

JIHOČESKÁ UNIVERZITA v Českých Budějovicích

Ekonomická fakulta

Katedra aplikované matematiky a informatiky

Studijní program: Ekonomika a management
Studijní obor: Účetnictví a finanční řízení podniku



Modely analýzy obalu dat
a jejich aplikace ve vybraném odvětví

Vedoucí bakalářské práce:
Ing. Jana Friebelová, Ph.D.

Autor práce:
Tomáš Bandík

2008

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma „Modely analýzy obalu dat a jejich aplikace ve vybraném odvětví“ vypracoval samostatně na základě vlastních zjištění a použitím pramenů a literatury uvedených v přehledu citované literatury.

V Českých Budějovicích dne 20. srpna 2008

.....
Tomáš Bandík

Poděkování:

Touto cestou děkuji všem, kteří se radou i jakoukoli pomocí podíleli na této práci. Především Ing. Janě Friebelové, Ph.D. za cenné rady, které mi poskytovala při zpracování této bakalářské práce.

Obsah

0 Úvod	11
1 Cíl práce a metodika	12
2 Literární přehled	13
2.1 Základní pojmy	13
2.1.1 Vymezení pojmu produkční jednotka.....	13
2.1.2 Efektivnost.....	14
2.1.3 Virtuální jednotka.....	14
2.1.4 Efektivní hranice	15
2.2 Metoda datových obalů – DEA	15
2.2.1 Vícekriteriální rozhodování	15
2.2.2 Podstata vícekriteriálního rozhodování.....	16
2.2.3 Typy kritérií.....	16
2.2.4 Oblasti aplikace	17
2.2.5 Cíle vícekriteriálního hodnocení	17
2.2.6 Obecný postup řešení	17
2.3 Základní principy modelů DEA	18
2.4 Hodnocení produkčních jednotek s jedním vstupem a výstupem	18
2.4.1 Výnosy z rozsahu	19
2.4.1.1 Konstantní výnosy z rozsahu.....	20
2.4.1.2 Variabilní výnosy z rozsahu.....	21
2.5 Předpoklad dvou vstupů a jednoho výstupu	23
2.6 Předpoklad jednoho vstupu a dvou výstupů	24
2.7 Hodnocení jednotek s více vstupy a výstupy	25
2.8 Základní modely analýzy obalu dat	26
2.8.1 CCR model.....	26
2.8.1.1 CCR model orientovaný na vstupy	26
2.8.1.2 CCR model orientovaný na výstupy	29
2.8.2 BCC modely	31
2.8.2.1 BCC model orientovaný na vstupy	31
2.8.2.2 BCC model orientovaný na výstupy.....	33
2.9 Výhody a nevýhody DEA	35

2.10 Software pro modely efektivnosti	35
2.10.1 DEA modely v tabulkových kalkulátorech.....	36
2.10.2 Systémy na podporu modelování	36
2.10.2.2 MPL for Windows	37
2.10.3 Frontier Analyst	38
3 Formulace konkrétního případu a jeho vyhodnocení	40
3.1 Index lidského rozvoje	40
3.2 Charakteristika HDI	41
3.3 Obecný postup výpočtu HDI	42
4 Aplikace CCR modelu	45
4.1 Zadání úlohy	45
4.2 Vyjádření optimalizační úlohy.....	46
4.3 Postup výpočtu za pomoci software	47
4.4 Výsledky při využití modelu CCR	49
5 Aplikace CCR a BCC modelu	52
5.1 Zadání úlohy.....	52
5.2 Výpočet indexu délky života	53
5.3 Výpočet indexu vzdělání	53
5.4 Výpočet indexu HDP	53
5.5 Přehled vypočtených ukazatelů.....	53
5.6 Vyjádření optimalizační úlohy.....	54
5.7 Výsledky při využití CCR a BCC modelů.....	56
6 Zhodnocení	57
7 Závěr	58
8 Summary	59
9 Přehled použitých zdrojů	60
Přehled obrázků, tabulek a příloh.....	62

0 Úvod

Na světě není nic mocnějšího než myšlenka, která přišla včas. „Victor Hugo“

Různá rozhodnutí v běžném životě člověk činí takřka denně, aniž si je uvědomuje. Jde o výběr varianty z několika možností, která je pro daný záměr ta nejlepší. Tato rozhodnutí jsou uskutečňována zcela intuitivně v případech, kdy nezanechávají větší škody a zpravidla jsou krátkodobá. Na druhou stranu existují taková rozhodnutí, u kterých si musíme počínat o něco opatrněji a velmi dobře je zvážit. Jsou to rozhodnutí dlouhodobá a mají zásadní vliv na člověka. Může jím být koupě domu, či rozhodování v oblasti kariéry. Neméně důležité je rozhodování manažerů ve vyšších funkcích. Na správné volbě vedoucích pracovníků v podstatě záleží fungování celé společnosti a tedy se to dotýká i mnoha lidí, kteří zde figurují. Proto každý výběr správné varianty, který má větší společenský dopad je třeba pečlivě zvážit a analyzovat.

S takovými problémy se setkává každý velice často, aniž by tušil, že se jedná o typ úlohy vícekriteriálního rozhodování. Specifickou oblastí vícekriteriálního rozhodování je pak analýza datových obalů (DEA). Velmi důležitý předpoklad pro zlepšování chování produkčních jednotek v konkurenčním prostředí je měření výkonnosti a efektivnosti těchto jednotek a identifikace zdrojů jejich neefektivnosti. A právě tímto se DEA zabývá, která poměruje produkční jednotky mezi sebou a hodnotí jejich výkonnost a efektivnost a napomáhá tak k správným rozhodnutím. Nutno říci, že toto hodnocení je dosti důležité jak na mikroekonomické, tak i na makroekonomické úrovni. V praxi jsou nejčastěji používaným nástrojem pro analýzu efektivnosti různé poměrové ukazatele. Jednoduché poměrové ukazatele mohou být užitečné pro základní orientaci fungování jednotky a pro její porovnávání s ostatními jednotkami. Ovšem, nelze je využít pro podrobnější znázornění efektivnosti. Je to dáno tím, že ze všech faktorů, které mají vliv na celkovou efektivnost dané jednotky postihují jen některé, a proto nepodávají přesné informace. Pro detailnější analýzu efektivnosti je však třeba využít jiné nástroje ekonomické analýzy, které jsou k dispozici a jsou založeny na principu matematického modelování.

1 Cíl práce a metodika

Cílem této práce je podat jasné a jednoduché informace k pochopení podstaty hodnocení efektivnosti produkčních jednotek za pomoci analýzy obalu dat a porozumět modelovému přístupu při řešení rozhodovacích problémů. Čtenář by měl získat přehled o možnostech využití DEA, jejích výhodách a nevýhodách. Dalším cílem potom je aplikace DEA modelů na konkrétní úloze při hodnocení efektivnosti.

V první řadě bylo nutné pochopit danou problematiku za pomoci odborné literatury. V tomto ohledu bych označil za nejdůležitější publikace, které mi poskytly nejvíce informací Modely hodnocení efektivity produkčních jednotek od J.Jablonského a M.Dlouhého a Modely pro vícekritériální rozhodování od autorů H. Brožová, M.Houška, T.Šubrt. Právě tyto knihy mi poskytly pro sepsání práce největší přehled.

Dalším krokem bylo získané poznatky vhodně využít a zformulovat. První část této práce je rozdělena do několika kapitol. Na začátek si přiblížíme některé pojmy, s kterými se budeme často setkávat. Dále si objasníme podstatu DEA, kdy a kde je možné ji využít. Samozřejmě nesmí chybět ani kapitola, ve které jsou uvedeny základní modely analýzy datových obalů. A na závěr budou ve stručnosti popsány vybrané softwarové nástroje, které se při hodnocení používají a jsou důležitou součástí DEA.

Vlastní práce bude poté zaměřena na formulaci konkrétního případu. Objasníme si zde postupně postup výpočtu a následné vyhodnocení úlohy. Ukážeme si výsledky za použití modelu předpokládající konstantní výnosy z rozsahu, ale také modelu, jenž uvažuje variabilní výnosy z rozsahu. Při zpracování úlohy bude použit program Frontier Analyst.

V závěru je práce doplněna seznamem použité odborné literatury, kde může zájemce najít podrobnější informace o dané problematice.

2 Literární přehled

2.1 Základní pojmy

2.1.1 Vymezení pojmu produkční jednotka

V práci bude často použit výraz produkční jednotka. Tomuto pojmu budeme dávat přednost před klasickým ekonomickým výrazem firma, který je pro tento účel poněkud nevhodný. Přesněji řečeno příliš úzký. A to z důvodu, že je sice možné hodnotit podniky, ale také pouze jejich části (pobočky, pracovníky) nebo dokonce celé odvětví, regiony či státy. Z čehož vyplývá, že hodnotící nástroje a teorie mohou být aplikovány jak v soukromém, tak veřejném sektoru.

Jablonský, Dlouhý (2004) poukazují, že pod pojmem produkční jednotka můžeme rozumět jednotku, která spotřebovává nějaké vstupy a z nich následně vytváří nějaké výstupy. Mohou to tedy být firmy, které reálně produkují nějaké výrobky (typickým vstupem je počet pracovníků a naopak typickým výstupem je obrat). Stejně tak jednotkami mohou být nemocnice, školy, finanční úřady apod. Na jejich efektivní fungování mají přitom vliv všechny vstupy a výstupy, z nichž některé jsou považovány za více důležité a jiné naopak za méně důležité.



Obr.1 - Produkční jednotka

2.1.2 Efektivnost

Dalším důležitým pojmem se kterým budeme pracovat je efektivnost a proto je třeba si jej trochu přiblížit. Stav, kdy není možno při daných zdrojích vyrobit o jednotku statku více, aniž by bylo nutné omezit produkci statku jiného. Přesně takto definuje ekonomická teorie efektivnost. Neboli jinak řečeno dle **Jablonského, Dlouhého (2004)** produkční jednotka se pohybuje na hranici produkčních možností a neexistuje žádné plýtvání. Ovšem pro naše účely, tj. účely kvantitativní ekonomické analýzy je nutno tuto definici poněkud upravit. Efektivnost zde bude vykládána jako poměr vstupů a výstupů sledovaného procesu. Tímto je předpoklad o neexistenci plýtvání opuštěn. Je to proto, že v reálné světě se vedle efektivních jednotek nalézají i neefektivní produkční jednotky. Místo ideální efektivnosti je zde myšlena míra jejího dosahování. Na rozdíl od ekonomické teorie, která předpokládá, že racionální člověk nebude realizovat neefektivní transformační procesy, však musí matematické modely zohledňovat i neefektivnost nebo efektivnost nižší než 100%, protože operují s údaji o reálných, tj. neefektivních produkčních jednotkách.

2.1.3 Virtuální jednotka

Tato (hypotetická) jednotka, je charakterizována jako vážený průměr efektivních jednotek. Virtuální jednotka je základem pro hodnocení efektivity skutečných jednotek. Skutečná jednotka je neefektivní, pokud produkuje méně výstupů nebo spotřebovává více vstupů než její virtuální jednotka.

Definice

Virtuální jednotka je hypotetická efektivní jednotka, která vyjadřuje efektivní spotřebu vstupů a produkci výstupů pro neefektivní jednotku. Je váženým součtem některých efektivních jednotek v systému, které se nazývají peer jednotky pro danou neefektivní jednotku. (Brožová, Houška, Šubrt, 2003)

2.1.4 Efektivní hranice

Jablonský, Dlouhý (2004) uvádějí, že všechny možné kombinace všech vstupů a výstupů tvoří množinu přípustných možností. Z toho vychází také DEA modely, které předpokládají, že pro daný problém existuje právě množina přípustných možností a ta je určena tzv. efektivní hranicí. Efektivními jednotkami jsou tedy ty produkční jednotky, jejichž kombinace vstupů a výstupů leží na efektivní hranici a naopak neefektivními nazýváme jednotky, které leží mimo efektivní hranici.

2.2 Metoda datových obalů – DEA

Modely datových obalů slouží pro hodnocení technické efektivity produkčních jednotek systému na základě velikosti vstupů a výstupů. DEA je vhodná ke zjišťování efektivity jednotek, které používají stejné vstupy k produkci stejných výstupů, ale ve výkonech mohou být jisté rozdíly. Protože vstupů a výstupů může být více druhů, řadí se DEA mezi metody vícekriteriálního rozhodování. Vzhledem k tomuto faktu by bylo vhodné si na úvod ve stručnosti něco o vícekriteriálním rozhodování říci a přiblížit si ho.

2.2.1 Vícekriteriální rozhodování

Modely vícekriteriálního rozhodování jsou rozhodovací problémy, v nichž se důsledky rozhodnutí posuzují podle více kritérií. Zohlednění více kritérií při hodnocení vnáší do řešení problémů obtíže, které vyplývají z obecné protichůdnosti kritérií. Kdyby totiž všechna kritéria ukazovala na stejné řešení, stačilo by pro volbu nejvhodnějšího rozhodnutí jediné z nich. Účelem modelů v těchto situacích je buď nalezení “nejlepší” varianty podle všech uvažovaných hledisek, vyloučení neefektivních variant nebo uspořádání množiny variant.

Přístupy k vícekriteriálnímu rozhodování se liší podle charakteru množiny variant či přípustných řešení. Podle způsobu jejího zadání lze rozlišit dvě skupiny těchto modelů.

Modely vícekriteriálního hodnocení variant jsou zadány pomocí konečného seznamu variant a jejich ohodnocení podle jednotlivých kritérií.

Modely vícekriteriálního programování mají množinu variant s nekonečně mnoho prvky vyjádřenu pomocí omezujících podmínek a ohodnocení jednotlivých variant je dáno jednotlivými kriteriálními funkcemi.

2.2.2 Podstata vícekriteriálního rozhodování

- Je definována určitá množina možných variant a vybíráme variantu, která je co nejlepší vzhledem ke stanoveným kritériím.
- Varianta hodnocená podle jednoho kritéria zpravidla nebývá nejlépe hodnocená podle kritéria jiného.
- Metody vícekriteriálního rozhodování poté řeší konflikty mezi vzájemně protikladnými kritérii.

2.2.3 Typy kritérií

- Kritéria maximalizačního typu – žádoucí je vyšší hodnota kritéria (např. průměrná mzda, HDP/obyvatel, daňová výtěžnost, apod.).
- Kritéria minimalizačního typu – žádoucí je nižší hodnota kritéria (např. míra nezaměstnanosti, podíl obyvatelstva bez vzdělání, intenzita ekologických zátěží, apod.).

2.2.4 Oblasti aplikace

Oblastí uplatnění je celá řada. Je to například

- hodnocení hospodářské vyspělosti států a regionů,
- rozhodování o koupi výrobku či služby,
- výběr střední nebo vysoké školy,
- přijímací řízení na střední či vysokou školu,
- výběr investiční varianty,
- výběrové řízení na nového pracovníka,
- pravidelné hodnocení výkonnosti pracovníků,
- volba dopravního prostředku, a další.

2.2.5 Cíle vícekritériálního hodnocení

1. Výběr jedné kompromisní varianty, která je „nejlepší“ z hlediska použitých rozhodovacích kritérií.
2. Stanovení pořadí variant od nejlepší po nejhorší variantu.
3. Klasifikace variant do několika skupin (např. rozdělení zákazníků podle analýzy ABC do tří skupin dle významnosti pro podnik).

2.2.6 Obecný postup řešení

1. Vytvoření množiny hodnotících kritérií.
2. Stanovení vah kritérií hodnocení.
3. Určení vzorových hodnot vah kritérií.
4. Hodnocení dosažených výsledků variant.
5. Posouzení rizik spojených s případnou realizací variant.
6. Stanovení preferenčního pořadí variant a výběr „nejlepší“ varianty.

2.3 Základní principy modelů DEA

V této části se již dostáváme k samotným DEA modelům, o kterých tato práce pojednává. Nejprve si přiblížíme podstatu analýzy obalu dat, abychom snáze pochopili jejich problematiku. **Jablonský, Dlouhý (2004)** definují modely analýzy obalu dat (DEA-Data Envelopment Analysis) jako specializovaný modelový nástroj, který byl navržen pro hodnocení efektivnosti, výkonnosti či produktivity homogenních produkčních jednotek. Pod pojmem homogenní produkční jednotky budeme rozumět soubor jednotek, které se zabývají produkcí identických nebo ekvivalentních efektů, které budeme označovat jako výstupy této jednotky. Budeme uvažovat především žádoucí, tedy pozitivní efekty, tj. takové, jejichž vyšší hodnota vede, za jinak nezměněných podmínek, k vyšší výkonnosti dané jednotky. Pro vytváření efektů spotřebovává produkční jednotka vstupy, které jsou naopak svojí povahou minimalizační, tzn. nižší hodnota těchto vstupů vede k vyšší výkonnosti sledované jednotky.

2.4 Hodnocení produkčních jednotek s jedním vstupem a výstupem

Předpokládáme-li při hodnocení efektivnosti jeden vstup (typickým vstupem může být počet pracovníků firmy apod.) a jeden výstup (typickým výstupem mohou být tržby, zisk, atd.) vyjádříme efektivnost sledované jednotky velmi snadno jednoduchým poměrovým ukazatelem. Vztah, který vyjadřuje efektivnost hodnocené jednotky je tedy

$$\text{Efektivnost} = \frac{\text{výstup}}{\text{vstup}}$$

Dostáváme tak ukazatele jako jsou tržby nebo zisk na jednoho pracovníka atd. Jednotky jsou pak rozděleny na základě jejich míry efektivity na jednotky efektivní a neefektivní. Lze použít následující definici

Jednotka je efektivní, jestliže spotřebovává malé množství vstupů ve vztahu k produkci velkého množství výstupů. (Brožová, Houška, Šubrt, 2003)

Z definice vyplývá, že řešením pro neefektivní jednotky (nenalézají se na hranici efektivity) je úprava jejich vstupů (snížení jejich spotřeby) nebo výstupů (zvýšení jejich produkce).

Jak již bylo řečeno v začátku práce, DEA modely vycházejí z toho, že pro určitý problém existuje tzv. množina přípustných možností (production possibility set), která je tvořena všemi možnými kombinacemi vstupů a výstupů. Množina přípustných řešení je určena tzv. efektivní hranicí. Leží-li kombinace vstupů a výstupů produkční jednotky na efektivní hranici, nazýváme ji efektivní jednotkou. Je vyhodnocena jako efektivní, protože se nepředpokládá, že by mohla reálně existovat jednotka, která dosáhne stejných výstupů, případně vyšších výstupů s nižšími vstupy. Takovou jednotku případně můžeme podkládat pro jiné neefektivní za vzorovou.

Abychom mohli odvodit podobu efektivní hranice a tedy také to jak vypadá množina produkčních možností, je třeba přijmout předpoklad o tom jaký charakter vykazují výnosy z rozsahu pro daný úkol.

2.4.1 Výnosy z rozsahu

Výnosy z rozsahu odrážejí reakci celkového produktu při zvýšení všech vstupů proporcionálně.

Rozlišujeme tři případy

1) Konstantní výnosy z rozsahu

změna všech vstupů vede ke stejně velkému zvýšení výstupu.

2) Klesající výnosy z rozsahu

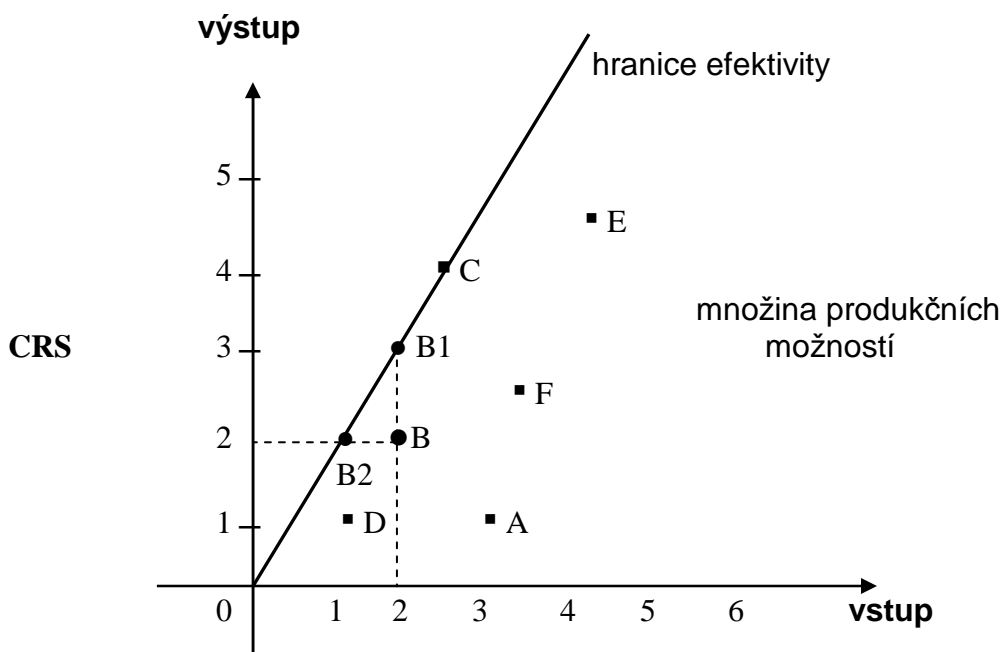
když proporcionální zvýšení všech vstupů vede k nižšímu než proporcionálnímu zvýšení celkového výstupu.

3) Rostoucí výnosy z rozsahu

zvýšení všech vstupů vede k více než proporcionálnímu zvýšení úrovně výstup

2.4.1.1 Konstantní výnosy z rozsahu (Constant returns to scale - CRS)

Jablonský, Dlouhý (2004) definují předpoklad konstantních výnosů z rozsahu tak, že je-li prvkem množiny přípustných možností kombinace vstupů a výstupů (x,y) , pak je prvkem této množiny i kombinace množiny $(\alpha x, \alpha y)$, přičemž je $\alpha > 0$. Z toho vyplývá, že pokud je produkční jednotka s určitou kombinací vstupu a výstupu efektivní, pak je efektivní i jednotka, jejíž vstupy a výstupy jsou α násobky vstupu a výstupu původní efektivní jednotky. Efektivní hranici tvoří přímka a jednotky, které na této přímce leží jsou efektivní. Ostatní jednotky jsou neefektivní (neleží na hranici efektivity) a pro ně existuje řešení. Tyto neefektivní jednotky by mely snížit množství vstupu nebo zvýšit množství výstupu. Pro lepší pochopení bude uveden ilustrační příklad.



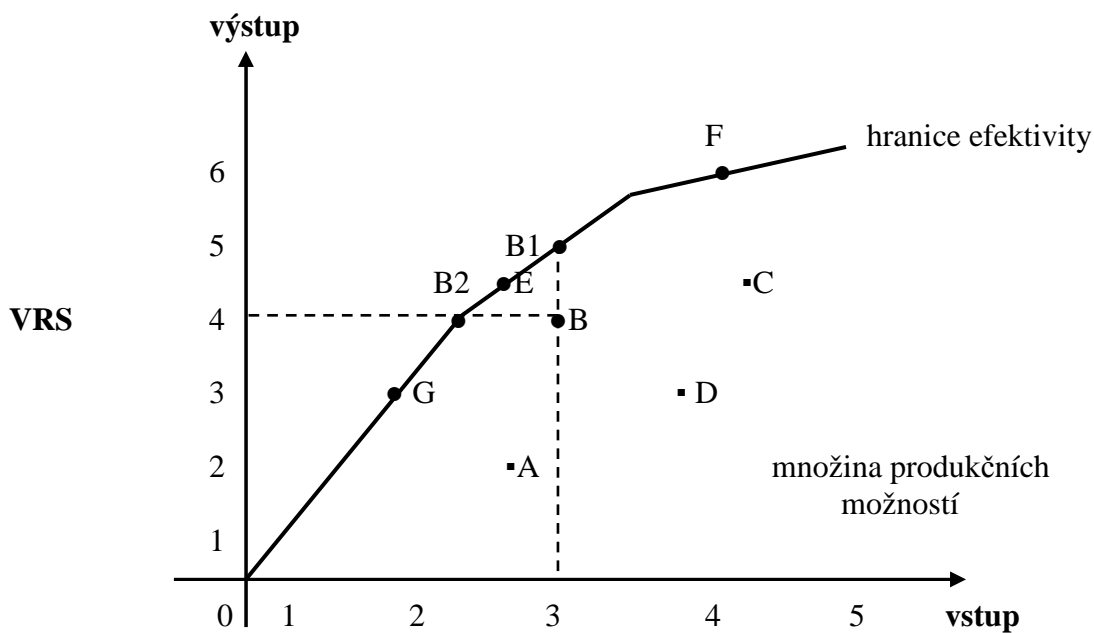
Obr.2: Hranice efektivity – Konstantní výnosy z rozsahu

Produkční jednotky jsou zde zastoupeny písmeny A,B,...,F. Přímka vedená z počátku grafu vytváří hranici efektivity a jak je vidět jediná efektivní jednotka ležící na této přímce je jednotka C. Pro naši ukázkou byla zvolena produkční jednotka B, která proto, aby se stala jednotkou efektivní musí:

- Snížit svůj vstup ze současné hodnoty 2 na nižší hodnotu 1, při zachování stejného objemu výstupu. Získáme tak virtuální jednotku B2 s virtuálním vstupem a výstupem. Minimalizujeme zde vstup a proto je tento model nazýván vstupně orientovaný.
- Zvýšit svůj výstup ze současné hodnoty 2 na hodnotu 3 a přitom zachovat stejnou velikost vstupu. Tímto dostáváme virtuální jednotku B1 s virtuálním vstupem a výstupem. Jedná se tedy o maximalizaci výstupu a proto je tento model označován jako výstupově orientovaný.
- Kombinovat obě dvě výše zmíněné možnosti.

2.4.1.2 Variabilní výnosy z rozsahu (Variable returns to scale - VRS)

Na rozdíl od konstantních výnosů z rozsahu u variabilních, jak uvádějí **Jablonský, Dlouhý (2004)**, neplatí, že k zachování efektivity α násobek vstupů musí být doplněn α násobkem výstupů. Tedy i v případě, že nárůst výnosů bude nižší nebo vyšší než nárůst vstupů, jednotka se může stát efektivní. Míra efektivity je za předpokladu variabilních výnosů z rozsahu hodnocených jednotek vyšší (přesněji není nižší) než v případě uvažujeme-li konstantní výnosy z rozsahu.



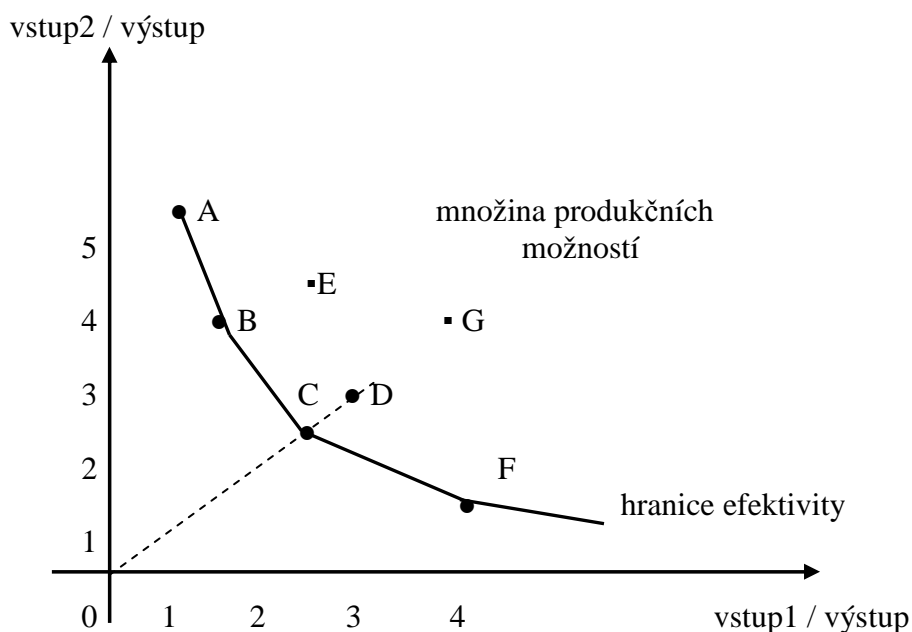
Obr.3: Hranice efektivity – Variabilní výnosy z rozsahu

Písmena A,B,...,G opět jako u předchozího grafu představují produkční jednotky. Přitom uvažujeme variabilní výnosy z rozsahu a tak nutně dochází k úpravě hranice efektivity. Jednotek, které považujeme za efektivní je zde více (E,F,G), protože, jak již bylo řečeno, předpoklad variabilních výnosů zvyšuje míru efektivity. Podobně jako u konstantních výnosů z rozsahu má neefektivní produkční jednotka tři možnosti, aby se stala jednotkou efektivní.

- Zvýší svůj výstup a zachová stejnou velikost vstupu. Dostává se tak na pozici vzorové virtuální jednotky B1. Jedná se o výstupově orientovaný model.
- Sníží svůj vstup a zachová současnou hodnotu výstupu. V tomto případě pro ni bude vzorová virtuální jednotka B2. Tento model je nazýván vstupně orientovaný.
- Kombinace obou těchto předešlých variant.

2.5 Předpoklad dvou vstupů a jednoho výstupu

V situaci, kdy každé jednotce náleží dva vstupy a jeden výstup, je možné převést vstupy na jednotku výstupu. To provedeme tak, že vstupy nahradíme podílem hodnotami výstupu. To znamená $Vstup1 / Výstup$ a $Vstup2 / Výstup$. Graficky to následně snadno znázorníme takto



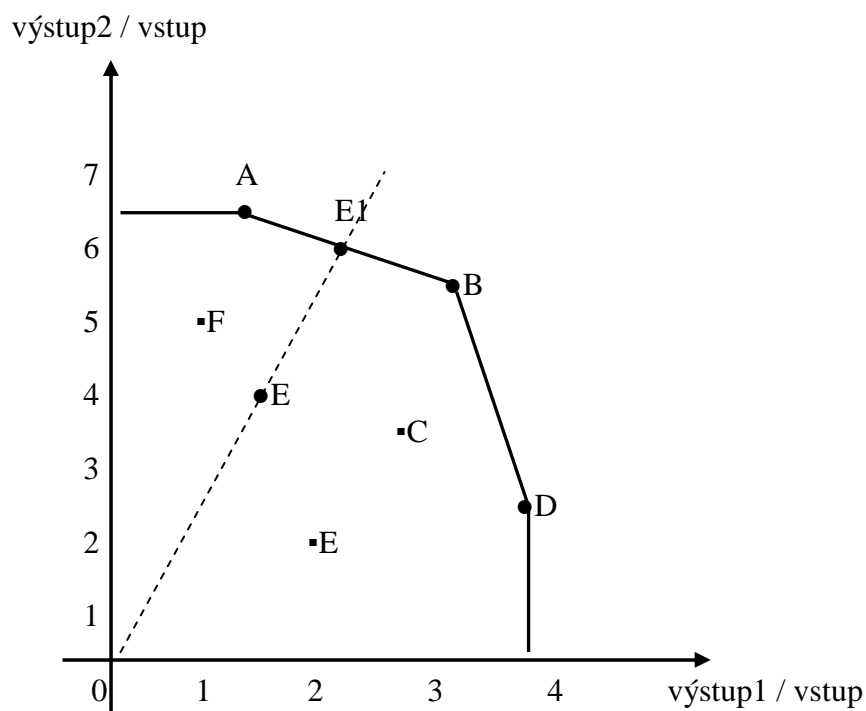
Obr.4: Hranice efektivity – Dva vstupy a jeden výstup

Produkční jednotky jsou na obrázku v podobě písmen A,B,...,G. Na hranici efektivity se nalézají produkční jednotky A,B,C,F, z čehož plyne, že zbylé jednotky jsou neefektivní. Různé DEA modely se liší tím, jak měří vzdálenost od efektivní hranice. Jedním z těchto způsobů, kterým se vyznačují základní modely, je měření radiální. Tento způsob měření v podstatě určuje míru redukce obou vstupů k dosažení efektivní hranice. Provádí se tak, že z počátku grafu vychází spojnice, která vede do bodu hodnocené neefektivní jednotky. Potřebná velikost vstupů k dosažení efektivnosti se nachází v optimu, kde přímka prochází hranicí efektivity. V našem případě ji představuje produkční jednotka C, která je zároveň vzorovou pro

neefektivní jednotku D. Lze samozřejmě použít i jiné způsoby měření vzdálenosti od efektivní hranice. Míra efektivnosti u neefektivních jednotek zde bude nižší než jedna a jedná se o model vstupně orientovaný.

2.6 Předpoklad jednoho vstupu a dvou výstupů

V případě jednotky s jedním vstupem a dvěma výstupy budeme jednat podobně jako v předcházející situaci. Podělíme oba dva vstupy výstupem, čímž převedeme hodnoty výstupů na jednotku vstupu. Tedy $Výstup1 / Vstup$ a $Výstup2 / Vstup$.



Obr.5: Hranice efektivity – Jeden vstup a dva výstupy

Opět jednotky A,B,D tvoří hranici efektivity, ostatní jsou neefektivní. Pomocí radiálního měření, obdobně jako u předchozí ilustrace, je zde znázorněna spojnice, která protíná neefektivní jednotku E a hranici efektivity. V místě, kde jí prochází je

vyznačena virtuální jednotka E1. Tato virtuální jednotka určuje o kolik je potřeba zvýšit oba výstupy pro dosažení efektivity jednotky E. Neefektivní jednotky budou mít míru efektivity vyšší než jedna a jde o model výstupově orientovaný.

2.7 Hodnocení jednotek s více vstupy a výstupy

Pro hodnocené jednotky lze však definovat celou řadu podobných poměrových ukazatelů, které vycházejí z různých údajů a jejichž výsledky nemusí být a v typickém případě ani nejsou ve vzájemném souladu. Při hodnocení celkové efektivity dané jednotky je proto třeba vzít v úvahu větší počet vstupů, ale i výstupů. Tedy spotřebovává-li jednotka soubor vstupů k produkci souboru výstupů, používá se relativní míra efektivity daná vztahem

$$\text{Efektivnost} = \frac{\text{vážená suma výstupů}}{\text{vážená suma vstupů}}$$

Matematicky lze vyjádřit takto

$$\Phi_k = \frac{\sum_{j=1}^n u_j y_{jk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}}, \quad k = 1, \dots, p,$$

u_j, v_i jednotné váhy vstupů a výstupů pro všechny hodnocené jednotky

y_{jk} j -tý výstup pro k -tou jednotku

x_{ik} i -tý vstup pro k -tou jednotku

p počet hodnocených jednotek

Můžeme tedy říci, že analyzovaný výběr obsahuje p jednotek. Každá z těchto jednotek na produkci n výstupů spotřebuje m vstupů. Kde x_{ik} je množství vstupu i spotřebovaného k -tou jednotkou a y_{jk} množství výstupu j vytvořeného k -tou jednotkou.

Ovšem problémem může být stanovení jednotek, v nichž jsou jednotlivé vstupy a výstupy udávány a především stanovení jednotných všeobecně přijatelných vah jednotlivých typů vstupů i výstupů. Vzhledem k různé orientaci hodnocených jednotek si lze představit, že každý typ výstupu ale i vstupu má pro každou z nich jinou důležitost.

2.8 Základní modely analýzy obalu dat

2.8.1 CCR model

První model DEA, byl navržen Charnesem, Cooperem a Rhodesem v roce 1978. Tento model vychází z Farrelova modelu pro měření efektivity jednotek a maximalizuje míru efektivity hodnocené jednotky, která je vyjádřena jako podíl vážených výstupů a vážených vstupů, při dodržení podmínek, že míry efektivity všech ostatních jednotek jsou menší nebo rovny jedné.

2.8.1.1 CCR model orientovaný na vstupy

Je orientován na určení takového množství vstupů, aby se neefektivní jednotka stala jednotkou efektivní. U tohoto modelu je předpokladem konstantní výnos z rozsahu, což znamená že změna množství vstupů se přímo úměrně promítne do změny množství výstupů.

Koeficient technické efektivity v tomto modelu je definován jako poměr celkové vážené produkce a celkové vážené spotřeby vstupů a váhy musí být stanoveny tak, aby hodnota tohoto koeficientu byla z intervalu $(0,1)$. Jednotka s koeficientem technické efektivity rovným jedné je efektivní, koeficient nižší než jedna ukazuje neefektivitu jednotky a míru potřebného snížení množství vstupů k zajištění efektivity jednotky.

Neznámými jsou v tomto modelu váhy přidělené vstupu i a váhy přidělené výstupu j jednotkou k .

Vstupově orientovaný model CCR stanoví individuální váhy vstupů a výstupů pro každou jednotku tak, aby

- Jednotka maximalizovala svůj koeficient technické efektivity, přičemž musí být splněny podmínky, že
- Váhy nesmí být záporné
- Při použití tohoto souboru vah pro všechny jednotky nesmí být žádný koeficient technické efektivity větší než jedna

Vzhledem k tomu, že váhy jsou hledány individuálně, proto je nutno vyřešit p modelů. Tento počet modelů se řeší proto, že celkem v hodnoceném souboru je p jednotek a pro každou jednotku se sestavuje zvláštní model. Každý model obsahuje $p+1$ omezujících podmínek a $m+n$ proměnných.

Matematicky lze formulovat pro jednotku H

$$\Phi_H = \frac{\sum_{j=1}^n u_{jH} Y_{jH}}{\sum_{i=1}^m v_{iH} X_{iH}} \rightarrow MAX$$

za podmínek

$$\frac{\sum_{j=1}^n u_{jH} Y_{jk}}{\sum_{i=1}^m v_{iH} X_{ik}} \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, p, \quad \Rightarrow \text{omezující podmínka}$$

$$u_{jH} \geq 0, \quad j=1, 2, \dots, n,$$

$$v_{iH} \geq 0 \quad i=1,2,\dots,m. \quad \Rightarrow \text{podmínky nezápornosti}$$

Lineární model sestavíme tak, že pro maximalizaci zlomku například zafixujeme hodnotu jmenovatele a maximalizujeme hodnotu čitatele. Dostáváme tak model ve tvaru

$$\Phi_H = \sum_{j=1}^n u_{jH} y_{jH} \rightarrow \text{MAX}$$

za podmínek

$$\sum_{i=1}^m v_{iH} x_{iH} = 1$$

$$\sum_{j=1}^n u_{jH} y_{jk} \leq \sum_{i=1}^m v_{iH} x_{ik} \quad k=1,2,\dots,p,$$

$$u_{jH} \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n,$$

$$v_{iH} \geq 0, \quad i=1,2,\dots,m,$$

sestavíme-li k primárnímu modelu model duální, zjistíme, které jednotky tvoří množinu peer jednotek neefektivní jednotky H a zároveň získáme koeficienty λ_{kH} kombinace peer jednotek, které tvoří virtuální efektivní jednotku k jednotce H . Z výpočetního hlediska je výhodné pracovat s modelem duálním.

$$z_H \rightarrow \text{MIN}$$

za podmínek

$$\sum_{k=1}^p \lambda_{kH} x_{ik} \leq x_{iH} z_H, \quad i=1,2,\dots,m,$$

$$\sum_{k=1}^p \lambda_{kH} y_{jk} \geq y_{jH}, \quad j=1,2,\dots,n,$$

$$\lambda_{kH} \geq 0, \quad k=1,2,\dots,p,$$

z_H libovolné.

2.8.1.2 CCR model orientovaný na výstupy

Tento model vychází ze stejných předpokladů, jako vstupově orientovaný model. koeficient technické efektivity je zde určován jako poměr vážené sumy vstupu a vážené sumy výstupu a váhy jsou stanoveny tak, aby hodnota tohoto koeficientu byla větší nebo rovna 1.

Jednotka je efektivní v případě, že koeficient technické efektivity je roven jedné. Pokud je koeficient vyšší než jedna jednotka se stává neefektivní. Koeficient efektivity u tohoto modelu nám říká, jak je nutné zvýšit množství výstupů, aby se jednotka stala efektivní.

V tomto modelu jsou váhy určovány také individuálně a proto je nutno opět vyřešit p modelů.

Výstupově orientovaný model CCR stanoví individuální váhy vstupů a výstupů pro každou jednotku tak, aby

- Jednotka minimalizovala svůj koeficient technické efektivity, přičemž musí být splněny podmínky, že
- Váhy nesmí být záporné
- Při použití tohoto souboru vah pro všechny jednotky nesmí být žádný koeficient technické efektivity menší než jedna

Matematicky lze vyjádřit

$$\Phi_H = \frac{\sum_{i=1}^m v_{iH} x_{iH}}{\sum_{j=1}^n u_{jH} y_{jH}} \rightarrow MIN$$

za podmínek

$$\Phi_H = \frac{\sum_{i=1}^m v_{iH} x_{ik}}{\sum_{j=1}^n u_{jH} y_{jk}} \geq 1, \quad k=1,2,\dots,p, \quad \Rightarrow \text{omezující podmínka}$$

$$u_{jH} \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n,$$

$$v_{iH} \geq 0, \quad i=1,2,\dots,m. \quad \Rightarrow \text{podmínky nezápornosti}$$

Lineární optimalizační model

$$\Phi_H = \sum_{i=1}^m v_{iH} x_{iH} \rightarrow \text{MIN}$$

za podmínek

$$\sum_{j=1}^n u_{jH} y_{jH} = 1$$

$$\sum_{i=1}^m v_{iH} x_{ik} \geq \sum_{j=1}^n u_{jH} y_{jk}, \quad k=1,2,\dots,p,$$

$$u_{jH} \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n,$$

$$v_{iH} \geq 0, \quad i=1,2,\dots,m.$$

Duální model k primárnímu CCR výstupově orientovanému modelu

$$z_H \rightarrow \text{MAX}$$

za podmínek

$$\sum_{k=1}^p \lambda_{kH} y_{jk} \geq y_{jH} z_H, \quad j=1,2,\dots,n,$$

$$\sum_{k=1}^p \lambda_{kH} x_{ik} \leq x_{iH}, \quad i=1,2,\dots,m,$$

$$\lambda_{kH} \geq 0, \quad k=1,2,\dots,p,$$

z_H libovolné.

2.8.2 BCC modely

U CCR modelů je předpokladem konstantní výnos rozsahu, ovšem ten je mnohdy příliš omezující a proto je v dalších typech modelů uvolněn. Existují modely, které předpokládají rostoucí, klesající nebo kombinovaný výnos z rozsahu.

Modely BCC (dle autorů Banker, Charnes a Cooper) uvažují proměnný částečně lineární výnos z rozsahu.

V modelech BCC je požadováno, aby virtuální jednotka pro jednotku H byla konvexní kombinací svých vzorových jednotek. Toto se projeví v duálním modelu přidáním podmínkou, aby součet λ_{kH} pro $k = 1, 2, \dots, p$, byl roven 1. V primárním modelu se tato podmínka projeví přidáním jedné proměnné, která představuje velikost odchylky od konstantního výnosu z rozsahu.

2.8.2.1 BCC model orientovaný na vstupy

Matematické vyjádření

$$\Phi_H = \frac{\sum_{j=1}^n u_{jH} y_{jH} + q_H}{\sum_{i=1}^m v_{iH} x_{iH}} \rightarrow \text{MAX}$$

za podmínek

$$\frac{\sum_{j=1}^n u_{jH} y_{jk} + q_H}{\sum_{j=1}^m v_{iH} x_{ik}} \leq 1, k = 1, 2, \dots, p, \quad \Rightarrow \text{omezující podmínka}$$

$$u_{jH} \geq 0, j = 1, 2, \dots, n,$$

$$v_{iH} \geq 0, i = 1, 2, \dots, m.$$

=> podmínky nezápornosti

q_H libovolné.

Lineární optimalizační model

$$\Phi_H = \sum_{j=1}^n u_{jH} y_{jH} + q_H \rightarrow MAX$$

za podmínek

$$\sum_{i=1}^m v_{iH} x_{iH} = 1$$

$$\sum_{j=1}^n u_{jH} y_{jk} + q_H \leq \sum_{i=1}^m v_{iH} x_{ik}, \quad k=1, 2, \dots, p,$$

$$u_{jH} \geq 0, \quad j=1, 2, \dots, n,$$

$$v_{iH} \geq 0, \quad i=1, 2, \dots, m,$$

q_H - libovolné.

Duální model k primárnímu BCC vstupově orientovanému modelu

$$z_H \rightarrow MIN$$

za podmínek

$$\sum_{k=1}^p \lambda_{kH} x_{ik} \leq x_{iH} z_H, \quad i=1, 2, \dots, m,$$

$$\sum_{k=1}^p \lambda_{kH} y_{jk} \geq y_{jH}, \quad j=1, 2, \dots, n,$$

$$\sum_{k=1}^p \lambda_{kH} = 1$$

$$\lambda_{kH} \geq 0, \quad k=1, 2, \dots, p,$$

z_H libovolné.

2.8.2.2 BCC model orientovaný na výstupy

Analogicky stejně jako v případě CCR modelů bude sestaven BCC výstupově orientovaný model

Matematické vyjádření

$$\Phi_H = \frac{\sum_{i=1}^m v_{iH} x_{iH} + q_H}{\sum_{j=1}^n u_{jH} y_{jH}} \rightarrow MIN$$

za podmínek

$$\Phi_H = \frac{\sum_{i=1}^m v_{iH} x_{ik} + q_H}{\sum_{j=1}^n u_{jH} y_{jk}} \geq 1, \quad k=1,2,\dots,p, \quad \Rightarrow \text{omezující podmínka}$$

$$u_{jH} \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n,$$

$$v_{iH} \geq 0, \quad i=1,2,\dots,m, \quad \Rightarrow \text{podmínky nezápornosti}$$

Lineární optimalizační model

$$\Phi_H = \sum_{i=1}^m v_{iH} x_{iH} + q_H \rightarrow MIN$$

za podmínek

$$\sum_{j=1}^n u_{jH} y_{jH} = 1$$

$$\sum_{i=1}^m v_{iH} x_{ik} \geq \sum_{j=1}^n u_{jH} y_{jk}, \quad k=1,2,\dots,p,$$

$$u_{jH} \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n,$$

$$v_{iH} \geq 0, \quad i=1,2,\dots,m.$$

Duální model k primárnímu CCR výstupově orientovanému modelu

$$z_H \rightarrow \text{MAX}$$

za podmínek

$$\sum_{k=1}^p \lambda_{kH} y_{jk} \geq y_{jH} z_H, \quad j=1,2,\dots,n,$$

$$\sum_{k=1}^p \lambda_{kH} x_{ik} \leq x_{iH}, \quad i=1,2,\dots,m,$$

$$\sum_{k=1}^p \lambda_{kH} = 1$$

$$\lambda_{kH} \geq 0, \quad k=1,2,\dots,p,$$

z_H libovolné.

Předpokládáme-li neklesající výnos z rozsahu, může v primárním modelu proměnná q nabývat pouze nezáporné hodnoty a v duálním modelu bude součet koeficientu λ_{kH} větší než jedna. Naopak uvažujeme-li model s nerostoucím výnosem z rozsahu musí být proměnná q nekladná a v duálním modelu bude součet koeficientu λ_{kH} menší než jedna.

Vzhledem k variabilnímu výnosu z rozsahu vykazují BCC modely více efektivních jednotek než modely CCR ve stejném souboru.

(V této kapitole bylo čerpáno převážně od autorů **Brožová, Houška, Šubrt, 2003**)

2.9 Výhody a nevýhody DEA

Výhodou i nevýhodou metody DEA je volba individuálních vah závislá na hodnocené jednotce. **Brožová, Houška, Šubrt (2003)** poukazují, že jednotka se může zdát efektivní, i když ve skutečnosti efektivní není, jde totiž o efektivitu ve zkoumané skupině, efektivitu praktickou, nikoliv teoretickou. Na druhou stranu neefektivní jednotka nemůže poukazovat na to, že by s jinými váhami byla efektivní, neboť váhy byly sestaveny podle ní.

Tento přístup také způsobí, že efektivních jednotek se jeví větší množství. Problém vzroste ještě více, pokud jednotky spotřebovávají malé množství některého typu vstupů a naopak produkují velké množství některého z výstupů. Váhy těchto relativně výhodných vstupů a výstupů pak budou vysoké, ostatní váhy nízké a jednotka bude efektivní. Proto je vhodné požadovat, aby žádná váha nebyla nulová a často také, aby žádná váha nepřekročila vhodně stanovenou maximální hodnotu. Při vhodně stanovených horních mezích může dojít i k tomu, že váhy vstupů a výstupů budou pro jednotlivé jednotky podobné nebo dokonce stejné. V takovém případě došlo vlastně ke shodě mezi jednotkami a velikosti hledaných vah.

Velkou výhodou metody DEA je množnost začlenění faktorů z okolního prostředí jednotek a sociálních faktorů buď jako vstupů nebo jako výstupů. Proto se velmi často hodnotí a porovnávají efektivitu systémů jako jsou školy, nemocnice, banky, výzkumné organizace, doprava a různé oblasti veřejných služeb, tedy zejména systémy s velmi různorodými a špatně agregovatelnými vstupy a výstupy.

2.10 Software pro modely efektivnosti

Tato část je zpracována výhradně dle **Jablonského, Dlouhého (2004)**.

Modely pro hodnocení efektivnosti produkčních jednotek jak se ukázalo v předcházejících částech jsou založeny na různých principech, avšak všechny mají společné to, že k jejich aplikaci je nutný nějaký software. Proto si v této kapitole ve stručnosti některé uvedeme. Programů k výpočtu efektivnosti je celá řada. Patří k nim například všem známý a hodně rozšířený tabulkový kalkulátor MS excel. Nutno dodat, že tomto tabulkovém kalkulátoru sice některé výpočty lze realizovat vcelku

snadno, na druhou stranu jiné vyžadují vyšší znalosti a dovednosti. Znamená to, že některé metody jsou pracné zdlouhavé a je tedy dobré vědět v jakých případech je dobré tento program využít. Další z možností, jenž nabízí softwarový trh jsou systémy pro podporu modelování LINGO a MPL for Windows. Ty slouží jako univerzální nástroj pro matematické modelování a je možné je využít i pro hodnocení efektivnosti produkčních jednotek. V neposlední řadě je to také systém, který je specializovaným nástrojem pro DEA analýzu s názvem Frontier analyst.

2.10.1 DEA modely v tabulkových kalkulátorech

Pro úlohy, ve kterých používáme při řešení DEA modely je dostupný v tabulkovém kalkulátoru MS Excel optimalizační Řešitel, který umožňuje řešit menší úlohy lineárního i nelineárního programování. Nutno podotknout, že vlastnosti řešitele sice nejsou nijak mimořádné, ale pro řešené příklady s menším počtem proměnných zcela postačí. Proměnnými rozumíme počet hodnocených jednotek, vstupy a výstupy. Nevýhodou při použití právě optimalizačního řešitele pro DEA analýzu je to, že vyžaduje dosti pracnou přípravu vstupních dat, které jsou zde vyžadovány.

2.10.2 Systémy na podporu modelování

- DEA v systémech na podporu modelování

Již zde byly v úvodu kapitoly zmíněny dva systémy na podporu modelování LINGO a MPL for Windows. Demo verze lze stáhnout z [www stránek](#). Tyto testovací verze se od plných moc neliší, vlastnosti mají stejné jako kompletní profesionální verze. Jediný rozdíl je v tom, že není možno řešit úlohy většího rozsahu. To znamená, že je zde limitován počet proměnných i omezení. Ale, i přes to zkrácené verze plně postačují pro DEA analýzu relativně většího počtu jednotek. Nyní zde velmi stručně budou tyto dva modelovací systémy charakterizovány a vyobrazeny jejich nejdůležitější znak

2.10.2.1 LINGO

Tento systém představuje nástroj pro řešení lineárních i nelineárních rovnic. Pro řešení různých skupin úloh využívá LINGO tři řešitele, které se podle typu úlohy volí automaticky.

Jde o řešitele pro:

- lineární optimalizační úlohy případně soustavy lineárních rovnic,
- nelineární optimalizační úlohy a soustavy nelineárních rovnic,
- úlohy s podmínkami celočíselnosti.

Hlavní charakteristika systému LINGO je, že obsahuje speciální jazyk pro matematické modelování. LINGO umožňuje zapsat navržený model pomocí tohoto speciálního jazyka. Tento zápis je velmi blízký běžnému matematickému modelu. Tento obecný model stačí poté už jen spojit s připraveným datovým souborem, který může být v podstatě v libovolném formátu. Konkrétní model tedy vzniká propojením obecné části s datovým souborem. Obecnou část lze používat opakovaně pro různé úlohy daného typu.

2.10.2.2 MPL for Windows

Tento systém je v mnoha ohledech podobný systému LINGO. Také je v něm obsažen modelovací jazyk. Uživatel si tak může také vytvořit obecný model, spojit ho s datovým souborem a poté spustit výpočet. MPL má, ale menší výhodu a to zejména v tom, že modelovací jazyk je jednodušší, lze v něm využít širších možností a má přívětivější uživatelský rozhraní. Určitý rozdíl mezi těmito dvěma systémy je v tom, že MPL umožňuje uživatelům využívat řešitele, které má k dispozici ve formě podporovaných DLL knihoven.

To je výhodné z toho důvodu, že z dostupných řešitelů je možné vybrat ten nejvýhodnější pro konkrétní typ úlohy. Také stojí za zmínku, že k volně dostupné verzi systému MPL for Windows je dodáván řešitel CPLEX, který je považován na světovém softwarovém trhu za nejlepšího optimalizačního řešitele.

2.10.3 Frontier Analyst

V krátkosti také nutno zmínit nástroj pro zkoumání efektivnosti produkčních jednotek pomocí modelů obalu dat s názvem Frontier Analyst, jelikož bude použit v další části při řešení konkrétní úlohy.

Je to produkt softwarové firmy která se zabývá vývojem programů pro ekonomické rozhodování s názvem Banxia Software. Řadí se k zástupcům profesionálních systémů právě pro zkoumání efektivnosti pomocí DEA.

Datový soubor (vstupní data) do systému lze zadat buď přímo nebo druhou možností, která se jeví jako snazší a účelnější je importovat data z nějaké jiné aplikace jakou je tabulkový kalkulátor, či textový soubor. Ovšem importu dat se dá vytknout skutečnost, že údaje lze importovat jen pomocí schránky. Není tedy možné například přímé spojení pojmenovaných oblastí v některém z tabulkových kalkulátorů s datovým souborem ve Frontier Analyst. Výhodou tohoto softwarového nástroje je také snadná úprava údajů, ať už se jedná o změnu stávajících dat nebo přidání nových jednotek, či hodnotících charakteristik. Stejně tak při vyloučení údajů může být každá jednotka či charakteristika snadno deaktivována a zase zpětně aktivována. Příznivé je, že struktura dat, která jsou třeba naeditovat není vůbec složitá. Každá hodnocená jednotka musí mít číselné ohodnocení jednotlivých charakteristik. Forma datového souboru vypadá tedy tak, že hodnocené jednotky jsou zastoupeny v jednotlivých řádcích a proměnné jsou znázorněny ve sloupcích. Dále je třeba ještě upřesnit některé základní parametry, na nichž závisí výsledek analýzy. Důležité jsou zejména dvě kritéria. Jedním z nich jsou výnosy z rozsahu – na výběr má uživatel konstantní, či variabilní výnosy z rozsahu. Druhým parametrem je orientace modelu, tedy zda se jedná o vstupní nebo výstupní. Samozřejmě kromě těchto dvou kritérií, které je třeba navolit pro získání správného výpočtu jsou zde i některé další. Pokud tedy máme naeditována data a nastaveny potřebné parametry je možné spustit výpočet.

Mezi nejpodstatnější výhody jak se uvádí patří po provedeném výpočtu široká nabídka výstupních informací. Mezi tyto výsledky patří míra efektivnosti pro hodnocené jednotky. Další výstupní informace udávají jakým způsobem se musí změnit charakteristiky neefektivních jednotek, tak aby se stali efektivními.

Dalšími z programů, které jsou využívány jsou například z komerčně dostupných

- Warwick DEA
- OnFront

Z nekomerčních je to

- DEAP (Data Envelopment Analysis Program)
- EMS (Efficiency Measurement System)
- PIONEER 2

Kromě výše uvedených předních DEA programů jsou to ještě například

- BYU-DEA
- cdd/cdd+/cddlib
- Frame DEA
- GAMS Implementations
- Qhull
- SAS/OR Implementations

3 Formulace konkrétního případu a jeho vyhodnocení

Aplikace DEA nyní bude uvedena na případu hodnocení jednotlivých členských států OSN za pomoci indexu lidské rozvoje (HDI – Human Development Index). Inspirací pro využití analýzy datových obalů v tomto směru byly možnosti aplikace modelů pro hodnocení efektivnosti od autorů Jablonský, Dlouhý (2004). Teorie a data použité v práci jsou čerpány především z internetu, kde se nachází dostatek aktuálních informací.

3.1 Index lidského rozvoje

Nejčastěji užívanými ukazateli pro srovnávání ekonomické úrovně zemí jsou hrubý domácí produkt (HDP) a hrubý národní produkt (HNP). Hrubý domácí produkt měří hodnotu veškerého zboží a veškerých služeb vyrobených na území daného státu v daném roce. Skládá se ze spotřeby (soukromé a vládní), investic a čistého vývozu (tj. rozdílu mezi vývozy a dovozy). Hrubý národní produkt měří hodnotu zboží a služeb vyrobených občany daného státu bez ohledu na území. HNP se skládá z HDP minus příjmy cizinců (jako je vývoz zisků zahraničních investorů) plus příjmy občanů daného státu v zahraničí. Při srovnávání zemí se často udává HDP či HNP na osobu (tedy vydělené počtem obyvatel dané země) a po zohlednění kupní síly (různých cenových hladin v různých zemích). Tyto ukazatele se často užívají k určení úrovně rozvoje země, mimo jiné proto, že je relativně snadné je zjistit a také snadné jim porozumět. HDP a HNP však mají některá omezení - měří totiž pouze formální peněžní ekonomiku země a nezahrnují ekonomiku neformální, ani sociální, politické a kulturní aspekty rozvoje.

Z tohoto důvodu vytvořil Rozvojový program OSN (UNDP) nový ukazatel rozvoje, který se nazývá Index lidského rozvoje (Human Development Index - HDI). Jeho smyslem je zachytit jak ekonomické, tak sociální aspekty rozvoje. Zaměřuje se tedy spíše na člověka a uspokojování jeho základních potřeb.

Index lidského rozvoje se stal celosvětově užívaným ukazatelem, který je každý rok zjišťován v členských zemích OSN. I tento ukazatel má však své nedostatky: nedokáže například zachytit rozdíly v životní úrovni uvnitř jednotlivých zemí, které mohou být obrovské, právě propastné sociální rozdíly ve společnosti jsou jednou ze

základních charakteristik rozvojových zemí. HDI také nezohledňuje bezpečnostní situaci v dané zemi. Přesto je velice užitečným nástrojem, hlavně při sledování, zda se v určité zemi či regionu životní úroveň v průběhu času zvyšuje, snižuje, nebo zůstává stejná.

3.2 Charakteristika HDI

HDI Představuje souhrnný ukazatel, který se snaží o širší pojetí ekonomické úrovně členských států OSN. Index je uveřejňovaný ve známé statistické publikaci „Zpráva o lidském rozvoji“ (Human Development Report), která je každoročně vydávaná pod záštitou UNDP (United Nations Development Programme). Index vymyslel v roce 1990 pákistánský ekonom Mahbub al Hak a od roku 1993 jej OSN používá ve své každoroční zprávě.

Tento indikátor na rozdíl od standardně používaného ukazatele HDP (GDP – Gross Domestic Produkt), který je příliš úzký zohledňuje další hlediska. Zejména kvalitativní charakteristiky ekonomického rozvoje. HDI totiž obsahuje vedle HDP i charakteristiky, které poukazují na kvalitu života z pohledu lidských zdrojů (vzdělanost, délka života). Pravidlem je, že země vyšší úrovně důchodu také dosahují vyšších úrovní lidského rozvoje. Ovšem země s podobnou úrovní důchodu mohou dosahovat jiných hodnot indexu lidského rozvoje.

HDI je vypočítáván na základě tří kategorií faktorů: lidské zdraví, úroveň vzdělanosti a hmotná životní úroveň. Vlastní konstrukce HDI prošla v minulých letech určitým vývojem, jeho tři základní složky však zůstaly nezměněny. Lidské zdraví je v současnosti vyjádřeno jako průměrná očekávaná délka života při narození, protože tento demografický ukazatel v sobě nejlépe zahrnuje všechny negativní i pozitivní vlivy, které lidské zdraví ovlivňují. Úroveň vzdělanosti se stanovuje jako podíl gramotného obyvatelstva a jako kombinovaný podíl populace z příslušné věkové skupiny navštěvující školy prvního, druhého a třetího stupně. Hmotná životní úroveň je vyjádřena jako hrubý domácí produkt na osobu v USD, který je přepočítáván na paritu kupní síly.

3.3 Obecný postup výpočtu HDI

- Průměrná očekávaná délka života při narození: 25 let a 85 let
- Gramotnost obyvatelstva staršího 15 let: 0% a 100%
- Kombinovaný podíl populace z příslušné věkové skupiny navštěvující školy prvního, druhého a třetího stupně: 0% a 100%
- Hrubý domácí produkt na hlavu v paritě kupní síly \$100 a \$40 000

Z výše uvedených čtyř charakteristik se vypočte index očekávané délky života, index vzdělání a index HDP (GDP).

Všeobecně se pro transformaci proměnné, řekněme x , pro bezjednotkový index v rozmezí hodnot 0 až 1 (což umožňuje různé indexy sčítat) používá následující vzorec:

$$x\text{-index} = \frac{x - \min(x)}{\max(x) - \min(x)}$$

kde $\min(x)$ a $\max(x)$ jsou nejnižší a nejvyšší hodnoty, kterých může proměnná x nabývat.

Index lidského rozvoje reprezentuje následující tři indexy:

- ❖ Index očekávané délky života (*Life Expectancy Index*)

$$\frac{LE - 25}{85 - 25}$$

- ❖ Index vzdělání (*Education Index*): je složen ze dvou částí

$$\frac{2}{3} * ALI + \frac{1}{3} * GEI$$

- Index gramotnosti dospělé populace (*Adult Literacy Index, ALI*)

$$\frac{ALR - 0}{100 - 0}$$

- Index zápisu do škol (*Gross Enrollment Index, GEI*)

$$\frac{CGER - 0}{100 - 0}$$

- ❖ Index HDP (*GDP Index*)

$$\frac{\log(GDPpc) - \log(100)}{\log(40000) - \log(100)}$$

LE: střední délka života (Life expectancy)

ALR: gramotnost (Adult literacy rate)

CGER: kombinovaný poměr zápisu do škol (Combined gross enrolment ratio)

GDPpc: HDP na 1 obyvatele v amerických dolarech (GDP per capita at PPP in USD)

Index lidského rozvoje je počítán jako aritmetický průměr tří výše popsaných indexů a nabývá hodnot mezi 0-1, přičemž hodnota blízká 1 je přiřčena nejvyspělejšímu státu. Na základě hodnoty HDI je možné státy rozdělit do tří skupin:

- státy s vysokou úrovní lidského rozvoje ($HDI \geq 0,8$)
- státy se střední úrovní lidského rozvoje ($HDI = 0,5 - 0,799$)
- státy s nízkou úrovní lidského rozvoje ($HDI < 0,5$).

HDI je poměrně dobře korelován s některými ostatními indikátory, mimo jiné také s HDP. Zajímavé je srovnání států podle hodnoty HDP a podle velikosti indexu. Hodnota HDP v podstatě ukazuje, jak je stát bohatý, zatímco hodnota HDI indikuje, do jaké míry je „lidsky rozvinut“. To tedy znamená, že země, které mají vyšší HDI než HDP, jsou lidsky rozvinutější, než by odpovídalo jejich bohatství a naopak.

4 Aplikace CCR modelu

4.1 zadání úlohy

Pro naše porovnání bude vybráno náhodně 30 zemí ze 192 současných členských států. Menší počet je zvolen jednak z důvodu podání přehlednějších informací, přičemž princip analýzy se nezmění a také proto aby čtenář nebyl zatěžován přemírou dat. Země budou vybrány od vyspělých po rozvojové (země třetího světa). To proto, aby z výsledků analýzy byl zřejmý rozdíl.

ZEMĚ	LE	ALR	CGER	GDP
Norsko	79,8	99	99,2	41,42
Austrálie	80,9	99	100	31,794
Kanada	80,3	99	99,2	33,375
Švýcarsko	81,3	99	85,7	35,633
Japonsko	82,3	99	85,9	31,267
Francie	80,2	99	96,5	30,386
USA	77,9	99	93,3	41,89
Velká Británie	79	99	93	33,238
Singapur	79,4	92,5	87,3	29,663
Portugalsko	77,7	93,8	89,8	20,410
Česká republika	75,9	99	82,9	20,538
Mexiko	75,6	91,6	75,6	10,751
Bulharsko	72,7	98,2	81,5	9,032
Saudská Arábie	72,2	82,9	76	15,711
Brazílie	71,7	88,6	87,5	8,402
Venezuela	73,2	93	75,5	6,632
Thajsko	69,6	92,6	71,2	8,677
Čína	72,5	90,9	69,1	6,757
Turecko	71,4	87,4	68,7	8,407
Jamajka	72,2	79,9	77,9	4,291
Egypt	70,7	71,4	76,9	4,337
Indie	63,7	61	63,8	3,452
Nepál	62,6	48,6	58,1	1,55
Madagaskar	58,4	70,7	59,7	0,923
Súdán	57,4	60,9	37,3	2,083
Uganda	49,7	66,8	63	1,454
Senegal	62,3	39,3	39,6	1,792
Nigérie	46,5	69,1	56,2	1,128
Angola	41,7	67,4	25,6	2,335
Sierra Leone	41,8	34,8	44,6	0,806

Tab.1: Charakteristiky zemí

V tabulce 1 jsou zobrazeny údaje, které pro nás představují vstupní data potřebná k řešení úlohy. První sloupec obsahuje názvy hodnocených produkčních jednotek tj. jednotlivých zemí. V dalším sloupci jsou uvedeny hodnoty průměrné očekávané délky života při narození. Gramotnost obyvatelstva příslušné země znázorňuje sloupec třetí a poslední dva ukazují podíl populace z příslušné věkové skupiny navštěvující školy prvního, druhého a třetího stupně a HDP na jednoho obyvatele v paritě kupní síly (v dolarech). Tyto čtyři jmenované charakteristiky budou použity jako výstupy a jako vstup pro každou zemi jeden jednotkový vstup. Jako hodnotící zvolíme CCR model, který je výstupově orientovaný.

Hodnoty HDI a jeho charakteristik v této práci uváděny, pochází ze zprávy o lidském rozvoji z roku 2007/2008, která je dostupná na [www stránkách hdr.undp.org](http://www.stránkách.hdr.undp.org).

4.2 Vyjádření optimalizační úlohy

$$\Phi_H = v_{iH} x_{iH} \rightarrow MIN$$

podmínky

$$\sum_{j=1}^4 u_{jH} y_{jH} = 1$$

$$v_{iH} x_{ik} - \sum_{j=1}^4 u_{jH} y_{jk} \geq 0, \quad k=1,2,\dots,30,$$

$$u_{jH} \geq 0, \quad j=1,2,3,4,$$

$$v_{iH} \geq 0, \quad i=1$$

Například pro Kanadu

$$\Phi_H = v_{iH} \rightarrow MIN$$

podmínky

$$80,3u_{13} + 99u_{23} + 99,2u_{33} + 33,375u_{43} = 1$$

$$1v_{13} - 79,8u_{13} - 99u_{23} - 99,2u_{33} - 41,42u_{43} \geq 0$$

$$1v_{13} - 80,9u_{13} - 99u_{23} - 100u_{33} - 31,794u_{43} \geq 0$$

$$1v_{13} - 80,3u_{13} - 99u_{23} - 99,2u_{33} - 33,375u_{43} \geq 0$$

.
.
.
.

$$1v_{13} - 41,8u_{13} - 34,8u_{23} - 44,6u_{33} - 0,806u_{43} \geq 0$$

$$v_{13} \geq 0, u_{13} \geq 0, u_{23} \geq 0, u_{33} \geq 0, u_{43} \geq 0$$

4.3 Postup výpočtu za pomoci software

K analýze, jak již bylo řečeno, bude použit program, který byl vytvořen jako specializovaný nástroj pro DEA analýzu. Práce v tomto softwarovém nástroji pro hodnocení efektivnosti není nijak složitá, což je jeho výhodou. Po spuštění je k výběru několik možností jak nadefinovat vstupní data. V našem případě byl použit import údajů z tabulkového kalkulátoru *MS Excel*, ve kterém již byla data připravena. Po zobrazení tabulky se vstupními údaji ve Frontier Analyst (Obr.6) je třeba navolit co představují jednotlivé sloupce. Tedy zda se jedná o vstupy, či výstupy

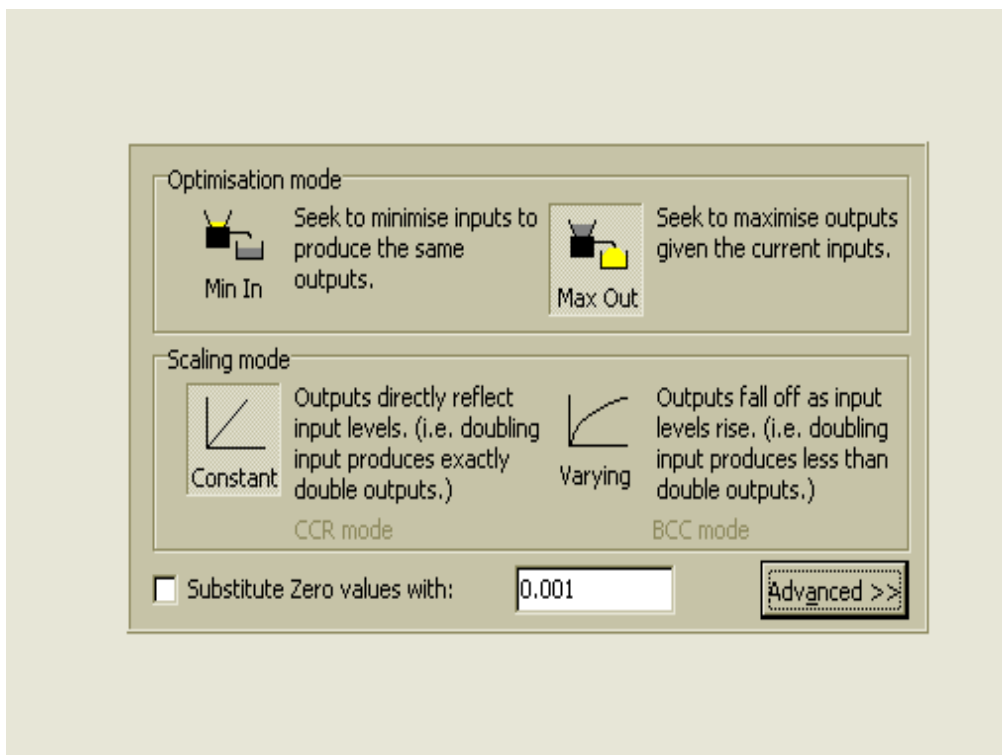
Unit name: Norsko Input/Output name: LE Input/Output type: >>

Unit Name	Active	LE	ALR	CGER	GDP	input
Norsko	<input checked="" type="checkbox"/>	79,80	99,00	99,20	41,42	1,00
Austrálie	<input checked="" type="checkbox"/>	80,90	99,00	100,00	31,79	1,00
Kanada	<input checked="" type="checkbox"/>	80,30	99,00	99,20	33,38	1,00
Švýcarsko	<input checked="" type="checkbox"/>	81,30	99,00	85,70	35,63	1,00
Japonsko	<input checked="" type="checkbox"/>	82,30	99,00	85,90	31,27	1,00
Francie	<input checked="" type="checkbox"/>	80,20	99,00	96,50	30,39	1,00
USA	<input checked="" type="checkbox"/>	77,90	99,00	93,30	41,89	1,00
Velká Británie	<input checked="" type="checkbox"/>	79,00	99,00	93,00	33,24	1,00
Singapur	<input checked="" type="checkbox"/>	79,40	92,50	87,30	29,66	1,00
Portugalsko	<input checked="" type="checkbox"/>	77,70	93,80	89,80	20,41	1,00
Česká republika	<input checked="" type="checkbox"/>	75,90	99,00	82,90	20,54	1,00
Mexiko	<input checked="" type="checkbox"/>	75,60	91,60	75,60	10,75	1,00
Bulharsko	<input checked="" type="checkbox"/>	72,70	98,20	81,50	9,03	1,00
Saudská Arábie	<input checked="" type="checkbox"/>	72,20	82,90	76,00	15,71	1,00
Brazílie	<input checked="" type="checkbox"/>	71,70	88,60	87,50	8,40	1,00
Venezuela	<input checked="" type="checkbox"/>	73,20	93,00	75,50	6,63	1,00
Thajsko	<input checked="" type="checkbox"/>	69,60	92,60	71,20	8,68	1,00
Čína	<input checked="" type="checkbox"/>	72,50	90,90	69,10	6,76	1,00
Turecko	<input checked="" type="checkbox"/>	71,40	87,40	68,70	8,41	1,00
Jamajka	<input checked="" type="checkbox"/>	72,20	79,90	77,90	4,29	1,00
Egypt	<input checked="" type="checkbox"/>	70,70	71,40	76,90	4,34	1,00
Indie	<input checked="" type="checkbox"/>	63,70	61,00	63,80	3,45	1,00
Nepál	<input checked="" type="checkbox"/>	62,60	48,60	58,10	1,55	1,00
Madagaskar	<input checked="" type="checkbox"/>	58,40	70,70	59,70	0,92	1,00
Súdán	<input checked="" type="checkbox"/>	57,40	60,90	37,30	2,08	1,00
Uganda	<input checked="" type="checkbox"/>	49,70	66,80	63,00	1,45	1,00
Senegal	<input checked="" type="checkbox"/>	62,30	39,30	39,60	1,79	1,00
Nigérie	<input checked="" type="checkbox"/>	46,50	69,10	56,20	1,13	1,00
Angola	<input checked="" type="checkbox"/>	41,70	67,40	25,60	2,33	1,00
Sierra Leone	<input checked="" type="checkbox"/>	41,80	34,80	44,60	0,81	1,00

Sort: Unsorted

Obr.6: Frontier Analyst – vstupní data

Dalším nezbytným krokem k výpočtu je výběr v možnostech nastavení, zda se jedná o případ s konstantními (CCR model) nebo variabilními výnosy z rozsahu (BCC model). Druhým parametrem, který bude třeba nastavit je typ modelu. Na výběr je, jak znázorňuje obrázek 7, zda jde o vstupně nebo výstupově orientovaný model. Pro naši úlohu byl zvolen konstantní výnos z rozsahu a model orientovaný na výstupy. Poté stačí spustit analýzu a program provede rozbor hodnocených jednotek. Výsledkem je přehled, kde jsou jednotky seřazené podle efektivnosti vzhledem k nejlepší jednotce.



Obr.7: *Frontier Analyst – možnosti nastavení parametrů*

4.4 Výsledky při využití modelu CCR

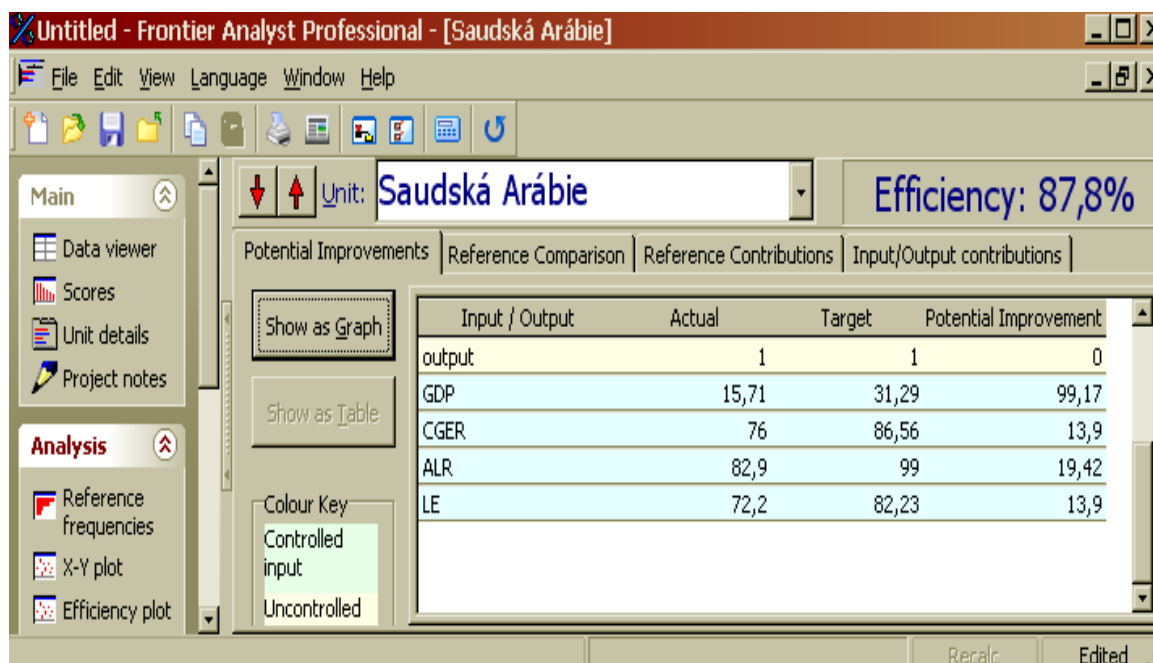
V Tabulce 2 je uvedeno pořadí jednotlivých zemí a míra jejich efektivnosti. Pro porovnání je zde také uveden index HDI. Jako efektivní jsou v našem souboru podle modelu vyhodnoceny Norsko, Austrálie, Kanada, Švýcarsko, Japonsko, Francie, USA, Velká Británie a Česká republika. Tyto jednotky dosahují efektivnosti 100 % a z tohoto důvodu všechny reprezentují první místo v žebříčku. Státy jako Bulharsko, Singapur nebo Portugalsko sice nedosahují optima, ale vykazují dosti vysokou míru efektivnosti. Naproti tomu rozvojové země jako Sierra Leone, Uganda, Angola, Súdán se umístily na posledních místech stupnice. Tyto jednotky jsou tedy nejméně efektivní z hodnoceného souboru, zejména pak Sierra Leone s mírou efektivnosti 50,9 %.

ZEMĚ	HDI	POŘ.	DEA (CCR)	POŘ.
Norsko	0,968	1	1,000	1
Austrálie	0,962	2	1,000	1
Kanada	0,961	3	1,000	1
Švýcarsko	0,955	4	1,000	1
Japonsko	0,953	5	1,000	1
Francie	0,952	6	1,000	1
USA	0,951	7	1,000	1
Velká Británie	0,946	8	1,000	1
Singapur	0,922	9	0,969	3
Portugalsko	0,897	10	0,953	4
Česká republika	0,891	11	1,000	1
Mexiko	0,829	12	0,925	7
Bulharsko	0,824	13	0,991	2
Saudská Arábie	0,812	14	0,878	12
Brazílie	0,800	15	0,894	9
Venezuela	0,792	16	0,939	5
Thajsko	0,781	17	0,935	6
Čína	0,777	18	0,918	8
Turecko	0,775	19	0,882	10
Jamajka	0,736	20	0,880	11
Egypt	0,708	21	0,862	13
Indie	0,619	22	0,774	14
Nepál	0,534	23	0,760	15
Madagaskar	0,533	24	0,714	17
Súdán	0,526	25	0,697	19
Uganda	0,505	26	0,674	21
Senegal	0,499	27	0,757	16
Nigérie	0,470	28	0,698	18
Angola	0,446	29	0,680	20
Sierra Leone	0,336	30	0,509	22

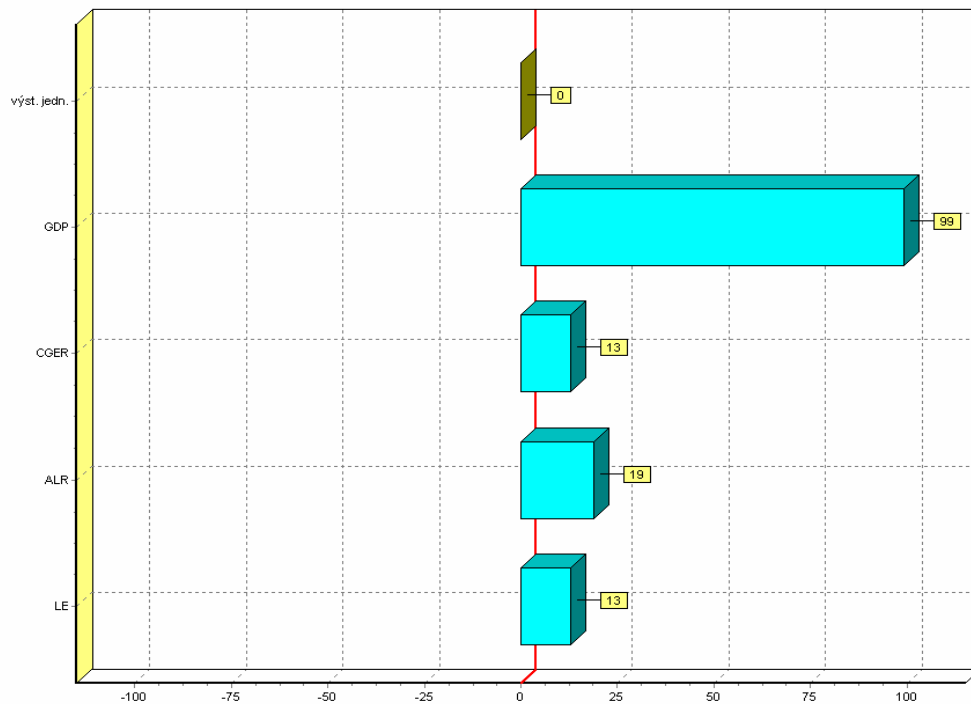
Tab.2: Pořadí zemí

Pro analyzované jednotky, zejména pak pro ty co byly vyhodnoceny jako neefektivní, má program to pozitivum, že poskytuje mezi výstupními informacemi také to, jakých hodnot musí dosáhnout charakteristiky představující vstupy a výstupy, proto aby se neefektivní jednotka stala jednotkou efektivní. Například Saudská Arábie jak je vidět na obr.7 dosahuje 87,8% efektivnosti. Přičemž jsou její současné výstupy na

hodnotách: střední délka života (LE) 72,2, gramotnost (ALR) 72,9 %, kombinovaný poměr zápisu do škol (CGER) 76 %, hrubý domácí produkt na jednoho obyvatele v USD (GDPpc) 15,71. Potenciální zlepšení představuje zvýšení daných výstupů na LE 82,23, ALR 99,0 %, CGER 85,56 % a GDPpc 31,29. Po tomto kroku bude jednotka dosahovat stoprocentní efektivity.



Obr.8: Frontier Analyst – výstupní informace v tabulkové podobě



Obr.9: Frontier Analyst – výstupní informace v grafické podobě

5 Aplikace CCR a BCC modelu

5.1 Zadání úlohy

Další možností jak využít DEA modely může být pokus změřit efektivnost přeměny bohatství země k prospěchu jejích obyvatel. V tomto případě bude použita míra indexu lidského rozvoje dané země jako vstup a jednotlivé indexy tj. index délky života, index vzdělání a index HDP budou reprezentovat výstupy. Pro vyhodnocení použijeme opět CCR model a zároveň pro srovnání BCC model. Ze zadání je zřejmé, že žádoucí pro každou zemi je maximalizovat výstupy.

K výpočtům jednotlivých indexů poslouží vzorce, které jsou uvedeny v kapitole pojednávající o podstatě indexu lidského rozvoje. Pro názorný příklad budou vypočítány potřebné ukazatele pro Mexiko.

5.2 Výpočet indexu délky života

$$LEI = \frac{75,6 - 25}{85 - 25} \Rightarrow \frac{50,6}{60} = 0,843$$

5.3 Výpočet indexu vzdělání

Nejdříve je třeba získat ukazatele gramotnosti dospělé populace (ALI) a ukazatele míry zápisu do škol (GEI).

$$ALI = \frac{91,6 - 0}{100 - 0} = 0,916 \quad , \quad GEI = \frac{75,6 - 0}{100 - 0} = 0,756$$

Dostáváme tak míru vzdělání (EI)

$$EI = \frac{2}{3} \times 0,916 + \frac{1}{3} \times 0,756 = 0,863$$

5.4 Výpočet indexu HDP

$$GDPI = \frac{\log(10751) - \log(100)}{\log(40000) - \log(100)} \Rightarrow \frac{2,031448862}{2,602059991} = 0,781$$

5.5 Přehled vypočtených ukazatelů

Stejným způsobem získáme potřebné údaje pro každou zemi, které jsou uvedeny spolu s hodnotami HDI v tabulce 3. Nejvyšších hodnot v našem výběru pro LEI dosahuje Japonsko 95,4% a naopak nejnižších Angola 25,7%. Pro EI si nejlépe stojí Austrálie 99,3% a nejhůře Sierra Leone 38,1%. A nejvýše postavené je pro index GDP Norsko spolu s USA 100%, proti nim stojí opět Sierra Leone, která vykazuje pouhých 34,8%.

ZEMĚ	HDI	LEI	EI	GDPI
Norsko	0,968	0,913	0,991	1,000
Austrálie	0,962	0,931	0,993	0,962
Kanada	0,961	0,921	0,991	0,970
Švýcarsko	0,955	0,938	0,946	0,981
Japonsko	0,953	0,954	0,946	0,959
Francie	0,952	0,919	0,982	0,954
USA	0,951	0,881	0,971	1,000
Velká Británie	0,946	0,900	0,970	0,969
Singapur	0,922	0,907	0,908	0,950
Portugalsko	0,897	0,879	0,925	0,888
Česká republika	0,891	0,849	0,936	0,889
Mexiko	0,829	0,843	0,863	0,781
Bulharsko	0,824	0,795	0,926	0,752
Saudská Arábie	0,812	0,787	0,806	0,844
Brazílie	0,800	0,779	0,883	0,740
Venezuela	0,792	0,804	0,872	0,700
Thajsko	0,781	0,743	0,855	0,745
Čína	0,777	0,792	0,837	0,703
Turecko	0,775	0,773	0,812	0,740
Jamajka	0,736	0,787	0,792	0,627
Egypt	0,708	0,761	0,732	0,629
Indie	0,619	0,645	0,620	0,591
Nepál	0,534	0,626	0,518	0,458
Madagaskar	0,533	0,557	0,670	0,371
Súdán	0,526	0,540	0,531	0,507
Uganda	0,505	0,412	0,655	0,447
Senegal	0,499	0,622	0,394	0,482
Nigérie	0,470	0,359	0,648	0,404
Angola	0,446	0,279	0,535	0,526
Sierra Leone	0,336	0,280	0,381	0,348

Tab.3: HDI a ukazatelé zemí

5.6 Vyjádření optimalizační úlohy

CCR

$$\Phi_H = v_{iH} x_{iH} \rightarrow MIN$$

podmínky

$$\sum_{j=1}^3 u_{jH} y_{jH} = 1$$

$$v_{iH}x_{ik} - \sum_{j=1}^3 u_{jH}y_{ik} \geq 0, \quad k=1,2,\dots,30,$$

$$u_{jH} \geq 0, \quad j=1,2,3,$$

$$v_{iH} \geq 0, \quad i=1$$

Například pro Kanadu to tedy bude

$$\Phi_3 = 0,961v_{13} \rightarrow MIN$$

podmínky

$$0,921u_{13} + 0,991u_{23} + 0,970u_{33} = 1$$

$$0,968v_{13} - 0,913u_{13} - 0,991u_{23} - 1,000u_{33} \geq 0$$

$$0,962v_{13} - 0,931u_{13} - 0,993u_{23} - 0,962u_{33} \geq 0$$

$$0,968v_{13} - 0,913u_{13} - 0,991u_{23} - 1,000u_{33} \geq 0$$

·
·
·

$$0,336v_{13} - 0,280u_{13} - 0,381u_{23} - 0,348u_{33} \geq 0$$

$$v_{13} \geq 0, \quad u_{13} \geq 0, \quad u_{23} \geq 0, \quad u_{33} \geq 0$$

BCC

$$\Phi_H = \sum v_{iH}x_{iH} + q_H \rightarrow MIN$$

podmínky

$$\sum_{j=1}^3 u_{jH}y_{jH} = 1$$

$$u_{jH} \geq 0, \quad j=1,2,3,$$

$$v_{iH} \geq 0, \quad i=1$$

$$\sum_{i=1}^1 v_{iH}x_{ik} + q_H - \sum_{j=1}^3 u_{jH}y_{ik} \geq 0,$$

$$k=1,2,\dots,30$$

5.7 Výsledky při využití CCR a BCC modelů

V následujících sloupcích tabulky 4 jsou uvedeny stejně jako v předcházejícím případě hodnoty HDI a pořadí zemí podle HDI. Dále jsou obsaženy výsledky analýzy pomocí CCR a BCC modelu orientovaného na výstupy. To znamená pro každou zemi je uvedena míra efektivnosti dosažená pomocí jmenovaných modelů a její pořadí.

ZEMĚ	HDI	POŘ.	CCR	POŘ.	BCC	POŘ.
Norsko	0,968	1	0,9990	9	0,1000	1
Austrálie	0,962	2	0,9991	8	0,1000	1
Kanada	0,961	3	0,9987	11	0,1000	1
Švýcarsko	0,955	4	0,9990	9	0,1000	1
Japonsko	0,953	5	0,9991	8	0,1000	1
Francie	0,952	6	0,9987	11	0,9996	4
USA	0,951	7	0,9986	12	0,1000	1
Velká Británie	0,946	8	0,9994	6	0,1000	1
Singapur	0,922	9	0,9987	11	0,1000	1
Portugalsko	0,897	10	0,9994	6	0,1000	1
Česká republika	0,891	11	0,9994	6	0,9999	2
Mexiko	0,829	12	0,9992	7	0,9998	3
Bulharsko	0,824	13	0,9996	4	0,1000	1
Saudská Arábie	0,812	14	0,9994	6	0,1000	1
Brazílie	0,800	15	0,1000	1	0,1000	1
Venezuela	0,792	16	0,9995	5	0,1000	1
Thaisko	0,781	17	0,9991	8	0,9992	7
Čína	0,777	18	0,9998	3	0,1000	1
Turecko	0,775	19	0,9991	8	0,9993	6
Jamajka	0,736	20	0,9988	10	0,1000	1
Egypt	0,708	21	0,9986	12	0,9993	5
Indie	0,619	22	0,9986	12	0,9986	8
Nepál	0,534	23	0,1000	1	0,1000	1
Madagaskar	0,533	24	0,1000	1	0,1000	1
Súdán	0,526	25	0,9992	7	0,9992	7
Uganda	0,505	26	0,9986	12	0,9986	8
Senegal	0,499	27	0,1000	1	0,1000	1
Nigérie	0,470	28	0,1000	1	0,1000	1
Angola	0,446	29	0,1000	1	0,1000	1
Sierra Leone	0,336	30	0,9999	2	0,1000	1

Tab.4: Pořadí jednotlivých zemí za předpokladu CCR a BCC

Z výsledků je zajímavé, že země, které podle HDI, či výsledků měření efektivnosti předcházející úlohy obsazují místa s nižším hodnocením. V tomto případě jak ukazují výsledky DEA analýzy v tabulce 4 dosahují za použití obou modelů stoprocentní efektivnosti. Konkrétně jsou to Brazílie, Nepál, Madagaskar, Senegal, Nigérie, Angola. Na druhou stranu jako neefektivní byly vyhodnoceny ekonomicky vyspělé státy jako Velká Británie, Švýcarsko, Norsko, USA a další. Nutno ale říci, že tyto jednotky dosáhly v tomto měření velmi vysoké míry efektivnosti, která je blízká 100%. Také stojí za povšimnutí, že za použití modelu BCC je vyznačen mnohem vyšší počet efektivních jednotek, než je tomu u modelu CCR. Jak bylo vysvětleno v kapitole popisující výnosy z rozsahu je to dáno tím, že obal dat u CCR je kónický, kdežto u modelu BCC se mění na konvexní.

6 Zhodnocení

Po zpracování úloh a všech dat byla učiněna následující poznání. V prvním případě vyhodnocení dopadlo podle očekávání. Na základě charakteristik ukazující kvalitu života z pohledu lidských zdrojů a ekonomické úrovně byla posuzována efektivita jednotlivých států. Jak se předpokládalo vyspělé státy jako Norsko, Austrálie, Švýcarsko, Kanada a další dosahovaly nejvyšší, tedy stoprocentní efektivnosti.

U dalších států s tím jak klesala jejich ekonomická úroveň, klesala zároveň jejich efektivnost. Pořadí hodnocených jednotek v poměru s HDI se sice lišilo, ale ne o mnoho. Ve většině případů si země o jedno, či dvě místa polepšily nebo naopak pohoršily. Zajímavé bylo, že některé státy s podobnými hodnotami HDI dosahovaly rozdílné míry efektivnosti.

Další pokusem jak využít DEA bylo měření efektivnosti transformace bohatství země pro blaho jejich obyvatel. Po provedeném výpočtu a porovnání na rozdíl od první úlohy v tomto případě výsledky modelu byly výrazně odlišné. Nejvyšší efektivnosti transformace dosahovaly státy s nižší ekonomickou úrovní. Nutno dodat, že zbylé země dosahovaly velmi vysokých hodnot míry efektivnosti. Za použití BCC modelu dokonce převážná většina vykazovala maximální efektivnost. Pořadí zemí v porovnání s HDI zde bylo opravdu různorodé.

7 Závěr

Jedním z důvodů proč se tato práce zabývá oblastí vícekriteriální rozhodování, je i ten fakt, že metody vícekriteriálního rozhodování jsou v současnosti považovány za velmi důležitou součást ekonomického vzdělání. Jedná se o modelové techniky, které umožňují současně monitorovat a uvažovat více vstupů a výstupů, čímž přináší do vyhodnocování efektivity zcela jiný pohled, než jednoduché poměrové ukazatele. Modely analýzy obalu dat jsou tak důležitým nástrojem pro hodnocení efektivnosti produkčních jednotek. Zejména z důvodu identifikace míst, kde je provoz relativně neefektivní. Princip této analýzy spočívá v porovnávání vzhledem k nejlepším jednotkám a ne podle průměrné efektivity jako jiné statistické metody.

Hlavním cílem této práce bylo aplikovat metodu analýzy obalu dat na konkrétní situaci ve vybraném odvětví. Oblast, která byla pro rozbor zvolena se zabývá poměřováním jednotlivých států mezi sebou navzájem z pohledu ekonomické úrovně. Výpočet byl realizován za pomoci ukazatele, jenž je nazýván jako index lidského rozvoje a charakteristik, ze kterých je vypočítáván. Posláním bylo představit základní modely DEA a znázornit jejich možné uplatnění v praxi. Úloha je charakterizována větším počtem hodnocených jednotek a tedy i větším souborem dat. Je proto důležité při shromažďování údajů dbát velké důslednosti a pečlivosti. Jakákoliv chyba, či záměna by mohla vést ke zkreslení výsledných rozhodnutí. Zejména důležité je to v oblastech jako je bankovníctví, pojišťovnictví, zdravotnictví a další.

Je třeba říci, že DEA modely nacházejí v praxi malé uplatnění. Většina firem zakládá svá rozhodnutí na výsledcích klasických poměrových ukazatelů. Ty na rozdíl od DEA neobsahují všechna potřebná hlediska a výsledek hodnocení může být zkreslený, což může vést ke špatnému rozhodnutí. Rozhodně by nebylo na škodu problematiku nejen této oblasti, ale celého vícekriteriálního rozhodování nějakým způsobem více zviditelnit, aby v budoucnu našla širší využití.

8 Summary

Data envelopment analysis is a specific area of multicriterial decision making process. It is one of methods how to compare the efficiency of transformation of the inputs to the outputs among production units. It helps to improve the efficiency and to identify weak points in production systems. The target of DEA is to divide focused subjects to efficiency and non-efficiency groups, comparing the amount of used sources as inputs and the amount of outputs. The specificity of DEA is to compare production units and the best production units, instead of statistical methods, which compare the efficiency to the average efficiency.

The first of my Bachelor's thesis involves a theoretical part which explains some of the important expressions used in Theory of DEA. The other part explain the core machanism of DEA and area of using. As well an basic models of DEA.

Such as

- CCR model - Constant returns to scale
- BCC model - Variable returns to scale

A short list and description of software tools use by DEA models is also a part of my work.

The practical part of my Bachelor's thesis is focused on using DEA to compare different countries by HDI (human developmet index) The solution of this case work with characteristics used by calculating HDI. The next step is to formulation the Metod of calculations and following evaluation of the task. At the en dis a presentation of results by using CCR model and BCC model. By processing of the task was used software environment – Frontier Analyst.

Key words: DEA – data envelopment analysis, efficiency, constant returns to scale, variable returns to scale, input, output

9 Přehled použitých zdrojů

- [1] Brožová, H., Houška, M., Šubrt, T. Modely pro vícekriteriální rozhodování. 1. vyd. Praha: CREDIT, ČZU v Praze, 2003. 178 s. ISBN 80-213-1019-7
- [2] Emrouznejad, A., Podinovski, V. Data envelopment analysis and performance management. Birmingham: Aston Business school, UK, 2004.
- [3] Fiala, P., Modelování a analýza produkčních systémů. 1. vyd. Praha: Professional Publishing, 2002. 260 s. ISBN 80-86419-19-3
- [4] Fiala, P., Jablonský, J., Maňas, M. Vícekriteriální rozhodování. 1. vyd. Praha: VŠE, 1994. 316 s. ISBN 80-7079-748-7
- [5] Jablonský J., Dlouhý, M., Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek. 1. vyd. Praha: Professional Publishing, 2004. 184 s. ISBN 80-86419-49-5

Elektronické zdroje

- [6] Friebelová J., Metoda analýzy datových obalů [online]. [cit. 2008-07-05]. Dostupný z WWW: <http://www2.ef.jcu.cz/~jfrieb/prednasky_komplet/skriptaRM_DEA.pdf>
- [7] Jablonský J. Modely analýzy obalu dat a jejich aplikace při hodnocení efektivnosti bankovních poboček [online]. [cit. 2008-07-01]. Dostupný z WWW: <<http://www.humusoft.cz/akce/finsem08/prispevky/Jablonsky.pdf>>
- [8] Univerzita Karlova v Praze. Index lidského rozvoje [online]. [cit. 2008-08-12]. Dostupný z WWW: <<http://cozp.cuni.cz/COZP-39.html>>
- [9] Vysoká škola ekonomie a managementu. Index lidského rozvoje [online]. [cit. 2008-08-10]. Dostupný z WWW: <http://www.vsem.cz/data/docs/gf_Rocenka311.pdf>

[10] www.banxia.com

[11] www.deazone.com

[12] www.hdr.undp.org

[13] www.osn.cz

Přehled obrázků, tabulek a příloh

Seznam obrázků:

Obrázek 1 - Produkční jednotka	13
Obrázek 2 - Hranice efektivity – Konstantní výnosy z rozsahu	20
Obrázek 3 - Hranice efektivity – Variabilní výnosy z rozsahu	22
Obrázek 4 - Hranice efektivity – Dva vstupy a jeden výstup	23
Obrázek 5 - Hranice efektivity – Jeden vstup a dva výstupy	24
Obrázek 6 - Frontier Analyst – vstupní data	48
Obrázek 7 - Frontier Analyst – možnosti nastavení parametrů	49
Obrázek 8 - Frontier Analyst – výstupní informace v tabulkové podobě	51
Obrázek 9 - Frontier Analyst – výstupní informace v grafické podobě	52

Seznam tabulek:

Tabulka 1 - Charakteristiky zemí	45
Tabulka 2 - Pořadí zemí	50
Tabulka 3 - HDI a ukazatelé zemí	54
Tabulka 4 - Pořadí jednotlivých zemí za předpokladu CCR a BCC	56

Seznam příloh:

Příloha A - Tabulkový přehled aktuálních a cílových hodnot jednotlivých zemí (vztahuje se k první úloze za použití modelu CCR)	63
Příloha B - Přehled jednotlivých členských států podle HDI za rok 2007/2008 ,vyplývající ze zprávy OSN	66

Přílohy

Příloha A

USA

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	41,89	41,89	0
	CGER	93,3	93,3	0
	ALR	99	99	0
	LE	77,9	77,9	0

Austrálie

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	31,79	31,79	0
	CGER	100	100	0
	ALR	99	99	0
	LE	80,9	80,9	0

Norsko

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	41,42	41,42	0
	CGER	99,2	99,2	0
	ALR	99	99	0
	LE	79,8	79,8	0

Švýcarsko

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	35,63	35,63	0
	CGER	85,7	85,7	0
	ALR	99	99	0
	LE	81,3	81,3	0

Japonsko

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	31,27	31,27	0
	CGER	85,9	85,9	0
	ALR	99	99	0
	LE	82,3	82,3	0

Velká Británie

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	33,24	33,37	0,41
	CGER	93	99,2	6,67
	ALR	99	99	0
	LE	79	80,3	1,65

Kanada

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	33,38	37,04	10,99
	CGER	99,2	99,56	0,37
	ALR	99	99	0
	LE	80,3	80,3	0

Francie

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	30,39	39,8	30,97
	CGER	96,5	97,07	0,59
	ALR	99	99	0
	LE	80,2	80,2	0

Česká republika

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	20,54	31,27	52,24
	CGER	82,9	85,9	3,62
	ALR	99	99	0
	LE	75,9	82,3	8,43

Bulharsko

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	9,03	31,27	246,18
	CGER	81,5	85,9	5,4
	ALR	98,2	99	0,81
	LE	72,7	82,3	13,2

Singapur

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	29,66	31,42	5,93
	CGER	87,3	90,04	3,14
	ALR	92,5	99	7,03
	LE	79,4	81,89	3,14

Portugalsko

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	20,41	31,58	54,71
	CGER	89,8	94,17	4,86
	ALR	93,8	99	5,54
	LE	77,7	81,48	4,86

Venezuela

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	6,63	31,79	379,4
	CGER	75,5	100	32,45
	ALR	93	99	6,45
	LE	73,2	80,9	10,52

Thajsko

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	8,68	31,79	266,42
	CGER	71,2	100	40,45
	ALR	92,6	99	6,91
	LE	69,6	80,9	16,24

Mexiko

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	10,75	31,27	190,83
	CGER	75,6	85,9	13,62
	ALR	91,6	99	8,08
	LE	75,6	82,3	8,86

Čína

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	6,76	31,79	370,53
	CGER	69,1	100	44,72
	ALR	90,9	99	8,91
	LE	72,5	80,9	11,59

Brazílie

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	8,4	31,79	278,41
	CGER	87,5	100	14,29
	ALR	88,6	99	11,74
	LE	71,7	80,9	12,83

Turecko

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	8,41	31,79	278,18
	CGER	68,7	100	45,56
	ALR	87,4	99	13,27
	LE	71,4	80,9	13,31

Jamajka

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	4,29	31,36	630,94
	CGER	77,9	88,52	13,63
	ALR	79,9	99	23,9
	LE	72,2	82,04	13,63

Saudská Arábie

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	15,71	31,29	99,17
	CGER	76	86,56	13,9
	ALR	82,9	99	19,42
	LE	72,2	82,23	13,9

Egypt

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	4,34	31,39	623,75
	CGER	76,9	89,16	15,95
	ALR	71,4	99	38,66
	LE	70,7	81,98	15,95

Indie

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	3,45	31,27	805,76
	CGER	63,8	85,9	34,64
	ALR	61	99	62,3
	LE	63,7	82,3	29,2

Nepál

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	1,55	31,27	1917,23
	CGER	58,1	85,9	47,85
	ALR	48,6	99	103,7
	LE	62,6	82,3	31,47

Senegal

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	1,79	31,27	1644,81
	CGER	39,6	85,9	116,92
	ALR	39,3	99	151,91
	LE	62,3	82,3	32,1

Madagaskar

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	0,92	31,27	3287,54
	CGER	59,7	85,9	43,89
	ALR	70,7	99	40,03
	LE	58,4	82,3	40,92

Nigérie

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	1,13	31,27	2671,9
	CGER	56,2	85,9	52,85
	ALR	69,1	99	43,27
	LE	46,5	82,3	76,99

Súdán

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	2,08	31,27	1401,06
	CGER	37,3	85,9	130,29
	ALR	60,9	99	62,56
	LE	57,4	82,3	43,38

Angola

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	2,33	31,27	1239,06
	CGER	25,6	85,9	235,55
	ALR	67,4	99	46,88
	LE	41,7	82,3	97,36

Uganda

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	1,45	31,79	2086,66
	CGER	63	100	58,73
	ALR	66,8	99	48,2
	LE	49,7	80,9	62,78

Sierra Leone

		Actual	Target	Potential Improvement
Inputs	input	1	1	0
Outputs	GDP	0,81	31,33	3787,3
	CGER	44,6	87,63	96,48
	ALR	34,8	99	184,48
	LE	41,8	82,13	96,48

2007/2008 Human Development Index rankings**High Human Development**

1	Iceland	25	Singapore	49	Bahamas
2	Norway	26	Korea, Rep. of	50	Seychelles
3	Australia	27	Slovenia	51	Cuba
4	Canada	28	Cyprus	52	Mexico
5	Ireland	29	Portugal	53	Bulgaria
6	Sweden	30	Brunei Darussalam	54	Saint Kitts and Nevis
7	Switzerland	31	Barbados	55	Tonga
8	Japan	32	Czech Republi	56	Libyan Arab Jamahiriya
9	Netherlands	33	Kuwait	57	Antigua and Barbuda
10	France	34	Malta	58	Oman
11	Finland	35	Qatar	59	Trinidad and Tobago
12	United States	36	Hungary	60	Romania
13	Spain	37	Poland	61	Saudi Arabia
14	Denmark	38	Argentina	62	Panama
15	Austria	39	United Arab Emirates	63	Malaysia
16	United Kingdom	40	Chile	64	Belarus
17	Belgium	41	Bahrain	65	Mauritius
18	Luxembourg	42	Slovakia	66	Bosnia and Herzegovina
19	New Zealand	43	Lithuania	67	Russian Federation
20	Italy	44	Estonia	68	Albania
21	Hong Kong, China (SAR)	45	Latvia	69	Macedonia, TFYR
22	Germany	46	Uruguay	70	Brazil
23	Israel	47	Croatia		
24	Greece	48	Costa Rica		

Medium Human Development

71	Dominica	100	Maldives	129	India
72	Saint Lucia	101	Jamaica	130	Solomon Islands
73	Kazakhstan	102	Cape Verde	131	Lao, People's Dem. Rep.
74	Venezuela, Rep. Bov.	103	El Salvador	132	Cambodia
75	Columbia	104	Algeria	133	Myanmar
76	Ukradne	105	Viet Nam	134	Bhutan
77	Samoa	106	Occupied Palestinian Territories	135	Comoros
78	Thailand	107	Indonesia	136	Ghana
79	Dominican Republic	108	Syrian Arab Republic	137	Pakistan
80	Belize	109	Turkmenistan	138	Mauritania
81	China	110	Nicaragua	139	Lesotho
82	Grenada	111	Moldova	140	Congo
83	Armenia	112	Egypt	141	Bangladesh
84	Turkey	113	Uzbekistan	142	Swaziland
85	Suriname	114	Mongolia	143	Nepal
86	Jordan	115	Honduras	144	Madagascar
87	Peru	116	Kyrgyzstan	145	Cameroon
88	Lebanon	117	Bolivia	146	Papua New Guinea
89	Ecuador	118	Guatemala	147	Haiti
90	Philippines	119	Gabon	148	Sudan
91	Tunisia	120	Vanuatu	149	Kenya
92	Saint Vincent and the Grenadines	121	South Africa	150	Djibouti
93	Fiji	122	Tajikistan	151	Timor-Leste
94	Iran, Islamic Rep. of	123	São Tomé and Príncipe	152	Zimbabwe
95	Paraguay	124	Botswana	153	Togo
96	Georgia	125	Namibia	154	Yemen
97	Guyana	126	Morocco	155	Uganda
98	Azerbaijan	127	Equatorial Guinea	156	Gambia
99	Sri Lanka	128	Maldives		

Low Human Development

157	Senegal	164	Benin	171	Central African Republic
158	Eritrea	165	Malawi	172	Mozambique
159	Nigeria	166	Zambia	173	Mali
160	Tanzania, U. Rep. of	167	Côte d'Ivoire	174	Niger
161	Guinea	168	Burundi	175	Guinea-Bissau
162	Rwanda	169	Congo, Dem. Rep.	176	Burkina Fas
163	Angola	170	Ethiopia	177	Sierra Leone