obr. č. 7: Obrázek k zadání č. 80

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální		XXX		XXX		
procedurální		X		X		
metakognitivní						

80. *Rovnostranný trojúhelník je rozdělen na několik trojúhelníkových částí. Najdi, které z těchto částí jsou shodné, a zapiš jejich počet.*



Obr. č. 8: Součást zadání příkladu č. 81

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické						
konceptuální		X		XXX	X	
procedurální				X	XX	
metakognitivní						

81. *Sestroj trojúhelník podle Pepova popisu: trojúhelník ABC, ve kterém $c = 165$ mm, $a = 130$ mm, $\beta = 190°$.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XX	X		
konceptuální		XXXX				
procedurální						X
metakognitivní						

82. *Sestroj pravoúhlý trojúhelník, ve kterém platí: Délka přepony je 74 mm a velikost jednoho vnitřního úhlu je 33°.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XXX	X		
konceptuální		XXXX				
procedurální						
metakognitivní						

83. *Sestroj pravoúhlý trojúhelník, ve kterém platí: Délky odvěsen jsou 67 mm a 34 mm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XXX	X		
konceptuální		XXXX				
procedurální						
metakognitivní						

84. *Sestroj pravoúhlý trojúhelník, ve kterém platí: Odvěsna svírá s přeponou úhel o velikosti 41°, délka této odvěsny je 52 mm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XXX	X		
konceptuální		XXXX				
procedurální						
metakognitivní						

85. *Pan Daněk opravuje nátěr domu. Půjčil si osmimetrový žebřík. Z bezpečnostních důvodů má být velikost úhlu, který svírá žebřík se zemí, nejvýše 65°. Dosáhne žebřík nad okna v prvním poschodí, když je horní strana oken 7,5 m nad zemí?*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XX	XXX		
konceptuální						
procedurální			XXX			
metakognitivní						

86. Lze sestrojit trojúhelník s délkami stran:

a. 0,45 m, 5,4 dm, 0,65 dm

b. 87 mm, 7,8 cm, 0,65 dm

c. 8,3 m, 105 dm, 965 cm

d. 1 km, 425 m, 5 067 dm

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XXX		X	
konceptuální		XXXX				
procedurální						
metakognitivní						

87. *Zjistěte podle trojúhelníkové nerovnosti, zda lze daný trojúhelník sestrojit:*

a. 1,4 dm, 60 mm, 16 cm

b. 15,6 cm, 20,4 cm, 0,5 m

c. 44 mm, 3,3 cm, 0,78 dm

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapamatovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			XX		X	
konceptuální		XXXX			X	
procedurální						
metakognitivní						

88. *Sestrojte pravoúhlý trojúhelník, jsou-li odvěsny 57 mm.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapamatovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické			X	XXX		
konceptuální			XXX			
procedurální			X			
metakognitivní						

89. *Sestrojte pravoúhlý trojúhelník s odvěsnou a = 6,4 cm a úhlem α = 36°.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapamatovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické				XXX		
konceptuální			XX	XX		
procedurální			X			
metakognitivní						

90. *Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno: b = 9,4 cm, γ = 125°, β‘ =157°. β‘ je vnější úhel při vrcholu B. K trojúhelníku ABC sestrojte v opačné polorovině shodný trojúhelník A’B’C‘.*

	kognitivní procesy					
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**
faktické				X		
konceptuální			X	XXX		
procedurální			XXX			
metakognitivní						

3.2. Hodnocení úloh

Po zhlédnutí dílčího hodnocení úloh vyplývá, že v některých případech se hodnotitelé shodovali v kognitivních procesech a poznatcích, který žák využívá při řešení příkladů. Naopak v některých se hodnotitelé rozcházeli. Pojďme se podívat na četnost hodnocení v jednotlivých poznatcích a kognitivních procesů. Četnost je shrnuta v následující tabulce.

Tab. č. 4 : Výsledná četnost kognitivních procesů a poznatků

	kognitivní procesy						Součet poznatků
poznatky	**zapama-tovat si**	**porozumět**	**aplikovat**	**analyzovat**	**hodnotit**	**tvořit**	
faktické	0	36	71	67	18	10	202
konceptuální	31	90	118	60	15	9	323
procedurální	29	63	47	10	3	44	196
metakognitivní	3	3	3	0	0	2	11
součet kognitivních procesů	63	192	239	137	36	65	

Zaměříme-li se na výsledek hodnocení, zjistíme, že úlohy, které se objevují v dostupných učebnicích a sbírkách jsou konkretizované jen na určité úrovně a části. Poznatky úlohy testují nejčastěji konceptuální, následně faktickou a procedurální, nejméně, spíše vůbec, netestují poznatky metakognitivní.

Podíváme-li se na kognitivní procesy, které úlohy testují, jsou velmi široké a testují každý proces. Pokud bychom měli vytýčit ty, které se objevují nejčastěji, hovořili bychom o porozumění, aplikaci a analýze.

Z tabulky také vidíme, které dílčí části se objevují nejvíce, jsou to konceptuální poznatky na úrovni kognitivních procesů porozumění a aplikaci.

3.3. Metodologie výzkumu

Výzkumný test jsme sestavili tak, aby obsahoval všechna témata zabývající se trojúhelníkem a jeho konstrukcí. Test obsahuje úlohy z problematiky výšky, těžiště, výpočet strany, střední příčky, těžnice, shodnost a úhly. V testu se objevuje jak rovnostranný, rovnoramenný, pravoúhlý i obecný trojúhelník. Příklady jsme vybírali z vytvořené sbírky úloh podle předešlého hodnocení tak, aby obsahoval různé kognitivní procesy a poznatky.

Výzkum se prováděl na třech různých školách a na pěti třídách osmého ročníku základní školy. Problematika trojúhelníků se probírá v sedmé třídě, ale výzkum se prováděl na podzim minulého roku, tudíž žáci sedmých ročníků ještě danou problematiku neprobírali. Z toho důvodu se testovalo na třídách osmých ročníků.

. Testování probíhalo na třech různých školách.

Základní Škola A je škola z malého města.
Základní Škola B je prestižní škola z Českých Budějovic
Základní Škola C je „spádová“ škola z Českých Budějovic

Jelikož je škola A z malého města mají jen jednu třídu v osmém ročníku skládající se z dvanácti dívek a šesti chlapců. V den testování čtyři žáci chyběli, tedy ze školy A bylo patnáct vyplněných testů. Naopak školy B a C jsou velké a městské, tudíž jsme testovali vždy ve dvou třídách. Na škole B je jedna třída obsahující dvacet jedna žáků z toho jedenáct chlapců a deset dívek. Druhá třída se skládá z šestnácti žáků, z toho je sedm dívek a devět chlapců. Škola C má jednu třídu z patnácti dívek a šesti chlapců a druhou z třinácti chlapců a deseti dívek.

Na zpracování testu měli žáci jednu vyučovací hodinu, která byla dostačující. Výsledkem testování je sto vypracovaných testů od žáků osmých tříd.

3.3.1. Zadání testu

Prosím o vyplnění několika úloh pro zpracování mé diplomové práce. U žádných úloh nic NERÝSUJ! Postačí náčrtek a slovní popis!

Předem děkuji.

1. *Narýsujte trojúhelník KLM, jsou-li dány velikosti všech jeho středních příček.*
2. *Rozhodni, zda půjde sestrojit trojúhelník s délkami stran*
   a. *6 cm, 2 cm, 2 cm*
   b. *10 cm, 10 cm, 1 cm*
   c. *0,5 cm, 5 cm 50 mm*
3. *Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno:* $b = 5$ *cm,* $\alpha = 60°$*,* $v_b = 3$ *cm.*
4. *Sestrojte pravoúhlý trojúhelník CDE s přeponou CE, je-li dáno: DE =6 cm,* $\sphericalangle DEC = 54°$*.*
5. *V trojúhelníku ABC jsme změřili délky stran b, c i všech tří těžnic* $b = 6{,}6$ *cm,* $c = 8{,}6$ *cm,* $t_a = 8{,}1$ *cm,* $t_b = 6{,}2$ *cm,* $t_c = 6{,}6$ *cm. Těžnice se protínají v těžišti T. Určete délky stran*
   a. *trojúhelníku ABT*
   b. *trojúhelníku ATC*
6. *Úhel při hlavním vrcholu rovnoramenného trojúhelníku má velikost 63°. Rozhodněte, zda je delší rameno nebo základna tohoto trojúhelníku.*
7. *Jsou každé dva trojúhelníky se stejnými obvody shodné? Uveďte příklad, kdy dva trojúhelníky se stejnými obvody jsou shodné, a příklad, kdy shodné nejsou.*
8. *Rozhodněte, zda je možné narýsovat trojúhelník, jehož vnitřní úhly mají velikosti:*

a. *93° 76° 14°*

b. *1° 5° 174°*

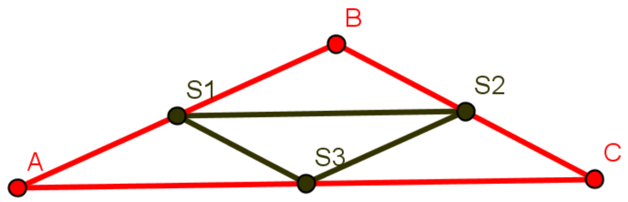
3.3.2. Výsledky

V této části se podíváme na výsledky testů. Výsledky jsou zpracovány do následujících tabulek. Pro doplnění jsme u každé úlohy uvedli správné řešení a časté chyby žáků, které se během zpracování výsledků nacházely.

3.3.2.1. Úloha číslo 1

Zadání: *Narýsujte trojúhelník KLM, jsou-li dány velikosti všech jeho středních příček.*

Řešení: Známe-li v trojúhelníku všechny tři střední příčky, využíváme znalosti, že vytvořením rovnoběžek v bodech malého trojúhelníku (ze středních příček) získáme hledaný trojúhelník.



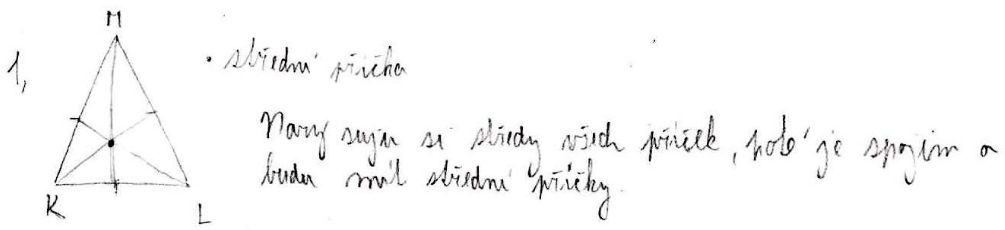
Obr. č. 9: Řešení příkladu č. 1

Hodnocení:

Tab. č. 5: Relativní četnost řešení úlohy č. 1

	Relativní četnost
Správné řešení	0,12
Neúplné řešení	0,26
Bez odpovědi	0,12
Špatná odpověď	0,50

Časté chyby: Častým problémem byla představa, jak vůbec vypadá střední příčka. Když žák věděl, jak vypadá, vytvořil náčrt, ale nevěděl už postup. Nebo si žáci spletli střední příčku se stranou trojúhelníka.



Obr. č.10: špatné řešení úlohy č. 1

3.3.2.2. Úloha číslo 2

Zadání: *Rozhodni, zda půjde sestrojit trojúhelník s délkami stran*

a. *6 cm, 2 cm, 2 cm*
b. *10 cm, 10 cm, 1 cm*
c. *0,5 cm, 5 cm 50 mm*

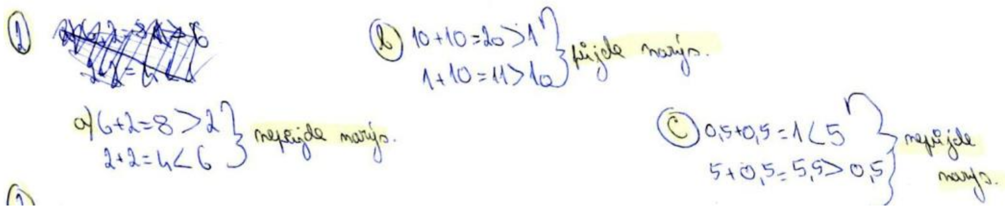
Řešení: Součet libovolných dvou stran musí být vždy větší než strana třetí, jinak nejde trojúhelník sestrojit. Ze znalosti vyplývá, že trojúhelník se zadáním A sestrojit nelze, trojúhelník se zadáním B sestrojit lze a trojúhelník se zadáním C po převodu jednotek také lze sestrojit.

Hodnocení:

Tab. č. 6: Relativní četnost řešení úlohy č. 2

	Relativní četnost
Správné řešení	0,64
Neúplné řešení	0
Bez odpovědi	0,03
Špatná odpověď	0,33

Časté chyby: Tato úloha se žákům poměrně dařila, jediný zádrhel byl převod jednotek v posledním zadání.

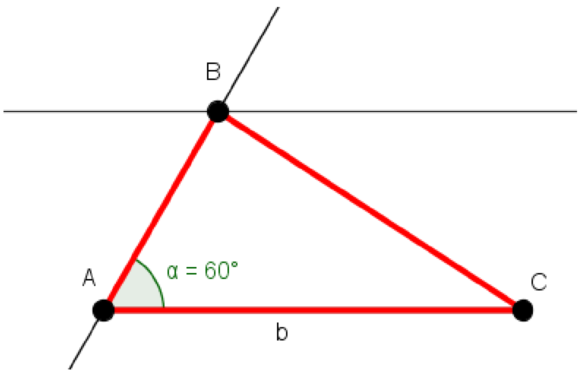


Obr. č. 11: Špatné řešení úlohy č. 2

3.3.2.3. Úloha číslo 3

Zadání: *Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno: b = 5 cm, α = 60°,* v_b*= 3 cm.*

Řešení: Nejdříve sestrojíme známou stranu b a k ní rovnoběžnou přímku vzdálenou 3 cm. Z krajního bodu úsečky b sestrojíme přímku pod úhlem 60°. Přímka se protne s rovnoběžkou v bodě B. Následně jen spojíme s krajním bodem úsečky b.



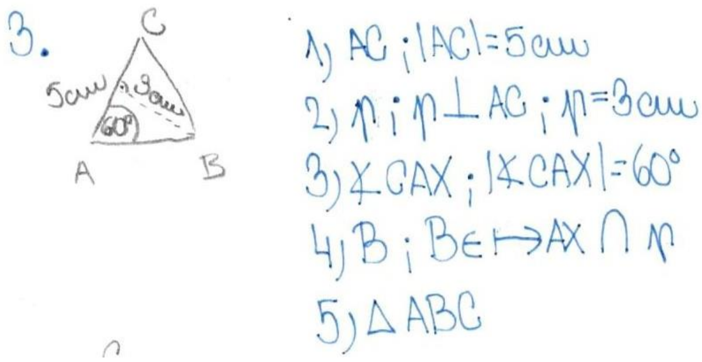
Obr. č. 12: Řešení úlohy č. 3

Hodnocení:

Tab. č. 7: Relativní četnost řešení úlohy č. 3

	Relativní četnost
Správné řešení	0,05
Neúplné řešení	0,03
Bez odpovědi	0,64
Špatná odpověď	0,28

Časté chyby: Zásadní problém velké až drtivé většiny žáků byl v konstrukci výšky. Žáci vytvořili kolmici ke straně b buď libovolně, nebo ve středu strany. Polohu výšky si jednoznačně sami určili. Neuvažovali nad tím, že může ležet libovolně, tudíž musí vytvořit rovnoběžnou přímku vzdálenou od strany v délce výšky.

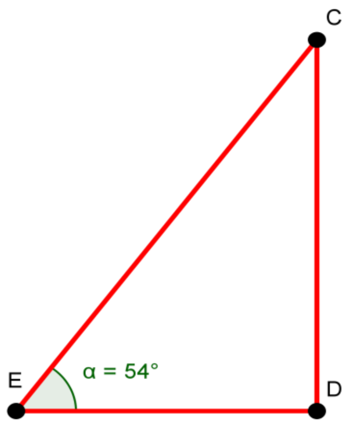


Obr. č. 13: Špatné řešení úlohy. č. 3

3.3.2.4. Úloha číslo 4

Zadání: *Sestrojte pravoúhlý trojúhelník CDE s přeponou CE, je-li dáno:*
DE =6 cm, ∢DEC = 54°.

Řešení: Sestrojíme si základnu DE dlouhou 6 cm. U vrcholu E vytvoříme přímku pod úhlem 54°. Ze zadání víme, že strana CE je základna, tedy u vrcholu D je pravý úhel.



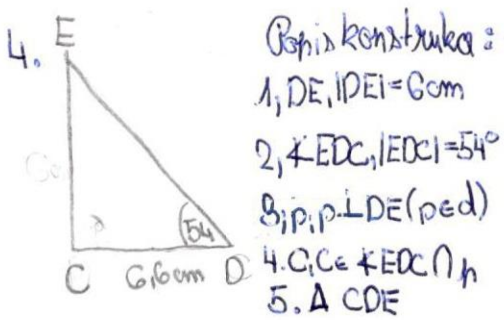
Obr. č.14: Řešení úlohy č. 4

Hodnocení:

Tab. č. 8: Relativní četnost řešení úlohy č. 4

	Relativní četnost
Správné řešení	0,54
Neúplné řešení	0,03
Bez odpovědi	0,24
Špatná odpověď	0,19

Časté chyby: S úlohou č. 4 žáci neměli velký problém. Chyby, které se žáci často dopouštěli, byla v záměně stran a vytvoření pravého úhlu u špatného vrcholu.



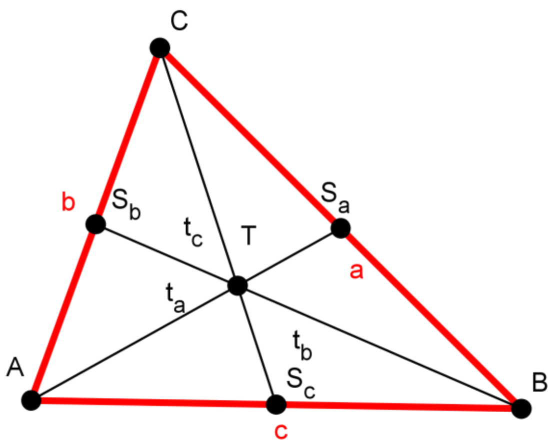
Obr. č. 15: Špatné řešení úlohy č. 4

3.3.2.5. Úloha číslo 5

Zadání: *V trojúhelníku ABC jsme změřili délky stran b, c i všech tří těžnic* $b = 6{,}6$ *cm,* $c = 8{,}6$ *cm,* $t_a = 8{,}1$ *cm,* $t_b = 6{,}2$ *cm,* $t_c = 6{,}6$ *cm. Těžnice se protínají v těžišti T. Určete délky stran*

a. *trojúhelníku ABT*
b. *trojúhelníku ATC.*

- **Řešení:**



Obr. č. 16: Řešení úlohy č. 5

Těžiště T leží na třetinách na každé své těžnici. Této znalosti využijeme při určování délek stran hledaných trojúhelníků. Podle obr. č. 16 je znalost jasnější i pro žáky a můžeme délky stran ze zadání vypočítat.

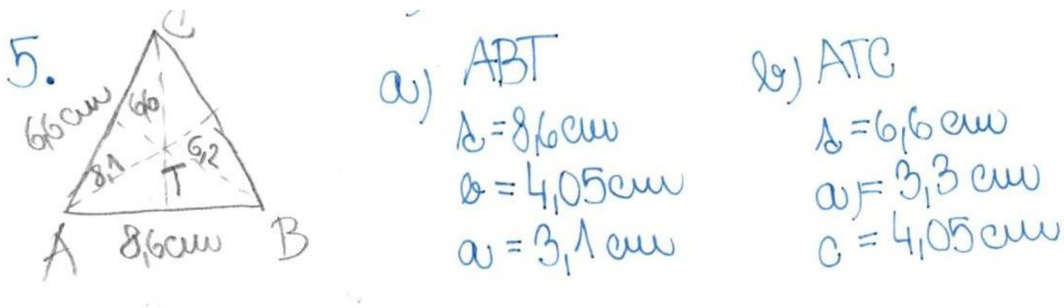
a. trojúhelník ABT: c = 8, 6 cm, t_a . 2/3 = 5,4 cm, t_b . 2/3 = 4,13 cm
b. trojúhelník ATC: b = 6, 6 cm, t_a . 2/3 = 5,4 cm, t_c . 2/3 = 4,4 cm

Hodnocení:

Tab. č. 9: Relativní četnost řešení úlohy č. 5

	Relativní četnost
Správné řešení	0
Neúplné řešení	0,16
Bez odpovědi	0,63
Špatná odpověď	0,21

Časté chyby: S tímto příkladem si žáci často nevěděli vůbec rady, tak úlohu vynechali. Několikrát skončili u náčrtku, pak jim byla uznaná část úlohy. Někteří se pokoušeli úlohu vyřešit, ale pracovali s myšlenkou, že těžiště T leží na středu těžnic.

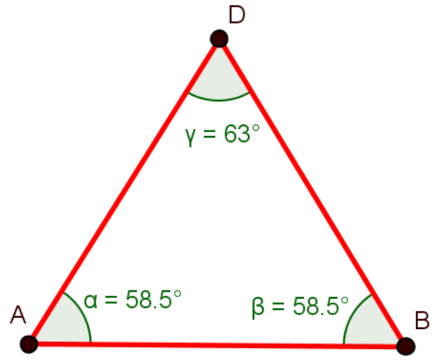


Obr. č. 17: Špatné řešení úlohy č. 5

3.3.2.6. Úloha číslo 6

Zadání: *Úhel při hlavním vrcholu rovnoramenného trojúhelníku má velikost 63°. Rozhodněte, zda je delší rameno nebo základna tohoto trojúhelníku.*

Řešení:



Obr. č. 18: Řešení úlohy č. 6

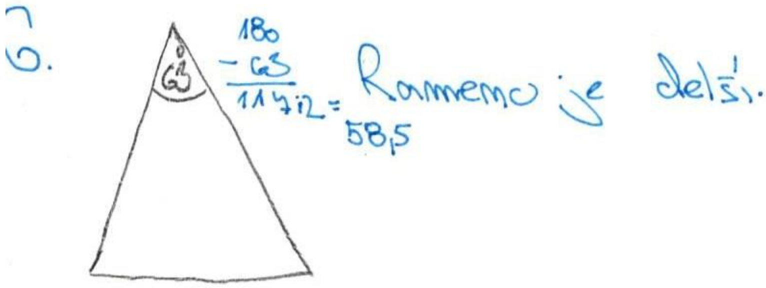
Podle náčrtku vidíme, že vedlejší úhly jsou menší než úhel u hlavního vrcholu, tudíž je základna delší než ramena.

Hodnocení:

Tab. č. 10: Relativní četnost řešení úlohy č. 6

	Relativní četnost
Správné řešení	0,28
Neúplné řešení	0,02
Bez odpovědi	0,29
Špatná odpověď	0,41

Časté chyby: U úlohy 6 žáci chybovali na základě dvou myšlenek. První byla, že trojúhelník je rovnostranný, tedy všechny strany jsou stejně dlouhé. Druhou chybnou představou byla spojitost úhlu s protější stranou.



Obr. č. 19: Špatné řešení úlohy č. 6

3.3.2.7. Úloha číslo 7

Zadání: *Jsou každé dva trojúhelníky se stejnými obvody shodné? Uveďte příklad, kdy dva trojúhelníky se stejnými obvody jsou shodné, a příklad, kdy shodné nejsou.*

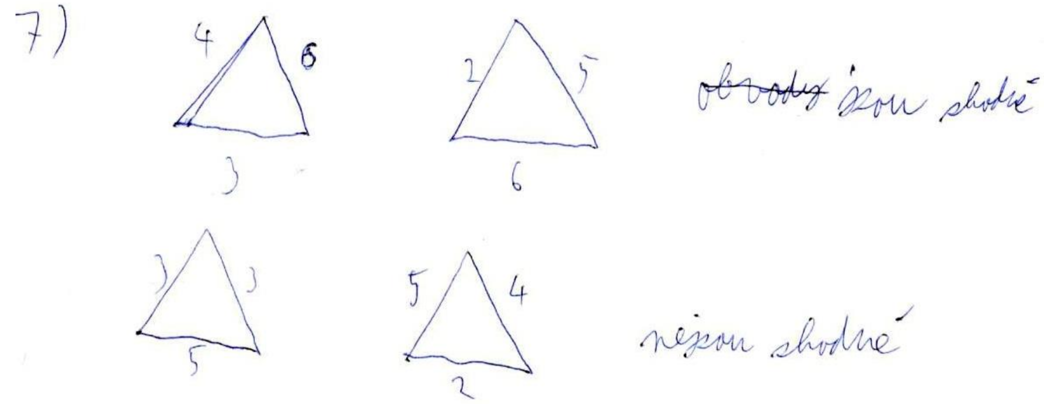
Řešení: Např.: Tupý trojúhelník a rovnoramenný trojúhelník mající stejné obvody, ale shodné nejsou. Dva tupé trojúhelníky se stejnými obvody, ale navzájem osově souměrné, shodné jsou.

Hodnocení:

Tab. č. 11: Relativní četnost řešení úlohy č. 7

	Relativní četnost
Správné řešení	0,37
Neúplné řešení	0,07
Bez odpovědi	0,43
Špatná odpověď	0,13

Časté chyby: Uvádět a vymýšlet konkrétní příklady dělalo žákům problém. Žáci si neuvědomovali informace ze zadání. Nepochopili, že trojúhelníky mají stejný obvod a načrtávali různé obvody. Častokrát zaměňovali shodné za neshodné.



Obr. č. 20:Špatné řešení úlohy č. 7

3.3.2.8. Úloha číslo 8

Zadání: *Rozhodněte, zda je možné narýsovat trojúhelník, jehož vnitřní úhly mají velikosti:*

a. *93° 76° 14°*
b. *1° 5° 174°*

Řešení: Součet vnitřních úhlů trojúhelníka je vždy 180°. Je-li součet jiný, nelze trojúhelník sestrojit. Ze znalosti vyplývá, že trojúhelník ze zadání A sestrojit nelze, ale ze zadání B lze i když jsou úhly velmi malé.

Hodnocení:

Tab. č. 12: Relativní četnost řešení úlohy č. 8

	Relativní četnost
Správné řešení	0,69
Neúplné řešení	0
Bez odpovědi	0,12
Špatná odpověď	0,19

Časté chyby: Žáci neověřili součet úhlů nebo se jim zdáli úhly v druhém zadání příliš malé.

3.3.3. Závěr výzkumu

Jak jste si mohli povšimnout, relativní četnost správného řešení se velmi liší. Závěrem výzkumu se podíváme na důvod této rozdílnosti.

Jedním z faktorů, který mohl za rozdílnost řešení, je různost škol, na kterých se testovalo.

Během kontrolování testů byl postřehnutelný velký rozdíl mezi jednotlivými školami. Škola C dokázala řešit příklady, které dělaly školám B a A problémy. Nejvíce se odlišnost těchto škol projevila na příkladech č. 1 a 7., ty dokázali řešit spíše žáci ze školy C. Příklad č. 1 vyřešili pouze žáci ze školy C. Podle testů odpovídali žáci ze školy C ve většině správně.

Škola B byla středem mezi školami, ve kterých jsme testovali. Ve většině odpovídali žáci správně nebo se o to pokoušeli. Příklady č. 1 a 3. jim dělaly velký problém a nedokázal na ně nikdo odpovědět.

Škola C dopadla s porovnáním s ostatními školami nejhůře. Velká většina testů byla prázdná jen s odpověďmi na příklady č. 2 a 8. Příklady č. 1, 3, 5, 7 dělaly žákům velký problém.

Nyní se zaměřme na správnost řešení jednotlivých příkladů. Abychom mohli odůvodnit, proč jednotlivé příklady žáci řešili správně s větší relativní četností a některé s nižší, zaznamenali jsme potřebné údaje do jedné tabulky. Tabulka obsahuje, co daný příklad testuje, jaké kognitivní a poznávací procesy používá podle didaktického hodnocení a literaturu.

Tab. č. 13: Shrnující tabulka, vypovídající informace k testujícím úlohám

Č. úlohy	**Relativní četnost správného řešení**	**Zaměření příkladu**	**Kognitivní procesy**	**poznatky**	**literatura**
1	0,12	Střední příčky,	Porozumění, aplikaci, tvořivost	Konceptuální, procedurální	Binterová 2008
2	0,64	Strany, konstrukce trojúhelníku	porozumění	faktické	Herman a kol. 1998
3	0,05	Výška, konstrukce trojúhelníku	Zapamatování, porozumění, aplikaci	Konceptuální, procedurální	Herman a kol. 1998
4	0,54	Konstrukce trojúhelníku	Porozumění, aplikaci	Konceptuální, procedurální	Herman a kol. 1998
5	0	Tečna	Porozumění, aplikaci, analyzovat	Faktické, procedurální	Herman a kol. 1995
6	0,28	Úhly, představivost	Aplikaci, analyzovat	Faktické, konceptuální	Herman a kol. 1995
7	0,37	Shodnost	Porozumění, analyzovat, tvoření	Faktické, konceptuální	Půlpán a kol. 2008
8	0,69	Vnitřní úhly	Zapamatování, porozumění	Faktické, konceptuální	Trejbal a kol. 1998

Podíváme-li se na úlohy z pohledu toho, co testují za dílčí problematiku. Zjistíme, že tečna, konstrukce výšky a střední příčky dělaly žákům největší problém. Co se týče stran a úhlů žáci většinou věděli jak úlohu řešit, i když byla nestandartní.

Z tabulky můžeme vyčíst, že z pohledu kognitivních procesů dělaly žákům problémy vždy příklady, kde museli používat aplikaci. Podobně je to i s tvořivostí, a pokud potřebovali žáci analyzovat. Naopak u příkladů s vyšší relativní četností žáci převážně používali kognitivní procesy zapamatování a porozumění. U poznatků je rozdílnost velmi nejednotná. Záleželo na individuálnosti daných příkladů.

Učebnice nebo sbírky, ze kterých jsou testující příklady, se liší. Úlohy č. 1, 7 a 8 jsou z běžných učebnic pro 7. třídy používané na základních školách. Úlohy č. 2 a 3 jsou z učebnice pro gymnázia určené pro tercii. I přesto si s úlohou č. 2 na strany v trojúhelníku žáci poradili bez větších obtíží. Úlohy č. 5 a 6 jsou také z učebnice určené pro gymnázia, ale pro primu, tedy by žákům osmých tříd neměly dělat problémy. Ale z tabulky vidíme, že tomu bylo naopak.

4. Závěr

Závěrem se pokusíme celé téma shrnout. Podíváme-li se na teoretickou část, snažili jsme se najít a napsat to nejpodstatnější o pojmotvorném procesu a dílčích kapitolách do tohoto tématu spadajících. Na základě těchto informací, které jsme si v teoretické části uvedli, se nyní pokusíme najít příčiny nízké relativní četnosti řešení některých příkladů ve výzkumné části.

Zaměříme se na praktickou část diplomové práce. Nejdříve si musíme uvědomit, že testování, které je součástí této diplomové práce, je jen na zlomku respondentů a abychom mohli tvořit závěry obecnějšího charakteru, muselo by být respondentů o nespočet více a druh základních škol být pestřejší.

Velký rozdíl schopnosti řešit úlohy zadané nezvyklým způsobem, nebo testující hlubší pochopení pojmů, se projevil nejen mezi žáky, ale i mezi školami. Podle rozvíjející tendence zabránit v matematice formalismu a verbalismu nebo obecně pojmotvornému procesu, by se očekávala úspěšnost vysoká. Výsledky testů potvrdily úplný opak. Žáci dokáží řešit úlohy na nižší didaktické úrovni poznání. Úlohy na strany či úhly trojúhelníka nedělaly žákům téměř žádný problém. Jedná o učivo základní a žáci ji museli využívat ve velké řadě odlišných úloh. S úlohami na střední příčky, výšky a těžnice se žáci setkali v menším počtu a do menší hloubky. Tudíž nebyli ve velké většině schopni v testech úlohy řešit.

Odlišnost se projevila i na druhu základních škol. Pokud se jedná o prestižní nebo městkou školu, jsou ve srovnání se základní školou v malém městě velké rozdíly. Testy, které nám vyplnili žáci ze základní školy na náhodném malém městě, byly převážně prázdné, nespočítané. Nemůžeme vědět, zda se jim nechtělo test vyplňovat nebo nevěděli odpovědi. Tím samozřejmě nechceme uvádět a říci nějaké obecné závěry. Při vyplňování testů záleží nejen na učiteli, ale i znalostech žáků, sociálním prostředí žáků, aktuální rozpoložení žáků, vyučovací hodině, aktuální klima ve třídě atd.

V jednotlivých řešeních úloh nastala otázka, kde vznikl problém, a jak ho vyřešit. Pomocí východiska z dostupné literatury pojednávající v teoretické části této diplomové práce. Viz. Kopka (1999) Hejný, Kuřina (2001), Hejný, Rybárová (1984), Molnár, Schubertová, Vaněk (2007). Víme, že odpovědi na tyto otázky nemají jednoznačnou odpověď. Jelikož faktorů, které ovlivňují nižší a povrchní znalosti pojmů je několik. Hovoříme o konstruktivismu, formalismu, transmisivním vyučování, verbalismu.

Jak jsme se již zmínili, faktorů ovlivňující žákovy znalosti je mnoho. Podíváme se nyní na pohled z hlediska pojmotvorného procesu. K tomu, aby učitel vedl žáky k hlubšímu porozumění pojmů, potřebuje znalosti, čas a postupovat podle etap. V prostudované literatuře jsme se seznámili z různými druhy etap jak poznatků, tak představ. Uvádí Luhan (1990), Hejný, Rybárová (1984). Ale vždy tvorba etap měla svou chronologickou posloupnost, která by se měla při tvorbě pojmů dodržovat. Pokud učitel některé etapy přeskočí nebo k nim ani nedojde, dochází k neúplnému zařazení pojmu do kognitivních map a dojde jen k povrchnímu pochopení pojmu. Následně učitel musí mít znalosti jak dané pojmy nejlépe vysvětlit, aby došlo k lepšímu pochopení. V naprosté většině literatury se shodovali autoři v tom, že důležitá je i názornost a hlavně pestrost příkladů při zavádění pojmu.

Vypadá to, že jednou z příčin, proč k špatnému pojmotvornému procesu dochází, je čas. Právě čas neustále tlačí učitele ke zkracování učiva, vynechání některých bodů. Učitel nejspíše z časových důvodů nemůže projít všemi etapami pojmotvorného procesu u všech pojmů v matematice. Nemůže stihnout ukázat dostatečný počet a druh příkladů.

Z prostudované literatury se můžeme domnívat, že další příčinou může být i motivace žáků. Na to naráží Luhan (1990) a Kopka (1999) ve svých knihách.

Z našeho šetření vyplývá, že další možnou příčinou neúplnosti některých matematických pojmů u žáků, může být i špatná různorodost příkladů v dostupných učebnicích a sbírkách. Jak jsme již uváděli v kapitole 3.2. tabulka č. 4. Z ní je patrné, že v učebnicích a sbírkách nejsou v učivu o trojúhelníkách zahrnuty všechny poznatky a kognitivní procesy ve stejné míře. Samozřejmě jsme se v praktické části zaměřili jen na velmi úzkou a specifickou část matematiky, v jiných oblastech tomu může být jinak.

5. Seznam použité literatury

5.1. Literatura teoretická část

1. HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika- konstruktivistické přístupy k vyučování*, Portál, 2001, ISBN-80-7178-581-4

2. BYDŽOVSKÝ, P., KOTÁSEK, J. *Nová teorie klasifikování kognitivních cílů ve vzdělání: revize Bloomovy taxonomie*, Pedagogika, LIV/2004

3. HEJNÝ, M., RYBÁROVÁ, J. *Pojmotvorný proces vo vyučování matematiky,* Pedagogika, 5/1984

4. MOLNÁR, J., SCHUBERTOVÁ, S., VANĚK, V. *Konstruktivismus ve vyučování matematice,* UP Olomouc 2007

5. HARTL, P., HARTLOVÁ, H. Psychologický slovník, Praha: Portál 2000, ISBN 978-80-7367-569-1

6. HEJNÝ, M. a kol. *Teória vyučovania matematiky*., 2. vyd. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo 1990, ISBN 80-08-01344-3.

7. PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, 978-80-262-0403-9 E., MAREŠ, J. *Pedagogický slovník*. Praha: Portál 2003, ISBN 978-80-262-0403-9

8. HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N., *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky,* Praha 2004, ISBN 80-7290-189-3

9. KUŘINA, F., *O matematice a jejím vyučování. Obzory matematiky, fyziky a informatiky*, 2002 roč. 31.

10. HOŠPESOVÁ, A., KUŘINA, F., CACHOVÁ, J., MACHÁČKOVÁ, J., ROUBÍČEK, F., TICHÁ, M., VANÍČEK, J., *Matematická gramotnost a vyučování matematice,* Jihočeská univerzita České Budějovice 2011, ISBN 978-80-739č-259-5

11. LUHAN, E., Didaktika matematiky 1., Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích 1990, ISBN 80-7040-036-6

12. KOPKA, J., *Hrozny problémů ve vysokoškolské matematice,* Univerzita J. E. Purkyně Ústí nad Labem 1999, ISBN-80-7044-247-6

5.2. Literatura praktická část

1. ČERETKOVÁ, S., HUTTON, N. A SPOL, *Provide Motivation Through Exciting Materials in Mathematics and Science*, Upol Olomouc 2014, ISBN 978-80-244-4142-9

2-6. REPÁŠ, V., PRIBIŠOVÁ, A., VANTUCH, J., *Úlohy z matematických olympiád na základní škole,* Státní pedagogické nakladatelství Praha 1991, ISBN-80-04-25439-X

7-13. BINTEROVÁ H. A KOL, *7. Ročník geometrie,* Fraus 2008, ISBN -97-8807238681-9

14-15. KOPKA, J., *Hrozny problémů ve vysokoškolské matematice*, Univerzita J. E. Purkyně Ústí nad Labem 1999, ISBN-80-7044-247-6

16-18. MÜLEROVÁ, J., ČIŽMÁR, J., DIVÍŠEK, J., MACHÁČEK, V., *Matematika pro 7. Ročník základní školy 1. Díl*, Prometheus-1990, ISBN-80-85849-13-5

19-33. HERMAN, J., CHRÁPOVÁ, V., JANČOVIČOVÁ,E., ŠIMŠA, J., *Matematika geometrické konstrukce tercie,* Prometheus-1998, ISBN-80-7196-114–0

34-53. HERMAN, J., CHRÁPOVÁ, V., JANČOVIČOVÁ,E., ŠIMŠA, J., *Matematika trojúhelníky a čtyřúhelníky prima,* Prometheus-1995, ISBN-80-85849-86–0

54-66. PŮLPÁN, Z., ČIHÁK, M., MÜLLEROVÁ, Š., J. TREBAL, *Matematika pro základní školy, geometrie*, SPN Pedagogické nakladatelství a. s. 2008, ISBN-978-80-7235-399-6

67. TREJBAL, J., JIROTKOVÁ, D., SÝKORA, V., *Matematika 1. díl pro 7. ročník základní školy,* SPN Pedagogické nakladatelství a. s. 1999, ISBN-80-85937-78-6

68-73. TREJBAL, J., JIROTKOVÁ, D., SÝKORA, V., *Matematika 2. díl pro 6. ročník základní školy*, SPN Pedagogické nakladatelství a. s. 1998, ISBN-80-85937-89-1

74-81. ODVÁRKO,O., KADLEČEK, J., *Pracovní sešit z matematiky pro 7 ročník základní školy,* Prometheus-1999, ISBN-80-7196-162-0

82-86. *Matematika pro 7. ročník základní školy 1. díl,* SPN Státní pedagogické nakladatelství 1990, ISBN 80-04-24008-9

87-91. ŽENATÁ, E., *Sbírka úloh z matematiky pro 7. ročník s klíčem,* BLUG, ISBN-978-80-7274-030-7-