

JIHOČESKÁ UNIVERZITA v Českých Budějovicích

E k o n o m i c k á f a k u l t a

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2008

Lucie Kučerová

J I H O Č E S K Á U N I V E R Z I T A

E k o n o m i c k á f a k u l t a

České Budějovice

Studijní obor: Účetnictví a finanční řízení podniku

Katedra: aplikované matematiky a informatiky

D I P L O M O V Á P R Á C E

UPLATNĚNÍ METOD OPERAČNÍ
ANALÝZY PŘI OPTIMALIZACI DOPRAVY

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Jana Friebelová, Ph.D.

Autor:

Lucie Kučerová

2008

Prohlašuji, že jsem zadanou diplomovou prací na téma Uplatnění metod operační analýzy při optimalizaci dopravy vypracovala samostatně na základě vlastních zjištění a materiálů, které uvádím v seznamu použité literatury.

České Budějovice, duben 2008

.....

Touto cestou bych chtěla rovněž poděkovat Ing. Janě Friebelové, Ph.D. za pomoc při vypracování mé diplomové práce. Její připomínky a návrhy, které mi poskytla, mi dopomohly k lepšímu zvládnutí dané problematiky.

OBSAH:

0. ÚVOD.....	3
1. CÍL A METODIKA PRÁCE.....	4
2. VÝZNAM DOPRAVY V LOGISTICE.....	6
2.1. PŘÍNOS ČASU A MÍSTA.....	6
2.2. VAZBY MEZI DOPRAVOU, LOGISTIKOU A MARKETINGEM.....	7
2.3. FAKTORY OVLIVŇUJÍCÍ PŘEPRAVNÍ NÁKLADY A CENU PŘEPRAVY.....	7
2.3.1. FAKTORY SOUVISEJÍCÍ S CHARAKTEREM VÝROBKU.....	8
2.3.2. FAKTORY SOUVISEJÍCÍ S CHARAKTEREM TRHU.....	8
2.4. PŘÍMÝ VLIV PŘEPRAVY NA ZÁKAZNICKÝ SERVIS.....	9
2.5. ROZHODOVÁNÍ O VOLBĚ ZPŮSOBU PŘEPRAVY A DOPRAVCI.....	9
2.6. ZVYŠOVÁNÍ PRODUKTIVITY PŘEPRAVY.....	10
3. MATEMETICKÉ MODELOVÁNÍ DOPRAVNÍCH SITUACÍ.....	12
3.1. OBECNÁ FORMULACE DOPRAVNÍ ÚLOHY.....	12
3.2. DVOU A VÍCEROZMĚRNÉ DOPRAVNÍ PROBLÉMY.....	14
3.3. NÁVAZNÝ DOPRAVNÍ PROBLÉMY.....	16
3.4. PŘÍRAZOVACÍ PROBLÉM.....	16
3.5. OKRUŽNÍ PROBLÉM.....	17
3.6. TEORIE GRAFŮ.....	17
3.6.1. ZÁKLADNÍ POJMY TEORIE GRAFŮ.....	17
3.6.2. NEJKRATŠÍ CESTA V GRAFU.....	18
3.6.2.1. FORMULACE PROBLÉMU.....	19
3.6.2.2. UPRAVENÝ FORD-FULKERSONŮV ALGOR.....	19
4. POPIS ZÁKLADNÍCH METOD PRO ŘEŠENÍ RŮZNÝCH TYPŮ MODELŮ DOPRAVNÍCH SITUACÍ.....	21
4.1. METODA SEVEROZÁPADNÍHO ROHU.....	21
4.2. APROXIMATIVNÍ METODY ŘEŠENÍ DOPRAVNÍCH ÚLOH.....	21
4.2.1. INDEXNÍ METODA.....	22
4.2.2. VOGELOVA APROXIMAČNÍ METODA (VAM).....	22

4.3. METODY VŠEOBECNĚ VEDOUcí K OPTIMÁLNíMU ŘEŠENí	
DOPRAVNí ÚLOHY.....	23
4.3.1. DANTZIGOVA METODA.....	24
4.3.2. MODIFIKOVANÁ METODA.....	25
4.4. METODY PRO VÝPOČET NÁVAZNÉHO DOPRAVNíHO	
PROBLÉMU.....	27
4.5. METODY PRO VÝPOČET PŘÍRAZOVACíHO PROBLÉMU.....	28
4.6. METODY PRO VÝPOČET OKRUŽNíHO PROBLÉMU.....	29
4.7. SIMULOVANÉ MODELY VYCHÁZEJící Z TEORIE	
PRAVDĚPODOBNOStí.....	29
5. SOFTWARE PRO ŘEŠENí OPTIMALIZAČNíCH ÚLOH V DOPRAVĚ.....	30
5.1. SYStÉMY PRO ZPRACOVÁNí TRANSAKČí – TPS.....	31
5.2. MANAŽERSKÉ INFORMAČNí SYStÉMY – MIS.....	31
5.3. SYStÉMY PRO PODPORU ROZHODOVÁNí - DSS.....	32
5.4. EXPERTNí SYStÉMY.....	32
5.5. KONKRÉTNí PROGRAMY PRO ŘEŠENí DOPRAVNíHO	
PROBLÉMU.....	33
6. FORMULACE KONKRÉTNí DOPRAVNí SITUACE A JEJí ŘEŠENí.....	35
6.1. HLEDÁNí NEJOPTIMÁLNĚJŠí VARIANTY.....	36
6.2. VYGENEROVÁNí VARIANT A JEJICH ZPRACOVÁNí.....	39
6.3. NAVRŽENí KONEČNÉHO ŘEŠENí.....	40
6.3.1. ŘEŠENí SKLADU 1.....	40
6.3.2. ŘEŠENí SKLADU 2.....	41
6.3.3. ŘEŠENí SKLADU 3.....	42
7. ZÁVĚR.....	44
8. SUMMARY.....	46
9. PŘEHLED POUŽITÉ LITERATURY.....	47
10. PŘíLOHY.....	49
10. 1. TABULKA VYGENEROVANÝCH HODNOT Z PROGRAMU	
@RISK.....	49
10.2. TABULKA VÝSLEDKŮ PODLE METODY VAM.....	51

0. ÚVOD

Problematicke logistiky se v poslední době přikládá stále větší význam. Málokdo by si dokázal představit podnikatelskou činnost bez jejího využití. Logistika zahrnuje celou řadu dílčích funkcí, které ve výsledku směřují ke stejným cílům. Těmito funkcemi jsou: zákaznický servis, logistické informační systémy, řízení zásob, řízení toku materiálů, doprava, skladování, manipulace s materiálem, balení, nákup, řízení dodávkového řetězce a případné další.

Je proto velmi zajímavé, že první vážný zájem o logistiku ze strany podnikatelského světa lze zaznamenat teprve před cca 40 lety. Je to důsledek liberalizace světového obchodu a vzniku obchodních dohod; důsledek pokračující exploze informační technologie; důsledek pokračující globalizace světového trhu, jenž vede ke vzniku podniků operujících na celosvětové bázi; a konečně i důsledek orientace podniků na oblast kvality a spokojenosti zákazníků.

Pojmem „logistika“ rozumíme zpravidla hospodářskou logistiku, kterou P. Pernica (1995) definuje jako „vědeckou disciplínu zabývající se systémovým řešením, koordinací a synchronizací řetězců hmotných a nehmotných (informačních, peněžních) operací, jež vznikají jako důsledek dělby práce a jež jsou spojeny s výrobou a s oběhem určité finální produkce. Je zaměřena na uspokojení potřeby zákazníka jako na konečný efekt, kterého se snaží dosáhnout s co největší pružností a hospodárností.“

Logistika skutečně představuje významnou oblast podnikání. Její nároky na zdroje a její dopady na celosvětovou životní úroveň jsou bezpochyby velmi výrazné. Po té, co se z nepříliš významné funkce vyvinula oblast, kde může podnik dosáhnout značných úspor nákladů, činnost, která má obrovský potenciální vliv na spokojenost zákazníků a tím na objemy prodeje a v neposlední řadě také marketingová zbraň, kterou lze efektivně využít pro získání konkurenční výhody, je význam logistiky uznáván na celém světě.

1. CÍL A METODIKA PRÁCE

Hlavním tématem mé práce je doprava, která je dle mého názoru nejdůležitější a také ve většině podniků nejnákladnější funkcí logistiky. Chtěla bych rozebrat její význam v logistice a hlavně se zaměřit na matematické modelování dopravních situací, které aplikuji na konkrétním případu dopravního problému.

Vždyť právě přeprava zprostředkovává přemístování výrobků k zákazníkům. Je proto potřeba vytvořit takový systém, aby byly splněny požadavky každého klienta, ale také aby firmě nevznikaly příliš vysoké náklady. Je třeba využít všech prostředků co nejefektivněji, což znamená nalézt optimální řešení. To všechno bude náplní mé práce.

Pro její vypracování budu používat hlavně ekonomicko-matematické metody (EMM), které jsou součástí operační analýzy, a s nimi související modelovou tvorbu v součinnosti s výpočetní technikou, které jsou velmi významným nástrojem řídicí činnosti nejen v podnikové, ale i nadpodnikové úrovni řízení. Technika matematického modelování je velmi rozsáhlá a rozmanitá. Zasahuje oblast plánování, ekonomické analýzy, prognózování a řízení v tom nejširším slova smyslu.

Ve své práci využiji metod operační analýzy v dopravě mezi dodavateli a odběrateli, jež představuje finální činnost logistického řetězce. Použiji metody matematického modelování dopravních úloh a teorie grafů. Rovněž jsem se ve své práci rozhodla využít simulaci odběratelských požadavků, z jejichž výsledků pak propočítám pravděpodobnosti výskytu daných situací. Cílem pak bude navrhnout firmě co nejvhodnější vozový park, který by za dané situace nejlépe zohlednil její potřeby.

V jednotlivých kapitolách rozpracuji, jaký má doprava v logistice význam, jaké existují druhy dopravních problémů a jaké jsou možné metody jejich řešení. Poukážu na software, který se při jejich řešení využívá, a pokusím se nastínit řešení konkrétní rozvozní situace s výsledky získanými z jednotlivých simulací. Na závěr navrhu

konečné optimální (popřípadě suboptimální) řešení, v rámci kterého bych firmě doporučila, jaký počet vozů a s jakými kapacitami by bylo nejlépe používat.

2. VÝZNAM DOPRAVY V LOGISTICE

O významu logistiky v dnešní době a ve vyspělých zemích nemůže být pochyb. Téměř žádná industrializovaná ekonomika se neobejde bez sektoru dopravy, který je tak rozšířený, že si ani spousta lidí jeho význam neuvědomuje.

Pro lepší vysvětlení významu dopravy v logistice jsem se nechala inspirovat knihou „Logistika“, kterou vypracovali Douglas M. Lambert, James R. Stock a Lisa M. Ellram (2000). Tito autoři rovněž uvádějí příklad ze Spojených států, kde v roce 1996 činily výdaje na přepravu cca 455 miliard USD, přičemž celkové náklady na logistiku (tj. včetně výdajů na přepravu) se odhadovaly na 797 miliard USD.

2.1. PŘÍNOS ČASU A MÍSTA

Doprava zajišťuje fyzické přemístění výrobků z místa, kde se vyrábějí, do místa, kde je jich zapotřebí. Je naprosto zřejmé, že takový přesun na určitou vzdálenost vytváří určité náklady, které se připočítávají k hodnotě výrobku. Tato přidaná hodnota se nazývá *přínos místa*. V souvislosti s dopravou, přesněji řečeno se skladováním, je rovněž třeba zmínit další přidanou hodnotu, *přínos času*. S dopravou souvisí i rychlost a spolehlivost, se kterou se výrobek přemísťuje z jednoho místa do druhého. Tyto určující prvky jsou známy jako doba přepravy a spolehlivost servisu.

Pokud výrobek není k dispozici přesně tehdy, kdy je ho zapotřebí, může to mít pro podnik nákladné důsledky, jako např. ztrátu prodeje, nespokojenost zákazníků nebo výpadek výroby, je-li produkt vstupem pro výrobní proces podniku. Firma by se proto měla snažit všechny zmíněné faktory co nejvíce optimalizovat, tedy vytvořit takový systém skladování a strukturu dopravy, který by nejvíce vyhovoval oběma stranám.

2.2. VAZBY MEZI DOPRAVOU, LOGISTIKOU A MARKETINGEM

V dnešní době je marketingové řízení nedílnou součástí všech podnikatelských aktivit. Ani u dopravy tomu není jinak. Ta v rámci své činnosti, kterou je fyzické přemísťování výrobků mezi trhy, poskytuje zákazníkům přidanou hodnotu. Tímto způsobem přispívá k úrovni zákaznického servisu, jednoho ze základních kamenů spokojenosti zákazníků, což je významná složka marketingové koncepce.

V předešlé kapitole jsem zmínila dva pojmy – přínos místa a přínos času. Oba faktory jsou nezbytné pro úspěšnou činnost marketingu. Vliv na podnikatelská rozhodnutí mají i prvky, které zdánlivě nesouvisejí s řízením vlastní funkce dopravy, jako např. jaké výrobky by se měly vyrábět, kde by se měly prodávat, kde by měla být umístěna výrobní a skladovací zařízení nebo odkud by měl podnik odebírat vstupní materiály.

Přeprava představuje jedny z největších nákladů logistiky. U některých výrobků může dokonce představovat významný podíl na jejich prodejní ceně. To se týká produktů s nízkou hodnotou v přepočtu na hmotnostní jednotku, např. písek, uhlí (základní suroviny). Obecně platí, že když má vstupní nebo výstupní doprava vyšší podíl na nákladech, měl by podnik dbát na efektivní řízení přepravy. Stejně je tomu i v případě výrobků, které mají relativně vysokou hodnotu ale malý podíl dopravy na prodejní ceně; zejména proto, že celkové náklady na přepravu v absolutním vyjádření tvoří významnou položku nákladů podniku.

2.3. FAKTORY OVLIVŇUJÍCÍ PŘEPRAVNÍ NÁKLADY A CENU PŘEPRAVY

Obecně můžeme tyto faktory rozdělit do dvou hlavních kategorií: faktory související s charakterem výrobku a faktory související s charakterem trhu.

2.3.1. FAKTORY SOUVISEJÍCÍ S CHARAKTEREM VÝROBKU

Faktorů právě z této kategorie, které ovlivňují především náklady a ceny přepravy, existuje velmi mnoho. Mohou být rozděleny zhruba do čtyř skupin:

- Hustota – poměr hmotnosti a objemu
- Skladovatelnost výrobku

Skladovatelnost je míra, do jaké je daný produkt schopen vyplnit dostupný prostor v přepravním prostředku.

- Snadnost, resp. obtížnost, manipulace

Snad není nutno zdůrazňovat, že přeprava výrobků, se kterými se obtížněji manipuluje, stojí více.

- Ručení

Výrobky, které mají vysoký poměr hodnoty vzhledem k objemu, je snadnější poškodit a existuje u nich vyšší pravděpodobnost krádeží – jejich přeprava proto stojí více.

2.3.2. FAKTORY SOUVISEJÍCÍ S CHARAKTEREM TRHU

Vedle vlastností daného výrobku ovlivňují přepravní náklady, a následně i cenu, faktory související s povahou trhu. Mezi nejdůležitější patří:

- Míra konkurence v rámci určitého dopravního odvětví a mezi jednotlivými druhy dopravy
- Rozmístění trhů, které určuje, na jaké vzdálenosti se musí zboží přepravovat
- Povaha a rozsah vládních regulačních opatření, která se týkají dopravy
- Rovnováha či nerovnováha dopravy směrem na určitý trh a směrem ven z určitého trhu
- Sezónnost přesunů výrobků
- Zda je výrobek přepravován pouze vnitrostátně, nebo mezinárodně

Kromě těchto faktorů musíme brát v úvahu i důležité faktory související s úrovní servisu.

2.4. PŘÍMÝ VLIV PŘEPRAVY NA ZÁKAZNICKÝ SERVIS

Zákaznický servis představuje kritickou složku logistického řízení. I když všechny

činnosti logistického řízení přispívají svým dílem k úrovni servisu, který podnik poskytuje svým zákazníkům, dopady přepravy na zákaznický servis patří mezi nejdůležitější. K nejdůležitějším charakteristikám přepravního servisu, které ovlivňují úroveň zákaznického servisu, patří:

- Spolehlivost – vyrovnanost servisu
- Doba přepravy
- Pokrytí trhu – schopnost zabezpečit rozvážkový servis
- Pružnost – zvládnutí přepravy různorodých výrobků a splnění zvláštních požadavků přepravců
- Výsledky v oblasti ztrát a poškození
- Schopnost dopravce poskytovat více než pouze základní přepravní servis (tj. stát se součástí celkových marketingových a logistických programů přepravce).

Každý druh dopravy – silniční, železniční, letecká, lodní a potrubní – poskytuje poněkud jinou kvalitu a úroveň servisu.

2.5. ROZHODOVÁNÍ O VOLBĚ ZPŮSOBU PŘEPRAVY A DOPRAVCI

Cílem řízení dopravy je vytvořit co nejkvalitnější strategii způsobu přepravy/dopraců, neboť se zde vyskytuje mnoho faktorů, které přeprava ovlivňuje a tudíž se musí brát v úvahu; například zásoby, balení, spotřeba energie, zákaznický servis, skladování, míra znečištění a další. Přijetí co nejefektivnějších a nejproduktivnějších rozhodnutí závisí rovněž na ekonomických omezeních, omezenosti zdrojů, konkurenci a požadavcích zákazníků.

Při rozhodování o výběru druhu dopravy/dopravce lze odlišit čtyři samostatné fáze:

1) Rozpoznání problému

V tomto úvodním stadiu procesu můžeme pozorovat různé činitele: požadavky zákazníků, nespokojenost s existujícím způsobem přepravy nebo změny v distribučním modelu podniku. Nejdůležitější faktory mají obvykle nějakou souvislost se zákaznickým servisem. Netrvá-li zákazník na určitém způsobu přepravy, můžeme zahájit fázi zkoumání možných alternativ.

2) Proces zkoumání

Příslušní manažeři posuzují různé zdroje informací, které jim napomáhají přijmout optimální rozhodnutí ve věci volby druhu dopravy/dopravce.

3) Proces volby

Na základě informací shromážděných v rámci procesu zkoumání řídicí pracovníci úseku dopravy určí, která z dostupných možností nejlépe vyhovuje požadavkům zákazníků na servis, a to za přijatelných nákladů.

4) Následné vyhodnocení

Jakmile management provede volbu druhu dopravy či dopravce, musí ustavit určité hodnotící postupy, pomocí kterých bude v budoucnu určovat úroveň výkonu zvoleného druhu dopravy/dopravce.

2.6. ZVYŠOVÁNÍ PRODUKTIVITY PŘEPRAVY

Zájem na zvyšování produktivity přepravy mají jak přepravci, tak dopravci. Chce-li podnik splnit nezanedbatelnou podmínku úspěchu celého svého logistického systému, musí tomuto zlepšení věnovat jistou pozornost. Při zlepšování produktivity přepravy můžeme rozlišit tři základní oblasti:

1) Zlepšení modelu přepravního systému – používaných metod, prostředků a postupů.

V této oblasti má podnik tyto možnosti zvýšení produktivity: konsolidaci vstupní dopravy (sdružování dodávek směřujících do podniku), podnik provozuje nákladní

silniční přepravu „over-the-road“, lokální operace nakládky (vyzvednutí) a dodávky zboží, použití nájemních forem přepravy.

2) Zlepšení využití (vytíženosti) pracovních sil a dopravních prostředků

Produktivitu bychom mohli zvýšit díky: rozdělování zboží baleného/dopravovaného ve velkém do menších zásilek, využití vozidel při zpátečních jízdách, systémů směřování a plánování dopravy, systémů sledování a monitorování, změn doby dodání zákazníkům (mimo špičky), konsolidace a spojování dodávek, využití řidičů, apod.

3) Zlepšení výkonu pracovních sil a dopravních prostředků

V této poslední oblasti mohou zvýšit produktivitu následující příklady: normy týkající se činnosti řidičů, zlepšení řízení na nejnižších úrovních, zřízení databáze pro oblast přepravy, programy odměn, které by motivovaly k vyšší produktivitě a bezpečnosti, programy na podporu efektivní spotřeby pohonných hmot, atd.

3. MATEMETICKÉ MODELOVÁNÍ DOPRAVNÍCH SITUACÍ

Model je určitým zobrazením systému zobrazující jeho vlastnosti, které jsou pro daný účel podstatné, jak tvrdí Jozef Pitel (1988). Modelování je základním znakem operační a systémové analýzy; jde o postup, při němž jeden systém – originál – zobrazujeme, jiným, jednodušším systémem – modelem.

Mezi daným systémem a modelem se mohou vyskytovat určité odlišnosti, avšak u podstatných hledisek je zde zřejmá podobnost. Ze zkoumání struktury nebo chování modelu můžeme celkem přesně usuzovat na strukturu nebo chování modelovaného systému.

Předmětem mého zájmu budou modely ekonomicko-matematické, které pomocí matematických výrazových prostředků stručně a obecně popisují daný ekonomický systém. Tento systém však nelze díky uvedeným prostředkům vyjádřit v celé jeho konkrétní složitosti. Mohu ho však modelovat, tj. vytvářet jednodušší analogické situace.

Úzký vztah mezi matematickým modelem a ekonomicko-matematickými metodami (později pouze EMM) můžeme spatřovat tehdy, když po tom, co začneme využívat EMM k řešení určitého problému, dostaneme matematický model tohoto problému.

3.1. OBECNÁ FORMULACE DOPRAVNÍ ÚLOHY

Dopravní úlohu formulujeme za těchto předpokladů:

- přepravujeme stejnorodý produkt od dodavatelů k odběratelům;
- k přepravě tohoto produktu používáme stejný druh dopravních prostředků;
- mezi každým dodavatelem a odběratelem existuje pouze jedna dopravní cesta;
- po každé dopravní cestě lze převážet libovolné množství produktu;
- náklady spojené s přepravou jsou přímo úměrné přepravovanému množství produktu.

Předpokládejme, že je dáno m dodavatelů D_1, D_2, \dots, D_m , kteří mají k dispozici a_1, a_2, \dots, a_m jednotek produktu. Tento produkt je třeba přepravit k n odběratelům S_1, S_2, \dots, S_n , jejichž požadavky jsou b_1, b_2, \dots, b_n jednotek produktu. Veličiny a_i ($i = 1, 2, \dots, m$) a b_j ($j = 1, 2, \dots, n$) jsou vyjádřeny nezápornými reálnými čísly ve stejných měrných jednotkách. Rovněž máme zadány náklady na přepravu jednotky produktu od i -tého dodavatele k j -tému odběrateli, zapsané symbolem c_{ij} . Tato veličina nejčastěji představuje vzdálenost mezi dodavatelem a odběratelí v km. Přepravované množství od i -tého dodavatele k j -tému odběrateli označíme x_{ij} a vyjádříme ve stejných měrných jednotkách jako veličiny a_i a b_j .

Hlavním cílem je zajistit takovou přepravu produktu mezi dodavatelem a odběratelí, abychom plně uspokojili požadavky odběratelů na daný produkt a přitom aby celkové náklady na přepravu byly minimální.

Pomocí matematického vyjádření můžeme formulovat všechny uvedené požadavky následovně. Máme nalézt taková čísla x_{ij} , při kterých bude:

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (3.01)$$

při omezeních

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (3.02)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.03)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n). \quad (3.04)$$

Účelová funkce vyjadřuje závislost mezi strukturou přepravy a celkovými přepravními náklady. Soustava omezujících podmínek říká, že součet přepravovaného

množství jednotek produktu od i -tého dodavatele ke všem odběratelům musí být menší nebo roven kapacitě tohoto i -tého dodavatele. Omezující podmínky rovněž udávají, že součet přepravovaného množství jednotek produktu kj -tému odběrateli od všech dodavatelů se musí rovnat požadavku tohoto j -tého odběratele. Tím soustava omezujících podmínek zaručuje nezápornost přepravovaného množství.

3.2. DVOU A VÍCEROZMĚRNÉ DOPRAVNÍ PROBLÉMY

Nejjednodušším typem dopravního problému je dvourozměrná (jednostupňová) dopravní úloha (dále jen „dopravní problém“). Od obecného vyjádření dopravní úlohy se liší tím, že se její omezující podmínky rovnají. Podle Evy Vaněčkové (1996) můžeme takový matematický model dopravního problému formulovat následovně.

Je dáno m dodavatelů, kteří nabízejí určité množství jednotek produktu a_i ($i = 1, 2, \dots, m$) a n spotřebitelů, kteří požadují tento produkt v množství b_j jednotek ($j = 1, 2, \dots, n$);

přítom úhrn kapacit dodavatelů se rovná úhrnu požadavků spotřebitelů, tedy

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (3.05)$$

Platnost tohoto vztahu je podmínkou řešitelnosti dopravní úlohy. To znamená, že dopravní úloha je řešitelná pouze tehdy, je-li zadána ve standardním tvaru. V praxi se však s takovýmto vztahem prakticky nesetkáme.

Úkolem je určit takový plán přepravy, aby:

- a) kapacita každého dodavatele byla vyčerpána,
- b) požadavek každého spotřebitele byl uspokojen,
- c) celkový počet tunokilometrů, popř. celkové náklady spojené s přepravou byly minimální;

přičemž podmínky a) a b) tvoří vlastní omezení úlohy a požadavek c) představuje kritérium optimálnosti.

Všechny údaje vztahující se k dopravnímu problému můžeme přehledně zapsat do tabulky 3.01, kde se řádky vztahují k dodavatelům a sloupce ke spotřebitelům.

	S ₁	S ₂	. . .	S _n	a _i
D ₁	^{c₁₁} x ₁₁	^{c₁₂} x ₁₂	. . .	^{c_{1n}} x _{1n}	a ₁
D ₂	^{c₂₁} x ₂₁	^{c₂₂} x ₂₂	. . .	^{c_{2n}} x _{2n}	a ₂
.
.
.
D _m	^{c_{m1}} x _{m1}	^{c_{m2}} x _{m2}	. . .	^{c_{mn}} x _{mn}	a _m

b _j	b ₁	b ₂	. . .	b _n
----------------	----------------	----------------	-------	----------------

tab.3.01

Účelová funkce dopravního problému představuje závislost celkového počtu tkm, popř. úhrnných přepravních nákladů, na jednotlivých dopravovaných množstvích a je ve tvaru

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min . \quad (3.06)$$

Matematické vyjádření blíže popisuje například doc. E. Vaněčková nebo J. Pitel.

3.3. NÁVAZNÝ DOPRAVNÍ PROBLÉM

V literatuře se můžeme setkat rovněž i s názvy dvoustupňový dopravní problém Vaněčková – 1996) nebo také dopravní úloha s mezičlánkem (Pitel – 1988).

V dosud uvažovaných dopravních problémech šlo o přímou dopravu produktů od dodavatelů k odběratelům. V návazném dopravním problému se tato doprava uskutečňuje přes určité mezičlánky (mezistanice). Příkladem toho může být doprava zboží od výrobců přes velkoobchodní sklady do distribuční sítě nebo doprava sklizených brambor ze zemědělských podniků přes třídírny do skladů, apod.

Pro řešení návazného dopravního problému je potřeba mít zadány kapacity dodavatelů a mezistanic, požadavky odběratelů a sazby charakterizující spojení od každého dodavatele ke každému odběrateli přes každou mezistanici (takovými sazbami jsou zpravidla vzdálenosti nebo náklady na přepravu jednotkového množství). Cíl je velmi podobný dopravnímu problému popsanému v kapitole 3.2. Požadujeme, aby kapacita každého dodavatele i mezičlánku byla vyčerpána, aby každý odběratel byl uspokojen a přitom aby celkový počet tunokilometrů nebo celkových přepravních nákladů byly minimální.

3.4. PŘÍŘAZOVACÍ PROBLÉM

Přířazovací problém se řadí k základním typům distribučních úloh, což můžeme vysvětlit tím, že je spousta úloh, které se zabývají problematikou optimálního přiřazení např. prací ke strojům (a naopak) nebo pracovníků k pracím (a naopak).

Podstatou přířazovacího problému se tedy stává potřeba přiřadit n určitých činitelů (zdrojových objektů) k jiným činitelům (cílovým objektům) výroby tak, aby byl sledovaný efekt přiřazení optimální.

Nejjednodušší případ přířazovacího problému lze obecně popsat následovně. Předpokládejme n druhů prací P_1, P_2, \dots, P_n , které se dají vykonávat na n druzích strojů S_1, S_2, \dots, S_n . Veličiny c_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$) představují náklady spojené s vykonáváním i -té práce na j -tém stroji. Úloha spočívá v přiřazení prací na jednotlivé stroje tak, aby všechny práce byly vykonány s minimálními náklady.

Obecně můžeme říct, že je hlavním požadavkem přiřazení zdrojového objektu některému cíli a aby každému cílovému objektu byl přiřazen právě jeden zdroj.

3.5. OKRUŽNÍ PROBLÉM

Okružní dopravní problém, nebo také problém obchodního cestujícího, se týká případů, kdy je na jedné straně jeden dodavatel (nebo spotřebitel) a na druhé straně se náklad vykládá (nebo nakládá) postupně na několika místech potřeby (nebo zdroje) a po navštívení posledního spotřebitele (nebo dodavatele) se dopravní prostředek vrací zpět na výchozí stanoviště.

Příkladem takových problémů může být rozvoz výrobků od výrobce do skladů, rozvoz zboží z velkoobchodního skladu do prodejen, svoz mléka ze zemědělských podniků do mlékárny, apod.

Cílem řešení okružního dopravního problému je stanovení pořadí navštěvovaných míst tak, aby celkový počet km, popř. celkové náklady na dopravu po uzavření okruhu obsahujícího všechna odběratelská (nebo dodavatelská) místa, byly minimální.

Jozef Pitel (1988) navrhuje formulaci okružního problému na příkladu mlékárenského závodu, který zabezpečuje svoz mléka ze zemědělských podniků a pro jednoduchost předpokládá, že svoz mléka využívá pouze jednu cisternu.

3.6. TEORIE GRAFŮ

3.6.1. ZÁKLADNÍ POJMY TEORIE GRAFŮ

Teorie grafů se zabývá studiem vlastností systémů, které nazýváme grafy, přičemž grafem rozumíme množinu, která se skládá z bodů a jejich spojníc. Body se nazývají uzly a jejich spojnice hrany. Uzly se označují symboly u_1, u_2, \dots, u_n , a hrany, které spojují uzel u_i s uzlem u_j , symbolem (i, j) .

Grafy mohou mít několik podob; například rozlišujeme konečný (je-li počet uzlů konečný) a nekonečný graf, orientovaný (hranám je přisouzen určitý směr – pomocí šipek) a neorientovaný graf, hranově (každé hraně je přiřazeno jedno číslo) nebo uzlově

(hodnoty jsou přiřazeny uzlům) ohodnocený graf, souvislý (mezi všemi dvojicemi uzlů existuje aspoň jedna cesta) a nesouvislý graf.

Cesta v grafu je taková posloupnost orientovaných hran grafu, kdy vždy následující hrana začíná v uzlu, v němž končí hrana předchozí. Řetězcem nazýváme cestu sestavenou z neorientovaných hran. Cyklem nazýváme takovou cestu, která začíná a končí ve stejném uzlu. Acyklický graf neobsahuje žádný cyklus.

Síť je graf, který je konečný, souvislý, orientovaný, acyklický, ohodnocený (hranově nebo uzlově), v němž existuje pouze jeden uzel počáteční a pouze jeden uzel konečný. Jsou-li hrany grafu ohodnoceny časovými údaji, hovoříme o síťovém diagramu.

Některé vlastnosti grafu lze sledovat pomocí matic, i proto existuje souvislost mezi teorií grafů a teorií matic. Čtvercovou incidenční maticí $A = (a_{ij})$ sestavujeme následovně: existuje-li v grafu hrana (i,j) , položíme prvek matice $a_{ij} = 1$, jestliže taková hrana neexistuje, položíme $a_{ij} = 0$.

3.6.2. NEJKRATŠÍ CESTA V GRAFU

Minimální kostrou grafu ani maximálním tokem sítí se ve své práci zabývat nebudu. (blíže je to popsáno například v učebních materiálech české zemědělské univerzity v Praze autorů prof. Získala a prof. Havlíčka). Vzhledem k tomu, že se zabývám dopravou od dodavatele k odběrateli, tudíž se snažím najít co nejkratší a nejlevnější cestu, využiji klasický problém teorie grafů, kterým je právě nejkratší cesta v grafu.

3.6.2.1. FORMULACE PROBLÉMU

Mějme hranově ohodnocený graf, kde má každá hrana přiřazeno číslo $h_{ij} > 0$, které představuje vzdálenost mezi uzlem u_i a u_j . Úkolem je nalézt takovou cestu A mezi zvolenými uzly u_0 a u_n , tj. posloupnost hran $h_{0i_1}, h_{i_1i_2}, \dots, h_{i_{k-1}i_k}, h_{i_k n}$, pro kterou je celková délka cesty $\sum h(A)$ minimální ze všech možných cest mezi uvažovanými uzly. Pro řešení

tohoto problému existuje několik algoritmů. Jedním z nich je následující algoritmus (viz kapitola 3.6.2.2).

Cílem řešení je nalézt nejkratší vzdálenost z uzlu r do uzlu s v hranově ohodnoceném grafu. Známe-li nějakou cestu z uzlu i do uzlu j s délkou v_j a cestu z uzlu i do uzlu k s délkou v_k a existuje-li hrana (k,j) s ohodnocením c_{kj} , pak musíme posoudit následující nerovnosti.

Platí-li $v_k + c_{kj} < v_j$, pak nejkratší cesta z uzlu i do uzlu j povede přes uzel k a platí-li $v_k + c_{kj} \geq v_j$, pak se nejkratší cesta z uzlu i do uzlu j nezmění.

Při řešení se používá nejčastěji prohledávání grafů do šířky, takže v každém kroku jsou vypočítány vzdálenosti všech uzlů dostupných od výchozího uzlu r přidáním jediné hrany. Každý uzel je označen dosud známou nejkratší cestou z výchozího uzlu, pokud nová hrana vytvoří cestu kratší, změní se ohodnocení uzlu. Tento postup je možno modifikovat tak, že se označí pouze ten uzel, do něž je délka nejkratší cesty minimální.

3.6.2.2. UPRAVENÝ FORD-FULKERSONŮV ALGORITMUS

Algoritmus spočívá v přiřazování proměnných v_i jednotlivým uzlům grafu podle těchto pravidel:

1. Pro počáteční uzel u_0 cesty se položí $v_0 = 0$ a hrany, které incidují s uzlem u_0 se vypustí z úvahy.
2. Pro určení hodnoty v_j se použije vztahu $v_j = \min_{i,j}(v_i + h_{ij})$

Minimum se hledá přes všechna i , pro které je v_i definováno a pro všechna j , pro které v_j dosud definováno není. Je-li dosaženo minima např. pro $j = q$, pak položíme $v = q$

$$v_g = \min(v_i + h_{ij}) = v_i + h_{iq}$$

3. Proměnné v_i , jejichž hodnoty byly již jednou stanoveny, se již dále nebudou měnit. Proto jakmile určíme proměnnou v_i uzlu u_i , není nutné v dalších výpočtech uvažovat ty hrany, které do uzlu u_i také vstupují (tj. které incidují s uzlem u_i).

Algoritmus končí, jsou-li určena všechna čísla v_i pro všechny uzly, tedy i číslo v_n koncového uzlu u_n , které udává délku nalezené nejkratší cesty mezi uzlem u_0 a u_n . Posloupnost indexů (i,j) , pro které bylo dosaženo v jednotlivých krocích $\min(v_i + h_{ij})$, udává posloupnost hran $\{h_{ij}\}$, které tvoří nejkratší cestu (řetěz) mezi uzly u_0 a u_n . Výpočty se vhodným způsobem tabelují.

4. POPIS ZÁKLADNÍCH METOD PRO ŘEŠENÍ RŮZNÝCH TYPŮ MODELŮ DOPRAVNÍCH SITUACÍ

Dopravní problém se vyznačuje některými zvláštnostmi, což se stalo podnětem k vypracování speciálních metod pro jeho řešení. Všechna vlastní omezení jsou vyjádřena rovnicemi. Jednotlivé neznámé i pravé strany všech omezujících podmínek jsou vyjádřeny ve stejné měrné jednotce.

Postup řešení dopravního problému spočívá v provedení tří základních kroků:

1. konstrukce výchozího základního přípustného řešení, nejčastěji podle metody severozápadního rohu, indexových metod, Vogelovy aproximační metody a Habrovy frekvenční metody; kromě metody severozápadního rohu uvedené metody většinou poskytují řešení blízké k optimu, a proto je nazýváme metodami aproximačními
2. test optimality výchozího řešení, provedený nejčastěji pomocí modifikované distribuční metody (MODI-metody)
3. přechod k lepšímu řešení, tzn. změna báze, když testované řešení nebylo optimální.

4.1. METODA SEVEROZÁPADNÍHO ROHU

Nalezení výchozího bazického řešení touto metodou je velmi jednoduché. Do tabulky, ve které jsou zapsány výchozí údaje dopravní úlohy formulované ve standardním tvaru, zapisujeme postupně kladné hodnoty proměnných x_{ij} . Nejprve obsazujeme políčko v severozápadním, tj. v levém horním rohu tabulky, které odpovídá proměnné x_{11} . Hodnota této proměnné bude rovna $x_{11} = \min(a_1; b_1)$.

4.2. APROXIMATIVNÍ METODY ŘEŠENÍ DOPRAVNÍCH ÚLOH

Důvodem pro vznik aproximačních metod je určitý nedostatek výše uvedené metody. Metoda severozápadního rohu nebere zřetel na koeficienty účelové funkce

(vzdálenosti). Získané řešení se proto může značně lišit od řešení optimálního. Výchozí řešení by se však mělo co nejvíce přibližovat optimálnímu řešení, a to z důvodu zkrácení iteračního postupu při vyhledávání optimálního řešení.

Nejdůležitější aproximativní metody jsou indexní metoda, Vogelova aproximační metoda (VAM) a Habrova frekvenční metoda. Řešení získané některou z těchto metod se přibližuje optimálnímu řešení, a proto někdy toto řešení považujeme za přijatelné a dále je nezlepšujeme.

4.2.1. INDEXNÍ METODA

Při stanovení bazického řešení indexní metodou postupujeme obdobným způsobem jako při metodě severozápadního rohu. Rozdíl je pouze v tom, že při určování hodnot jednotlivých proměnných nepostupujeme zleva doprava a shora dolů, ale přihlížíme k velikosti koeficientů účelové funkce (sazeb). Políčka obsazujeme postupně tak, že vždy začínáme od políčka s nejnižší kladnou sazbou. Když při obsazování políček přichází v úvahu více stejných nejnižších sazeb, pak přednostně obsadíme políčko s nejnižším i a j .

Políčka s nulovou sazbou, kterým přísluší doplňkové proměnné, obsazujeme jako poslední.

4.2.2. VOGELOVA APROXIMAČNÍ METODA (VAM)

Při využití metody VAM může nastat případ, kdy jsme ke konci postupu stanovování bazického řešení nuceni obsazovat políčka s vysokými sazbami. Řešení získané indexní metodou může pak být i horší než řešení získané metodou severozápadního rohu.

Takový nedostatek odstraňuje právě Vogelova aproximační metoda. Tu provádíme tak, že proces obsazování políček neprovádíme jenom podle velikosti sazby, ale bereme v úvahu i rozdíly mezi nejmenšími sazbami v řádcích a sloupcích tabulky.

Postup metody VAM lze teda popsat následovně:

1. v každém řádku a sloupci vypočteme diferenci (rozdíl) mezi dvěma nejnižšími kladnými sazbami;
2. v řádku nebo sloupci s nejvyšší diferencí vyhledáme políčko s nejnižší sazbou a toto políčko obsadíme nejvyšší možnou hodnotou. Zjistíme-li stejnou diferenci současně pro více řádků a sloupců, pak v těchto řádcích a sloupcích vyhledáme políčko s nejnižší sazbou a toto políčko obsadíme opět nejvyšší možnou hodnotou. Existuje-li v uvedených řádcích a sloupcích více políček s nejnižší sazbou, pak obsadíme políčko s nejnižším i a j . Po obsazení vybraného políčka provedeme redukci příslušných a_i a b_j . Pokud bylo anulováno a_i , vynecháme příslušný řádek, bylo-li anulováno b_j , vynecháme příslušný sloupec. Bylo-li při redukci současně anulováno a_i i b_j , pak vynecháme řádek i sloupec a celý postup opakujeme počínaje bodem 1.
3. po určitém počtu kroků již nebude možné stanovit difference mezi dvěma nejbližšími kladnými sazbami; zbývající políčka se obsadí podle pravidel indexní metody.

Praxe ukazuje, že VAM metoda dává velmi dobré výsledky. Odchylka hodnoty účelové funkce od optimálního řešení je zpravidla zanedbatelná.

4.3. METODY VŠEOBECNĚ VEDOUCÍ K OPTIMÁLNÍMU ŘEŠENÍ DOPRAVNÍ ÚLOHY

Metody, které všeobecně vedou k optimálnímu řešení, vycházejí (obdobně jako simplexová metoda) z určitého bazického řešení, získaného metodou severozápadního rohu nebo některou z aproximativních metod. Toto výchozí řešení iteračním postupem zlepšujeme a po konečném počtu kroků dospějeme k optimálnímu řešení. Není problémem dokázat, že dopravní úloha má vždy optimální řešení s konečnou hodnotou účelové funkce. Z hlediska řešitelnosti mohou nastat pouze dva případy, a to:

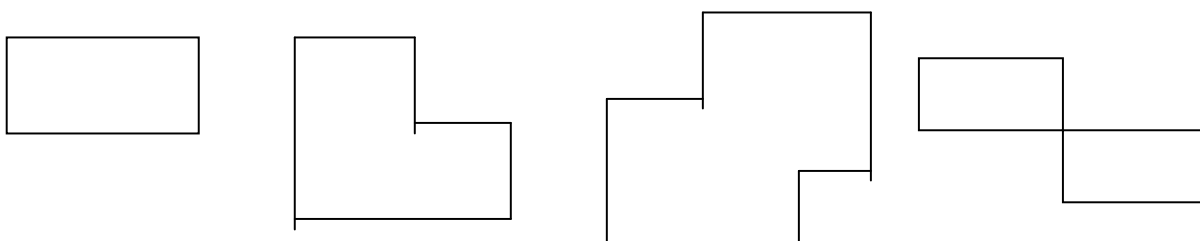
1. úloha má jedno bazické optimální řešení

2. úloha má více bazických optimálních řešení, a tedy nekonečně mnoho nebazických optimálních řešení.

4.3.1. DANTZIGOVA METODA

Obdobně jako při simplexové metodě jsou i v Dantzigově metodě při výpočtu využívána kritéria optimality a při určování proměnné vstupující do řešení indexní čísla Δ_{ij} . Indexní číslo nebazické proměnné (neobsazeného políčka) udává, o kolik by se změnila hodnota účelové funkce při zařazení jedné jednotky této proměnné do řešení.

Indexní čísla nebazických proměnných (neobsazených políček) vypočítáme prostřednictvím uzavřených obvodů. Tento obvod je sestaven pomocí lomené čáry, která vychází z neobsazeného políčka, je tvořena vodorovnými a svislými čarami, které se lámou v obsazených políčkách, a končí ve výchozím políčku. Lze dokázat, že v tabulce se základním nedegenerovaným řešením dopravního problému existuje ke každému neobsazenému políčku právě jeden Dantzigův uzavřený obvod (cyklus). Jeho tvar může být různý, jak lze vidět na následujících obrázcích:



Aby nebyly obsazením nového políčka jednotkovou hodnotou porušeny omezující podmínky (viz kapitola 3.2.), je třeba postupně k bazickým proměnným ve vrcholech uzavřeném obvodu přičítat střídavě hodnoty -1 a $+1$. Hovoříme o tzv. přesunu jednotkové hodnoty cyklu. Hodnota účelové funkce se změní o součet sazeb ve vrcholech uzavřeného obvodu vynásobených však vždy hodnotou změny příslušné proměnné ($+1$ nebo -1).

Algoritmus řešení dopravní úlohy Dantzigovou metodou můžeme shrnout do následujících bodů:

1. Stanovíme výchozí bazické nedegenerované řešení.
2. Pro všechna neobsazená políčka sestrojíme uzavřené obvody po obsazených políčkách a vypočteme příslušné hodnoty indexních čísel Δ_{ij} .
3. Jsou-li všechna indexní čísla kladná, je nalezené řešení jediným optimálním řešením úlohy. Je-li jedno nebo více indexních čísel rovno nule a ostatní jsou kladná, je nalezené řešení též optimální, existuje však další (jedno nebo více) bazické optimální řešení.
4. Je-li alespoň jedno indexní číslo záporné, není nalezené řešení optimální a přecházíme k jeho zlepšování:
 - a) vybereme políčko s minimální hodnotou indexního čísla. Je-li takových políček více, vybíráme políčko s nižším i a j .
 - b) toto políčko, které nově obsazujeme, označíme znaménkem $+$, nalezneme k němu uzavřený obvod po obsazených políčkách a jeho vrcholy střídavě označíme znaménky $-$ a $+$;
 - c) hodnota vstupující proměnné je rovna minimální hodnotě x_{ij} ze všech políček označených znaménky $-$. Políčko s touto minimální hodnotou je zároveň proměnnou vystupující z řešení;
 - d) nalezenou hodnotu proměnné přesuneme v cyklu, tím dostaneme nové bazické řešení a vrátíme se k bodu 2.

4.3.2. MODIFIKOVANÁ METODA

Modifikovaná metoda je založená na principu duality, součástí výpočtu je i stanovení duálních hodnot jednotlivých omezujících podmínek dopravní úlohy. Přiřadíme-li v dopravní úloze (3.06) až (3.08) omezujícím podmínkám (3.07) duální proměnné u_1, u_2, \dots, u_m a omezujícím podmínkám (3.08) duální proměnné v_1, v_2, \dots, v_n , pak můžeme algoritmus k této úloze zformulovat duální úlohu takto:

1. Stanovíme výchozí bazické nedegenerované řešení.

2. Pro všechna obsazená políčka ($x_{ij} > 0$) sestavíme soustavu rovnic $u_i + v_j = c_{ij}$ a vypočteme duální proměnné u_i a v_j ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$). Tyto duální proměnné zapíšeme do zvláštního řádku a sloupce dopravní tabulky.
3. Pro všechna neobsazená políčka vypočteme součty příslušných u_i a v_j a zapíšeme je do levé spodní části příslušných neobsazených políček (viz obr.4.01)

			S_j
D_i			c_{ij}
		$u_i + v_j$	

Obr.4.01

4. Platí-li pro všechna neobsazená políčka

$$u_i + v_j \leq c_{ij} \quad (4.01)$$

pak je řešení optimální. Splňuje-li se vztah (4.01) pro některé neobsazené políčko jako rovnost, pak existuje další ekvivalentní optimální bazické řešení.

5. Platí-li alespoň pro jedno neobsazené políčko, že $u_i + v_j > c_{ij}$, pak řešení není optimální a přecházíme k jeho zlepšování:
 - a) vybereme políčko s maximálním kladným rozdílem mezi součtem duálních hodnot a příslušnou sazbou. Je-li takových políček více, vybereme políčko s nejnižším i a j ;
 - b) toto políčko, které nově obsazujeme, označíme znaménkem +, nalezneme k němu uzavřený obvod po obsazených políčkách a jeho vrcholy střídavě označíme znaménkem – a +;

- c) hodnota vstupující proměnné je rovna minimální hodnotě x_{ij} ze všech políček označených znaménky $-$. Políčko s touto minimální hodnotou je zároveň proměnnou vystupující z řešení;
- d) nalezenou hodnotu proměnné přesuneme v cyklu a tak dostaneme nové zlepšené bazické řešení a vrátíme se k bodu 2.

4.4. METODY PRO VÝPOČET NÁVAZNÉHO DOPRAVNÍHO PROBLÉMU

Návazný dopravní problém můžeme řešit rozkladem na dva dílčí jednostupňové dopravní problémy, což je znázorněno v následujícím postupu.

Přepravované množství od i -tého dodavatele k j -té mezistanici je označeno jako y_{ij} (platí tedy $y_{ij} = \sum_{k=1}^n x_{ijk}$, $i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, r$) a z_{jk} představuje přepravované množství z j -té mezistanice ke k -tému spotřebiteli ($z_{jk} = \sum_{i=1}^m x_{ijk}$, $j = 1, 2, \dots, r$; $k = 1, 2, \dots, n$).

Z požadavku nezápornosti proměnných x_{ijk} vyplývá samozřejmě i nezápornost proměnných y_{ij} a z_{jk} .

Můžeme to tedy zapsat následujícími rovnicemi:

$$\sum_{j=1}^r y_{ij} = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.02)$$

$$\sum_{i=1}^m y_{ij} = d_j, \quad j = 1, 2, \dots, r \quad (4.03)$$

$$\sum_{k=1}^n z_{jk} = d_j, \quad j = 1, 2, \dots, r \quad (4.03)$$

$$\sum_{j=1}^r z_{jk} = b_k, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4.04).$$

Podobně lze vyjádřit účelová funkce v proměnných y_{ij} a z_{jk} , jestliže sazbu c_{ijk} rozepíšeme jako součet $c'_{ij} + c''_{jk}$, kde c'_{ij} je vzdálenost mezi i -tým dodavatelem a k -tou mezistanicí a c''_{jk} představuje vzdálenost od j -té mezistanice ke k -tému spotřebiteli. Pro účelovou funkci bude platit

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r c'_{ij} y_{ij} + \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^n c''_{jk} z_{jk}, \quad (4.05)$$

přičemž je zřejmé, že tato funkce dosáhne minima právě tehdy, budou-li minimální hodnoty funkcí

$$z' = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r c'_{ij} y_{ij} \quad (4.06)$$

$$z'' = \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^n c''_{jk} z_{jk}. \quad (4.07).$$

Rozklad návazného dopravního problému na jednostupňové úlohy poskytuje optimální výsledek i v těch případech, kdy množství přicházející do mezistanic je odlišné od množství dále odesílaného, pokud ovšem každý dílčí dopravní problém je vyvážený.

4.5. METODY PRO VÝPOČET PŘÍRAZOVACÍHO DOPRAVNÍHO PROBLÉMU

Pro řešení přiřazovacího problému můžeme využít hned několik metod, např. Dantzigovu nebo modifikovanou metodu, avšak silná degenerace úlohy může být příčinou mnoha zbytečných kroků spojených s přesunem ε (nul) mezi volnými políčky.

Přiřazovací problém v případě minimalizace účelové funkce se stává zvláštním typem modelu dvourozměrné dopravní úlohy. Můžeme proto pro jeho výpočet využít metod určených právě pro model jednostupňové dopravní úlohy. Výhodnější je však

chápat přiřazovací problém jako minimalizační úlohu teorie grafů a řešit ho tzv. maďarskou metodou, která degeneraci neuvažuje (viz Pitel – 1988, kapitola 2.14.7).

4.6. METODY PRO VÝPOČET OKRUŽNÍHO DOPRAVNÍHO PROBLÉMU

Jako jeden z možných způsobů dosažení optimálního výsledku této úlohy může být využito řešení pro přiřazovací problém s tím, že zdrojové a cílové objekty jsou totožné a představují výchozí místo a všechna navštěvovaná místa. Protože spojení $i \rightarrow j$ je pro $i = j$ nepřipustné, matice sazeb má na hlavní diagonále prohibitivní hodnoty. Ostatní sazby představují vzdálenosti, popř. náklady na přepravu, mezi výchozím místem a všemi navštěvovanými místy a mezi navštěvovanými místy navzájem. Matice sazeb je zpravidla symetrická ($c_{ij} = c_{ji}$), ale nemusí tomu tak být, jestliže např. cesta v jednom směru je nákladnější než v opačném směru. Ne všechna řešení přiřazovací úlohy představují řešení příslušného okružního problému. Musí být splněna podmínka, že cesta z výchozího místa přes cílové objekty, které se současně stávají výchozími objekty, obsahuje všechna odběratelská nebo dodavatelské místa.

Podrobněji se problematikou řešení okružních dopravních problémů zabývá Jan Pelikán (1993).

4.7. SIMULOVANÉ MODEL Y VYCHÁZEJÍCÍ Z TEORIE PRAVDĚPODOB NOSTÍ

Počátky vzniku teorie pravděpodobností souvisí s řešením situací v hazardních hrách. Později se rozšířila i do dalších vědních disciplín, včetně využití i ve výpočetních systémech. Pomocí počítačových programů je možné v oblasti složitých technických, technicko-ekonomických a ekonomických procesů vygenerovat velké množství výsledků ve velmi krátkém čase. K ovládní těchto procesů je důležité neustále provádět jejich imitování, a tím prohlubovat poznatky o možnostech, které se mohou vyskytnout a na které je třeba včas reagovat. Pro uvedené postupy se vžil název simulace. Pracovně je možné považovat za simulaci numerickou techniku provádění hromadných experimentů s modely pomocí počítače. Experimenty jsou určitým přístupem k modelu a skutečnosti.

5. SOFTWARE PRO ŘEŠENÍ OPTIMALIZAČNÍCH ÚLOH V DOPRAVĚ

V dnešním stále se rozvíjejícím světě, ať už si to připustíme nebo ne, tvoří důležitou součást informační technologie a informatika jako taková. Stejně tomu tak je, a to především, v oblasti podnikání. Podniky provádí mnoho strategických rozhodnutí, které z větší části souvisí s konkurenčním bojem. Je proto třeba znát přesné údaje a umět je co nejpřesněji a nejrychleji vyhodnotit. V tomto procesu hrají právě informační systémy a technologie bezesporu nezastupitelnou roli.

Dnes už každá firma využívá v systému řízení a rozhodování výpočetní techniku a speciální programy, tedy informatiku, kterou vysvětluje například Jan Získal (1998) následovně: „Informatika je vědní obor, který zkoumá zákonitosti vytváření sběru, přetváření, uchovávání, vyhledávání, rozšiřování a využívání dokumentované informace a který zajišťuje optimální organizaci informační činnosti. Bezprostředním cílem informatiky se tak stává transformace dostupných informací na informace potřebné pro efektivní řízení.“

Základním předpokladem úspěchu jakéhokoliv informačního systému je ale především přístup lidí k jejich úkolům, jejich znalosti a zkušenosti při využívání informačního systému a zájem o cíl celé organizace. Jinými slovy se dá říci, že 90 % úspěchu závisí na lidech, kteří využívají informační systém.

Dalším důležitým pojmem jsou informační technologie (IT), což jsou postupy, algoritmy a metody, pomocí kterých lze ve spojení s výpočetní technikou provádět efektivně operace s velkým počtem dat za účelem podpory rozhodovacích procesů. IT tvoří hardware, software, komunikační prostředky a vztahy mezi těmito základními prvky potřebnými pro zpracování a přenos dat. Největší nároky na IT má oblast technická, management a marketing.

Cílem informačního systému je získání, zpracování a poskytnutí potřebných informací na všechna potřebná místa, v požadovaném čase, v náležitém rozsahu a ve vhodné formě.

IS je zaměřený na vytváření podnikatelských informací pro různé rozhodovací stupně. Primární transformační systém je zaměřený na výrobu zboží nebo poskytování služeb.

5.1. SYSTÉMY PRO ZPRACOVÁNÍ TRANSAKČÍ – TPS (Transaction Processing Systems)

TPS patří mezi nejstarší funkce počítačového zpracování. Někdy se rovněž nazývají „Systémy pro strukturované rozhodování - SDS“. Jejich cílem je shromažďování, aktualizace a různé formy prezentace informací podle předem stanoveného scénáře, zejména pro oblast operativního rozhodování. Jejich základem jsou *systemy pro ukládání dat*, které umožňují udržovat základní data uložena v souborech či databázích. Praktické využití spočívá např. v registraci objednávek, evidenci dokumentů, mzdovém účetnictví, skladovém hospodářství, atd.

5.2. MANAŽERSKÉ INFORMAČNÍ SYSTÉMY – MIS (Management Information Systems)

Vznikly v šedesátých letech a prováděly běžné zpracování dat a dávkově zpracovávaly výstupy pro řízení; např. poskytovaly detailní přehledy o hospodaření jednotlivých subsystémů organizace. Jejich využívání spočívá v poskytování *aktuálních informací pro operativní řízení*, které jsou prezentovány tištěnými výstupy, které jsou často jen výběrové. Výstupy jsou často periodické (týdenní, měsíční, roční) v podobě sumarizací, modelových agregací a výběru informací. Např. manažerský systém MIS GLOBAL (fa VALEX, Praha) je původní český produkt, který je určen pro finanční analýzu (RELAVEX), finanční plánování a investiční rozhodování (moduly STRATEX, PLANK, PROVALEX). Moduly jsou vytvářeny pro prostředí MS Windows, plánovací moduly v prostředí tabulkového procesoru MS Excel.

5.3. SYSTÉMY PRO PODPORU ROZHODOVÁNÍ - DSS (Decision Support Systems)

Tyto systémy umožňují vyhodnocovat jednotlivé možnosti. Slouží k plně *automatizovanému přijímání rozhodnutí*. DSS mají schopnost provádět rozmanité analýzy stejných dat bez potřeby složitějšího programování, protože požadavky na vstupy jsou často velmi neurčité a vyjasňují se až v průběhu řešení. DSS mají velmi účinnou grafiku a prostředky pro analýzu důsledků různě se měnících podmínek („what-if“ analýzu). Určitý problém lze spatřit v tom, že DSS jsou založeny na použití PC a privátních databází a distribuce dat s větším počtem PC je zatím v našich podmínkách nedostatečná, neboť vyžaduje hierarchickou strukturu technického zabezpečení. Proto se tyto systémy používají tak, že si uživatelé sami zadávají data přes klávesnici, což je velmi neefektivní. V naprosté většině případů jde o používání tabulkových procesorů.

DSS pomáhá uživateli řešit problémy, které by sám nemohl zvládnout nebo by byly časově náročné. Zároveň také mohou odhalit nové způsoby myšlení v rozhodování. Naopak mohou být příliš specifické a nemusí vyhovovat způsobu vyjadřování uživatele, nedokáží nahradit některé vrozené nebo získané lidské schopnosti v oblasti managementu znalostí a rozhodně nemohou napravit práci špatného manažera.

5.4. EXPERTNÍ SYSTÉMY

Expertní systémy patří do kategorie tzv. znalostních systémů KS (Knowledge Systems) a umožňují ukládat znalosti expertů tak, aby je bylo možno použít někým jiným.

ES obsahují znalosti odborníka z dané oblasti. Rovněž také využívají technologie z oblasti umělé inteligence (Artificial Intelligence), což znamená, že znalosti nejsou zabudovány do programu, ale jsou v podobě soustavy pravidel produkčního typu uloženy samostatně v tzv. bázi znalostí.

Báze znalostí je soustava „if-then“ („jestliže, ...potom“) výrazů, které jsou postupně vyhodnocovány v průběhu konzultace s uživatelem. Od něj ES získává informace o stavu řešeného problému, které může odvodit z vlastní báze znalostí, případně získat dotazem do báze dat popisujících danou realitu.

Práce se znalostním systémem spočívá ve hře na otázky a odpovědi. Systém klade uživateli otázky a na základě odpovědí rozhoduje jaké další otázky má položit až do okamžiku, kdy je dosaženo cílového řešení. Příkladem nejjednodušších ES jsou různé uživatelské příručky.

5.5. KONKRÉTNÍ PROGRAMY PRO ŘEŠENÍ DOPRAVNÍHO PROBLÉMU

STORM je integrovaný programový systém obsahující základní (nejfrekventovanější) kvantitativní modelovací techniky pro řešení ekonomických a technických problémů. Matematické modely obsažené v systému STORM vycházejí ze základů operačního a systémového výzkumu, základů řízení technologických procesů a statistiky. V programu STORM je v hlavním menu nabídnuto 16 metod. Pokud bychom počítali dopravní problém, v prostředí základního menu zvolíme variantu „Transportation problem.“

DSWin je jedním z programů, který se u operační analýzy využívá. V modulu *Transportation* lze řešit standardní dopravní úlohy s maximálním počtem dodavatelů i odběratelů 90, což je rovněž jedním z parametrů, které se zadávají při vytváření nového datového souboru. Dalšími jsou titulek (označení úlohy), typ účelové funkce (maximalizační/minimalizační) a jména řádků. K dispozici jsou metoda severozápadního rohu, metoda maticového minima i metoda VAM.

Program OPERA rovněž můžeme využít u příkladů na lineární programování. V případě dopravního problému volíme „Oblast“ – „Lineární programování“ – „Dopravní úloha“. Metodou, kterou bychom chtěli dopravní úlohu řešit, si zvolíme

v nabídce „Soubor“. Na výběr máme metodu severozápadního rohu, indexní metodu a metodu VAM.

Program GAMS (The General Algebraic Modeling System) je speciálně navržený pro úlohy lineárního a nelineárního modelování, a pro řešení optimalizačních problémů. Často se využívá pro rozsáhlé a složité matematické problémy. Gams je k dispozici firmám, počítačovým střediskům, ale běžným uživatelům. Více se o programu můžete dočíst na internetových stránkách <http://www.gams.com/>.

V rámci programu EXCEL může být využit modul, který byl vytvořen PEF ČZU v Praze a který nám také pomůže získat optimální řešení. Pro řešení dopravního problému lze využít další nástroj – DUMKOSA, popř. DUKOSA.

Ve své práci jsem využívala program @RISK, který je rovněž funkční v rámci programu Excel. V programu jsem nechala vygenerovat 100 variant požadavků odběratelů, se kterými jsem dále pracovala za pomoci nástroje DUMKOSA. Dostala jsem tak metodou VAM 100 optimálních řešení. Výsledky jsem uspořádala to tabulky, abych s nimi mohla lépe pracovat a abych pomocí dalších propočtů firmě navrhla konečné řešení.

6. FORMULACE KONKRÉTNÍ ROZVOZNÍ SITUACE A JEJÍ VYŘEŠENÍ

Začínající firma, jejíž hlavní činností je těžba a zpracování písku by si přála navrhnout vlastní vozový park tak, aby co nejlépe tedy nejefektivněji zajistil dopravu ke všem jejich odběratelům. K dispozici má tři sklady a mimo několika menší odběratelů dodává šesti větším zákazníkům. Především na ty bych se ve své práci zaměřila. Nejdůležitějším bodem, podle kterého budu navrhovat konečné řešení, jsou vzdálenosti (v km) mezi jednotlivými sklady a odběrateli. Ty jsou uvedeny v tabulce 6.01.

Dalšími důležitými prvky v mém rozhodování jsou kapacity jednotlivých skladů a_i (viz 6.02) a také požadavky odběratelů b_j , které jsem uspořádala do tabulky 6.03 podle maximálního, minimálního, nejčastěji objednaného množství (v t). Proto, abych z těchto množství získala jednu hodnotu, s níž budu ve svých řešeních dále pracovat, jsem využila váženého aritmetického průměru. Váhy, odpovídající pravděpodobnosti výskytu (v %), včetně výsledných průměrných hodnot, jsou rovněž uvedeny v tabulce 6.03.

	A	B	C	D	E	F
S1	105	130	68	118	30	115
S2	128	93	45	18	130	200
S3	58	60	28	73	80	185

tab. 6.01

	a_i
S1	150
S2	100
S3	165

Tab. 6.02

	A	B	C	D	E	F	váha
max	80	100	60	60	80	70	0,15
nejčastěji	50	80	50	40	60	45	0,7
min	40	50	20	40	30	30	0,15
bj (průměr)	53	78,5	47	43	58,5	46,5	1

tab. 6.03

Důležitým předpokladem je ale i fakt, že si firma musí ponechávat určitou rezervu, kterou by v případě potřeby mohla uspokojit navýšení odběratelských požadavků, popřípadě i nově získané odběratele. Nehledě na to, že je v praxi naprosto nemožné, aby kapacity skladů přesně odpovídaly požadavkům všech odběratelů. Proto do celého modelu přidám ještě tzv. fiktivního odběratele (dále FO). Tento model, se kterým budu nadále pracovat je popsán v tabulce 6.04.

	A	B	C	D	E	F	FO	a_j
S1	105	130	68	118	30	115	0	150
S2	128	93	45	18	130	200	0	100
S3	58	60	28	73	80	185	0	165
b_j	53	78,5	47	43	58,5	46,5	88,5	415

tab. 6.04

6.1. HLEDÁNÍ OPTIMÁLNÍ VARIANTY

K nalezení optimálního řešení využiji Vogelovu aproximační metodu, bližší popsanou v kapitole 4.2.2. Jako nástroj, který mi její hledání usnadní, využiji excelovský nástroj nazvaný DUMKOSA. Nejprve zjistím hodnoty mého modelu,

přesněji znázorněném v tabulce 6.04. A po té vyzkouším další možné varianty. Výsledek varianty I je uveden v následující tabulce 6.05.

	A	B	C	D	E	F	FO	a_i
S1	105	130	68	118	30	115	0	150
	0	0	0	0	58,5	46,5	45	
S2	128	93	45	18	130	200	0	100
	0	0	13,5	43	0	0	43,5	
S3	58	60	28	73	80	185	0	165
	53	78,5	33,5	0	0	0	0	
b_j	53	78,5	47	43	58,5	46,5		

tab. 6.05

Hodnota účelové funkce této varianty I je **17.141,5 tkm**. Momentálně však nemám k dispozici další řešení, se kterým bych tuto výslednou hodnotu mohla porovnat. Vzhledem k nepříliš využitému skladu 2 bych zkusila jako variantu II navrhnout model se 2 sklady (S1 a S2), přičemž bych kapacity obou skladů navýšila na 160 t a 230 t. Výsledek této varianty je uveden v následující tabulce 6.06.

	A	B	C	D	E	F	FO	a_i
S1	105	130	68	118	30	115	0	160
	0	0	0	0	58,5	46,5	55	
S3	58	60	28	73	80	185	0	230
	53	78,5	47	43	0	0	8,5	
b_j	53	78,5	47	43	58,5	46,5		

Tab. 6.06

Z tabulky 6.06 můžeme vyčíst, že podle tohoto modelu by měl sklad 1 dodávat zboží pouze zákazníkům E a F, zatímco sklad 3 by dodával všem ostatním zákazníkům, tedy A, B, C a D. Zároveň je jasně vidět, jaká zásoba by jim na skladě zbyla. Vezmeme-li v úvahu případné navýšení objednávek, zdá se být zásoba skladu 3 spíše nedostačující, zatímco ve skladu 1 je tato zásoba nadbytečná. Pokud bych se tedy měla rozhodovat o této možnosti, navrhla bych variantu III, která by snížila kapacitu skladu 1 na 140 t a zvýšila kapacitu skladu 3 na 250 t. Rezervy by tak činily 35 t a 28,5 t. Nic by to však neměnilo na tom, že dle mého cíle, kterým je minimalizovat dopravní cesty, vychází účelová funkce hůře, než v případě varianty I. Její hodnota činí **19.270 tkm**. Tento neuspokojivý výsledek mě tak vrací zpátky k možnosti využít všechny 3 sklady. Nicméně i zde bych navrhla upravit kapacity skladů tak, jak je uvedeno v tabulce 6.07.

	var. IV
S1	120
S2	100
S3	200

tab. 6.07

Výsledek této poslední navržené varianty, jejíž hodnota účelové funkce je rovna **16.905 tkm**, je uveden v tabulce 6.08.

	A	B	C	D	E	F	FO	a_i
S1	105 0	130 0	68 0	118 0	30 58,5	115 46,5	0 15	120
S2	128 0	93 0	45 0	18 43	130 0	200 0	0 57	100
S3	58 53	60 78,5	28 47	73 0	80 0	185 0	0 21,5	200
b_j	53	78,5	47	43	58,5	46,5		

tab. 6.08

Další kroky v mém modelování situace se budou odvíjet podle tohoto řešení. Sklad 1 se bude soustředit na dodávky zboží zákazníkům E a F, přičemž si ponechá rezervu 15 t. Sklad 3 bude dodávat zákazníkům A, B, C a bude disponovat s rezervou 21,5 t. Sklad 2 bude ze šesti větších zákazníků dodávat zboží pouze jednomu, v mém příkladě označenému D. Na rozdíl od dvou předešlých skladů bude ale držet vyšší zásobu, kterou by využíval k dodávkám menším odběratelům. V případě nutnosti by z ní mohlo být dodáno i zboží ostatním zákazníkům, pro které by momentální zásoba skladu 1 nebo 3 nestačila.

6.2. VYGENEROVÁNÍ VARIANT A JEJICH ZPRACOVÁNÍ

K tomu, aby bylo možno firmě navrhnout vhodný vozový park, je potřeba znát objednávané množství materiálu všech zákazníků. Jeden výsledek je bohužel naprosto nedostačující. Z toho důvodu jsem využila program @RISK, s jehož pomocí jsem vygenerovala 100 možných variant odběratelských požadavků. Z údajů, které jsem měla k dispozici, jsem nastavila parametry trojúhelníkového rozdělení. Těmito parametry jsou hodnota pesimistického odhadu, nejpravděpodobnější hodnota odhadu a optimistická hodnota odhadu. V mém případě jsem vycházela z hodnot představujících maximální, minimální a nejčastěji objednávaná množství jednotlivých odběratelů, viz tab. 6.03.

Po dokončení simulace jsem uspořádala výsledky do tabulky uvedené v příloze 1. V každém sloupci je uvedeno 100 možných objednávek všech šesti zákazníků. Tyto výše odběratelských požadavků jsem dále využila při řešení sta variant pomocí nástroje DUMKOSA. Pro lepší přehlednost jsem výsledky jednotlivých cest srovnala do jedné tabulky přidané jako příloha 2. Do této tabulky jsem přenesla údaje o výši přepravovaných množství, které jsem získala ze sta tabulek řešení pomocí metody VAM a v přehledu uvedeném jako příloha 2 jsem tyto hodnoty uspořádala do sloupců nazvaných podle jednotlivých tras. Je z něj tedy možno vyčíst plnění objednávek všem odběratelům ze skladů 1, 2 a 3, ale také výše rezerv, které jednotlivé sklady mají k dispozici. Jednoznačně tedy vidím, že sklad 1 dodává odběratelům E a F a přitom si

ponechává celkem velkou rezervu; sklad 2 dodává odběrateli D, ale navíc se ještě dělí se skladem 3 o plnění objednávek firmě C a ze všech skladů má největší zásobu; naopak sklad 3 drží nejmenší, spíše minimální, zásobu a dodává zákazníkům A, B a z větší části i C.

S touto tabulkou budu dále pracovat a v následující kapitole se pokusím získané hodnoty uspořádat do ještě přehlednějších tabulek, podle nichž bych mohla lépe navrhnout konečné řešení vozového parku. Při rozhodování o něm musím samozřejmě brát v úvahu, jaké možnosti dopravních prostředků se pro tento materiál nabízejí a dále je budu porovnávat s převáženým množstvím, které by se po jednotlivých cestách mělo dopravovat.

6.3. NAVRŽENÍ KONEČNÉHO ŘEŠENÍ

V této kapitole bych chtěla shrnout vygenerované výsledky zvlášť pro jednotlivé sklady, neboť každý z nich má své odběratele.

6.3.1. ŘEŠENÍ SKLADU 1

Výsledky znázorněné v tabulce 6.09 jsem vyčetla z kompletní tabulky hodnot uvedené jako příloha 2. Intervaly jsem navrhla s ohledem na fakt, že nejnižší požadované množství materiálu se pohybuje kolem 32 tun.

	S1-E	S1-F
0-30 t	0	0
32-80 t	100	100
konkrétně	32-80 t	32-67 t

tab. 6.09

Na první pohled je zřejmé, že vlastnit nízkokapacitní vozidla není v tomto případě efektivní, neboť nejnižší objednávaná množství jak zákazníka E tak i zákazníka F převyšují 30 tun a ve svém maximu dosahují až k 80 tunám.

Tudíž jednoznačně navrhuji, aby firma do skladu 1 pořídila dva sklápěče s vyšší nosností, jeden na 30 tun a druhý na 20 tun.

6.3.2. ŘEŠENÍ SKLADU 2

Stejně jako u prvního skladu i zde jsem uspořádala výsledné hodnoty do přehlednější tabulky 6.10. Tentokrát jsem se rozhodla pro interval do 12 tun a to proto, že se v něm nachází více hodnot. Z toho důvodu jsem uvažovala pro sklad 2 pořídít i auto s menší nosností a to právě do 12 tun.

	S2-C	S2-D
0-12 t	25	0
12-59 t	49	100
konkrétně	0-53 t	41-59 t

tab. 6.10

Z tabulky je patrné, že zákazník D, stejně jako v případě podniků E a F, odebírá pouze vyšší množství, konkrétně od 40 tun do 60 tun. Jinak je tomu však u odběratele C, jehož objednávaná množství se pohybují v intervalu od 0 tun do 53 tun. Takto vysoké rozpětí včetně nulových objednávek je dáno tím, že podle optimálního řešení by firma měla zákazníkovi C dodávat hned ze dvou skladů. O uspokojování požadovaného množství se dělí sklad 2 se skladem 3.

Podle výsledků leží 25 hodnot v intervalu do 12 tun (hodnoty 0 neuvažujeme, přestože jich bylo zaznamenáno hned 26). Některé z dalších nízkých hodnot také

nemusíme uvažovat, neboť nepředpokládáme, že by se zákazníkovi z jednoho skladu dodávalo množství do 6-7 tun. Přesto bych ale na nižší objemy navrhovala menší návěs a to konkrétně s nosností do 12 tun. Naopak hodnoty převyšující množství 12 tun zaujímají téměř 50 % případů a dosahují až maximální hodnoty 53 tun. Pro tyto, stejně jako pro přepravu k zákazníkovi D, bych opět navrhovala sklápěče o nosnosti 25 t a 20 t.

Jak už jsem ale v kapitole 6.1. podotkla, sklad 2 drží vyšší zásobu. Je tomu tak proto, aby mohla firma z tohoto skladu uskutečňovat dodávky menším odběratelům. I proto by mohlo být výhodnější vlastnit méněobjemové sklápěče. Záleží však na objemech, které bývají požadovány a dodávány. Firma by tak měla zvážit, zda-li se jí vyplatí pořídit sklápěče s malou nosností - 3 t, 3,5 t, 5 t popřípadě i 9 t, nebo zda-li by bylo lépe využít na rozvoz některý z větších sklápěčů. Vzhledem k tomu, že malí odběratelé nejsou náplní mé práce, neboť jejich objednávky bývají nepravidelné, málo časté nebo i jednorázové, ponechám jim zde pouze tuto poznámku. Firma by musela brát v úvahu skutečnosti, které momentálně nejsou známy, neboť u začínající firmy přicházejí odběratelé postupně. Následně se dá podle jejich zvyklostí i podle rozšiřování trhu a dalších důležitých faktorů uvažovat o možném ideálním řešení.

Závěrem bych tedy firmě navrhovala do skladu 2 pořídit auta – sklápěče s nosností 25 tun a 20 tun, a pro případy, kdy je potřeba dodat pouze nižší množství, by postačil i menší sklápěč s nosností do 12 tun. Určitě by však bylo třeba brát v úvahu celou objednávku zákazníka C a momentální možnosti skladů 2 a 3. Pokud by to bylo možné, bylo by lépe dodávat pouze z jednoho z nich.

6.3.3. ŘEŠENÍ SKLADU 3

I sklad 3, stejně jako oba předchozí, má své odběratele, které jsem z tabulky výsledků shrnula do následující tabulky 6.11. Tady jsem se rozhodla pro interval do 11 tun, neboť podle výsledků se nižší hodnoty pohybují právě v něm. Zbývající nižší hodnoty se vejdou do intervalu 11-20 tun. Chtěla jsem tím spíše jen poukázat na to, že

jsou zde i malá množství, která jsou ale, jak později vysvětluji, celkem zbytečná brát je v úvahu.

	S3-A	S3-B	S3-C
1-11 t	0	0	7
11-20 t	0	0	11
nad 20 t	100	100	82
konkrétně	42-80 t	54-98 t	1-52 t

tab. 6.11

Z výsledků je patrné, že zákazníci A a B standardně odebírají více tun a k dovozu těchto objednaných množství by se využívali víceobjemové sklápěče. Stejně jako v předešlých případech bych navrhovala auta s vyšší nosností, konkrétně tedy 30 t a 20 t. I zde se však vracím k problému se zákazníkem C, blíže popsáném v kapitole 6.3.2.

Sedmi hodnotami uvedenými v intervalu 1-11 tun, přičemž 4 z nich jsou do 6 tun, nemá cenu se příliš zabývat. Nepředpokládám, že by firma chtěla dodávat ze skladu 3 pouze 5 tun, zatímco ze skladu 2 by se jí dodávalo kupříkladu 50 tun. Pokud by to bylo možné, bylo by lépe dodávat objednané množství pouze z jednoho skladu, popřípadě by si toto množství oba sklady lépe rozdělily. Dle mého názoru je tedy zbytečné vlastnit menší sklápěč, ale pokud by firma v budoucnu častěji zajišťovala přepravu takovýchto množství, mohla by o jeho pořízení uvažovat.

7. ZÁVĚR

Na začátku své práce jsem byla postavena před problém začínající firmy, která požadovala z velmi malého množství použitelných informací získat konečné řešení pro optimální skladbu a využití vozového parku. Právě pro nedostatek některých praxí neověřených podkladů nebylo možné do konečného řešení zakomponovat i případné další faktory, které by výsledky mohly významněji ovlivnit. Vycházela jsem tedy z toho, že znám informace o firemních skladech a jejich kapacitách. Na druhé straně mi byly známy i hlavní odběratelé, z jejichž průměrných předpokládaných výší objednávek jsem vycházela. V práci nebylo možné zabývat se všemi zákazníky, neboť drobnější odběratelé nemají pravidelné, časté ani velké požadavky, které by se daly pomocí ekonomicko-matematického modelu jakkoliv formulovat a propočítat. Kromě výše uvedených bodů bylo nutné znát i sazby, které v celém modelování hrají významnou roli. Za ty jsem zvolila vzdálenosti mezi jednotlivými sklady a zákazníky, neboť právě navržení optimálních cest se stalo jedním z dílčích cílů mé práce.

Za pomoci excelovského nástroje DUMKOSA jsem propočítala z průměrných hodnot požadavků jednotlivých odběratelů optimální varianty rozvozu. Výsledkem toho bylo následující: sklad 1 by měl dodávat odběratelům E a F, ze skladu 2 by byly uspokojovány požadavky odběratele D a spolu se skladem 3, který by navíc dodával firmám A a B, by se dělil o rozvoz k zákazníkovi C. Rovněž každému skladu vznikla určitá rezerva, jednak proto, že je potřeba držet určitou zásobu pro případ vyšších objednávek a jednak také proto, že v praxi je naprosto nemožné, aby sklad držel a dodával přesné množství, které požadují odběratelé. Dalším krokem mého zkoumání bylo potřebné vygenerování 100 variant možných objednávaných množství jednotlivých zákazníků a to za pomoci programu @RISK. Tyto hodnoty jsem dále aplikovala do výpočtů dle optimálního modelu dopravního problému a získala jsem tak 100 řešení dopravních situací. Pro lepší přehlednost jsem je uspořádala do jedné tabulky, z níž jsem výsledky dále analyzovala pro jednotlivé sklady.

Cílem tedy bylo navrhnout vozový park každého skladu. Své návrhy jsem odvozovala od výše objednávek a od počtu výskytů těchto hodnot v jednotlivých intervalech, které jsem stanovila na základě nosností dopravních prostředků vhodných pro přepravu tohoto materiálu. Na základě mých propočtů bych firmě doporučovala pořídit do skladu 1 sklápěče s nosností 30 tun a 20 tun, do skladu 2 pak auta s nosností 25 tun, 20 tun a také jedno méněobjemové nákladní vozidlo do 12 tun a do skladu 3 sklápěče o nosnosti 30 tun a 20 tun. Zároveň bych firmě navrhla zvážit i možnost pořídit v budoucnu auta s nižší nosností, která by byla využitelná pro menší odběratele, popřípadě pro doplnění nedodaného množství zákazníkovi C, o něž se dělí sklad 2 se skladem 3. Je ale potřeba vzít v úvahu i možnost dodávat těmto zákazníkům materiál prostřednictvím tzv. okružního dopravního problému a s využitím velkokapacitního vozidla.

8. SUMMARY

The logistics are very important part of the enterprise activities which include number of components. These are customer support, logistics informative systems, inventory management, flow control of material, storage, manipulation with material, packaging, purchase, etc.

Focal point of my dissertation is in my opinion the most important part of the logistics which is transportation. I would like to analyse her importance in logistics and first I target the mathematical simulation of the traffic situation. I apply it in concrete case of traffic problem.

I use the methods of operating analysis in transport between suppliers and customers. Further I utilize the simulation of the customer requirements. Target of my work is to propose optimal wagon stock.

In succesive steps I analyze the importance of the transportation in logistics, the kinds of the traffic problems and the methods of their solutions, in other chapter I mention the system software which we can use. In conclusion I discribe concrete problem and I try to propose optimal resolution.

I have one supplying firm which start her business and she would like to know how many trucks should be optimal. She keeps three stocks and she carts to six main customers. Firstly I suggested optimal channels of distribution. I had at the disposal kilometrical distances from the stocks to the customers, the capacities of stocks and average requirements of customers. In next step I used computer program @RISK for generate 100 variants of customer requirements. These results I entered to calculation by Vogel method of approximation and from these outputs I proposed the trucks for all stocks.

9. PŘEHLED POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Lambert, D., Stock, J. a Ellram L.: Logistika. 1. vydání. Praha: Computer Press, 2000. 589s.
- [2] Korda, B. a kol.: Matematické metody v ekonomii. Praha: SNTL, 1967. 600s.
- [3] Maňas, M.: Optimalizační metody. Praha: SNTL, 1979.
- [4] Pelikán, J.: Praktikum z operačního výzkumu. Praha: VŠE, 1993. 86s.
- [5] Pernica, P.: Logistika. Praha: VŠE, 1994
- [6] Pitel, J. a kol.: Ekonomicko-matematické metody. 1. vydání. Bratislava: Príroda, 1988. 631s.
- [7] Vaněčková, E.: Ekonomicko-matematické metody: Lineární programování. Síťová analýza. České Budějovice: JČU, 1996. 150s.
- [8] Vaněčková, E.: Možnosti využití operační analýzy v logistice. Příspěvek z mezinárodní vědecké konference k 35. výročí založení ZF JČU v Českých Budějovicích, 1995. 81-85s.
- [9] Získal, J. a Havlíček J. : Ekonomicko-matematické metody I. Studijní texty pro distanční studium, Praha: PEF ČZU, 2006. 262 s.
- [10] Získal, J. a Brožová, H.: Ekonomicko-matematické metody II., Praha: PEF ČZU, 1996. 120s.
- [11] Získal, J.: Systémová analýza a modelování I.-1.díl, Praha: ČZUm 1998. 165s.

- [12] Získal, J.a Kosková, I.: Cvičení z metod operační a systémové analýzy, Praha: PEF ČZU 2006. 206s.
- [13] Kučerová, L.: Možnosti využití operační analýzy v logistice, České Budějovice: ZF JČU 2005. 52s.

10. PŘÍLOHY

10. 1. TABULKA VYGENEROVANÝCH HODNOT Z PROGRAMU @RISK

	A	B	C	D	E	F
1.	51,85589	92,11677	34,3485	41,6944	64,03931	44,71102
2.	51,98548	66,27211	30,97004	49,83907	64,76653	48,93146
3.	59,31931	72,48609	48,65042	46,09248	63,71201	50,55035
4.	46,43361	62,0524	51,42797	48,75651	64,89408	39,56874
5.	46,17561	82,26718	36,97514	45,87531	60,72734	36,56948
6.	50,14458	84,24548	57,96009	44,67054	57,92817	58,46176
7.	54,56234	94,30991	40,31936	46,24666	60,35123	45,68222
8.	52,38478	80,6139	47,38525	47,30312	63,2028	43,79198
9.	60,76972	58,35502	37,40512	40,03436	79,11913	41,34693
10.	61,26278	64,82496	30,4158	43,64627	47,99457	51,59703
11.	48,36753	81,43607	44,42201	48,21088	57,05302	60,20547
12.	62,04055	74,6787	51,70099	40,78887	58,31375	58,89866
13.	47,53638	92,83894	52,43621	50,79835	67,4006	51,86819
14.	55,83489	87,46839	40,76455	42,10581	73,31936	37,60453
15.	56,74501	89,34256	27,44884	46,32674	66,55292	40,56343
16.	52,9599	88,79595	54,49888	45,73537	69,94416	46,49661
17.	52,23143	79,34041	42,3173	50,84893	44,76582	49,11416
18.	50,41372	67,8956	44,09571	52,63631	57,36748	32,66869
19.	64,08621	71,1732	51,78026	40,43089	75,587	34,08773
20.	69,92628	74,89327	38,42896	44,96935	59,98775	40,98758
21.	62,63214	62,79722	47,14372	46,58554	62,43333	47,14943
22.	60,0505	94,85504	29,92644	42,26733	45,42561	45,79322
23.	51,08437	67,37115	42,8293	50,20351	74,16524	41,64329
24.	53,38049	87,05509	27,90637	40,23598	43,93529	47,93941
25.	67,89906	69,67192	53,61507	53,49443	49,78716	50,0391
26.	45,94474	80,33919	33,90507	43,42421	75,25611	44,4904
27.	56,40489	73,06274	24,90707	50,51405	71,98992	49,39349
28.	46,85838	78,3071	40,91743	48,15423	62,87216	56,93818
29.	74,77749	85,17625	54,9888	40,59731	40,27063	57,46578
30.	54,16907	79,58488	51,01722	45,54569	47,02417	48,12309
31.	52,56313	76,91138	49,67509	41,03487	71,37594	31,27804
32.	45,34425	77,46141	39,03917	47,14095	51,25726	59,89466
33.	54,46666	86,46183	56,23686	47,54162	36,76579	39,95351
34.	63,44069	83,16334	43,38072	48,99242	41,11565	51,48052
35.	45,08699	91,19981	43,11659	43,13227	43,10338	66,86072
36.	49,82306	86,85786	39,68412	45,35508	59,34472	53,06194
37.	64,63205	67,11652	37,74381	43,81141	39,88689	47,72409
38.	71,0931	93,3124	52,95581	41,29752	61,20367	38,68122
39.	65,87939	59,54068	43,84745	47,43279	58,02162	47,41615
40.	44,30142	90,1658	38,90707	49,56763	62,01032	41,91205
41.	67,00439	70,68633	52,54879	57,00683	45,96684	37,05221
42.	54,01989	70,26054	58,58058	42,85762	63,42158	38,24777
43.	50,32869	84,73927	46,27187	41,62784	56,61263	34,33596
44.	42,99607	81,21423	50,13835	48,40602	46,82098	60,80501
45.	70,21127	78,66438	36,60171	46,84498	70,97881	46,72464
46.	43,48989	75,26944	35,66471	48,547	46,4295	48,56506

47.	48,79148	79,76435	52,23733	49,69252	52,79992	43,13835
48.	73,14895	73,88533	45,8766	42,14044	72,60963	54,78897
49.	60,47238	85,93689	29,66668	54,98584	60,92553	53,69876
50.	56,185	75,65756	44,95063	43,24327	61,30459	63,66042
51.	64,44301	63,35378	41,42246	51,87544	53,43321	49,72968
52.	66,15755	83,98009	48,37157	40,69673	42,77676	46,93303
53.	75,13889	88,57761	35,08777	43,62919	55,35405	61,72061
54.	69,26392	77,36759	26,91043	41,81006	49,03437	51,07182
55.	79,22677	69,07209	38,28482	40,10764	31,39943	42,7292
56.	58,23306	60,83219	41,98673	42,52454	51,1227	65,88014
57.	54,98192	59,26244	36,02352	40,39264	44,32668	53,90746
58.	50,94044	68,27395	50,76394	42,63765	51,61394	43,62427
59.	48,08235	55,47911	49,41096	44,51299	52,03864	49,89816
60.	71,78558	76,4976	50,24283	45,29786	56,0415	40,76707
61.	65,29147	80,82799	31,73131	40,85551	34,95238	42,3838
62.	61,58025	82,82557	47,9195	53,18597	67,91887	54,32169
63.	55,25293	75,73788	55,25603	42,35347	65,27901	40,26757
64.	63,33826	96,60809	55,91802	42,73772	70,42989	48,53228
65.	58,74623	97,52686	47,56099	51,08939	66,21272	55,15121
66.	53,54873	81,83814	54,07189	51,35602	53,01376	44,62357
67.	68,54362	72,89944	32,3224	47,00953	52,3704	55,56533
68.	61,95881	78,73778	41,09065	43,01261	42,01544	42,20858
69.	55,46865	71,53812	33,31285	52,00852	48,76845	44,21597
70.	68,03759	70,00462	35,34456	45,60677	58,69939	42,5014
71.	65,62934	89,8217	42,59219	55,36269	66,81993	50,47145
72.	58,39138	78,17459	49,3233	44,49361	59,73086	46,17007
73.	49,60234	57,47227	49,80504	49,1497	38,74091	34,95619
74.	52,85447	87,89828	24,1364	54,1361	62,26128	56,09887
75.	63,02813	80,15595	45,24365	52,32024	68,77444	45,15425
76.	72,46627	53,6735	36,81295	46,47427	68,44909	56,30576
77.	53,66762	81,7402	28,92696	53,0657	55,74209	52,17458
78.	41,81519	77,70128	39,99381	47,83367	55,07597	52,93093
79.	47,33722	85,65804	45,61791	43,32258	53,83334	37,9331
80.	50,69713	68,88766	44,64354	44,30113	57,3959	35,82119
81.	57,49348	64,21691	56,57569	45,03468	60,186	55,40019
82.	48,66724	55,34431	46,72554	55,97732	50,13829	64,9085
83.	67,07403	74,2206	39,52429	51,72216	54,21038	47,53793
84.	59,13148	85,06408	46,00275	49,29038	50,85463	59,41335
85.	42,50687	82,52033	48,91409	41,46907	59,15392	62,57571
86.	57,81239	83,67748	33,41885	53,69173	38,32052	43,41342
87.	59,7525	79,22832	48,0827	44,89844	54,15877	39,31888
88.	56,90967	76,11941	46,40512	56,00097	67,14099	36,34053
89.	58,07898	71,59592	48,21422	57,68512	65,55209	39,14915
90.	49,1473	65,70755	46,96165	54,49342	47,54592	45,42815
91.	49,17189	76,71944	50,48933	43,94979	56,37041	52,55827
92.	60,26839	72,17181	43,70291	58,28938	35,81466	46,10945
93.	51,57525	83,52369	22,67947	47,9727	58,85299	50,82128
94.	44,64579	65,43898	49,05627	50,09845	54,68908	57,22519
95.	51,4244	63,58486	53,80079	44,01097	61,73698	63,70518
96.	47,79301	66,70236	41,71814	44,21454	64,24955	45,04018
97.	55,74417	73,24174	51,09754	41,18193	69,18816	53,48008
98.	46,93827	90,9201	45,21601	41,36592	55,48983	57,99104
99.	57,20768	61,53141	53,11603	41,93575	48,29364	44,06345
100.	49,38139	73,76895	32,84518	40,97421	49,58197	61,47946

10.2. TABULKA VÝSLEDKŮ PODLE METODY VAM

	S2-C	S2-D	S2-FIKT	S1-E	S1-F	S1-FIKT	S3-A	S3-B	S3-C	S3-FIKT
1	13,32117	41,6944	44,98443	64,03931	44,71102	41,24967	51,85589	92,11677	21,02733	0
2	0	49,83907	50,16093	64,76653	48,93146	36,30201	51,98548	66,27211	30,97004	15,77237
3	15,45583	46,09248	38,45169	63,71201	50,55035	35,73764	59,31931	72,48609	33,19459	0
4	0	48,75651	51,24349	64,89408	39,56874	45,53718	46,43361	62,0524	51,42797	5,08602
5	0,41793	45,87531	53,70676	60,72734	36,56948	52,70318	46,17561	82,26718	36,55721	0
6	27,35015	44,67054	27,97931	57,92817	58,46176	33,61007	50,14458	84,24548	30,60994	0
7	24,19163	46,24666	29,56171	60,35123	45,68222	43,96655	54,56234	94,30991	16,12773	0
8	15,38395	47,30312	37,31293	63,2028	43,79198	43,00522	52,38478	80,6139	32,0013	0
9	0	40,03436	59,96564	79,11913	41,34693	29,53394	60,76972	58,35502	37,40512	8,47014
10	0	43,64627	56,35373	47,99457	51,59703	50,4084	61,26278	64,82496	30,4158	8,49646
11	9,22561	48,21088	42,56351	57,05302	60,20547	32,74151	48,36753	81,43607	35,1964	0
12	23,42024	40,78887	35,79089	58,31375	58,89866	32,78759	62,04055	74,6787	28,28075	0
13	27,81153	50,79835	21,39012	67,4006	51,86819	30,73121	47,53638	92,83894	24,62468	0
14	19,06783	42,10581	38,82636	73,31936	37,60453	39,07611	55,83489	87,46839	21,69672	0
15	8,53641	46,32674	45,13685	66,55292	40,56343	42,88365	56,74501	89,34256	18,91243	0
16	31,25474	45,73537	23,00989	69,94416	46,49661	33,55923	52,9599	88,79595	23,24414	0
17	8,88914	50,84893	40,26193	44,76582	49,11416	56,12002	52,23143	79,34041	33,42816	0
18	0	52,63631	47,36369	57,36748	32,66869	59,96383	50,41372	67,8956	44,09571	2,594965
19	22,03967	40,43089	37,52944	75,587	34,08773	40,32527	64,08621	71,1732	29,74059	0
20	18,24851	44,96935	36,78214	59,98775	40,98758	49,02467	69,92628	74,89327	20,18045	0
21	7,573094	46,58554	45,84137	62,43333	47,14943	40,41724	62,63214	62,79722	39,57063	0
22	19,83198	42,26733	37,90069	45,42561	45,79322	58,78117	60,0505	94,85504	10,09446	0
23	0	50,20351	49,79649	74,16524	41,64329	34,19147	51,08437	67,37115	42,8293	3,71518
24	3,341957	40,23598	56,42206	43,93529	47,93941	58,1253	53,38049	87,05509	24,56441	0
25	26,18605	53,49443	20,31952	49,78716	50,0391	50,17374	67,89906	69,67192	27,42902	0
26	0	43,42421	56,57579	75,25611	44,4904	30,25349	45,94474	80,33919	33,90507	4,811
27	0	50,51405	49,48595	71,98992	49,39349	28,61659	56,40489	73,06274	24,90707	10,6253
28	1,082915	48,15423	50,76285	62,87216	56,93818	30,18966	46,85838	78,3071	39,83451	0
29	49,94256	40,59731	9,460134	40,27063	57,46578	52,26359	74,77749	85,17625	5,046244	0
30	19,77117	45,54569	34,68314	47,02417	48,12309	54,85274	54,16907	79,58488	31,24605	0
31	14,1496	41,03487	44,81553	71,37594	31,27804	47,34602	52,56313	76,91138	35,52549	0
32	0	47,14095	52,85905	51,25726	59,89466	38,84808	45,34425	77,46141	39,03917	3,15517
33	32,16535	47,54162	20,29303	36,76579	39,95351	73,2807	54,46666	86,46183	24,07151	0
34	24,98477	48,99242	26,02281	41,11565	51,48052	57,40383	63,44069	83,16334	18,39595	0
35	14,40339	43,13227	42,46434	43,10338	66,86072	40,0359	45,08699	91,19981	28,7132	0
36	11,36506	45,35508	43,27986	59,34472	53,06194	37,59334	49,82306	86,85786	28,31906	0
37	4,49238	43,81141	51,69621	39,88689	47,72409	62,38902	64,63205	67,11652	33,25143	0
38	52,36132	41,29752	6,341158	61,20367	38,68122	50,11511	71,0931	93,3124	0,594488	0
39	4,26752	47,43279	48,29969	58,02162	47,41615	44,56223	65,87939	59,54068	39,57993	0
40	8,37429	49,56763	42,05808	62,01032	41,91205	46,07763	44,30142	90,1658	30,53278	0
41	25,23953	57,00683	17,75364	45,96684	37,05221	66,98095	67,00439	70,68633	27,30926	0
42	17,86101	42,85762	39,28137	63,42158	38,24777	48,33065	54,01989	70,26054	40,71957	0
43	16,33983	41,62784	42,03233	56,61263	34,33596	59,05141	50,32869	84,73927	29,93204	0
44	9,348666	48,40602	42,24531	46,82098	60,80501	42,37401	42,99607	81,21423	40,78968	0
45	20,47739	46,84498	32,67763	70,97881	46,72464	32,29655	70,21127	78,66438	16,12432	0
46	0	48,547	51,453	46,4295	48,56506	55,00544	43,48989	75,26944	35,66471	10,57595
47	15,79316	49,69252	34,51432	52,79992	43,13835	54,06173	48,79148	79,76435	36,44417	0
48	27,91088	42,14044	29,94868	72,60963	54,78897	22,6014	73,14895	73,88533	17,96572	0
49	11,07597	54,98584	33,93819	60,92553	53,69876	35,37571	60,47238	85,93689	18,59071	0

50	11,79319	43,24327	44,96354	61,30459	63,66042	25,03499	56,185	75,65756	33,15744	0
51	4,21925	51,87544	43,90531	53,43321	49,72968	46,83711	64,44301	63,35378	37,20321	0
52	33,50922	40,69673	25,79405	42,77676	46,93303	60,29021	66,15755	83,98009	14,86235	0
53	33,8043	43,62919	22,56651	55,35405	61,72061	32,92534	75,13889	88,57761	1,283472	0
54	8,541941	41,81006	49,648	49,03437	51,07182	49,89381	69,26392	77,36759	18,36849	0
55	21,58368	40,10764	38,30868	31,39943	42,7292	75,87137	79,22677	69,07209	16,70114	0
56	0	42,52454	57,47546	51,1227	65,88014	32,99716	58,23306	60,83219	41,98673	3,94802
57	0	40,39264	59,60736	44,32668	53,90746	51,76586	54,98192	59,26244	36,02352	14,73212
58	4,97833	42,63765	52,38402	51,61394	43,62427	54,76179	50,94044	68,27395	45,78561	0
59	0	44,51299	55,48701	52,03864	49,89816	48,0632	48,08235	55,47911	49,41096	12,02758
60	33,52602	45,29786	21,17612	56,0415	40,76707	53,19143	71,78558	76,4976	16,71681	0
61	12,85077	40,85551	46,29372	34,95238	42,3838	72,66382	65,29147	80,82799	18,88054	0
62	27,32533	53,18597	19,4887	67,91887	54,32169	27,75944	61,58025	82,82557	20,59417	0
63	21,24686	42,35347	36,39967	65,27901	40,26757	44,45342	55,25293	75,73788	34,00917	0
64	50,86438	42,73772	6,3979	70,42989	48,53228	31,03783	63,33826	96,60809	5,05364	0
65	38,83408	51,08939	10,07653	66,21272	55,15121	28,63607	58,74623	97,52686	8,72691	0
66	24,45876	51,35602	24,18522	53,01376	44,62357	52,36267	53,54873	81,83814	29,61313	0
67	8,765464	47,00953	44,22501	52,3704	55,56533	42,06427	68,54362	72,89944	23,55694	0
68	16,78724	43,01261	40,20015	42,01544	42,20858	65,77598	61,95881	78,73778	24,30341	0
69	0	52,00852	47,99148	48,76845	44,21597	57,01558	55,46865	71,53812	33,31285	4,680379
70	8,386776	45,60677	46,00645	58,69939	42,5014	48,79921	68,03759	70,00462	26,95778	0
71	33,04323	55,36269	11,59408	66,81993	50,47145	32,70862	65,62934	89,8217	9,54896	0
72	20,88927	44,49361	34,61712	59,73086	46,17007	44,09907	58,39138	78,17459	28,43403	0
73	0	49,1497	50,8503	38,74091	34,95619	76,3029	49,60234	57,47227	49,80504	8,12035
74	0	54,1361	45,8639	62,26128	56,09887	31,63985	52,85447	87,89828	24,1364	0,110844
75	23,42773	52,32024	24,25203	68,77444	45,15425	36,07131	63,02813	80,15595	21,81592	0
76	0	46,47427	53,52573	68,44909	56,30576	25,24515	72,46627	53,6735	36,81295	2,04728
77	0	53,0657	46,9343	55,74209	52,17458	42,08333	53,66762	81,7402	28,92696	0,665201
78	0	47,83367	52,16633	55,07597	52,93093	41,9931	41,81519	77,70128	39,99381	5,489709
79	13,61317	43,32258	43,06425	53,83334	37,9331	58,23356	47,33722	85,65804	32,00474	0
80	0	44,30113	55,69887	57,3959	35,82119	56,78291	50,69713	68,88766	44,64354	0,771668
81	13,28608	45,03468	41,67924	60,186	55,40019	34,41381	57,49348	64,21691	43,28961	0
82	0	55,97732	44,02268	50,13829	64,9085	34,95321	48,66724	55,34431	46,72554	14,26291
83	15,81893	51,72216	32,45891	54,21038	47,53793	48,25169	67,07403	74,2206	23,70536	0
84	25,19832	49,29038	25,5113	50,85463	59,41335	39,73202	59,13148	85,06408	20,80443	0
85	8,94129	41,46907	49,58964	59,15392	62,57571	28,27037	42,50687	82,52033	39,9728	0
86	9,90872	53,69173	36,39955	38,32052	43,41342	68,26606	57,81239	83,67748	23,51013	0
87	22,06352	44,89844	33,03804	54,15877	39,31888	56,52235	59,7525	79,22832	26,01918	0
88	14,4342	56,00097	29,56483	67,14099	36,34053	46,51848	56,90967	76,11941	31,97092	0
89	12,88912	57,68512	29,42576	65,55209	39,14915	45,29876	58,07898	71,59592	35,3251	0
90	0	54,49342	45,50658	47,54592	45,42815	57,02593	49,1473	65,70755	46,96165	3,183493
91	11,38066	43,94979	44,66955	56,37041	52,55827	41,07132	49,17189	76,71944	39,10867	0
92	11,14311	58,28938	30,56751	35,81466	46,10945	68,07589	60,26839	72,17181	32,5598	0
93	0	47,9727	52,0273	58,85299	50,82128	40,32573	51,57525	83,52369	22,67947	7,221585
94	0	50,09845	49,90155	54,68908	57,22519	38,08573	44,64579	65,43898	49,05627	5,85896
95	3,810054	44,01097	52,17898	61,73698	63,70518	24,55784	51,4244	63,58486	49,99074	0
96	0	44,21454	55,78546	64,24955	45,04018	40,71027	47,79301	66,70236	41,71814	8,786466
97	15,08345	41,18193	43,73462	69,18816	53,48008	27,33176	55,74417	73,24174	36,01409	0
98	18,07438	41,36592	40,5597	55,48983	57,99104	36,51913	46,93827	90,9201	27,14163	0
99	6,85512	41,93575	51,20913	48,29364	44,06345	57,64291	57,20768	61,53141	46,26091	0
100	0	40,97421	59,02579	49,58197	61,47946	38,93857	49,38139	73,76895	32,84518	9,00448