Pedagogická fakulta
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Diplomová práce

Matematické úlohy inspirované geografií

Vypracoval: Bc. Radek Krulec

Vedoucí práce: Mgr. Hana Štěpánková, Ph.D.

České Budějovice 2018

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma „Matematické úlohy inspirované geografií“ jsem vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích 17. 4. 2018 ....

Poděkování

Chtěl bych poděkovat paní Mgr. Haně Štěpánkové, Ph.D. za odborné vedení mé diplomové práce, cenné rady, ochotu, dobrou komunikaci a čas, který mi věnovala. Rád bych také poděkoval rodině a přátelům, kteří při mně po celou dobu studia stáli a podporovali mě.

Anotace
Diplomová práce je věnována mezipředmětovým vztahům matematiky a geografie. Cílem práce je prostudovat reálné situace z prostředí geografie, které mají matematický základ a vytvořit soubor aplikačních příkladů pro výuku na základní a střední škole. Práce by měla ukázat, že je matematika propojená nejen s fyzikou, chemií, biologií, ale také geografií, a že se vyskytuje v mnoha reálných situacích.

Klíčová slova: mezipředmětové vztahy, matematika, zeměpis, sbírka příkladů, aplikace

Annotation
The diploma thesis is devoted to the inter-subject relationships of mathematics and geography. The aim of this thesis is to study real situations from the environment of geography, which have a mathematical basis, and to create a file of application examples for teaching at primary and secondary school. The work should show that mathematics is connected not only to physics, chemistry, biology, but also to geography, and that it occurs in many real-world situations.

Keywords: inter-subject relationships, mathematics, geography, collection of examples, application

Obsah

1 ÚVOD

Důležitou roli v současném vzdělávání hrají mezipředmětové vztahy. S jejich využitím je totiž možné porozumět světu jako struktuře navzájem propojených částí, nikoliv jako izolovaným poznatkům, které spolu nesouvisí.

Předkládaná diplomová práce se zabývá právě propojením dvou vědních oborů - matematiky a zeměpisu (geografie) na úrovni základní a střední školy. Ačkoliv nemusí být vzájemné vazby na první pohled patrné, oba vyučovací předměty mají k sobě velice blízko. Zeměpis často využívá matematické modely, výpočty, práci s grafy i práci se statistickými daty. Na druhou stranu, v matematice mohou příklady se zeměpisnou tématikou oživit probírané učivo a ukázat studentům užitečnost a aplikovatelnost matematiky v praxi.

Cílem diplomové práce je poukázat na reálné situace z geografie, které mají matematický základ a vytvořit soubor aplikačních příkladů, ve kterých je patrný vztah matematiky a zeměpisu. V učebnicích zeměpisu se vyskytuje velice málo příkladů, a když už se nějaký objeví, tak v nich není popsán způsob řešení a často chybí i výsledek. Sbírka příkladů by tak měla sloužit primárně učitelům, kteří se rozhodnou mezipředmětové vztahy těchto dvou oborů zapojit do výuky. Vyučující zeměpisu, kteří si nejsou v matematice příliš jistí, tak mají oporu v postupech u řešených příkladů a učitelé matematiky mohou využít příklady se zeměpisnou tématikou pro oživení a zpestření svých hodin.

Práce se skládá ze tří částí - teoretické, aplikační a výzkumné. V teoretické části jsou popsány mezipředmětové vztahy jak obecně, tak i s důrazem na vazby matematiky a zeměpisu. Dále je v teoretické části nastíněno ukotvení matematiky a zeměpisu v národním kurikulárním dokumentu - v rámcovém vzdělávacím programu.

Stěžejní částí je kapitola „Aplikace matematiky v geografii“, která je rozdělena do čtyř zeměpisných celků: Země jako vesmírné těleso, Kartografie, Fyzická geografie a Sociální geografie. V rámci každého celku jsou popsána témata na pomezí matematiky a zeměpisu (celkem 11 témat). V každé z těchto jedenácti kapitolek jsou na začátku uvedeny teoretické znalosti potřebné k řešení příkladů jednotlivých témat. Následuje obvykle 4 nebo 6 řešených příkladů (v závislosti na obsahové náplni kapitolky) a poté neřešené příklady k procvičování (těch bývá 15 nebo 20). Na konci každého tématu jsou uvedeny výsledky neřešených příkladů, aby si čtenář mohl zkontrolovat správnost výpočtu. Kapitolky „Změna tlaku vzduchu s nadmořskou výškou“ a „Přírůstek počtu obyvatel“ jsou zpracovány podle autorovy bakalářské práce na téma „Využití logaritmické a exponenciální funkce v různých vědních oborech“ - viz [27].

Třetí část diplomové práce se zabývá výzkumem. Jeho cílem je snaha zjistit, do jaké míry dokáží žáci 9. ročníku základní školy a tomu odpovídajícímu ročníku víceletého gymnázia propojit oba vyučované předměty při řešení příkladů se zeměpisnou tématikou.

Pro lepší názornost je práce doplněna obrázky, grafy a schématy. V aplikační části se místy nacházejí doplňující informace ohraničené rámečkem. Jedná se zpravidla o různé zajímavosti, které s daným tématem souvisejí.

2 TEORETICKÁ ČÁST

Snahou učitelů by nemělo být vzdělávání žáků v jednotlivých předmětech izolovaně, ale učitelé by se měli snažit propojovat souvislosti mezi vyučovanými předměty. Žáci nabudou pocitu, že to, co se naučí např. v matematice, využijí zároveň ve fyzice, chemii, zeměpisu nebo v jiných předmětech. Žáci se tak naučí izolované poznatky propojovat a snáze pak obstojí při řešení komplexních praktických úloh.

2.1 Mezipředmětové vztahy

Výše popsané skutečnosti nazýváme mezipředmětové vztahy (vazby). Jde o vzájemné souvislosti mezi jednotlivými předměty, chápání příčin a vztahů, které přesahují předmětový rámec a prostředek mezipředmětové integrace ([16], s. 118). Mezipředmětové vztahy však nevyvracejí jednotlivé vzdělávací předměty, vědní obory ani jejich obsah, ale právě naopak. Využití poznatků a metod dvou či více předmětů spěje ke společnému cíli a ucelenému poznání ([24], s. 18).

Matematické vědomosti a dovednosti bývají často aplikovány v přírodovědných oborech. Velmi blízký vztah má matematika s fyzikou a chemií. Matematické modely můžeme rovněž najít v přírodopise či ekonomii. Praktické matematické dovednosti mohou být využity i při hodinách technické výchovy (pracovních činností). Z hlediska umění lze propojit také geometrii s výtvarnou výchovou. ([26])

Geografie (zeměpis) je věda, která se zabývá krajinnou sférou a vzájemnými interakcemi mezi přírodním prostředím a lidskou společností v prostoru a čase ([10], s. 7). Z tohoto důvodu stojí zeměpis na pomezí přírodních a společenských věd. Jedná se o předmět, který je díky své obsahové šíři schopný generalizovaného a syntetizujícího pohledu na svět v širokých mezioborových souvislostech. Zeměpis je velmi často propojován jak s přírodovědnými předměty (přírodopis, fyzika, chemie), tak i se společenskovědními obory (dějepis, výchova k občanství). Poměrně moderní je používání geografických informačních systémů, které spojuje informatiku se zeměpisem. V menší míře pak dochází k propojování zeměpisu a matematiky. ([11], s. 37)

2.2 Vztah matematiky a geografie

V předchozím odstavci je popsána definice geografie. Jejím předmětem zkoumání je organizace prostorových vazeb mezi lidskou společností a přírodním prostředím. Během bádání těchto vazeb se nevyhneme právě matematickým modelům.

Ačkoliv to tak na první pohled nemusí vypadat, matematika je v geografii hojně zastoupena. Zmínit můžeme např. práci s měřítkem mapy, zjišťování azimutu dvou míst, výpočet povrchů a objemů vesmírných těles, vzdáleností ve vesmíru a délek rovnoběžek, zjišťování časového posunu mezi dvěma místy, výpočet průměrné teploty, poklesu teploty a tlaku vzduchu, určení svažitosti terénu, výpočet charakteristik povodí a toku (délka, spád, sklon, průtok, ...), výpočet demografických ukazatelů, zjišťování tvaru území, hustoty dopravní sítě a časové dostupnosti. Nelze opomenout ani práci s grafy a diagramy (klimadiagramy, grafy teplot, věkové pyramidy, kartogramy a kartodiagramy).

2.3 Rámcový vzdělávací program

Hlavními kurikulárními dokumenty v českém školství jsou rámcové vzdělávací programy (RVP). Ty vycházejí z nové strategie vzdělávání, která zdůrazňuje klíčové kompetence, jejich provázanost se vzdělávacím obsahem a uplatnění získaných vědomostí a dovedností v praktickém životě. Dále formulují očekávanou úroveň vzdělání stanovenou pro všechny absolventy jednotlivých etap vzdělávání. Vzdělávací obsah je rozdělen vždy do několika vzdělávacích oblastí, které jsou tvořeny jedním nebo více obsahově blízkými vzdělávacími obory. Nedílnou součástí jsou průřezová témata, která reflektují aktuální problémy světa. Tato témata mají především ovlivňovat postoje, hodnotový systém a jednání žáků. ([38])

Na školní úrovni mají kurikulární dokumenty podobu školního vzdělávacího programu (ŠVP), který si pedagogičtí pracovníci každé školy vytváří sami, ale musí být v souladu s RVP. ([25], s. 20)

Rámcové vzdělávací programy se liší podle podle typu a stupně školy. Pro potřeby diplomové práce bude zmíněn Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (RVP ZV) a Rámcový vzdělávací program pro gymnázia (RVP G).

2.3.1 RVP ZV

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je součástí celého základního vzdělávání (na 1. i 2. stupni ZŠ) a hraje důležitou roli při formování matematické gramotnosti žáků. Obsah vzdělávací oblasti je na druhém stupni, na který se v diplomové práci zaměříme, rozčleněn do čtyř tematických okruhů: Číslo a proměnná, Závislosti, vztahy a práce s daty, Geometrie v rovině a v prostoru, Nestandardní aplikační úlohy a problémy. ([38])

Zeměpis se vyučuje na 2. stupni základní školy, a přestože má přírodovědný i společenskovědní charakter, je v zájmu zachování celistvosti oboru celý součástí přírodovědné vzdělávací oblasti Člověk a příroda. Obsahově tato oblast navazuje na vzdělávací oblast Člověk a jeho svět, která na elementární úrovni přibližuje přírodovědné poznatky žákům 1. stupně základního vzdělávání. Ke vzdělávacím oborům oblasti Člověk a příroda patří kromě Zeměpisu také Fyzika, Chemie a Přírodopis. Obsah vzdělávacího oboru Zeměpis je rozdělen do sedmi tematických okruhů: Geografické informace, zdroje dat, kartografie a topografie, Přírodní obraz Země, Regiony světa, Společenské a hospodářské prostředí, Životní prostředí, Česká republika, Terénní geografická výuka, praxe a aplikace. ([38])

2.3.2 RVP G

Podobně jako v RVP ZV je i v RVP G vzdělávací oblast Matematika a její aplikace. Mezi cíle zaměření vzdělávací oblasti patří mimo jiné práce s matematickými modely, pochopení vzájemných vztahů a vazeb mezi okruhy učiva a aplikace matematických poznatků v dalších vzdělávacích oblastech. Celkem zde nalezneme pět tematických okruhů: Argumentace a ověřování, Číslo a proměnná, Práce s daty, kombinatorika, pravděpodobnost, Závislosti a funkční vztahy, Geometrie. ([37])

Vzdělávací obory oblasti Člověk a příroda jsou podobné jako pro druhý stupeň. Jedná se o Fyziku, Chemii, Biologii (dříve Přírodopis), Geografii (dříve Zeměpis) a nově je zde uveden obor Geologie. Vzdělávání v oblasti Člověk a příroda směřuje k utváření a rozvíjení klíčových kompetencí také tím, že vede žáka například k tvorbě modelu přírodního objektu či procesu nebo k používání adekvátních matematických a grafických prostředků k vyjadřování přírodovědných vztahů a zákonů. Vzdělávací obor Geografie je tvořen následujícími pěti tematickými okruhy: Přírodní prostředí, Sociální prostředí, Životní prostředí, Regiony, Geografické informace a terénní vyučování. ([37])

3 APLIKACE MATEMATIKY V GEOGRAFII

V této kapitole diplomové práce bude postupně představeno 11 konkrétních aplikací matematiky v geografii. Pro přehlednost jsou jednotlivá témata zařazena do 4 stěžejních zeměpisných celků: Země jako vesmírné těleso, Kartografie, Fyzická geografie a Sociální geografie.

Většinu aplikací lze zařadit do výuky zeměpisu či matematiky na druhém stupni základní školy. Výjimku tvoří témata „Změna tlaku s nadmořskou výškou“ a „Přírůstek počtu obyvatel“, neboť se jedná o exponenciální závislosti, se kterými se žáci poprvé seznamují až na střední škole. V kapitolce „Výpočty týkající se planety Země“ je uveden výpočet kulového vrchlíku a kulového pásu. S touto problematikou se žáci na základní škole obvykle také nesetkají.

Vzájemné interakce obou předmětů je možné najít opravdu ve všech kapitolkách. Vyhledávání zeměpisných souřadnic na mapě se zeměpisnou sítí je obdobné jako zjišťování souřadnic bodů v pravoúhlé soustavě souřadnic. Osu x zde nahrazuje rovník a osa y je připodobněna nultému poledníku.

Výpočet obvodu kruhu je potřebný při počítání délek rovnoběžek. S objemem a povrchem se setkáme u těles, která nahrazujeme koulí (planety, Měsíc). Znalost výpočtu obsahu obdélníka je vyžadována u některých příkladů na měřítko mapy. V této kapitole však žáci pracují především s poměrem, neboť měřítko mapy udává poměr zmenšení délky nebo plochy měřené na mapě vzhledem ke skutečnosti.

Znalosti a dovednosti práce se statistickým souborem žáci využijí při výpočtu průměrné denní teploty vzduchu, protože se jedná o aritmetický průměr.

Funkční závislosti lze vidět hned u několika témat. Na základní škole se žáci seznamují s grafem lineární funkce. V souboru mezipředmětových vztahů najdeme lineární závislost v kapitolce „Změna teploty vzduchu s nadmořskou výškou“. Lineární závislost však není jediná, která se v příkladech se zeměpisnou tématikou vyskytuje. Výše bylo popsáno, že exponenciální závislost vykazuje také změna tlaku vzduchu s nadmořskou výškou či růst populace (v našem případě téma „Přírůstek počtu obyvatel“).

V některých částech sbírky řešených i neřešených příkladů se vyskytují grafy a tabulky. K úspěšnému vyřešení takových příkladů musí žáci nejprve správně „vyčíst“ data, se kterými budou následně počítat.

Společnými znaky, které žáci využijí při řešení příkladů každé kapitolky, jsou početní operace, vyjadřování neznámé ze vzorce, řešení rovnic, převody jednotek či zaokrouhlování. Často se také vyskytují úlohy s procenty.

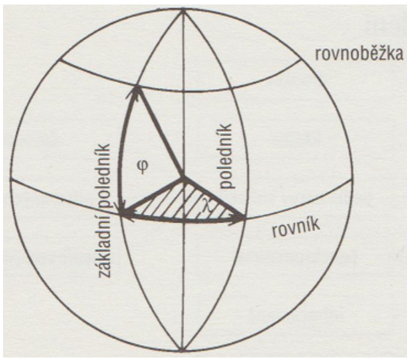
3.1 ZEMĚ JAKO VESMÍRNÉ TĚLESO

Planeta Země (nazývaná též „Modrá planeta“) má kulovitý tvar a tvoří spolu se Sluncem a dalšími objekty součást vesmíru. V rámci sluneční soustavy vytváří Země několik pohybů. Mezi nejvýznamnější z nich patří oběh kolem Slunce a rotace kolem vlastní osy. Tím, že je zemská osa skloněná vzhledem k rovině oběžné dráhy kolem Slunce, nedopadají sluneční paprsky na zemský povrch během roku pod stejným úhlem. Zemská rotace zase způsobuje rozdílné vrcholení Slunce na místních polednících. Pro lepší orientaci má každé místo na zemském povrchu zeměpisné souřadnice.

V této kapitole si ukážeme, jak určovat zeměpisnou polohu kteréhokoliv bodu na zemském povrchu. Dále se budeme zabývat výpočtem výšky Slunce nad obzorem i zjišťováním místního a pásmového času. V poslední části této kapitoly se budeme věnovat výpočtům týkajících se planety Země za předpokladu, že skutečný tvar Země nahradíme koulí.

3.1.1 Zeměpisné souřadnice

Glóby a mapy znázorňují planetu Zemi ve zmenšeném měřítku. Abychom s přesností věděli, kde se dané místo nachází, je potřeba znát jeho polohu na zemském povrchu. Tato zeměpisná (někdy též matematická nebo matematicko - zeměpisná) poloha se určuje pomocí zeměpisných souřadnic - zeměpisné šířky a zeměpisné délky.

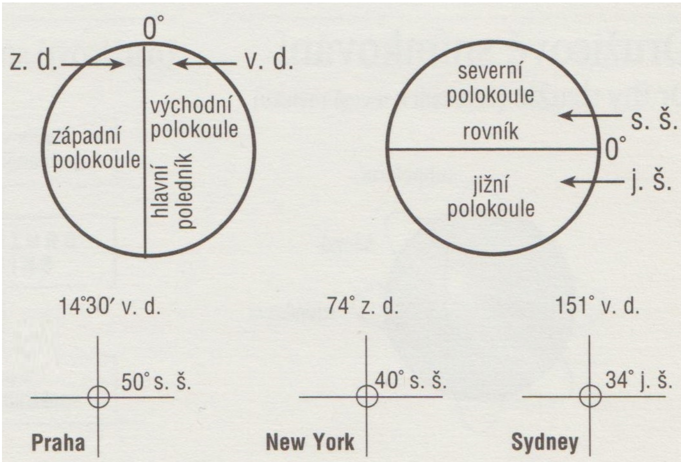


Obrázek 1: Zeměpisná šířka a délka ([20])

Zeměpisná šířka (φ) je úhel mezi rovinou rovníku a spojnicí středu Země s bodem na zemském povrchu. Spojnice všech bodů se stejnou zeměpisnou šířkou se nazývá **rovnoběžka**. Rovnoběžky se číslují od 0° (rovník) do 90° (pól). Nejdelší rovnoběžkou je rovník, který dělí Zemi na severní a jižní polokouli. Na severní polokouli se určuje severní zeměpisná šířka (s. š.), zatímco na jižní polokouli se určuje jižní zeměpisná šířka (j. š.). ([10], s. 23)

Zeměpisná délka (λ) je úhel mezi rovinou základního (též nultého) poledníku a rovinou místního poledníku. Základní poledník prochází observatoří v Greenwichi v Londýně, kdežto místní poledník prochází určovaným bodem. Spojnice všech bodů se stejnou zeměpisou délkou se nazývá **poledník** a v každém jeho bodě nastává současně poledne. Protilehlý poledník k nultému poledníku má zeměpisnou délku 180° a jejich spojení rozděluje Zemi na dvě polokoule - východní a západní. Na východní polokouli se určuje východní zeměpisná délka (v. d.), zatímco na západní polokouli se zjišťuje západní zeměpisná délka (z. d.). ([1], s. 12; [7], s. 10)

Rovnoběžky a poledníky tvoří zeměpisnou síť. Ta umožňuje nejen lepší orientaci v mapě či na glóbu, ale slouží také k určování polohy bodů na zemském povrchu. Na Obrázku 2 vidíme jak schematické rozdělení Země na dvě polokoule z hlediska zeměpisné délky (západní a východní) a zeměpisné šířky (severní a jižní), tak i znázornění matematicko-zeměpisné polohy měst Praha, New York a Sydney.



Obrázek 2: Určování zeměpisné polohy ([20])

Historie základního poledníku

Základní poledník bývá označovaný jako nultý (prochází místy s 0° zeměpisné délky) nebo jako greenwichský (prochází londýnskou observatoří Greenwich). Ale v historii tomu tak vždy nebylo. Za základní se často používal ferrský poledník procházející ostrovem Hiero (Ferro) na Kanárských ostrovech. Až do konce 19. století se však používaly pro určování zeměpisné délky různé národní poledníky procházející danou zemí (např. římský (Itálie), pařížský (Francie), pulkovský (Rusko) atd.). Nejednost nultého poledníku působila potíže především při vývoji techniky a dopravy, proto byl na mezinárodní konferenci ve Washingtonu v roce 1884 přijat jako základní poledník právě ten greenwichský. ([7], s. 11)

Při řešení příkladů týkajících se zjišťování zeměpisné polohy je nutná práce se Školním atlasem světa.

Příklad 1: Určete, na jakých polokoulích se nachází tyto státy:
a) Čína,
b) Bolívie.

Řešení: Nejprve chceme určit, na jakých polokoulích se nachází Čína. Protože máme zjistit pouze na jakých polokoulích se státy nachází, nemusíme určovat přesnou zeměpisnou polohu ve stupních. Z výše uvedeného textu je patrné, že každé místo na Zemi se nachází minimálně na dvou polokoulích zároveň (na jedné z hlediska zeměpisné šířky a na druhé z hlediska zeměpisné délky). V atlase světa si nalistujeme např. politickou mapu světa a vyhledáme Čínu (pokud nevíme, kde se nachází, můžeme využít rejstřík na konci atlasu). Porovnáme polohu Číny vzhledem k rovníku a vzhledem k nultému poledníku. Čína leží severně od rovníku, proto se nachází na severní polokouli a východně od základního poledníku, proto leží zároveň na východní polokouli.

Při určování, na kterých polokoulích se nachází Bolívie, postupujeme analogicky. Bolívie se nachází jižně od rovníku, proto leží na jižní polokouli a z hlediska zeměpisné délky leží západně od nultého poledníku, tedy na západní polokouli.

Odpověď: Čína se nachází na severní a východní polokouli, zatímco Bolívie leží na jižní a západní polokouli.

Příklad 2: Kterými evropskými státy prochází Severní polární kruh?

Řešení: Máme vypsat evropské státy, kterými prochází Severní polární kruh. Protože budeme hledat státy Evropy, je nejvhodnější použít v atlase politickou mapu Evropy. Na té si najdeme příslušnou rovnoběžku (66° 33´ s. š.) a postupně zjistíme, že hledanými státy jsou Island, Norsko, Švédsko, Finsko a Rusko.

Odpověď: Severní polární kruh prochází Islandem, Norskem, Švédskem, Finskem a Ruskem.

Příklad 3: Zjistěte, jakou zeměpisnou polohu má jezero Tanganika.

Řešení: Podle zadání je naším úkolem zjistit zeměpisnou polohu, tedy zeměpisnou šířku a zeměpisnou délku jezera. V rejstříku atlasu vyhledáme pojem „Tanganika“, nalistujeme na příslušnou stranu atlasu a pojem v mapě vyhledáme. Nejprve určíme, že Tanganika leží na jižní a východní polokouli a poté podle mapy zjistíme, že se jezero nachází mezi rovníkem a desátou rovnoběžkou jižní zeměpisné šířky. Jelikož se jedná o protáhlý tvar, bereme jako zeměpisnou šířku přibližný střed jezera - tedy 8° j. š. A protože prochází jezerem 30. poledník východní délky, je zeměpisnou délkou 30° v. d.

Odpověď: Jezero Tanganika má zeměpisnou polohu 8° j. š. a 30° v. d.

Příklad 4: Kterému městu odpovídají souřadnice 40° s. š. a 74° z. d.?

Řešení: Ze zadání známe konkrétní zeměpisné souřadice a máme najít, kterému městu patří. Podle souřadnic je patrné, že dané místo leží na severní a západní polokouli. Zřejmě se bude nacházet v Severní Americe. Ve školním atlase si proto najdeme mapu Ameriky (případně Severní Ameriky) a hledáme průsečík 40. rovnoběžky s. š. a poledníku 74° z. d. V průšečíků těchto dvou křivek se nachází hledané místo, kterým je New York.

Odpověď: Souřadnice 40° s. š. a 74° z. d. odpovídají městu New York.

Příklady k procvičování

1) Na jakých polokoulích leží Evropa?

2) Zjistěte, na jakých polokoulích leží:
   a) Česká republika,
   b) Nový Zéland,
   c) Kanada,
   d) Zambie.

3) Zjistěte, na jakých polokoulích se nachází:
   a) Karibské moře,
   b) Arabské moře,
   c) Tasmanovo moře,
   d) Žluté moře.

4) Kterými africkými státy prochází rovník?

5) Kterými světadíly prochází obratník Kozoroha?

6) Vyhledejte alespoň 4 poloostrovy, kterými prochází 40. rovnoběžka severní zeměpisné šířky.

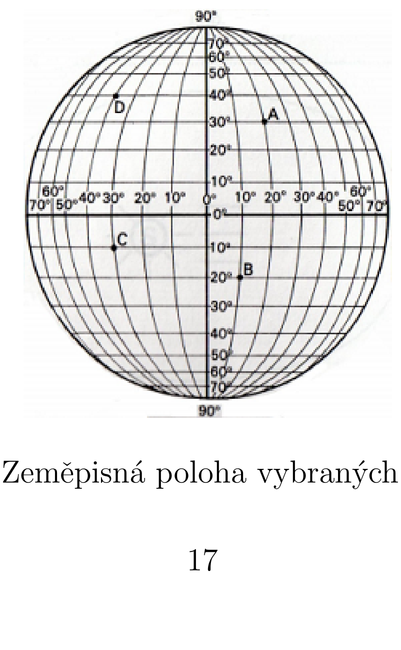
7) Kterými státy prochází základní (nultý) poledník?

8) Ropný tanker ztroskotal na 40. rovnoběžce severní šířky a 10. poledníku západní délky. Pobřeží kterého státu hrozí znečištění ropou?

9) Jaký stát může nejrychleji vyslat pomoc, ztroskotá-li loď na 55° s. š. a 0° v. d.?

10) Pojmenujte řeku, která ústí do moře se zeměpisnou polohou 0° s. š. a 45° z. d.

11) Zapište zeměpisnou polohu bodu A - D na Obrázku 3.



Obrázek 3: Zeměpisná poloha vybraných bodů ([47])

12) Určete zeměpisnou polohu těchto měst:

a) Quito,
b) Peking,
c) Accra,
d) Durban,
e) Oslo,
f) Jerevan.

13) Zjistěte zeměpisné souřadnice následujících jezer:

a) Bajkal,
b) Balaton,
c) Malawi,
d) Eyerovo jezero,
e) Velké Medvědí jezero,
f) Titicaca.

14) Vyhledejte zeměpisnou polohu ostrovů:

a) Korsika,
b) Hispaniola,
c) Tasmánie,
d) Bankův ostrov,
e) Mauricius,
f) Mindanao.

15) Zjistěte přibližnou zeměpisnou polohu:

a) nejvyšší hory Evropy,
b) ústí nejdelší africké řeky,
c) hlavního města Kostariky,
d) sopky Krakatoa,
e) nejjižnějšího bodu Ameriky,
f) sídla Evropské unie.

16) Podle souřadnic zjistěte hlavní město, stát a světadíl, ve kterém se nachází.

Zeměpisné souřadnice	Hlavní město	Stát	Světadíl
50° s. š., 14° 30´ v. d.			
6° s. š., 11° z. d.			
9° s. š., 39° v. d.			
12° j. š., 77° z. d.			
40° s. š., 50° v. d.			
6° j. š., 107° v. d.			
15° s. š., 18° z. d.			
5° s. š., 75° z. d.			

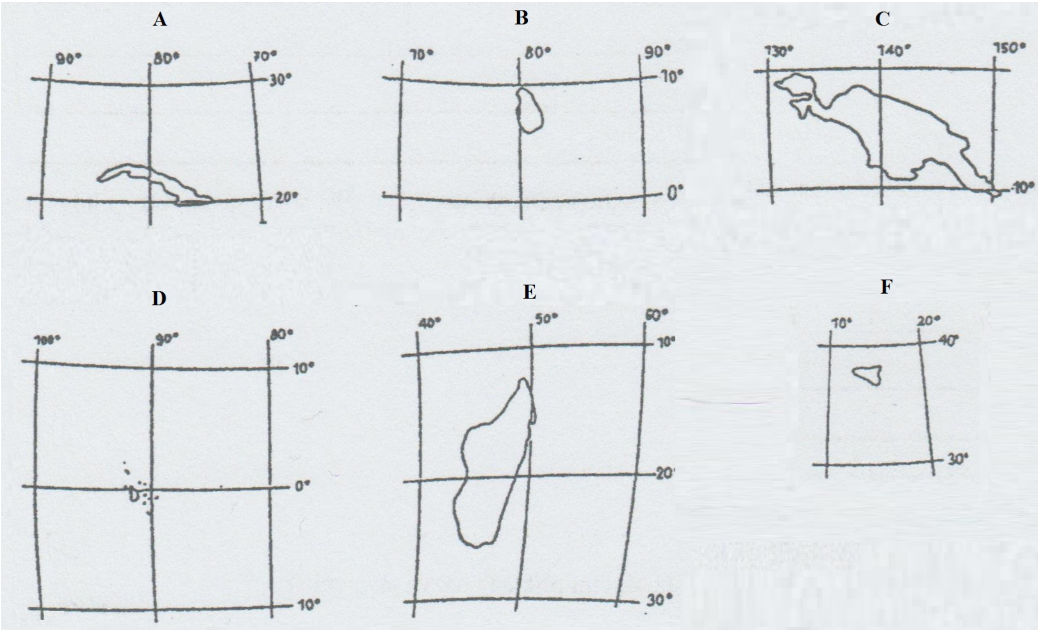
17) Vyhledejte poloostrovy, které se nachází na souřadnicích:

a) 25° s. š., 45° v. d.,
b) 15° j. š., 143° v. d.,
c) 25° s. š., 113° z. d.,
d) 56° s. š., 160° z. d.,
e) 38° s. š., 128° v. d.,
f) 37° s. š., 22° v. d.

18) Na základě zeměpisných souřadnic nalezněte pohoří:

a) 30° j. š., 29° v. d.,
b) 63° s. š., 130° z. d.,
c) 43° s. š., 0° v. d.,
d) 42° s. š., 80° v. d.,
e) 10° s. š., 36° v. d.,
f) 80° j. š., 90° z. d.

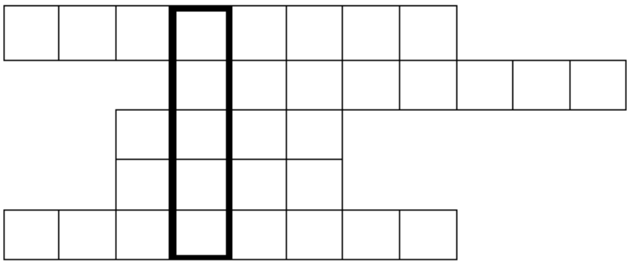
19) Zjistěte, které geografické objekty se skrývají na obrázcích A - F.



Obrázek 4: Geografické objekty v zeměpisné síti

20) Podle souřadnic vyhledejte pojmy a vyluštěte křížovku.

1. 0° s. š., 90° z. d. (souostroví)
2. 42° j. š., 147° v. d. (ostrov)
3. 45° s. š., 10° v. d. (pohoří)
4. 40° s. š., 50° v. d. (město)
5. 60° s. š., 90° z. d. (záliv)



Výsledky

1) severní, západní, východní

2) a) severní, východní; b) jižní, východní; c) severní, západní; d) jižní, východní

3) a) severní, západní; b) severní, východní; c) jižní, východní; d) severní, východní

4) Gabon, Kongo, Demokratická republika Kongo, Uganda, Keňa, Somálsko

5) Jižní Amerika, Afrika, Austrálie a Oceánie

6) Pyrenejský, Apeninský, Balkánský, Chalkidiki, Malá Asie, Liaotungský, Korejský

7) Velká Británie, Francie, Španělsko, Alžírsko, Mali, Burkina Faso, Ghana

8) Portugalska

9) Velká Británie

10) Amazonka

11) A: 30° s. š., 20° v. d.; B: 20° j. š., 10° v. d.; C: 10° j. š., 30° z. d.; D: 40° s. š., 40° z. d.

12) a) 0° s. š., 79° z. d.; b) 40° s. š., 116° v. d.; c) 5° s. š., 0° v. d.; d) 30° j. š., 31° v. d.;
e) 60° s. š., 11° v. d.; f) 40° s. š., 45° v. d.

13) a) 54° s. š., 105° v. d.; b) 47° s. š., 18° v. d.; c) 13° j. š., 35° v. d.; d) 29° j. š., 137° v. d.;
e) 65° s. š., 120° z. d.; f) 16° j. š., 69° z. d.

14) a) 42° s. š., 9° v. d.; b) 18° s. š., 72° z. d.; c) 42° j. š., 147° v. d.; d) 73° s. š., 120° z. d.;
e) 20° j. š., 58° v. d.; f) 8° s. š., 125° v. d.

15) a) 46° s. š., 7° v. d.; b) 31° s. š., 31° v. d.; c) 10° s. š., 85° z. d.; d) 6° j. š., 106° v. d.;
e) 56° j. š., 67° z. d.; f) 51° s. š., 4° v. d.

16)

Zeměpisné souřadnice	Hlavní město	Stát	Světadíl
50° s. š., 14° 30´ v. d.	Praha	Česká republika	Evropa
6° s. š., 11° z. d.	Monrovia	Libérie	Afrika
9° s. š., 39° v. d.	Addis Abeba	Etiopie	Afrika
12° j. š., 77° z. d.	Lima	Peru	Jižní Amerika
40° s. š., 50° v. d.	Baku	Ázerbájdžán	Asie
6° j. š., 107° v. d.	Jakarta	Indonésie	Asie
15° s. š., 18° z. d.	Dakar	Senegal	Afrika
5° s. š., 75° z. d.	Bogotá	Kolumbie	Jižní Amerika

17) a) Arabský; b) Yorský; c) Kalifornský; d) Aljaška; e) Korejský; f) Peloponés

18) a) Dračí hory; b) Mackenzieovo pohoří; c) Pyreneje; d) Ťan-Šan; e) Etiopská vysočina; f) Ellsworthovo pohoří

19) A: Kuba; B: Cejlon; C: Nová Guinea; D: Galapágy; E: Madagaskar; F: Sicílie

20)

1. 0° s. š., 90° z. d. (souostroví)	G	A	L	A	P	Á	G	Y			
2. 42° j. š., 147° v. d. (ostrov)				T	A	S	M	Á	N	I	E
3. 45° s. š., 10° v. d. (pohoří)			A	L	P	Y					
4. 40° s. š., 50° v. d. (město)			B	A	K	U					
5. 60° s. š., 90° z. d. (záliv)	H	U	D	S	O	N	Ů	V			

3.1.2 Výška Slunce nad obzorem

Výška vrcholícího Slunce není v každém místě na Zemi ani v průběhu roku na dané rovnoběžce stálá. Protože zemská osa svírá s rovinou oběžné dráhy úhel 66° 30´, mění se během roku úhel dopadu slunečních paprsků, tzv. **deklinace Slunce**. Jinak řečeno: v průběhu roku se mění výška kulminujícího Slunce nad obzorem (obzorem rozumějme pomyslnou čáru, která odděluje viditelný povrch Země a oblohu). Výška Slunce nad obzorem je dána vztahem:

$$v = 90° - \varphi + \delta, \tag{1}$$

kde v je výška kulminujícího Slunce (tj. výška Slunce v poledne), φ je zeměpisná šířka daného místa a δ je sluneční deklinace [31].

Sluneční deklinace nabývá hodnot od -23°26´21,5´´ do +23°26´21,5´´ [31]. Pro jednoduchost výpočtů budeme v následujícím textu používat hodnoty od -23°27´ do +23°27´. Sluneční deklinace se na severní a jižní polokouli liší v průběhu roku, proto přesnou hodnotu pro každý den nalezneme ve hvězdářských ročenkách. V Tabulce 1 je uvedena sluneční deklinace pro dny rovnodenností a slunovratů.

	Severní polokoule	Jižní polokoule
Jarní rovnodennost	0°	0°
Letní slunovrat	+23°27´	-23°27´
Podzimní rovnodennost	0°	0°
Zimní slunovrat	-23°27´	+23°27´

Tabulka 1: Sluneční deklinace ve dnech rovnodenností a slunovratů [29]

Příklad 1: Vypočítejte výšku Slunce nad obzorem na 40. rovnoběžce severní zeměpisné šířky během letního slunovratu.

Řešení: Ze zadání plyne, že zeměpisná šířka je $\varphi = 40°$ s. š., a protože se jedná o den letního slunovratu na severní polokouli, sluneční deklinace je $\delta = +23°27´$ (viz Tabulka 1). Dosazením do vztahu (1) vypočítáme výšku Slunce:

$$v = 90° - 40° + 23°27´,$$

$$v = 73°27´.$$

Odpověď: Výška Slunce je na 40. rovnoběžce s. š. v den letního slunovratu 73°27´.

Příklad 2: Jak vysoko nad obzorem svítí v poledne Slunce 23. září v Buenos Aires (34°36´ j. š., 58°20´ z. d.)?

Řešení: Vyjdeme ze zadání příkladu. Známe zeměpisnou šířku $\varphi = 34°36´$ j. š. a sluneční deklinaci $\delta = 0°$ (23. září nastává podzimní rovnodennost a platí, že ve dnech rovnodenností je na obou polokoulích sluneční deklinace rovna 0° - viz Tabulka 1). K výpočtu výšky Slunce opět využijeme vzorec (1). Nyní platí:

$$v = 90° - 34°36´ + 0°,$$

$$v = 55°24´.$$

Odpověď: V Buenos Aires svítí 23. září Slunce nad obzorem 55°24´ vysoko.

Příklad 3: Jak se nazývá rovnoběžka na severní polokouli, na které Slunce v poledne jarní rovnodennosti vrcholí ve výšce 23°27´ nad obzorem?

Řešení: Nyní víme, že výška Slunce nad obzorem je $v = 23°27´$. Chceme vypočítat zeměpisnou šířku φ, jestliže se daná rovnoběžka nachází na severní polokouli v poledne jarní rovnodennosti. Proto $\delta = 0°$. Ze vztahu (1) si nejprve vyjádříme neznámou zeměpisnou šířku v závislosti na ostatních veličinách a poté dosadíme:

$$\varphi = 90° - v + \delta,$$

$$\varphi = 90° - 23°27´ + 0°,$$

$$\varphi = 66°33´.$$

Hledaná rovnoběžka má zeměpisnou šířku 66°33´ severní šířky, tudíž se jedná o Severní polární kruh.

Odpověď: Rovnoběžka, na které v poledne jarní rovnodennosti vrcholí Slunce ve výšce 23°27´ nad obzorem se nazývá Severní polární kruh.

Příklad 4: Určete všechny hodnoty, kterých může nabývat úhel dopadajících slunečních paprsků na obratník Kozoroha během roku.

Řešení: Zadání tohoto příkladu je netypické. Máme vymezit interval úhlů dopadu slunečních paprsků na obratník Kozoroha během roku. Vzhledem k tomu, že se obratník Kozoroha nachází na jižní polokouli, bude výška Slunce největší v den zimního slunovratu a naopak nejníže bude Slunce v den letního slunovratu. Během ostatních dnů roku se bude výška Slunce nad obzorem pohybovat právě v intervalu s těmito krajními hodnotami. Naším úkolem je tedy vypočítat výšku Slunce na obratníku Kozoroha ($\varphi = 23°27´$j. š.) ve dnech slunovratu.

Pro letní slunovrat na jižní polokouli platí $\delta = -23°27´$. Dosazením do vztahu (1) dostaneme:

$$v = 90° - 23°27´ + (-23°27´),$$

$$v = 90° - 23°27´ - 23°27´,$$

$$v \doteq 43°.$$

V den letního slunovratu je na obratníku Kozoroha výška Slunce 43°. Obdobným způsobem vypočítáme výšku Slunce na této rovnoběžce v den zimního slunovratu. Pro ten na jižní polokouli platí $\delta = +23°27´$. Tedy:

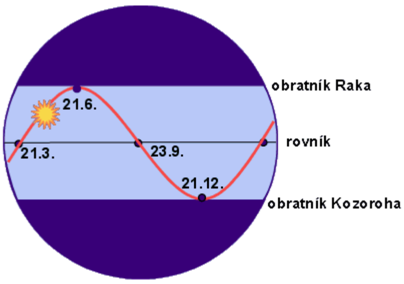
$$v = 90° - 23°27´ + 23°27´,$$

$$v = 90°.$$

Z výpočtu je zřejmé, že v den zimního slunovratu dopadají sluneční paprsky kolmo na obratník Kozoroha.

Odpověď: Úhel dopadajících slunečních paprsků na obratník Kozoroha může nabývat hodnot od 43° do 90°.

V návaznosti na řešení posledního příkladu se nabízí otázka, v jakých zeměpisných šířkách dopadají alespoň jeden den v roce paprsky Slunce na danou rovnoběžku kolmo ($v = 90°$). Výpočtem bychom došli snadno ke zjištění, že se jedná o pás mezi obratníkem Raka a obratníkem Kozoroha (tzn. od 23°27´ s. š. po 23°27´j. š.). Tento fakt ilustruje také Obrázek 5 - zdánlivý pohyb Slunce během roku.



Obrázek 5: Zdánlivý pohyb Slunce během roku ([33])

Příklady k procvičování

1) V následující tabulce jsou uvedeny důležité rovnoběžky. Vypočítejte výšku Slunce v poledne na těchto místech ve dnech rovnodenností (21. 3., 23. 9.) i slunovratů (21. 6., 21. 12.) a tabulku doplňte.

	21. 3.	21. 6.	23. 9.	21. 12.
Severní pól ($\varphi = 90°$ s. š.)				
Severní polární kruh ($\varphi = 66°33'$ s. š.)				
Obratník Raka ($\varphi = 23°27'$ s. š.)				
Rovník ($\varphi = 0°$ s. š.)				
Obratník Kozoroha ($\varphi = 23°27'$ j. š.)				
Jižní polární kruh ($\varphi = 66°33'$ j. š.)				
Jižní pól ($\varphi = 90°$ j. š.)				

Tabulka 2: Významné rovnoběžky

2) Vypočítejte výšku Slunce v Praze (50° s. š.) v poledne:

a) jarní rovnodennosti,
b) letního slunovratu,
c) podzimní rovnodennosti,
d) zimního slunovratu.

3) Jak vysoko nad obzorem bude Slunce v Miami ($\varphi = 25°47'$ s. š.) v den letního slunovratu?

4) V poledne 21. března kulminuje Slunce na 10. rovnoběžce jižní zeměpisné šířky. Jaká je výška Slunce v tento okamžik?

5) Určete přibližnou výšku Slunce v Sydney (33°52´ j. š., 151°12´ v. d.) v poledne 21. prosince.

6) Jak vysoko nad obzorem bude Slunce v pravé poledne v Římě (42° s. š.) v době zimního slunovratu?

7) Vypočítejte, pod jakým úhlem dopadají sluneční paprsky za poledne v den letního slunovratu ve Philadelphii. Toto město leží na 40° severní zeměpisné šířky. ([36])

8) V daném místě na jižní polokouli bude kulminovat Slunce 23. září ve výšce 52° nad obzorem. Určete zeměpisnou šířku daného místa.

9) Jak se nazývá rovnoběžka na jižní polokouli, na které Slunce v poledne podzimní rovnodennosti vrcholí ve výšce 23°27´ nad obzorem?

10) Pojmenujte rovnoběžku na severní polokouli, na které kulminuje Slunce v poledne letního slunovratu ve výšce 23°27´ nad obzorem?

11) Ověřte, zda může Slunce v Tripolisu (32°53´ s. š.) svítit pod úhlem 85°. Pokud ano, kdy to bude?

12) Zjistěte, zda může Slunce v Hodoníně (48°50´ s. š.) svítit v pravé poledne pod úhlem 63° nad obzorem. Pokud ano, doplňte kdy.

13) Zjistěte, zda mohou během roku v brazilském Porto Alegre (30° j. š.) dopadat sluneční paprsky pod úhlem 83°. Pokud ano, kdy tato situace nastane?

14) Který měsíc v roce je v Melbourne (37°40´ j. š., 144°47´ v. d.), svítí-li tam Slunce v poledne pod úhlem 75°?

15) V pravé poledne jsme naměřili v Bělehradě (45° s. š.), hlavním městě Srbska, výšku Slunce 45° nad obzorem. Kdy bylo měření prováděno?

Výsledky

1)

	21. 3.	21. 6.	23. 9.	21. 12.
Severní pól ($\varphi = 90°$ s. š.)	0°	23°27´	0°	-23°27´
Severní polární kruh ($\varphi = 66°33´$ s. š.)	23°27´	46°54´	23°27´	0°
Obratník Raka ($\varphi = 23°27´$ s. š.)	66°33´	90°	66°33´	43°06´
Rovník ($\varphi = 0°$ s. š.)	90°	66°33´	90°	66°33´
Obratník Kozoroha ($\varphi = 23°27´$ j. š.)	66°33´	43°06´	66°33´	90°
Jižní polární kruh ($\varphi = 66°33´$ j. š.)	23°27´	0°	23°27´	46°54´
Jižní pól ($\varphi = 90°$ j. š.)	0°	-23°27´	0°	23°27´

2) a) 40°; b) 63°27´; c) 40°; d) 16°33´

3) 87°40´

4) 80°

5) 79°35´

6) 24°33´

7) 73°27´

8) 38° j. š.

9) Jižní polární kruh

10) Severní pól

11) nemůže

12) ano; v době letního slunovratu

13) ano; v době zimního slunovratu

14) prosinec

15) v březnu nebo v září

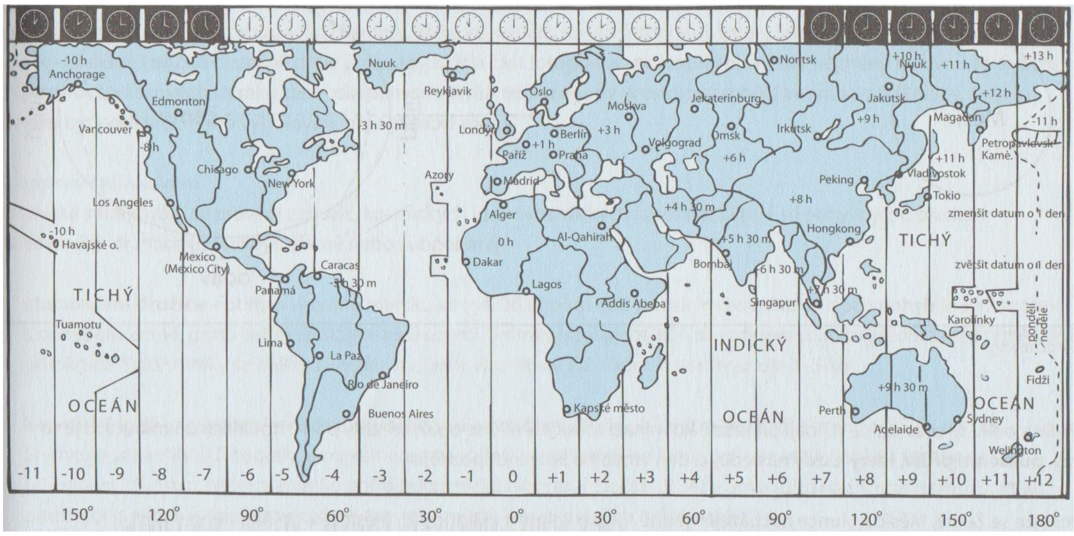
3.1.3 Čas na Zemi

V důsledku zemské rotace vrcholí Slunce nad jednotlivými poledníky postupně od východu k západu, proto má každý poledník jiný **místní čas**. Země se otočí kolem své osy o 360° za 24 hodin:

$$\begin{aligned} 360^\circ &\;\ldots\ldots\ldots\ldots\;\; 24\,\text{hod.} \\ 15^\circ &\;\ldots\ldots\ldots\ldots\;\; 1\,\text{hod. (60 min.)} \\ 1^\circ &\;\ldots\ldots\ldots\ldots\;\; 4\,\text{min.} \\ 1' &\;\ldots\ldots\ldots\ldots\;\; 4\,\text{s.} \end{aligned}$$

Platí, že jednomu stupni zeměpisné délky časově odpovídají 4 minuty a jedné minutě zeměpisné délky časově odpovídají 4 sekundy.

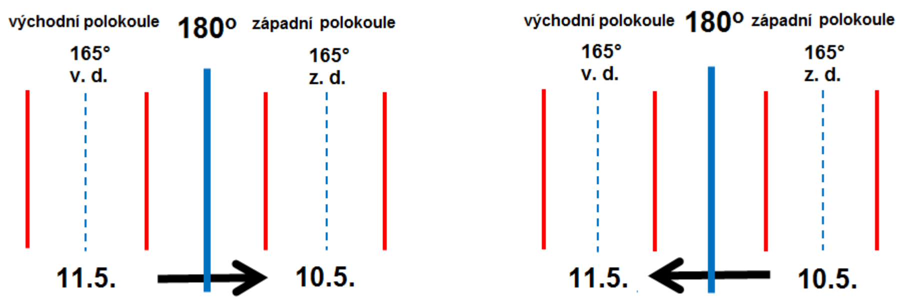
Poledníků, a tím i místních časů, je nekonečně mnoho. Z praktických důvodů byla Země rozdělena na 24 časových pásem (Obrázek 6). **Pásmový čas** je tedy čas středního poledníku příslušného časového pásma, přičemž střední poledníky tvoří násobky 15 od nultého (Greenwichského) poledníku. Jednotlivá časová pásma přiléhají k těmto středním poledníkům v šířce 7,5° zeměpisné délky na západ a 7,5° na východ. Jedno časové pásmo proto zabírá 15° zeměpisné délky a na všech místech téhož časového pásma je stejný pásmový čas. Při přesunu z jednoho časového pásma do pásma následujícího směrem na východ se posouvá čas o 1 hodinu dopředu, při přesunu směrem na západ se naopak čas posouvá o 1 hodinu zpět. ([9], s. 19)



Obrázek 6: Časová pásma ([10], s. 27)

Čas, který platí v pásmu se středním poledníkem 0°, nazýváme světový čas (UTC - Universal Time Coordinated). ([10], s. 27)

Dohodou byla stanovena **datová hranice**. Ta je shodná se 180. poledníkem, který prochází neobydlenými oblastmi Tichého oceánu. Při překročení datové hranice ze západní polokoule na východní ztrácíme jeden den (proto zvětšíme datum o 1 den), při přechodu z východní polokoule na západní získáme jeden den (proto zmenšíme datum o 1 den) - viz Obrázek 7. ([7], s. 11)



Obrázek 7: Datová hranice

Letní čas
V mnoha státech mírného pásu se zavádí tzv. letní čas. Jedná se o úpravu času v období od jara do podzimu, kdy se nepoužívá čas daný příslušným časovým pásmem, ale používá se čas, který má obvykle o hodinu více než čas pásmový. Hlavním důvodem je lepší využití světla během letních měsíců, což v důsledku znamená úsporu elektrické energie. V České republice se na letní čas přechází poslední neděli v březnu a letní čas končí poslední neděli v říjnu. ([10], s. 27)

Pásmový čas

Při výpočtech pásmového času je dobré pracovat s mapou časových pásem, která se nachází v každém Školním atlase světa. Následující příklady jsou řešeny s využitím Školního atlasu dnešního světa ([5], s. 105). Protože dochází k občasným změnám v časových pásmech, je potřeba brát na tuto informaci zřetel.

Příklad 1: V Praze je 11 hodin pásmového času. Jaký bude pásmový čas touto dobou v Pekingu?

Řešení: V mapě časových pásem vyhledáme, že Praha se nachází v časovém pásmu UTC +1 (v Praze je o 1 hodinu pásmového času více než světového času), zatímco Peking se nachází v časovém pásmu UTC +8. Čas v Pekingu označíme neznámou x:

Praha	....	UTC +1	....	11 hod.
Peking	....	UTC +8	....	x hod.

Mezi Prahou a Pekingem je 7 časovým pásem (+8 - (+1) = 7). To znamená, že se čas v Praze a v Pekingu bude lišit o 7 hodin. Vzhledem k tomu, že se Peking nachází východním směrem od Prahy, musíme těchto 7 hodin přičíst k pásmovému času v Praze. Proto:

$$x = 11 + 7,$$

$$x = 18.$$

Odpověď: V Pekingu bude 18 hodin pásmového času.

Příklad 2: Určete, kolik hodin je v kanadském Vancouveru, když víme, že v Brně je ve stejný okamžik 14:00 hodin. Vancouver leží v časovém pásmu se středním poledníkem 120° západní zeměpisné délky. ([9], s. 21)

Řešení: Z mapy časových pásem je patrné, že Brno leží, stejně jako všechna místa v České republice, v tzv. středoevropském časovém pásmu (UTC +1). Vancouver se nachází v časovém pásmu UTC -8. Označme si čas ve Vancouveru neznámou x :

Brno	....	UTC +1	....	14 hod.
Vancouver	....	UTC -8	....	x hod.

Každé město se tentokrát nalézá na jiné polokouli. Vancouver se nachází 8 pásem západně od nultého poledníku, Brno leží 1 časové pásmo východně od nultého poledníku. Proto je mezi oběma městy 9 časových pásem (8 + 1 = 9). Neboť Vancouver leží západně od Brna, budeme 9 hodin od brněnského pásmového času odečítat:

$$x = 14 - 9,$$

$$x = 5.$$

Odpověď: Když je v Brně 14:00, v kanadském Vancouveru je 5:00 hodin.

Příklad 3: Je-li 9. června v New Yorku (74° z. d.) 16 hodin, jaké datum a jaký pásmový čas je ve stejný okamžik v ruském Irkutsku (104° v. d.)?

Řešení: New York se nachází v časovém pásmu UTC -5 a Irkutsk leží v časovém pásmu UTC +8. Zajímá nás, kolik hodin a jaké datum je v Irkutsku. Neznámý čas si můžeme označit jako x :

New York .... UTC -5 .... 16 hod. (9. 6.)

Irkutsk .... UTC +8 .... x hod.

Podobně jako u předešlého příkladu se každé z míst nachází na jiné polokouli. Počet časových pásem mezi městy opět zjistíme součtem pásem vzhledem k nultému poledníku:

$$5 + 8 = 13.$$

Vycházíme ze situace, že Irkutsk leží východně od New Yorku, tudíž budeme k newyorskému pásmovému času přičítat 13 hodin:

$$x = 16 + 13,$$

$$x = 29.$$

Protože má den jen 24 hodin, bude v Irkutsku již další den (10. června), 5 hodin ráno (29 - 24 = 5).

Odpověď: V Irkutsku bude již 10. června, 5 hodin ráno.

Místní čas

Místní čas je čas vztahující se k určitému místu na Zemi. Zatímco dvě místa na rovnoběžce mohou mít stejný pásmový čas (budou ležet ve stejném časovém pásmu), jejich místní časy se budou lišit. Při výpočtu místního času proto potřebujeme znát konkrétní zeměpisnou délku daného místa.

Příklad 4: Jaký časový rozdíl bude mezi nejzápadnějším bodem (16° z. d.) a nejvýchodnějším bodem (52° v. d.) Afriky? ([22], s. 21)

Řešení: Tentokrát nás zajímá časový rozdíl dvou míst (místní čas):

nejzápadnější bod .... 16° z. d.

nejvýchodnější bod .... 52° v. d.

Nejprve potřebujeme vypočítat, o kolik stupňů zeměpisné délky se daná místa liší. Protože se body nacházejí na opačných polokoulích, sečteme jejich zeměpisné délky:

$$16° + 52° = 68°.$$

Z úvodu této kapitoly víme, že 1° zeměpisné délky časově odpovídá 4 minutám. Tudíž vynásobíme získanou zeměpisnou délku čtyřmi, a tím získáme požadovaný časový rozdíl v minutách:

$$68 \cdot 4 = 272.$$

Posledním krokem je vyjádření tohoto času v hodinách a minutách, tedy:

$$272 \text{ min.} = 4 \text{ hod. a } 32 \text{ min.}$$

Odpověď: Mezi nejzápadnějším a nejvýchodnějším bodem Afriky je časový rozdíl 4 hodiny a 32 minut.

Příklad 5: V Ostravě (18° 17´ v. d.) zapadlo Slunce v 18 hodin a 20 minut místního času. V kolik hodin místního času zapadlo Slunce v Českých Budějovicích (14° 32´ v. d.)?

Řešení: Ze zadání známe zeměpisnou délku obou měst i místní čas v Ostravě. Chceme vypočítat místní čas v Českých Budějovicích ve stejném okamžiku:

Ostrava	....	18°17´ v. d.	....	18:20 hod.
České Budějovice	....	14°32´ v. d.	....	x hod.

Vypočítáme rozdíl zeměpisných délek těchto měst. Vzhledem k tomu, že se obě města nacházejí na stejné polokouli, odečteme jejich zeměpisné délky. Dostaneme:

$$18°17´ - 14°32´ = 3°45´.$$

Opět využijeme znalosti z úvodu kapitoly: 1° zeměpisné délky časově odpovídá 4 minutám, 1´ zeměpisné délky časově odpovídá 4 sekundám. Proto:

3°	....	$3 \cdot 4 = 12$ min.
45´	....	$45 \cdot 4 = 180$ s. = 3 min.

Místní čas v Českých Budějovicích se v porovnání s místním časem v Ostravě liší o 15 minut (12 minut + 3 minuty). Protože leží České Budějovice západněji než Ostrava, Slunce zapadlo v Českých Budějovicích o 15 minut dříve (v 18:05).

Odpověď: V Českých Budějovicích zapadlo Slunce v 18:05 místního času.

Příklad 6: V Bratislavě (17° 06´ v. d.) je středa 7:30 místního času. Který den a kolik hodin místního času je v Anchorage (149° 54´ z. d.)?

Řešení: I tentokrát máme k dispozici zeměpisnou délku obou míst na Zemi a chceme zjistit, jaký den a jaký místní čas je v Anchorage, když v Bratislavě je středa 7:30 místního času:

Bratislava .... 17°06´ v. d. .... 7:30 hod. (středa)

Anchorage .... 149°54´ z. d. .... x hod.

Budeme postupovat podobně jako v předcházejících příkladech. Protože každé z míst leží na jiné polokouli, sečteme jejich zeměpisné délky:

$$17°06´ + 149°54´ = 167°.$$

Již víme, že 1° zeměpisné délky časově odpovídá 4 minutám. Vynásobením dostaneme rozdíl časů v minutách:

$$167 \cdot 4 = 668.$$

Hodnotu vyjádříme v hodinách a minutách:

$$668 \text{ min.} = 11 \text{ hod. a } 8 \text{ min.}$$

Vzhledem k tomu, že Anchorage leží na západ od Bratislavy, anchoragský místní čas zjistíme odečtením 11 hodin a 8 minut od místního času v Bratislavě:

$$7{:}30 - 11{:}08 = -03{:}38.$$

Záporná hodnota nám říká, že musíme překročit půlnoc, tzn. od 24:00 odečteme 03:38 a získáme výsledný místní čas v Anchorage:

$$x = 24{:}00 - 03{:}38,$$

$$x = 20{:}22.$$

Tím, že jsme překročili půlnoc musíme ubrat jeden den. V Anchorage bude tedy teprve úterý 20:22.

Odpověď: V Anchorage je úterý 20:22 místního času.

Příklady k procvičování

1) Nejzápadnější obcí České republiky je Krásná (12°10´ v. d.) a nejvýchodnější obcí je Hrčava (18°50´ v. d.). Jaký je rozdíl místních časů těchto obcí?

2) Evropským Londýnem prochází nultý poledník, zatímco americkým městem Los Angelos prochází 120. poledník západní zeměpisné délky. O kolik hodin se bude lišit místní čas těchto dvou měst?

3) Jindřichovým Hradcem prochází 15. poledník východní zeměpisné délky a sušické náměstí má zeměpisné souřadnice 49°14´ s. š. a 13°30´ v. d. Vypočítejte rozdíl mezi místními časy v Sušici a Jindřichově Hradci.

4) V Čelákovicích (50°08´ s. š., 14°15´ v. d.) právě vychází Slunce. Za jak dlouho bude vycházet ve Středoklukách (50°10´ s. š., 14°45´ v. d.)? ([34])

5) Kolik hodin místního času je v Jindřichově Hradci (15° v. d.), je-li v Cordobě (5° z. d.) 11 hodin dopoledne?

6) V Madridu (4°02´ z. d.) je 15:25 místního času. Kolik hodin místního času bude ve stejný okamžik v Istanbulu (28°58´ v. d.)?

7) Jaký místní čas a který den je Canbeře (149°11´ v. d.), když v Oslu (10°41´ v. d.) je pátek 19:30 místního času?

8) Letíte s kamarády na dovolenou. Odlet z Prahy (14°30´ v. d.) je ve 12:00 hod. místního času. Do Buenos Aires (58°20´ z. d.) přiletíte po 12 hodinách. V kolik hodin místního času vystoupíte na letišti?

9) Jaký je rozdíl mezi pásmovým a místním časem v Nagasaki (130° v. d.), je-li tam 8:23 hod. pásmového času?

10) Ve kterém z českých měst: Karlovy Vary (12°52´ v. d.), Plzeň (13°23´ v. d.), Praha (14°30´ v. d.), Brno (16°37´ v. d.) se nejvíce liší místní čas od pásmového?

11) V Dublinu (6° z. d.) je 18 hodin pásmového času. Kolik hodin pásmového času je v Helsinkách (25° v. d.)?

12) Jste na dovolené v Číně a chcete zavolat do ČR v době oběda (ve 12:00). V kolik hodin čínského času budete muset volat?

13) V Českých Budějovicích (48°58´ s. š., 14°32´ v. d.) je 31. prosince přesně půlnoc a obyvatelé vítají Nový rok. Za kolik hodin oslaví příchod Nového roku obyvatelé v Sao Paulu (23°30´ j. š., 46°37´ z. d.)?

14) V kolik hodin mohli začít obyvatelé České republiky sledovat v televizi památné hokejové finále na Zimních olympijských hrách v Naganu (138° v. d.), když začalo ve 13 hodin?

15) Kolik hodin pásmové času a jaký den bude v Bamaku (9 ° z. d.), je-li v Nairobi (37° v. d.) 8. dubna půl hodiny po půlnoci?

16) Kolik hodin a jaké datum bude v Los Angeles, když v Olomouci je 7 hodin dne 5. 9.? Přibližná zeměpisná délka Olomouce je 17° v. d. a Los Angeles je 120° z. d. ([22], s. 21)

17) Určete datum a pásmový čas v Lisabonu, je-li v Honolulu 23. srpna 18:30.

18) V kolik hodin musí hráči týmu Kunlun Red Star (Peking) nejpozději vyletět, pokud hrají zápas na domácím ledě týmu Avangard (Omsk) zápas KHL, který začíná v 17:00? Doba letu činí 4 hodiny a 3 hodiny hráči potřebují na to, aby se dostali po příletu na led.

19) Z Prahy odletělo letadlo v 9:20 pásmového času. Jak dlouho trval let, jestliže letadlo přistálo v Moskvě ve 14:20 moskevského pásmového času?

20) Seřaďte státy podle pořadí, ve kterém přivítají příchod Nového roku: Francie, Brazílie, Filipíny, Keňa.

Výsledky

1) 26 minut a 40 sekund

2) 8 hodin

3) 6 minut

4) 2 minuty

5) 12:20

6) 17:37

7) 4:44; sobota

8) 19:09

9) 8:03

10) v Karlových Varech

11) 20 hodin

12) 19:00

13) za 4 hodiny

14) v 5 hodin

15) 21:30; 7. dubna

16) 22:00, 4. 9.

17) 24. srpna; 4:30

18) ve 12:00

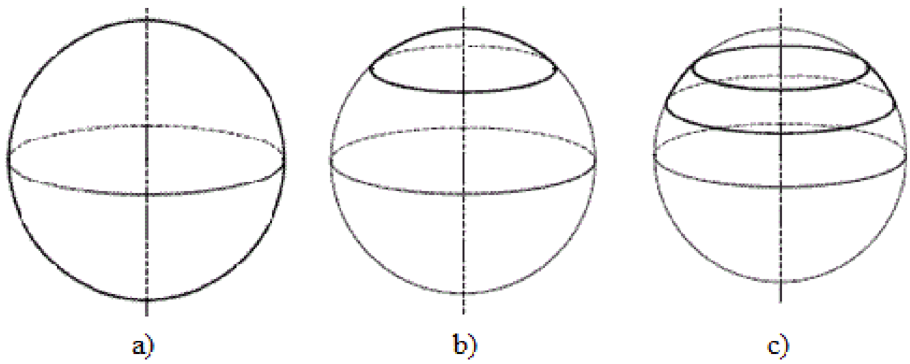
19) 3 hodiny

20) Filipíny, Keňa, Francie, Brazílie

3.1.4 Výpočty týkající se planety Země

Tvar planety Země nejpřesněji vystihuje geoid. Jedná se o nepravidelné těleso, jehož povrch si můžeme představit jako povrch klidné hladiny oceánu probíhající myšleně i pod kontinenty. V praxi se matematicky nedefinovaný geoid nahrazuje referenčním elipsoidem. Jeho delší poloosu tvoří poloměr rovníku, zatímco kratší poloosa je spojnice středu Země a pólu. Protože je rozdíl mezi referenčním elipsoidem a koulí velmi malý, počítáme se Zemí jako s koulí o poloměru 6 371 km, neboť má stejný povrch i objem jako elipsoid. ([1], s. 8)

Obrázek 8 ukazuje kouli (a), kulový vrchlík (b) a kulový pás (c).



Obrázek 8: Koule a její části

Povrch a objem koule vypočítáme podle vzorců:

$$S = 4 \cdot \pi \cdot R^2, \tag{2}$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3, \tag{3}$$

kde S je povrch a V je objem koule, π charakterizuje Ludolfovo číslo ($\pi \doteq 3,14$) a R je poloměr Země ($R = 6\ 371$ km).

Kulový pás vznikne průnikem kulové plochy a vrstvy ohraničené dvěma rovinami, jež popisují rovnoběžky se zeměpisnou šířkou φ_1 a φ_2. Obsah kulového pásu je vyjádřen vztahem:

$$S = 2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot (\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1), \tag{4}$$

kde S je povrch kulového pásu mezi rovnoběžkami se zeměpisnou šířkou φ_1 a φ_2, π je Ludolfovo číslo ($\pi \doteq 3,14$) a R je poloměr Země ($R = 6\ 371$ km).

Část kulové plochy, která je omezená její libovolnou kružnicí se nazývá **kulový vrchlík** ([14], s. 145). Obsah kulového vrchlíku je dán vzorcem:

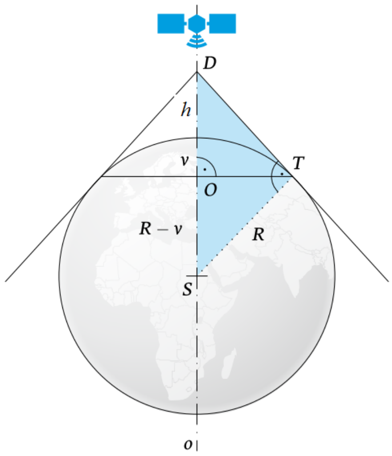
$$S = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot v, \tag{5}$$

kde S je povrch kulového vrchlíku, π udává Ludolfovo číslo ($\pi \doteq 3,14$), R je poloměr Země ($R = 6\ 371$ km) a v je výška vrchlíku. ([19], s. 195)

V geografii nás často zajímá, jakou plochu Země vidí letec či kosmonaut. Jedná se také o plochu kulového vrchlíku, ale nahlížíme na ni z výšky h nad zemským povrchem (viz Obrázek 9). Obsah této plochy určíme pomocí vztahu:

$$S = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \frac{h \cdot R}{h + R}, \tag{6}$$

kde S je povrch kulového vrchlíku viditelného z výšky h (km) nad zemským povrchem, π udává Ludolfovo číslo ($\pi \doteq 3,14$) a R je poloměr Země ($R = 6\,371$ km).



Obrázek 9: Viditelný kulový vrchlík z výšky h nad zemským povrchem ([15])

Ke vztahu (6) dojdeme využitím vzorce (5) a Obrázku 9. V pravoúhlém trojúhelníku STD platí Euklidova věta o odvěsně:

$$R^2 = (R + h) \cdot (R - v).$$

Rovnici upravíme a vyjádříme neznámou výšku kulového vrchlíku (v):

$$R^2 = R^2 - v \cdot R + h \cdot R - v \cdot h,$$

$$v \cdot (h + R) = h \cdot R,$$

$$v = \frac{h \cdot R}{h + R}.$$

Dosadíme-li do vztahu (5) za v poslední výraz, získáme právě vzorec (6).

Nahradíme-li tvar Země pravidelnou koulí, potom jsou rovnoběžky (spojnice míst se stejnou zeměpisnou šířkou) i poledníky (spojnice míst se stejnou zeměpisnou délkou) kružnicemi. Délka rovnoběžky je dána vztahem:

$$l = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \cos\varphi, \tag{7}$$

kde l (km) je délka rovnoběžky se zeměpisnou šířkou φ, $R = 6\,371$ km je poloměr Země a π je Ludolfovo číslo ($\pi \doteq 3,14$).

Příklad 1: Jaká je hmotnost planety Země, je-li její průměrná hustota $\rho = 5{,}52\,\mathrm{g{\cdot}cm^{-3}}$. ([14], s. 182)

Řešení: Jediné, co ze zadání známe je hustota $\rho = 5{,}52$ g·cm^{-3}. Chceme vypočítat hmotnost Země m = ?. Z hodin fyziky víme, že hustotu tělesa vypočítáme podle vztahu $\rho = \frac{m}{V}$. Neprve zjistíme objem naší planety a poté dopočítáme její hmotnost. Použijeme vztah (3), do kterého dosadíme:

$$V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 6371^3,$$

$$V \doteq 1,08 \cdot 10^{12}.$$

Již víme, že objem planety Země je přibližně $1{,}08{\cdot}10^{12}$ km^3. Než začneme počítat hmotnost, musíme převést objem na jednotky odpovídající hustotě (na cm^3). Tedy $1{,}08{\cdot}10^{12}$ km^3 = $1{,}08{\cdot}10^{27}$ cm^3. Nyní využijeme znalosti vztahu pro výpočet hustoty tělesa, do kterého dosadíme a vyjádříme neznámou m:

$$\rho = \frac{m}{V},$$

$$5,52 = \frac{m}{1,08 \cdot 10^{27}},$$

$$m = 5,52 \cdot 1,08 \cdot 10^{27},$$

$$m \doteq 5,96 \cdot 10^{27}.$$

Získaná hmotnost je v gramech. Po převedení na kilogramy dostáváme $5{,}96{\cdot}10^{24}$ kg.

Odpověď: Planeta Země má hmotnost přibližně $5{,}96{\cdot}10^{24}$ kg.

Příklad 2: Jak nejníže nad Zemí mohla letět družice, víme-li, že pořídila fotografii zemského povrchu o rozloze 800 000 km^2? ([15], s. 17)

Řešení: Podle zadání máme zjistit výšku $h = ?$ nad zemským povrchem, ze které byl pořízen snímek kulového vrchlíku o obsahu $S = 800\ 000$ km^2. Nyní využijeme vztah (6), do kterého dosadíme známé hodnoty a postupně vyjádříme neznámou výšku h:

$$800000 = 2 \cdot 3,14 \cdot 6371 \cdot \frac{h \cdot 6371}{h + 6371},$$

$$800000 \cdot (h + 6371) = 40009,88 \cdot h \cdot 6371,$$

$$800000 \cdot h + 5096800000 = 254902945,5 \cdot h,$$

$$25412945,5 \cdot h = 5096800000,$$

$$h \doteq 20.$$

Odpověď: Družice letěla asi 20 kilometrů nad Zemí.

Příklad 3: Kolik procent zemského povrchu leží v oblasti mírného pásu (mezi obratníky a polárními kruhy)? ([13], s. 97)

Řešení: Protože máme zjistit povrch mírného pásu, budeme pracovat s kulovým pásem. Chceme určit jeho obsah ($S = ?$) a následně vypočítat, kolik procent z celého zemského povrchu zabírá.Vzhledem k tomu, že se mírný pás nachází jak na severní, tak na jižní polokouli, stačí zjistit obsah (S_1) kulového pásu na jedné polokouli a poté hodnotu vynásobit dvěma. Jak víme z předchozích kapitol, obratníky mají zeměpisnou šířku $\varphi_1 = 23°27'$ a polární kruhy $\varphi_2 = 66°33'$. S využitím vztahu (4) začneme počítat obsah mírného pásu na jedné polokouli:

$$S_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 6371^2 \cdot (\sin 66°33' - \sin 23°27'),$$

$$S_1 \doteq 132422080.$$

Mírný pás zaujímá na jedné polokouli plochu 132 422 080 km^2. Rozlohu, kterou zabírá mírný pás na celé planetě, získáme vynásobením dvěma. Proto:

$$S = 2 \cdot S_1,$$

$$S = 2 \cdot 132422080,$$

$$S = 264844160.$$

Nyní víme, že mírný pás zaujímá 264 844 160 km^2 naší planety. Zbývá určit, kolik procent to je vzhledem k celé zemské souši. Musíme ještě vypočítat, jakou rozlohu má celá planeta. K tomu použijeme vztah (2), do kterého dosadíme a povrch Země vypočítáme:

$$S = 4 \cdot 3,14 \cdot 6371^2,$$

$$S = 509805891.$$

Rozloha planety Země činí 509 805 891 km^2, což je 100 %. Posledním úkolem je zjistit, kolika procentům (x %) odpovídá rozloha 264 844 160 km^2. Výsledek můžeme vypočítat např. přes 1 % nebo trojčlenkou. Využijeme trojčlenku:

509 805 891 km^2 .... 100 %

264 844 160 km^2 .... x %

Protože se jedná o přímou úměru:

$$x = \frac{264844160 \cdot 100}{509805891},$$

$$x \doteq 51,9.$$

Odpověď: V oblasti mírného pásu leží přibližně 51,9 % zemského povrchu.

Příklad 4: Určete délku 40. rovnoběžky zeměpisné šířky.

Řešení: Tentokrát chceme zjistit délku rovnoběžky $l = ?$, známe-li její zeměpisnou šířku $\varphi = 40°$. Použijeme vzorec (7), do kterého dosadíme hodnoty ze zadání a následně délku rovnoběžky vypočítáme:

$$l = 2 \cdot 3,14 \cdot 6371 \cdot \cos 40°,$$

$$l \doteq 30649.$$

Odpověď: Délka 40. rovnoběžky zeměpisné šířky je přibližně 30 649 km.

Příklady k procvičování

1) Vypočítejte plochu zemské souše, víte-li, že zabírá přibližně 29 % celého zemského povrchu.

2) Afrika spolu s ostrovy, které k ní náleží, pokrývá 6 % celkové plochy Země. Jaká je v milionech kilometrů čtverečních rozloha Afriky?

3) Světový oceán se rozkládá na ploše 361,1 mil. km^2. Kolik procent rozlohy Země zaujímá?

4) V lednu 2018 pokrývalo oblast Arktidy 13,3 mil. kilometrů čtverečních ledu. Určete, kolik procent zemského povrchu pokrýval tento led.

5) Vypočítejte objem a povrch naší planety, je-li obvod Země 40 010 km.

6) Přirozenou družicí Země je Měsíc, který má také tvar koule. Vypočítejte, kolikrát má Měsíc menší objem než Země, je-li jeho poloměr 1 737 km.

7) Jakou plochu zemského povrchu vidí z letadla pod sebou letec, jestliže letí ve výšce 5 kilometrů?

8) Vypočítejte, jaká plocha povrchu Země je vidět z výšky 400 km nad Zemí?

9) Jakou plochu České republiky vidí návštěvník Petřínské rozhledny, jejíž výška je 64 metrů?

10) Kolik procent zemského povrchu vidí kosmonaut z paluby orbitálního komplexu z výšky 200 km nad Zemí?

11) Jak vysoko musí být letec, chce-li vidět 0,001 zemského povrchu?

12) Cestující vidí z letadla 5 % zemského povrchu. Vypočítejte, v jaké výšce nad Zemí se letadlo pohybuje.

13) V jaké výšce se pohybuje orbitální stanice ISS, jsou-li z ní vidět 3 % povrchu Země?

14) Jakou plochu má pás mezi 10. rovnoběžkou severní a jižní zeměpisné šířky?

15) Vypočítejte plochu polárního pásu, který se rozkládá jak na severní, tak i na jižní polokouli vždy mezi polárním kruhem a pólem.

16) Kolik procent zemského povrchu leží v oblasti mezi 20. a 50. rovnoběžkou na jižní polokouli?

17) Vypočítejte délku rovníku.

18) Jakou délku má rovnoběžka, kterou nazýváme obratník Kozoroha?

19) Která rovnoběžka má poloviční délku než rovník?

20) Jakou zeměpisnou šířku má rovnoběžka, která je dvakrát delší než rovnoběžka se zeměpisnou šířkou $\varphi = 85°$?

Výsledky

1) 147,8 mil. km^2

2) 31 mil. km^2

3) 71 %

4) 2,6 %

5) $1{,}08 \cdot 10^{12}$ km^3; 509 805 891 km^2

6) asi 49krát

7) 200 mil. km^2

8) 15,1 mil. km^2

9) 2 561 km^2

10) 7,8 mil. km^2

11) asi 12,8 km

12) asi 708 km

13) asi 407 km

14) 88,5 mil. km^2

15) 42,1 mil. km^2

16) 21 %

17) 40 010 km

18) 36 705 km

19) 60. rovnoběžka

20) 80° zeměpisné šířky

3.2 KARTOGRAFIE

Kartografie je vědní obor, který se zabývá konstrukcí a studiem map. Ty jsou pro nás nepostradatelné, neboť se s nimi setkáváme nejen při výuce zeměpisu, ale také v každodenním životě. Mapa je zmenšené a zjednodušené znázornění zemského povrchu (nebo jiných vesmírných těles) sestrojené v rovině pomocí matematických vztahů. Protože kartografové převádí povrch Země (koule) do roviny, vždy dochází ke zkreslení. Oproti tomu glóbus je zmenšený trojrozměrný kulový model Země. ([22], s. 21)

Mapy mají všestranné využití a jsou nepostradatelnou pomůckou pro geografy, řidiče, cestovatele či turisty. K tomu, abychom zjistili vzdálenost dvou míst na mapě, potřebujeme umět pracovat s měřítkem mapy. A právě této problematice se budeme věnovat v následujícím textu.

3.2.1 Měřítko mapy

Jedním ze základních kompozičních prvků mapy je její měřítko, které nesmí chybět na žádné mapě. Měřítko udává poměr zmenšení délky nebo plochy měřené na mapě vzhledem ke skutečnosti. Jelikož se jedná o poměr, můžeme **délkové měřítko** zapisovat ve tvaru:

$$1 : m, \tag{8}$$

kde m je délkové zmenšení (tzv. měřítkové číslo).

Obdobně můžeme zapisovat **plošné měřítko** ve tvaru:

$$1 : m^2, \tag{9}$$

kde m^2 je plošné zmenšení. ([10], s. 36)

Podle způsobu vyjádření rozlišujeme měřítko:
a) číselné - vyjádřené ve formě poměru (např. 1 : 10 000),
b) slovní - vyjádřené formou textu (např. 1 centimetr na mapě odpovídá 100 metrům ve skutečnosti),
c) grafické - vyjádřené formou úsečky (např. viz Obrázek 10).

Obrázek 10: Grafické měřítko

Mapy rozlišujeme podle podrobnosti na mapy:

a) velkého měřítka - do 1 : 200 000 (zachycují malou část území - malé zkreslení),
b) středního měřítka - od 1 : 200 000 do 1 : 1 000 000,
c) malého měřítka - nad 1 : 1 000 000 (zobrazují velkou část území - velké zkreslené).
([10], s. 40)

Mapy podle měřítka

Mapy velkého měřítka zobrazují malou část území velice podrobně. Nejčastěji se jedná o katastrální mapy či plány, topografické (místopisné) mapy a turistické mapy. Ty mají obvykle měřítko 1 : 50 000 ([32]). Mapy středního měřítka jsou často k nalezení v různých autoatlasech. S mapami malého měřítka, které zobrazují velkou část území ne příliš podrobně, se můžeme setkat například u nástěnných map světa nebo jsou součástí školních atlasů světa ([9], s. 26).

Příklad 1: Vzdušná vzdálenost Karlových Varů a Olomouce na mapě s měřítkem 1 : 2 000 000 je 16 cm. Jaká je skutečná vzdálenost těchto měst?

Řešení: Ze zadání máme k dispozici měřítko mapy 1 : 2 000 000, což znamená, že 1 cm na mapě odpovídá (symbol $\sim$) 2 000 000 cm ve skutečnosti:

$$\begin{aligned} \text{MAPA} &: \text{SKUTEČNOST} \\ 1 &: 2\,000\,000, \\ 1\,\text{cm} &\sim 2\,000\,000\,\text{cm}. \end{aligned}$$

Aby se nám s měřítkem lépe pracovalo, můžeme převést centimetry na kilometry:

$$1\ \text{cm} \sim 20\ \text{km}.$$

Víme, že vzdálenost naměřená na mapě je 16 cm. Protože se jedná o přímou úměrnost, můžeme dopočítat skutečnou vzdálenost:

$$\begin{aligned} 16\,\text{cm} &\sim 16 \cdot 20, \\ 16\,\text{cm} &\sim 320\,\text{km}. \end{aligned}$$

Odpověď: Skutečná vzdušná vzdálenost měst Karlovy Vary a Olomouc je 320 km.

Příklad 2: Pan Nový pojede z Mladé Boleslavi do Liberce trasu dlouhou 60 km. Jakou délku bude mít křivka spojující tato dvě města na mapě s měřítkem $1:750\,000$? Jak dlouho bude trvat cesta panu Novému, pojede-li průměrnou rychlostí 80 km/h?

Řešení: Příklad se skládá ze dvou částí. Máme vypočítat délku křivky na mapě a poté i dobu, kterou bude potřebovat pan Nový k překonání trasy.
Známe měřítko mapy a skutečnou vzdálenost mezi dvěma městy. Naším úkolem je vypočítat délku křivky na mapě. Nejprve budeme chtít opět upravit měřítko mapy:

$$\begin{aligned} \text{MAPA} &: \text{SKUTEČNOST} \\ 1 &: 750\,000, \\ 1\text{ cm} &\sim 750\,000\text{ cm}, \\ 1\text{ cm} &\sim 7,5\text{ km}. \end{aligned}$$

Zjistili jsme, že 1 cm na mapě odpovídá 7,5 km ve skutečnosti. Skutečná vzdálenost měst je 60 km. Abychom vypočítali délku křivky, musíme skutečnou vzdálenost měst (60 km) vydělit hodnotou 7,5. Proto:

$$\begin{aligned} x\text{ cm} &\sim 60\text{ km}, \\ \frac{60}{7,5} &\sim 60\text{ km}, \\ 8\text{ cm} &\sim 60\text{ km}. \end{aligned}$$

Již víme, že délka křivky na mapě bude 8 cm, proto můžeme přikročit k řešení druhé části příkladu. Ze zadání známe dráhu $s = 60$ km a rychlost $v = 80$ km/h. Chceme vypočítat čas t potřebný k překonání trasy. Využijeme znalostí z fyziky a aplikujeme vzorec pro výpočet času v závislosti na dráze a rychlosti:

$$t = \frac{s}{v}. \tag{10}$$

Dráhu i rychlost máme v sobě odpovídajících jednotkách, proto můžeme dosadit do vztahu (10) a vypočítat čas (ten vyjde v hodinách):

$$t = \frac{60}{80},$$

$$t = \frac{3}{4}.$$

Pan Nový pojede zadanou trasu $\frac{3}{4}$ h neboli 45 minut.

Odpověď: Délka křivky na mapě bude měřit 8 cm a pan Nový ujede trasu mezi oběma městy za 45 minut.

Příklad 3: Místa A a B jsou od sebe ve skutečnosti vzdálena 20 km a na mapě České republiky byla mezi nimi naměřena vzdálenost 80 mm. Jaké je měřítko mapy? ([9], s. 28)

Řešení: Tentokrát máme trochu jinou situaci. Známe obě vzdálenosti - na mapě i ve skutečnosti. Chceme určit měřítko mapy ve tvaru (8). Opět vyjdeme ze vztahu MAPA : SKUTEČNOST a převedeme obě vzdálenosti na stejné jednotky:

$$\begin{aligned} \text{MAPA} &: \text{SKUTEČNOST} \\ 80\,\text{mm} &: 20\,\text{km}, \\ 80\,\text{mm} &: 20\,000\,000\,\text{mm}. \end{aligned}$$

Nyní již můžeme tento poměr upravovat, tzn. obě strany poměru můžeme krátit číslem 80 tak, abychom na levé straně poměru dostaly hodnotu 1:

$$1 \quad : \quad 250\,000.$$

Odpověď: Měřítko mapy je 1 : 250 000.

V předchozích příkladech jsme se věnovali délkovému měřítku, zatímco v následujících příkladech budeme pracovat s plošnými útvary, proto budeme využívat plošné měřítko.

Příklad 4: Štrbské pleso je znázorněno na mapě s měřítkem 1 : 25 000 plochou $3{,}2\,\text{cm}^2$. Jakou rozlohu má toto jezero ve skutečnosti? (rozlohu vyjádřete v hektarech)

Řešení: Ze zadání víme, že pracujeme s mapou v měřítku 1 : 25 000:

$$\begin{aligned} \text{MAPA} &: \text{SKUTEČNOST} \\ 1 &: 25\,000, \\ 1\,\text{cm} &\sim 25\,000\,\text{cm}. \end{aligned}$$

Měřítko upravíme tak, aby se nám s čísly lépe pracovalo (převedeme centimetry na metry):

$$1 \ \text{cm} \ \sim \ 250 \ \text{m}.$$

Na rozdíl od předchozích příkladů si musíme uvědomit, že při výpočtu chceme pracovat s plošným měřítkem, proto obě dvě strany umocníme na druhou (tím získáme jednotky čtverečné, ve kterých se plocha udává). Tedy:

$$1^2 \text{ cm}^2 \sim 250^2 \text{ m}^2,$$

$$1 \text{ cm}^2 \sim 62\,500 \text{ m}^2.$$

Nyní máme měřítko připravené, takže dosadíme plochu ze zadání a dopočítáme skutečnou rozlohu jezera:

$$3,2 \text{ cm}^2 \sim 3,2 \cdot 62\,500,$$

$$3,2 \text{ cm}^2 \sim 200\,000 \text{ m}^2.$$

Výslednou rozlohu ještě převedeme na hektary: 200 000 m^2 = 2 000 a = 20 ha.

Odpověď: Štrbské pleso má rozlohu 20 ha.

Příklad 5: Jakou plochu bude mít na mapě v měřítku 1 : 150 000 pás lesa, jehož skutečná délka je 6 km a skutečná šířka 900 m? ([17], s. 95)

Řešení: Než začneme počítat velikost plochy, kterou zaujímá pás lesa na mapě, musíme zjistit, jakou rozlohu zaujímá ve skutečnosti. Ze zadání víme, že se jedná o pás, tedy obdélník o rozměrech 6 km a 900 m. Obsah obdélníka vypočítáme podle vztahu:

$$S = a \cdot b, \tag{11}$$

kde a je délka a b je šířka obdélníka.
Ještě předtím, než dosadíme do vzorce, musíme převést rozměry pásu na stejné jednotky (např. km). Tedy $a = 6$ km a $b = 0{,}9$ km. Nyní dosadíme do (11) a vypočítáme skutečnou plochu pásu:

$$S = 6 \cdot 0,9,$$

$$S = 5,4 \text{ km}^2.$$

Již známe rozlohu pásu ve skutečnosti, proto můžeme, podobně jako v předchozích příkladech, upravit měřítko do tvaru, ve kterém se nám s ním bude dobře pracovat:

$$\begin{aligned} \text{MAPA} &: \text{SKUTEČNOST} \\ 1 &: 150\,000, \\ 1 \text{ cm} &\sim 150\,000 \text{ cm}, \\ 1 \text{ cm} &\sim 1,5 \text{ km}. \end{aligned}$$

Neboť opět pracujeme s plochou, převedeme měřítko na plošné jednotky umocněním:

$$\begin{aligned} 1^2 \ \text{cm}^2 &\sim 1,5^2 \ \text{km}^2, \\ 1 \ \text{cm}^2 &\sim 2,25 \ \text{km}^2. \end{aligned}$$

Doplníme zjištěnou rozlohu a vypočítáme plochu na mapě:

$$\begin{aligned} x \text{ cm}^2 &\sim 5,4 \text{ km}^2, \\ \frac{5,4}{2,25} &\sim 5,4 \text{ km}^2, \\ 2,4 \text{ cm}^2 &\sim 5,4 \text{ km}^2. \end{aligned}$$

Odpověď: Na mapě s měřítkem 1 : 150 000 bude pás lesa zaujímat plochu 2,4 cm^2.

Příklad 6: Na mapě je nejmenší národní park v ČR (NP Podyjí) o rozloze 63 km^2 zakreslen jako plocha o velikosti 7 cm^2. Jaké je měřítko této mapy?

Řešení: Máme k dispozici dva údaje - plochu na mapě a skutečnou rozlohu. Naším úkolem je zjistit měřítko mapy. Nejprve převedeme obě hodnoty na stejné jednotky (cm^2):

$$\begin{aligned} \text{MAPA} &: \text{SKUTEČNOST} \\ 7 \ \text{cm}^2 &: 63 \ \text{km}^2, \\ 7 \ \text{cm}^2 &: 630\,000\,000\,000 \ \text{cm}^2. \end{aligned}$$

Získali jsme poměr, který můžeme vykrátit číslem sedm, a tím dostaneme plošné měřítko ve tvaru (9):

$$1 : 90\,000\,000\,000.$$

Abychom však zjistili měřítko mapy, na které je národní park zakreslen, musíme ještě toto plošné měřítko odmocnit:

$$1 \; : \; 300\,000.$$

Odpověď: Národní park Podyjí je znázorněn na mapě s měřítkem 1 : 300 000.

Příklady k procvičování

1) Na glóbusu s měřítkem 1 : 40 000 000 vypočítejte skutečnou vzdálenost mezi Prahou a Londýnem (2,5 cm). ([21], s. 37)

2) Mapa má měřítko 1 : 2 000 000. Vzdálenost mezi dvěma městy je 32 centimetrů. Kolik je to ve skutečnosti kilometrů? Za jak dlouho by tuto vzdálenost uletělo letadlo letící průměrnou rychlostí 320 kilometrů za hodinu? ([4], s. 45)

3) Na mapě Afriky s měřítkem 1 : 40 000 000 jsme naměřili vzdálenost 7 cm mezi Luandou a Kapským Městem. Jaká je vzdušná vzdálenost těchto míst? ([6], s. 71)

4) Pan Novák pojede ze Sušice do Českých Budějovic trasu dlouhou 90 km. Jakou délku bude mít křivka spojující tato dvě města na mapě s měřítkem 1 : 1 200 000?

5) Vzdálenost mezi nejzápadnějším a nejvýchodnějším bodem České republiky je 493 km. Jak dlouhá bude úsečka znázorňující tuto vzdálenost na mapě s měřítkem 1 : 2 000 000?

6) Vzdušná vzdálenost mezi Prahou a Madridem je 1 770 km. Jaká bude vzdálenost těchto hlavních měst na mapě Evropy s měřítkem 1 : 15 000 000?

7) Jak vysoká je Sněžka (1 602 m) na reliéfní (plastické) mapě Krkonoš s měřítkem 1 : 40 000?

8) Délka trasy Brno - Plzeň je podle údajů internetového plánovače 296 km. V jakém měřítku je zobrazena mapa, jestliže trasa na této mapě měří 14,8 cm? ([2], s. 74)

9) Na mapě byla naměřena vzdálenost mezi Úpicí a Náchodem 12 cm. Jejich skutečná vzdálenost je 15,6 km. Určete měřítko mapy. ([17], s. 94)

10) Ve Školním atlase světa je vzdálenost hlavních měst Ekvádoru a Peru 3,3 cm. Ve skutečnosti je Quito od Limy vzdáleno 1 320 km. Na mapě jakého měřítka je zobrazena Jižní Amerika v tomto atlase?

11) Největší ostrov světa (Grónsko) má na mapě světa s měřítkem 1 : 100 000 000 plochu 2,17 cm^2. Jakou rozlohu má Grónsko ve skutečnosti?

12) Jakou rozlohu má lesní pozemek, který zaujímá na mapě s měřítkem 1 : 50 000 plochu 6 cm^2? (výsledek vyjádři v hektarech)

13) Na plánu obce v měřítku 1 : 1 000 je zakreslena obdélníková zahrada. Její rozměry jsou 25 mm a 28 mm. Určete výměru zahrady ve skutečnosti. ([3], s. 141)

14) Česká republika má rozlohu 78 866 km^2. Jakou plochu bude Česká republika zaujímat na mapě s měřítkem 1 : 5 000 000? ([34])

15) Jakou plochu zabírá na mapě s měřítkem 1 : 50 000 vodní nádrž Hracholusky (470 ha)?

16) Plzeňský kraj se rozkládá na území 7 561 km^2. Jak velkou plochou bude zakreslen na administrativní mapě Střední Evropy s měřítkem 1 : 2 500 000?

17) Rozloha USA je přibližně 9,8 mil. km^2. Jak velkou plochou budou Spojené státy americké znázorněny na glóbu s měřítkem 1 : 70 000 000?

18) Určete měřítko mapy, na které zaujímá Ukrajina 15,1 cm^2. Skutečná rozloha Ukrajiny je 604 000 km^2.

19) Největší chráněnou krajinnou oblastí v ČR je CHKO Beskydy o rozloze 1 160 km^2. Zjistěte měřítko mapy, na níž je CHKO Beskydy zakreslena plochou 11,6 cm^2.

20) Zjistěte měřítko mapy, na které se africké jezero Malawi o rozloze 30 000 km^2 zobrazí jako plocha o velikosti 12 cm^2.

Výsledky

1) 1 000 km

2) 640 km; 2 hodiny

3) 2 800 km

4) 7,5 cm

5) 24,65 cm

6) 11,8 cm

7) 4 cm

8) 1 : 2 000 000

9) 1 : 130 000

10) 1 : 40 000 000

11) 2 170 000 km^2

12) 150 ha

13) 700 m^2

14) přibližně 31,5 cm^2

15) 18,8 cm^2

16) přibližně 12,1 cm^2

17) 20 cm^2

18) 1 : 20 000 000

19) 1 : 1 000 000

20) 1 : 5 000 000

3.3 FYZICKÁ GEOGRAFIE

Fyzická geografie je část geografie, která se zabývá zkoumáním fyzickogeografické sféry. Ta se skládá z pěti základních složek: litosféry (kamenný obal Země), atmosféry (vzdušný obal), hydrosféry (vodní obal), pedosféry (půdní obal) a biosféry (živý obal). ([22], s. 34)

Velkou roli v lidském životě hraje počasí. Jedná se o okamžitý stav atmosféry na určitém místě, který je popisován souborem meteorologických prvků. S rostoucí nadmořskou výškou se však mění celá řada těchto veličin, např. teplota vzduchu, vlhkost vzduchu, tlak vzduchu či intenzita UV záření. V následující kapitole si proto ukážeme, jak vypočítat průměrnou denní teplotu vzduchu nebo jak se teplota a tlak vzduchu mění v různých nadmořských výškách.

3.3.1 Průměrná denní teplota vzduchu

Teplota vzduchu není během dne stále stejná, ale v průběhu dne se mění. Nejchladněji bývá v ranních hodinách, naopak nejvyšší teplotu často naměříme odpoledne.

Teplota vzduchu se měří rtuťovým teploměrem ve stínu 2 metry nad zemským povrchem a udává se ve stupních Celsia (°C). Měření se provádí v 7, 14 a 21 hodin. Z těchto naměřených hodnot se vypočítá **průměrná denní teplota vzduchu** tak, že se sečtou teploty naměřené v 7 a 14 hodin, k nim se přičte dvakrát teplota získaná ve 21 hodin a součet se vydělí 4. Tuto skutečnost ukazuje následující vzorec:

$$t_P = \frac{t_7 + t_{14} + t_{21} + t_{21}}{4}, \tag{12}$$

kde t_P je průměrná denní teplota vzduchu (°C), t_7 je teplota vzduchu v 7 hodin (°C), t_{14} je teplota vzduchu ve 14 hodin (°C) a t_{21} je teplota vzduchu ve 21 hodin (°C). ([42])

Jestliže sečteme průměrné denní teploty všech dnů v měsíci a součet vydělíme počtem dnů, dostaneme průměrnou měsíční teplotu vzduchu. Podobným způsobem zjistíme roční průměrnou teplotu, jen s tím rozdílem, že sečteme průměrné měsíční teploty a součet vydělíme dvanácti. Z hlediska matematiky se jedná o aritmetický průměr.

Průměrná teplota v ČR

Průměrná roční teplota vzduchu v České republice se pohybuje v rozmezí od 5 °C do 9 °C. Nejnižší průměrná roční teplota je na Sněžce (jen 0,2 °C), zatímco nejvyšší průměrnou roční teplotu vykazuje Hodonín (9,5 °C). ([39])

Příklad 1: Vypočítejte průměrnou denní teplotu, jestliže bylo v 7 hodin 6 °C, ve 14 hodin 16 °C a ve 21 hodin 9 °C. ([21], s. 77)

Řešení: Známe teplotu ze všech tří měření: $t_7 = 6$ °C, $t_{14} = 16$ °C a $t_{21} = 9$ °C. Chceme určit průměrnou denní teplotu ($t_P = ?$). K řešení využijeme vztah (12), do kterého dosadíme a neznámou hodnotu dopočítáme:

$$t_P = \frac{6 + 16 + 9 + 9}{4},$$

$$t_P = 10.$$

Odpověď: Průměrná denní teplota vzduchu byla 10 °C.

Příklad 2: Jaká byla teplota vzduchu ve 21 hodin, jestliže průměrná denní teplota byla 10,5 °C, v sedm hodin ráno jsme naměřili 7 °C a ve 14 hodin odpoledne 15 °C?

Řešení: Nyní máme k dispozici průměrnou denní teplotu $t_P = 10{,}5$ °C. Dále víme, že $t_7 = 7$ °C a $t_{14} = 15$ °C. Neznámou hodnotou je tentokrát t_{21}. Opět použijeme vzorec (12) a doplníme známé hodnoty:

$$10,5 = \frac{7 + 15 + t_{21} + t_{21}}{4}.$$

Celou rovnici vynásobíme čtyřmi, převedeme čísla na jednu stranu a vypočítáme večerní teplotu:

$$42 = 7 + 15 + t_{21} + t_{21},$$

$$2 \cdot t_{21} = 20,$$

$$t_{21} = 10.$$

Odpověď: Ve 21 hodin byla teplota vzduchu 10 °C.

Příklad 3: V tabulce je zapsána naměřená teplota vzduchu. Zjistěte průměrnou denní teplotu vzduchu na základě údajů z tabulky.

Čas (h)	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Teplota (°C)	-6	-5	-4	-3	-1	0	1	3	3	4	4	4	2	1	0	0	-2	-3

Řešení: Tentokrát jsou hodnoty zadány v tabulce, proto si nejprve vypíšeme údaje, které nás zajímají: $t_7 = -4$ °C, $t_{14} = 4$ °C a $t_{21} = -2$ °C. Nyní již postupujeme stejně jako v Příkladu 1, tzn. dosadíme do vztahu (12) a průměrnou denní teplotu vypočítáme:

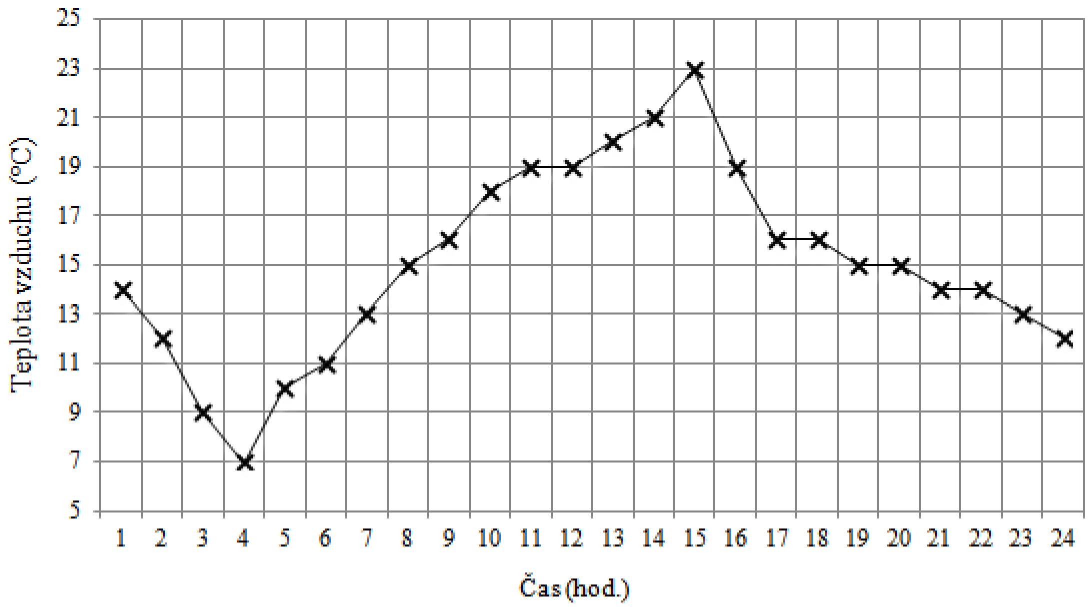
$$t_P = \frac{-4 + 4 + (-2) + (-2)}{4},$$

$$t_P = \frac{-4 + 4 - 2 - 2}{4},$$

$$t_P = -1.$$

Odpověď: Průměrná denní teplota vzduchu je -1 °C.

Příklad 4: Následující graf zobrazuje vývoj teploty vzduchu během jednoho květnového dne v Jihlavě. Vypočítejte průměrnou denní teplotu tohoto dne.



Obrázek 11: Graf denní teploty vzduchu

Řešení: Nejprve musíme zjistit, jaká teplota byla v 7, 14 a 21 hodin. Z grafu můžeme vyčíst, že $t_7 = 13$ °C, $t_{14} = 21$ °C a $t_{21} = 14$ °C. Obdobně jako u předešlých příkladů použijeme k řešení rovnici (12), do které doplníme známé hodnoty a rovnici vyřešíme:

$$t_P = \frac{13 + 21 + 14 + 14}{4},$$

$$t_P = 15,5.$$

Odpověď: V Jihlavě byla průměrná teplota jednoho z květnových dnů 15,5 °C.

Příklady k procvičování

1) Honza si v sobotu zaznamenával teplotu vzduchu. V 7 hodin ráno teploměr ukazoval 6 °C, ve 14 hodin 14 °C a ve 21 hodin 8 °C. Pokud počítal Honza správně, jaký výsledek průměrné teploty v sobotu získal?

2) Vypočítejte průměrnou denní teplotu, jestliže během dne byly naměřeny teploty: 8 °C (v 7:00), 28 °C (ve 14:00), 11 °C (ve 21:00).

3) V 7, 14 a 21 hodin bylo postupně naměřeno 5 °C, 19 °C a 11 °C. Jaká byla průměrná denní teplota?

4) Den, během kterého se teplota vzduchu drží celou dobu pod bodem mrazu, se nazývá ledový den. V Brně nastala tato situace například 28. února, kdy v 7 hodin ráno ukazoval teploměr -12 °C, ve 14 hodin -6 °C a večer ve 21 hodin bylo -10 °C. Zjistěte průměrnou teplotu posledního únorového dne v Brně.

5) Digitální teploměr ukazoval v 7^{00} teplotu -2,5 °C, ve 14^{00} 4,9 °C a ve 21^{00} -1,2 °C. Vypočítejte průměrnou denní teplotu vzduchu.

6) Vypočítejte průměrnou denní teplotu vzduchu z následujícího měření: 7.00 hod. (-5 °C), 14.00 hod. (2 °C), 21.00 hod. (-2,5 °C).

7) Ve 14 hodin jsme naměřili 31 °C, ve 21 hodin pouze 23 °C. Určete ranní teplotu vzduchu (v 7:00), jestliže průměrná denní teplota byla 24 °C.

8) Termograf je přístroj, který zaznamenává teploty během celého dne. V 7 hodin ráno zaznamenal 2 °C, v době odpoledního zaznamenávání došlo k poruše a opraven byl až v 18 hodin. Ve 21 hodin registroval teplotu 4 °C. Jiný přístroj vykázal hodnotu průměrné denní teploty na 8 °C. Zjistěte výpočtem teplotu vzduchu ve 14 hodin.

9) Petr chtěl v neděli zjistit průměrnou denní teplotu, proto vstal v 7 hodin ráno, kdy bylo na teploměru 5 °C. Po obědě šel s kamarády hrát fotbal, takže si zapomněl zapsat teplotu ve 14 hodin a vzpomněl si až ve 21:00, kdy venkovní teploměr ukazoval 10 °C. Druhý den se v televizi dozvěděl, že průměrná denní teplota v místě jeho bydliště byla v neděli 11 °C. Jaká teplota byla v neděli ve 14 hodin?

10) Určete teplotu vzduchu ve 21 hodin, bylo-li naměřeno v 7^{00} 11 °C, ve 14^{00} 21 °C a průměrná denní teplota byla 14,5 °C.

11) Jakou teplotu ukazoval teploměr v 9 hodin večer, pokud v 7 hodin ráno ukazoval -10 °C a ve 14 hodin 0 °C? Průměrná teplota vzduchu celého dne dosáhla -6 °C.

12) Vypočítejte průměrnou denní teplotu vzduchu podle údajů z tabulky.

Čas (h)	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Teplota (°C)	13	15	19	21	22	24	28	30	31	33	32	32	31	29	28	26	25	22

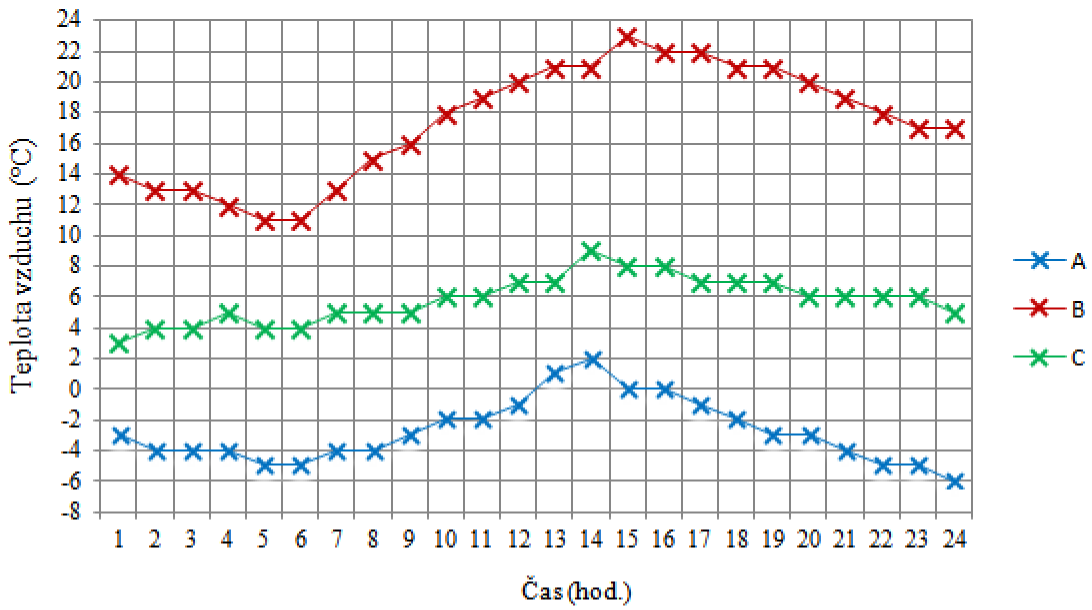
13) V následující tabulce jsou uvedeny hodnoty teploty naměřené během jednoho lednového dne. Zjistěte průměrnou denní teplotu vzduchu tohoto dne.

Čas (h)	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Teplota (°C)	-15	-15	-14	-11	-10	-9	-6	-5	-5	-5	-7	-9	-12	-13	-14

14) V tabulce je zaznamenána teplota vzduchu v Českých Budějovicích 15. března 2018. Vypočítejte průměrnou denní teplotu vzduchu pro tento den.

Čas (h)	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Teplota (°C)	1	1	0	0	2	4	6	6	7	8	8	8	7	6	6	6	6	6	5

15) Graf ukazuje vývoj denních teplot vzduchu v Českých Budějovicích. Křivka A znázorňuje únorový den, křivka B zobrazuje květnový den a křivka C popisuje říjnový den. Na základě dat z grafu vypočítejte průměrnou denní teplotu vzduchu každého ze tří dnů.



Obrázek 12: Denní teploty vzduchu vybraných dnů v Českých Budějovicích

Výsledky

1) 9 °C

2) 14,5 °C

3) 11,5 °C

4) -9,5 °C

5) 0 °C

6) -2 °C

7) 19 °C

8) 22 °C

9) 19 °C

10) 13 °C

11) -7 °C

12) 25,5 °C

13) -12 °C

14) 5 °C

15) A: -2,5 °C; B: 18 °C; C: 6,5 °C

3.3.2 Změna teploty vzduchu s nadmořskou výškou

Teplota vzduchu není všude stejná, ale mění se s nadmořskou výškou. Troposféra je část atmosféry, která sahá od zemského povrchu až do výšky zhruba 17 kilometrů nad rovníkem, 11 kilometrů v oblasti mírných šířek a 8 kilometrů nad póly. ([10], s. 72)

Charakteristickým znakem troposféry je právě pokles teploty vzduchu přibližně o 0,65 °C na 100 výškových metrů, tedy o 0,0065 °C na 1 metr nadmořské výšky. Tato skutečnost bývá označována jako **vertikální teplotní gradient** a můžeme ji vyjádřit vztahem:

$$t_{(h_2)} = t_{(h_1)} - (h_2 - h_1) \cdot 0,0065, \tag{13}$$

kde $t_{(h_2)}$ je teplota vzduchu v nadmořské výšce h_2 (m) a $t_{(h_1)}$ je teplota vzduchu v nadmořské výšce h_1 (m). ([9], s. 37)

Teplota v atmosféře
Jak je výše popsáno, teplota vzduchu klesá v troposféře (do výšky 17 km) podle vertikálního teplotního gradientu. Ve stratosféře (do 60 km) je nejprve teplota stálá a poté roste do 20 °C, v mezosféře (do 85 km) teplota opět klesá až na hodnotu - 100 °C a v termosféře teplota prudce vzrůstá až do 1 500 °C. ([42])

Příklad 1: Jaká teplota bude v Karlových Varech (447 m n. m.) za předpokladu vertikálního teplotního gradientu 0,65 °C na 100 m při normálním teplotním zvrstvení atmosféry, když na vrcholu Klínovce (1 244 m n. m.) je teplota 10 °C? ([36])

Řešení: Ze zadání příkadu známe nadmořské výšky obou míst: $h_2 = 447$ m a $h_1 = 1\ 244$ m. Kromě toho víme, že $t_{(1244)} = 10$ °C. S využitím (13) zjistíme tentokrát teplotu vzduchu v Karlových Varech:

$$t_{(447)} = 10 - (447 - 1244) \cdot 0,0065,$$

$$t_{(447)} = 10 - (-5,1805),$$

$$t_{(447)} \doteq 15.$$

Odpověď: Je-li na Klínovci 10 °C, v Karlových Varech je přibližně 15 °C.

Tento příklad jsme mohli řešit i bez využití vzorce. Stačí si uvědomit vertikální teplotní gradient, který nám říká, že teplota vzduchu klesá přibližně o 0,65 °C na 100 výškových metrů. Protože máme k dispozici nadmořské výšky obou míst, odečteme je od sebe, čímž získáme rozdíl výšek ($\triangle h$):

$$\triangle h = h_1 - h_2,$$

$$\triangle h = 1244 - 447,$$

$$\triangle h = 797.$$

Protože se teplota mění o 0,65 °C na 100 m, pomocí trojčlenky vypočítáme, o kolik °C se změní teplota na 797 metrech.

100 m .... 0,65 °C

797 m .... x °C

Jedná se o přímou úměru, proto:

$$x = \frac{797 \cdot 0,65}{100},$$

$$x \doteq 5.$$

Teplota vzduchu se liší o 5 °C. Vzhledem k tomu, že na Klínovci bylo 10 °C, v Karlových Varech (v nižší nadmořské výšce) musí být tepleji právě o 5 °C. V Karlových Varech bude tedy 15 °C.

Příklad 2: Vypočítejte teplotu vzduchu na horní hranici troposféry nad rovníkem, je-li teplota vzduchu u střední hladiny moře (0 m n. m.) 25 °C.

Řešení: Z úvodu kapitoly víme, že výška troposféry nad rovníkem je 17 kilometrů ($h_2 = 17\,000$ m), střední hladina moře má nadmořskou výšku $h_1 = 0$ m a $t_{(0)} = 25$ °C. Dosadíme do rovnice (13) a vypočítáme neznámou hodnotu $t_{(17000)}$:

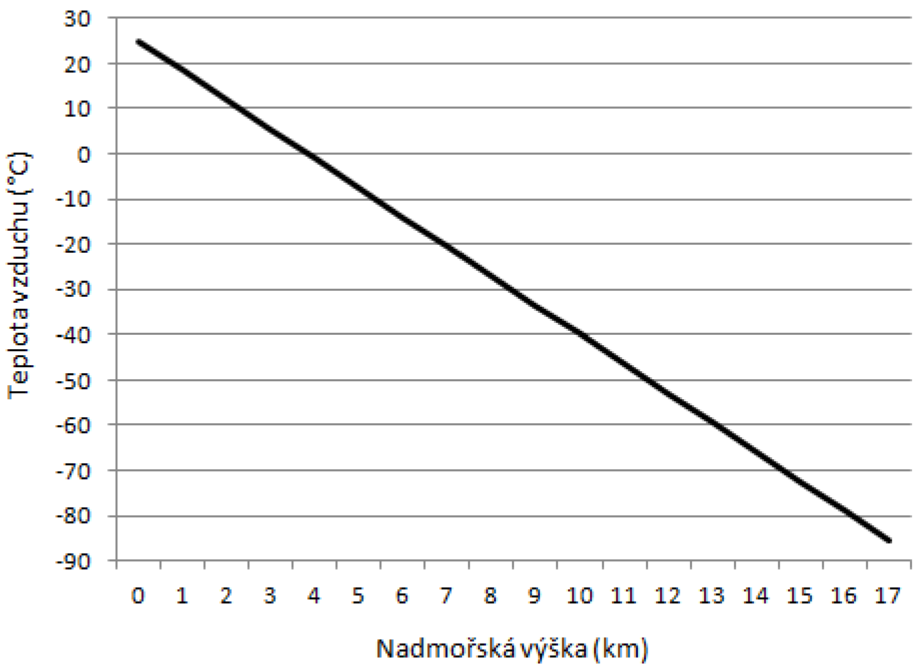
$$t_{(17000)} = 25 - (17000 - 0) \cdot 0,0065,$$

$$t_{(17000)} = 25 - 110,5,$$

$$t_{(17000)} = -85,5.$$

Odpověď: Ve výšce 17 kilometrů nad zemským povrchem bude teplota vzduchu přibližně - 86 °C.

Následující obrázek ukazuje grafické řešení příkladu. Z grafu je patrné, že změna teploty vzduchu s rostoucí nadmořskou výškou vykazuje lineární závislost.



Obrázek 13: Grafické znázornění Příkladu 2

Příklad 3: Nejvyšším místem Slovenska je Gerlachovský štít. Jedná se o vrchol, který se tyčí do výšky 2 655 m n. m. Naopak nejníže položené místo Slovenska (tok řeky Bodrog) se nachází na východě státu v nadmořské výšce 94 m n. m. Zjistěte, o kolik stupňů Celsia se liší teplota vzduchu nejvýše a nejníže položeného místa na Slovensku.

Řešení: Tentokrát nás nezajímá konkrétní teplota v daném místě, ale naším úkolem je zjistit, o kolik °C se liší teplota obou míst. Opět využijeme vzorec (13), do kterého dosadíme $h_2 = 2\ 655$ m a $h_1 = 94$ m. Dostaneme:

$$t_{(2655)} = t_{(94)} - (2655 - 94) \cdot 0{,}0065,$$

$$t_{(2655)} = t_{(94)} - 16{,}6.$$

Z poslední rovnice je patrné, že teplota vzduchu v nadmořské výšce 2 655 m n. m. bude nižší o 16,6 °C.

Odpověď: Teplota vzduchu mezi nejvyšším a nejnižším místem Slovenska se liší o necelých 17 °C.

Příklad 4: Turisté šli na výlet z výchozího místa, kde teploměr ukazoval 23 °C. Když došli na vrchol hory v nadmořské výšce 785 m, teplota vzduchu byla 20 °C. Vypočítejte, v jaké výšce nad mořem se nachází výchozí místo turistů.

Řešení: Ze zadání platí: $h_2 = 785$ m, $t_{(785)} = 20$ °C a $t_{(h_1)} = 23$ °C. Nyní chceme určit výchozí nadmořskou výšku $h_1 = ?$. K řešení užijeme vztah (13), do kterého dosadíme známé hodnoty:

$$20 = 23 - (785 - h_1) \cdot 0,0065.$$

Rovnici upravíme tak, že odečteme číslo 23, roznásobíme závorku a nakonec vyjádříme h_1:

$$-3 = -5,1 + 0,0065 \cdot h_1,$$

$$0,0065 \cdot h_1 = 2,1,$$

$$h_1 \doteq 323.$$

Odpověď: Turisté vycházeli z místa v nadmořské výšce 323 m n. m.

Příklady k procvičování

1) Jaký teplotní rozdíl budou vykazovat místa v nadmořské výšce 300 m n. m. a ve výšce 1 300 m n. m.?

2) Nejnižším místem České republiky je řeka Labe u Hřenska (115 m n. m.), zatímco Sněžka se tyčí do výšky 1 602 m n. m. O kolik stupňů Celsia se bude lišit teplota nejnižšího a nejvyššího místa ČR?

3) Než letadlo začalo přistávat, pohybovalo se ve výšce 5,5 kilometru. Přibližně jaký teplotní rozdíl překonalo toto letadlo, jestliže přistálo na Letišti Václava Havla v Praze (380 m n. m.)?

4) Určete teplotu v nadmořské výšce 4 km, pokud je teplota vzduchu při hladině moře 21 °C.

5) Horní hranice troposféry nad Severním pólem se nachází ve výšce 8 km nad povrchem Země. Zjistěte teplotu vzduchu na této hranici, má-li teplota vzduchu u hladiny moře 5 °C.

6) Na vrcholu Lysé hory (1 323 m n. m.) byla změřena teplota -4,3 °C. Jaká je teplota v údolí v nadmořské výšce 700 m n. m.? ([33])

7) Pokud se vydáme pěšky z Holubova (512 m n. m.) na rozhlednu Klet' (1 084 m n. m.), jaká teplota bude u rozhledny, je-li v Holubově 15 °C?

8) Cestovatelé během dovolené navštívili Sugarloaf Mountain v nadmořské výšce 396 m n. m. Jakou přibližnou teplotu vzduchu ukazoval teploměr na vrcholu, byla-li teplota vzduchu před nasednutím do visuté lanovky 31,5 °C? Výchozí stanice lanovky je umístěna pouhých 11 m n. m.

9) Turisté vychází z místa v nadmořské výšce 638 m n. m. na vrchol hory ve výšce 1 140 m n. m. Jaká bude na vrcholu teplota, jestliže ve výchozím bodě je 21 °C?

10) Žáci stojí na českobudějovickém náměstí (380 m n. m.) a pozorují letadlo, které se pohybuje ve výšce 7,5 km nad zemským povrchem. Jaká je teplota vzduchu v okolí letadla, je-li v Českých Budějovicích právě 29 °C?

11) Z Ještědu (1 012 m n. m.) s aktuální teplotou 19 °C pozorujeme letadlo. Na přístojové desce letadla vidí pilot v tu samou chvíli venkovní teplotu -13,5 °C. V jaké nadmořské výšce letí letadlo?

12) Když šel Petr po Rašínově nábřeží v Praze, kde bylo 30 °C, volal mu jeho kamarád Ondra. Ten byl s rodiči právě na Petříně (327 m n. m.), kde teploměr ukazoval 29 °C. Jaká je přibližně nadmořská výška Rašínova nábřeží?

13) Turisté se vydali na výlet. Jejich cesta začala na sušickém náměstí, kde se teplota pohybovala okolo 18 °C. Když došli na Svatobor (845 m n. m.), teploměr upevněný na okně zdejší chaty ukazoval 15,5 °C. V jaké nadmořské výšce se nachází sušické náměstí?

14) V nadmořské výšce 250 m n. m. je teplota 22 °C. Jak vysoko nad zemským povrchem bychom museli být, aby tam ve stejný okamžik byla poloviční teplota?

15) Teploměr umístěný v nadmořské výšce 1 500 m n. m. ukazuje 8,5 °C. V jaké nadmořské výšce je v tu samou chvíli dvakrát vyšší teplota?

Výsledky

1) 6,5 °C

2) o 9,7 °C

3) přibližně 33 °C

4) - 5 °C

5) - 47 °C

6) 0 °C

7) 11,3 °C

8) 29,6 °C

9) 17,7 °C

10) - 17,3 °C

11) asi ve výšce 6 km

12) 173 m n. m.

13) 460 m n. m.

14) 1 942 m n. m.

15) 192 m n. m.

3.3.3 Změna tlaku vzduchu s nadmořskou výškou

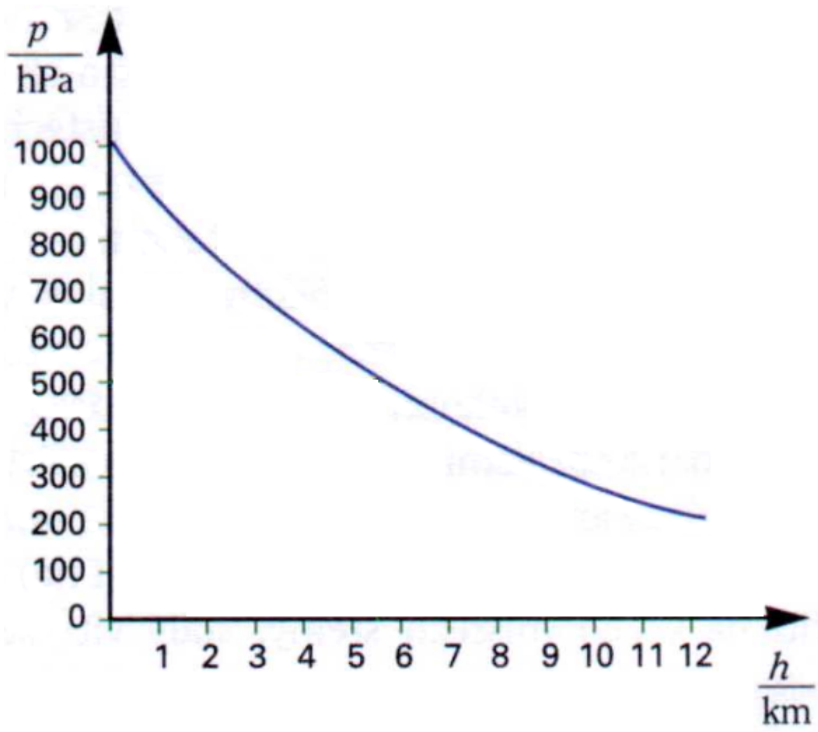
S rostoucí nadmořskou výškou neklesá jen teplota vzduchu, ale snižuje se také tlak vzduchu. Ten bývá definován jako síla vyvolaná hmotností vzduchového sloupce. Jak víme z kapitoly 3.3.2, vzduch je ve vyšších nadmořských výškách chladnější a platí, že čím je vzduch chladnější, tím je pokles tlaku pomalejší. ([9], s. 37)

Změnu tlaku vzduchu na nadmořské výšce lze vyjádřit vztahem:

$$p_{(h)} = p_0 \cdot 0,88^h, \tag{14}$$

kde $p_{(h)}$ (hPa) je tlak vzduchu v nadmořské výšce h (km), p_0 je tlak vzduchu v nulové nadmořské výšce a platí, že $p_0 \doteq 1\,013\,\text{hPa}$ ([12], s. 129).

Z Obrázku 14 je patrné, že se jedná o exponenciální závislost.



Obrázek 14: Závislost tlaku vzduchu na nadmořské výšce [30]

Bod varu vody

Var nastává, když se vyrovná tlak par kapaliny s tlakem okolního plynu ([44]). S rostoucí nadmořskou výškou klesá tlak vzduchu, a tím i bod varu. U hladiny moře je bod varu vody 100 °C, zatímco ve výšce 3 500 m nad mořem vře voda již při teplotě 90 °C. Proto se v této nadmořské výšce budou potraviny vařit pomaleji. Opačným případem je tlakový tzv. Papinův hrnec, ve kterém je vyšší tlak a v důsledku toho i vyšší bod varu, takže se suroviny uvaří rychleji.

Příklad 1: Jaký tlak vzduchu bude na Sněžce, nachází-li se její vrchol v nadmořské výšce 1 602 metrů nad mořem?

Řešení: Podle zadání chceme vypočítat tlak vzduchu ve výšce $h = 1\ 602$ m, přičemž z úvodu víme, že $p_0 = 1\ 013$ hPa. Než začneme příklad řešit, musíme převést zadanou nadmořskou výšku na kilometry ($h = 1\ 602$ m $= 1{,}602$ km). K řešení využijeme vztah (14), do kterého dosadíme a tlak vzduchu vypočítáme:

$$p_{(1{,}602)} = 1013 \cdot 0{,}88^{1{,}602},$$

$$p_{(1{,}602)} \doteq 825.$$

Odpověď: Na Sněžce bude tlak vzduchu přibližně 825 hPa.

Příklad 2: Horolezci se snažili vylézt na nejvyšší horu Evropy - Mont Blanc (4 810 m). Protože byla mlha, v určení nadmořské výšky se mohli spolehnout jen na barometr, který ukazoval 600 hPa. Kolik výškových metrů zbývalo horolezcům k dosažení cíle?

Řešení: V první řadě potřebujeme zjistit, v jaké nadmořské výšce se horolezci nacházeli v okamžiku, kdy barometr ukazoval tlak vzduchu $p_{(h)} = 600$ hPa. Opět dosadíme do vztahu (14) a rovnici upravíme:

$$600 = 1013 \cdot 0{,}88^h,$$

$$\frac{600}{1013} = 0{,}88^h.$$

Jedná se o exponenciální rovnici, proto obě strany zlogaritmujeme, aplikujeme větu o logaritmu mocniny (logaritmus mocniny je roven součinu exponentu a logaritmu základu dané mocniny) a nadmořskou výšku h vypočítáme:

$$\ln\left(\frac{600}{1013}\right) = \ln\left(0{,}88\right)^h,$$

$$\ln\left(\frac{600}{1013}\right) = h \cdot \ln\left(0{,}88\right),$$

$$h = \frac{\ln\left(\frac{600}{1013}\right)}{\ln\left(0{,}88\right)},$$

$$h \doteq 4{,}097.$$

Horolezci se nacházeli v nadmořské výšce 4,097 km (4 097 m). Abychom zjistili, kolik metrů musí ještě zdolat, odečteme tuto výšku od nadmořské výšky vrcholu:

$$4810 - 4097 = 713.$$

Odpověď: Ke zdolání vrcholu zbývalo horolezcům vylézt ještě 713 výškových metrů.

Příklad 3: Jestliže klesne tlak vzduchu na 40 % hodnoty tlaku na hladině moře, nemá již člověk dostatečný příjem kyslíku z atmosféry. Určete přibližně tuto kritickou nadmořskou výšku. ([12], s. 144)

Řešení: Naším úkolem je vypočítat nadmořskou výšku $h = ?$, když známe hodnotu tlaku vzduchu vyjádřenou v závislosti na tlaku u hladiny moře ($p_{(h)} = 0,4 \cdot p_0$). Této znalosti spolu se vztahem (14) využijeme:

$$0,4 \cdot p_0 = p_0 \cdot 0,88^h.$$

Obě strany rovnice vydělíme hodnotou p_0, rovnici zlogaritmujeme a dopočítáme hledanou výšku h:

$$0,4 = 0,88^h,$$

$$\ln(0,4) = \ln(0,88)^h,$$

$$\ln(0,4) = h \cdot \ln(0,88),$$

$$h = \frac{\ln(0,4)}{\ln(0,88)},$$

$$h \doteq 7,168.$$

Odpověď: Kritická hranice dostatečného příjmu kyslíku z atmosféry se nachází ve výšce přibližně 7 168 metrů nad mořem.

Příklad 4: Turisté nechali auto na parkovišti v Prášilech (890 m n. m.) a vydali se pěšky na Poledník (1 315 m n. m.). O kolik hPa byl tlak vzduchu nižší u rozhledny na Poledníku než na parkovišti v Prášilech?

Řešení: Nyní nás zajímá rozdíl tlaků vzduchu (Δp) v nadmořské výšce $h_1 = 890\,\mathrm{m}$ (0,89 km) a $h_2 = 1\,315$ m (1,315 km). Proto nejprve vypočítáme jednotlivé hodnoty tlaku vzduchu $p_{(0,89)}$ a $p_{(1,315)}$ a následně tyto hodnoty od sebe odečteme. S využitím (14) začneme počítat tlak vzduchu $p_{(0,89)}$:

$$p_{(0,89)} = 1013 \cdot 0,88^{0,89},$$

$$p_{(0,89)} \doteq 904.$$

Tlak vzduchu na parkovišti v Prášilech bude přibližně 904 hPa. Podobným způsobem dopočítáme tlak vzduchu v nadmořské výšce 1 315 m n. m.:

$$p_{(1,315)} = 1013 \cdot 0,88^{1,315},$$

$$p_{(1,315)} \doteq 856.$$

Na Poledníku bude tlak vzduchu asi 856 hPa. Již známe obě hodnoty tlaku, takže je stačí od sebe odečíst, a tím dostaneme hledaný rozdíl $\triangle p$:

$$\triangle p = p_{(0,89)} - p_{(1,315)},$$

$$\triangle p = 904 - 856,$$

$$\triangle p = 48.$$

Odpověď: Tlak vzduchu bude na Poledníku o 48 hPa nižší než na parkovišti v Prášilech.

Příklady k procvičování

1) Vypočítejte tlak vzduchu v nadmořské výšce 420 m n. m.

2) Nejvyšší horou Šumavy je Großer Arber. Jaký tlak vzduchu bude na vrcholu, nachází-li se ve výšce 1 456 metrů nad mořem?

3) V následující tabulce jsou uvedeny nejvyšší vrcholy světadílů a jejich nadmořské výšky. Určete, jaký tlak vzduchu bude na každém vrcholu.

Vrchol	Nadmořská výška (m)	Tlak (hPa)
Mont Everest	8 850	
Aconcagua	6 962	
Denali	6 194	
Kilimandžáro	5 895	
Vinson Massif	4 892	
Mont Blanc	4 810	
Mount Kosciuszko	2 228	

Tabulka 3: Nejvyšší vrcholy světadílů [5]

4) Na jaký tlak vzduchu musí být připraveni turisté, kteří vyjedou lanovkou na nejvyšší vrchol Krušných hor? Klínovec se nachází v nadmořské výšce 1 244 m n. m.

5) Vypočítejte tlak vzduchu na horní hranici troposféry ve výšce 17 km.

6) Jaký je rozdíl tlaku vzduchu mezi nejnižším a nejvyšším místem České republiky? Nejvyšším místem je Sněžka (1 602 m n. m.), za nejnižší místo je považován tok řeky Labe u Hřenska (115 m n. m.).

7) Nejvyšší horou Moravy je Praděd (1 491 m n. m.) nacházející se v Hrubém Jeseníku. Zjistěte, o kolik hPa bude na vrcholu Pradědu vyšší tlak vzduchu než na vrcholu nejvyšší hory Čech - Sněžce (1 602 m n. m.).

8) Turisté se vydali na pěší túru, kterou začali na náměstí v Rejštejně (570 m n. m.). Jejich cílem bylo navštívit hrad Kašperk ležící 875 m n. m. O jakou hodnotu klesl tlak vzduchu během výstupu k hradu?

9) Zjistěte, v jaké nadmořské výšce je tlak vzduchu roven 790 hPa.

10) Přibližně kolik kilometrů nad zemským povrchem se pohybovalo letadlo, když barometr ukazoval tlak vzduchu 342 hPa?

11) V jaké výšce nad Zemí je tlak vzduchu roven polovině tlaku u hladiny moře?

12) Určete nadmořskou výšku, ve které je tlak vzduchu o 30 % nižší než tlak vzduchu u hladiny moře.

13) Na vrcholu hory Čerchov byl naměřen tlak vzduchu 88 667 Pa. V jaké nadmořské výšce se Čerchov nachází?

14) Nejvyšší vrchol Českého středohoří má tlak vzduchu 91 021 Pa. Vypočítejte jeho nadmořskou výšku a zjistěte, o kterou horu se jedná.

15) U vchodu na rozhlednu ukazoval barometr tlak vzduchu 980 hPa a na vrcholu rozhledny 977 hPa. Jak vysoká je rozhledna? Kolik schodů vede na vrchol rozhledny, má-li každý schod výšku 25 cm?

Výsledky

1) 960 hPa

2) 841 hPa

3) 327; 416; 459; 477; 542; 548; 762 hPa

4) 864 hPa

5) 115 hPa

6) 173 hPa

7) o 12 hPa

8) o 36 hPa

9) 1 945 m n. m.

10) 8,5 km

11) 5 422 m n. m.

12) 2 790 m n. m.

13) 1 042 m n. m.

14) 837 m n. m.; Milešovka

15) 24 metrů; 96 schodů

3.4 SOCIÁLNÍ GEOGRAFIE

Sociální (též socioekonomická, či humánní) geografie je dílčí disciplína geografie, která se zabývá primárně lidskou společností a její hospodářskou činností. Mezi jednotlivé složky sociální geografie patří obyvatelstvo, sídla, zemědělství, průmysl, doprava, služby a cestovní ruch. Stěžejní je však obyvatelstvo, neboť je zároveň tvůrcem i spotřebitelem všech vytvořených hodnot.

I proto se budeme na následujících stránkách zabývat obyvatelstvem. Hustota zalidnění je jedním z ukazatelů, který charakterizuje rozmístění obyvatel na Zemi. V souvislosti s rozmístěním lidí na naší planetě se často setkáváme s informací, že světová populace neustále roste, proto si také ukážeme, jak vypočítat přirozený přírůstek i přírůstek počtu obyvatel.

Konkrétní data týkající se obyvatelstva, která jsou uváděna v příkladech této kapitoly, byla převzata z těchto zdrojů: [18], [40], [45], [46], [28].

3.4.1 Hustota zalidnění

Lidé jsou na Zemi rozmístěni značně nerovnoměrně. To je dáno přírodními faktory (vzdáleností od pobřeží, nadmořskou výškou, podnebím, úrodností půd, nerostným bohatstvím, ...), ale také socioekonomickými vlivy (těžbou nerostných surovin, vyspělostí průmyslu, dostupností služeb, dopravní a rekreační funkcí a v neposlední řadě urbanizací - stěhováním obyvatel z venkova do měst). ([1], s. 68)

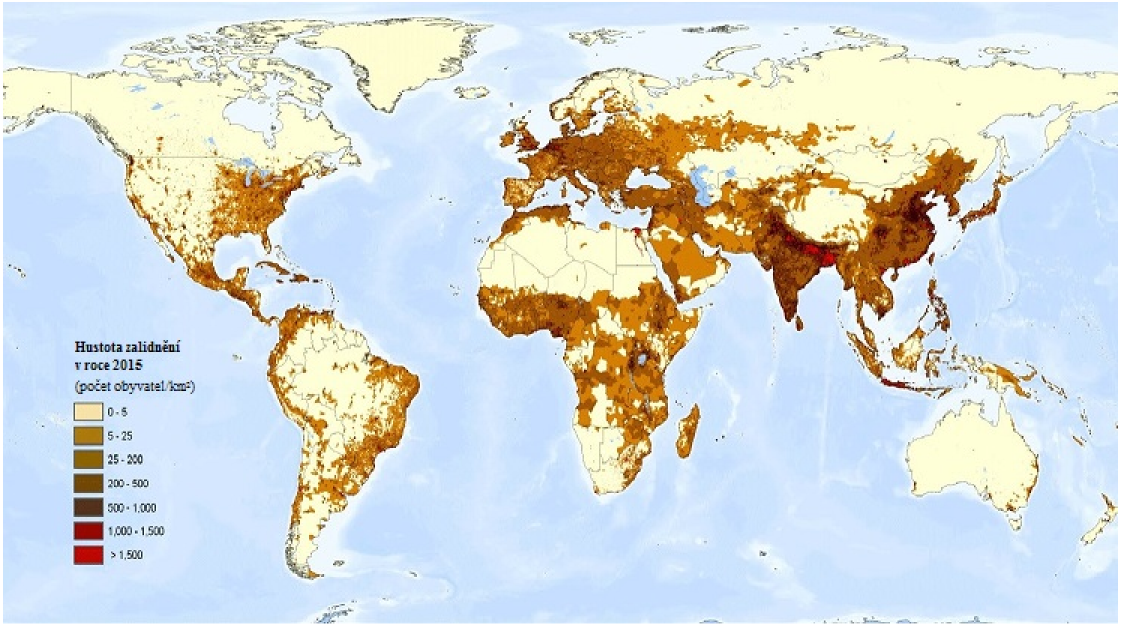
Často používaným ukazatelem, který charakterizuje rozmístění obyvatelstva, je **hustota zalidnění**. Jedná se o poměr počtu obyvatel k rozloze obývaného území. Hustota zalidnění je proto definovaná vztahem:

$$h = \frac{S}{P}, \tag{15}$$

kde h je hustota zalidnění zkoumaného území, S je počet obyvatel a P je rozloha daného území (v km^2). Ze vztahu (15) plyne, že hustota zalidnění je udávána v počtu obyvatel na čtvereční kilometr (obyv./km^2). ([10], s. 99)

Při výpočtech hustoty zalidnění bychom však měli myslet vždy na to, že se jedná o ukazatel, který udává průměrnou hodnotu za celé sledované území a neříká nám nic o vnitřních rozdílech (pokud budeme počítat hustotu zalidnění nějakého státu, mohou se velice lišit hustoty zalidnění jednotlivých částí - např. v Rusku nalezneme oblasti velmi hustě zalidněné, ale zároveň téměř liduprázdná území Sibiře).

Městský stát
Mezi státy s nejvyšší hustotou zalidnění patří tzv. městské státy, neboť jsou tvořeny pouze jedním městem (např. Monako, Vatikán, Singapur). Tyto státy mají vysokou hustotu zalidnění, protože zde žije velké množství obyvatel, ale na malém území .



Obrázek 15: Mapa hustoty zalidnění světa v roce 2015 ([35])

Z přiložené mapy je patrné, že mezi nejhustěji zalidněné oblasti světa patří jižní a východní Asie (Indie, Bangladéš, Čína, Japonsko, indonéský ostrov Jáva), vyspělé státy západní Evropy (Velká Británie, Německo, státy Beneluxu), v Americe severovýchod USA a jihovýchod Kanady, v Africe pobřeží Guinejského zálivu a oblast dolního toku Nilu. Naopak nejméně zalidněná území najdeme ve vyšších zeměpisných šířkách (Kanada, Grónsko, sever Skandinávie, Sibiř), v oblasti pouští (Sahara, Gobi, Atacama, Namib a velká část Austrálie) či na území Amazonského pralesa.

Příklad 1: V roce 2017 měla Česká republika 10 597 000 obyvatel. Vypočítejte hustotu zalidnění, je-li rozloha naší země 78 866 km^2.

Řešení: Ze zadání známe S = 10 597 000 obyvatel a P = 78 866 km^2. Chceme vypočítat hustotu zalidnění $h = ?$. Dosadíme do vztahu (15) a hodnotu dopočítáme:

$$h = \frac{10597000}{78866},$$

$$h \doteq 134.$$

Odpověď: V roce 2017 byla hustota zalidnění České republiky přibližně 134 obyv./km^2.

Příklad 2: V Austrálii žije přibližně 23,07 mil. obyvatel a hustota zalidnění je zde jedna z nejnižších na světě - pouze 3 obyv./km^2. Jaká je rozloha Austrálie?

Řešení: Počet obyvatel je zadán v milionech, proto ho nejprve vyjádříme v jednotkách obyvatel. Proto S = 23,07 mil. = 23 070 000 obyvatel a h = 3 obyv./km^2. Opět dosadíme do vzorce (15) a poté vyjádříme neznámou P:

$$3 = \frac{23070000}{P},$$

$$P = \frac{23070000}{3},$$

$$P = 7690000.$$

Odpověď: Rozloha Austrálie činí 7 690 000 km^2.

Příklad 3: Uzbekistán má rozlohu 447 400 km^2 a hustota zalidnění činí 67 obyv./km^2. Švédsko zaujímá rozlohu 449 964 km^2 s hustotou zalidnění jen 22 obyv./km^2. Kolikrát je populace v Uzbekistánu větší než počet obyvatel ve Švédsku?

Řešení: Příklad si rozdělíme na dvě části. Nejprve zjistíme počet obyvatel v každém z obou států a následně určíme, kolikrát více obyvatel žije v Uzbekistánu.
Pro přehlednost budeme značit hodnoty vztahující se k Uzbekistánu indexem $_U$ a hodnoty pro Švédsko dolním indexem $_Š$. Pak podle zadání platí: $P_U = 447\,400\,\text{km}^2$, h_U = 67 obyv./km^2 a $P_Š$ = 449 964 km^2, $h_Š$ = 22 obyv./km^2. Dosazením do vztahu (15) a vyjádřením neznámé S_U, resp. $S_Š$ získáme postupně počty obyvatel obou států. Pro Uzbekistán platí:

$$67 = \frac{S_U}{447400},$$

$$S_U = 67 \cdot 447400,$$

$$S_U = 29975800.$$

Již víme, že v Uzbekistánu je 29 975 800 obyvatel. Analogicky spočítáme počet obyvatel ve Švédsku:

$$22 = \frac{S_Š}{449964},$$

$$S_Š = 22 \cdot 449964,$$

$$S_Š = 9899208.$$

Ve Švédsku žije 9 899 208 obyvatel.

Abychom nyní určili, kolikrát více obyvatel žije v Uzbekistánu než ve Švédsku, vydělíme hodnotu uzbecké populace hodnotou populace švédské:

$$\frac{S_U}{S_{\check{S}}} = \frac{29975800}{9899208},$$

$$\frac{S_U}{S_{\check{S}}} \doteq 3,$$

$$S_U \doteq 3 \cdot S_{\check{S}}.$$

Odpověď: Přestože mají Uzbekistán a Švédsko téměř stejnou rozlohu, v Uzbekistánu žije třikrát více obyvatel než ve Švédsku.

Příklad 4: V roce 1908 připojilo Rakousko - Uhersko ke svému území Bosnu a Hercegovinu. Tím došlo ke zvýšení rozlohy monarchie na 676 615 km^2 a zvýšení počtu obyvatel o 2 miliony. Vypočítejte, o kolik procent se změnila hustota zalidnění v rakousko-uherské monarchii, byla-li její rozloha před připojením 622 320 km^2 a počet obyvatel 49 milionů.

Řešení: Příklad si rozdělíme do několika fází. Nejprve vypočítáme hustoty zalidnění před a po připojení území k monarchii a poté určíme, o kolik procent se hustota zalidnění změnila.
Původní hustotu zalidnění Rakouska-Uherska (h_P) získáme dosazením do vztahu (15):

$$h_P = \frac{49000000}{622320},$$

$$h_P \doteq 79.$$

Obdobným způsobem nyní zjistíme novou hustotu zalidnění h_N (po připojení Bosny a Hercegoviny). Počet obyvatel byl 51 milionů (původních 49 + 2 miliony nově). Dostáváme:

$$h_N = \frac{51000000}{676615},$$

$$h_N \doteq 75.$$

Již víme, že hustota zalidnění před připojením byla 79 obyv./km^2 a po připojení 75 obyv./km^2. Změnu hustoty označme Δh. Protože se hustota zalidnění zmenšila, zjistíme změnu rozdílem původní a nové hustoty zalidnění:

$$\Delta h = h_P - h_N,$$

$$\Delta h = 79 - 75,$$

$$\Delta h = 4.$$

Hustota zalidnění se po připojení Bosny a Hercegoviny snížila o 4 obyv./km^2. Víme, že původní hustota zalidnění byla 79 obyv./km^2, tedy 100 %. Naším úkolem je zjistit, kolika procentům (x %) odpovídá hodnota 4 obyv./km^2. Výsledek můžeme vypočítat např. přes 1 % nebo trojčlenkou. Využijeme trojčlenku:

$$\begin{array}{rcl} 79 \text{ obyv./km}^2 & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & 100\ \% \\ 4 \text{ obyv./km}^2 & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & x\ \% \end{array}$$

Protože se jedná o přímou úměru:

$$x = \frac{4 \cdot 100}{79},$$

$$x \doteq 5.$$

Odpověď: Hustota zalidnění se připojením Bosny a Hercegoviny k Rakousku-Uhersku snížila přibližně o 5 %.

Příklady k procvičování

1) Francie má rozlohu 547 030 km^2 a její populace dosahuje 65 milionů obyvatel. Jaká je hustota zalidnění Francie?

2) V současnosti je nejlidnatějším státem světa Čína s 1,413 mld. obyvatel. Vypočítejte hustotu zalidnění Číny, má-li rozlohu 9 596 960 km^2.

3) Nejmenším státem světa je Vatikán (0,44 km^2) s zhruba osmi sty obyvateli. Jaká je hustota zalidnění tohoto městského státu?

4) Území Bangladéše o rozloze 144 000 km^2 obývá 166 milionů obyvatel. Uvádí se, že Bangladéš je jedním z velmi hustě zalidněných států. Vypočítejte hustotu zalidnění, a tím ověřte pravdivost tvrzení.

5) V Egyptě žije 97,5 mil. obyvatel na rozloze 1 001 450 km^2. Kanada je rozlohou 2. největší stát světa (9 984 670 km^2), který obývá 36,6 mil. obyvatel. Který ze zmiňovaných států má nižší hustotu zalidnění?

6) Indonésie se rozkládá na ostrovech o rozloze 1 904 443 km^2 a žije zde 264 milionů obyvatel. Madagaskar (587 041 km^2) je také ostrovní stát, jehož populace čítá 25 571 000 lidí. Je hustěji zalidněný Madagaskar nebo Indonésie?

7) V roce 2017 žilo na Zemi 7,5 miliardy obyvatel, zatímco v roce 1950 to bylo pouhých 2,5 miliardy lidí. Kolikrát se zvětšila hustota zalidnění na zemské souši (149 mil. km^2)?

8) V následující tabulce jsou uvedeny státy V4 (Visegrádské čtyřky), jejich rozloha a počet obyvatel v roce 2017 zaokrouhlený na tisíce. Vypočítejte hustotu zalidnění jednotlivých států i Visegrádské čtyřky jako celku a tabulku doplňte.

Stát	Počet obyvatel	Rozloha (km^2)	Hustota zalidnění (obyv./km^2)
Slovensko	5 442 000	49 035	
Česká republika	10 597 000	78 866	
Maďarsko	9 713 000	93 030	
Polsko	38 151 000	312 685	
V4 celkem			

Tabulka 4: Rozloha a počet obyvatel Visegrádské čtyřky v roce 2017

9) Ve Středočeském kraji (10 927 km^2) žije 1 339 000 obyvatel, zatímco v Jihočeském kraji (10 056 km^2) jen 639 000 obyvatel. Kolikrát hustěji zalidněný je Středočeský kraj vzhledem k Jihočeskému kraji?

10) Evropu obývá přibližně 743,14 mil. obyvatel a hustota zalidnění se pohybuje okolo 73 obyv./km^2. Na jaké ploše se Evropa rozkládá?

11) Sousední stát Slovensko má v porovnání s ČR zhruba poloviční počet obyvatel (5 443 000). Vypočítejte rozlohu Slovenska, jestliže hustota zalidnění je 111 obyv./km^2.

12) Hustota zalidnění Itálie (301 337 km^2) je 200 obyv./km^2. Kolik milionů lidí žije v Itálii?

13) Zlínský kraj zaujímá přibližně dvacetinu rozlohy České republiky. Kolik tisíc obyvatel má Zlínský kraj, je-li hustota zalidnění kraje 148 obyv./km^2

14) V okrese České Budějovice (1 638 km^2) žije 192 000 obyvatel. Sousední okres Český Krumlov zaujímá rozlohu 1 615 km^2, ale žije zde pouze 61 tisíc obyvatel. O kolik procent se liší hustota zalidnění obou okresů?

15) Austrálie je s rozlohou 7 690 000 km^2 nejmenší světadíl světa a v současnosti má 23 milionů obyvatel. V roce 2050 by zde podle prognóz mělo žít 42 milionů lidí. O kolik procent vzroste hustota zalidnění, pokud se naplní prognostický model?

Výsledky

1) 119 obyv./km^2

2) 147 obyv./km^2

3) 1818 obyv./km^2

4) 1153 obyv./km^2

5) Kanada

6) Indonésie

7) přibližně třikrát

8)

Stát	Počet obyvatel	Rozloha (km^2)	Hustota zalidnění
Slovensko	5 442 000	49 035	111 obyv./km^2
Česká republika	10 597 000	78 866	134 obyv./km^2
Maďarsko	9 713 000	93 030	104 obyv./km^2
Polsko	38 151 000	312 685	122 obyv./km^2
V4 celkem	63 903 000	533 616	120 obyv./km^2

9) přibližně dvakrát

10) 10 180 000 km^2

11) 49 036 km^2

12) 60 milionů

13) necelých 584 tisíc

14) o 67,5 %

15) přibližně o 83 %

3.4.2 Přirozený a mechanický pohyb obyvatelstva

Počet obyvatel v jednotlivých částech světa je dán pohybem obyvatel. Rozlišujeme dva základní pohyby, a to přirozený a mechanický. Přirozený pohyb obyvatel se mění v závislosti na počtu narozených a zemřelých, zatímco mechanický pohyb je dán stěhováním (migrací) lidí.

Porodnost (**natalita**) udává počet narozených dětí za určitý časový úsek (nejčastěji 1 rok) v přepočtu na 1 000 obyvatel daného území. Naopak úmrtnost (**mortalita**) ukazuje počet zemřelých dané oblasti opět na 1 000 obyvatel. ([10], s. 97)

Významným ukazatelem je **přirozený přírůstek** obyvatel, který udává rozdíl mezi porodností a úmrtností:

$$P_P = N - M, \tag{16}$$

kde P_P je přirozený přírůstek, N je počet narozených a M je počet zemřelých.

Pokud je porodnost vyšší než úmrtnost, mluvíme o přirozeném přírůstku obyvatel, pakliže převažuje úmrtnost nad porodností, jedná se o přirozený úbytek.

Někdy se místo přirozeného přírůstku uvádí relativní ukazatel - **hrubá míra přirozeného přírůstku**:

$$hmpp = \frac{N - M}{\overline{S}} \cdot 1000, \tag{17}$$

kde $hmpp$ je hrubá míra přirozeného přírůstku (v ‰), N je počet narozených, M je počet zemřelých a $\overline{S}$ je střední stav obyvatelstva (počet obyvatel k 1. červenci daného roku).

Nerovnoměrnost zalidnění světa není dána jen přirozeným přírůstkem (resp. úbytkem), ale velkou roli zde sehrává i migrace. Jedná se o mechanický pohyb obyvatelstva mezi dvěma územními jednotkami. Z hlediska směru migrace rozlišujeme emigraci (vystěhování) a imigraci (přistěhování). Nejčastějším ukazatelem migrace je tzv. **migrační saldo**:

$$M = I - E, \tag{18}$$

kde M je migrační saldo, I je počet imigrantů a E je počet emigrantů. ([9], s. 59)

Jak bylo výše nastíněno, počet obyvatel v daném místě ovlivňuje jak přirozený, tak mechanický pohyb. **Celkový přírůstek** obyvatelstva je proto dán vztahem:

$$C_P = N - M + I - E, \tag{19}$$

kde C_P je celkový přírůstek (úbytek) obyvatel, N je počet narozených, M je počet zemřelých, I je počet imigrantů a E je počet emigrantů.

Příklad 1: V roce 2009 žilo v České republice 10 492 000 obyvatel. Vypočítejte přirozený přírůstek a hrubou míru přirozeného přírůstku, jestliže se narodilo 118 560 dětí a zemřelo 107 018 osob. ([41])

Řešení: Ze zadání máme k dispozici $\overline{S} = 10\ 492\ 000$, $N = 118\ 560$ a $M = 107\ 018$. Naším úkolem je vypočítat přirozený přírůstek $P_P = ?$ a hrubou míru přirozeného přírůstku $hmpp = ?$. Jako první vypočítáme přirozený přírůstek dosazením do vztahu (16):

$$P_P = 118560 - 107018,$$

$$P_P = 11542.$$

Již víme, že v roce 2009 byl přirozený přírůstek 11 542 osob a zbývá zjistit hrubou míru přirozeného přírůstku. Proto využijeme vzorec (17):

$$hmpp = \frac{118560 - 107018}{10492000} \cdot 1000,$$

$$hmpp = 1,1.$$

Odpověď: V roce 2009 byl v České republice přirozený přírůstek 11 542 osob a hrubá míra přirozeného přírůstku 1,1 ‰.

Příklad 2: Kolik obyvatel v Rusku zemřelo v roce 2014, jestliže ruská populace čítala 143,32 milionu obyvatel, narodilo se 1 458 000 dětí a hrubá míra přirozeného přírůstku vykazovala úbytek 5,9 ‰?

Řešení: Tentokrát máme vypočítat počet zemřelých $M = ?$ v Ruské federaci, přičemž známe $N = 1\,458\,000$, $\overline{S} = 143\ 320\ 000$ a $hmpp$ = -5,9 ‰ (znaménko mínus naznačuje úbytek počtu obyvatel podle zadání). K řešení použijeme vzorec (17), do kterého dosadíme známé hodnoty a následně vyjádříme neznámou hodnotu M:

$$-5,9 = \frac{1458000 - M}{143320000} \cdot 1000,$$

$$-845588000 = (1458000 - M) \cdot 1000,$$

$$-845588 = 1458000 - M,$$

$$M = 2303588.$$

Odpověď: V Rusku zemřelo v daném roce 2 303 588 lidí.

Příklad 3: Vypočítejte migrační saldo Plzeňského kraje v roce 2005, jestliže se z tohoto kraje v průběhu roku vystěhovalo 608 osob a přistěhovalo se čtyřikrát více lidí.

Řešení: Nyní chceme určit migrační saldo $M = ?$, když $E = 608$ a $I = 4 \cdot E = 4 \cdot 608 = 2\ 432$. K řešení využijeme vztah (18), do kterého dosadíme:

$$M = 2432 - 608,$$

$$M = 1824.$$

Odpověď: Migrační saldo Plzeňského kraje v roce 2005 bylo 1 824 osob.

Příklad 4: Ve městě, kde žije 0,3 mil. obyvatel, se v průběhu roku narodilo 4 200 dětí, zemřelo celkem 5 500 osob, vystěhovalo se 7 tisíc osob a celkový přírůstek obyvatelstva byl 200 osob. Kolik lidí se do města během roku přistěhovalo?

Řešení: Opět vyjdeme ze zadání: $\overline{S} = 300\ 000$, $N = 4\ 200$, $M = 5\ 500$, $E = 7\ 000$ a $C_P = 200$. Naším úkolem je zjistit počet imigrantů ($I = ?$). Použijeme vztah pro výpočet celkového přírůstku obyvatel (19):

$$C_P = N - M + I - E,$$

$$200 = 4200 - 5500 + I - 7000.$$

Vyjádříme neznámou hodnotu I a příklad dopočítáme:

$$I = -4200 + 5500 + 7000 + 200,$$

$$I = 8500.$$

Odpověď: Do města se během roku přistěhovalo 8 500 osob.

Příklady k procvičování

1) V roce 2017 se v Argentině narodilo 740 000 novorozenců a zemřelo 332 000 lidí. Vypočítejte přirozený přírůstek v tomto roce.

2) Na přelomu milénia se v České republice narodilo 91 tisíc dětí a zemřelo 109 000 osob. Jaký byl tenkrát přirozený přírůstek?

3) Vypočítejte přirozený přírůstek v Egyptě, jestliže tam v roce 2015 zemřelo 441 tisíc lidí a v porovnání se zemřelými se narodilo 6,5krát více dětí.

4) V roce 2016 zemřelo v Libereckém kraji 4 385 osob a narodilo se o 13 % více dětí než zemřelo lidí. Jaký byl přirozený přírůstek Libereckého kraje v daném roce?

5) Kolik dětí se narodilo v Německu v roce 2015, jestliže zemřelo 923 tisíc lidí a přirozený úbytek byl 238 000?

6) V Jihočeském kraji se v roce 2017 narodilo 6 747 dětí a přirozený přírůstek byl 304 osob. Kolik lidí v Jižních Čechách v roce 2017 zemřelo?

7) V Nigérii žije přibližně 190 milionů obyvatel. Vypočítejte hrubou míru přirozeného přírůstku, jestliže se v roce 2017 narodilo 7 milionů dětí a zemřelo 2 364 000 obyvatel.

8) Africký stát Burundi patří mezi státy s nejvyšším přirozeným přírůstkem na světě. V roce 2015 dosahovala místní populace 11 milionů obyvatel, narodilo se 451 000 dětí a zemřelo 100 tisíc lidí. Vypočítejte hrubou míru přirozeného přírůstku.

9) Během roku 2017 se v Norsku narodilo 66 tisíc dětí a zemřelo o třetinu méně lidí. Jaká byla hrubá míra přirozeného přírůstku, jestliže tato severská populace čítala v roce 2017 asi 5,32 milionu obyvatel?

10) V Republice Jižní Africe se v roce 1995 narodil milion dětí a zemřelo zde 359 000 osob. Během dvaceti let se jihoafrická populace zvýšila z původních 42 milionů na téměř 55 milionů obyvatel. Vypočítejte, o kolik promilí se změnila hrubá míra přirozeného přírůstku, narodilo-li se zde v roce 2015 1,1 milionu dětí a zemřelo 532 000 obyvatel.

11) Do okresu Jablonec nad Nisou se v roce 2016 přistěhovalo 1 379 osob a v témže roce se z okresu vystěhovalo 1 292 lidí. Vypočítejte migrační saldo tohoto okresu.

12) Vypočítejte migrační saldo Velké Británie, přistěhovalo-li se 6 955 000 osob a zároveň se v témže roce vystěhovalo 4,66 milionu lidí.

13) V ORP Sušice se v roce 2016 narodilo 236 dětí, zemřelo 305 osob, přistěhovalo se 385 lidí a vystěhovalo 384 lidí. Jaký byl celkový přirozený přírůstek v ORP?

14) Na začátku roku žilo ve městě 82 000 obyvatel. Během roku se narodilo 2 350 dětí, zemřelo 1 980 osob, přistěhovaly se 3 tisíce nových obyvatel a odstěhovalo se 930 původních lidí. Vypočítejte počet obyvatel na konci roku.

15) Seřaďte sestupně vybrané okresy České republiky podle:
a) hrubé míry přirozeného přírůstku,
b) migračního salda,
c) celkového přírůstku obyvatel.

Okres	Počet obyvatel	Narození	Zemřelí	Přistěhovalí	Vystěhovalí
Beroun	90 701	1 013	886	2 197	1 263
Chrudim	104 035	1 093	1 110	1 347	1 240
Prostějov	108 677	1 113	1 265	1 301	1 187
Strakonice	70 718	720	760	1 013	959
Vsetín	143 601	1 441	1 422	965	1 286

Tabulka 5: Demografické údaje vybraných okresů ČR v roce 2016

Výsledky

1) 408 000 osob

2) úbytek 18 000 osob

3) 2 425 500 osob

4) 570 osob

5) 685 000 dětí

6) 6 443 osob

7) 24,4 ‰

8) 31,9 ‰

9) 4,1 ‰

10) snížila o 5 ‰

11) 87 osob

12) 2 295 000 osob

13) úbytek 68 osob

14) 84 440 obyvatel

15) a) Beroun, Vsetín, Chrudim, Strakonice, Prostějov

15) b) Beroun, Prostějov, Chrudim, Strakonice, Vsetín

15) c) Beroun, Chrudim, Strakonice, Prostějov, Vsetín

3.4.3 Přírůstek počtu obyvatel

V lidské historii se událo několik významných okamžiků, díky kterým došlo k růstu obyvatel. Za zlomové momenty můžeme považovat například neolitickou revoluci na konci pravěku nebo významnou průmyslovou revoluci, jejíž počátky sahají do 19. století. ([9], s. 58)

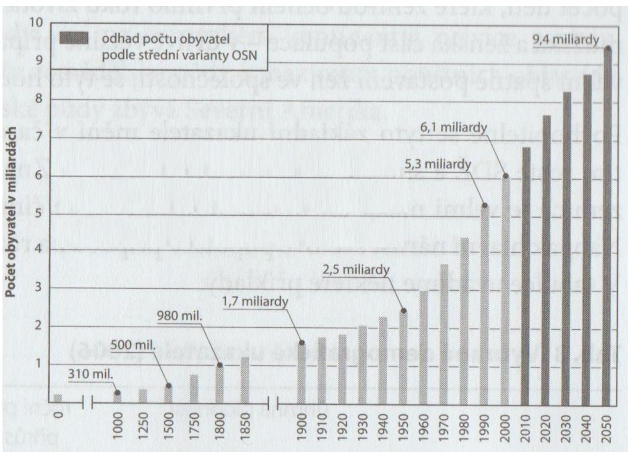
Stále aktuálnější je v dnešním světě otázka vývoje počtu obyvatel. Téměř denně se setkáváme v médiích s informacemi, že v některé části světa počet obyvatel klesá, jinde naopak rychle roste. Přírůstek počtu obyvatel je dán exponenciální závislostí:

$$N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{r \cdot n}, \tag{20}$$

kde N je počet obyvatel na konci uvažovaného období, N_0 je původní počet obyvatel, e je základ přirozeného logaritmu, r charakterizuje roční míru růstu populace (pro $r > 0$ populace roste, pro $r < 0$ populace klesá) a n (v letech) určuje dobu, během které se měnil počet obyvatel. ([8], s. 74)

Růst světové populace

Růst počtu obyvatel světa se od 19. století výrazně zrychlil a až do současnosti vykazuje exponenciální ráz (viz Obrázek 16). Tento růst byl zapříčiněn zejména průmyslovou revolucí, během které došlo ve vyspělých státech světa k výraznému nárůstu porodnosti a zároveň snižování úmrtnosti. V rozvojových zemích byl nárůst porodnosti zaznamenán až v 2. polovině 20. století [48]. Obdobně jako u populace bakterií, řas či virů je tento trend dlouhodobě neudržitelný. Mezi hlavní problémy spojené s exponenciálním rozpínáním lidské populace patří kromě nedostatku místa na Zemi hlavně omezené zdroje potravin. Podle prognostických odhadů OSN však dojde ve druhé polovině 21. století v celosvětovém měřítku k zastavení populačního růstu a následně začně počet obyvatel světa klesat [23].



Obrázek 16: Vývoj počtu obyvatel na Zemi ([9], s. 58)

Při řešení následujících příkladů musíme počítat s jistou „rezervou“. Výsledky nelze brát striktně, protože ačkoliv budeme počítat s konstantní roční mírou růstu počtu obyvatel během n let, tato hodnota se mohla v průběhu jednotlivých let mírně měnit.

Příklad 1: Před deseti lety mělo město 27 000 obyvatel. Vypočítejte současný počet obyvatel, jestliže byl roční přírůstek obyvatel 1,3 %.

Řešení: K vyřešení příkladu využijeme informace ze zadání: $n = 10$ let, $N_0 = 27\,000$, $r = 1{,}3\,\% = 0{,}013$, $N = ?$. Použijeme vzorec (20), do kterého dosadíme a vypočítáme hodnotu N:

$$N = 27000 \cdot \mathrm{e}^{0{,}013 \cdot 10},$$

$$N = 27000 \cdot \mathrm{e}^{0{,}13},$$

$$N \doteq 30748.$$

Odpověď: V současné době žije ve městě 30 748 obyvatel.

Příklad 2: Počet obyvatel města vzrostl za 7 let z 11 000 na 15 000. Jaký byl roční přírůstek v procentech?

Řešení: I tentokrát si vypíšeme hodnoty, které máme k dispozici: $N = 15\ 000$, $N_0 = 11\,000$, $n = 7$ let. Nyní nás zajímá roční míra růstu $r = ?$. K řešení dojdeme opět s pomocí vztahu (20):

$$15000 = 11000 \cdot \mathrm{e}^{7 \cdot r}.$$

Rovnici nejdříve vydělíme číslem 11 000 a poté zlogaritmujeme, abychom osamostatnili hodnotu r:

$$\ln\left(\frac{15}{11}\right) = 7 \cdot r,$$

$$r = \frac{\ln\left(\frac{15}{11}\right)}{7},$$

$$r \doteq 0,044.$$

Známe již roční míru růstu 0,044. Musíme ji ještě převést na procenta, tedy 4,4 %.

Odpověď: Roční přírůstek obyvatel byl v daném městě 4,4 %.

Příklad 3: Během kolika let se snížil počet obyvatel v oblasti z původních 48 000 na 41 500? Každý rok byl zaznamenán stejný procentuální úbytek 2,4 %.

Řešení: Nyní chceme určit dobu, během které se snížil počet obyvatel ($n = ?$), jestliže $N = 41\ 500$ a $N_0 = 48\ 000$. Vzhledem k tomu, že došlo k úbytku obyvatel, budeme psát roční míru růstu se znaménkem mínus. Proto r = - 2,4 % = - 0,024. Podobně jako v předešlých úlohách dosadíme do (20) a vypočítáme hodnotu n:

$$41500 = 48000 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}024 \cdot n},$$

$$\frac{41500}{48000} = \mathrm{e}^{-0{,}024 \cdot n},$$

$$\ln\left(\frac{83}{96}\right) = -0,024 \cdot n,$$

$$n = -\frac{\ln\left(\frac{83}{96}\right)}{0,024},$$

$$n \doteq 6.$$

Odpověď: Počet obyvatel se v oblasti snížil během šesti let.

Příklad 4: Čína je v současnosti nejlidnatější stát světa. V roce 2017 měla Čína 1,41 mld. obyvatel s ročním přírůstkem 0,4 %. Druhou příčku nejlidnatějších států si drží Indie, jejíž populace čítala v tom samém roce 1,34 mld. obyvatel, ale roční přírůstek byl téměř trojnásobný (1,1 %). Vypočítejte, ve kterém roce převýší počet obyvatel Indie velikost čínské populace, jestliže prognózy počítají se stejnými ročními přírůstky jako v roce 2017.

Řešení: Zadání příkladu je trochu jiné, než na které jsme zvyklí. Požadavkem je zjistit, ve kterém roce se vyrovnají obě populace. Nejprve musíme vypočítat, za kolik let ($n = ?$) se budou tyto dvě populace sobě rovnat. Pro lepší orientaci označme hodnoty vztahující se k Číně indexem $_{\check{C}}$, hodnoty pro Indii indexem $_I$. Vyjdeme ze zadání, kdy pro Čínu platí: $N_{\check{C}}$ = 1,41 mld., $r_{\check{C}}$= 0,4 % = 0,004, zatímco pro Indii: N_I = 1,34 mld. a r_I = 1,1 % = 0,011. Počet obyvatel za n let se sobě musí rovnat, proto:

$$N_{\check{C}} \cdot \mathrm{e}^{r_{\check{C}} \cdot n} = N_I \cdot \mathrm{e}^{r_I \cdot n}.$$

Dosadíme konkrétní hodnoty ze zadání a s využitím úprav vyjádříme neznámou n:

$$1,41 \cdot \mathrm{e}^{0{,}004 \cdot n} = 1,34 \cdot \mathrm{e}^{0{,}011 \cdot n},$$

$$\ln\left(1,41 \cdot \mathrm{e}^{0{,}004 \cdot n}\right) = \ln\left(1,34 \cdot \mathrm{e}^{0{,}011 \cdot n}\right),$$

$$
\begin{aligned}
\ln\left(1,41\right) + 0,004 \cdot n \cdot \ln\left(\mathrm{e}\right) &= \ln\left(1,34\right) + 0,011 \cdot n \cdot \ln\left(\mathrm{e}\right),\\
\ln\left(1,41\right) + 0,004 \cdot n &= \ln\left(1,34\right) + 0,011 \cdot n,\\
\ln\left(1,41\right) - \ln\left(1,34\right) &= 0,011 \cdot n - 0,004 \cdot n,\\
\ln\left(\frac{1,41}{1,34}\right) &= n \cdot \left(0,011 - 0,004\right),\\
\ln\left(\frac{1,41}{1,34}\right) &= n \cdot 0,007,\\
n &= \frac{\ln\left(\frac{1,41}{1,34}\right)}{0,007},\\
n &\doteq 7,3.
\end{aligned}
$$

Již víme, že rovnost indické a čínské populace nastane zhruba za 7,3 let. Podle zadání jsme vycházeli z roku 2017, proto přičteme k tomuto roku 7,3 let.

Odpověď: Počet obyvatel Indie by měl převýšit čínskou populaci přibližně mezi roky 2024 a 2025.

Příklady k procvičování

1) Počet obyvatel byl ve městě před 10 roky 63 000. Vypočítejte současný počet obyvatel ve městě, byl-li každoroční přírůstek 0,8 %.

2) V roce 1950 měl Mělník 13 076 obyvatel. Vypočítejte počet obyvatel v roce 1980, jestliže roční přírůstek obyvatel byl 1,23 %.

3) Jaký počet obyvatel má město s 2,5% ročním přírůstkem, pokud za 12 let bude mít toto město 40 000 obyvatel?

4) V roce 1960 překonala světová populace hranici 3 mld. Vypočítejte počet obyvatel světa v roce 1970, byl-li roční přírůstek 2 %.

5) Počet obyvatel Indie byl v roce 2015 zhruba 1,27 miliard. Prognózy vývoje počtu obyvatel předpokládají dlouhodobý roční přírůstek indické populace na 0,8 %. Jakou hranici počtu obyvatel bude Indie atakovat při těchto předpokladech v roce 2050?

6) Počet obyvatel města vzrostl za 8 let z 21 000 na 24 000. Jaký byl roční přírůstek obyvatel v procentech?

7) Počet obyvatel města klesl za 6 let ze 85 000 na 79 000. Jaký byl roční úbytek obyvatel v procentech?

8) Za pět let se počet obyvatel ve městě zvýšil o 12 %. Jaký byl roční přírůstek obyvatel vyjádřený v procentech? [43]

9) V polární oblasti se během třinácti let snížil původní počet obyvatel o 17 %. Určete procentuální roční úbytek obyvatel.

10) Populace Indie se zvětšila od roku 1951 do roku 1970 o 50 %. Vypočítejte roční míru růstu v tomto období. ([8], s. 77)

11) Ve městě žije 100 000 obyvatel. Před 25 lety jich zde bylo 80 000. Kolik obyvatel bude ve městě žít za dalších 15 let, počítá-li se s průměrným přírůstkem obyvatelstva jako v předchozích letech?

12) Město má 12 000 obyvatel. Za jak dlouho lze očekávat, že bude mít 14 600 obyvatel, činí-li průměrný roční přírůstek obyvatel 1,5 %?

13) V určité oblasti se snížil počet obyvatel z 240 000 na 165 000. Meziroční úbytek obyvatel zaznamenaný v této oblasti byl 2,2 %. Vypočítejte, během kolika let se počet obyvatel snížil.

14) Průměrný roční přírůstek obyvatel rozvojové země je 3,3 %. Vypočítejte, za jak dlouho se (při stávajícím ročním přírůstku) počet obyvatel této země zdvojnásobí.

15) Evropská populace dosahovala v roce 2010 asi 734 milionů obyvatel. Podle předpokládaných prognóz bude počet obyvatel klesat s ročním úbytkem 0,18 %. Určete, ve kterém roce klesne počet obyvatel v Evropě pod hranici 700 milionů.

Výsledky

1) 68 247 obyvatel

2) 18 912 obyvatel

3) 29 633 obyvatel

4) 3,66 mld. obyvatel

5) 1,68 mld. obyvatel

6) 1,7 %

7) 1,2 %

8) 2,3 %

9) 1,4 %

10) 2,1 %

11) 114 282 obyvatel

12) za 13 let

13) během 17 let

14) za 21 let

15) v roce 2036

4 VÝZKUM

V rámci předkládané diplomové práce byl realizován výzkum, jehož cílem bylo zjistit, do jaké míry jsou schopni žáci základní školy a nižších ročníků víceletého gymnázia propojit znalosti z matematiky a zeměpisu.

4.1 Zkoumaný vzorek

Pro potřeby výzkumu byl vytvořen pracovní list, který byl předložen žákům 9. tříd Základní školy T. G. Masaryka v Sušici a také žákům čtvrtého ročníku osmiletého studia (kvarty) Gymnázia v Sušici. Cílová skupina žáků byla zvolena především proto, že již mají probráno téměř veškeré učivo zeměpisu a mají k dispozici i potřebný matematický aparát na úrovni základní školy. Z tohoto důvodu by jim žádný příklad neměl dělat problém a žáci by měli být schopni všechny příklady vypočítat.

Jak již bylo výše uvedeno, pro zajímavost byl výzkum proveden na základní škole i na gymnáziu. Cílem výběru těchto škol byla snaha zjistit rozdíly ve vědomostech, dovednostech a využívání logického myšlení žáků obou typů škol. V rámci základní školy se testování zúčastnilo celkem 45 žáků 9. ročníku (9. A - 18 žáků, 9. B - 10 žáků, 9. E - 17 žáků), na gymnáziu vypracovalo pracovní list 20 žáků Kvarty A. Všem žákům bylo před rozdáním pracovního listu sděleno, že se jedná o výzkum řešení příkladů s tématikou mezipředmětových vztahů matematiky a zeměpisu, a že výsledky testování budou použity pro účely diplomové práce.

4.2 Metodika výzkumu

Při testování byl použit pracovní list, který se skládá z pěti úloh. Všechny příklady jsou propojeny jedním příběhem, avšak vypracování kteréhokoliv z nich není závislé na vyřešení jiného. Za správně vyřešený příklad obdržel žák 1 bod, jestliže byla úloha vyřešena špatně nebo její řešení zcela chybělo, byla hodnocena 0 body. K samotnému vypracovnání byl vyhrazený čas 20 minut, který se ukázal jako optimální. Všichni žáci stihli zapsat řešení úloh, o kterých byli přesvědčeni, že jsou správné.

Žáci byli na začátku testování seznámeni s obsahem pracovního listu a byla jim sdělena informace, které pomůcky mohou během řešení jednotlivých příkladů používat. Jednalo se o kalkulačku a rámeček „Pomůcky pro výpočty“, který byl přiložen na titulní straně pracovního listu. Žáci tak mohli z rámečku vyčíst nejen jak vypočítat hustotu zalidnění či pokles teploty, ale přiložena zde byla i mapa časových pásem.

Titulní strana pracovního listu

Jméno a příjmení: **Název školy:**

Třída: **Pololetní známka ze zeměpisu:**

Datum: **Pololetní známka z matematiky:**

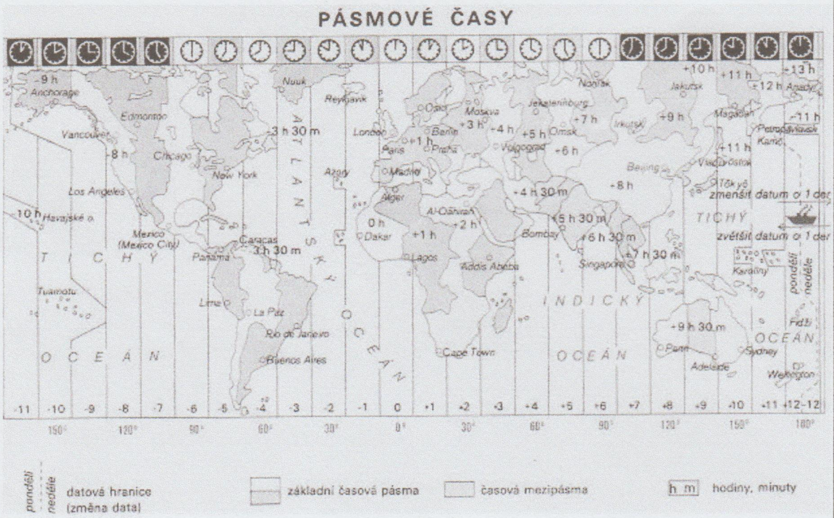
Pokyny a instrukce:

Celkem se v testu nachází 5 příkladů, z nichž každý je za 1 bod. Veškeré výpočty zaznamenávejte na papír s příklady. Během řešení můžete použít kalkulačku i pomůcky pro výpočty z tohoto listu.

Pomůcky pro výpočty:

Teplota vzduchu klesá s rostoucí nadmořskou výškou přibližně o 0,65 °C na 100 metrů.

Hustota zalidnění je podíl počtu obyvatel a rozlohy daného území.



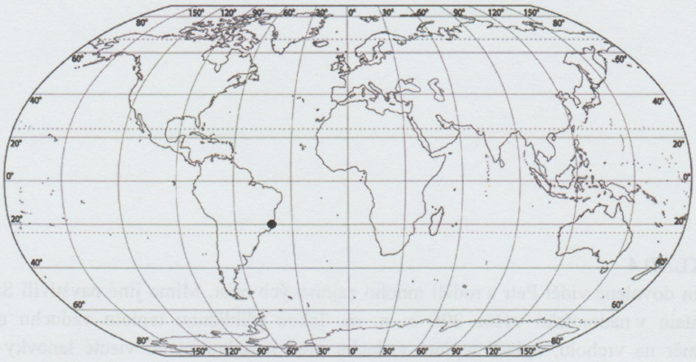
Mezinárodní dohodou bylo stanoveno rozdělení zemského povrchu poledníky na 24 časových pásem po 15°. Každé časové pásmo má své hranice a platí zde tzv. pásmový čas, který odpovídá místnímu střednímu času. Například časové pásmo dané nultým (Greenwichským) poledníkem se nachází 7,5° na západ a 7,5° na východ zeměpisné délky od nultého poledníku.

Využitý pracovní list

PETROVA DOVOLENÁ

Petr letěl o prázdninách s rodiči na zahraniční dovolenou do Jižní Ameriky. Jejich cesta začala v pondělí 12. února na Letišti Václava Havla v Praze, odkud letěli přímým spojem až do Ria de Janeira.

PŘÍKLAD 1



Na mapě je černým puntíkem znázorněna cílová destinace Petrovy dovolené. Napiš zeměpisnou polohu (zeměpisnou šířku a délku) tohoto místa.

PŘÍKLAD 2

Petrův kamarád Honza bydlí v Plzni. Petr Honzovi slíbil, že mu ihned po příletu zavolá. Zjistěte, v kolik hodin zvonil Honzovi mobil, jestliže mu Petr volal v 15 hodin místního času.

PŘÍKLAD 3

Ještě před odletem Petra zajímalo, jaká je vzdušná vzdálenost mezi Prahou a hotelem, ve kterém budou ubytováni. Vzal si na pomoc mapu s měřítkem 1 : 75 000 000 a pravítkem naměřil 13,2 cm. Pokud počítal správně, jaká vzdálenost (v kilometrech) mu vyšla?

PŘÍKLAD 4

Během dovolené viděl Petr s rodiči mnoho zajímavých míst. Mimo jiné navštívili Sugarloaf Mountain v nadmořské výšce 396 m n. m. Jakou přibližnou teplotu vzduchu ukazoval teploměr na vrcholu, byla-li teplota vzduchu před nasednutím do visuté lanovky 32 °C? Výchozí stanice lanovky je umístěna pouhých 11 m n. m.

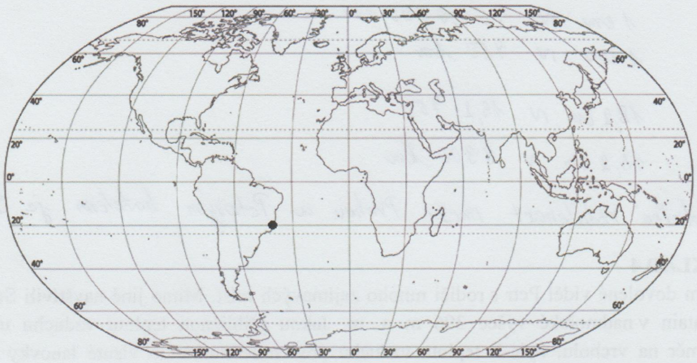
PŘÍKLAD 5

Jistě jste poznali, že byl Petr na dovolené v Brazílii. Z hlediska rozlohy se jedná o 5. největší stát světa (8 511 965 km^2) s téměř 210 miliony obyvatel. Vypočítejte hustotu zalidnění tohoto jihoamerického státu. (Výsledek zaokrouhlete na desetiny.)

PETROVA DOVOLENÁ

Petr letěl o prázdninách s rodiči na zahraniční dovolenou do Jižní Ameriky. Jejich cesta začala v pondělí 12. února na Letišti Václava Havla v Praze, odkud letěli přímým spojem až do Ria de Janeira.

PŘÍKLAD 1



Na mapě je černým puntíkem znázorněna cílová destinace Petrovy dovolené. Napiš zeměpisnou polohu (zeměpisnou šířku a délku) tohoto místa.

zeměpisná šířka: 20° j. z. š.

zeměpisná délka: přibližně 40° z. z. d.

PŘÍKLAD 2

Petrův kamarád Honza bydlí v Plzni. Petr Honzovi slíbil, že mu ihned po příletu zavolá. Zjistěte, v kolik hodin zvonil Honzovi mobil, jestliže mu Petr volal v 15 hodin místního času.

Rio de Janeiro ..... UTC −3 ..... 15⁰⁰ hod.

Plzeň .... UTC +1 ..... x hod.

Rozdíl: 4 časová pásma (4 hodiny)

Plzeň leží východně od Ria de Janeira, bude tam o 4 hodiny více ($x = 15 + 4 = 19$ hod.)

Honzovi zvonil mobil v 19 hodin.

PŘÍKLAD 3

Ještě před odletem Petra zajímalo, jaká je vzdušná vzdálenost mezi Prahou a hotelem, ve kterém budou ubytováni. Vzal si na pomoc mapu s měřítkem 1 : 75 000 000 a pravítkem naměřil 13,2 cm. Pokud počítal správně, jaká vzdálenost (v kilometrech) mu vyšla?

MAPA : SKUTEČNOST

1 : 75 000 000

1 cm ~ 75 000 000 cm

1 cm ~ 750 km

13,2 cm ~ 13,2 · 750

13,2 cm ~ 9 900 km

Vzdušná vzdálenost mezi Prahou a Petrovým hotelem je 9900 km.

PŘÍKLAD 4

Během dovolené viděl Petr s rodiči mnoho zajímavých míst. Mimo jiné navštívili Sugarloaf Mountain v nadmořské výšce 396 m n. m. Jakou přibližnou teplotu vzduchu ukazoval teploměr na vrcholu, byla-li teplota vzduchu před nasednutím do visuté lanovky 32 °C? Výchozí stanice lanovky je umístěna pouhých 11 m n. m.

Sugarloaf Mountain ..... 396 m n. m. .... t °C

výchozí stanice lanovky ..... 11 m n. m. ..... 32 °C

Rozdíl nadmořských výšek: 396 − 11 = 385 m. Pokles teploty o 0,65°/100 m

385 m ..... $3{,}85 \cdot 0{,}65 \doteq 2{,}5$ °C

32 °C − 2,5 °C = 29,5 °C

Teploměr na vrcholu ukazoval přibližně 29,5 °C.

PŘÍKLAD 5

Jistě jste poznali, že byl Petr na dovolené v Brazílii. Z hlediska rozlohy se jedná o 5. největší stát světa (8 511 965 km^2) s téměř 210 miliony obyvatel. Vypočítejte hustotu zalidnění tohoto jihoamerického státu. (Výsledek zaokrouhlete na desetiny.)

$$h = \frac{210\,000\,000}{8\,511\,965}$$

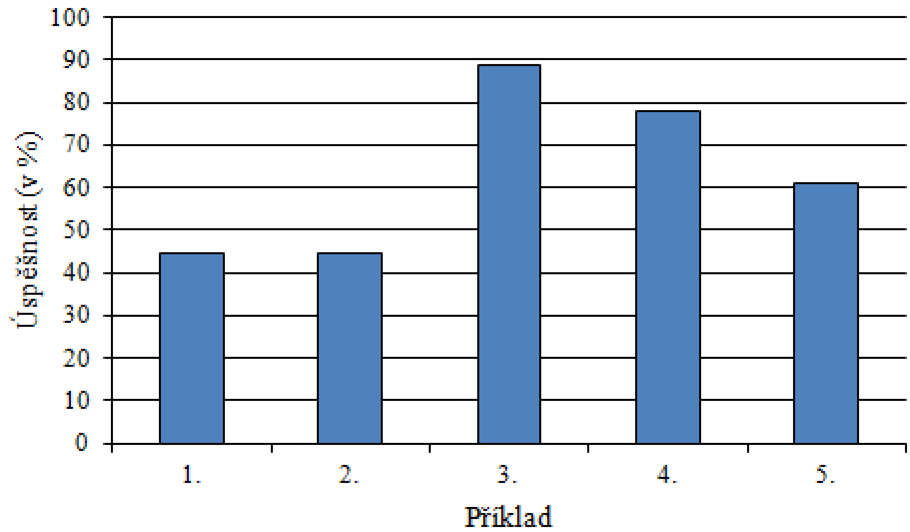
$h \doteq 24{,}7$ obyv./km^2

Hustota zalidnění Brazílie je přibližně 24,7 obyv./km^2.

4.3 Výsledky výzkumu

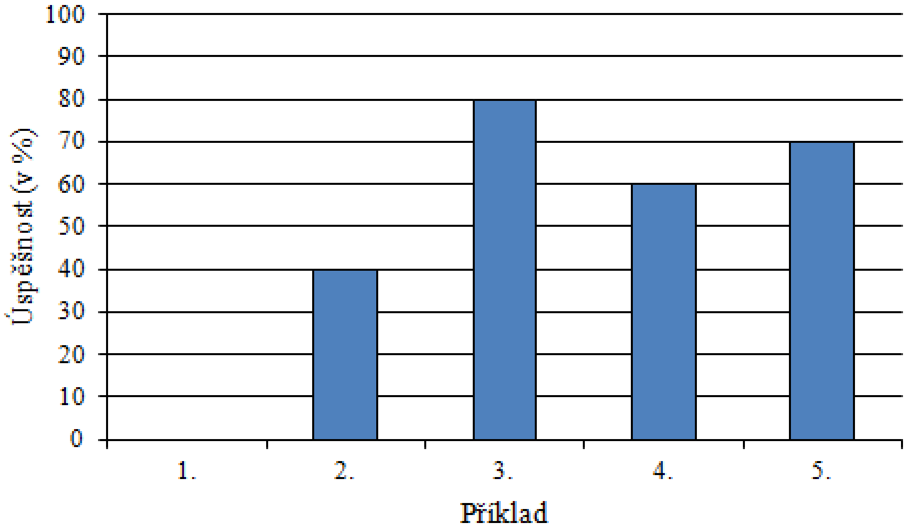
Hodnocení výsledků proběhlo v několika krocích. Nejprve byl soubor testů rozdělen podle tříd a poté byly přiřazeny body k jednotlivým úlohám (1 bod za správné řešení, 0 bodů za chybné nebo chybějící řešení). Pro přehlednější vyhodnocení výzkumu byly na základě četností správných odpovědí vytvořeny grafy úspěšnosti pro každou třídu.

Obrázek 17 ukazuje graf úspěšnosti žáků třídy 9. A. V porovnání s grafy ostatních tříd je patrné, že si žáci vedli poměrně dobře. Šestnáct žáků správně vypočítalo 3. příklad. Pouze dva žáci pracovali s měřítkem mapy špatně nebo udělali numerickou chybu. Také řešení 4. a 5. úlohy pracovního listu bylo u velké části žáků správné. Nejhůře dopadly první dva příklady, přesto každý z nich vyřešilo shodně 8 žáků z celkových 18 (44 %).



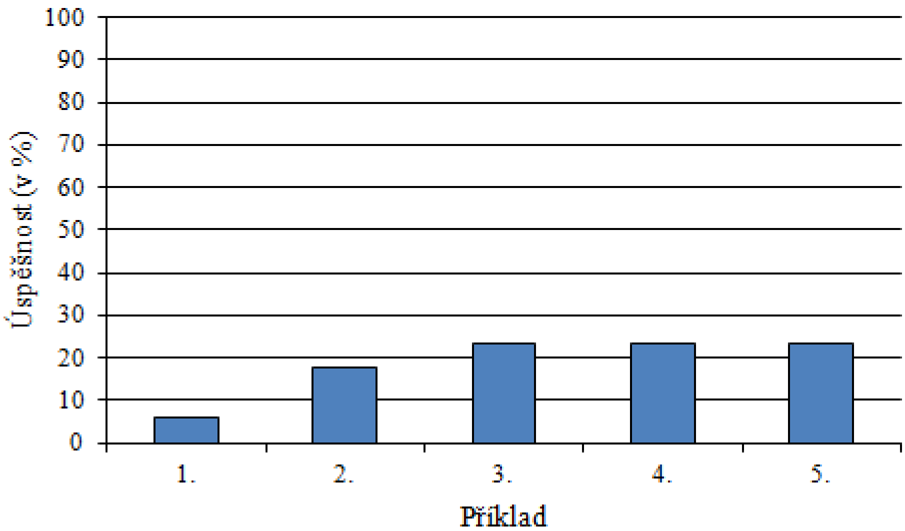
Obrázek 17: Graf úspěšnosti žáků 9. A v jednotlivých úlohách

Výsledky žáků třídy 9. B shrnuje Obrázek 18. Již při prvním pohledu na graf je udivující, že řešení prvního příkladu neměl správně žádný z deseti žáků. Nejčastější chybou zde byla záměna hodnoty zeměpisné šířky za zeměpisnou délku a naopak. Tomuto nešvaru se nevyvarovali ani žáci ostatních tříd. Nejspíše z tohoto důvodu byla celková úspěšnost první úlohy jedna z nejnižších. S výjimkou druhého příkladu, který správně řešily $\frac{2}{5}$ žáků třídy, vyřešila zbylé tři úlohy více než polovina žáků. Stejně jako ve třídě 9. A byl nejúspěšněji řešen třetí příklad na měřítko mapy.



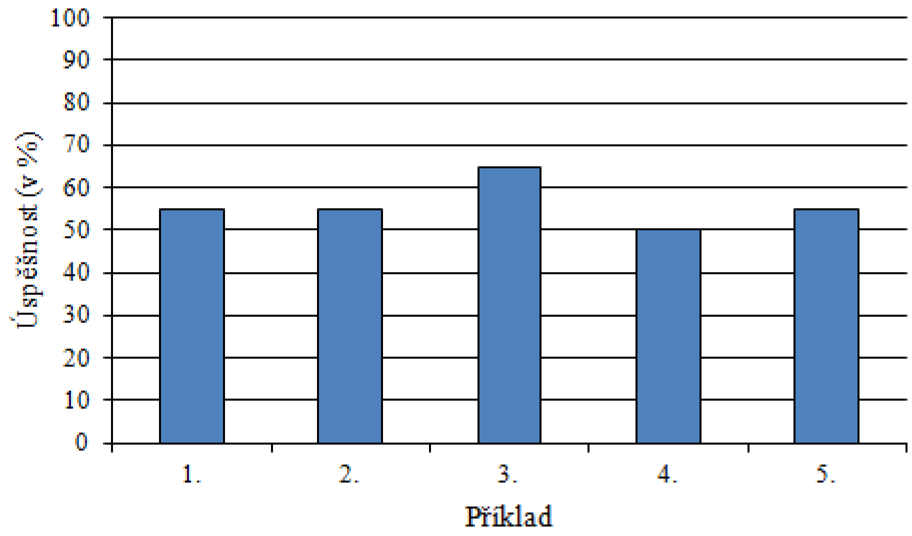
Obrázek 18: Graf úspěšnosti žáků 9. B v jednotlivých úlohách

Nejhorší výsledky ze všech zkoumaných tříd předvedli žáci 9. E. Graf úspěšnosti, resp. spíše neúspěšnosti řešení jednotlivých úloh ukazuje Obrázek 19. Ani jeden z pěti příkladů nevyřešila více než čtvrtina žáků. Z celkového počtu sedmnácti přítomných jich pouze 4 správně vypočítali úlohy č. 3, č. 4 a č. 5, jen 3 žáci ideálně vyřešeli příklad s časovým posunem mezi Plzní a Rio de Janeirem a dokonce jen jeden žák dokázal správně určit zeměpisnou polohu místa v mapě. Špatný výsledek celé třídy je možné přisuzovat ruchu během vyučovací hodiny, celkovému nezájmu o výuku a vzdělávání obecně.



Obrázek 19: Graf úspěšnosti žáků 9. E v jednotlivých úlohách

Poslední ze zkoumaných tříd je Kvarta A (čtvrtý ročník osmiletého gymnázia). Dalo by se předpokládat, že žáci této třídy dosáhnou, v porovnání s ostatními žáky základní školy, lepších výsledků. Jak je patrné z Obrázku 20, není tomu tak. Je sice pravda, že každou úlohu vyřešila alespoň polovina žáků dané třídy, nicméně žádný příklad nevyřešilo více jak 65 % žáků (na rozdíl od třídy 9. A a 9. B). Podle grafu úspěšnosti jedotlivých úloh jsou žáci gymnázia mnohem lepší ve zjišťování zeměpisné polohy, ale naopak v porovnání s žáky 9. A a 9. B méně žáků správně vypočítalo vzdálenost dvou míst pomocí měřítka mapy. Paradoxně zde nejčastěji chybovali při převodu jednotek z centimetrů na kilometry. Na druhou stranu se žáci gymnázia snažili dojít k výsledkům zajímavými postupy a nevzdali příklad hned po přečtení zadání (jako někteří žáci ze základní školy - zejména třídy 9. E). Z vypracovaných pracovních listů gymnaziálních žáků je zřejmé, že často zapojovali při řešení logické myšlení.



Obrázek 20: Graf úspěšnosti žáků Kvarty A v jednotlivých úlohách

První příklad (určování zeměpisné polohy) vyřešilo správně pouze 20 z 65 žáků. Jednou z chyb byla výše popsaná záměna zeměpisné šířky za zeměpisnou délku. Kromě toho mnozí napsali pouze číslo (např. 20°) bez uvedení „čeho“ (správně: 20° j. š. nebo 20° jižní šířky). V takovýchto případech nemohl být výsledek uznán za správný.

V drtivé většině špatných odpovědí u druhého příkladu (časový posun) bylo opačné posunutí. Přestože měli žáci k dispozici mapu časových pásem, místo toho, aby časový rozdíl přičetli, tak ho odečetli.

Až překvapivě dobře proběhlo řešení třetího příkladu (měřítko mapy), který lze považovat za nejúspěšněji řešený příklad. Žáci, kteří tento příklad vypočítali špatně, nejčastěji chybovali v převodu jednotek.

U čtvrté úlohy (výpočet změny teploty vzduchu) žáci často správně vypočítali, o kolik °C se změnila teplota vzduchu, ale tuto hodnotu uvedli jako výsledek. Místo toho měli ještě odečíst zjištěný rozdíl od původní teploty. V zadání příkladu byla totiž otázka: „Jakou přibližnou teplotu vzduchu ukazoval teploměr na vrcholu?“, nikoliv „O kolik °C se změnila teplota vzduchu?“.

Po diskusi s vyučujícími jednotlivých tříd jsme předpokládali, že nejjednodušším příkladem bude výpočet hustoty zalidnění (5. příklad). Avšak mnoho dotazovaných nezaokrouhlilo daný výsledek na desetiny, jak bylo v zadání příkladu napsáno. Tím pádem nemohl být výsledek uznán jako správný. Je tedy otázkou, do jaké míry čtou žáci zadání příkadů s porozuměním.

5 ZÁVĚR

Cílem diplomové práce bylo prozkoumat vzájemné vztahy matematiky a zeměpisu a vytvořit sbírku aplikačních příkladů, ze kterých budou tyto mezipředmětové vztahy vycházet.

Diplomová práce se skládá ze tří částí. V teoretické části jsou obecně popsány mezipředmětové vztahy a je zde uvedeno množství matematických aplikací v geografii. Dále je v rámci teoretické části stručně popsán rámcový vzdělávací program a jsou zde uvedeny tematické okruhy vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace a Člověk a příroda, které se nacházejí v RVP ZV a RVP G.

Nepostradatelnou částí celé práce je kapitola pojednávající o aplikacích matematiky a geografie. V této části je ukázáno jedenáct aplikačních témat, přičemž v každé kapitolce jsou jak řešené, tak i neřešené příklady k procvičování. Sbírka obsahuje 48 řešených a 185 neřešených úloh. Jen malá část příkladů byla převzata z jiných zdrojů, většina z celkových 233 příkladů byla vytvořena autorem. Výsledky neřešených příkladů jsou uvedeny na konci každé kapitolky. Největší přínos diplomové práce tkví právě v souboru aplikačních příkladů, který je primárně určen pro učitele zeměpisu a matematiky. Příklady mohou sloužit jako inspirace či podklady pro tvorbu pracovních listů nebo testových úloh. Sbírku však mohou využít také samotní žáci a studenti například při domácí přípravě na vyučování.

Třetí část diplomové práce tvoří zpracování a výsledky výzkumu. Ten byl proveden u žáků 9. ročníku základní školy a čtvrtého ročníku víceletého gymnázia. Cílem výzkumu bylo pomocí pracovního listu s pěti příklady zjistit, do jaké míry umějí žáci propojit znalosti právě matematiky a zeměpisu. Bylo možné očekávat, že si žáci gymnázia povedou lépe, ale tato domněnka se nepotvrdila. Vzhledem k chybám, kterých se žáci základní školy i gymnázia dopustili, spíše vyvstává otázka, zda čtou žáci zadání příkladů s porozuměním.

Diplomová práce byla napsána v programu LyX. Součástí práce jsou obrázky, grafy, tabulky, schémata a rámečky, ve kterých jsou uvedeny doplňující či zajímavé informace související s daným tématem.

6 LITERATURA A ZDROJE

Literatura

[1] BIČÍK, I.: *Příroda a lidé Země: učebnice zeměpisu pro střední školy*. Praha: Nakladatelství České geografické společnosti, 2001. ISBN 80-86034-45-3.

[2] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P.: *Matematika 7 pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2008. ISBN 978-80-7238-679-6.

[3] ČIŽMÁR, J., DIVÍŠEK, J., MACHÁČEK, V., MÜLLEROVÁ, J.: *Matematika 7*. Praha: Prometheus, 1990. ISBN 80-85849-13-5.

[4] GARZINA, I.: *Vesmír a Modrá planeta*. Praha: Scientia, 1995. ISBN 80-85827-49-2.

[5] HANUS, M., ŠÍDLO, L.: *Školní atlas dnešního světa*. Praha: Terra, 2011. ISBN 978-80-902282-6-9.

[6] HERMAN, J., CHRÁPAVÁ, V.: *Matematika: úměrnosti*. Praha: Prometheus, 1997. ISBN 978-80-7196-0560.

[7] HOLEČEK, M.: *Planeta Země od pólu k pólu*. Praha: Kartografie, 2013. ISBN 978-80-7393-247-3.

[8] HRADILEK, L., STEHLÍK, E.: *Matematika pro geology*. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1990. ISBN 80-03-00384-9.

[9] KARAS, P., HANÁK, L.: *Maturitní otázky - zeměpis*. Praha: Fragment, 2008. ISBN 978-80-253-0595-9.

[10] KAŠPAROVSKÝ, K.: *Zeměpis I. v kostce: pro střední školy*. Praha: Fragment, 2008. ISBN 978-80-253-0586-7.

[11] KÜHNLOVÁ, H.: *Vybrané kapitoly z didaktiky geografie*. Praha: Karolinum, 1997. ISBN 80-7184-376-8.

[12] ODVÁRKO, O.: *Matematika pro gymnázia: funkce*. Praha: Prometheus, 2001. ISBN 80-7196-164-7.

[13] PETÁKOVÁ, J.: *Matematika - příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 978-80-7196-099-7.

[14] POMYKALOVÁ, E.: *Matematika pro gymnázia: stereometrie.* Praha: Prometheus, 1995. ISBN 80-7196-178-7.

[15] POMYKALOVÁ, E.: *Stereometrie I.* Plzeň: Nakladatelství Fraus, 2014. ISBN 978-80-7489-270-7.

[16] PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E., MAREŠ, J.: *Pedagogický slovník.* Praha: Portál, 1995. ISBN 80-7178-029-4.

[17] PŮLPÁN, Z. a kol.: *Matematika 7 pro základní školy: aritmetika.* Praha: SPN, 2008. ISBN 978-80-7235-398-9.

[18] RŮŽKOVÁ, J., ŠKRABAL, J.: *Historický lexikon obcí České republiky 1869-2005.* Praha: Český statistický úřad, 2006. ISBN 80-250-1277-8.

[19] ŘÍDKÁ, E., BLAHUNKOVÁ, D., CHÁRA, P.: *Maturitní otázky - matematika.* Praha: Fragment, 2007. ISBN 978-80-253-0497-6.

[20] SOBOTOVÁ, M., SOBOTA, K.: *Zeměpisný náčrtník.* Praha: Nakladatelství České geografické společnosti, 1996. ISBN 80-901942-5-7.

[21] VOŽENÍLEK, V., DEMEK, J.: *Zeměpis 1: planeta země, glóbus a mapa, přírodní složky a oblasti Země.* Olomouc: Prodos, 2000. ISBN 978-80-7230-073-0.

[22] VOŽENÍLEK, V., VYSOUDIL, M., DEMEK, J.: *Geografie 1 pro střední školy: fyzickogeografická část.* Praha: SPN, 1997. ISBN 80-85937-73-5.

[23] BURCIN, B., KUČERA, T., ŠÍDLO, L.: Populační vývoj světa aneb trocha statistických dat. *Geografické rozhledy.* 2007, roč. 17, č. 1, str. 22 - 23.

[24] KUČEROVÁ, S., KOPP, J., ČECHUROVÁ, M., KULHÁNEK, M.: Mezipředmětové vazby geografie/zeměpisu. *Geografické rozhledy.* 2013, roč. 22, č. 4, str. 18 - 19.

[25] TIŠL, P.: Tvorba vzdělávacího obsahu předmětu zeměpis. *Geografické rozhledy.* 2006, roč. 16, č. 1, str. 20 - 21.

[26] HAVELKOVÁ, B.: *Aplikace matematiky v učivu 2. stupně základní školy.* Olomouc, 2014. Diplomová práce. Univerzita Palackého v Olomouci.

[27] KRULEC, R.: *Využití logaritmické a exponenciální funkce v různých vědních oborech.* České Budějovice, 2016. Bakalářská práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích.

Internetové zdroje

[28] *Český statistický úřad* [online]. [cit. 2018-03-05]. Dostupné z: https://www.czso.cz/csu/czso/rocenky_souhrn

[29] GEISEN, J.: *Střídání ročních období* [online]. [cit. 2018-02-19]. Dostupné z: http://planety.astro.cz/zeme/1940-stridani-rocnich-obdobi

[30] *Graf závislosti tlaku na nadmořské výšc*e [online]. [cit. 2018-03-14]. Dostupné z: http://artemis.osu.cz/MMi/meteo1/diplomka/Ramec2_soubory/AAA/graft.jpg

[31] KLAPKOVÁ DYMEŠOVÁ, P.: *Fyzikální minimum pro učitele zeměpisu* [online]. 2012 [cit. 2018-02-19]. Dostupné z: http://black-hole.cz/cental/wp-content/uploads/2012/08/Fyzikální-minimum-pro-učitele-zeměpisu-upraveno.pdf

[32] *Klub českých turistů* [online]. [cit. 2017-10-09]. Dostupné z: https://www.kct.cz/cms/turisticke-mapy

[33] KOVÁŘ, J.: *Matematika a její využití v geografii* [online]. [cit. 2018-02-20]. Dostupné z: http://gymnaziumhranice.cz/projekty/projekt-prirodni-vedy/#materialy

[34] MACHÁČEK, Š.: *Příklady k procvičení výpočtů v rámci podmínky kartografie* [online]. [cit. 2017-10-11]. Dostupné z: http://www.prirodniskola.cz/media/files/priklady_kartografie2.pdf

[35] *Map of world population density* [online]. [cit. 2018-02-26]. Dostupné z: http://www.freshplaza.com/article/8419/Map-of-world-population-density

[36] *Modelové otázky přijímacího testu ze zeměpisu* [online]. [cit. 2018-02-20]. Dostupné z: https://www.natur.cuni.cz/fakulta/uchazeci/bakalarske-studium/prijimaci-rizeni/modelove-otazky/zemepis

[37] *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia* [online]. [cit. 2018-03-30]. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2007. Dostupné z: http://www.nuv.cz/t/rvp-pro-gymnazia

[38] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání* [online]. [cit. 2018-03-30]. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2017. Dostupné z: http://www.nuv.cz/t/rvp-pro-zakladni-vzdelavani

[39] *Rekordy České republiky* [online]. [cit. 2018-03-14]. Dostupné z: https://www.in-pocasi.cz/archiv/

[40] *Seznam států světa podle počtu obyvatel* [online]. 2018 [cit. 2018-03-05]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Seznam_st%C3%A1t%C5%AF_sv%C4%9Bta_podl

[41] STAROVE, T.: *Přirozená měna obyvatelstva* [online]. [cit. 2018-03-11]. Dostupné z: http://www.dumy.cz/stahnout/47500

[42] SVOBODA, D.: *Atmosféra* [online]. [cit. 2018-03-13]. Dostupné z: http://ostrava.educanet.cz/files/www/svoboda/vyuka/kvinta/slozeni_atmosfery_podnebi_

[43] ŠIBRAVOVÁ, L.: *Výuka matematiky na střední škole s využitím Internetu: část II. - Posloupnosti a řady* [online]. 2003 [cit. 2018-03-18]. Dostupné z: http://kdm.karlin.mff.cuni.cz/diplomky/posloupnosti/index.htm

[44] *Teplota varu* [online]. [cit. 2018-03-14]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Teplota_varu

[45] *The Statistics Portal* [online]. [cit. 2018-03-05]. Dostupné z: http://www.statista.com/markets/422/international/

[46] *United States Census* [online]. [cit. 2018-03-05]. Dostupné z: https://www.census.gov/topics/population/data.html

[47] *Určování zeměpisné polohy* [online]. [cit. 2018-02-23]. Dostupné z: http://www.zspohurecka.cz/picture/files/pl_urcovani_zemepisne_polohy.pdf

[48] *Zeměpis nejen pro střední školy* [online]. [cit. 2018-03-05]. Dostupné z: http://zemepis-skola.blogspot.cz/2015/09/geografie-obyvatelstva-studiem.html