

Posudek oponenta bakalářské práce

Studijní obor: Matematika pro vzdělávání

Autor práce: Eva Lálová

Název práce: Geometrie komplexních čísel

Vedoucí práce: Mgr. Lenka Zalabová, Ph.D.

Oponent: RNDr. Ing. Jana Kalová, Ph.D.

Splnění cílů práce:

Cíle bakalářské práce, stanovené v zadávacím protokolu, studentka splnila. Na základě studia literatury vytvořila studii, ve které jsou shrnuty některé aspekty použití komplexních čísel v geometrii.

Obsahová stránka práce:

Posuzovaná bakalářská práce obsahuje tři části. V první části jsou shrnuty základní poznatky teorie komplexních čísel tak, jak bývají prezentovány v učebnicích pro střední školy. Autorka přitom vycházela z učebnice pro gymnázia E. Caldý a ze studijních materiálů ČVUT (odkazy na zdroje jsou uvedeny v bakalářské práci). Tato první část v několika kapitolách zavádí pojmy a vztahy, na které se autorka potom dále v práci odvolává. Ve druhé části jsou témata z části úvodní dále rozpracována. Autorka se hlouběji a podrobněji zabývá algebraickou teorií komplexních čísel, jejím cílem v této kapitole bylo zabývat se komplexními čísly tak, jak jsou prezentována na vysokých školách. Závěrečná část práce obsahuje soubor řešených netriviálních příkladů. Náměty byly čerpány z domácí i zahraniční literatury. Bylo by vhodné uvést, zda jsou řešení příkladů převzatá nebo originální.

Originalita a přínos práce:

Posuzovaná bakalářská práce obsahuje sadu velmi pěkně vybraných příkladů se stoupající náročností. Některé z úloh se objevují ve známých a běžně používaných středoškolských učebnicích, řada úloh je však netypických, což je velkým přínosem. Jasně a názorně jsou v kap. 2.3 popsány maticové reprezentace transformací, které nejsou typickým středoškolským učivem. Uvedený popis je vhodně zařazen do kontextu bakalářské práce. Některé pasáže se dají použít také k procvičování goniometrie, trigonometrie nebo analytické geometrie. Práce rozhodně velmi dobře poslouží jako zdroj příkladů pro rozšiřující výuku matematiky, pro přípravu na matematickou olympiádu, pro samostatnou práci studentů i pro přípravu učitele.

Logická stavba práce, struktura, jazyková a stylistická úroveň, formální zpracování:

Bakalářská práce je psána srozumitelným jazykem, má logickou a přehlednou strukturu, příklady na sebe navazují, při jejich řešení se často využívají vztahy a vlastnosti dokázané či vypočtené v předchozích příkladech. Objevují se některé stylisticky neobratné formulace (např. na str. 50 – „...uvedeme některá jména, která se zasloužila o vývoj komplexních čísel...“) a některé typografické nepřesnosti (např. rozdělení slova „kubick-ých“ na str. 50). V práci postrádám Úvod a Závěr. Řešené příklady jsou doprovázeny názornými obrázky, v některých případech by bylo vhodné doplnit text barevnými obrázky. Typograficky je práce zpracována ve vysoké kvalitě. Rozsah práce je standardní.

Konkrétní poznámky k formulacím některých problémů a jejich zpracování:

- str. 1, kap. 1.1, 1.ř., bylo by vhodné již zde uvést, že čísla a, b jsou reálná (je uvedeno dále)
- kap. 1.2, objevují se některé nepřesné formulace - v 1.ř. nejde o definici absolutní hodnoty, ale o její geometrický význam (definičním vztahem je (3)); ve 3.ř. zdola by bylo vhodnější místo „Komplexní jednotky tvoří“ uvést „obrazy komplexních jednotek tvoří“, místo „čísla leží na kružnici“ zaměnit za „obrazy čísel leží na kružnici“
- kap. 1.4 na str.4 v 1.ř. opět formulaci „čísla jsou souměrná“ nahradit „obrazy čísel jsou souměrné“; na str. 5 vyměnit „komplexní čísla jsou kolineární“ za „body jsou kolineární“
- kap. 1.5.3 na str. 7 je uvedeno zbytečně složité odvození vztahu pro násobení komplexních čísel v goniometrickém tvaru (závěr plyne hned ze druhého řádku, stačí použít součtové vzorce)
- kap. 1.6 na str. 8 - k popisu kružnice pod vztahem (15) doplnit, že její střed je také v počátku soustavy souřadnic; na str. 9 v 1.ř není příliš vhodná formulace „součet všech bodů“ (spíš „součet hodnot“); dále v odvození součtu řady (pro SŠ účely by bylo vhodnější v tomto případě použít termín posloupnost) je drobná chyba zřejmě vzniklá při přepisu (v předposledním řádku nejspíš vypadl člen $\sqrt[n]{|z|}$), která ale neovlivňuje výsledek
- kap. 1.8.2 na str. 12 by pro SŠ účely bylo vhodné přesněji definovat stejnolehlost
- kap. 1.8.4 na str. 16 ve 4.ř shora je chybný odkaz na vztah (17) – vztah, který je v práci správně použit, je v textu BP nečíslovaný (provedený výpočet je v pořádku)
- kap. 2.1, str. 18 - formulace „takovou strukturu nazýváme plogrupa“ není úplně jasná (pro případné SŠ čtenáře by bylo vhodnější přesně strukturu definovat, zopakovat znovu, co již bylo řečeno – stejně tak dále u pojmu komutativní grupa); na 8.ř. zdola by bylo přesnější pojmenovat prvek $(0,0)$ prvkem neutrálním nebo nulovým (ne jednotkovým); na str. 20 na 1.ř – opět by bylo vhodnější stylisticky vylepšit větu „Taková struktura tvoří ...“ (jaká struktura?); na str. 20 při zavedení pojmu kvaternion je třeba uvést, co označují symboly a, b, c, d . Vzhledem ke koncepci kapitoly 2.1 a jejímu závěru na str. 21 nahoře by bylo vhodnější zařadit část týkající se kvaternionů a oktonionů do poznámky. Tak, jak je nyní tato část uvedena přímo v textu, je pro ne příliš znalého čtenáře (např. SŠ studenta) závěr kapitoly nejasný („Tento přístup definování...“).
- Příklad 1, str. 24, předposlední řádek – vyměnit množné číslo za jednotné (jde o jeden vzorec); na obr. 17 je chybně popsán jeden z úhlů (u vrcholu A), překlep však neovlivní řešení úlohy
- Příklad 3, str. 27, v úloze (a) ve 4. řádku je nejasný zápis „Analogicky odvodíme vztah...“, je třeba doplnit druhou stranu vztahu (řešení je v pořádku); v úloze (c) je uvedena nepřesná formulace „Smíšený součin tří vektorů představuje objem pravidelného hranolu, který mezi nimi vznikne“. Správně má být, že objem představuje absolutní hodnota smíšeného součinu, dále je diskutabilní, zda hranol musí být pravidelný. Formulace „prostor, který vznikne mezi vektory“ není také příliš přesná, bylo by vhodnější zmínit se např. o konkrétním umístění vektorů. Úloha (d) je netypická (nevyskytuje se v běžných SŠ učebnicích), řešení je pěkné, krátké, bylo by vhodné podrobněji zmínit, co je míněno „komplexní rovnici přímky“ (i když z kontextu řešení je vše jasné)
- Příklad 5, str.32, bylo by vhodné přesněji formulovat část „řešením binomické rovnice je pravidelný devítiúhelník, jehož vrcholy jsou komplexní čísla“...
- Příklad 6, str. 35, 5. řádek zdola, předposlední člen PB by se měl odečítat (ne přičítat), zřejmě jde jenom o překlep
- Příklad 8 - úlohu by bylo dobré doplnit názorným obrázkem
- Příklad 9 - úloha s elegantním řešením, možná by mohlo být uvedeno, kdy jsou čtyřúhelníky shodné (běžně se o tom učebnice nezmiňují); na ilustračním obrázku 25 by mohla být vyznačena také úhlopříčka $H_A H_C$
- Příklad 11, str. 43, poslední ř. - doplnit podmínku (vztah $z \neq 1$ neplyne jen z nenulovosti úhlu φ)
- Příklad 12, str. 46 dole – co značí symbol t ?

Celkové hodnocení:

Předkládaná bakalářská práce splnila zadání. Studentka Eva Lálová prokázala, že je schopna sepsat odborný text a že se správně orientuje v řešené problematice. Ve výpočtech a odvozeních se nedopustila závažnějších chyb. Práce byla sepsána v systému LaTeX a má vysokou grafickou úroveň s minimem chyb a překlepů. Obecně je práce zdařilá.

Práci doporučuji uznat jako bakalářskou a navrhuji hodnocení stupněm výborně.

Navržené otázky k obhajobě:

1. V anotaci BP uvádíte, že ve třetí části jsou poznatky uvedené v částech předchozích aplikovány na příklady z matematické olympiády. Můžete uvést, o které příklady jde, z jakých kategorií a úrovní soutěže (domácí, školní, krajské, celostátní, mezinárodní) byly vybrány?
2. Mohla byste vysvětlit podmínku na posledním řádku řešení příkladu 11 na str. 43?
3. Vysvětlíte, co znamená symbol t v příkladu 12 (na str. 46, předposlední řádek).

V Českých Budějovicích, 21.5.2016

RNDr. Ing. Jana Kalová, Ph.D.

