JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH

Ekonomická fakulta

Katedra aplikované matematiky a informatiky

Studijní program: 6208 B Ekonomika a management

Studijní obor: Účetnictví a finanční řízení podniku

Využití teorie her při řešení konfliktních situací

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Jana Friebelová, Ph.D.

Autor: Hana Doubravová

2007

JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH
Zemědělská fakulta
Katedra aplikované matematiky a informatiky
Akademický rok: 2005/2006

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení:	**Hana DOUBRAVOVÁ**
Studijní program:	**B6208 Ekonomika a management**
Studijní obor:	**Účetnictví a finanční řízení podniku - pro frankofonní země**
Název tématu:	**Využití teorie her při řešení konfliktních situací**

Zásady pro vypracování:

Cílem bakalářské práce je popsat základní typy her a možnosti jejich využití při modelování a řešení konfliktních rozhodovacích situací.

Metodika:

1. Konfliktní rozhodování a modelování pomocí teorie her.
2. Klasifikace her podle různých hledisek:
   — antagonistické hry
   — neantagonistické hry (kooperativní a nekooperativní hry)
   — rozhodování za rizika a nejistoty (hry proti přírodě).
3. Principy řešení různých typů her, teorie vyjednávání.
4. Ilustrativní příklady uplatnění teorie her v rozhodování.
5. Formulace a vyřešení konkrétní rozhodovací situace.
6. Předpoklady a možnosti širšího uplatnění teorie her při optimálním rozhodování.

Rozsah práce: 30 - 40 stran
Rozsah příloh: cca 2 strany
Forma zpracování bakalářské práce: tištěná
Seznam odborné literatury:

Gros, I. Kvantitativní metody v manažerském rozhodování. Grada, Praha 2003

Maňas, M. Teorie her a její aplikace. SNTL, Praha, 1991

Morris, P. Introduction to Game Theory. Springer Verlag, New York, 1994

Pitel, J. a kol. Ekonomicko-matematické metódy. Príroda, Bratislava, 1988

http://www.gametheory.net/applets

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Jana Friebelová, Ph.D.**
Katedra aplikované matematiky a informatiky

Datum zadání bakalářské práce: **7. února 2006**
Termín odevzdání bakalářské práce: **15. dubna 2007**

prof. Ing. Magdalena Hrabánková, CSc.
děkanka

JIHOČESKÁ UNIVERZITA
V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH
ZEMĚDĚLSKÁ FAKULTA
studijní oddělení
Studentská 13
370 05 České Budějovice

doc. RNDr. Pavel Tlustý, CSc.
vedoucí katedry

V Českých Budějovicích dne 22. února 2006

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma „ Využití teorie her při řešení konfliktních situací“ vypracovala samostatně a na základě vlastních zjištění a pramenů, které uvádím v přehledu literatury.

V Českých Budějovicích dne 17. 4. 2007

Hana Doubravová

Poděkování

Tímto bych chtěla poděkovat Ing. Janě Friebelové, Ph.D. za cenné rady a připomínky, bez kterých by tato práce nemohla vzniknout.

Obsah

1 Úvod a cíl práce 8

2 Teorie her 9

- 2.1 Historický vývoj 9
- 2.2 Předmět teorie her 10
- 2.3 Použitá symbolika a pojmy 11
- 2.4 Matematické modely rozhodovacích situací 12
- 2.5 Klasifikace rozhodovacích situací 13
- 2.6 Vybrané typy her a jejich aplikace 16
  - 2.6.1 Antagonistické hry 16
  - 2.6.2 Maticové hry 17
  - 2.6.3 Rozhodování za rizika 18
  - 2.6.4 Rozhodování při nejistotě 21

3 Simulační metody 24

- 3.1 Cíl počítačové simulace 24
- 3.2 Využití simulačních modelů 24
- 3.3 Výhody a nevýhody simulačních modelů 25
- 3.4 Tvorba simulačního modelu 25
- 3.5 Členění simulací podle různých hledisek 26
- 3.6 Generování náhodných čísel a hodnot náhodných veličin 27
  - 3.6.1 Distribuční funkce 27
  - 3.6.2 Náhodná čísla 28
  - 3.6.3 Generování hodnot náhodných veličin 28
  - 3.6.4 Určení typu rozdělení 30
- 3.7 Simulační metoda Monte Carlo 30

4 Metodika práce 32

5 Firma Modré z nebe 33

- 5.1 Vznik a rozvoj 33
- 5.2 Dodavatelé 34
- 5.3 Sortiment hraček 34
- 5.4 Cíle podnikání 34

6 Analýza objednávek firmy Modré z nebe 35

- 6.1 Výchozí údaje o hračce pétanque 35

6.2 Stanovení optimální objednávky 37
6.2.1 Rozhodování za rizika 37
6.2.2 Rozhodování za nejistoty 38
6.2.3 Počítačová simulace 42
6.3 Analýza výsledků 46
7 Závěr 50
8 Summary 51
9 Použitá literatura 52
10 Přehled tabulek, grafů a obrázků 53

1 ÚVOD A CÍL PRÁCE

Teorie her se zabývá řešením konfliktů nebo obecněji rozhodovacích situací, v nichž dochází ke střetnutí zájmů jejich účastníků. Při aplikacích teorie her je cílem provést rozbor jednotlivých rozhodovacích situací a na jeho základě poskytnout podklady pro racionální chování jednotlivých účastníků. Speciální případ rozhodovací situace představuje přítomnost náhodného mechanismu, který se považuje za dalšího hráče. Takový hráč se ovšem nezajímá o důsledek svého rozhodnutí.

Teorie her není jediný prostředek pro řešení konfliktních rozhodovacích situací. Některé takovéto situace lze také moderně řešit pomocí počítačové simulace, která představuje jeden z nejúčinnějších nástrojů vhodných pro analýzu složitých procesů a systémů.

V ekonomické oblasti je třeba přijímat rozhodnutí neustále. Např. podnikatelské subjekty denně čelí obtížným situacím, ve kterých se snaží zachovat tak, aby dosáhli svých podnikových cílů. Těmi je většinou maximalizace zisku, minimalizace nákladů, zvyšování tržního podílu, maximalizace tržní hodnoty apod. Podniky volí svá rozhodnutí v závislosti na chování ostatních účastníků rozhodovací situace. Jde o účastníky sledující své vlastní zájmy (jiné podniky, stát), ale také velmi často o náhodné mechanismy (tržní poptávka, inflace, daňová sazba, vývoj cen na trhu).

Cíle práce

Cílem této práce je popsat základní typy her a možnosti jejich využití při modelování a řešení konfliktních rozhodovacích situací. Práce má být zaměřena především na rozhodování v podmínkách rizika a nejistoty nejen teoreticky, ale také z praktického hlediska. Dalším cílem je tedy aplikace herních modelů na rozhodování konkrétního podniku v podmínkách rizika či nejistoty. Práce by měla popsat výhody a nevýhody těchto postupů pomocí srovnání s jinými metodami.

2 TEORIE HER

2.1 Historický vývoj

Teorie her vznikla především díky salónním hrám jako jsou šachy, dáma, karetní hry, backgammon nebo nim. Odtud plyne také název této teorie. Maňas [6] uvádí, že již před několika staletími se s rozvojem matematiky objevily snahy použít matematických prostředků pro rozbor některých salónních her a pomocí výsledků těchto rozborů získat přehled o strategických možnostech hráče. Snaha o rozbor herních situací poskytovala zpětně podněty k rozšíření a doplnění matematických disciplín. Např. počet pravděpodobnosti vděčí ve značné míře za svůj vnik kdysi oblíbené a rozšířené hře v kostky.

Vznik počtu pravděpodobnosti se datuje do poloviny 17. století a jsou s ním spojena jména jako Blaise Pascal nebo Pierre de Fermat. V 18. století se pak objevují pojmy smíšené strategie a teorie užitku (Daniel Bernoulli), které se staly důležitým podnětem pro další vývoj. V 19. století dochází především k rozvoji teorie ekonomické soutěže, oligopolu a monopolu. Modelováním těchto situací se zabýval Antoine Augustin Cournot, který popsal většinu dnes známých teorií ekonomické soutěže. O matematizaci pojmu strategická hra se poprvé pokusil v roce 1921 Émile Borel. Ale teprve o 7 let později dokázal John von Neumann matematické tvrzení vysvětlující pojem strategická hra. Masivní rozvoj teorie her pak přináší publikace Theory of Games and Economic Behavior (John von Neumann, Oskar Morgenstern), která vyšla v roce 1944. Autoři zde shrnuli dosud známé poznatky a podstatně je rozvinuli a doplnili. Také jasně prokázali, že teoreticko-herní modely se dají využít při modelování ekonomických rozhodovacích situací, které často obsahují prvky konfliktu. Díky obrovskému přínosu této publikace se vznik teorie her často datuje právě do roku 1944. Po vydání této knihy se začala teorie her rychle rozvíjet a vyšlo mnoho dalších publikací, které se zabývaly jak matematickou teorií, tak její aplikací a modelováním rozhodovacích situací.

Nové výsledky v oblasti teorie her se publikují v několika desítkách odborných časopisů. V r. 1971 byl založen časopis International Journal of Game Theory, který představuje hlavní periodikum zabývající se teorií her a jejím vývojem.

2.2 Předmět teorie her

Maňas [6] dále uvádí, že teorie her se zabývá řešením konfliktů nebo obecněji rozhodovacích situací, kde dochází ke střetnutí zájmů jejich účastníků. Při aplikacích teorie her je cílem provést rozbor jednotlivých rozhodovacích situací a na jeho základě poskytnout podklady pro racionální chování jednotlivých účastníků. Tento rozbor je možné provádět ze dvou hledisek. Jednak je možné klást otázku, jak se má v rozhodovací situaci chovat racionální účastník, který v modelu vystupuje jako inteligentní hráč (viz kapitola 2.5). V takovém případě se provádí rozbor z *normativního hlediska*. Je však také možné položit otázku, jak se bude v rozhodovací situaci chovat průměrný jedinec. Na pozorování či experimentech se dá dokázat, že reální jedinci se nechovají vždy tak, jak by se dalo očekávat od racionálně založených účastníků. Rozbor z *deskriptivního hlediska* sleduje skutečné chování reálných jedinců. Teorie her tradičně studuje rozhodovací situace především z hlediska normativního. Deskriptivní hledisko je spíše předmětem psychologických či sociologických studií. Existují situace, kdy lze uvést jednoznačný návod k racionálnímu jednání a určit tedy optimální strategii hráčů (viz kapitola 2.6.1). Vyskytují se však také situace, kdy je nutná zpětná kontrola teoretických závěrů pomocí pozorování reálných situací, tedy přihlédnutí k deskriptivním aspektům. Často lze pomocí vhodného pozorování určit procento rozhodovatelů, kteří doporučenou strategii skutečně zvolí. Pak jde o tzv. strategii s určitým procentem *normativnosti*.

Nesoulad mezi teoretickými závěry a skutečným rozhodováním lze vysvětlit také tak, že nebyl zvolen vhodný model pro popis rozhodovací situace. Volba modelu je klíčová. Komplikovaný model většinou nelze ověřit. Jednoduchý univerzální model naopak vede k závěru, že všechny strategie jsou optimální a teorie je tedy velmi snadno 100% normativní, ale o skutečném chování reálných rozhodovatelů mnoho nevypoví. 100% normativní modely s jednoznačně určenými optimálními strategiemi lze tedy použít pouze pro relativně jednoduché rozhodovací situace. Pro komplikované rozhodovací situace, typické pro oblast ekonomie, vojenství či mezinárodních vztahů jsou typické modely s malou normativností nebo modely s velkým počtem optimálních strategií. Uměním je, použít pro popis složité rozhodovací situace takový model, který je technicky zvládnutelný a ještě poskytuje dostatečně relevantní výsledky.

2.3 Použitá symbolika a pojmy

Podle Maňase [6] se v teorii her používá následující symbolika a pojmy.

Konflikt, hra

Konflikty jsou speciálním případem obecnějších rozhodovacích situací, v nichž dochází k vážnějšímu či mírnějšímu střetnutí zájmů účastníků v nich vystupujících. Jinak řečeno, konflikt je rozhodovací situace, ve které vystupují alespoň dva inteligentní hráči (viz kapitola 2.5). *Hra* je přípravou na reálný konflikt, tzn. modelem konfliktu.

Hra, hráč, množina hráčů

V každé rozhodovací situaci (hře) vystupují osoby, instituce či mechanismy, které mohou svým rozhodnutím ovlivňovat konečné výsledky. Souhrnným názvem se tyto generátory rozhodnutí nazývají *hráči*. Hráčů bude vždy konečný počet. Označují se čísly 1, 2, …, N a tvoří *množinu hráčů* $Q = \{1, 2, \ldots, N\}$.

Strategie, prostor strategií

V modelové rozhodovací situaci zvolí každý hráč $i = 1, 2, \ldots, N$ určitou *strategii* $x_i \in X_i$ přičemž X_i je *prostor všech strategií* hráče i, které má možnost zvolit. Zvolené strategie všech hráčů tvoří dohromady N-tici $x = [x_1, x_2, \ldots, x_N]$. Tato N-tice zvolených strategií určuje pro každého hráče důsledek vyplývající z jeho účasti ve hře. Tento důsledek lze charakterizovat matematickou funkcí nabývající číselných hodnot, tzv. výplatní funkcí.

Výplatní funkce

Výplatní funkce $M_i(x)$, $i = 1, 2, \ldots, N$ je modelovou kvantitativní charakteristikou důsledku rozhodovací situace pro hráče i. Výplatní funkce jsou definované na kartézském součinu prostorů strategií všech hráčů $X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_N$. Nabývá-li výplatní funkce kladných hodnot, pak jde o *zisk* nebo *výhru* hráče, nabývá-li záporných hodnot, jde o *ztrátu* nebo *prohru*.

2.4 Matematické modely rozhodovacích situací

Teorie her se opírá o matematické modelování rozhodovacích situací. Rozhodovací situace je možné popsat více způsoby. Lze navrhnout obecný model ve formě soustavy matematických objektů (množin, zobrazení,…), který je schopen popsat všechny možné typy rozhodovacích situací. V některých případech je však takový model zbytečně složitý. Maňas [6] uvádí tyto základní modely rozhodovacích situací:

Hra v normálním tvaru

Hra v normálním tvaru je již zmíněný obecný model ve formě soustavy matematických objektů. Tato hra je tvořena seznamem hráčů, prostory strategií a výplatními funkcemi, které jsou přiřazeny jednotlivým hráčům. Zápis hry v normálním tvaru vypadá takto: $\{Q; X_1, X_2, \dots, X_N; M_1(x), M_2(x), \dots, M_N(x)\}$

Hra ve tvaru charakteristické funkce

V některých rozhodovacích situacích je důležitá okolnost, že se účastníci mohou spojovat do skupin a tím posilovat své postavení. Takové skupiny účastníků se nazývají koalice. Jestliže je činnost účastníků spolupracujících v koalici zřejmá, je vhodným popisem takové rozhodovací situace hra ve tvaru charakteristické funkce.

Koalice jsou podmnožiny množiny všech hráčů Q a označují se K_j, kde $j = 1, 2, \dots, s$. Výplatní funkce koalice se značí $v(K_j)$ a udává celkovou částku, kterou si koalice K_j může zajistit bez spolupráce s ostatními hráči. Funkce $v(K)$ nabývající číselných hodnot a definovaná na množině všech možných koalic se nazývá *hra ve tvaru charakteristické funkce*.

Hra v explicitním tvaru

Jde-li o rozhodovací situaci, pro níž je podstatné, že probíhá ve formě postupně prováděných tahů, používá se k popisu matematický model nazývaný *hra v explicitním tvaru*. Hra v explicitním tvaru popisuje rozhodovací situaci pomocí zvláštního typu grafu zadaného uzly a hranami, které tyto uzly spojují. Jde o souvislý graf bez cyklů, který je doplněn označením a orientací hran a označením uzlů. Takový graf se také nazývá *strom hry*.

2.5 Klasifikace rozhodovacích situací

Pro formulaci optimálního chování v jednotlivých rozhodovacích situacích je nutné co nejpřesněji popsat okolnosti, za nichž jednotliví účastníci volí svá rozhodnutí. To vede k potřebě roztřídit rozhodovací situace tak, aby bylo možné použít jednotný matematický popis a jednu definici optimálního chování.

Rozhodovací situace je dle Maňase [6] možné klasifikovat podle různých kritérií, z nichž jsou důležitá zejména tato:

- Počet hráčů
- Přítomnost náhodných mechanismů
- Informovanost hráčů v okamžiku rozhodování
- Počet možných strategií
- Způsob generování a dělení výher

Počet hráčů

Při dělení podle počtu hráčů jsou rozhodovací situace členěny na hry s jedním hráčem, se dvěma a s více hráči.

Je-li v rozhodovací situaci pouze jeden hráč, pak důsledky jeho rozhodování nejsou ovlivňovány dalšími činiteli (dalšími hráči). Modelovací technikou pro popis takových situací je *matematické programování*. Matematické programování se nepovažuje za součást teorie her. V matematickém programování je hlavní pozornost věnována nalezení extrému funkce, zatímco definice optimální strategie zde nečiní potíže.

Velká pozornost je v teorii her věnována modelům, v nichž vystupují dva hráči. V těchto modelech se dají vysvětlit některé pojmy, které jsou při vyšším počtu hráčů komplikovanější.

Dalším případem je taková rozhodovací situace, kde vystupují více než dva hráči. Zde se objevuje nový strategický prvek, totiž otázka, zda by nebylo možné, aby se dva či více hráčů sdružilo do koalice a posílilo si tak naději na lepší výsledek.

Přítomnost náhodných mechanismů

Náhodný mechanismus je považován za dalšího hráče v rozhodovací situaci. Takový hráč se ovšem nesnaží ovlivnit výši své výhry. Tito hráči, kteří jsou pouze formálním vyjádřením náhodného mechanismu, se nazývají *neinteligentní*. Hráči, kteří naopak volí své strategie tak, aby maximalizovali svoji výhru, se nazývají *inteligentní*.

Toto dělení však není postačující. Někteří rozhodovatelé v sobě totiž sice nesou prvky racionality, ale nevyužívají všech možností k dosažení maximální výhry. Stupeň inteligence lze v těchto případech popsat parametrem $p = \langle 0,1 \rangle$, kde $p = 0$ značí absenci inteligentní složky a $p = 1$ značí hráče inteligentního. Takto charakterizovaní hráči se nazývají *p-inteligentní*.

S přítomností náhodných mechanismů souvisí následují pojmy: konflikt, rozhodování při riziku a rozhodování při nejistotě. *Konflikt* je taková rozhodovací situace, kde vystupují alespoň dva inteligentní hráči. O *rozhodování při riziku* se jedná tehdy, pokud ve hře vystupuje jeden hráč inteligentní a jeden neinteligentní, přičemž inteligentní hráč zná rozložení pravděpodobností, podle něhož neinteligentní hráč volí své strategie. Termín *rozhodování při nejistotě* se používá tehdy, když toto rozdělení pravděpodobností není inteligentnímu hráči známo.

Informovanost hráčů v okamžiku rozhodování

U konfliktů, v nichž strategie spočívají v realizaci posloupnosti tahů, je důležité rozlišit, zda hráči mají před každým tahem přesnou informaci, co se dosud ve hře dělo, či zda jsou tyto informace pouze částečné. Následkem toho se rozlišují *hry s úplnou informací* a o *hry s neúplnou informací*.

Počet možných strategií

Při hledání optimálních strategií je důležité rozlišit, zda mají hráči konečně mnoho možných strategií nebo nekonečně mnoho. V souvislosti s tím, se rozlišují *hry konečné* a *nekonečné*. Počet reálných rozhodnutí je vlastně vždy konečný, ale při matematickém popisu je práce s množinami, které mají tisíce prvků, těžko možná. Proto je výhodnější předpokládat, že strategií je nekonečně mnoho a využít prostředků spojité matematiky.

Při některých rozhodovacích situacích mají hráči evidentně konečně mnoho možných strategií, může se však stát, že žádnou strategii nelze označit za optimální. Kdyby totiž protihráči mohli vydedukovat, co bude hráč volit, mohli by z toho získat výhody. Hráč se proto snaží utajit svou volbu tím, že výběr strategie realizuje náhodně, a to podle určitého rozložení pravděpodobností tak, aby v průměru dosáhl dobrých výsledků. Rozhodnutí potom spočívá ve výběru vhodného rozložení pravděpodobností. Těch je zpravidla nekonečně mnoho a rozhodovací situace původně popsaná jako konečná hra má řešení pouze při popisu pomocí nekonečné hry.

Způsob generování a dělení výher

V některých rozhodovacích situacích je součet výher všech hráčů roven konstantě. Takové modely se pak nazývají *hry s konstantním součtem* nebo *antagonistické hry*. Antagonismus znamená, že pokud jeden hráč získá výhodu, znamená to nutně pro ostatní hráče stejně velkou nevýhodu.

U *her s nekonstantním součtem* závisí celkový objem výher na tom, jaké strategie hráči volí. Jde o *neantagonistické hry*. U těchto her má pro hráče smysl uvažovat o spolupráci, protože se musí starat, aby celkový objem výher byl co největší. Pokud je spolupráce mezi hráči možná, jedná se o tzv. *kooperativní hry*, v opačném případě jde o hry *nekooperativní*.

Kooperativní hry se dále rozlišují na *hry s nepřenosnou výhrou*, kde se spolupráce projeví na zvýšení hodnot výplatních funkcí u všech spolupracujících hráčů, a *hry s přenosnou výhrou*, kdy jeden hráč přispívá zvolením určité strategie pouze ke zvýšení výhry jiného hráče, ten se mu však odmění přesunem částky z vlastní výhry.

2.6 Vybrané typy her a jejich aplikace

Tato část práce je zaměřena na ty typy her, které jsou předmětem aplikační úlohy a je tedy nezbytné věnovat čas i jejich teoretické stránce. Tzn. vymezit pojmy, vysvětlit různé postupy při řešení takových her a objasnit je na příkladech. Tato kapitola se zabývá rozhodováním za rizika a nejistoty a některými dalšími rozhodovacími situacemi, jejichž podrobnější popis či postup při jejich řešení má vztah k rozhodování za rizika a nejistoty.

2.6.1 Antagonistické hry

Optimální strategie

Antagonistický konflikt je dle Maňase [6] rozhodovací situace, ve které vystupují dva inteligentní hráči, kteří se po volbě svých rozhodnutí dělí o pevnou částku. Jinak řečeno ztráta jednoho hráče znamená stejně velkou výhru druhého hráče. Takový typ rozhodovací situace lze zapsat jako maticová hra hraná podle minimaxu.

Maticová hra je matematický zápis konečné hry dvou hráčů s nulovým součtem.

Minimax je označení pro takovou optimální strategii, při níž je výhra prvního hráče maximální a prohra druhého hráče minimální. Takovou strategii se nazývá také *rovnovážná* a platí, že, kdo se od této strategie odchýlí, nemůže si polepšit. Formální zápis takové optimální strategie vypadá následovně:

$$\overline{x} = \max_x \left(\min_y M(x, y) \right)$$

Hra může mít dle [2] řešení v ryzích nebo smíšených strategiích:

Ryzí strategie

Jedná se o takovou hru, ve které lze najít rovnovážnou strategii, která přinese prvnímu hráči maximální výhru (ať zvolí druhý hráč jakoukoli strategii) a druhému hráči minimální prohru (ať zvolí první hráč jakoukoli strategii). Ve hře s konstantním součtem, kde vystupují dva hráči, přičemž první hráč volí strategie $x_i \in X$ a druhý hráč $y_j \in Y$, platí , že:

$$M_1\left(x_i, \overline{y}\right) \leq M_1\left(\overline{x}, \overline{y}\right) \text{ a zároveň } M_2\left(\overline{x}, y_j\right) \leq M_2\left(\overline{x}, \overline{y}\right)$$

$\overline{x}, \overline{y}$ ... rovnovážné strategie

Každou hru s konstantním součtem je možné převést na hru s nulovým součtem, kde platí $M_1(x_i, y) = -M_2(x, y_j)$. Podmínky pro rovnovážné strategie lze tedy přepsat do tvaru:

$$M\left(x_i, \overline{y}\right) \leq M\left(\overline{x}, \overline{y}\right) \leq M\left(\overline{x}, y_j\right)$$ přičemž zpravidla platí, že $M_1\left(x_i, y\right) = M\left(x, y\right)$

Číslo $M\left(\overline{x}, \overline{y}\right)$ se nazývá *cena hry*, což je částka, kterou vyhraje první hráč, jestliže oba hráči používají optimální strategie.

Smíšená strategie

Pokud hra nemá řešení na prostoru ryzích strategií, tzn. že nelze nalézt rovnovážnou strategii, volí hráč strategie s určitým rozložením pravděpodobností.

2.6.2 Maticové hry

Podle [2] lze konečná hra dvou inteligentních hráčů s nulovým součtem zapsat jako maticová hra. Podle [6] je maticová hra konflikt dvou hráčů s prostory strategií prvního hráče $X = \{1,2,...,i\}$ a druhého hráče $Y = \{1,2,..., j\}$ a s výplatní funkcí zadanou *maticí hry* s prvky a_{ij} , kde čísla řádků odpovídají číslům strategií prvního hráče a čísla sloupců číslům strategií druhého hráče. Platí, že $a_{ij} = M\left(x, y\right)$. Matice vypadá takto:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & ... & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & ... & a_{2j} \\ ... & ... & ... & ... \\ a_{i1} & a_{i2} & ... & a_{ij} \end{bmatrix}$$

Maňas [6] uvádí, že v maticové hře lze nalézt rovnovážné strategie následujícími způsoby:

Řešení maticové hry v ryzích strategiích

Maticová hra má řešení v ryzích strategiích, pokud v matici hry existuje takový prvek, který je současně nejmenší na řádku a největší ve sloupci, v němž se nachází. Takový prvek se nazývá *sedlový prvek* matice hry. Strategie hráčů, které jsou shodné s tímto řádkem a sloupcem, se pak nazývají rovnovážné.

Např. v této matici je pro prvního hráče rovnovážná strategie č. 1 a pro druhého hráče strategie č. 3. Cena hry je 4 (sedlový prvek je v matici označen závorkou).

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & (4) \\ -4 & 5 & 3 \\ 7 & 8 & -1 \end{bmatrix}$$

Řešení maticové hry ve smíšených strategiích

Nemá-li matice hry sedlový prvek, nebo jinak řečeno hra nemá řešení v ryzích strategiích, je úkolem najít takové rozložení pravděpodobností, se kterými by hráči měli střídat své strategie, aby dosáhli v průměru maximální možné výhry. Takovému řešení se říká také *smíšené rozšíření hry*. Řešení takových úloh je poměrně složité a využívá se k němu lineární programování.

2.6.3 Rozhodování za rizika

Maňas [6] uvádí, že při rozhodování za rizika jde o takové rozhodovací situace, ve kterých vedle inteligentních účastníků vystupují také náhodné mechanismy, neboli neinteligentní hráči. Neinteligentní hráč se projevuje tím, že volí své strategie podle určitého rozložení pravděpodobností bez ohledu na svou výhru. Pokud inteligentní hráč zná toto rozložení pravděpodobností, jde o *rozhodování při riziku*. Jestliže však inteligentní hráč při volbě své strategie toto rozložení nezná, pak se jedná o *rozhodování při nejistotě*. Pro názornost postačí vyšetřovat rozhodovací situace s jedním inteligentním hráčem a jedním hráčem, který reprezentuje náhodný mechanismus. K popisu se používá hra v normálním tvaru:

$$\{Q = \{1,2\}; X, Y; M(x,y)\}$$

V této hře tedy vystupují dva hráči, přičemž hráč 1 bude vždy inteligentní a hráč 2 neinteligentní. Hráč 1 se rozhoduje na prostoru strategií X a hráč 2 na prostoru strategií Y. V modelu hry je zadána pouze jedna výplatní funkce $M(x,y)$, která je zjednodušeným zápisem pro výplatní funkci prvního hráče $M_1(x,y)$. Výplatní funkci druhého hráče $M_2(x,y)$ není nutné sledovat, protože hráč 2 reprezentující náhodný mechanismus je k výši své výhry lhostejný.

Optimální strategie při riziku

Maňas [6] uvádí, že optimální strategie při rozhodování za rizika je takové chování, které vede k maximalizaci střední hodnoty výhry. Pro názornost postačí předpoklad, že počet prvků v množinách X a Y (počet strategií) je konečný. Potom je, stejně jako u antagonistických konfliktů, možné popsat rozhodovací situaci jedinou maticí:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Chování neinteligentního hráče je zpravidla dáno funkcí pravděpodobností, definovanou na sloupcích matice. Tato funkce je reprezentována vektorem:

$$p = [p_1, p_2, \dots, p_n]$$

Složka p_j ($j = 1,2,\dots,n$) udává pravděpodobnost, že hráč 2 zvolí j-tý sloupec (j-tou strategii). Pravděpodobnost se pohybuje v intervalu $p = \langle 0,1 \rangle$ a součet všech pravděpodobností musí být roven 1.

Pro inteligentního hráče je pak podle definice o střední hodnotě výhry optimální volit tu strategii, ten řádek, pro který následující výraz nabývá maximální hodnoty:

$$i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j$$

Petrohradský paradox

Maňas [6] uvádí, že střední hodnota výhry nemusí být vždy rozhodující při posouzení výhodnosti různých strategií. Skutečné chování rozhodujících se subjektů to potvrzuje. Tento problém byl znám a studován dokonce ještě před vznikem samostatné teorie her. Jako první na tento problém poukázal Daniel Bernoulli (1700 -1782) a to v době svého pobytu v Petrohradě kolem roku 1738. Podstatu věci ukázal na příkladu, který je znám také jako Petrohradský paradox:

Dva hráči hrají následující hru: První hází mincí, objeví-li se hlava v n-tém hodu, dostane druhý hráč 2^n korun. První hráč se před začátkem hry zeptá druhého, za jakou částku by byl ochotný ustoupit od hry. Podle studií rozumný člověk většinou souhlasí s částkou kolem 20 korun. Střední hodnota výhry je následující:

$$2\frac{1}{2}+2^2\left(\frac{1}{2}\right)^2+\ldots+2^n\left(\frac{1}{2}\right)^n+\ldots=\infty$$

Přestože má druhý hráč nekonečně velkou střední hodnotu výhry, dává přednost rozhodnutí, které mu vynese poměrně skromnou částku peněz. Tento jev se tedy nazývá Petrohradský paradox. Nelze ho vysvětlovat tím, že je druhý hráč nepoučený a neumí si spočítat střední hodnotu. Bernoulli vysvětlil tento jev zavedením pojmu *užitek peněz*.

Funkce užitku

Funkcí užitku se zabývá Maňas v [6]. Bernoulliho funkce užitku předpokládá, že se lidé nerozhodují tak, aby maximalizovali střední hodnoty peněžních částek, ale tak, aby maximalizovali střední hodnoty užitku z těchto peněžních částek. Tento užitek vyjádřil pomocí funkce $u(x)$, udávající užitek z částky x. Vycházel z toho, že přírůstek užitku je přímo úměrný přírůstku částky x, ale nepřímo úměrný částce x. Jinými slovy to znamená, že pro méně majetného člověka, který vlastní na počátku nižší částku, bude mít určitý přírůstek k této částce vyšší užitek, než pro člověka majetnějšího.

Bernoulliho funkce užitku má však určité nedostatky. Je definována pouze pro kladné částky x, zatímco v mnoha rozhodovacích situacích se setkáváme se zápornou výhrou. Navíc funkce užitku je opravdu velmi individuální a nemůže být odvozována pouze z majetkových poměrů.

2.6.4 Rozhodování při nejistotě

Maňas [6] uvádí, že rozhodování při nejistotě je taková rozhodovací situace, ve které vystupuje vedle inteligentního hráče také hráč neinteligentní. Inteligentní hráč přitom nezná rozložení pravděpodobností, se kterými neinteligentní hráč volí své strategie. Matematickým modelem je opět hra v normálním tvaru:

$$\{Q = \{1,2\}; X, Y; M(x, y)\}$$

Pro přehlednost opět postačí zabývat se pouze hrou, ve které vystupují dva hráči, přičemž hráč 1 bude vždy inteligentní a hráč 2 neinteligentní. Hráč 1 se rozhoduje na prostoru strategií X a hráč 2 na prostoru strategií Y. V modelu hry je zadána pouze jedna výplatní funkce $M(x, y)$, která je zjednodušeným zápisem pro výplatní funkci prvního hráče $M_1(x, y)$.

V rozhodovacích situacích při nejistotě poskytují definice optimálních strategií pouze nejednoznačné výsledky, které mají malou normativnost. Většinou totiž neexistuje dostatek informací o preferencích rozhodovatele. Existuje však několik principů, podle kterých se dá určit optimální strategie rozhodovatele. Maňas [6] uvádí následující:

Princip nedostatečné evidence

Pitel [8] tento princip uvádí jako *Bernoulliho-Laplaceovo kritérium*. Jestliže není známé rozložení pravděpodobností, s nimiž druhý hráč volí své strategie, chová se první hráč tak, jako by všechny jeho strategie byly rovnocenné. Jinak řečeno inteligentní hráč předpokládá, že pravděpodobnosti jsou stejné. Ve hře, kde hráč 2 má konečně možných strategií y ($y = 1,2,...,n$), je každá strategie volena s pravděpodobností:

$$p = \frac{1}{n}$$

Dál se pak postupuje jako v situaci rozhodování při riziku.

Princip minimaxu

Pitel [8] tento princip popisuje jako *Waldovo kritérium*. Podle tohoto kritéria má inteligentní hráč vybrat tu strategii, která mu zajistí největší minimum zisku bez ohledu na to, jak se zachová náhodný mechanismus. Protože se při rozhodování za nejistoty předpokládá, že náhodný mechanismus má k výsledkům hry lhostejný postoj, není výběr optimální strategie závislý na existenci sedlového bodu. Jde v podstatě o minimaxový přístup, který se dá použít i tehdy, pokud matice nemá sedlový bod:

$$\bar{x} = \max_x \left(\min_y M(x,y) \right)$$

Tento přístup je krajně pesimistický, rozhodovatel totiž vždy předpokládá, že nastane nejhorší možná varianta. Náhodný mechanismus však není cílevědomým protivníkem, který by měl v úmyslu poškodit druhého účastníka hry. Z toho plyne, že racionálně uvažující rozhodovatel se tímto kritériem řídí pouze tehdy, chce-li pro své rozhodnutí zajistit minimální riziko, resp. je-li riziko volby jiné strategie příliš velké.

<u>Princip minimaxu ztráty</u>

Pitel [8] tento princip uvádí jako *Savageovo kritérium*. Optimální strategie podle tohoto principu nepřipouští velké ztráty ve srovnání s rozhodnutím, které by první hráč učinil při znalosti optimální strategie druhého hráče. Je třeba zavést tzv. funkci ztrát:

$$Z(x,z) = M(x,y) - \max_x M(x,y) \quad \text{přičemž je zřejmé, že } Z(x,y) \leq 0$$

Optimální je ta strategie, která je optimální podle principu minimaxu ve hře s výplatní funkcí $Z(x,y)$:

$$\bar{x} = \max_x \left(\min_y Z(x,y) \right)$$

<u>Princip maximaxu</u>

Dosud zmíněné principy jsou spíše pesimistické či konzervativní. Podle Vaněčkové [9] by však optimisté mohli předpokládat, že hráč 2 zvolí takovou strategii, která maximalizuje výhru prvního hráče. Inteligentní hráč tedy volí tu strategii, která mu přinese maximální největší výhru. Z matematického hlediska tento přístup vlastně znamená nalezení největšího čísla v rozhodovací matici:

$$\bar{x} = \max_x \left(\max_y M(x,y) \right)$$

Princip středního optimismu

Podle [8] se tento princip nazývá *Hurwiczovo kritérium*. Princip středního optimismu je vlastně kompromisem mezi optimistickým a pesimistickým přístupem. Za optimální považuje takovou strategii, která maximalizuje součet její minimální a maximální hodnoty s ohledem na tzv. *index optimismu α* [9]:

$$\bar{x} = \max_x \left(\alpha \max_y M(x, y) + (1 - \alpha) \min_y M(x, y) \right)$$

Pitel [8] nazývá koeficient *α optimisticko-pesimistickým indexem* a označuje ho *t*. Tento koeficient nabývá hodnot z intervalu $\langle 0,1 \rangle$ a je to jakési měřítko optimismu inteligentního hráče. Pro $\alpha = 0$ jsou výsledky krajně pesimistické a jde vlastně o Waldovo kritérium. Pro $\alpha = 1$ jsou výsledky naopak krajně optimistické jako u principu maximaxu. Vzhledem k tomu, že index optimismu *α* si musí každý rozhodovací subjekt volit sám, představuje Hurwiczovo kritérium značně subjektivní přístup. Při kvantifikaci indexu optimismu se podle [9] doporučuje vážený průměr nejhorších a nejlepších výsledků v jednotlivých variantách vyjádřit pro obecnou hodnotu *α* a konkrétní hodnotu pak specifikovat intervalově.

Při každém z navrhovaných principů se pojem optimální strategie definuje odlišným způsobem a důsledkem toho mohou být rozdílné i získané výsledky. Na otázku, v jakých případech použít které kritérium, nelze dát jednoznačnou odpověď. Každé kritérium má svoje klady i zápory. Žádné však není natolik univerzální a přesvědčivé, aby mohlo mít obecnou platnost a mohlo sloužit jako jediné východisko při každém rozhodování za nejistoty.

3 SIMULAČNÍ METODY

Teorie her není jediný prostředek pro řešení konfliktních rozhodovacích situací. Některé takovéto situace lze také moderně řešit pomocí počítačové simulace. Hušek [5] uvádí, že simulační metody představují jeden z nejúčinnějších nástrojů vhodných pro analýzu složitých procesů a systémů. Základní myšlenka simulačních metod je poměrně jednoduchá, neboť vychází z přímého napodobení studovaného systému. Metodologie simulačních přístupů k řešení problémů je založena na poznatcích matematiky, teorie pravděpodobnosti a statistiky, teorie systémů, výpočetní techniky a programování. Houška [4] uvádí, že hlavní předností simulačních metod je možnost řešit velmi složité úlohy, jejichž analytické řešení není dostupné.

3.1 Cíl počítačové simulace

Cílem simulačních experimentů na modelech je obdržet charakteristiky modelovaného systému a tím přezkoušet jeho funkční schopnost. Použitím simulačního modelování je možné ve všech oblastech prověřovat plány, projekty, záměry a měnit je odpovídajícím způsobem dříve, než se systémy umístí do reálných podmínek. Simulační metody se v současnosti ukazují jako jediná prakticky dostupná metoda vhodná pro zkoumání provozu složitých systémů. [4]

3.2 Využití simulačních modelů

Simulační modely se dle [4] využívají pro účely experimentování, tj. pro předpověď následků změn činnosti, podmínek nebo metod v situaci, kdy je realizace takové změny spojena se ztrátami prostředků nebo s určitým rizikem. Lze je využít také jako prostředek výzkumu nových systémů s cílem jejich přestavby nebo realizace výstavby a pro prověření nového systému nebo metody. Simulační modely slouží také jako prostředek pro získání předpovědi a tím pro zabezpečení kvalitativního a kvantitativního podkladu pro plánování a prognostiku.

3.3 Výhody a nevýhody simulačních modelů

Houška [4] uvádí následující výhody a nevýhody simulačních modelů:

Výhody

- Simulační model se používá, jestliže z různých důvodů (finančních, časových, bezpečnostních) nelze experimentovat přímo se systémem a přitom je potřeba znát jednotlivé fáze vývoje systému.
- Simulace se dále používá pro řešení problémů, jejichž analytický matematický model je možné zapsat, ale nelze jej řešit přímými metodami.

Nevýhody

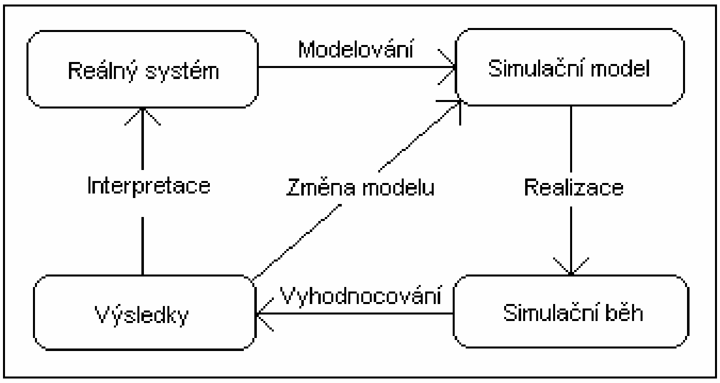
- Model nemá obecnou platnost, pro modelování jiného systému je nutné vytvořit nový simulační model.
- Nelze zjistit závislost vstupních a výstupních dat. Simulace ukáže, jak systém reaguje na různé vstupy, ale jejich vzájemná závislost se pouze odhaduje pomocí statistických metod.
- Simulace je poměrně nákladným a zdlouhavým prostředkem pro studium systémů.

3.4 Tvorba simulačního modelu

Houška [4] uvádí, že simulační modely jsou založeny na zcela odlišném principu než modely analytické. Základní myšlenka simulace vychází z přímého napodobení jednotlivých kroků chování studovaného systému. Je to metoda poznávání reálného systému, jejíž podstata spočívá v tom, že zkoumaný systém nahradíme jeho simulačním modelem a s tím provádíme experimenty. Obecný postup tvorby simulačního modelu je uveden na *obrázku 3.1* a dle [4] spočívá v následujících prvcích:

- Sestrojení souboru matematických a logických vztahů, vyjadřujících základní funkční charakteristiky systému.
- Zahrnutí náhodných vlivů do modelu ve formě pravděpodobnostních charakteristik.

- Zahrnutí časového hlediska do modelu ve formě zobrazení změn, které v systému v čase nastávají.
- Postupné výpočty s různými vstupními údaji, čímž se napodobuje chování reálného systému v reálném čase.



Obrázek 3.1: Proces tvorby simulačního modelu

3.5 Členění simulací podle různých hledisek

Houška [4] uvádí následující členění simulací:

Podle způsobu modelování procesů

Podle způsobu modelování procesů se rozlišují *simulace diskrétních procesů* a *simulace spojitých procesů*. Při simulaci diskrétních procesů mohou proměnné nabývat pouze předem stanovených hodnot, u simulací spojitých procesů mohou nabývat všech hodnot ze stanoveného intervalu.

Podle přístupu k faktoru času

Z tohoto hlediska se rozlišují simulace *statické* a *dynamické*. Při statické simulaci jde o stav systému v konkrétním časovém okamžiku. Pomocí dynamické simulace se modeluje vývoj systému v čase.

Podle způsobu práce s náhodnými vlivy

Dále se simulace dělí na *deterministické* a *stochastické*. V deterministických simulacích se neuvažuje s náhodnými vlivy. Stochastické simulace modelují náhodné faktory zahrnutím náhodných proměnných do simulačního modelu.

3.6 Generování náhodných čísel a hodnot náhodných veličin

Jak již bylo řečeno v předchozí kapitole, při stochastických simulacích se uvažuje s náhodnými vlivy a do modelu jsou zahrnuty náhodné proměnné. Náhodná proměnná je dle [3] předpis, který přiřazuje každému výsledku náhodného pokusu určitou hodnotu. Pravděpodobnosti, s kterými náhodná proměnná nabývá těchto hodnot, se nazývají rozdělení náhodné proměnné.

Houška [4] uvádí, že hodnoty náhodných veličin by bylo možné evidovat v reálném systému a pak je použít jako součást vstupních dat simulačního programu. Protože je ale pro simulační experimenty obvykle potřeba velké množství takových hodnot, je výhodné na základě pozorovaných údajů, stanovit pravděpodobnostní zákonitosti (typ rozdělení náhodné veličiny a jeho parametry) a na jejich základě generovat náhodná čísla v průběhu experimentů samotným simulačním programem. Náhodné číslo tak modeluje náhodnou veličinu.

3.6.1 Distribuční funkce

Hendl [3] uvádí, že nejúplnější popis pravděpodobnostního chování náhodné proměnné představuje *distribuční funkce* $F(x)$. Distribuční funkce je dle [1] pravděpodobnost, že náhodná proměnná X nabude určité hodnoty x nebo hodnoty menší, tedy:

$$F(x) = P(X \leq x)$$

Čermáková [1] uvádí, že má-li $F(x)$ derivaci, potom se tato derivace nazývá *hustota pravděpodobnosti* nebo *frekvenční funkce* $f(x)$ náhodné proměnné X. Tato funkce udává pravděpodobnost, že hodnota náhodné proměnné bude ležet v určitém intervalu kolem hodnoty x.

3.6.2 Náhodná čísla

Náhodná čísla jsou dle [4] nezávislé hodnoty rovnoměrného rozdělení na intervalu $(0,1)$. Toto rozdělení se označuje $R(0,1)$ a jeho hodnoty se značí r. Rozdělení $R(0,1)$ má následující vlastnosti:

$$F(x) = x \text{ pro } x \in (0,1); \quad F(x) = 0 \text{ pro } x \leq 0; \quad F(x) = 1 \text{pro } x \geq 1$$

$$f(x) = 1 \text{ pro } x \in (0,1); \quad \text{jinak } f(x) = 0$$

Houška [4] uvádí, že náhodné číslo modelující náhodnou veličinu již není náhodné, ale pouze *pseudonáhodné*. Dle [4] se v současné době většinou používají matematické generátory náhodných čísel, jejichž shodu se skutečnou posloupností náhodných čísel je nutno ověřovat pomocí statistických testů (frekvenční test, poker test, test autokorelace aj.).

3.6.3 Generování hodnot náhodných veličin

Vygenerované hodnoty náhodných čísel jsou hodnoty rovnoměrného rozdělení na intervalu $(0,1)$, které je nutné transformovat na náhodnou veličinu s požadovaným rozdělením a v požadovaném intervalu. Houška [4] rozlišuje dva typy rozdělení: *spojité* a *diskrétní*.

Spojitá rozdělení

Čermáková [1] uvádí, že spojité rozdělení je takové rozdělení, kde náhodná veličina nabývá všech hodnot z konečného nebo nekonečného intervalu. Dle [4] se nejčastěji používají tato spojitá rozdělení:

- **Rovnoměrné rozdělení R(a,b)** – náhodná veličina se v daném intervalu vyskytuje se stejnou pravděpodobností.
- **Exponenciální rozdělení E(1,λ)** – toto rozdělení se nejčastěji používá v případě, že pravděpodobnost výskytu jevu během časového intervalu je úměrná délce tohoto intervalu a nastoupení jevu je statisticky nezávislé na minulosti procesu.

- **Normální rozdělení N(μ,σ²)** – tímto rozdělením se řídí např. náhodné chyby a veličiny, jejichž kolísání je způsobeno součtem velkého počtu vzájemně nezávislých a nepatrných jevů.
- **Logaritmicko-normální rozdělení LN(μ,σ²)** – toto rozdělení je vhodné zejména pro jednostranně ohraničená data, např. teplota, objem, hmotnost.
- **Trojúhelníkové rozdělení TRI(a,b,c)** – používá se pro data, která nabývají minimálních, maximálních a nejpravděpodobnějších hodnot.

Diskrétní rozdělení

Čermáková [1] uvádí, že diskrétní rozdělení je takové rozdělení, kde náhodná veličina nabývá konečného nebo spočetného počtu hodnot. Častěji než distribuční funkce se udává jako forma popisu tzv. *pravděpodobnostní funkce*. Tato funkce přiřazuje každému reálnému x pravděpodobnost, že náhodná veličina nabude této hodnoty, tj. $P(x) = P(X = x)$. Existuje řada diskrétních rozdělení. Houška [4] uvádí:

- **Geometrické rozdělení** – popisuje rozdělení počtu nezávislých realizací náhodného pokusu, které mají za následek nastoupení jevu nepříznivého předtím, než nastane jev příznivý.
- **Binomické rozdělení** – používá se v případě, kdy pravděpodobnost úspěchu v jednom pokusu je p. Potom náhodná veličina X, která má binomické rozdělení, charakterizuje počet úspěšných pokusů při n nezávislých opakováních.
- **Poissonovo rozdělení** – toto rozdělení je limitním případem binomického rozdělení. Používá se pro popis vzácných událostí. Náhodná veličina s Poissonovým rozdělením charakterizuje počet výskytů události za časovou jednotku.
- **Hypergeometrické rozdělení** – používá se, pokud v souboru N prvků existuje M prvků s určitou vlastností. Pokud bude vybráno n prvků, pak počet prvků z tohoto výběru a se sledovanou vlastností je charakterizován hypergeometrickým rozdělením.
- **Bernoulliovo rozdělení** – používá se, pokud má náhodný pokus jen dva možné výsledky.

3.6.4 Určení typu rozdělení

Při použití náhodných veličin v simulačních modelech je nutné vědět, jaké rozdělení náhodné veličiny použít v konkrétních modelovaných situacích. Houška [4] uvádí, že v případě, kdy jsou k dispozici reálná data o chování systému, se používají *testy dobré shody* nebo *histogramy* (viz [4]). Pokud jsou známy vlastnosti modelovaného systému, např. zda generuje spojité nebo diskrétní hodnoty, musí být vlastnosti zvoleného rozdělení v souladu s touto znalostí. Zjišťování rozdělení dat je také možno zcela zanedbat a jako vstupy použít přímo reálná data získaná z historických datových souborů. Může nastat i případ, kdy o chování systému nejsou žádná reálná data. To se stává u procesů, které jsou nově navrhovány a v současnosti ještě neexistují. V takovém případě je snaha najít analogii s jinými procesy, které již existují. Pokud nelze najít ani takovou analogii, může být informace o typu rozdělení získána odhadem experta. Doporučují se zejména rovnoměrné nebo trojúhelníkové rozdělení. Jde o tzv. *rozdělení s minimální informací*.

3.7 Simulační metoda Monte Carlo

Houška [4] uvádí, že základní myšlenkou této metody je souvislost mezi pravděpodobnostními charakteristikami náhodných proměnných a událostmi, které popisují zkoumaný proces. Metodu Monte Carlo definuje jako numerické řešení úloh pomocí mnohokrát opakovaných náhodných pokusů.

Historie používání metody Monte Carlo souvisí s rozvojem výpočetní techniky, neboť objem nutných výpočtů je obvykle takový, že se bez počítače nedá zvládnout. První systematičtější práce o této metodě a její název pocházejí z období na konci druhé světové války, kdy se metoda výrazně uplatnila v oblasti jaderné fyziky v souvislosti s výzkumnými pracemi orientovanými na vývoj atomové zbraně. [5]

Hušek [5] uvádí, že podstata metody Monte Carlo spočívá v opakované simulaci řešeného problému, pokaždé s jinými náhodnými veličinami. Jelikož je při řešení většiny problémů potřeba provést velké množství simulací, je generování vstupních náhodných čísel prováděno pomocí počítače a obvykle ve dvou krocích. Nejprve je generována posloupnost náhodných, vzájemně nezávislých čísel s rovnoměrným rozdělením. Z této posloupnosti je vhodnou transformací vytvořena posloupnost čísel s požadovaným rozdělením. Výsledné řešení je získáno statistickým zpracováním výsledků simulací. Při dostatečně velkém množství experimentů lze získat cenné informace o vlastnostech zkoumaného modelu.

Použití simulační metody Monte Carlo je dle [4] výhodné zejména v těchto případech:

- Modely obsahují značný počet náhodných proměnných a jejich funkcí, které se mohou měnit v závislosti na čase.
- Proměnné podléhají různým rušivým vlivům náhodného charakteru a s různými typy rozdělení.
- Modely jsou tvořeny propojením dílčích modelů pomocí různých operací.

4 METODIKA PRÁCE

Na základě stanovených cílů této práce byly využity různé metody pro jejich dosažení.

Literární rešerše a srovnávání názorů jednotlivých autorů představují důležité prameny pro získání vědomostí a přehledu o zadaném tématu. Pomocí syntézy vyhledaných informací byla zpracována především teoretická část práce.

Vlastní invence a deduktivní postupy byly naopak využity při tvorbě praktické části. Výchozí informace a podklady pro vlastní analýzu byly získány při konzultacích s majitelkou a s personální vedoucí firmy *Modré z nebe*. Zpracování těchto údajů již vycházelo ze znalostí získaných z literární rešerše.

Zadaná rozhodovací situace je řešena několika metodami. Jde o rozdílné postupy, při nichž je dosahováno odlišných výsledků. Těmito postupy se rozumí modelování pomocí teorie her a pomocí simulačních metod. Obě metody jsou porovnávány vzhledem k jejich efektivitě v různých podmínkách. V teorii her se jedná o rozhodování za rizika a za nejistoty. K simulaci je pak použita pouze metoda Monte Carlo s různým pravděpodobnostním rozdělením. Simulace je provedena v programu *@RISK*.

Výsledky modelování jsou analyzovány pomocí statistických metod. Využity jsou především míry polohy a variability, konkrétně střední hodnota a směrodatná odchylka. Na základě této analýzy je pak stanovena optimální strategie firmy, která jí přináší nejvyšší zisk.

5 FIRMA MODRÉ Z NEBE

5.1 Vznik a rozvoj

Maloobchodní síť prodejen hraček a dárků *Modré z nebe* zahájila svou činnost roku 1996 v Táboře, kdy existovala pod názvem *Hlavolamy*. V té době se soustředila především na výrobu dřevěných hlavolamů. Nejprve vznikla samostatná dílna na výrobu hlavolamů, která zároveň sloužila i jako vzorkovna. Díky zvyšující se poptávce byla dílna rozšířena a firma začala fungovat jako dodavatel hlavolamů i do jiných prodejen. Byl také zřízen velkoobchod s dřevěnými hlavolamy. O rok později vznikla samostatná prodejna hlavolamů, kterou provozovala paní Žaneta Benešová a dílna s výrobou zůstala jejímu společníkovi.

V roce 1998 se prodejna hlavolamů přemístila na náměstí v Táboře. Díky atraktivní poloze se zvyšuje poptávka a také zájem o další zboží, nejen o hlavolamy. Ještě v témže roce maloobchod rozšířil svůj sortiment o prodej dřevěných hraček, dárkového zboží a suvenýrů. Zároveň s tím je provozován i velkoobchod s hlavolamy.

V roce 1999 firma *Modré z nebe* rozšiřuje svou působnost v Jihočeském kraji. V nově otevřené Obchodní Galerii Dvořák v Českých Budějovicích zakládá svou první pobočku. Galerie se nachází na náměstí v historickém centru města, kde se dá hlavně díky turistům předpokládat zvýšená poptávka. Sortiment tohoto obchodu se opět soustředí na dárkové zboží, dřevěné hračky a hlavolamy stejně jako obchod v Táboře.

Díky zkušenostem s podstatně vyšší poptávkou během letního období je ještě v témže roce zahájen sezónní prodej zboží na turisticky atraktivním místě v Hluboké nad Vltavou. V roce 2000 pak dochází k dalšímu rozšíření sezónního prodeje. Firma otevírá svou další pobočku fungující pouze přes letní sezónu u zámku Červená Lhota. O čtyři roky později je maloobchodní síť rozšířena o velkou prodejnu hraček v OG Dvořák v Táboře.

5.2 Dodavatelé

Hlavními cíli maloobchodu s hračkami *Modré z nebe* bylo dodávat kvalitní zboží především od českých dodavatelů. Bohužel i přes všechny snahy nebyli čeští výrobci schopni dodávat požadované množství zboží v dohodnutých termínech. Další příčinou přerušení obchodních styků s domácími výrobci byly vysoké náklady a jelikož se často jednalo o neplátce DPH, i velké daňové zatížení. Po krachu několika významných českých výrobců hraček, jakým byli *ABACUS Písek*, či tradiční výrobce dřevěných hraček firma *JAS* ze Stráže nad Nežárkou, začaly maloobchody odebírat své zboží především od společnosti *WOODY Toys*, která soustředí výrobce v rámci celé Evropské unie. Kvůli nevýhodným podmínkám s českými výrobci hlavolamů, zahájilo *Modré z nebe* v roce 2005 svou spolupráci s indickými výrobci hlavolamů, firmou *WELBY*. Tato firma je přímým dodavatelem replik kovových hraček a hlavolamů.

5.3 Sortiment hraček

V současné době tedy firma odebírá dřevěné hračky určené hlavně malým dětem ve věku od 0 - 6 let. Firma se soustřeďuje především na hračky, které rozvíjejí kreativitu a motoriku dětí předškolního věku. Další nedílnou součástí sortimentu je dárkové zboží firmy *Woody Toys*, ručně malovaná umělohmotná zvířátka a rytíři z kolekce německé firmy *Schleich* a kreativní hračky od holandského dodavatele, firmy *SES*. *Modré z nebe* se i nadále zabývá velkoobchodem s hlavolamy, který provozuje pan Václav Beneš.

5.4 Cíle podnikání

Hlavními cíli i nadále zůstává snaha dodávat co nejkvalitnější zboží vyrobené z kvalitních materiálů. Dalším cílem je pokrýt poptávku po originálních hračkách a odlišit své zboží od hraček prodávaných v hypermarketech a velkých řetězcích. Velký důraz klade firma na přímý kontakt a vstřícnost vůči zákazníkům.

6 ANALÝZA OBJEDNÁVEK FIRMY MODRÉ Z NEBE

6.1 Výchozí údaje o hračce pétanque

Firma *Modré z nebe* objednává své zboží u několika dodavatelů a musí tedy běžně řešit otázku, jaké množství zboží je ideální objednat. Je nutné respektovat mnoho faktorů, především aktuální poptávku, která se zde chová jako náhodný mechanismus. Ne vždy je totiž možné její výši dopředu odhadnout. Výše objednávek také závisí na pořizovací ceně a na tržbách. Vzniklá konfliktní situace se dá řešit pomocí teorie her, ale také pomocí počítačové simulace, která je v současné době velmi oblíbená.

Pro názornost se následující kapitoly zabývají různými způsoby řešení takovéto situace pouze u jednoho konkrétního druhu zboží. Firma *Modré z nebe* stojí před otázkou, jaké množství hračky pétanque má objednat na sezónu 2007, přičemž průběžné objednávky během sezóny nejsou možné. V loňském roce se prodalo 146 kusů této hračky. Firma může pétanque objednávat pouze v sadách po 20 kusech a to v ceně 175Kč za kus. Prodejní cena je stanovena na 251,25 Kč. Pro případ, že by se hračky neprodaly, zaručila dodavatelská firma zpětný odběr po 150Kč za kus. Otázkou tedy je, jaké množství pétanque má firma *Modré z Nebe* objednat, aby byl její zisk co největší.

Jedná se o hru dvou hráčů, přičemž první hráč je firma *Modré z nebe* a druhý hráč je poptávka po zboží, která má povahu náhodného mechanismu. Firma *Modré z nebe* předpokládá, že poptávka po pétanque nepřesáhne 300 kusů, a zároveň plánuje hračku v každém případě zařadit do sortimentu, což znamená, že učiní alespoň minimální objednávku, tj. 20 kusů. Jedná se tedy o konečnou hru s prostorem strategií prvního hráče $X_1 = \{20,40,...,260,280,300\}$ a s prostorem strategií druhého hráče $X_2 = \{0,1,2,...,298,299,300\}$. Výplatní funkce prvního hráče je vlastně funkce zisku firmy, který se vypočte podle následujícího vzorce:

$$Z = T - N \;\; ; \quad T = 251{,}25Q_p + 150Q_s \;\; ; \quad N = 175Q_1$$

T … tržby

N … náklady

Q_1 … objednané množství pétanque

Q_2 … poptávané množství pétanque

Q_p … prodané množství pétanque, což je ta hodnota z Q_1 a Q_2, která je nižší

Q_s … množství pétanque prodaného ve slevě za 150 Kč

Řešit výplatní funkci druhého hráče je bezpředmětné, protože jde o náhodný mechanismus, který se chová jako neinteligentní hráč a nelze tedy očekávat, že se bude snažit dosáhnout co nejvyšší výhry. Obecně se dá říci, že jak je velká výhra jednoho hráče, tak je velká prohra druhého hráče. Protože se tedy jedná o konečnou hru dvou hráčů s nulovým součtem, lze ji zapsat pomocí matice hry, jejímiž prvky budou výhry prvního hráče při použití různých strategií. Matice bude tedy obsahovat zisky firmy vypočítané podle výše uvedeného vzorce a vypadat bude následovně:

$$\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccccccccc} 0 & 1 & 2 & \dots & \dots & \dots & 298 & 299 & 300 \end{array} \\
\begin{array}{c} 20 \\ 40 \\ 60 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ 260 \\ 280 \\ 300 \end{array} &
\begin{bmatrix}
-500 & -399 & -289 & \dots & \dots & \dots & 1525 & 1525 & 1525 \\
-1000 & -899 & -789 & \dots & \dots & \dots & 3050 & 3050 & 3050 \\
-1500 & -1399 & -1298 & \dots & \dots & \dots & 4575 & 4575 & 4575 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
-6500 & -6399 & -6298 & \dots & \dots & \dots & 19825 & 19825 & 19825 \\
-7000 & -6899 & -6798 & \dots & \dots & \dots & 21350 & 21350 & 21350 \\
-7500 & -7399 & -7298 & \dots & \dots & \dots & 22673 & 22774 & 22875
\end{bmatrix}
\end{array}$$

Vlevo od matice jsou zobrazeny jednotlivé strategie firmy (výše objednávek) a nad maticí jsou strategie druhého hráče, tedy výše poptávky. Protože je soubor příliš rozsáhlý, jsou zde zobrazeny pouze krajní hodnoty matice. Úkolem je nyní najít takovou optimální strategii prvního hráče, aby jeho výhra byla maximální, jinak řečeno, hlavním cílem je maximalizace zisku firmy *Modré z nebe*. K řešené rozhodovací situaci se dá přistoupit několika způsoby, které jsou analyzovány v následujících kapitolách.

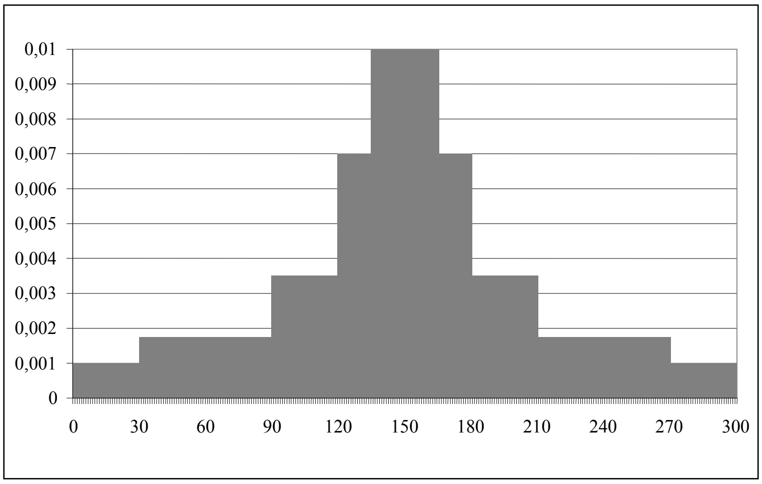
6.2 Stanovení optimální objednávky

6.2.1 Rozhodování za rizika

Při rozhodování za rizika zná inteligentní hráč rozložení pravděpodobností, se kterými neinteligentní hráč volí své strategie. Rozložení pravděpodobností poptávky ze zadání sice není známo, ale lze ho odhadnout díky znalostem o poptávce z roku 2006. Dá se předpokládat, že poptávka po pétanque bude podobná jako v loňském roce, je tedy největší pravděpodobnost, že se prodá 146 kusů. To vysvětluje volbu následujícího rozložení pravděpodobností:

poptávka/ks	p
0 - 29	0,001
30 - 89	0,00175
90 - 119	0,0035
120 - 134	0,007
135 - 165	0,01
166 - 180	0,007
181 - 210	0,0035
211 - 270	0,00175
271 - 300	0,001

Tabulka 6.1: Rozdělení pravděpodobností 1



Graf 6.1: Rozdělení pravděpodobností 1

Parametr *p* v *tabulce 6.1* udává relativní četnost každého prvku daného intervalu v celém souboru. Pokud by se vynásobily všechny parametry *p* délkami příslušných intervalů a tyto hodnoty by se sečetly, výsledek by byl 1, což je v souladu s tím, že součet pravděpodobností, se kterými neinteligentní hráč volí své strategie, musí být roven 1. Na *grafu 6.1* jsou na ose x zobrazeny možné výše poptávky a na ose y pravděpodobnosti, se kterými nastávají. Je zřejmé, že čím více se poptávka liší od nejpravděpodobnější hodnoty (146 kusů), tím nižší je pravděpodobnost, že nastane.

Při rozhodování za rizika je pro inteligentního hráče, podle definice o střední hodnotě výhry, optimální volit tu strategii, ten řádek matice, pro který následující výraz nabývá maximální hodnoty:

$$i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j$$

Po provedení výpočtu výsledky ukazují, že optimální strategie pro firmu *Modré z Nebe* je objednávka 180 kusů pétanque, kde je střední hodnota výhry 9559 Kč, což je nejvyšší hodnota. Výše zisku se přitom může pohybovat v rozmezí -4500 až 13725. Tato metoda výpočtu velmi dobře modeluje poptávku, pokud je k dispozici dostatečné množství historických dat, ze kterých by bylo možné odhadnout rozdělení pravděpodobností. V řešeném případě je k dispozici pouze informace z předchozího roku, jakékoli další podrobnosti, či hlubší znalosti však chybí. Není tedy příliš vhodné tyto informace generalizovat a vyvozovat z nich závěry o budoucí poptávce.

6.2.2 Rozhodování za nejistoty

Při rozhodování za nejistoty inteligentní hráč nezná rozložení pravděpodobností, se kterými neinteligentní hráč volí své strategie, což mnohem lépe odpovídá zadání řešeného problému. Optimální strategie se v takovéto situaci určí podle následujících principů:

Princip nedostatečné evidence

Podle tohoto principu se první hráč chová tak, jako by všechny strategie druhého hráče byly rovnocenné. Jinak řečeno inteligentní hráč předpokládá, že pravděpodobnosti jsou stejné. V řešené rozhodovací situaci je tedy každá strategie (každá výše poptávky) volena s pravděpodobností:

$$p = \frac{1}{301}$$

Podle zadání totiž existuje 301 možných výší poptávky. Další výpočty jsou stejné jako při rozhodování za rizika a vedou k výsledku, že optimální strategie je objednávka 220 kusů, přičemž střední hodnota výhry je 8598 Kč. Potenciální zisk firmy se bude pohybovat v rozmezí -5500 Kč až 16775 Kč. Vzhledem k tomu, že nejsou k dispozici hlubší znalosti o poptávce z minulých let, je tento princip velmi dobře aplikovatelný na řešený problém.

Princip minimaxu

Při použití tohoto principu se inteligentní hráč chová tak, aby si zajistil největší minimum zisku bez ohledu na to, jak se zachová náhodný mechanismus. Protože se při rozhodování za nejistoty předpokládá, že náhodný mechanismus má k výsledkům hry lhostejný postoj, není výběr optimální strategie závislý na existenci sedlového bodu. Optimální je tedy ta strategie, která maximalizuje minimální hodnotu. Vedle matice hry jsou proto vyznačeny minimální hodnoty na řádcích. Maximální z těchto hodnot určuje optimální strategii firmy:

	0	1	2	…	…	…	298	299	300	min
20	-500	-399	-289	…	…	…	1525	1525	1525	-500
40	-1000	-899	-789	…	…	…	3050	3050	3050	-1000
60	-1500	-1399	-1298	…	…	…	4575	4575	4575	-1500
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
260	-6500	-6399	-6298	…	…	…	19825	19825	19825	-6500
280	-7000	-6899	-6798	…	…	…	21350	21350	21350	-7000
300	-7500	-7399	-7298	…	…	…	22673	22774	22875	-7500

Maximální ve sloupci *min* je hodnota -500, která přísluší prvnímu řádku, tj. strategii objednat 20 kusů. Tzn., že při nejnižší objednávce může firma dosáhnout také nejnižší ztráty (500 Kč) oproti ostatním strategiím. Nejvyšší možný zisk je v tomto případě 1525 Kč.

Použití tohoto principu není vhodné, protože náhodný mechanismus (poptávka) se v této situaci určitě nebude chovat jako inteligentní hráč. Takovéto rozhodování je krajně konzervativní a opatrnické.

Princip minimaxu ztráty

Podle tohoto principu je optimální ta strategie, která je optimální podle principu minimaxu ve hře s výplatní funkcí $Z(x,z)=M(x,y)-\max\limits_{x} M(x,y)$. Tato optimální strategie nepřipouští velké ztráty ve srovnání s rozhodnutím, které by první hráč učinil při znalosti optimální strategie druhého hráče. Nová matice, jejímiž prvky budou tzv. *funkce ztrát*, se získá tak, že se od původního prvku matice odečte největší číslo v příslušném sloupci. Je evidentní, že všechny nově získané prvky matice budou nabývat hodnot menších nebo rovných nule. Vzniklá matice bude vypadat následovně:

	0	1	2	…	…	…	298	299	300	min
20	0	0	0	…	…	…	-21148	-21249	-21350	-21350
40	-500	-500	-500	…	…	…	-19623	-19724	-19825	-19825
60	-1000	-1000	-1000	…	…	…	-18098	-18199	-18300	-18300
80	-1500	-1500	-1500	…	…	…	-16573	-16674	-16775	-16775
100	-2000	-2000	-2000	…	…	…	-15048	-15149	-15250	-15250
120	-2500	-2500	-2500	…	…	…	-13523	-13624	-13725	-13725
140	-3000	-3000	-3000	…	…	…	-11998	-12099	-12200	-12200
160	-3500	-3500	-3500	…	…	…	-10473	-10574	-10675	-10675
180	-4000	-4000	-4000	…	…	…	-8948	-9049	-9150	-9150
200	-4500	-4500	-4500	…	…	…	-7423	-7524	-7625	-7625
220	-5000	-5000	-5000	…	…	…	-5898	-5999	-6100	-6100
240	-5500	-5500	-5500	…	…	…	-4373	-4474	-4575	-5500
260	-6000	-6000	-6000	…	…	…	-2848	-2949	-3050	-6000
280	-6500	-6500	-6500	…	…	…	-1323	-1424	-1525	-6500
300	-7000	-7000	-7000	…	…	…	0	0	0	-7000

Pro přehlednost je tentokrát zobrazeno více prvků matice. Ta se dál řeší stejným způsobem, jako v předchozím případě, tj. podle principu minimaxu. Největší z minimálních hodnot je zde -5500 a optimální je tedy volba objednávky ve výši 240 kusů. Číslo -5500 znamená největší možnou ztrátu firmy při objednávce 240 kusů ve srovnání s objednávkou, kterou by firma učinila při znalosti poptávky. Potenciální zisk se pak pohybuje v rozmezí -6000 Kč až 18300 Kč.

Princip maximaxu

Dosud uvedené způsoby řešení jsou spíše pesimistické. Optimisté by však mohli předpokládat, že poptávka po hračce pétanque bude taková, aby maximalizovala firemní zisk. Jde tedy o nalezení největší hodnoty v původní matici. Touto hodnotou je zisk ve výši 22875 Kč. Podle tohoto principu by tedy firma mohla předpokládat, že poptávka po pétanque bude nejvyšší (300 kusů), a tudíž je optimální objednat právě 300 kusů. Maximální ztráta, které při této strategii firma může dosáhnout je 7500 Kč.

Princip středního optimismu

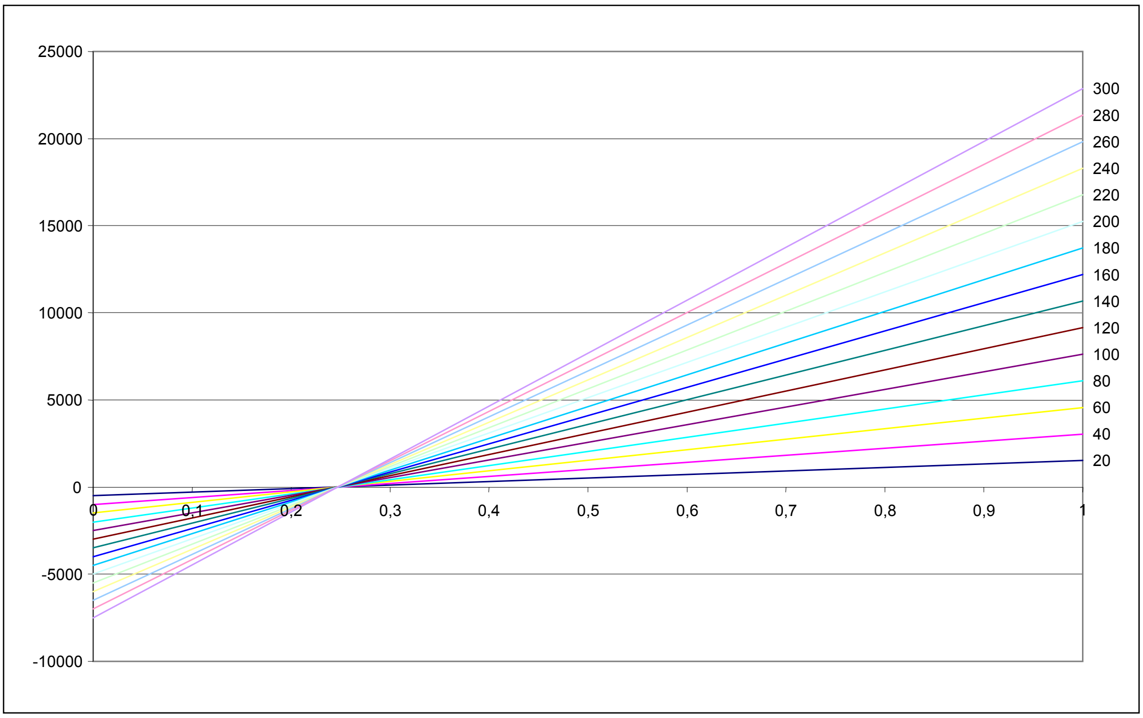
Princip středního optimismu je vlastně kompromisem mezi optimistickým a pesimistickým přístupem. Za optimální považuje takovou strategii, která maximalizuje součet její minimální a maximální hodnoty s ohledem na tzv. *index optimismu* α:

$$\bar{x} = \max_{x}\left(\alpha \max_{y} M(x,y) + (1-\alpha) \min_{y} M(x,y) \right)$$

Minimální a maximální hodnoty jednotlivých strategií se zjistí z původní matice zisků firmy:

	0	1	2	…	…	…	298	299	300	min	max
20	-500	-399	-298	…	…	…	1525	1525	1525	-500	1525
40	-1000	-899	-798	…	…	…	3050	3050	3050	-1000	3050
60	-1500	-1399	-1298	…	…	…	4575	4575	4575	-1500	4575
80	-2000	-1899	-1798	…	…	…	6100	6100	6100	-2000	6100
100	-2500	-2399	-2298	…	…	…	7625	7625	7625	-2500	7625
120	-3000	-2899	-2798	…	…	…	9150	9150	9150	-3000	9150
140	-3500	-3399	-3298	…	…	…	10675	10675	10675	-3500	10675
160	-4000	-3899	-3798	…	…	…	12200	12200	12200	-4000	12200
180	-4500	-4399	-4298	…	…	…	13725	13725	13725	-4500	13725
200	-5000	-4899	-4798	…	…	…	15250	15250	15250	-5000	15250
220	-5500	-5399	-5298	…	…	…	16775	16775	16775	-5500	16775
240	-6000	-5899	-5798	…	…	…	18300	18300	18300	-6000	18300
260	-6500	-6399	-6298	…	…	…	19825	19825	19825	-6500	19825
280	-7000	-6899	-6798	…	…	…	21350	21350	21350	-7000	21350
300	-7500	-7399	-7298	…	…	…	22673	22774	22875	-7500	22875

Kvantifikace indexu α se provede pomocí grafického znázornění. V *grafu 6.2* je na osu x nanášen index optimismu nabývající hodnot z intervalu $\langle 0,1 \rangle$. Na ose y jsou zobrazeny hodnoty výše uvedeného výrazu $\alpha \max_{y} M(x,y) + (1-\alpha) \min_{y} M(x,y)$ pro jednotlivé strategie, tj. výše objednávek firmy:



Graf 6.2: Kvantifikace indexu optimismu

Z *grafu 6.2* je patrné, že pro $\alpha \leq \frac{20}{81} \cong 0{,}2469$ se jako nejvýhodnější jeví objednávka 20 kusů pétanque. Naopak při $\alpha \geq 0{,}2469$ je pro firmu nejvýhodnější objednávka 300 kusů. Volba koeficientu optimismu závisí na podnikové politice a na přístupu firmy k riziku.

6.2.3 Počítačová simulace

Problém, jakou stanovit výši optimální objednávky, lze také moderně řešit pomocí počítačové simulace, jejíž hlavní předností je možnost řešit velmi složité úlohy, jejichž analytické řešení není dostupné. Pro tuto práci byl použit program @RISK [7], což je v poslední době velmi oblíbený software pro analýzu rizika. Program @RISK generuje výsledky simulace v tabulkovém procesoru Microsoft Excel a využívá při tom simulační metodu Monte Carlo. Podstata této metody spočívá v opakované simulaci řešeného problému, pokaždé s jinými náhodnými veličinami generovanými počítačem. Výsledné řešení je získáno statistickým zpracováním výsledků simulací. Při dostatečně velkém množství experimentů lze získat cenné informace o vlastnostech zkoumaného modelu.

Pro spuštění simulace v programu @RISK musí být nadefinována vstupní data, tzn. pravděpodobnostní rozdělení poptávky, prodejní ceny a náklady na jeden pétanque. Nastavení jednotlivých simulací pro každé objednané množství pétanque se provede pomocí funkce *RiskSimtable*:

$$= RiskSimtable(\{20;40;60;80;100;120;140;160;180;200;220;240;260;280;300\})$$

Protože existuje 15 možných objednávek, musí být v záložce *Simulation Settings* nastaveno 15 simulací a také počet požadovaných iterací, tedy počet opakovaných výpočtů pro každou z 15 simulací. Zde bylo stanoveno 100 iterací. Dalším krokem je volba pravděpodobnostního rozdělení poptávky. Program @RISK nabízí širokou škálu rozdělení, která se definují v záložce *Define Distribution*. Pro řešení zadaného problému bylo zvoleno diskrétní, trojúhelníkové a rovnoměrné rozdělení.

Posledním krokem před vyvoláním simulace je nastavení výstupů, tj. sledované hodnoty, v tomto případě zisku. Ten se vypočte pomocí výše vysvětleného vzorce $Z = T - N$. Jako výstup se zisk nadefinuje pomocí záložky *Add Output*.

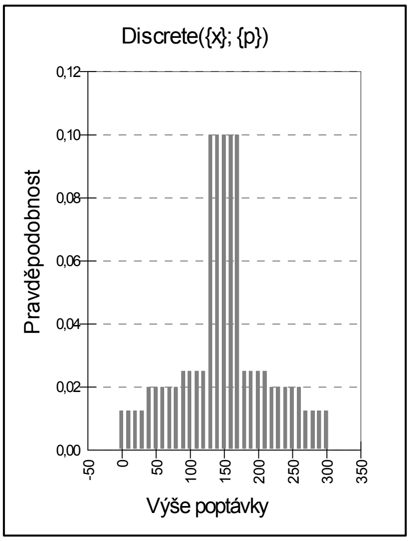
Simulace se spustí záložkou *Start Simulation*. Její průběh je monitorován na obrazovce. Výsledky simulace lze získat v detailních výsledkových zprávách, zpracované v grafech apod.

Diskrétní rozdělení

Při použití náhodných veličin v simulačních modelech je nutné vědět, jaké rozdělení náhodné veličiny použít v konkrétních modelovaných situacích. V tomto případě modelovaný systém generuje diskrétní hodnoty. Tzn., že každá hodnota výše poptávky nastává s určitou pravděpodobností. S ohledem na tuto skutečnost je použito diskrétní rozdělení. Nelze však použít stejné rozdělení pravděpodobností jako při rozhodování za rizika, protože program @RISK bohužel nedovoluje nadefinování takového množství hodnot. Proto bylo zvoleno následující pravděpodobnostní rozdělení:

poptávka/ks	p	poptávka/ks	p
0	0,0125	160	0,1
10	0,0125	170	0,1
20	0,0125	180	0,025
30	0,0125	190	0,025
40	0,02	200	0,025
50	0,02	210	0,025
60	0,02	220	0,02
70	0,02	230	0,02
80	0,02	240	0,02
90	0,025	250	0,02
100	0,025	260	0,02
110	0,025	270	0,0125
120	0,025	280	0,0125
130	0,1	290	0,0125
140	0,1	300	0,0125
150	0,1		

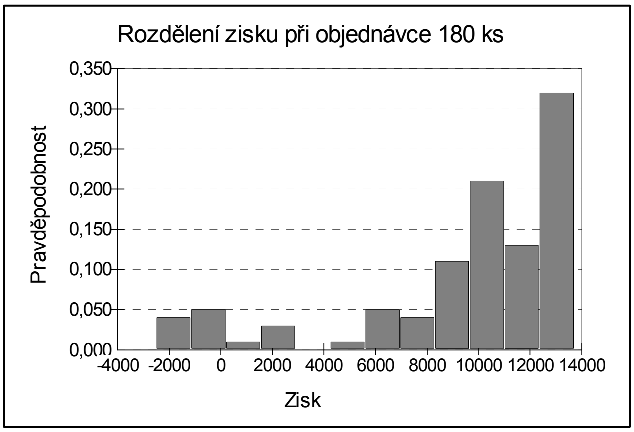
Tabulka 6.2 : Rozdělení pravděpodobností 2



Graf 6.3: Diskrétní rozdělení

Na *grafu 6.3* je dobře patrné, že bylo zvoleno takové rozdělení pravděpodobností, které má nejpravděpodobnější hodnoty kolem výše poptávky známé z minulého roku, tj. 146 kusů pétanque. Po sečtení všech hodnot pravděpodobností, by byl výsledek opět 1. Takovéto diskrétní rozdělení se nadefinuje pomocí funkce *RiskDiscrete*.

Po spuštění simulace program vypočetl, že optimální objednávka je 180 kusů pétanque, přičemž střední hodnota zisku je 9543. Zisk přitom může nabývat hodnot v intervalu od -2475 do 13725. Výsledek simulace pro optimální objednávku je znázorněn na *grafu 6.4*.

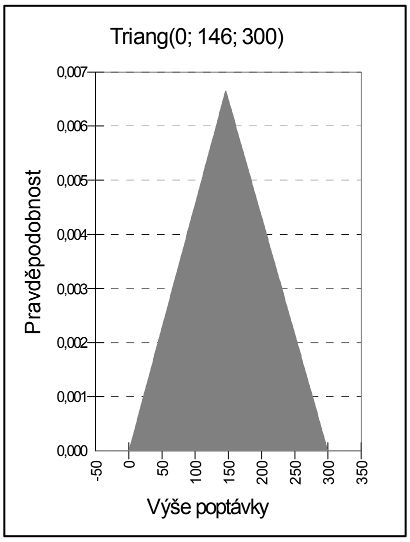


Graf 6.4: Rozdělení zisku při objednávce 180ks 1

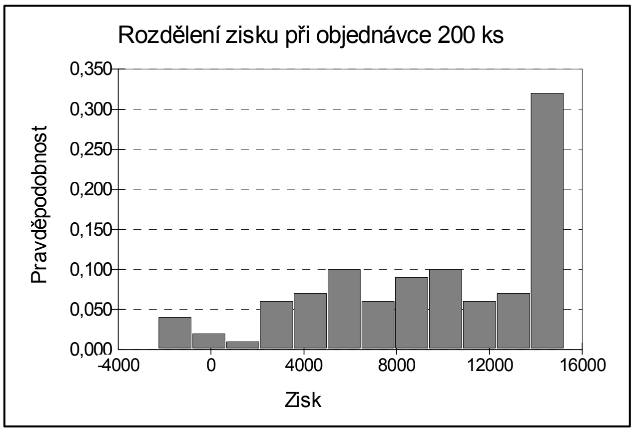
Z *grafu 6.4* je zřejmé s jakou pravděpodobností bude dosaženo určité výše zisku při optimální objednávce.

Trojúhelníkové rozdělení

Použité diskrétní rozdělení nemodeluje přesně poptávku po pétanque, protože nepopisuje jednotkové poptávky, ale pouze každou desátou. Soubor je příliš rozsáhlý, než aby bylo možné definovat pravděpodobnost každé jednotlivé výše poptávky. Pro eliminaci tohoto problému bylo použito spojitého rozdělení, konkrétně trojúhelníkové rozdělení (viz *graf 6.5*), které nejlépe vystihuje poptávku po pétanque. Umožňuje totiž definovat nejpravděpodobnější hodnotu poptávky, v tomto případě 146 kusů. Takové rozdělení se nadefinuje pomocí funkce *RiskTriang*(0;146;300).



Graf 6.5: Trojúhelníkové rozdělení

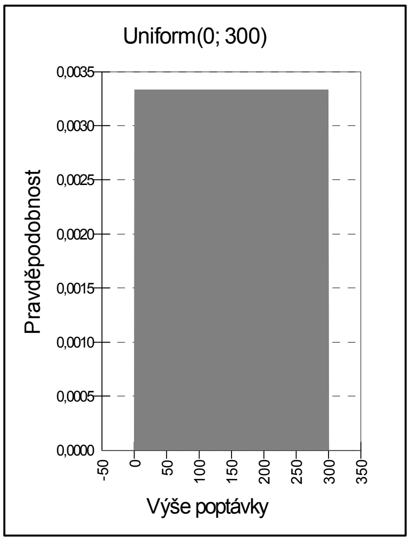


Graf 6.6: Rozdělení zisku při objednávce 180ks 2

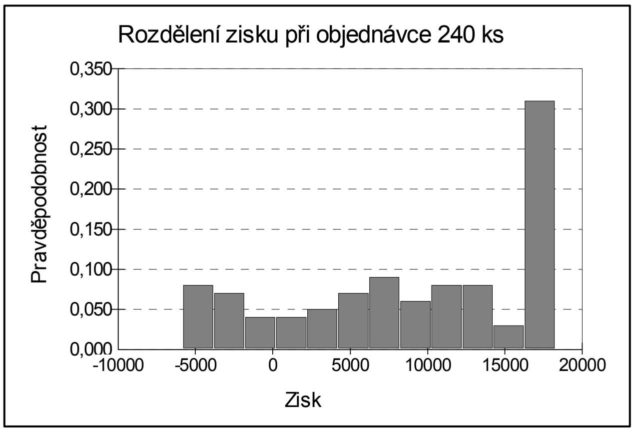
Po spuštění simulace a analýze jejích výstupů bylo zjištěno, že optimální objednávka je 200 kusů pétanque, přičemž střední hodnota zisku je 9708. Zisk zde nabývá hodnot od -2241 do 15250. Výsledek simulace pro optimální objednávku je znázorněn v *grafu 6.6*.

Rovnoměrné rozdělení

Tento typ rozdělení nejlépe vystihuje řešenou úlohu a eliminuje dva největší problémy. Díky tomu, že se jedná o spojité rozdělení, jsou popsány všechny možné výše poptávky. Navíc se nemusíme opírat o výsledky z minulého roku, které jsou nedostačující. Rovnoměrné rozdělení (viz *graf 6.7*) se nadefinuje pomocí funkce *RiskUniform*(0;300).



Graf 6.7: Rovnoměrné rozdělení



Graf 6.8: Rozdělení zisku při objednávce 240ks

V průběhu simulace software zjistil, že optimální objednávka je 240 kusů pétanque, přičemž střední hodnota zisku je 9121. Zisk zde nabývá hodnot od -5784 do 18300. Výsledek simulace pro optimální objednávku je znázorněn v *grafu 6.8*.

6.3 Analýza výsledků

Zadaný problém (konfliktní situace) byl řešen několika způsoby a bylo tak dosaženo rozdílných výsledků. Tato rozdílnost je dána především vhodností použité metody. Cílem bylo získat výši optimální objednávky hračky pétanque na sezónu 2007 a zároveň maximalizovat zisk firmy. V *tabulce 6.3* jsou uvedeny získané výsledky při použití různých metod.

Řešení	Metoda	Optimální objednávka/ks	SHV	σ
Riziko	Střední hodnota výhry	180	9559	6202
Nejistota	Princip nedostatečné evidence	220	8598	7405
	Princip minimaxu	20	1454	305
	Princip minimaxu ztráty	240	8572	7955
	Princip maximaxu	300	7688	8798
	Princip středního optimismu	0 nebo 300	0	11683
Simulace	Diskrétní rozdělení	180	9543	4352
	Trojúhelníkové rozdělení	200	9708	5049
	Rovnoměrné rozdělení	240	9121	7978

Tabulka 6.3: Výsledky

Střední hodnota výhry

Střední hodnota výhry (v *tabulce 6.3* zkratka *SHV*) vlastně vyjadřuje průměrnou výši zisku firmy *Modré z nebe* při jednotlivých objednávkách. Obecně se dá říci, že čím vyšší je střední hodnota výhry, tím je varianta výhodnější. Tato hodnota byla stanovena různými způsoby v závislosti na použité metodě. Při řešení za rizika a podle *Bernoulliho-Laplaceova kritéria* byla vypočtena podle definice o střední hodnotě výhry. Podle principu středního optimismu se střední hodnota výhry vypočte pomocí koeficientu α. Při rozhodování za nejistoty podle zbývajících kritérií se střední hodnota vypočte jako aritmetický průměr všech hodnot:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Při řešení pomocí počítačové simulace si program @RISK tuto hodnotu vypočetl sám a zobrazil ji jako součást výsledkové zprávy.

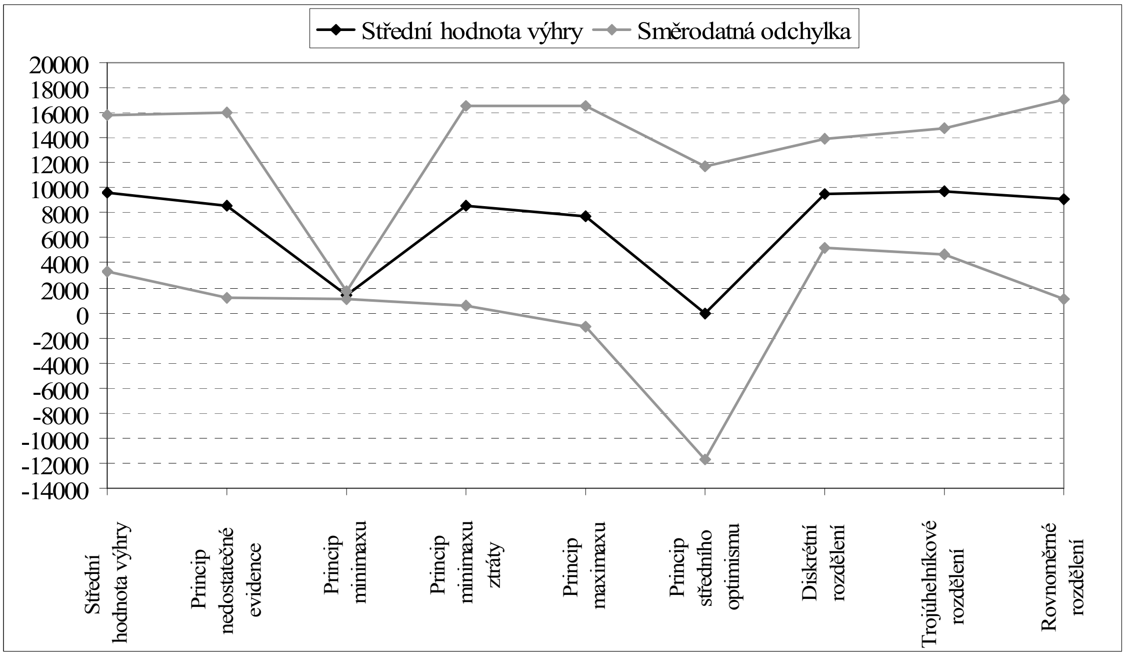
Směrodatná odchylka

Symbol σ v *tabulce 6.3* značí tzv. směrodatnou odchylku. Tento statistický ukazatel je zde použit pro rozbor variability zisku. Pro určení nejvýhodnější strategie nestačí pouze porovnání středních hodnot, důležitá je také proměnlivost hodnot, tj. jakým způsobem výše zisku kolísá při volbě jednotlivých strategií. Pokud je variabilita nízká, lze příčiny, které ji způsobují, pokládat za nepodstatné a náhodné. Strategie s nízkou variabilitou hodnot je tedy méně riziková. Vysoká variabilita často svědčí o přítomnosti extrémních hodnot, např. možnost vysoké ztráty. Lze tedy říci, že čím je variabilita vyšší, tím je zvolená strategie rizikovější. V řešeném případě směrodatná odchylka posuzuje variabilitu hodnot z hlediska odchylek od střední hodnoty výhry:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - SHV)^2}{n}}$$

Porovnání statistických ukazatelů

V *grafu 6.9* jsou zobrazeny výše středních hodnot výher při volbě jednotlivých strategií a směrodatné odchylky od těchto hodnot. Mezi těmito dvěma ukazateli je patrná závislost. Většinou platí, čím větší střední hodnota výhry, tím větší je směrodatná odchylka a tím také podstoupené riziko. Závislost je znázorněná v *grafu 6.9*.



Graf 6.9: Závislost směrodatné odchylky a střední hodnoty

Z grafu je patrné, že nejrizikovější variantou je rozhodování podle principu středního optimismu a podle principu maximaxu. Podle těchto principů by firma *Modré z nebe* měla objednat 300 kusů pétanque (je-li $\alpha \geq 0{,}2469$). Tato varianta však od firmy vyžaduje jistý optimistický přístup a také sklon k riziku.

Firma, která má k riziku averzi, by naopak volila variantu nejméně rizikovější, kde by však také dosahovala nízkého zisku. V řešeném příkladu by šlo podle principu minimaxu o objednávku 20kusů. Použití tohoto principu však není vhodné, protože náhodný mechanismus (poptávka) se v této situaci určitě nebude chovat jako inteligentní hráč a nebude chtít firmu úmyslně poškodit.

Metody, které se opírají o znalost poptávky z loňského roku, poskytují téměř shodné výsledky. Jde o rozhodování za rizika a simulační metody s diskrétním a trojúhelníkovým rozdělením pravděpodobností. Střední hodnoty zisku se pohybují kolem 9600 Kč a výše optimální objednávky je 180 nebo 200 kusů. Počítačová simulace však poskytuje přesnější výsledky, neboť, na rozdíl od analytické metody výpočtu, využívá k řešení mnohonásobně opakované kroky. Umožňuje tak detailnější pohled na model i výsledky. Díky simulaci má firma možnost pohlížet na důsledky svých rozhodnutí objektivnějším způsobem. Např. při simulaci s diskrétním rozdělením je výsledná výše optimální objednávky 180 kusů stejně jako v případě rozhodování za rizika. Avšak díky simulaci může firma očekávat téměř shodnou střední hodnotu zisku s mnohem nižším rizikem. Směrodatné odchylky u obou variant to potvrzují. Za nejpřesnější by však mohl být považován výsledek simulace pomocí trojúhelníkového rozdělení (tedy objednat 200ks), protože zkoumá poptávku spojitě, na rozdíl od diskrétního rozdělení, které popisuje pouze každou desátou možnou výši poptávky.

Z výše uvedených závěrů však plyne, že nejvhodnější je použít ty postupy, které vůbec neuvažují informace o loňské poptávce, které jsou strohé a nedostačující. Něco jiného by bylo, pokud by byly k dispozici detailnější data o vývoji poptávky za delší časové období. Jediná sezóna se však nemůže stanovit jako určující. Z tohoto důvodu je nejvhodnější řešení pomocí principu nedostatečné evidence a simulace s rovnoměrným rozdělením, které kvůli nedostatku informací uvažují o rozdílných poptávkách se stejnou pravděpodobností. I tyto metody poskytují téměř shodné výsledky, což svědčí o podobných přístupech. Za přesnější lze považovat opět výsledek simulace, tedy objednat 240ks, a to ze stejných důvodů jako je uvedeno výše.

Jako výhodné se také jeví využít principu minimaxu ztráty. Tento přístup totiž velmi dobře vystihuje zkoumanou situaci. Optimální strategie podle tohoto kritéria nepřipouští velké ztráty ve srovnání s rozhodnutím, které by firma učinila při znalosti poptávky. Kromě toho je minimalizace ztráty cílem firmy stejně jako maximalizace zisku. Podle této metody by firma *Modré z nebe* měla objednat 240 kusů.

7 ZÁVĚR

Hlavním cílem této práce bylo aplikovat teoreticko-herní modely na rozhodování konkrétního podniku v podmínkách rizika a nejistoty. Potřebné údaje pro výpočty poskytla firma *Modré z nebe*. V aplikační úloze pak tato firma vystupovala jako inteligentní rozhodovatel, zatímco poptávka po zboží firmy představovala náhodný mechanismus. Úkolem bylo určit, jaké množství hračky pétanque má firma *Modré z nebe* objednat, aby co nejlépe pokryla poptávku a dosahovala při tom co nejvyššího zisku.

Nastalou konfliktní situaci jsem řešila nejen pomocí teoreticko-herních modelů, ale také s využitím simulačních metod. Při analýze jednotlivých postupů a výsledků jsem dospěla k závěru, že firma má na sezónu 2007 objednat 240 kusů hračky pétanque. Při řešení jsem nepřihlížela jen k výši zisku, ale také k riziku, které firma *Modré z nebe* podstupuje při jeho získávání. Firma *Modré z nebe* mi bohužel nebyla schopná poskytnout detailnější údaje o poptávce z minulých let, což vedlo k tomu, že jsem získaná historická data nakonec úplně zanedbala. Řešení tedy nelze generalizovat, protože každá konfliktní situace má svá specifika a musí se posuzovat individuálně. Já jsem na této aplikační úloze chtěla především ukázat, jaké postupy se dají při řešení podobných situací využít a také, že ne všechny jsou vhodné.

Dospěla jsem k závěru, že nejobjektivnější výsledky jsou získány při využití počítačové simulace, která dokáže řešit i velmi složité rozhodovací situace. Simulační metody jsou v dnešní době velmi oblíbené a myslím si, že v budoucnosti budou nacházet stále širší uplatnění v mnoha oblastech lidského rozhodování.

8 SUMMARY

This text describes basic types of games and their application into conflict situations. The decisions are taken every day by everyone while solving day-to-day difficulties. The task is how to decide to make a profit of this decision. The Game Theory is dealing with this problem. Another way how to solve this problem is represented by simulation methods, which are used more and more in practice, because they enable to solve very complicated situations, whose analytical solution is not possible. This text deals especially with decisions taken under risk and uncertainty. In application study the goods order of retail business is analysed. The task is to determine the optimal amount of goods orders to maximalize the company profit. This problem is solved by several ways, which are compared in conclusion.

Keywords:

decision under risk	rozhodování za rizika
decision under uncertainty	rozhodování za nejistoty
equilibrium strategy	rovnovážná strategie
Game Theory	teorie her
matrix game	maticová hra
mean value	střední hodnota, průměr
pay-off function	výplatní funkce
pure strategy	ryzí strategie
simulation method	simulační metoda
value of the game	cena hry

9 PŘEHLED POUŽITÉ LITERATURY

[1] Čermáková, A., Střeleček F. *Statistika I*. České Budějovice: JCU, 1995. 172 s. ISBN 80-7040-129-5

[2] Friebelová, J. *Rozhodovací modely v praxi* [online]. České Budějovice: JCU, 2006. Dostupné na World Wide Web: http://www2.ef.jcu.cz/~jfrieb/rmp/

[3] Hendl, J. *Přehled statistických metod zpracování dat*. Praha: Portál, 2004. 583 s. ISBN 80-7178-820-1

[4] Houška, M. *Simulační modely I*. Praha: CZU, 2005. 58 s. ISBN 80-213-1334-X

[5] Hušek, R., Lauber, J. *Simulační modely*. Praha: SNTL, 1987. 352 s.

[6] Maňas, M. *Teorie her a její aplikace*. Praha: SNTL, 1991. 280 s. ISBN 80-03-00358-X

[7] *Palisade* [online]. Ithaca (NY), 2007. Dostupné na World Wide Web: http://www.palisade-europe.com/risk/

[8] Pitel, J. a kol. *Ekonomicko-matematické metódy*. Bratislava: Príroda, 1988. 632 s.

[9] Vaněčková, E. *Rozhodovací modely: Pro obor provozně podnikatelský*. České Budějovice: JCU, 1998. 89 s. ISBN 80-7040-258-X

Přehled tabulek , grafů a obrázků

Tabulky:

Tabulka 6.1: Rozdělení pravděpodobností 1 37

Tabulka 6.2: Rozdělení pravděpodobností 2 44

Tabulka 6.3: Výsledky 46

Grafy:

Graf 6.1: Rozdělení pravděpodobností 1 37

Graf 6.2: Kvantifikace indexu optimismu 42

Graf 6.3: Diskrétní rozdělení 44

Graf 6.4: Rozdělení zisku při objednávce 180ks 1 44

Graf 6.5: Trojúhelníkové rozdělení 45

Graf 6.6: Rozdělení zisku při objednávce 180ks 2 45

Graf 6.7: Rovnoměrné rozdělení 46

Graf 6.8: Rozdělení zisku při objednávce 240ks 46

Graf 6.9: Závislost směrodatné odchylky a střední hodnoty 48

Obrázky:

Obrázek 3.1: Proces tvorby simulačního modelu 26