



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Bakalářská práce

Sbírka příkladů z finanční matematiky pro SŠ

Vypracoval: Kamila Šachlová

Vedoucí práce: doc. RNDr. Vladimíra Petrášková, Ph.D.

Konzultant práce: Mgr. Přemysl Rosa

České Budějovice 2019

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci na téma Sbíрка příkladů z finanční matematiky pro SŠ jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne

.....
Kamila Šachlová

Poděkování

Ráda bych tímto poděkovala konzultantovi práce, Mgr. Přemyslu Rosovi, a vedoucí práce, doc. RNDr. Vladimíře Petráškové Ph.D., za cenné připomínky, vstřícný přístup, trpělivost a za čas strávený nad touto prací. Také bych ráda poděkovala svým rodičům a blízkým přátelům za podporu po celou dobu studia.

Anotace:

Tato bakalářská práce je zaměřena na řešené příklady z finanční matematiky s možností využití moderních technologií u vybraných úloh (internetové kalkulačky, tabulkový procesor Microsoft Excel a výpočetní nástroj Wolfram Alpha). Sbíрка příkladů je určena pro střední školy a obsahuje tato témata: inflace, měnový kurz, úročení (jednoduché, složené, polhůtní, předlhůtní), spotřebitelské úvěry, RPSN, hypoteční úvěry, spoření (krátkodobé, dlouhodobé a jejich kombinace) a finanční produkty se státní podporou (stavební spoření, doplňkové penzijní spoření). Východiskem pro tvorbu úloh jsou Rámcové vzdělávací programy pro gymnázia. Při tvorbě úloh byl kladen důraz na rozvoj klíčových kompetencí v souladu s RVP G.

Klíčová slova: finanční gramotnost, sbírka řešených příkladů, střední školy, úvěry, úročení, spoření, finanční produkty

Annotation:

This bachelor thesis is focused on solved tasks from financial mathematics. Chosen tasks were complemented with possible use of modern technology (internet calculators, spreadsheet Microsoft Excel and a computational knowledge engine Wolfram Alpha). A collection of tasks is intended for high schools and contains these topics: inflation, exchange rate, interest (simple and compound, decursive and anticipative), loans, APR, mortgage, savings (short-term, long-term and combined) and financial products with state support. The basis for creating tasks is Framework Education Programme for Secondary General Education. The tasks were created with emphasis on the development of key competences in accordance with FEP SGE.

Keywords: Financial literacy, Collection of solved exercises, high school, loans, interest, savings, financial products

Obsah

1 Úvod.....	6
2 Metodika a cíle práce	8
3 Rámcový vzdělávací program pro gymnázia	9
3.1 Klíčové kompetence.....	9
4 Finanční gramotnost a matematika	15
5 Zavedení základních pojmů	16
5.1 Měnový kurz	16
5.2 Inflace.....	16
5.3 Úročení.....	17
5.3.1 Jednoduché úročení.....	18
5.3.2 Složené úročení polhůtní.....	21
5.4 Úvěr.....	21
5.4.1 Spotřebitelské úvěry.....	22
5.4.2 Leasing	23
5.4.3 Splátkový prodej neboli nákup na splátky	24
5.4.4 Hypoteční úvěr	25
5.4.5 Roční procentní sazba nákladů (RPSN).....	28
5.5 Spoření	28
5.5.1s Krátkodobé spoření.....	29
5.5.2 Dlouhodobé spoření	30
5.5.3 Kombinace krátkodobého a dlouhodobého spoření.....	31
5.5.4 Termínované vklady/ termínované účty.....	32
5.5.5 Spořicí účet.....	32
5.5.6 Stavební spoření.....	33
5.5.7 Penzijní připojištění / doplňkové penzijní spoření.....	33
5.6 Běžný účet.....	35
5.6.1 Kontokorentní úvěr	37
6 Sbirka řešených příkladů.....	38
6.1 Měnový kurz a inflace.....	38
6.2 Spotřebitelské úvěry a RPSN	50
6.3 Hypoteční úvěry	60
6.4 Spoření	69
7 Klíčové kompetence v příkladech.....	99
8 Závěr	102
Seznam použité literatury a elektronických zdrojů.....	103
Seznam obrázků	109
Seznam tabulek	110

1 Úvod

V dnešní době jsou finance důležitou součástí našich životů. Bez finančních a bankovních produktů se neobejdeme a ani nezajistíme stálou životní úroveň pro naše stáří.

Finanční gramotností se v této době zabývá mnoho institucí, politických stran, vláda i média. Finanční vzdělávání je velice probíraným tématem (Dvořáková aj. 2011). Není divu, když v posledním desetiletí proběhla finanční krize. Zadluženost domácností stoupá dle ČNB (od roku 2008 po rok 2018 se zvýšila celková zadluženost zejména na bydlení a to dvojnásobně na 1 200 000 milionů Kč. Od poloviny roku 2010 se zvyšují hodnoty i v kategoriích zadluženosti domácností na spotřebu a na ostatní) (Česká národní banka, 2018). Přispívá k tomu jednak nízká úroveň finanční gramotnosti občanů, jednak široká nabídka rychlých půjček, které si může na první pohled každý dovolit, aniž by uvážil veškerá rizika (úroky, poplatky, penále). Dle Dvořákové (2011) si finančně nevzdělání lidé snadněji půjčí na věci, které nejsou nezbytné pro chod jejich domácností, jako je dovolená, vánoční dárky, mobilní telefony atd.

Ministerstvo financí spolu s Českou národní bankou a MŠMT se snaží tento stav zlepšit. Pro rodiny a občany s finančními problémy zřídily webové stránky „Proč se finančně vzdělávat“, kde se nalézá i seznam bezplatných finančních poraden. Prevencí a obranou proti zbytečnému zadlužování a následnému exekučnímu řízení je být finančně gramotný. Tuto problematiku neřeší jen Česká republika, ale i celý svět (Dvořáková aj. 2011). V České republice vznikl dokument Standardy finanční gramotnosti (ze systému budování finanční gramotnosti na základních a středních školách) již v roce 2007 (Ministerstvo financí 2014), který vypracovali společně MŠMT, ministerstvo financí a ministerstvo průmyslu a obchodu České republiky. V roce 2017 vydalo Ministerstvo financí revidovaný standard finanční gramotnosti, který zvýšil důraz na témata posilující úroveň finanční gramotnosti pro základní a střední školy. Tyto standardy budou začleněny do nejbližší revize RVP (Ministerstvo financí 2014).

Cílem bakalářské práce je sestavit sbírku řešených příkladů určenou pro střední vzdělávání. Tyto příklady by měly podporovat vzdělání žáků ve finanční oblasti. Při řešení vybraných úloh bude kladen důraz na využití výpočetní techniky (pro velké množství početních kroků, šetření časem, složitější výpočty, vyšší úroveň matematických dovedností) jako jsou programy Excel, Wolfram Alpha, internetové kalkulačky a jiné. Dalším cílem je, aby se žáci orientovali v základních finančních produktech, které budou nedílnou součástí jejich budoucího života.

Bakalářská práce je rozdělena na 8 kapitol. V úvodních kapitolách je čtenář seznámen s pojmy, jako RVP pro G, klíčové kompetence, standardy finanční gramotnosti, finanční gramotnost, finanční matematika. Další kapitola je věnována stručnému zavedení pojmů, které je třeba znát pro řešení úloh z dané oblasti. Stěžejní kapitolou je kapitola šestá, která obsahuje sbírku řešených příkladů. Řešené příklady jsou řazeny od nejjednodušších po složitější. Některá řešení zahrnují i podpůrné programy se vzorovými návody, jak je využít.

2 Metodika a cíle práce

Cílem této bakalářské práce je sestavit přehlednou sbírku příkladů z finanční matematiky, která bude vhodná pro žáky středních škol. Výchozím dokumentem je Rámcový vzdělávací program pro gymnázia, do kterého jsou integrovány standardy finanční gramotnosti.

Pro vytvoření příkladů byly analyzovány učebnice pro střední školy konkrétně série učebnic s názvem Matematika pro gymnázia od nakladatelství Prometheus. Díky analýze byla vybrána témata, která v učebnicích dle autorky chybějí, není jim věnován dostatek místa, jsou problematická, nebo jsou důležitou součástí běžného života. Příklady byly utvářeny v souladu s požadavky RVP G a do nich integrovaných standardů finanční gramotnosti, s ohledem na revidované standardy z roku 2017. Dále byla při tvorbě úloh projevena snaha klást důraz na rozvoj klíčových kompetencí žáků a na získání dovedností a vědomostí žáků.

Při řešení příkladů, u kterých to bylo vhodné, byly použity internetové kalkulačky, tabulkový procesor, interaktivní grafy, a to s naznačeným postupem jejich využití.

3 Rámcový vzdělávací program pro gymnázia

Rámcový vzdělávací program (dále RVP) je dokument, podle kterého si každá škola vytváří školní vzdělávací program (ŠVP) a to tak, aby splnila požadavky v něm obsažené. Oba tyto dokumenty jsou veřejně přístupné. RVP obsahuje charakteristiku vzdělávání v jednotlivých etapách, vymezuje klíčové kompetence žáků, jednotlivé vzdělávací oblasti a jejich obsahy (konkrétní učivo a očekávané schopnosti a dovednosti), průřezová témata a určuje pravidla pro tvorbu školních vzdělávacích programů. ŠVP si školy mohou upravovat dle svého zaměření, podle prostředků a zájmů studentů (Balada 2007).

Rámcový vzdělávací program pro gymnázia (dále RVP G), mimo jednotlivých oblastí vzdělávání, také obsahuje charakteristiku vzdělávání, její organizaci, podmínky přijetí na gymnázium, způsob a podmínky ukončení, a hlavně cíle vzdělávání, které dávají důraz na klíčové kompetence. Celkový profil RVP G definuje takto: „*Absolvent gymnázia by měl v průběhu vzdělávání na gymnáziu získat široký vzdělanostní základ a dosáhnout takové úrovně klíčových kompetencí, kterou RVP G předpokládá a která mu umožní dále rozvíjet schopnosti a dovednosti v procesu celoživotního vzdělávání a získávání životních zkušeností*“ (Balada 2007, s. 8).

3.1 Klíčové kompetence

S rozvojem dnešní moderní společnosti se mění její hodnoty a potřeby. Na tuto situaci stát musí reagovat úpravou RVP a jejich obsahů, tak aby žáci a studenti byli dobře vzděláni pro tento život. Dává se hlavně důraz na klíčové kompetence, aby občan byl samostatný, produktivní, cílevědomý a měl potřebu se dále vzdělávat.

Klíčové kompetence jsou definovány v každém RVP jako „*soubor vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot, které jsou důležité pro osobní rozvoj jedince, jeho aktivní zapojení do společnosti a budoucí uplatnění v životě.*“ (Balada 2007, s. 8)

Dle RVP G by si měli žáci osvojit 6 klíčových kompetencí, které jsou níže podrobněji popsány:

Kompetence k učení

„Žák:

- *své učení a pracovní činnost si sám plánuje a organizuje, využívá je jako prostředku pro seberealizaci a osobní rozvoj;*
- *efektivně využívá různé strategie učení k získání a zpracování poznatků a informací, hledá a rozvíjí účinné postupy ve svém učení, reflektuje proces vlastního učení a myšlení;*
- *kriticky přistupuje ke zdrojům informací, informace tvořivě zpracovává a využívá při svém studiu a praxi;*
- *kriticky hodnotí pokrok při dosahování cílů svého učení a práce, přijímá ocenění, radu i kritiku ze strany druhých, z vlastních úspěchů i chyb čerpá poučení pro další práci.“ (Balada 2007, s. 9)*

Kompetence k řešení problémů

„Žák:

- *rozpozná problém, objasní jeho podstatu, rozčlení ho na části;*
- *vytváří hypotézy, navrhuje postupné kroky, zvažuje využití různých postupů při řešení problému nebo ověřování hypotézy;*
- *uplatňuje při řešení problémů vhodné metody a dříve získané vědomosti a dovednosti, kromě analytického a kritického myšlení využívá i myšlení tvořivé s použitím představivosti a intuice;*
- *kriticky interpretuje získané poznatky a zjištění a ověřuje je, pro své tvrzení nachází argumenty a důkazy, formuluje a obhajuje podložené závěry;*
- *je otevřený k využití různých postupů při řešení problémů, nahlíží problém z různých stran;*
- *zvažuje možné klady a zápory jednotlivých variant řešení, včetně posouzení jejich rizik a důsledků.“ (Balada 2007, s. 9)*

Kompetence komunikativní

„Žák:

- *s ohledem na situaci a účastníky komunikace efektivně využívá dostupné prostředky komunikace, verbální i neverbální, včetně symbolických a grafických vyjádření informací různého typu;*
- *používá s porozuměním odborný jazyk a symbolická a grafická vyjádření informací různého typu;*
- *efektivně využívá moderní informační technologie;*
- *vyjadřuje se v mluvených i psaných projevech jasně, srozumitelně a přiměřeně tomu, komu, co a jak chce sdělit, s jakým záměrem a v jaké situaci komunikuje; je citlivý k míře zkušeností a znalostí a k možným pocitům partnerů v komunikaci;*
- *prezentuje vhodným způsobem svou práci i sám sebe před známým i neznámým publikem;*
- *rozumí sdělením různého typu v různých komunikačních situacích, správně interpretuje přijímaná sdělení a věcně argumentuje; v nejasných nebo sporných komunikačních situacích pomáhá dosáhnout porozumění.“ (Balada 2007, s. 9-10)*

Kompetence sociální a personální

„Žák:

- *posuzuje reálně své fyzické a duševní možnosti, je schopen sebereflexe;*
- *stanovuje si cíle a priority s ohledem na své osobní schopnosti, zájmovou orientaci i životní podmínky;*
- *odhaduje důsledky vlastního jednání a chování v nejrůznějších situacích, své jednání a chování podle toho koriguje;*
- *přizpůsobuje se měnícím se životním a pracovním podmínkám a podle svých schopností a možností je aktivně a tvořivě ovlivňuje;*
- *aktivně spolupracuje při stanovování a dosahování společných cílů;*
- *přispívá k vytváření a udržování hodnotných mezilidských vztahů založených na vzájemné úctě, toleranci a empatii; projevuje zodpovědný vztah k vlastnímu zdraví a k zdraví druhých;*

- *rozhoduje se na základě vlastního úsudku, odolává společenským i mediálním tlakům.*“ (Balada 2007, s. 10)

Kompetence občanská

„Žák:

- *informovaně zvažuje vztahy mezi svými zájmy osobními, zájmy širší skupiny, do níž patří, a zájmy veřejnými, rozhoduje se a jedná vyváženě;*
- *o chodu společnosti a civilizace uvažuje z hlediska udržitelnosti života, rozhoduje se a jedná tak, aby neohrožoval a nepoškozoval přírodu a životní prostředí ani kulturu;*
- *respektuje různorodost hodnot, názorů, postojů a schopností ostatních lidí;*
- *rozšiřuje své poznání a chápání kulturních a duchovních hodnot, spoluvytváří je a chrání;*
- *promýšlí souvislosti mezi svými právy, povinnostmi a zodpovědností; k plnění svých povinností přistupuje zodpovědně a tvořivě, hájí svá práva i práva jiných, vstupuje proti jejich potlačování a spoluvytváří podmínky pro jejich naplňování;*
- *chová se informovaně a zodpovědně v krizových situacích a v situacích ohrožující život a zdraví, poskytne ostatním pomoc;*
- *posuzuje události a vývoj veřejného života, sleduje, co se děje v jeho bydlišti a okolí, zaujímá a obhajuje informovaná stanoviska a jedná k obecnému prospěchu podle nejlepšího svědomí.*“ (Balada 2007, s. 10)

Kompetence k podnikavosti

„Žák:

- *cílevědomě, zodpovědně a s ohledem na své potřeby, osobní předpoklady a možnosti se rozhoduje o dalším vzdělávání a budoucím profesním zaměření;*
- *rozvíjí svůj osobní i odborný potenciál, rozpoznává a využívá příležitosti pro svůj rozvoj v osobním a profesním životě;*
- *uplatňuje proaktivní přístup, vlastní iniciativu a tvořivost, vítá a podporuje inovace;*

- získává a kriticky vyhodnocuje informace o vzdělávacích a pracovních příležitostech, využívá dostupné zdroje a informace při plánování a realizaci aktivit;
- usiluje o dosažení stanovených cílů, průběžně reviduje a kriticky hodnotí dosažené výsledky, koriguje další činnost s ohledem na stanovený cíl; dokončuje zahájené aktivity, motivuje se k dosahování úspěchu;
- posuzuje a kriticky hodnotí rizika související s rozhodováním v reálných životních situacích a v případě nezbytnosti je připraven tato rizika nést;
- chápe podstatu a principy podnikání, zvažuje jeho možná rizika, vyhledává a kriticky posuzuje příležitosti k uskutečnění podnikatelského záměru s ohledem na své předpoklady, realitu tržního prostředí a další faktory.“ (Balada 2007, s. 11)

Klíčové kompetence, jak jsou výše rozděleny, se nerozvíjejí každá zvlášť, nýbrž se ve skutečnosti vzájemně propojují (Balada 2007).

Klíčovými kompetencemi v matematice se již zabýval ve své monografii Molnár. Rozebírá zde samotné klíčové kompetence v RVP a klíčové kompetence v učebnicích Prodos pro ZŠ a víceletá gymnázia. Došel k závěru, že učebnice matematiky podporuje klíčové kompetence, ale pro žáky je důležité hlavně pozitivní klima s motivovaným učitelem (Molnár 2007).

V RVP G jsou implementovány standardy finanční gramotnosti z roku 2007, které jsou obsaženy zejména v kapitole Člověk a svět práce a dále Matematika a její aplikace. V roce 2017 byly vytvořeny revidované standardy finanční gramotnosti, které mají za cíl aktualizovat již vydané standardy pro základní a střední školy. Tyto revidované standardy jsou zpracovávány ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy do nových RVP (Ministerstvo financí 2013). Revidovaný dokument je rozdělen na čtyři okruhy: nakupování a placení, hospodaření domácnosti, přebytek rozpočtu domácnosti a schodek rozpočtu domácnosti. Každá oblast je dále dělena dle stupně vzdělání, v nichž jsou uvedeny konkrétní dovednosti a chování, které si má žák na daném stupni osvojit. Každý vyšší stupeň zahrnuje okruhy z nižšího stupně,

které se dále rozvíjí. V tomto standardu je vymezena úroveň finanční gramotnosti, které mají žáci dosáhnout a očekávané postoje a chování žáka:

- a. „uplatňuje svá práva a plní své povinnosti*
- b. řeší finanční problémy včas*
- c. má přehled o svých výdajích a příjmech*
- d. žije úměrně svým finančním možnostem*
- e. rozumí výhodám (finančního) plánování*
- f. vytváří finanční rezervy a řeší včas zabezpečení na dobu, kdy nebude schopen dosahovat příjmů*
- g. uchovává důležité doklady a chrání své osobní údaje*
- h. splácí své dluhy včas a v plné výši*
- i. směřuje k dosažení finanční prosperity“ (Hlavicová 2017, s. 1)*

4 Finanční gramotnost a matematika

Vzhledem k větším počtům termínů, které se pojí s finančním vzděláváním, je třeba si je definovat a ujasnit.

Nejnovější definice finanční gramotnosti dle ministerstva financí zní: „*Finanční gramotnost je soubor znalostí, dovedností a postojů nezbytných k dosažení finanční prosperity prostřednictvím zodpovědného finančního rozhodování.*“ (Ministerstvo financí 2014)

Předchozí definice byla velmi dlouhá ve znění: „*Finanční gramotnost je soubor znalostí, dovedností a hodnotových postojů občana nezbytných k tomu, aby finančně zabezpečil sebe a svou rodinu v současné společnosti a aktivně vystupoval na trhu finančních produktů a služeb. Finančně gramotný občan se orientuje v problematice peněz a cen a je schopen odpovědně spravovat osobní/rodinný rozpočet, včetně správy finančních aktiv a finančních závazků s ohledem na měnící se životní situace.*“ (Ministerstvo financí 2007, s. 5)

Finanční vzdělávání je proces, kdy osoba získává a rozšiřuje si vědomosti, činí správná a zodpovědná rozhodnutí v oblasti finančních produktů, ekonomice a dbá na rizika s nimi spojená (Dvořáková aj. 2011).

Finanční matematika je oblast matematiky zabývající se výpočty souvisejícími s penězi, jejich ukládáním a půjčováním, finančními a bankovními produkty, posuzováním jejich výhod, nevýhod a případných rizik (Krynický 2010).

Finanční gramotnost je ukazatelem dosaženého stupně finančního vzdělávání. Finanční matematika používá matematické výpočty a principy, které se uplatňují v počítání ve finančním vzdělávání (Dvořáková aj. 2011).

5 Zavedení základních pojmů

5.1 Měnový kurz

Měnový kurz je poměr, v jakém se směňují dvě navzájem cizí měny, jinak řečeno kolik musím zaplatit jednou měnou, abych dostal jednu jednotku druhé měny (Radová 2013).

Dělení kurzu dle formy peněz:

- **Valutový:** kurz, ve kterém se mění hotovostní peníze ve formě bankovek a mincí.
- **Devizový:** kurz, ve kterém se mění bezhotovostní peníze (zůstatky účtů, šeků, úvěrů atd.)

Všechny kurzy podléhají vždy aktuálnímu kurzu, který je určován nabídkou a poptávkou po dané měně a jistou hodnotu udržuje Česká národní banka.

Kurzovní lístek je souhrn měn, které nám instituce nabízí. Zobrazuje, za kolik instituce vykupuje jednotku měny (nákup) nebo za kolik prodává cizí měnu (prodej).

Pomůcka: K rozeznání nákup/ prodej: Jako osoba získáváte cizí měnu draž a prodáváte ji levněji v danou chvíli.

Kurzovní lístek většiny směnáren obsahuje pouze valutový kurz a banky nabízejí valutový i devizový kurz.

5.2 Inflace

Inflace je zvyšování cenové hladiny neboli zvyšování ceny zboží v průběhu času. V důsledku jde o snížení kupní síly peněz, což znamená, že za stejné zboží po určitém období zaplatíme více peněz než dříve (Petrášková a Horváthová 2010).

Častým ukazatelem je **průměrná míra inflace** (udávána v procentech), která vychází z průměrných cen ze spotřebitelského koše. Spotřebitelský koš obsahuje

služby a výrobky (cca 700 položek), které spotřebují české domácnosti. Celková míra inflace je přírůstek průměrných cen z posledních dvanácti měsíců oproti předchozím dvanácti (Český statistický úřad 2019).

Vzorec pro výpočet inflace je dán takto:

$$C_n = C_0 \cdot (1 + \pi_1) \cdot \dots \cdot (1 + \pi_n),$$

kde

C_n ... budoucí cena zboží a služeb

C_0 ... současná cena zboží a služeb

π_1, \dots, π_n ... roční míry inflace v letech 1 ... n (Radová 2011).

5.3 Úročení

Úrok je veličina, která je zásadním faktorem při uzavírání smluv a obchodů mezi účastníky. Ovlivňuje jejich výhodnost a používá se v mnohých ekonomických výpočtech a analýzách (Radová, 2013). Výpočet úroku se projevuje téměř ve všech kalkulacích týkající se financí.

*„Zapůjčí-li jeden subjekt druhému peněžní prostředky, bude požadovat odměnu jako náhradu za dočasnou ztrátu kapitálu, za riziko spojené se změnami tohoto kapitálu (s inflací) a za nejistotu, že kapitál nebude splacen v dané lhůtě a výši. Tato odměna se nazývá **úrok**.“* (Radová 2013, s. 24) Z pohledu dlužníka **úrok** je poplatek za získání úvěru.

Další pojmy nezbytné pro počítání s úrokem.

Úroková míra (i) je procentuálně vyjádřená hodnota úroku ze zapůjčené částky (kapitálu) za určitý čas. Též se nazývá **úroková sazba**.

Úrokovací období je doba, kdy se úrok pravidelně připisuje k původní částce (kapitálu). Četnost připisování úroků může být:

- **roční p.a.** (per annum),
- **půlroční p.s.** (per semestre),

- **čtvrtroční p.q.** (per quartale),
- **měsíční p.m.** (per mensem),
- **denní p.d.** (per diem).

$$\mathbf{p. a. = 2 \cdot p. s. = 4 \cdot p. q. = 12 p. m. = 365 p. d.}$$

Doba splatnosti (n) je čas, kdy je částka zapůjčena či uložena. Je obdobím, za které počítáme úrok. Též nazýváme **úroková doba**.

Daň z výnosu je procentní částka, která se strhává z úroků a jde státu, protože úroky tvoří příjmy a ty podléhají danění. V České republice je daň z příjmu ve výši 15 %.

Pro získání čisté úrokové míry musíme odečíst daň z příjmu od hrubé úrokové míry a to vyjádříme vztahem:

$$i_c = i_h \cdot (1 - d_p),$$

kde

i_c ... čistá úroková míra,

i_h ... hrubá úroková míra,

d_p ... výše daně z příjmu vyjádřená desetinným číslem (Petrášková a Horváthová 2010).

Úročení je způsob připisování úroku ke kapitálu. Rozděluje se na jednoduché úročení a složené. Dále existuje i smíšené úročení, které je kombinací dvou předchozích úročení.

5.3.1 Jednoduché úročení

Při jednoduchém úročení se úroky k původnímu kapitálu nepřičítají a dále se neúročí. Za každé úrokovací období se úroky počítají z původního kapitálu. Úroková doba $n \leq$ úrokovací období.

Jednoduché úročení polhůtní

Úroky se připisují na konci úrokovacího období, a tak se jedná o jednoduché polhůtní úročení. Výpočet výše úroku při počátečním kapitálu s konstantní roční úrokovou sazbou i na n let můžeme zapsat vztahem:

$$u = K_0 \cdot i \cdot n,$$

kde

K_0 ... počáteční kapitál, současná hodnota kapitálu

i ... úroková míra (jako desetinné číslo př. 4,3 % = 0,043),

n ... počet let.

Pak konečný kapitál za n let zapíšeme vztahem

$$K_n = K_0 + u,$$

kde K_n je konečný kapitál.

Při dosazení rovnice $u = K_0 \cdot i \cdot n$ do $K_n = K_0 + u$, dostáváme výraz:

$$K_n = K_0 + K_0 \cdot i \cdot n,$$

který můžeme dále upravit:

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i \cdot n).$$

Jednoduché úročení předhůtní

Úroky se připisují na začátku úrokovacího období. Úrok se nazývá **diskont** a úroková míra se nazývá **diskontní sazbou**. Výpočet diskontu je dán vztahem:

$$D = K_n \cdot d \cdot n,$$

kde

D ... diskont,

d ... diskontní sazba,

n ... doba splatnosti v letech,

K_n ... budoucí kapitál.

Potom výpočet budoucího kapitálu K_n při jednoduchém předlhučném úročení lze zapsat vzorcem takto:

$$K_0 = K_n - D = K_n - K_n \cdot d \cdot n = K_n(1 - d \cdot n),$$

kde

K_0 ... současná hodnota kapitálu,

D ... je diskont,

d ... je diskontní sazba,

n ... je doba splatnosti v letech (Petrášková a Horváthová 2010).

Výpočet výše budoucího kapitálu K_n na konci n -tého roku tak po úpravě můžeme popsat vzorcem:

$$K_n = \frac{K_0}{1 - n \cdot d}.$$

Často se setkáváme s tím, že doba splatnosti je kratší než úrokovací období, a proto musíme vyjádřit dobu splatnosti n ve zlomku. Velikost n závisí na počtu dní existence půjčení či uložení peněz (t) a na délce roku ve dnech. To lze zapsat vztahem:

$$n = \frac{t}{\text{délka roku ve dnech}}.$$

V praxi se pro výpočet doby splatnosti, kdy $0 \leq n \leq 1$, využívají nejčastěji 3 standardy:

- **standard ACT/360** (mezinárodní, francouzská metoda)
skutečný počet dnů (t) a rok s 360 dny, pak $n = \frac{t}{360}$,
- **standard ACT/365** (anglická metoda)
skutečný počet dnů (t) a rok se skutečným počtem dnů 365 (v přestupném roce s 366 dny), pak $n = \frac{t}{365}$ nebo $n = \frac{t}{366}$,
- **standard 30E/360** (evropský standard, německá metoda)
měsíc má 30 dnů a rok má 360 dnů (Radová aj. 2013).

5.3.2 Složené úročení polhůtní

Při složeném úročení se úroky přičítají k počátečnímu kapitálu a v dalším úrokovacím období se spolu úročí jako zúročený kapitál. Úroková doba $n >$ úrokovací období.

Obecný vzorec pro složené úročení polhůtní je:

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^n,$$

kde

K_n ... konečný kapitál,

K_0 ... počáteční kapitál,

n ... doba splatnosti v letech,

i ... úroková míra vyjádřená v desetinném čísle.

Reálně se setkáváme s tím, že úrokovací období je kratší než rok. Pak se úrok připisuje ke kapitálu m -krát ročně. Tento vztah doplníme do obecného vzorce pro složené úročení a poté ho můžeme vyjádřit takto:

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n},$$

kde

m ... vyjadřuje počet připisování úroků za jeden rok (Petrašková a Horváthová 2010, Radová 2013).

5.4 Úvěr

„Pojem úvěr označuje v jakékoliv formě dočasně poskytnuté finanční prostředky, které je nutné podle dohodnutých podmínek vrátit.“ (ManagementMania 2016)

Existuje mnoho typů úvěrů (spotřebitelský, podnikatelský, úvěr ze stavebního spoření, hypoteční, leasing...) a řady rozdělení. Níže je uvedeno několik rozdělení a jejich charakteristika.

Dělení úvěrů dle času, na který jsou poskytnuty:

- **krátkodobé** splatné do jednoho roku,
- **střednědobé** splatnost je mezi jedním až pěti lety,
- **dlouhodobé** splatnost je větší jak 5 let (Ušetřeno.cz 2019).

Rozdělení úvěru dle účelovosti:

Účelové úvěry jsou takové úvěry, u kterých dlužník musí doložit bance, na kterou službu či zboží je úvěr poskytnut (automobil, nemovitost, různé služby, elektronika aj). Tyto půjčky mají nižší úrokovou sazbu a mají delší dobu splatnosti.

Bezúčelové úvěry jsou takové úvěry, u nichž dlužník nemusí dokládat bance, na kterou službu či zboží je úvěr využit, avšak mají vyšší úrokovou sazbu než účelové úvěry (Mladá fronta 2019).

5.4.1 Spotřebitelské úvěry

Dle zákona „*Spotřebitelským úvěrem je odložená platba, peněžitá zápůjčka, úvěr nebo obdobná finanční služba poskytovaná nebo zprostředkovaná spotřebiteli.*“ (Zákon č. 257/2016 Sb). Úvěr je poskytován jednotlivci na nepodnikatelské účely jako je zboží (bílá a černá elektronika, zařízení a malé rekonstrukce domu či bytu) a služby (dovolená, zájmové aktivity...). Úvěry jsou v rozmezí od 5 000 Kč do 1 880 000 Kč.

Dělení dle společností, které nám spotřebitelský úvěr poskytují:

Bankovní, které osobám (nebo klientům) poskytují bankovní společnosti. Jejich činnost podléhá bankovním zákonům a je kontrolována Českou národní bankou. K získání úvěru musí žadatel splnit požadavky společnosti (schopnost splácení úvěru). Žadatel uvádí osobní údaje, dokládá velikost měsíčního příjmu, pravidelné výdaje a další údaje, které si banka vyžádá. Také instituce přezkoumává minulost

žadatele v úvěrových registrech, kde jsou evidované informace o finančních závazcích, uskutečněných žádostech, historii splácení atd.

Nebankovní, které osobám poskytují nebankovní instituce. Získání úvěru bývá jednodušší, rychlejší a některé společnosti umožňují vyřízení půjčky online. Nebankovní úvěry jsou mířeny hlavně na klienty, kteří nevyhovují požadavkům bankovních společností. Nevýhodou však je, že většinou mají vyšší úrokovou míru, a navíc velké poplatky. Půjčují na rozdíl od bank i menší částky (v řádu stokorun). (Česká bankovní asociace 2016).

Tyto společnosti jsou povinny mít licenci od ČNB, pro jejíž získání musejí dodržet určité podmínky (výše počátečního kapitálu činí 20 milionů korun, odborné znalosti, poskytují klientovi potřebné informace k úvěru a zjišťují schopnost splácení úvěru klienta-**úvěruschopnost**). Pokud nebankovní společnost nemá licenci, může poskytovat podnikatelské úvěry (Hospodářské noviny 2018).

Níže je výčet některých bank a nebankových institucí:

Banky (celkově 24 vedených bank):

Air Bank, Česká spořitelna, Českomoravská stavební spořitelna, Fio banka, Modrá pyramida stavební spořitelna, Raiffeisenbank, Wüstenrot-stavební spořitelna.

Nebankovní instituce (celkově zaregistrováno 88 institucí) :

Home Credit, Zonky, Zaplo Finance, COFIDIS, ČSOB leasing, MONETA Auto, Provident Financia, ŠkoFIN (Česká národní banka 2019).

5.4.2 Leasing

Leasing je formou pronájmu věci (automobilu, stroje, nemovitosti, počítače...) od leasingové společnosti, kdy nájemce věc nevlastní a užívá ji. Naproti tomu majitel (společnost) věc vlastní a nevyužívá. Za pronájem společnost dostává leasingové splátky od nájemce. Leasing se rozděluje dle toho, zda pronajatý předmět po splacení získává do vlastnictví nájemce či nikoli.

Finanční leasing je pro dlouhodobé pronajímání věci s možným přechodem do vlastnictví nájemce po předem dohodnuté době za předem určenou částku. Nájemce na začátku uhradí mimořádnou částku z celkové hodnoty věci tzv. akontaci a následně platí splátky ve stejné výši (často měsíčně či čtvrtletně). Celkový součet splátek se rovná ceně pronajímané věci nebo ji převyšuje. Po dobu leasingu je nájemce zodpovědný za věc (náklady na provoz, údržbu, pojištění) a další rizika (krádež, znehodnocení) (Petrášková a Horváthová 2010).

Operativní leasing obvykle bývá uzavřen na kratší období s tím, že nájemce nepředpokládá následné vlastnictví věci. Na začátku se neplatí žádná akontace a po uplynutí dohodnuté doby věc přechází do užívání k majiteli. Pronájemce se nestará o údržbu, opravy ani pojištění a rizika a další náklady. V případě odcizení předmětu leasingu je společnost povinna poskytnout najímateli náhradní předmět. (Internet Info 2019, Petrášková a Horváthová 2010).

Parametry leasingu jsou velice individuální a jako žadatelé bychom se měli zaměřit na výši akontace, výši měsíční splátky, RPSN, konkrétní podmínky týkající se nakládání a úpravou předmětu leasingu. Výhodou leasingu je dostupnost (rychlejší vyřízení smlouvy, než u úvěru), stálost splátky a možnost určení doby splácení či výše splátky (Petrášková a Horváthová 2010).

5.4.3 Splátkový prodej neboli nákup na splátky

Další možností financování nákupu určitého zboží (elektronika, nábytek, sportovní náčiní...) při nedostatku financí je splátkový prodej. Jde o typ úvěru, který lze získat přímo u obchodníka, u něhož zákazník kupuje zboží či službu. Tento úvěr poskytuje sám obchodník nebo nebankovní či bankovní společnost a obchodník se tímto stává zprostředkovatelem úvěru. Zákazník po podepsání smlouvy získá ihned zboží, nebo je mu doručeno domů, a dle typu splácení vyplácí společnosti peníze. Ve smlouvě jsou pevně daná pravidla a výše splátek (Partners media 2019, Petrášková a Horváthová 2010).

Existuje řada typů splácení a zde máme některé z nich:

- **Varianta 10+**

Akontace činí 10 % z ceny zboží, poté následuje 22 měsíčních splátek v 5 % z ceny zboží. Celkové RPSN je 24,1 %.

- **Varianta 0 Kč + 11 x 10**

Nulová akontace, poté 11 měsíců splátky ve výši 10%. Celkové RPSN činí 21,3 % (Petrášková a Horváthová 2010).

- **Varianta „1/10“**

Při nákupu dlužník zaplatí akontaci 10 % z ceny zboží, poté bude následovat dalších 10 splátek po 10 % z celkové ceny. U této varianty RPSN činí 26,3 %.

- **Varianta „odklad, 5 % + 24 x 5 %“**

Akontace 5 % z ceny zboží. Odklad první splátky o 2 měsíce. Splátky ve výši 5 % z ceny zboží po dobu 24 měsíců. RPSN je 26.2 %

- **Varianta 1%, 11-25**

Akontace od 0 %, splátky 11-25 měsíců, navýšení 1 % měsíčně z výše úvěru, potom RPSN je v rozmezí 23,6–24 % (Home Credit 2019)

5.4.4 Hypoteční úvěr

Je to úvěr, kde dlužník ručí nemovitostí, kterou vlastní nebo na jejíž nákup si úvěr zřizuje (předmět koupě). Může se jednat o pozemek, byt či dům. V případě nesplácení úvěru je nemovitost zabavena bankou, která tak získá zpět své peníze.

Jde o dlouhodobý úvěr, který trvá od 5 do 45 let s požadavkem, aby maximální věk klienta v době splacení úvěru byl 70 let. Úroková míra úvěru není stále stejná, protože je daná po určenou dobu. Tato doba se pohybuje mezi jedním rokem až patnácti lety a nazývá se dobou fixace hypotéky. Banka nemůže v této době měnit úrokovou sazbu, a tudíž klient bude v době fixace platit stejnou výši splátky. V tomto období klient nemůže úvěr předčasně splatit bez poplatku.

Do dalších nákladů na hypotéku spadá schválení úvěru, vedení účtu, poplatky za odhad nemovitosti, za předčasné splacení a pojištění nemovitosti. (Petrášková a Horváthová 2010)

S využitím hypotečního úvěru ke koupi nemovitosti souvisí i daň z nabytí nemovitých věcí, která činí 4 % z kupní ceny. Tyto náklady lze zahrnout do úvěru, když klient nepřesáhne podmínky pro získání úvěru (kurzycz 2019; MAFRA 2018). Jde o další finanční zatížení, na které ne všichni myslí.

Pro získání hypotečního úvěru musí klient, dle doporučení ČNB od 1. října 2018, splňovat tyto podmínky:

- Maximální výše hypotéky činí 90 % ze zastavěné nemovitosti,
- 10 % z hypotéky tvoří úspory žadatele,
- maximální výše úvěru činí 9 čistých ročních příjmů domácnosti,
- maximální výše součtu všech splátek je 45 % z měsíčního čistého příjmu klienta (Marek Zeman 2018).

Hypoteční úvěry se dělí na účelové tzv. klasické hypotéky a na neúčelové tzv. americké hypotéky.

Klasická hypotéka se využívá nejčastěji pro tyto účely: koupě, rekonstrukce, oprava či výstavba nemovitosti. Další využití je např. vyrovnání při rozvodu, refinancování účelového úvěru, vypořádání dědictví, pořízení družstevního bytu (GEPARD FINANCE 2019; Petrášková a Horváthová 2010).

Americká hypotéka je neúčelový hypoteční úvěr. Klient může použít peníze na cokoliv. Využívají se nejčastěji na koupi automobilu, placení studií v zahraničí, vybavení domácnosti. Lze ji použít na sloučení více půjček do jedné. Americké hypotéky obecně charakterizuje vyšší úroková míra a kratší doba splatnosti (Janeček 2017; Petrášková a Horváthová 2010).

5.4.4.1 Splácení hypotečního úvěru

Splácení hypotečního úvěru může mít více podob, nejčastějším způsobem je splácení anuitní.

Anuita je výše splátky, která je stále stejná po celou dobu splácení. Anuita se skládá ze dvou částí z úroku a z úmoru.

Úmor je část anuity, které snižuje půjčenou částku.

Podíl úroku a úmoru se podobu splácení mění. Výše úroku postupně klesá a výše úmoru se zvyšuje. To znamená, že ze začátku splácení klient platí hlavně úrok z půjčené částky a až později splácí samotnou půjčenou částku.

Umořovací plán ukazuje, jaká výše splátky (anuity) jde na splacení úroku a jaká na splacení úmoru a jaký je dluh vzhledem k pořadí splátky (Petrášková a Horváthová 2010).

Další typy splácení hypotečního úvěru:

Progresivní výše splátky se po dobu splácení zvyšuje. Během prvního roku je splátka stejně velká a pak se začne zvyšovat dle koeficientu, který určuje banka (koeficient odráží stav na trhu a banky). Tento typ je vhodný pro mladé, kteří jsou na startu své profesní kariéry nebo pro klienty, kteří potřebují ze začátku své finance soustředit na jiné účely (vybavení nově nabyté nemovitosti, pořízení auta...).

Degresivní splácení je opakem progresivního typu splácení. Výše splátky je první rok stejně vysoká (vyšší než u anuitního typu) a dále se snižuje. Tento typ je pro klienty, kteří chtějí koncentrovat své finance na splacení hypotéky v počátečním období a později si snížit svou finanční zátěž ze splácení úvěru (kurzy.cz 2019).

5.4.5 Roční procentní sazba nákladů (RPSN)

Vyjádřuje celkové náklady úvěru pro spotřebitele, vyjádřené jako roční procentuální podíl z celkové výše úvěru (Radová 2013). Počítá s výší samotného úroku, dále s možnými poplatky (za schválení úvěru, jeho vedení, za předčasné splacení, změny úvěrové smlouvy aj.) a s pojištěními, která jsou součástí některých úvěrů (proti neschopnosti splácet, invaliditě, pojištění majetku, životní pojištění...). RPSN je ukazatelem, který dokáže porovnat úvěry s různými úrokovými obdobími, délkami splatností, výší úrokových sazeb a odlišnými cenami za poplatky. Každá společnost v České republice, která poskytuje spotřebitelské úvěry, je povinna dle zákona od 1. ledna roku 2002 uvádět téměř u všech nabídek RPSN. Čím nižší je výše RPSN u úvěru, tím je výhodnější pro klienta.

Vzorec pro výpočet RPSN je dán takto:

$$V = \sum_{k=0}^m \frac{a_k}{(1+i)^{t_k}}$$

kde

V ... výše půjčky,

k ... číslo splátky nebo platby poplatků,

m ... počet splátek,

a_k ... výše k -té splátky (obsahuje i poplatky spojené s půjčkou),

t_k ... interval, vyjádřený v počtu roků a ve zlomcích roku, ode dne začátku půjčky do dne splacení nebo úhrad poplatků,

i ... hledané RPSN vyjádřené jako desetinné číslo (Petrášková a Horváthová 2010).

5.5 Spoření

Je pravidelné ukládání peněz na bankovní účet, kde jsou úročeny předem známou úrokovací sazbou a přičítají se ke vkladům (Česká národní banka 2019).

Rozlišují se tři druhy spoření: krátkodobé, dlouhodobé a smíšené.

Částka uložena je celkový součet vkladů za určitou dobu

Částka naspořena je celkový součet vkladů i s úroky z uložených částek

Úložka/anuita je stejně velká částka, kterou pravidelně vkládáme na účet.

5.5.1 Krátkodobé spoření

Je takové spoření, kde doba spoření nepřesáhne jedno úrokovací období, a úroky jsou připisovány na konci doby spoření. Jednotlivé úložky jsou úročeny podle jednoduchého úročení. Z hlediska času ukládání úložky se rozděluje spoření na předlhůtní a polhůtní (Radová, 2013).

Krátkodobé spoření předlhůtní

Je spoření, u kterého se úložka vkládá na začátku každé m -tiny roku. Velikost úspor spolu s úroky se zjistí pomocí vzorce:

$$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right)$$

kde

S ... celková naspořena částka,

m ... počet vkladů v rámci jednoho úrokovacího období (m -tina roku),

x ... výše úložky,

i ... roční úrokovací sazba (Radová, 2013).

Pro získání čistého výnosu se musí vynásobit roční úrokovou sazba (i) číslem 0,85 dle sazby daně z příjmu v ČR. Toto platí pro veškerá uvedená spoření.

Krátkodobé spoření polhůtní

Je spoření, u kterého je úložka vkládána na konci každé m -tiny roku. Velikost úspor spolu s úroky se zjistí dle vzorce:

$$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right),$$

kde

S ... celková naspořená částka

m ... počet vkladů v rámci jednoho úrokovacího období (m -tina roku)

x ... výška uložené částky

i ... roční úroková sazba (Radová, 2013).

5.5.2 Dlouhodobé spoření

Je takové spoření, kdy je doba spoření větší než jedno úrokovací období (spoříme po dobu několika úrokovacích období). Úroky jsou připisovány na konci každého úrokovacího období k naspořené částce a následně jsou spolu úročeny dál. Dlouhodobé spoření se dále dělí na předlhůtní a polhůtní; jestliže se úložka ukládá na počátku úrokovacího období či na konci (Radová, 2013).

Dlouhodobé spoření předlhůtní

Celková naspořená částka při dlouhodobém předlhůtním spoření je dána tímto vzorcem:

$$S = a \cdot (1 + i) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i},$$

kde

S ... je naspořená částka,

a ... výše úložky, ukládaná na počátku úrokového období,

i ... roční úroková sazba,

n ... počet úrokových období (Radová, 2013).

Dlouhodobé spoření polhůtní

Celková naspořená částka při dlouhodobém polhůtním spoření je dána tímto vzorcem:

$$S = a \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i},$$

kde

S ... je naspořená částka,

a ... výše úločky, ukládaná na konci úrokového období,

i ... roční úroková sazba,

n ... počet úrokových období (Radová, 2013).

5.5.3 Kombinace krátkodobého a dlouhodobého spoření

Je spojení krátkodobého a dlouhodobého spoření. Spoří se n období a ukládá se úložka m -krát za úrokovací období. Spoření se opět rozděluje, dle ukládání úločky buď na počátku či na konci m -tiny úrokového období, na předlůhnutí a polhůtní (Radová, 2013).

Kombinace krátkodobého a dlouhodobého spoření při spoření předlůhnutím

Celková naspořená částka při kombinaci krátkodobého a dlouhodobého spoření při spoření předlůhnutím je dána vzorcem:

$$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i},$$

kde

S ... je naspořená částka,

m ... počet vkladů v rámci jednoho úrokovacího období (m -tina roku),

x ... výška uložené částky,

i ... roční úroková sazba,

n ... počet úrokových období (Radová, 2013).

Kombinace krátkodobého a dlouhodobého spoření při spoření polhůtním

Celková naspořená částka při ukládání úločky na konci m -tiny úrokovacího období je dána vzorcem:

$$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i},$$

kde

S ... je naspořená částka,

m ... počet vkladů v rámci jednoho úrokovacího období (m -tina roku),

x ... výška uložené částky,

i ... roční úroková sazba,

n ... počet úrokových období (Petrášková a Hašek 2009; Radová 2013).

5.5.4 Termínované vklady/ termínované účty

Jde o jednorázový vklad na bankovní účet s tím, že dále s účtem nelze hospodařit (posílat peníze na účet či z něj). Peníze na účtu musí ležet určitou dobu, za kterou se počítá úrok. Termínované vklady podléhají zdanění ve výši 15 % a za předčasný výběr dostane majitel od banky sankci až ve výši 2 % z uložené částky. Banky mají určený minimální vklad (od 1 000 Kč) a vklad může být i v cizí měně (Internet Info 2018; Petrášková a Horváthová 2010).

Úroková sazba je závislá na výši vkladu a na délce jeho trvání. Rozlišují se dle délky trvání na krátkodobé termínované vklady (7 dní až 12měsíců), střednědobé (délka trvání 2, 3 nebo 4 roky) a dlouhodobé (minimálně 5 let). Revolvingový termínovaný vklad je, v případě nevyzvednutí ve sjednanou lhůtu, automaticky prodloužen na další stejně dlouhé období s úrokovou sazbou, která připadá na den obnovení vkladu (Partners media 2019).

Ze zákona jsou pojištěné vklady na běžném, spořicí a termínovaném účtu na 100 000 € (Internet Info 2019).

5.5.5 Spořicí účet

Slouží k ukládání volných finančních prostředků. Oproti termínovaným vkladům je možné s penězi manipulovat a nabízí vyšší úrok oproti běžným účtům. Peníze na spořicí účtu se úročí jednou úrokovou sazbou nebo se užívá tzv. pásmové úročení, které úročí každou částku jinou úrokovou sazbou. Úroky se připisují měsíčně, čtvrtletně nebo denně (Petrášková a Horváthová 2010).

5.5.6 Stavební spoření

Je formou spoření se státní podporou a s právem na poskytnutí úvěru. Peníze se vkládají měsíčně či jednou ročně a to po pevně danou dobu minimálně však 6 let. Vložené peníze jsou úročeny sazbou ve výši 1-2 % p. a. (dle instituce) a dále se k nim připisuje státní podpora, která je ve výši 10 % z roční naspořené částky (včetně úroků), ale maximálně činí 2 000 Kč. Z úroků se odvádí státu 15% daň a naspořenou částku může použít k financování čehokoliv (auto, dovolená...). Pokud klient ukončí spoření dříve, přijde o státní podporu, úroky z ní a platí sankci (kolem 0,5 % z cílové částky). Cílová částka, kterou si klient stanoví, zahrnuje vklady, státní podporu, úroky a hodnotu úvěru ze stavebního spoření. Klient má nárok na tzv. levný úvěr s pevnou úrokovací sazbou, pokud spoří minimálně 2 roky a má naspořeno (včetně státní podpory a úroků) minimálně 40 % z cílové částky. Maximální hodnota úvěru je 60 % z cílové částky a lze ho využít pouze na bytové potřeby (modernizace, stavba, koupě bytu či domu, získání pozemku...). Jestliže klient potřebuje během spoření finance na bydlení a nesplňuje předchozí podmínky, lze si sjednat tzv. překlenovací úvěr, který má běžnou úrokovací sazbu a pomůže klientovi přečkat dobu, než bude mít nárok na klasický úvěr ze stavebního spoření (Janů 2019; Petrášková a Horváthová 2010; Radová 2013).

5.5.7 Penzijní připojištění / doplňkové penzijní spoření

Jde o další finanční produkt se státní podporou a jednu z možností zajištění se na stáří. Další výhodou je, že podpořit pojištěného může i zaměstnavatel. Takto poskytnuté finanční prostředky lze osvobodit z daně z příjmu zaměstnavatele (do výše 50 000 Kč za rok za penzijní připojištění a životní pojištění) (ESAP 2019). Účastník musí spořit minimálně 100 Kč měsíčně (horní hranice není dána). Státní podpora se odvíjí od měsíčně spořené částky (nepočítá se příspěvek od zaměstnavatele), avšak maximálně činí 230 Kč měsíčně a připisuje se k úložce čtvrtletně. Dále umožňuje část příspěvků odečíst z daní (maximální roční úspora je 3 600 Kč při měsíčním vkladu 3 000 Kč a více).

Pro splnění podmínek k čerpání státní podpory, musí klient

- být fyzická osoba starší 18-ti let,
- být občan ČR, v případě cizince mít trvalý pobyt na území ČR s přiděleným rodným číslem,
- přispívat na spoření minimálně 300 Kč měsíčně (Dvořáková aj. 2011; Janů 2019).

Měsíční vklad (Kč)	Výše státní podpory (Kč)	Zhodnocení vkladu (%)
100	-	-
200	-	-
300	90	30
400	110	28
500	130	26
600	150	25
700	170	24
800	190	24
900	210	23
1000	230 — maximum	23
2000	230 — maximum	12
3000	230 — maximum	8

Tabulka 1: Výše státního příspěvku dle spořené měsíční částky; zdroj: <https://www.prispevky.cz/ostatni/penzijni-pripojisti>

Obecně výše státní podpory se vypočítá jako: 90 Kč + 20 % z částky nad 300 Kč do 999 Kč. Od roku 2013 nelze sjednat penzijní připojištění, toto pojištění je nahrazeno doplňkovým penzijním spořením. Lze bezplatně přejít z penzijního připojištění na doplňkové penzijní spoření, avšak naopak to nelze. U penzijního spoření je od státu garantované nezáporné zhodnocení, avšak s minimálním zhodnocením peněz. Naproti tomu u doplňkového penzijního spoření není garantované nezáporné zhodnocení peněz (investice může být prodělečná) a lze si vybrat z 3 typů účastnických fondů, kam penzijní společnost bude ukládat a zhodnocovat peníze (Asociace penzijních společností ČR 2016, Dvořáková aj. 2011, Janů 2019).

Typy fondů, charakteristika:

- konzervativní- jde o fond s nejmenší rizikovostí s nejmenším zhodnocením peněz,
- vyvážený- střední rizikovost se střední výnosností,
- dynamický fond- s nejvyšším rizikem a s nejvyšší možnou výnosností.

S delší dobou spoření se riziko zmenšuje u všech typů fondů. Mladším lidem je doporučován dynamický fond a starším lidem před důchodem konzervativní fond (Bubák 2017).

„Výnos se může tedy pohybovat v dlouhodobosti někde na úrovni 3-7 % dle zvolené investiční strategie (prozatím jen odhad).“ (Svoboda 2019)

Podmínky k získání doplňkového spoření jsou stejné, avšak účastníkovi může být méně než 18 let (rodiče či jiné osoby mohou založit doplňkové penzijní spoření dítěti) (Asociace penzijních společností ČR 2016).

5.6 Běžný účet

V dnešní moderní době je už málo osob, které dostávají svou výplatu v hotovosti, a je běžné, že své peníze dostávají na účet. Účet majiteli slouží jako virtuální úložna peněz, se kterými dále může hospodařit. Na účet lze posílat peníze, tzv. vklad, či je odesílat nebo si z něj brát hotovost, tzv. výběr. Peníze je možno vybrat či vložit přímo v bance, kde je účet zřízen, či z bankomatů. S běžným účtem majitel může odesílat platby za služby, zboží (elektřinu, mobilní tarif, nájem...) na jiný účet a to jednou, vytvořením **jednorázového příkazu**, či s nějakou periodou (nejčastěji měsíčně) vytvořením **trvalého příkazu** nebo vytvořením **hromadného příkazu**, kdy se provádí více plateb najednou. Dalšími typy příkazů je **příkaz k inkasu**, u kterého platba probíhá opakovaně a není ve stále stejné výši. Věřitel si strhává výši částky sám, avšak majitel účtu určí horní limit pro tuto částku. **Trvalý příkaz k platbě SIPO** (Soustředěné inkaso plateb obyvatelstva) umožňuje sloučit všechny pravidelné platby (voda, plyn, nájem, vodné, stočné aj.) do jedné. Zde také je nutný horní limit, jelikož jde o hromadné inkaso. Tyto platební styky se nazývají bezhotovostní, jelikož

majitel přímo nepřijde do styku s hotovostí. Opakem je hotovostní styk, ke kterému dochází běžně při styku s penězi jako při výběru, vkládání hotovosti na účet, placení v obchodě atd. (Petrášková a Horváthová 2010).

Běžné účty jsou poskytovány bankami pro soukromé osoby, firmy, instituce a společnosti.

Likvidita je rozsah dostupného majetku a rozsah schopnosti přeměnit tento majetek na hotové peníze. Velkou likviditu mají běžné účty, ze kterých se může kdykoliv vybrat hotovost, ale uložené peníze zde ztrácí svou hodnotu, díky inflaci a malé úrokové sazbě (MONETA Money Bank, 2019).

Ke každému účtu je zřizována **debetní karta**. Jde o typ platební karty, se kterou lze platit bezhotovostně v obchodech, na internetu nebo vybírat peníze z bankomatů. Debetní karta využívá peněz, které jsou na účtu uloženy. Pokud bude stav běžného účtu nulový, tak debetní kartu nelze k zaplacení použít. Výjimkou je běžný účet s kontokorentním úvěrem (viz kontokorentní úvěr).

Naproti tomu stojí **kreditní karta**, která nevyužívá peněz, které jsou na účtu, nýbrž si je klient půjčuje u banky jako úvěr. Proto je kreditní karta vázaná na úvěrový účet, který lze splatit jednorázově či měsíčními splátkami. Velikost splátky si vlastník určuje sám, avšak bankou je stanovena minimální výše splátky (určitá procenta z půjčené částky). Celková výše půjčky nemůže přesáhnout určité maximum tzv. úvěrový rámec, který stanovuje banka. Při dosažení úvěrového rámce není možné kreditní kartu znovu použít, ale každou splátkou se opět navýší o částku splátky. Toto umožňuje opakované čerpání z karty. Pokud půjčku z kreditní karty klient splatí v určitém období tzv. bezúročné období (35 až 76 dní), neplatí se z úvěru úrok (Nacher 2019). Roční úrokové sazby se pohybují od 7,9 % do 30 % z nesplicené částky (PUEBLO 2019).

K platebním kartám patří služba Cashback, která majiteli umožňuje vybrat hotovost u obchodníka při platbě kartou za službu či zboží. Obchody, které tuto službu poskytují, nesou označení „CashBack“. Majitel karty musí provést nákup

v jakékoliv hodnotě a poté si může vybrat hotovost až 3 000 Kč (Asociace českého tradičního obchodu 2018; Internet Info 2019; Petrášková a Horváthová 2010).

Každá platební karta má na sobě uvedeno: číslo karty (šestnáctimístné), jméno a příjmení držitele, platnost karty a název společnosti, která ji vydává. Dále obsahuje magnetický proužek, který nese informace o kartě a podobně i čip, který navíc slouží k bezdotykové platbě. Na zadní straně je CVC/CVV kód, který je bezpečnostním prvkem při platbách kartou na internetu (Československá obchodní banka 2019).

Platební karty jsou chráněny řadou prvků, důležitým je pro majitele PIN kód, který je čtyřmístný a chrání ji před zneužitím. Je důležité nevolit jednoduchý PIN (1234, 5555, rok narození...), dále jej nikomu nesdělovat a nejlépe ho nikam nepsat.

Další možností bezhotovostního placení je **pořízení předplacené karty**, na kterou si vlastník nabije určitou částku peněz a pak s ní platí (Československá obchodní banka 2019).

5.6.1 Kontokorentní úvěr

Kontokorentní úvěr se sjednává k běžnému účtu. Tento úvěr umožňuje majiteli účtu čerpat finance z účtu i do záporných hodnot. Banka tyto peníze půjčuje majiteli účtu a ten za jejich půjčení platí úrok. Tento úrok se nazývá debetní a jeho výše se pohybuje od 8,3 % - 22 %. Povolený limit (výše vypůjčené částky) každá banka vymezuje sama. Nejčastěji banky limit počítají z výše příjmů (peníze, které na účet každý měsíc přicházejí) a povolí dvojnásobek čistého měsíčního příjmu. Výše limitů je od 1000 Kč až po 300 000 Kč (s ručitelem až 3 000 000 Kč) (Mladá fronta ©2019; PUEBLO 2019). Úvěr je částečně nebo zcela splacen příchozími platbami na účet a poté ho lze znovu čerpat. Využití kontokorentního úvěru lze doporučit v případě půjčení malé částky s předpokladem jejího brzkého splacení.

6 Sbírka řešených příkladů

6.1 Měnový kurz a inflace

Příklad 1

Manželé Kolkovi z Ostravy jedou na výlet do polského města Rybnik vzdáleného 60 km. Při volné chvíli zjistili, že zde mají zlevněnou televizi za 2 249 zlotých (PLN), kterou moc chtějí, ale zbylo jim pouze 500 PLN. Sazba za kilometr autem je 2,50 Kč.

- Vyplatí se manželům dojet zpět do Ostravy vybrat peníze a směnit je za polské zloté nebo platit na místě kartou a zbylé zloté si směnit nazpět?
- Bylo by stejně výhodné, kdyby jim už nezbyly žádné zloté po výletě?

Měna	Množství	Devizy		Valuty	
		Nákup	Prodej	Nákup	Prodej
PLN	1	5,826	6,254	5,890	6,180

Tabulka 2: Kurz pro PLN/CZK; zdroj: <https://www.kurzy.cz/kurzy-men/nejlepsi-kurzy/PLN-polsky-zloty>

Řešení:

- Vyplatí se manželům dojet zpět do Ostravy vybrat peníze a směnit je za polské zloté nebo platit na místě kartou a zbylé zloté si směnit nazpět?*

Porovnání výhodnosti dvou možností nákupu:

První způsob při výběru hotovosti a další směně v Ostravě.

Cesta do Ostravy a zpět je dlouhá 120 km. Při sazbě 2,5 Kč/km:

$$120 \cdot 2,5 = 300 \text{ Kč,}$$

za dopravu zaplatíme 300 Kč.

Televize stojí 2 249 PLN. Odečteme 500 zlotých, které už Kolkovi mají sebou:

$$2\,249 - 500 = 1\,749 \text{ PLN.}$$

Kolkovi směňují hotovost, proto použijeme kurz valuty a banka valuty Kolkovým prodává, takže použijeme kurz ze sloupce prodej, který je 6,180 PLN/CZK:

$$1749 \cdot 6,180 = 10\,808,82 \text{ Kč},$$

přičteme částku za dopravu: $10\,808,82 + 300 = 11\,108 \text{ Kč}$.

Druhý způsob, placení kartou na místě.

Kolkovi platí bezhotovostně, proto použijeme kurz devizy, a banka prodává devizy Kolkovým, takže použijeme kurz ze sloupce prodej: PLN/CZK:

$$2\,249 \cdot 6,254 = 14\,065 \text{ Kč}.$$

Zbylých 500 zlotých směňují zpět na koruny (hotovost → valuty; banka od nás vykupuje peníze → nákup): $500 \cdot 5,890 = 2\,945 \text{ Kč}$,

Částku odečteme, abychom získali konečnou hodnotu televize:

$$14\,065 - 2\,945 = 11\,120 \text{ Kč}$$

Porovnáme způsoby placení, hotově a kartou, při započítání všech nákladů:

$$\mathbf{11\,108 \text{ Kč} < 11\,120 \text{ Kč.}}$$

Závěr: Manželům by se vyplatilo dojet zpět do Ostravy, vybrat peníze a směnit je na polské zloté o 12 korun, než platit kartou ve městě Rybník

b) *Bylo by stejně výhodné, kdyby jim už nezbyly žádné zloté po výletě?*

Porovnání stejných způsobů směny se změněnými podmínkami.

Platba hotově proběhne stejným způsobem, ale s jinou částkou:

$$2\,249 \cdot 6,180 = 13\,898,82 \text{ Kč}$$

Dále přičteme částku za dopravu: $13\,898,82 + 300 = 14\,198,82 \text{ Kč}$

Při platbě kartou je výsledek 14 065 jako v předchozím výpočtu před odečtením 500 PLN.

Srovnání platby v hotovosti s náklady na dopravu a kartou:

$$\mathbf{14\,198,82 \text{ Kč} > 14\,065 \text{ Kč.}}$$

Závěr: V případě, že by Kolkovým nezbyly žádné PLN z výletu, bylo by pro ně výhodnější platit kartou

Příklad 2

Pan Fousek jel na 4 týdny rybařit do Švédska. Vzal si s sebou 57 500 Kč, které si v Česku 18. prosince 2017 změnil na švédské koruny. Panu Fouskovi se na moři tak dařilo, že neutratil ani korunu a ještě si 1 000 švédských korun (SEK) vydělal. Po návratu domů si zarezervoval letenky na červen do Austrálie. Využijte tabulky kurzů 2-4. Zanedbáme poplatek za směnu.

- Kolik švédských korun si přiveze pan Fousek do Švédska?
- Vyplatilo by se panu Fouskovi směnit švédské koruny za české v lednu a následně v červnu za australské dolary, nebo tuto směnu provést v týž den v lednu?
- Jaký by byl rozdíl v australských dolarech, pokud by směnil rovnou švédské koruny v červnu za AUD?
- Kdy by pro pana Fouska bylo nejlepší směnit švédské koruny na dolary v uvedeném rozmezí leden-červen dle grafu. (informace online na webové stránce kurzy.cz: <https://www.kurzy.cz/kurzy-men/grafy/nr/SEK-AUD/od-27.11.2017/>)

Měna	Země	Množství	Devizy		Valuty	
			Nákup	Prodej	Nákup	Prodej
AUD	Austrálie	1	16,612	16,778	15,660	17,740
EUR	EMU	1	25,552	25,808	24,090	27,270
GBP	Velká Británie	1	28,953	29,243	27,300	30,900
JPY	Japonsko	100	19,287	19,481	18,180	20,580
SEK	Švédsko	1	2,566	2,592	2,420	2,740
USD	Spojené státy americké	1	23,237	23,471	21,900	24,800

Tabulka 3: Kurzovní lístek ze dne 18. 12. 2017;
zdroj: <https://www.cnb.cz/cs/platbni-styk/sluzby-pro-klienty/kurzovni-listek-cnb>

Měna	Země	Množství	Devizy		Valuty	
			Nákup	Prodej	Nákup	Prodej
AUD	Austrálie	1	16,470	16,636	15,520	17,580
EUR	EMU	1	25,392	25,648	23,900	27,100
GBP	Velká Británie	1	28,533	28,819	26,900	30,460

Měna	Země	Množství	Devizy		Valuty	
			Nákup	Prodej	Nákup	Prodej
JPY	Japonsko	100	18,825	19,015	17,750	20,090
SEK	Švédsko	1	2,582	2,608	2,400	2,760
USD	Spojené státy americké	1	20,920	21,130	19,730	22,330

Tabulka 4: Kurzovní listek české koruny ze dne 15. 01. 2018;
zdroj <https://www.cnb.cz/cs/platebni-styk/sluzby-pro-klienty/kurzovni-listek-cnb>

Měna	Země	Množství	Devizy		Valuty	
			Nákup	Prodej	Nákup	Prodej
AUD	Austrálie	1	16,450	16,616	15,510	17,550
EUR	EMU	1	25,522	25,778	24,060	27,240
GBP	Velká Británie	1	29,100	29,392	27,440	31,060
JPY	Japonsko	100	19,760	19,958	18,630	21,090
SEK	Švédsko	1	2,512	2,583	2,370	2,690
USD	Spojené státy americké	1	21,757	21,957	20,510	23,230

Tabulka 5: Kurzovní listek české koruny ze dne 15. 06. 2018;
zdroj: <https://www.cnb.cz/cs/platebni-styk/sluzby-pro-klienty/kurzovni-listek-cnb>

Kurz AUD/SEK 15. 01. 2018	6,372
Kurz AUD/SEK 15. 06. 2018	6,549

Tabulka 6: Kurz AUD/SEK k určitému dni; zdroj:
<https://www.cnb.cz/cs/platebni-styk/sluzby-pro-klienty/kurzovni-listek-cnb>



Obrázek 1: Graf kurzů měn AUD/SEK; zdroj:
<https://www.kurzy.cz/kurzy-men/grafy/nr/SEK-AUD/od-27.11.2017/>

Kurz AUD/SEK znamená, že za 6,372 švédských korun dostane 1 australský dolar. Často se uvádí i v opačném pořadí: SEK/AUD a význam je stejný. My budeme využívat prvního formátu (Kurzycz 2018).

Řešení:

a) *Kolik švédských korun si přiveze pan Fousek do Švédska?*

První směna:

Pan Fousek převádí hotovost 57 500 Kč na švédské koruny, tudíž vybírá sloupec s valutami. Jelikož banka prodává panu Fouskovy švédské koruny, platí kurz 2,740 SEK/CZK (za 2,74 Kč dostane 1 SEK).

Výpočet: $57\,500 : 2,740 = 20\,985,4$ SEK

Závěr: Pan Fousek by si přivezl do Švédska 20 985,40 švédských korun.

b) *Vyplatilo by se panu Fouskovi směnit švédské koruny za české v lednu a následně v červnu za australské dolary, nebo tuto směnu provést v týž den v lednu?*

Srovnáváme dvě možnosti směny s časovým rozdílem:

Směna SEK za Kč v lednu a v týž den Kč na AUD:

Připočteme vydělanou tisícikorunu: $20\,985,40 + 1\,000 = 21\,985,40$ SEK,

směníme pouze celé švédské koruny k lednu na Kč: $21\,985 \cdot 2,40 = 52\,764$ Kč,

a dále Kč na AUD: $52\,764 : 17,580 \approx 3\,001,37$ AUD.

Nebo směna SEK za Kč v lednu a následně Kč na AUD v červnu:

Pro červen Kč na AUD: $52\,764 : 17,550 = 3\,006,50$ AUD.

Srovnání směny s časovým rozdílem v australských dolarech:

$$3\,001,37 \text{ AUD} < 3\,006,50 \text{ AUD.}$$

Směna SEK za Kč v lednu a následně za AUD:

Ke srovnání nám stačí porovnat kurzy AUD/CZK z ledna a června:

$$17,580 > 17,550.$$

Závěr: V lednu by pan Fousek zaplatil za australské dolary více než v červnu, proto je výhodnější směnu provést v červnu.

c) *Jaký by byl rozdíl v australských dolarech, pokud by směnil rovnou švédské koruny v červnu za AUD?*

Srovnáváme dvě možnosti směny AUD/SEK a CZK/SEK s následnou směnou AUD/CZK.

Výběr grafu kurzů měn

novozélandský dolar
americký dolar
polský zlotý
australský dolar
rumunský nový leu
brazilský real
ruský rubl
britská libra
singapurský dolar
bulharský lev
švédská koruna
česká koruna

Datum od: 01.01.2018
Datum do: 15.6.2018

Seznam měn ČNB
 Seznam exotických měn
 Seznam měn eurozóny

Obrázek 2: Ukázka výběru měny; zdroj: <https://www.kurzy.cz/kurzy-men/grafy/>

Výhodnější směna z předchozí otázky je 3 006,50 AUD.

K přímé směně švédských korun na australské dolary využijeme červnový kurz 6,549 AUD/SEK: $21\,985 : 6,549 = 3\,357$ AUD.

Rozdíl mezi směněním švédských korun za Kč v lednu a následně Kč na australské dolary v červnu oproti směnění švédských korun na australské dolary:

$$3\,357 - 3\,006,50 = 350,50 \text{ AUD.}$$

Závěr: Rozdíl směny švédských korun za australské dolary v červnu by pana Fouska vyšel na 350,50 AUD.

d) *Kdy by pro pana Fouska bylo nejlepší směnit švédské koruny na dolary v uvedeném rozmezí leden-červen dle grafu.*

V tabulce si vybereme měny, které chceme směnit, a vybereme časové rozmezí, kdy chceme sledovat vývoj kurzu.



Obrázek 3: Graf kurzů měn AUD/SEK ; zdroj: <https://www.kurzy.cz/kurzy-men/grafy/nr/SEK-AUD/od-27.11.2017/>

Z grafu zjistíme nejnižší možný kurz, který je 6,273 AUD/SEK.

Závěr: Za jeden AUD by 6. února 2018 pan Fousek zaplatil 6,273 SEK.

Příklad 3

Se školou jedete na výlet do Rakouska. Na vstupné a dopravu je potřeba celkem 85 €. Můžete s kamarádem společně směnit peníze ve směnárně nebo každý zvlášť. Směnárna si účtuje 2 % ze směněné částky (minimálně 50 Kč a maximálně 2 500 Kč).

Nákup	Prodej
25,4	25,89

Tabulka 7: Kurz EUR/CZK; zdroj: <https://www.kurzy.cz/kurzy-men/nejlepsi-kurzy/EUR-euro>

- Je výhodnější směnit částku dohromady či zvlášť?
- Jak se změní výsledek, jestliže by si každý z kamarádů vzal ještě 25 € jako kapesné?
- Na kolik by vyšla směna jednoho žáka, kdyby směnu provedla jedna osoba pro celou třídu o 22 žácích?
- O jakou částku by celkem přišel jeden z žáků, kdyby byl výlet zrušen a musel zpětně směnit 85 € na české koruny?

Řešení:

a) *Je výhodnější směnit částku dohromady či zvlášť?*

První způsob, kdy kamarádi provedou směnu zvlášť.

Použijeme kurz ze sloupce prodej (tabulka 6), jelikož směnárna prodává nám.

Poté 85 € na Kč je: $85 \cdot 25,89 = 2\,200,65$ Kč.

Směnárna si účtuje ze směnné částky 2 %: $2\,200,65 \cdot 0,02 \approx 44,01$ Kč;

$44,01 < 50$, minimální poplatek za směnu je 50 Kč.

Každý kamarád zaplatí směnárně 2 251 Kč, aby získal 85 €. Potom dohromady zaplatí 4 502 Kč.

Druhý způsob, kdy dva kamarádi smění peníze dohromady.

Měníme 170 € najednou: $170 \cdot 25,89 = 4\,401,30$ Kč,

2% poplatek za směnu: $4\,401,30 \cdot 0,02 \approx 88,03$ Kč.

Celkem za směnu s poplatky: $4\,401 + 88 = 4\,489$ Kč.

Kamarádi dohromady zaplatí směnárně 4 489 Kč, aby získal každý 85 €.

Porovnání výsledku způsobů: **4 502 Kč > 4 489 Kč.**

Závěr: Pro kamarády je výhodnější směnit peníze dohromady.

b) *Jak se změní výsledek, jestliže by si každý z kamarádů vzal ještě 25 € jako kapesné?*

Místo původní částky 85 € budeme počítat s částkou 110 € stejným způsobem jako v předchozím případě.

První způsob, kdy každý z kamarádů provede směnu jednotlivě.

Výpočet částky ke směnění: $110 \cdot 25,89 = 2\,847,90$ Kč.

Poplatek za směnu 2 %: $2\,847,90 \cdot 0,02 \approx 56,96$ Kč.

Získání celkové částky za směnu: $2\,847,90 + 56,96 = 2\,904,8 \approx 2\,905$.

Celkové náklady za oba kamarády: $2\,905 + 2\,905 = 5\,810$ Kč.

Kamarádi za směnění dají dohromady 5 810 Kč.

Druhý způsob, kdy dva kamarádi smění peníze dohromady.

Měníme 220 € najednou: $220 \cdot 25,89 = 5\,695,80$ Kč.

Poplatek za směnu 2 %: $5\,695,80 \cdot 0,02 = 113,92$.

Celkem za směnu s poplatky: $5\,695,80 + 113,92 = 5\,809,72 \approx 5\,810$.

Kamarádi dohromady zaplatí směnárně 5 810 Kč, aby získal každý 110 €.

Porovnání výsledku způsobů: **5 810 Kč = 5 810 Kč.**

Závěr: Kamarády směna peněz oběma způsoby vyjde na stejnou částku 5 810 Kč.

Oba způsoby jsou stejně výhodné.

- c) *Na kolik by vyšla směna jednoho žáka, kdyby směnu provedla jedna osoba pro celou třídu o 22 žácích?*

Směna pro celou třídu o 22 žácích.

Výpočet celkové částky ke směnění pro 22 žáků: $85 \cdot 22 \cdot 25,89 = 48\,414,30$ Kč.

Poplatek za směnu 2 %: $48\,414,30 \cdot 0,02 \approx 968,29$ Kč.

Rozdělení směněné částky s poplatkem na jednoho žáka:

$(48\,414,3 + 968,29) : 22 = 2\,244,66 \approx$ **2 245 Kč.**

Závěr: Když třída smění peníze dohromady, tak každý žák zaplatí celkem 2 245 Kč za získání 85 €.

- d) *O jakou částku by celkem přišel jeden z žáků, kdyby byl výlet zrušen a musel zpětně směnit 85 € na české koruny?*

Směna € na Kč a zpět, se započítáním poplatků za směnu. Směnu 85 € spolu s poplatky už známe z předchozích otázek, která činí 2 200,65 Kč a 50 Kč za poplatek. Zpětné směnění 85 € na koruny, kdy využijeme kurz ze sloupce nákup:

$$85 \cdot 25,40 = 2\,159 \text{ Kč.}$$

Výpočet poplatku za směnu: $2\,159 \cdot 0,02 = 43,18$ Kč.

Minimální poplatek činí 50 Kč. Potom výpočet ztráty kvůli rozdílu kurzu nákup-prodej a zaplacení dvou poplatků za směnu je:

$$(2\,201 - 2\,159) + 50 + 50 = \mathbf{142 \text{ Kč.}}$$

Závěr: Jeden žák by v případě zrušení výletu a zpětné směně přišel celkem o 142 Kč.

Příklad 4

Martin chce obdarovat svoji přítelkyni k 29. narozeninám šperkem, který před rokem stál 2 990 Kč. Dnes stojí 3 099 Kč.

- Jaká je míra roční inflace, pokud se budeme řídit pouze údajem o šperku?
- Kolik by stál šperk, kdyby se Martin rozhodl koupit dar až v roce, kdy bude přítelkyně slavit 30. narozeniny, a potvrdila se předpokládaná roční míra inflace 2,7 %?

Řešení:

- Jaká je míra roční inflace, pokud se budeme řídit pouze údajem o šperku?*

Hledáme neznámou π_1 .

Využijeme vzorec pro výpočet inflace: $C_n = C_0 \cdot (1 + \pi_1)$. Vzhledem k tomu, že známe hodnotu šperku před rokem i jeho současnou hodnotu, vrátíme se do předchozího roku a určíme, že $C_0 = 2\,990$ Kč a $C_n = 3\,099$ Kč. Po ekvivalentních úpravách základního vzorce získáme vzorec pro roční míru inflace: $\pi_1 = \frac{C_n}{C_0} - 1$.

Dosazením do vzorce získáme: $\pi_1 = \frac{3\,099}{2\,990} - 1$, $\pi_1 \approx 0,03645$.

Míru inflace vyjadřujeme v procentech, tudíž: $0,03645 \approx 3,65\%$.

Závěr: Míra roční inflace je 3,65 % při počítání pouze s údaji o šperku.

- Kolik by stál šperk, kdyby se Martin rozhodl koupit dar až v roce, kdy bude přítelkyně slavit 30. narozeniny, a potvrdila se předpokládaná roční míra inflace 2,7 %?*

Hledáme budoucí hodnotu šperku, když známe $C_0 = 3\,099$ Kč a $\pi_1 = 2,7\% = 0,027$. Potom dosazením do základního vzorce pro inflaci získáme:

$$C_n = 3\,099 \cdot (1 + 0,027)$$

$$C_n = 3\,182,67 \text{ Kč.}$$

Závěr: Cena šperku v dalším roce bude 3 183 Kč, pokud bude roční míra inflace 2,7 %.

Příklad 5

Na počátku roku 2016 si uložíme jednorázově 80 000 Kč na 3 roky.

- a) Jak vysoká úroková sazba (p.a.) by pokryla znehodnocení peněz inflací? Průměrné roční inflace si dohledejte na internetu. (Použijte jednoduché úročení předlhůtní)
- b) Jaký by byl výsledek, kdybychom zahrnuli i ztrátu z daně z příjmu?

Řešení:

- a) *Jak vysoká úroková sazba (p.a.) by pokryla znehodnocení peněz inflací? Průměrné roční inflace si dohledejte na internetu. (Použijte jednoduché úročení předlhůtní)*

Ze vzorce pro inflaci vypočítáme budoucí hodnotu 80 000 Kč za 3 roky, pokud jsme zjistili průměrnou roční inflace za rok 2016 = 0,7 %; 2017 = 2,5 %; 2018 = 2,1 %. Potom: $\pi_1 = 0,007$; $\pi_2 = 0,025$; $\pi_3 = 0,021$; $C_0 = 80\ 000$ Kč; Vzorec pro výpočet budoucí hodnoty:

$$C_n = C_0 \cdot (1 + \pi_1) \cdot \dots \cdot (1 + \pi_n),$$

Dosadíme jednotlivé veličiny:

$$C_n = 80\ 000 \cdot (1 + 0,007) \cdot (1 + 0,025) \cdot (1 + 0,021)$$

Částka C_n je 84 308,05 Kč.

Vztah pro výpočet úrokové sazby získáme úpravou vzorce pro jednoduché úročení předlhůtní:

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i \cdot n)$$

$$i = \frac{K_n - K_0}{K_0 \cdot n}.$$

Za jednotlivé veličiny dosadíme:

Budoucí cena se stane konečným kapitálem: $C_n = K_n = 84\ 308,05$ Kč a současná cena je počátečním kapitálem: $C_0 = K_0 = 80\ 000$ Kč; počet let uložení: $n = 3$.

Dosazení do vzorce:

$$i = \frac{84\,308,05 - 80\,000}{80\,000 \cdot 3}.$$
$$i \approx 0,1795$$

Vyjádření úrokové míry v procentech:

$$i = 0,01795 \approx \mathbf{1,8\%}.$$

Závěr: Úroková sazba by musela být v minimální výši 1,8 %, abychom pokryli znehodnocení peněz inflací.

b) *Jaký by byl výsledek, kdybychom zahrnuli i ztrátu z daně z příjmu?*

Pro pokrytí inflace a následného danění potřebujeme, aby čistá úroková míra byla minimálně 1,8 %.

Výše daně z výnosu pro ČR je 15 %: $d_p = 0,15$, čistá úroková míra činí 1,8 %: $i_{\varepsilon} = 0,018$. Pro výpočet použijeme upravený vzorec čisté úrokové míry:

$$i_{\varepsilon} = i_h \cdot (1 - d_p)$$
$$i_h = \frac{i_{\varepsilon}}{(1 - d_p)}.$$

Dosadíme veličiny do vzorce:

$$i_h = \frac{0,018}{(1 - 0,15)}$$
$$i_h \approx 0,0212$$

Potom vyjádříme hrubou úrokovou míru v procentech: $i_h = 0,0212 = \mathbf{2,12\%}$.

Závěr: Pokud bychom započítali daň z výnosu, musela by minimální úroková míra být 2,12 %, abychom za 3 roky pokryli znehodnocení peněz.

6.2 Spotřebitelské úvěry a RPSN

Příklad 6

Tereza si chce pořídit telefon, na který nemá najednou dostatek peněz, proto volí nákup na splátky. Porovnává na internetu společnosti, které nabízejí tento mobil a různé varianty splácení.

- Která z variant je pro Terezu nejvýhodnější? Jak bychom mohli nabídky porovnat, pokud Tereza neví, co je to RPSN? Vždy počítej s maximální dobou splácení. Řešte ve skupinách.
- Pomocí internetové kalkulačky zjisti, která z variant má nejvýhodnější RPSN. Pokus se výsledek zdůvodnit.

Obchody	Cena mobilního telefonu (Kč)	Nabízené typy splácení
A	16 269	varianta „odklad, 5 % + 24 x 5 %“ varianta 10+
B	16 190	varianta 0 Kč + 11x 10 varianta 1%, 11-25
C	16 320	varianta 10+ varianta 1%, 11-25
D	15 980	varianta „1/ 10“ varianta „odklad, 5 % + 24 x 5 %“

Tabulka 8: Přehled nabízených variant a ceny mobilního telefonu pro jednotlivé obchody; zdroj: vlastní zpracování

Řešení:

- Která z variant je pro Terezu nejvýhodnější, když neví, co je to RPSN. Vždy počítej s maximální dobou splácení. Řešte ve skupinách.*

Vypočteme náklady mobilního telefonu, které Tereza zaplatí u jednotlivých společností s nabízenými variantami.

Společnost A prodává telefon za 16 269 Kč:

Výpočet pro variantu „odklad, 5 % + 24 x 5 %“:

Výše akontace: $16\,269 \cdot 0,05 = 813,45$

Součet všech splátek: $24 \cdot 813,45 = 19\,522,80$ Kč

Celkové náklady za úvěr: $813,45 + 19\,522,80 = 20\,336,25$ Kč.

Výpočet pro variantu 10+:

Výše akontace: $16\,269 \cdot 0,1 = 1\,626,90$ Kč.

Součet všech splátek: $22 \cdot 0,05 \cdot 16\,269 = 17\,895,90$ Kč

Celkové náklady za úvěr: $1\,626,90 + 17\,895,90 = 19\,522,80$ Kč

Společnost B prodává telefon za 16 190 Kč:

Výpočet pro variantu 0 Kč + 11 x 10:

10 % z celkové částky: $16\,190 \cdot 0,1 = 1\,619$ Kč

Součet všech splátek: $11 \cdot 1\,619 = 17\,809$ Kč.

Výpočet pro variantu 1%, 11-25:

1 % z celkové částky: $16\,190 \cdot 0,01 = 161,90$ Kč

Výpočet výše jedné splátky vynásobenou počtem splátek:

$$(161,90 + 16\,190 : 25) \cdot 25 = 20\,237,50 \text{ Kč.}$$

Společnost C prodává telefon za 16 320 Kč:

Výpočet pro variantu 10+:

Výše akontace: $16\,320 \cdot 0,1 = 1\,632$ Kč.

Součet všech splátek: $22 \cdot 0,05 \cdot 16\,320 = 17\,952$ Kč.

Celkové náklady za úvěr: $1\,632 + 17\,952 = 19\,584$ Kč.

Výpočet pro variantu 1%, 11-25:

1 % z celkové částky: $16\,320 \cdot 0,01 = 163,20$ Kč.

Výpočet výše jedné splátky vynásobenou počtem splátek:

$$(163,20 + 16\,320 : 25) \cdot 25 = 20\,400 \text{ Kč.}$$

Společnost D prodává telefon za 15 980 Kč:

Výpočet pro variantu „1/10“:

Výše akontace 10%: $15\,980 \cdot 0,1 = 1\,598$ Kč.

Součet všech splátek: $10 \cdot 0,1 \cdot 15\,980 = 15\,980$ Kč.

Celkové náklady za úvěr: $1\,598 + 15\,980 = 17\,578$ Kč.

Výpočet pro variantu „odklad, 5 % + 24 x 5 %“

Výše akontace: $15\,980 \cdot 0,05 = 799$ Kč.

Součet všech splátek: $24 \cdot 799 = 19\,176$ Kč

Celkové náklady za úvěr: $799 + 19\,176 = 19\,975$ Kč.

Obchody	Cena mobilního telefonu (Kč)	Nabízené typy splácení	Celková výše nákladů (Kč)
A	16 269	varianta „odklad, 5 % + 24 x 5 %“	20 336,25
		varianta 10+	19 522,80
B	16 190	varianta „0 Kč + 11 x 10“	17 809,00
		varianta „1%, 11-25“	20 237,50
C	16 320	varianta „10+“	19 584,00
		varianta „1%, 11-25“	20 400,00
D	15 980	varianta „1/ 10“	17 578,00
		varianta „odklad, 5 % + 24 x 5 %“	19 975,00

Tabulka 9: Shrnutí výsledků pro jednotlivé varianty splácení; zdroj: vlastní zpracování

Závěr: Pro Terezu je nejvýhodnější koupě telefonu na splátky u obchodu D s variantou splácení „1/ 10“.

- b) Pomocí internetové kalkulačky zjistí, která z variant má nejvýhodnější RPSN. Pokus se výsledek zdůvodnit.

Dosadíme do internetové kalkulačky parametry pro každý obchod a variantu. Dostaneme výsledné RPSN, které porovnáme s ostatními.

Pro první obchod A s variantou „odklad, 5 % + 24 x 5 %“:

Prodává telefon v hodnotě 16 269 Kč, což je výše úvěru.

Výše akontace: $16\,269 \cdot 0,05 = 813,45$ Kč, což je dodatečný jednorázový náklad. Výše splátky je 5 % stejná jako výše akontace: 813,45 Kč

Vložíme parametry do internetové kalkulačky:

Obrázek 4: Výpočet RPSN pro obchod A s první variantou splácní; zdroj:

<https://kalkulacky.idnes.cz/kalkulacky.aspx?typ=RPSN>

U dalších variant je využita stejná kalkulačka a výsledné hodnoty jsou uvedené v následující tabulce:

Obchody	Cena mobilního telefonu (Kč)	Nabízené typy splácní	Celková výše nákladů (Kč)	RPSN (%)
A	16 269	varianta „odklad, 5 % + 24 x 5 %“	20 336,25	26,23
		varianta 10+	19 522,80	24,14
B	16 190	varianta „0 Kč + 11 x 10“	17 809,00	21,31
		varianta „1%, 11-25“	20 237,50	23,81
C	16 320	varianta „10+“	19 584,00	24,14
		varianta „1%, 11-25“	20 400,00	23,81
D	15 980	varianta „1/ 10“	17 578,00	26,27
		varianta „odklad, 5 % + 24 x 5 %“	19 975,00	26,23

Tabulka 10: Shrnutí výsledků RPSN pro jednotlivé obchody a varianty splácní; zdroj: vlastní zpracování

Nejvýhodnější RPSN je to nejnižší: 21,31 %.

Závěr: Nejvýhodnější RPSN 21,31 % je v obchodě B u varianty „0 Kč + 11 x 10“.

Varianta „1/ 10“ u obchodu D má nejnižší celkové náklady a přitom má vyšší RPSN. Je to dané tím, že s variantou „0 Kč + 11 x 10“ jsou si velmi podobné: u obou dlužník zaplatí 11 splátek po 10 % z ceny zboží, které se v našem případě o trochu liší. Avšak u varianty „1/ 10“ platíme akontaci ihned oproti druhé variantě, kdy splácíme o měsíc déle podobnou částku. RPSN zohledňuje i časovou hodnotu peněz, proto u varianty „0 Kč + 11 x 10“ vychází RPSN nižší; je zohledněn měsíc, o který se splátkové varianty liší.

Příklad 7

Pan Jelínek zainvestoval 114 200 Kč do své restaurace, kde provedl nutné opravy, aby mohl restauraci dále provozovat. Půjčku sjednal 27. 6. 2018 a splatná je jednorázově 7. 4. 2019.

- a) Kolik pan Jelínek za úvěr zaplatí, pokud úrok činí 5,5 % p.a. (ACT/365)?
- b) Jak se změní konečná částka při použití standardů ACT/360 a 30E/360?

Řešení:

- a) *Kolik pan Jelínek za úvěr zaplatí, pokud úrok činí 5,5 % p.a. (ACT/365)?*

Pokud není v zadání určené trvání úvěru, tak je nutné zjistit jeho délku ve dnech a poté ho přepočítat na roky podle určeného standardu. Může se dopočítat mechanicky nebo lze použít tabulkový procesor Microsoft Excel, kde se odečtou od sebe buňky s počátečním datem smlouvy od konečného data, a získá se skutečný počet dní. Pro standard 30E/360 se může použít funkce: rok360 (počátek; konec; pravda).

Výpočet dnů dle měsíců: červen (30): zbývají 3 dny, červenec (31), srpen (31), září (30), říjen (31), listopad (30), prosinec (31), leden (31), únor (28), březen (31), duben 7 dní:

$$3 + 31 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 28 + 31 + 7 = 284.$$

Počáteční investice $K_0 = 114\,200$ Kč, roční úroková sazba $i = \frac{5,5}{100}$, doba splatnosti v letech: $n = \frac{284}{360}$. Jelikož je úrokovací období kratší než 1 rok, tak jde o krátkodobé úrokování.

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i \cdot n)$$

$$K_n = 114\,200 \cdot \left(1 + \frac{5,5}{100} \cdot \frac{284}{360}\right)$$

$$K_n \approx \mathbf{119\,155,01\,Kč.}$$

Závěr: Pan Jelínek zaplatí za úvěr celkem 119 155 Kč.

b) *Jak se změní konečná částka při použití standardů ACT/360 a 30E/360?*

Výpočet bude stejný, akorát se změní doba splatnosti, která závisí na použitém standardu.

Typ standardu	Počet dnů (t)	Úrokové období (n)
ACT/365	284	$\frac{284}{365}$
30E/360	280	$\frac{280}{360}$

Tabulka 11: Parametry dle typu standardu; zdroj: vlastní zpracování

Výpočet při využití standardu ACT/365, potom $n = \frac{284}{365}$ a dosazení do vzorce:

$$K_n = 114\,200 \cdot \left(1 + \frac{5,5}{100} \cdot \frac{284}{365}\right) \approx \mathbf{119\,087,13\,Kč.}$$

Výpočet při využití standardu 30E/360, potom $n = \frac{280}{360}$ a dosazení do vzorce:

$$K_n = 114\,200 \cdot \left(1 + \frac{5,5}{100} \cdot \frac{280}{360}\right) \approx \mathbf{119\,085,22\,Kč.}$$

Rozdíl standardu ACT/365 od ACT/360:

$$119\,155,01 - 119\,087,13 = \mathbf{67,88\,Kč.}$$

Rozdíl standardu 30E/360 od ACT/360:

$$119\,155,01 - 119\,085,22\text{Kč} = \mathbf{69,79\text{Kč}}.$$

Závěr: Při použití standardu ACT/365 se sníží částka o 67,88 Kč a o 67,79 Kč při použití 30E/360.

Příklad 8

Slečna Němcová si potřebuje půjčit 20 000 Kč na zálohu na pronájem. Vyhledala si 3 možnosti splacení u tří společností. První z nich požaduje za půjčení 20 000 Kč jednu splátku za 7 měsíců v hodnotě 22 560 Kč, druhá společnost požaduje 4 splátky ve výši 5 300 Kč každý druhý měsíc a třetí společnost půl roku požaduje měsíčně 3 550 Kč. Vypočítejte velikost RPSN u každé půjčky a zdůvodněte, která je nejvýhodnější pro slečnu Němcovou.

Řešení:

Vycházíme ze vzorce pro RPSN

$$V = \sum_{k=0}^m \frac{a_k}{(1+i)^{t_k}}$$

V prvním případě výpočet provedeme dosazením těchto parametrů do vzorce

Výše půjčky: $V = 20\,000$, počet splátek: $m = 1$, výše splátky: $a_k = 22\,560$, interval splacení je 7 měsíc z celého roku: $t_k = 7/12$,

$$20\,000 = \frac{22\,560}{(1+i)^{\frac{7}{12}}}$$

Pak pro získání neznámé (i) je využit nástroj Wolfram Alpha, kde do vyhledávacího pole zadáme tento výraz: $20000=22560/(1+i)^{(7/12)}$, for i .

20000=22560/(1+i)^(7/12), for i

Input interpretation:

solve $20000 = \frac{22560}{(1+i)^{7/12}}$ for i

Result:

$i = \frac{141 \times 141^{5/7}}{3125 \sqrt[5]{5}} - 1$

Obrázek 5: Zobrazení výpočtu RPSN s využitím nástroje Wolfram Alpha; zdroj: <https://www.wolframalpha.com/>

Dostaneme výsledek v lomeném výrazu, který dále aproximujeme a tím získáme: 0,2293.

Výsledné RPSN v procentech: $0,2293 = 22,93 \%$.

V druhém případě výpočet provedeme dosazením těchto parametrů do vzorce

Výše půjčky stále stejná $V = 20\,000$, počet splátek: $m = 4$, výše jedné splátky: $a_k = 5\,300$, intervaly splácení jsou po dvou měsících, tudíž se splácí 2. 4. 6. 8 měsíc vyjádřené částí roku: $t_1 = \frac{2}{12}, t_2 = \frac{4}{12}, t_3 = \frac{6}{12}, t_4 = \frac{8}{12}$.

$$20\,000 = \frac{5\,300}{(1+i)^{2/12}} + \frac{5\,300}{(1+i)^{4/12}} + \frac{5\,300}{(1+i)^{6/12}} + \frac{5\,300}{(1+i)^{8/12}}$$

Pak pro získání neznámé (i) lze využít nástroj Wolfram Alpha, kde do vyhledávacího pole zadáme tento výraz: $20000 = 5300/(1+i)^{(2/12)} + 5300/(1+i)^{(4/12)} + 5300/(1+i)^{(6/12)} + 5300/(1+i)^{(8/12)}, for i$.

20000=5300/(1+i)^(2/12)+5300/(1+i)^(4/12)+5300/(1+i)^(6/12)+5300/(1+i)^(8/12), for i

Input interpretation:

solve $20000 = \frac{5300}{(1+i)^{2/12}} + \frac{5300}{(1+i)^{4/12}} + \frac{5300}{(1+i)^{6/12}} + \frac{5300}{(1+i)^{8/12}}$ for i

Result:

$i \approx 0.151045$

Obrázek 6: Zobrazení výpočtu RPSN s využitím nástroje Wolfram Alpha; zdroj: <https://www.wolframalpha.com/>

Výsledné RPSN v procentech: $i \approx 15,1 \%$.

V třetím případě výpočet provedeme dosazením těchto parametrů do vzorce

Výše půjčky stále stejná $V = 20\,000$, počet splátek je 6: $m = 6$, výše jedné splátky:

$a_k = 3\,550$, intervaly spláčení pro první až šestý měsíc vyjádřené částí roku:

$$t_1 = \frac{1}{12}, t_2 = \frac{2}{12}, t_3 = \frac{3}{12}, t_4 = \frac{4}{12}, t_5 = \frac{5}{12}, t_6 = \frac{6}{12},$$

$$20\,000 = \frac{3\,550}{(1+i)^{\frac{1}{12}}} + \frac{3\,550}{(1+i)^{\frac{2}{12}}} + \frac{3\,550}{(1+i)^{\frac{3}{12}}} + \frac{3\,550}{(1+i)^{\frac{4}{12}}} + \frac{3\,550}{(1+i)^{\frac{5}{12}}} + \frac{3\,550}{(1+i)^{\frac{6}{12}}}.$$

Další využití nástroje Wolfram Alpha.

The screenshot shows the Wolfram Alpha interface. The input bar contains the equation: $20000 = \frac{3550}{(1+i)^{6/12}} + \frac{3550}{(1+i)^{5/12}} + \frac{3550}{(1+i)^{4/12}} + \frac{3550}{(1+i)^{3/12}} + \frac{3550}{(1+i)^{2/12}} + 3550$. Below the input, the 'Input interpretation' section shows the same equation with a 'solve' button and a table for the variable 'i'. The 'Result' section shows $i \approx 0.243036$.

Obrázek 7: Zobrazení výpočtu RPSN s využitím nástroje Wolfram Alpha; zdroj: <https://www.wolframalpha.com>

Výsledné RPSN v procentech : $i \approx 24,3 \%$.

Závěr: Nejvýhodnější pro slečnu Němcovou je půjčit si od druhé společnosti, protože vychází nejnižší RPSN 15,1 %.

Příklad 9

Anna potřebuje peníze na opravu bytu, a tak si chce sjednat úvěr, který je ve výši 70 000 Kč a bude ho splácet měsíčními splátkami 3 roky. Banka jí nabídla bez pojištění úrokovou sazbu 9,8 % p.a. (splátka: 2 252 Kč), nebo úrokovou sazbu o 2 % nižší (splátka: 2 187 Kč) při sjednání pojištění, které činí 175 Kč měsíčně. Pojistné plnění v případě, kdy klient ztratí zaměstnání, bude ve výši měsíční splátky klienta (maximálně 55 555 Kč) po dobu 12 měsíců. Anna chce zjistit, v jakém momentě se stane výhodný úvěr s pojistkou, pokud by došlo na její plnění.

Řešení:

Anna potřebuje zjistit, o kolik se budou celkové náklady lišit u rozdílných nabídek úvěrů (s pojistkou a bez pojistky). A poté spočítat, kdy se stane výhodnější úvěr s pojistkou.

Určíme náklady na úvěr bez pojistky:

Výše měsíční úložky 2 252 Kč po dobu 3 let, 12krát do roka:

$$2\,252 \cdot 3 \cdot 12 = 81\,072 \text{ Kč.}$$

Náklady na úvěr s pojistkou:

Výše měsíční úložky 2 187 Kč po dobu 3 let, 12x do roka:

$$2\,187 \cdot 12 \cdot 3 = 78\,732 \text{ Kč.}$$

Celková výše za pojistku během 3 let, při měsíční sazbě 175 Kč:

$$175 \cdot 12 \cdot 3 = 6\,300 \text{ Kč.}$$

Celkové náklady: $78\,732 + 6\,300 = 85\,032 \text{ Kč}$

Rozdíl mezi náklady na oba úvěry: $85\,032 - 81\,072 = 3\,960 \text{ Kč}$.

Zjištění výhodnosti plnění pojistky:

Úvěr s pojistkou celkově vychází o 3 960 Kč nákladnější. Pomocí tohoto rozdílu můžeme nalézt dobu, kdy výše vyplacené pojistné částky bude převyšovat tyto náklady.

To lze zapsat pomocí tohoto vztahu, kde x je počet měsíců plnění pojistné částky (maximálně 12 měsíců): $3\,960 < x \cdot 2\,187 \rightarrow 1,81 < x$.

Pojistka se plní v celých měsících proto: $1,81 \approx 2$, a doplníme o podmínku, kde plnění pojistky činí maximálně 12 měsíců: $2 < x \leq 12$.

$$x \in \{2; 3; 4; \dots; 11; 12\}.$$

Závěr: Úvěr s pojistkou bude výhodnější než úvěr bez pojistky tehdy, kdy plnění pojistky bude trvat 2 až 12 měsíců.

6.3 Hypoteční úvěry

Příklad 10

Manželský pár Marek a Tereza si chtějí pořídit pozemek s domem a následně ho zrekonstruovat. Na tuto koupi a rekonstrukci potřebují 2 100 000 Kč. Markova čistá měsíční mzda činí 22 650 Kč a Terezina je 14 500 Kč. Spolu mají ušetřeno již 213 000 Kč z předchozích let.

- Dosáhne tento manželský pár na hypoteční úvěr, když splácejí ještě jeden předchozí úvěr ve výši 2 080 Kč měsíčně a ručit budou domem rodičů, jehož cenový odhad je 3 500 000 Kč?
- Pokud manželský pár dosáhne na hypotéku, vypočítejte, o kolik celkově přeplatí úvěr s dobou splácení 20 let, fixací úrokové sazby 8 let a roční úrokovou sazbou 3,09 %. Jestliže měsíčně manželé budou splácet 11 790 Kč s měsíčními poplatky za vedení úvěru 150 Kč a pojištěním 7,6 % z měsíční splátky. Vyřízení úvěru je zdarma.

Řešení:

- Dosáhne tento manželský pár na hypoteční úvěr, když splácejí ještě jeden předchozí úvěr ve výši 2 080 Kč měsíčně a ručit budou domem rodičů, jehož cenový odhad je 3 500 000 Kč?*

Marek a Tereza musí splnit tyto jednotlivé podmínky:

- Maximální výše hypotéky je 90 % ze zastavené nemovitosti:
90 % ze zastavené nemovitosti o hodnotě 3 500 000 Kč

$$3\,500\,000 \cdot 0,9 = 3\,150\,000 \text{ Kč};$$

$$3\,150\,000 \text{ Kč} \geq 2\,100\,000 \text{ Kč}.$$

Podmínka splněna.

- 10 % hypotéky tvoří úspory žadatelů. Úspory činí 215 000 Kč a hypotéka je ve výši 2 100 000 Kč, tudíž 10 % z výše hypotéky je:

$$2\,100\,000 \cdot 0,1 = 210\,000 \text{ Kč};$$

$$215\,000 \text{ Kč} \geq 210\,000 \text{ Kč}.$$

Podmínka splněna.

- Maximální výše úvěru činí 9 čistých ročních příjmů domácnosti
Manželé dohromady mají čistý měsíční příjem 37 150 Kč.

$$37\,150 \cdot 12 \cdot 9 = 4\,012\,200 \text{ Kč};$$

$$4\,012\,200 \text{ Kč} \geq 2\,100\,000 \text{ Kč}.$$

Podmínka splněna.

- Maximální výše součtu všech splátek je 45 % z měsíčního čistého příjmu domácnosti.

$$37\,150 \cdot 0,45 = 16\,717,50 \text{ Kč};$$

$$16\,717,50 - 2\,080 = 14\,637,50 \text{ Kč}.$$

Podmínka splněna v případě, že měsíční splátka bude v maximální výši 14 637 Kč.

Závěr: První tři podmínky manželé splňují a poslední podmínku splní, pokud jejich měsíční náklady na hypotéku nepřesáhnou 14 637 Kč.

- b) *Pokud manželský pár dosáhne na hypotéku, vypočítejte, o kolik celkově přeplatí úvěr s dobou splácení 20 let, fixací úrokové sazby 8 let a roční úrokovou sazbou 3,09 %. Jestliže měsíčně manželé budou splácet 11 790 Kč s měsíčními poplatky za vedení úvěru 150 Kč a pojištěním 7,6 % z měsíční splátky. Vyřízení úvěru je zdarma.*

Pojištění za 1 měsíc: $11\,790 \cdot 0,076 = 896,04 \text{ Kč}$.

Měsíční splátka s pojistkou a za vedení účtu:

$$11\,790 + 896 + 150 = 12\,836 \text{ Kč},$$

tudíž nepřekročí splátkou za hypotéku 12 836 Kč při maximálním limitu 14 637 Kč. (Maximální výše součtu všech splátek tvoří 45 % z měsíčního čistého příjmu domácnosti.)

Za 20 let manželé zaplatí ve splátkách: $11\,790 \cdot 12 \cdot 20 = 2\,829\,600 \text{ Kč}$

Odečteme půjčenou částku: $2\,829\,600 - 2\,100\,000 = 729\,600 \text{ Kč}$.

pouze za úroky zaplatí 729 600 Kč.

Poplatky za vedení úvěru: $150 \cdot 12 \cdot 20 = 36\,000 \text{ Kč}$.

Pojištění za dobu trvání úvěru: $896,04 \cdot 12 \cdot 20 = 215\,049,60$ Kč.

Celkové výdaje z úvěru: $729\,600 + 36\,000 + 215\,049,60 = 980\,649,60$ Kč.

Závěr: Marek a Tereza přeplatí hypoteční úvěr spolu s poplatky a pojištěním o 980 649,60 Kč.

Příklad 11

Manželé Švecovi pořádají svatbu dceři na ostrově Maledivy za 250 000 Kč. Na tuto částku si půjčí od bankovní společnosti, která nabízí americkou hypotéku či spotřebitelský úvěr. Švecovi potřebují, aby měsíční splátka byla do 5 000 Kč, tudíž jim banka nabízí tyto podmínky:

- Odhadněte podle tabulky, jaký z úvěrů bude výhodnější.
- Kolik celkem zaplatí na nákladech za americkou hypotéku a za spotřebitelský úvěr? Výsledky porovnejte.
- Zjistěte pomocí internetové kalkulačky RPSN jednotlivých úvěrů.

	Americká hypotéka	Spotřebitelský úvěr
Úrok	4,39 %	5,9 %
Měsíční splátka	3 956	4 015
Doba splatnosti	6 let, (5 let fixace)	6 let
Vyřízení úvěru	6 000 Kč	-
Měsíční poplatek za vedení účtu	97 Kč	-
Měsíční pojištění splátek	7,8 % z výše pravidelné splátky	625 Kč měsíčně
Poplatek za odhad zastavené nemovitosti	3 900 Kč.	

Tabulka 12: Parametry americké hypotéky a spotřebitelského úvěru; zdroj:
https://www.csas.cz/banka/content/inet/internet/cs/cenik_americka_hypoteka_r.pdf

Řešení:

a) *Odhadněte podle tabulky, jaký z úvěrů bude výhodnější.*

Podle úroků a výše splátky bude pravděpodobně levnější hypotéka, avšak nemůžeme to tvrdit s jistotou, jelikož spotřebitelský úvěr není zatížen tolika poplatky a dalšími náklady.

b) *Kolik celkem zaplatí na nákladech za americkou hypotéku a za spotřebitelský úvěr? Výsledky porovnejte.*

Výpočet nákladů při zvolení americké hypotéky:

Spočítáme, kolik manželé přeplatí na úrocích, pomocí měsíční splátky a doby splatnosti: $3\,956 \cdot 6 \cdot 12 = 284\,832$ Kč.

Odečteme výši půjčky: $284\,832 - 250\,000 = 34\,832$ Kč.

Na úrocích zaplatíme 34 832 Kč.

Zahrneme měsíční pojistku ve výši 7,8 % po dobu 6 let:

$$3\,956 \cdot 0,078 \approx 308,57 \approx 309 \text{ Kč};$$

$$309 \cdot 12 \cdot 6 = 22\,248 \text{ Kč.}$$

Celkově za pojistku zaplatí 22 248 Kč.

Připočteme poplatky za vyřízení úvěru, za vedení a poplatek za odhad nemovitosti: $97 \cdot 6 \cdot 12 + 6\,000 + 3\,900 = 16\,884$ Kč.

Součet všech nákladů: $34\,832 + 22\,248 + 16\,884 = \mathbf{73\,964 \text{ Kč}}$.

Manželé Švecovi zaplatí 73 964 Kč za veškeré náklady spojené s americkou hypotékou.

Výpočet nákladů při zvolení spotřebitelského úvěru:

Spočítáme, kolik manželé přeplatí na úrocích, pomocí měsíční splátky a doby splatnosti: $4\,015 \cdot 6 \cdot 12 = 289\,080$ Kč.

Odečteme výši půjčky: $289\,080 - 250\,000 = 39\,080$ Kč.

Na úrocích zaplatí 39 080 Kč.

Zahrneme měsíční pojistku ve výši 625 Kč po dobu 6 let:

$$625 \cdot 6 \cdot 12 = 45\,000 \text{ Kč.}$$

Celkově za pojistku zaplatíme 45 000 Kč.

Vyřízení a vedení úvěru je zdarma, proto náklady tvoří jen samotný úrok a celková pojistka: $39\,080 + 45\,000 = \mathbf{84\,080 \text{ Kč}}$.

Manželé Švecovi přeplatí se zahrnutím pojistky 84 080 Kč za spotřebitelský úvěr.

Porovnání hypotéky a spotřebitelského úvěru: $73\,964 \text{ Kč} < 84\,080 \text{ Kč}$;

$$84\,080 - 73\,964 = \mathbf{10\,116 \text{ Kč}}$$

Závěr: Pro Švecovi je výhodnější uzavřít s bankou americkou hypotéku a to o 10 116 Kč.

c) *Zjistěte pomocí internetové kalkulačky RPSN jednotlivých úvěrů*

Nalezneme kalkulačku RPSN na internetu, která nám umožní zadat požadované parametry úvěru.

Americká hypotéka:

Dopočítáme parametry, které doplníme do kalkulačky.

Jednorázové dodatečné náklady: poplatek za zavedení úvěru a poplatek za odhad nemovitosti: $3\,900 + 6\,000 = 9\,900 \text{ Kč}$.

Dodatečné náklady pravidelné: výše pojistky za měsíc a měsíční poplatek za vedení: $309 + 97 = 406 \text{ Kč}$.

Ostatní údaje známe ze zadání či tabulky.

Výše úvěru:	<input type="text" value="250000"/>	Kč
Pravidelná splátka:	<input type="text" value="3956"/>	Kč
Doba spláčení:	<input type="text" value="72"/>	měsíců ▾
Interval spláčení:	<input type="text" value="1M - měsíčně"/>	▾
Dodatečné náklady jednorázové: ⓘ	<input type="text" value="9900"/>	Kč
Dodatečné náklady pravidelne: ⓘ	<input type="text" value="406"/>	Kč
Spočítej RPSN		
Výsledek		
RPSN: ⓘ		9,69 %
Splacená suma:		323 964,00 Kč

Obrázek 8: Výpočet RPSN s použitím internetové kalkulačky pro americkou hypotéku; zdroj: <https://kalkulacky.idnes.cz/kalkulacky.aspx?typ=RPSN>

Výsledné RPSN je 9,69 %.

Spotřebitelský úvěr:

Jednorázové dodatečné náklady nejsou a dodatečné náklady pravidelné zahrnují pouze výši pojistky 625 Kč za měsíc.

Výše úvěru:	<input type="text" value="250000"/>	Kč
Pravidelná splátka:	<input type="text" value="4015"/>	Kč
Doba spláčení:	<input type="text" value="72"/>	měsíců ▾
Interval spláčení:	<input type="text" value="1M - měsíčně"/>	▾
Dodatečné náklady jednorázové: ⓘ	<input type="text" value="0"/>	Kč
Dodatečné náklady pravidelne: ⓘ	<input type="text" value="625"/>	Kč
Spočítej RPSN		
Výsledek		
RPSN: ⓘ		10,55 %
Splacená suma:		334 080,00 Kč

Obrázek 9: Výpočet RPSN s použitím internetové kalkulačky pro spotřebitelský úvěr; zdroj: <https://kalkulacky.idnes.cz/kalkulacky.aspx?typ=RPSN>

Výsledné RPSN je 10,55 %.

Závěr: Pro americkou hypotéku dle zadání RPSN tvoří 9,69 % a pro spotřebitelský úvěr RPSN je 10,55 %.

Příklad 12

Manželský pár si sjednal hypotéku, která je ve výši 1 000 000 Kč, roční úrok činí 5,4 % p.a., doba splácení je 15 let a splácí měsíčně 8 118 Kč. Při kolikáté splátce úmor převyší úrok?

Řešení:

Využijeme umořovací plán, kde zjistíme, v jakém měsíci začne být vyšší úmor než úrok.

Výpočet měsíční úrokové sazby z roční: $0,054 : 12 = 0,0045$

Splátka bude každý měsíc stejná, tudíž anuita je 8 118 Kč.

Zjistíme výši úroku pro první měsíc, která je součinem dluhu a měsíční úrokové sazby: $u = 1\,000\,000 \cdot 0,0045 = 4\,500$ Kč.

Úmor spočítáme odečtením úroku od anuity: $8\,118 - 4\,500 = 3\,618$ Kč.

Zůstatek dluhu po prvním měsíci činí: $1\,000\,000 - 3\,618 = 996\,382$ Kč.

Druhý měsíc:

Výpočet úroku ze zůstatku dluhu a úrokové sazby:

$$996\,382 \cdot 0,0045 \approx 4\,483,72 \text{ Kč.}$$

Úmor: $8\,118 - 4\,483,72 = 3\,634,28$ Kč.

Zůstatek: $996\,382 - 3\,634,28 = 992\,747,72$ Kč.

Takto bychom pokračovali dál, avšak umořovací plán je dlouhý, proto využijeme tabulkový procesor Microsoft Excel. Do záhlaví si vypíšeme známé hodnoty a využijeme nástroje funkce pro vytvoření vzorce.

Výše úvěru	1 000 000 Kč
Výše splátky (anuita)	8 118 Kč
Výše úroku p.a.	0,054
Výše úroku p.m.	0,0045
Délka splácení	15

Tabulka 13: Parametry hypotečního úvěru; zdroj: vlastní zpracování

Období	Anuita (Kč)	Úrok (Kč)	Úmor (Kč)	Zůstatek (Kč)
0				1 000 000,00
1	8 118,00	4 500,00	3 618,00	996 382,00
2	8 118,00	4 483,72	3 634,28	992 747,72
3	8 118,00	4 467,36	3 650,64	989 097,08
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
24	8 118,00	4 106,40	4 011,60	908 522,59
25	8 118,00	4 088,35	4 029,65	904 492,94
26	8 118,00	4 070,22	4 047,78	900 445,16
27	8 118,00	4 052,00	4 066,00	896 379,16
28	8 118,00	4 033,71	4 084,29	892 294,87
29	8 118,00	4 015,33	4 102,67	888 192,20
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
177	8 118,00	144,33	7 973,67	24 099,93
178	8 118,00	108,45	8 009,55	16 090,38
179	8 118,00	72,41	8 045,59	8 044,78
180	8 118,00	36,20	8 081,80	0,00
Součet		461 202,99	1 000 037,01	

Tabulka 14: Umořovací plán; zdroj: vlastní zpracování

Řešení se zobrazenými vzorci pro pár začátečních řádků (dolary u adresy) buňky ji fixují, aby se nepřepisovala do dalšího řádku)

	A	B	C	D	E
1	výše úvěru	1000000			
2	výše splátky (anuita)	8118			
3	výše úroku p.a.	0,054			
4	výše úroku p.m.	0,0045			
5	délka splácení	15			
6	období	anuita	úrok	úmor	zůstatek
7	0				=B1
8	1	=B\$2	=E7*\$B\$4	=B8-C8	=E7-D8
9	2	=B\$2	=E8*\$B\$4	=B9-C9	=E8-D9
10	3	=B\$2	=E9*\$B\$4	=B10-C10	=E9-D10

Obrázek 10: Zobrazení vzorců v tabulkovém procesoru MS Excel; zdroj: vlastní zpracování

Závěr: U tohoto hypotečního úvěru začne úmor převyšovat úrok při 27. splátce (po 2 letech a třech měsících).

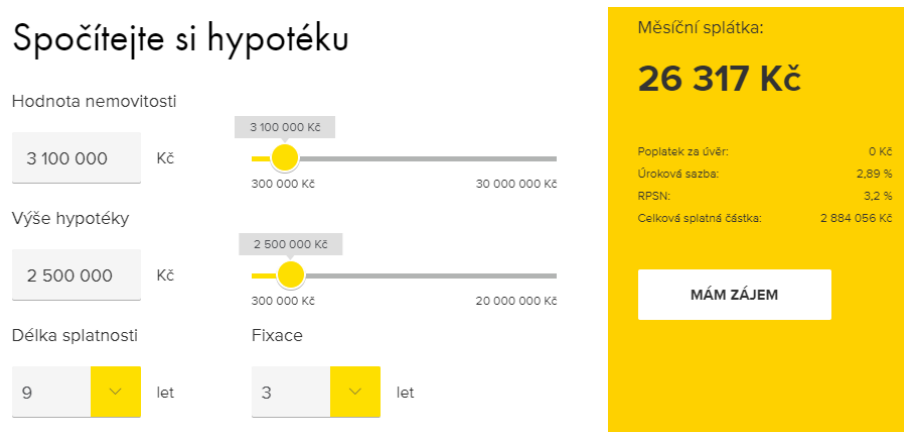
Příklad 13

Pomocí internetové kalkulačky Vámi vybrané instituce zjistíte, jak ovlivní hypotéku její parametry (doba fixace, délka splatnosti, výše měsíční splátky...), když výše hypotéky bude 2,5 milionu Kč. Najděte nejvýhodnější kombinaci těchto parametrů. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.

Řešení:

Budeme měnit parametry v internetové kalkulačce, tak abychom našli kombinaci s nejnižší úrokovou sazbou, která ovlivní výši RPSN.

V rámci této internetové kalkulačky jsme došli s těmito hodnotami parametrů, které jsou v následujícím obrázku:

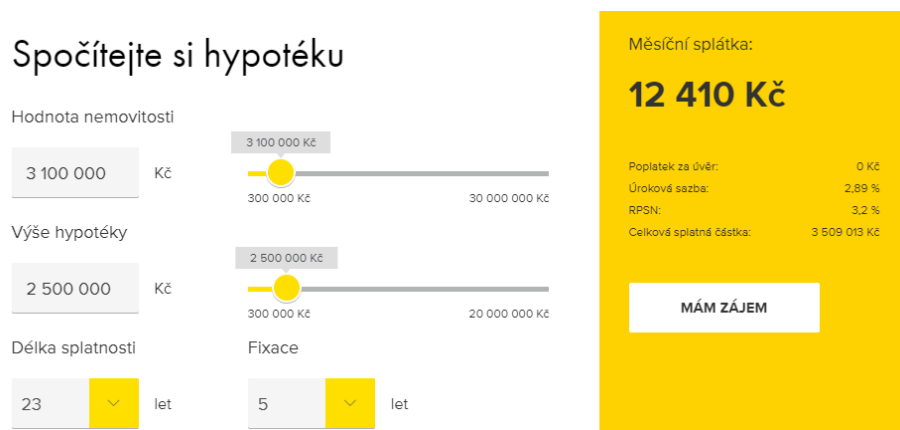


Obrázek 11: Nejvýhodnější parametry pro hypotéku ve výši 2,5 milionu Kč; zdroj: <https://www.rb.cz/osobni/hypoteky/hypotecni-kalkulacka>

Na celkovou výši úrokové sazby má vliv poměr výše úvěru k hodnotě nemovitosti. V našem případě snižuje úrokovou sazbu hodnota nemovitosti vyšší jak 3 000 000 Kč. Dalším faktorem je doba fixace, která je neoptimálnější mezi 3 až 5 lety. Při snižování/ zvyšování nad toto rozmezí se úrok zvyšuje (tudíž i celkové RPSN). Posledním parametrem, který souvisí s velikostí měsíční splátky, je délka splatnosti úvěru. Čím chceme nižší měsíční splátku, tím budeme úvěr déle splácet a zvýší se celkové náklady na úvěr. Zde se sníží RPSN při době splatnosti 9 a více let o 0,1 % a až při 28-30 lety se sníží RPSN o 0,2 %. Nejvýhodnější je tedy splatit

hypoteční úvěr v nejkratší době při nejnižším RPSN. Což v ideálním případě je doba splatnosti 9 let.

S ohledem na měsíční splátky je optimální např. tato varianta:



Obrázek 12: Nejvýhodnější parametry pro hypotéku ve výši 2,5 milionu Kč s ohledem na výši splátek; zdroj: <https://www.rb.cz/osobni/hypoteky/hypotecni-kalkulacka>

Závěr: Nejvýhodnějším způsobem pro získání hypotéky ve výši 2,5 milionu Kč dle údajů z internetové kalkulačky Raiffeisenbank je zastavit nemovitost přesahující 3 000 000 Kč, fixovat úrokovou sazbu na 3 až 5 let a splatit ji během nejkratší doby (dle RPSN 9let), avšak zde je limitující faktor velikosti měsíční splátky, kterou si klient může dovolit.

6.4 Spoření

Příklad 14

David si ukládá na začátku měsíce ze své brigády a kapesného 650 Kč na spořicí účet, aby si mohl za rok koupit nový notebook za 12 000 Kč. Zbylé peníze do konečné částky mu přidají rodiče. Úroková sazba na spořicím účtu je 1,5 % p.a. Nezohledňujeme daň z příjmu.

- Kolik rodiče budou doplácet na získání notebooku pro syna?
- Jakou částku by musel David ukládat, aby rodiče museli doplatit pouze 2 000 Kč na notebook při stejné době spoření?
- Jak velká úroková sazba by musela být, aby rodiče dopláceli pouze 2 000 Kč, při stejné době spoření a původní úložce 650 Kč?

Řešení:

a) *Kolik rodiče budou doplácet na získání notebooku pro syna?*

Naspořenou částku vypočítáme pomocí vzorce pro krátkodobé spoření předlhuční

$$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right),$$

Ukládáme každý měsíc: $m = 12$, roční úroková míra 15 %: $i = 0,015$, úložka je:
 $x = 650$ Kč.

Dosadíme veličiny do vzorce:

$$S = 12 \cdot 650 \cdot \left(1 + \frac{12+1}{2 \cdot 12} \cdot 0,015\right)$$

$$S \approx 7\,863,38 \text{ Kč.}$$

Po roce naspoří David 7 863,38 Kč.

Dopočet hodnoty k dosažení cílové částky na koupi notebooku:

$$12\,000 - 7\,863,38 = 4\,136,62 \approx \mathbf{4\,137 \text{ Kč.}}$$

Závěr: Rodiče mu doplatí na notebook 4 137 Kč.

b) *Jakou částku by musel David ukládat, aby rodiče museli doplatit pouze 2 000 Kč na notebook při stejné době spoření?*

David musí naspořit 10 000 Kč (S) během jednoho roku. Vypočítáme, kolik musí každý měsíc ukládat

$$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right)$$

$$x = \frac{S}{m \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right)}$$

Dosadíme veličiny do vzorce:

$$x = \frac{10\,000}{12 \left(1 + \frac{12+1}{2 \cdot 12} \cdot 0,015\right)}$$

$$x = \mathbf{826,62 \approx 827 \text{ Kč.}}$$

Závěr: David musí každý měsíc ukládat na spořicí účet 827 Kč, aby rodiče doplatili pouze 2 000 Kč.

c) *Jak velká úroková sazba by musela být, aby rodiče dopláceli pouze 2 000 Kč, při stejné době spoření a původní úložce 650 Kč?*

David ukládá stále 650 Kč měsíčně, a naspořená částka je 10 000 Kč. Hledáme výši úrokové sazby, která by tyto podmínky umožnila.

$$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right)$$

$$i = \frac{2 \cdot S - 2 \cdot m \cdot x}{m \cdot x + x}$$

Dosadíme veličiny do vzorce

$$i = \frac{2 \cdot 10\,000 - 2 \cdot 12 \cdot 650}{12 \cdot 650 + 650}$$

$$i \approx 0,5207 = 52,07 \%$$

Závěr: Roční úroková sazba by musela být ve výši 52,07 %.

Příklad 15

Ondra s Evou počátkem čtvrtletí ukládají 15 300 Kč, aby si za pár let mohli koupit nový automobil v hodnotě 250 000 Kč. Jejich spoření má úrokovou sazbu 2,3 % p.a. s čtvrtletním připisováním úroků. Po 18 měsících potřebují vybrat ze spořicího účtu 30 000 Kč na opravu stávajícího automobilu a dále pokračovat ve spoření, avšak se sníženým úrokem o 0,43 %.

a) Za kolik let naspoří cílovou částku?

b) Vyplatilo by se páru sjednat krátkodobou půjčku, kdyby spořili stejně dlouhou dobu jako v předchozím případě? Půjčka je v hodnotě 30 000 Kč s úrokem 11,3 % p.a. a splatí se jednorázově za 9 měsíců. Použijte standard 30E/360.

Řešení:

a) *Za kolik let naspoří cílovou částku?*

Jde o spoření dlouhodobé předlhuční, kde vzorec je:

$$S = a \cdot (1 + i) \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

Vypočteme částku, která bude na účtu po 18-ti měsících: kdy $i = \frac{0,023}{4}$ p.q.,

do 18 měsíců se vejde čtvrt roku 6krát: $n = 6$, s čtvrtletní úložkou $a = 15\,300$ Kč:

$$S_1 = 15\,300 \cdot \left(1 + \frac{0,023}{4}\right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,023}{4}\right)^6 - 1}{\frac{0,023}{4}}$$

$$S_1 = 93\,665,28 \text{ Kč.}$$

Po 18 měsících budou mít na účtu 93 665,28 Kč, od kterých odečteme 30 000 Kč, které vyberou.

$$S_2 = S_1 - 30\,000 = 93\,665,28 - 30\,000 = 63\,665,28 \text{ Kč.}$$

Dále budou mít na účtu $S_2 = 63\,665,28$ Kč, které se budou dále n let úročit (dle vzorce pro složené úročení) spolu se změněným spořením, kde naspořenou částku označíme S_3 , původní úroková míra se sníží o 0,43 %: $i_s = 1,87$ % p.a., přepočítáme na čtvrtletní úrokové období: $i_s = \frac{0,0187}{4}$ p.q.

Potom upravíme vzorec pro složené úročení polhůtní, kde $K_0 = S_2$:

$$K_n = S_2 \cdot (1 + i_s)^n$$

A dále se n let spoří se sníženou úrokovou mírou čtvrtletní úložka: $a = 15\,300$ Kč.

Vytvoříme vzorec, se sníženou úrokovou sazbou:

$$S_3 = a \cdot (1 + i_s) \cdot \frac{(1 + i_s)^{4n} - 1}{i_s}$$

Shrnující rovnici ($S = K_n + S_3$) doplníme o vytvořené vzorce, kde vyjádříme naši hledanou neznámou n :

$$S = S_2 \cdot (1 + i_s)^n + a \cdot (1 + i_s) \cdot \frac{(1 + i_s)^{4n} - 1}{i_s}$$

Dosadíme známé veličiny a použijeme Wolfram Alpha pro výpočet neznámé nebo jiného dostupného nástroje.

$$250\,000 = 63\,665,28 \cdot \left(1 + \frac{0,0187}{4}\right)^{4n} +$$

$$+ 15\,300 \cdot \left(1 + \frac{0,0187}{4}\right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,0187}{4}\right)^{4n} - 1}{\frac{0,0187}{4}}$$

$$n \approx 2,9.$$

250000=63665.28*(1+0.0187/4)^(4x)+15300*(1+0.0187/4)*((1+0.0187/4)^(4x)-1)/(0.0187/4)

Real solution: Step-by-step solution

$x \approx 2.90001$

Obrázek 13: Zobrazení výpočtu neznámé n s využitím nástroje Wolfram Alpha; zdroj: <https://www.wolframalpha.com/>

Když spořili předtím 18 měsíců (1,5 let), tak musí dále spořit ještě 2,9 let.

Celkem budou spořit: $1,5 + 2,9 = 4,4$ let

Když počítáme na celé úrokovací období, tak musí spořit celkem 4,5 roku.

Závěr: Celkově Eva a Ondra budou muset celkově spořit 4,5 let, aby naspořili 250 000 Kč

- b) *Vyplatilo by se páru sjednat krátkodobou půjčku, kdyby spořili stejně dlouhou dobu jako v předchozím případě? Půjčka je v hodnotě 30 000 Kč s úrokem 11,3 % p.a. a splatí se jednorázově 9 měsíců. Použijte standard 30E/360.*

Spočítáme, kolik bude činit naspořená částka za 4,5 roku, kdyby pokračovali ve spoření s nezměněnou úrokovou sazbou. Poté odečteme částku, kterou zaplatíme za poskytnutí úvěru na 30 000 Kč.

Výpočet naspořené částky při nezměněných podmínkách: kdy $i = \frac{0,023}{4}$ p.q., počet úrokovacích období za 4,5 roku: $n = 4 \cdot 4,5$, s čtvrtletní úloškou $a = 15\,300$ Kč:

$$S = 15\,300 \cdot \left(1 + \frac{0,023}{4}\right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,023}{4}\right)^{4 \cdot 4,5} - 1}{\frac{0,023}{4}}$$

$$S \approx 290\,945,37 \text{ Kč.}$$

Spočítáme výši úroku, kterou zaplatíme za 30 000 Kč: $K_0 = 30\,000 \text{ Kč}$, $i = \frac{16,2}{100}$,

doba splatnosti 9 měsíců: $n = \frac{t}{360}$. Dle standardu 30E/360: počet dnů:

$$t = 9 \cdot 30 = 270; n = \frac{270}{360}.$$

$$u = K_0 \cdot i \cdot n$$

Dosadíme veličiny do vzorce: $u = 30\,000 \cdot \frac{11,3}{100} \cdot \frac{270}{360} = 2\,542,50 \text{ Kč.}$

Výsledná částka spoření po odečtení částky za splacení úvěru na 30 000 Kč:

$$290\,945,37 - (30\,000 + 2\,542,50) = 258\,402,87 \text{ Kč.}$$

Rozdíl mezi spořením s půjčkou a způsobem předchozího spoření (výběr 30 000 Kč a snížená sazba): $258\,402,87 - 250\,000 = 8\,402,87 \text{ Kč} \approx 8\,403 \text{ Kč.}$

Závěr: Ondrovi a Evě se vyplatí vzít si půjčku na 30 000 Kč a spořit s nezměněnými podmínkami o 8 403 Kč, než si vybrat naspořené peníze a spořit dále s nižším úrokem.

Příklad 16

Panu Mouralovi přebývá na účtu 120 000 Kč, které chce uložit na 2 roky. Přemýšlí nad vložením peněz na termínovaný vklad. Bankovní společnost nabízí termínované vklady uvedené v tabulce 15.

Termínované vklady	Splatnost	Úroková sazba % p.a.	Sankce za předčasný výběr: % do původně sjednané doby z vybrané částky
Jednorázový			
	2 roky	1,2	2 % p.a.
Revolvingový			
	6 měsíců	0,6	2 % p.a.
	1 rok	0,9	2 % p.a.

Tabulka 15: Parametry pro jednotlivé termínované vklady; zdroj: vlastní zpracování,
<https://www.penize.cz/terminovane-vklady/6691-moneta-money-bank-revolvingovy-terminovany-vklad>

Úroky se připisují v den splatnosti termínovaného vkladu.

- Porovnejte výnosnost vkladů a vyberte pro pana Mourala nejvýhodnější z nich. Předpokládejte, že úroková sazba u revolvingového vkladu se bude zvyšovat po roce o 0,05 %, jinak bude stejná.
- Zjistěte, o kolik peněz by pan Mural přišel, kdyby si sjednal jednorázový termínovaný vklad na 2 roky, ale potřeboval z něj vybrat celou naspořenou částku po 1,5 letech. Jak by se situace změnila, kdyby oproti tomu použil revolvingový termínovaný vklad po 6 měsících?

Řešení:

- Porovnejte výnosnost vkladů a vyberte pro pana Mourala nejvýhodnější z nich. Předpokládejte, že úroková sazba u revolvingového vkladu se bude zvyšovat po roce o 0,05 %, jinak bude stejná.*

Vypočítáme celkovou výnosnost termínovaných vkladů a poté ji porovnáme.

Jednorázový termínovaný vklad na 2 roky.

Úroková sazba $i = 1,2 \% \text{ p.a.} = 0,012$. $K_0 = 120\,000 \text{ Kč}$, doba splatnosti 2 roky:
 $n = 2$.

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i \cdot 0,85)^n$$

$$K_n = 120\,000 \cdot (1 + 0,012 \cdot 0,85)^2$$

$$K_n \approx 122\,460,48 \text{ Kč}$$

První revolvingový termínovaný vklad po 6 měsících po dobu 2 let.

Pro revolvingový termínovaný vklad, po dobu 1 roku, kdy se nemění úroková sazba: $n=1$, půlroční připisování úroků: $m=2$, a původní úroková míra přepočtena na půlrok: $i_p = 0,006 \text{ p.a.}$, zvýšená úroková míra o $0,05 \% : i_z = 0,0065 \text{ p.a.}$

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n \cdot m}$$

$$K_p = 120\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,006}{2} \cdot 0,85\right)^{1 \cdot 2}$$

$$K_p = 120\,612,78$$

$$K_z = K_p \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n \cdot m}$$

$$K_z = 120\,612,78 \cdot \left(1 + \frac{0,0065}{2} \cdot 0,85\right)^{1 \cdot 2}$$

$$K_z \approx 121\,280,09 \text{ Kč}$$

$$K_n = K_z$$

Pro revolvingový termínovaný vklad po roce s $0,9 \% \text{ p.a.}$

Splatnost 1 rok ($n = 1$) při nezměněné úrokové sazbě a opět 1 rok při změněné úrokové sazbě s ročním připisováním úroků. Původní úroková míra: $i_p = 0,009 \text{ p.a.}$, zvýšená úroková míra o $0,05 \% : i_z = 0,0095 \text{ p.a.}$

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i \cdot 0,85 \cdot n)$$

$$K_p = 120\,000 \cdot (1 + 0,009 \cdot 0,85 \cdot 1)$$

$$K_p = 120\,918 \text{ Kč}$$

$$K_z = K_p \cdot (1 + i \cdot 0,85 \cdot n)$$

$$K_z = 120\,918 \cdot (1 + 0,0095 \cdot 0,85 \cdot 1)$$

$$K_z \approx 121\,894,41 \text{ Kč}$$

$$K_n = K_z$$

Srovnání termínovaných vkladů:

Jednorázový 2 roky, revolvingový roční, revolvingový 6 měsíců.

122 460,48 Kč > 121 280,09 Kč > 121 894,41 Kč

Závěr: Panu Mouralovi se nejvíce vyplatí jednorázový termínovaný vklad na 2 roky.

b) *Zjistěte, o kolik peněz by pan Moural přišel, kdyby si sjednal jednorázový termínovaný vklad na 2 roky, ale potřeboval z něj vybrat celou naspořenou částku po 1,5 letech. Jak by se situace změnila, kdyby oproti tomu použil revolvingový termínovaný vklad po 6 měsících?*

Jednorázový termínovaný vklad: stihne pouze jedno úrokovací období a pak půlku úrokovacího období:

$$K_1 = 120\,000 \cdot (1 + 0,012 \cdot 0,85 \cdot 1)$$

$$K_1 = 121\,224 \text{ Kč.}$$

Po roce bude mít na vkladu 121 224 Kč, které se budou dále úročit 0,5 roku:

$$K_n = K_1 \cdot \left(1 + 0,012 \cdot 0,85 \cdot \frac{1}{2}\right)$$

$$K_n \approx 121\,842,24 \text{ Kč}$$

Výpočet 2 % p.a. sankce za předčasný výběr.

Vybíraná částka je stejně vysoká jako uspořené částka: $K_0 = K_n = 121\,842,24$ Kč, úroková míra je 0,002 % p.a. a do konce doby splatnosti 6 měsíců: $n = \frac{1}{2}$.

$$u = K_0 \cdot i \cdot n$$

$$\text{c) } u = 121\,842,24 \cdot 0,02 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\text{d) } u \approx 1\,218,42$$

Celkový výnos po odečtení sankce: $121\,842,24 - 1\,218,42 = 120\,623,82$ Kč.

Revolvingový termínovaný vklad po 6 měsících

První rok se bude vklad úročit stejně jako v předchozím případě a dále se bude úročit pouze půl roku. Úroková míra zůstane pololetní, ale doba splatnosti se zkrátí o jedno úrokové období: $m = 1$.

$$K_z = 120\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,006}{2} \cdot 0,85\right)^{1 \cdot 2}$$

$$K_z = 120\,612,78 \cdot \left(1 + \frac{0,0065}{2} \cdot 0,85\right)^{1 \cdot 1}$$

$$K_z \approx 120\,945,97 \text{ Kč}$$

Rozdíl mezi výnosem jednorázového termínovaného vkladu se započítáním sankce a revolvingovému bez sankce: $120\,945,97 - 120\,623,82 = 322,15$ Kč

Závěr: Kdyby pan Moural zvolil jednorázový termínovaný vklad oproti revolvingovému a vybral si veškeré naspořené peníze předčasně, tak by získal o 322,15 Kč méně.

Příklad 17

Pan Tesař by chtěl mít za 2 roky ušetřeno 80 000 Kč na vybavení do své dílny.

- Jak vysoká by měla být čtvrtletní úložka na začátku čtvrtletí, aby této částky dosáhl při úrokové sazbě 1,2 % p.a. s pololetním připisováním úroků? Zohledni i daň z výnosu.
- Jak by se změnila výše úložky, kdyby pan Tesař ukládal na konci každého měsíce při stejných podmínkách? Také zohledni daň z výnosu.

Řešení:

- Jak vysoká by měla být čtvrtletní úložka na začátku čtvrtletí, aby této částky dosáhl při úrokové sazbě 1,2 % p.a. s pololetním připisováním úroků? Zohledni i daň z výnosu.*

Využijeme vzorec pro kombinaci krátkodobého a dlouhodobého spoření předlhučního, jelikož ukládáme vícekrát za úrokovací období (každou čtvrtinu roku) a doba spoření je delší než jedno úrokovací období.

Ze zadání víme:

Výši naspořené částky $S = 80\,000$ Kč. Úrokovacích období je půlroční a za 2 roky počet úrokovacích období činí: $2 \cdot 2 = 4$; $n = 4$. Ukládáme každé čtvrtletí, což znamená dvakrát za úrokovací období: $m = 2$. Úroková sazba je 1,2 % p.a., tudíž pololetní úroková míra činí polovinu z ní tj. 0,6 % = 0,006. Hledáme výši úložky x , proto ekvivalentními úpravami vyjádříme x ze vzorce:

$$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$x = \frac{S}{m \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

Dosadíme známé veličiny a zohledníme zdanění výnosu, tudíž vynásobíme rovnou úrokovou míru 0,85:

$$x = \frac{80\,000}{2 \cdot \left(1 + \frac{2+1}{2 \cdot 2} \cdot 0,006 \cdot 0,85\right) \cdot \frac{(1 + 0,006 \cdot 0,85)^4 - 1}{0,006 \cdot 0,85}}$$

$$x = \mathbf{9\,886,01 \approx 9\,887\,Kč.}$$

Závěr: Pan Tesař by musel každé čtvrtletí ukládat na spořicí účet 9 887 Kč, aby za dva roky získal po zdanění 80 000 Kč.

b) *Jak by se změnila výše úločky, kdyby pan Tesař ukládal na konci každého měsíce při stejných podmínkách? Také zohledni daň z výnosu.*

Využijeme vzorec pro kombinaci krátkodobého a dlouhodobého spoření polhůtní, jelikož ukládáme na konci měsíce. Parametry spoření jsou stejné jako v předchozím případě, jen se změní počet úložek v úrokovacím období, jelikož ukládáme měsíčně: $m = 6$. Opět hledáme výši úločky x , proto ekvivalentními úpravami vyjádříme x ze vzorce.

$$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$x = \frac{S}{m \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

$$x = \frac{80\,000}{6 \cdot \left(1 + \frac{6-1}{2 \cdot 6} \cdot 0,006 \cdot 0,85\right) \cdot \frac{(1 + 0,006 \cdot 0,85)^4 - 1}{0,006 \cdot 0,85}}$$

$$x \approx 3300,93 \approx 3\,301\,Kč.$$

Pan Tesař by měsíčně musel ukládat 3 301 Kč

Výpočet rozdílu úložek vztažené ke čtvrtletí: $3\,301 \cdot 3 - 9\,887 \approx \mathbf{16\,Kč.}$

Celkové srovnání dvou způsobů ukládání po 2 letech:

$$3\,301 \cdot 12 \cdot 2 - 9\,887 \cdot 4 \cdot 2 = \mathbf{128\,Kč.}$$

Závěr: Panu Tesařovi by se změnila výše úložky o 16 Kč za čtvrt roku, kdyby koncem měsíce ukládal 3 301 Kč.

Poznámka: Můžeme využít podobnosti kombinace krátkodobého a dlouhodobého spoření polhůtního a předlhůtního, které se liší pouze znaménkem. Můžeme použít upravený vzorec z předchozího vyjádření neznámé x a změnit znaménko.

Příklad 18

Paní Sojková chce za 3 roky ušetřit 60 tisíc Kč. Vyhledala si spořicí účet, na kterém je úroková sazba 2,1 % p.a.

- Kolik má paní Sojková na začátku každého měsíce ukládat v celých korunách, aby této částky dosáhla? Kolik činí uložená částka na účtu a kolik úroky?
- Zjistí u tohoto spoření, jak by ovlivnilo celkovou naspořenou částku jiné úrokovací období, pokud by bylo změněno na pololetní, čtvrtletní nebo měsíční? Vyvod' obecný závěr. (Použij vypočítanou výši úložky z předchozí otázky.)

Řešení:

- Kolik má paní Sojková na začátku každého měsíce ukládat v celých korunách, aby této částky dosáhla? Kolik činí uložená částka na účtu a kolik úroky?*

Ukládáme na začátku každého měsíce po dobu 3 let, tudíž použijeme vzorec pro kombinaci krátkodobého a dlouhodobého spoření předlhůtního.

Ze zadání známe:

Naspořená částka: $S = 60\,000$ Kč, počet vkladů během jednoho roku: $m = 12$, úroková sazba činí 2,1 %: $i = 0,021$, počet úrokových období jsou 3 roky: $n = 3$.

Hledáme výši úložky x , proto ekvivalentními úpravami vyjádříme x ze vzorce:

$$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$x = \frac{S}{m \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

Dosažením veličin získáme:

$$x = \frac{60\,000}{12 \cdot \left(1 + \frac{12+1}{2 \cdot 12} \cdot 0,021\right) \cdot \frac{(1+0,021)^3 - 1}{0,021}}$$

$$x \approx 1\,613,79 \text{ Kč.}$$

Uložená částka po dobu 3 let a ukládání měsíčně:

$$1\,613,79 \cdot 3 \cdot 12 = 58\,096,44 \text{ Kč.}$$

Výpočet úroku odečtením uložené částky od naspořené částky:

$$60\,000 - 58\,096,44 = \mathbf{1\,903,56 \text{ Kč.}}$$

Závěr: Paní Sojková musí ukládat počátkem měsíce alespoň 1 613,79 Kč, aby získala za 3 roky minimálně 60 000 Kč. Při nejnižší možné měsíční úložce bude její celková uložená částka činit 58 096,44 Kč a úroky 1 903,56 Kč.

- b) *Zjistí u tohoto spoření, jak by ovlivnilo celkovou naspořenou částku jiné úrokovací období, pokud by bylo změněno na pololetní, čtvrtletní nebo měsíční? Vyvod' obecný závěr. (Použij vypočítanou výši úložky z předchozí otázky.)*

Vypočítáme naspořenou částku pro jednotlivé úrokovací období, když ze zadání známe výši úložky: $x = 1\,614 \text{ Kč}$, dobu splatnosti 3 roky, výši úrokové sazby 2,1 % p.a.

Zjistíme celkovou naspořenou částku v případě, že:

Úrokovací období je pololetní:

Přepočítáme úrokovací sazby z 2,1 % p.a.: $i = \frac{0,021}{2}$ p.s., potom počet úrokovacích období za 3 roky: $n = 2 \cdot 3 = 6$, počet vkladů měsíčně v půlroce: $m = 6$.

$$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$
$$S = 6 \cdot 1\,614 \cdot \left(1 + \frac{6+1}{2 \cdot 6} \cdot \frac{0,021}{2}\right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,021}{2}\right)^6 - 1}{\frac{0,021}{2}}$$

$$S \approx 60\,016,11 \text{ Kč.}$$

Úrokovací období čtvrtletní:

Přepočítání úrokovací sazby z 2,1 % p.a.: $i = \frac{0,021}{4}$ p. q.,

potom počet úrokovacích období za 3 roky: $n = 4 \cdot 3 = 12$

počet měsíců ve čtvrtletí: $m = 3$.

$$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$S = 3 \cdot 1\,614 \cdot \left(1 + \frac{3+1}{2 \cdot 3} \cdot \frac{0,021}{4}\right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,021}{4}\right)^{12} - 1}{\frac{0,021}{4}}$$

$$S = \mathbf{60\,020,80\,Kč.}$$

Úrokovací období je měsíční:

Při změně úrokovacího období na měsíční se změní typ spoření, jelikož úrokovací období se shoduje s obdobím, kdy ukládáme úložku (neukládáme vícekrát za úrokovací období). Úložky jsou připisovány na začátku úrokovacího období a doba spoření přesáhne jedno úrokovací období, proto použijeme vzorec pro dlouhodobé spoření předlhuční.

Přepočítaná úroková sazba: $i = \frac{0,021}{12}$ p. m., počet úrokovacích období za 3 roky:

$n = 12 \cdot 3 = 36$, výše úložky $a = 1\,614$ Kč. Hledáme naspořenou částku S :

$$S = a \cdot (1+i) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i},$$

Dosazení veličin do vzorce:

$$S = 1\,614 \cdot \left(1 + \frac{0,021}{12}\right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,021}{12}\right)^{36} - 1}{\frac{0,021}{12}}$$

$$S \approx \mathbf{60\,024,10\,Kč.}$$

Srovnání úrokovacích období:

roční, pololetní, čtvrtletní, měsíční.

60 000 Kč < 60 016,11 Kč < 60 20,80 Kč < 60 024,10 Kč

Závěr: Změna úrokovacího období ovlivňuje výnos spoření tak, že při pololetní úrokovací době naspoříme 60 016 Kč, při čtvrtletním připisování úroků získáme 60 021 Kč a při měsíční úrokovací době naspoříme 60 024 Kč.

Délka úrokovacího období má vliv na výnos spoření. Častější připisování úroků zvyšuje kapitál, ze kterého se následně počítá další úrok, a konečná naspořená částka je vyšší.

Příklad 19

Martin si založil stavební spoření na 7 let s úrokovou sazbou 1,15 % p.a. s měsíčním připisování úroků na cílovou částku 300 000 Kč. Martinovi přebývá z měsíčního rozpočtu 3 300 Kč. Za rok si chce dát stranou na nenadálé finanční situace minimálně 10 000 Kč a zbytek může šetřit na stavebním spoření.

- a) Kolik má Martin spořit měsíčně, aby nejlépe zhodnotil peníze?
- b) Kolik si za 7 let naspoří na stavením spoření, když bude ukládat koncem měsíce 1 700 Kč. Kolik z toho bude činit státní podpora a úrok z úložek (zohledni daň z výnosu)?
- c) Kolik Martin zaplatí, pokud za založení spoření společnost chce 1 % z cílové částky a za vedení účtu a jiné poplatky si žádá 315 Kč ročně?

Řešení:

- a) *Kolik má Martin spořit měsíčně, aby nejlépe zhodnotil peníze?*

Pro nejlepší zhodnocení peněz by Martin měl spořit tak, aby získal za rok největší možnou státní podporu, ta činí 10 % z roční naspořené částky a maximálně 2 000 Kč.

Martin odloží ročně 10 000 Kč, to je měsíčně 834 Kč. Tudíž z měsíčního rozpočtu mu zbývá na spoření: $3\,300 - 834 = 2\,466$ Kč.

Ročně uloží částku na spoření: $12 \cdot 2\,466 = 29\,592$ Kč.

Výpočet státní podpory: $29\,592 \cdot 0,1 = 2\,959,20$ Kč, avšak maximálně 2 000 Kč.

Nejmenší možná měsíční úložka pro získání maximální podpory:

Výpočet roční naspořené částky (100 %), když 10 % činí maximálně 2 000 Kč:

$$2\,000 \cdot 10 = 20\,000 \text{ Kč za rok, tudíž měsíčně: } 20\,000 : 12 \approx 1\,667 \text{ Kč.}$$

Závěr: Nejvyšší zhodnocení peněz bude mít Martin při maximální podpoře a tu získá, když bude spořit 1 667 Kč měsíčně, pokud by Martin měl možnost zbylé peníze investovat tak, aby z nich měl větší výnos než u tohoto spoření.

- b) *Kolik si za 7 let naspoří na stavením spoření, když bude ukládat koncem měsíce 1 700 Kč. Kolik z toho bude činit státní podpora a úrok z úložek (zohledni daň z výnosu)?*

Pro celkové zhodnocení spoření musíme vypočítat, kolik si Martin naspoří pomocí měsíčních úložek a přičíst k nim zúročenou státní podporu.

Ukládáme déle než jedno úrokovací období a na konci měsíce, tudíž použijeme pro výpočet naspořené částky úložkami vzorec pro spoření dlouhodobé polhůtní:

$$S = a \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i}.$$

Ze zadání známe: výši měsíční úložky: $a = 1\,700$ Kč, spoření trvá 7 let a vkládáme 12krát do roka: počet úložek za n let = $7 \cdot 12$, roční úroková sazba činí 1,15 %, přepočítání na měsíční: $i = \frac{0,0115}{12}$ p.m.

Dosadíme známé veličiny a zohledníme zdanění výnosu, tudíž vynásobíme rovnou úrokovou míru 0,85:

$$S = 1\,700 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,0115}{12} \cdot 0,85\right)^{7 \cdot 12} - 1}{\frac{0,0115}{12} \cdot 0,85}$$

$$S \approx \mathbf{147\,736,66 \text{ Kč.}}$$

Naspořená částka z úložek je 147 736,66 Kč.

Částka uložená za 7 let: $1\,700 \cdot 12 \cdot 7 = 142\,800$ Kč

Úrok z úložek získáme rozdílem naspořené částky a částky uložené:

$$147\,736,66 - 142\,800 = \mathbf{4\,936,66 \text{ Kč.}}$$

Z předchozí otázky víme, že když Martin ukládá více než 1 666 Kč za měsíc, získá nárok na nejvyšší podporu od státu, která činí 2 000 Kč. Státní podpora se úročí na konci každého roku a dále se přičítá ke kapitálu a dále se s ním úročí, proto použijeme vzorec pro složené úročení polhůtní:

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n \cdot m}$$

Výše roční podpory $K_0 = 2\,000$ Kč, počet úrokovacích období $m = 12$, doba splatnosti r -té státní podpory K_r : $n = (7 - r)$.

Pozn. První státní podpora je vyplacena až po prvním roce spoření. Proto je doba splatnosti pro zúročení každé vyplácené státní podpory o rok kratší. Poslední vyplacená státní podpora není úročena.

Proto pro K_1 : $n = 6$; pro K_2 : $n = 5$; pro K_3 : $n=4$; pro K_4 : $n = 3$; pro K_5 : $n = 2$; pro K_6 : $n = 1$, pro K_7 : $n = 0$.

Úrokovou míru vynásobíme 0,85, protože veškeré výnosy podléhají 15 % dani.

Dosažení do vzorce dle roků:

$$K_1 = 2\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,0115}{12} \cdot 0,85\right)^{6 \cdot 12} \approx 2\,120,76 \text{ Kč};$$

$$K_2 = 2\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,0115}{12} \cdot 0,85\right)^{5 \cdot 12} \approx 2\,100,14 \text{ Kč};$$

$$K_3 = 2\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,0115}{12} \cdot 0,85\right)^{4 \cdot 12} \approx 2\,079,72 \text{ Kč};$$

$$K_4 = 2\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,0115}{12} \cdot 0,85\right)^{3 \cdot 12} \approx 2\,059,49 \text{ Kč};$$

$$K_5 = 2\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,0115}{12} \cdot 0,85\right)^{2 \cdot 12} \approx 2\,039,47 \text{ Kč};$$

$$K_6 = 2\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,0115}{12} \cdot 0,85\right)^{1 \cdot 12} \approx 2\,019,64 \text{ Kč};$$

$$K_7 = 2\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,0115}{12} \cdot 0,85\right)^{0 \cdot 12} = 2\,000,00 \text{ Kč}.$$

Zúročení státní podpory celkem za 7 let:

$$K_n = K_1 + K_2 + K_3 + K_4 + K_5 + K_6 + K_7$$

$$K_n = 2\,120,76 + 2\,100,14 + 2\,079,72 + 2\,059,49 + 2\,039,47 + \\ + 2\,019,64 + 2\,000$$

$$K_n = 14\,419,21 \text{ Kč.}$$

Pro zjednodušení lze použít MS Excel.

	A	B	C	D
1	daň	0,85		
2	úložka	2000		
3	<i>i</i>	=0,0115/12		
4	<i>m</i>	12		
5		<i>r</i>	<i>n</i>	Kr
6		1	6	=B\$2*(1+B\$3*B\$1)^(B\$4*C6)
7		2	5	=B\$2*(1+B\$3*B\$1)^(B\$4*C7)
8		3	4	=B\$2*(1+B\$3*B\$1)^(B\$4*C8)
9		4	3	=B\$2*(1+B\$3*B\$1)^(B\$4*C9)
10		5	2	=B\$2*(1+B\$3*B\$1)^(B\$4*C10)
11		6	1	=B\$2*(1+B\$3*B\$1)^(B\$4*C11)
12		7	0	=B\$2*(1+B\$3*B\$1)^(B\$4*C12)
13			součet	=SUMA(D6:D12)
14				

Obrázek 14: Zobrazení vzorců pro výpočet výšky státní podpory dle roků v tabulkovém procesoru MS Excel; zdroj: vlastní zpracování

Zúročená státní podpora přidá na spoření 14 419 Kč.

Závěr: Martin bude mít naspořeno na stavebním spoření po 7 letech 162 155,87 Kč, z toho bude činit státní podpora 14 419,21 Kč a úrok z úložek 4 936,66 Kč.

c) *Kolik Martin zaplatí, pokud za založení spoření společnost chce 1 % z cílové částky a za vedení účtu a jiné poplatky si žádá 315 Kč ročně?*

Kolik Martin zaplatí, pokud si za založení spoření stavební spořitelna účtuje 1 % z cílové částky a za vedení účtu a další poplatky si žádá 215 Kč ročně.

Za poplatky po 7 let: $215 \cdot 7 = 1\,505$ Kč.

Procento z cílové částky: $300\,000 \cdot 0,01 = 3\,000$ Kč.

Výpočet získané částky po odečtení poplatků:

$$162\,155,87 - (3\,000 + 1\,505) = 157\,650,87 \approx \mathbf{157\,651\text{Kč.}}$$

Závěr: Celková částka, kterou Martin dostane je 157 651 Kč po odečtení celkových nákladů.

Příklad 20

Manželé Šulcovi založili svému šestiletému synovi stavební spoření, u kterého úrok činí 1,5 % p.a. s měsíčním připisováním úroků. Kolik rodiče musí na konci měsíce vkládat na účet, aby synovi k 18. narozeninám mohli darovat 250 tisíc Kč po odečtení daně z výnosu?

Řešení:

Celkem naspořená částka (zúročené úložky a zúročená státní podpora po odečtení daně z výnosu) má činit 250 000 Kč: $C = 250\,000\text{ Kč}$, odtud: $C = S + K_n$.

$$C = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} + K_n$$

Spoření trvá 12 let $n = 12$, úroková sazba činí 1,5 % p.a., připisování úroků je měsíční, proto přepočítáme $i = \frac{0,0115}{12}$ p.m. Hledáme, jaká bude měsíční úložka a za předpokladu, že daň z výnosu bude za 12 let stále činit 15 %.

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n \cdot m}$$

Výše roční podpory 10 % z roční úložky: $K_0 = 1,2a$ Kč, počet připisování úroků $m = 12$, doba splatnosti $n = 12$

Vzhledem k tomu, že první státní podpora je vyplacena až po prvním roce spoření, je doba splatnosti pro zúročení každé vyplácené státní podpory o rok kratší. Poslední vyplácená státní podpora není úročena Pro státní podpory získáme rovnici:

$$K_n = 1,2a \cdot \sum_{n=1}^{12} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{(n-1) \cdot m}.$$

Výpočet pro první rok:

$$K_1 = 1,2a \cdot \left(1 + \frac{0,015}{12} \cdot 0,85\right)^{11 \cdot 12}$$

$$K_1 = 1,381a$$

Zúročené státní podpory po jednotlivých letech a jejich součet jsou zobrazeny v tabulce 16.

Pořadí státní podpory (r)	K_r	Pořadí státní podpory (r)	K_r
1	1,381 a	7	1,279 a
2	1,363 a	8	1,263 a
3	1,346 a	9	1,247 a
4	1,329 a	10	1,231 a
5	1,312 a	11	1,215 a
6	1,295 a	12	1,200 a
Součet K_n		15,460 a	

Tabulka 16: Výsledky dopočítaných parametrů konstanty a k jednotlivým rokům; zdroj: vlastní zpracování

$K_n = 15,460a$, dosadíme do vzorce:

$$C = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} + 15,460a$$

$$a = \frac{C \cdot i}{(1+i)^n - 1 + 15,460 \cdot i}$$

$$a = \frac{250\,000 \cdot \frac{0,015}{12} \cdot 0,85}{\left(1 + \frac{0,015}{12} \cdot 0,85\right)^{12 \cdot 12} - 1 + 15,460 \cdot \frac{0,015}{12} \cdot 0,85}$$

$$a \approx 1\,462,24 \text{ Kč} \approx 1\,463 \text{ Kč.}$$

Kvůli složitějšímu příkladu provedeme zkoušku:

Výpočet naspořené částky při ukládání měsíční úložky 1 463 Kč:

$$S = a \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

$$S = 1\,463 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,015}{12} \cdot 0,85\right)^{12 \cdot 12} - 1}{\frac{0,015}{12} \cdot 0,85}$$

$$S \approx 227\,512,45 \text{ Kč.}$$

Výsledky zúročení státní podpory po rocích jsou zobrazeny v tabulce 17.

Pořadí státní podpory (r)	Zúročená podpora K_r (Kč)	Pořadí státní podpory (r)	Zúročená podpora K_r (Kč)
1	2 019,775	7	1 871,101
2	1 994,200	8	1 847,408
3	1 968,949	9	1 824,015
4	1 944,017	10	1 800,919
5	1 919,401	11	1 778,115
6	1 895,097	12	1 755,600
Součet K_n		22 618,598	

Tabulka 17: Výsledky státní podpory dle roků; zdroj: vlastní zpracování

Celková státní podpora za 12 let je 22 618,60 Kč.

Naspořená částka se státní podporou: $227\,512,45 + 22\,618,60 \approx 250\,131,05$ Kč

Odpovídá naspořené částce 250 000 Kč.

Závěr: Manželé Šulcovi musí na stavební spoření ukládat 1 463 Kč měsíčně od 6-ti let syna, aby dostal ke svým 18. narozeninám 250 000 Kč.

Příklad 21

Patrik chce mít za 5 let naspořeno 300 000 Kč, proto si na konci měsíce ukládá 4 800 Kč na spořicí účet, kde je úroková sazba 2 % p.s. a úroky se připisují každé čtvrtletí. V jaké nejbližší době si Patrik bude moci vybrat ze spoření 16 500 Kč na kolo, aby neovlivnilo konečnou částku, kterou chce mít naspořenou? Předpokládej, že Patrik se vyzná ve spoření, a proto výběr peněz provede až po připsání úroků na účet.

Řešení:

Naspořená částka: $S = 300\,000$ Kč, počet vkladů během jednoho úrokovacího období: $m = 3$, úroková sazba činí 2 % p.s.: $i = \frac{0,02}{2}$ p.q., počet úrokových období během 5-ti let: $n = 4 \cdot 5 = 20$, výše úložky: $x = 4\,800$ Kč.

Hledáme kdy je možno vybrat 16 500 Kč, aby to neovlivnilo výši naspořené částky:

Naspořená částka je: $S = K_n + S_3$, spoříme k úrokovacích období, poté vybereme 16 500 Kč (S_2) a pokračujeme ve spoření $n-k$ úrokovacích období (S_3).

Naspořená částka S_2 se dále úročí složeným úročením polhůtním $n-k$ úrokovacích období.

$$S_2 = \left[m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i \right) \cdot \frac{(1+i)^k - 1}{i} \right] - 16\,500$$

$$K_n = S_2 \cdot (1+i)^{(n-k)}$$

$$S_3 = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i \right) \cdot \frac{(1+i)^{(n-k)} - 1}{i}$$

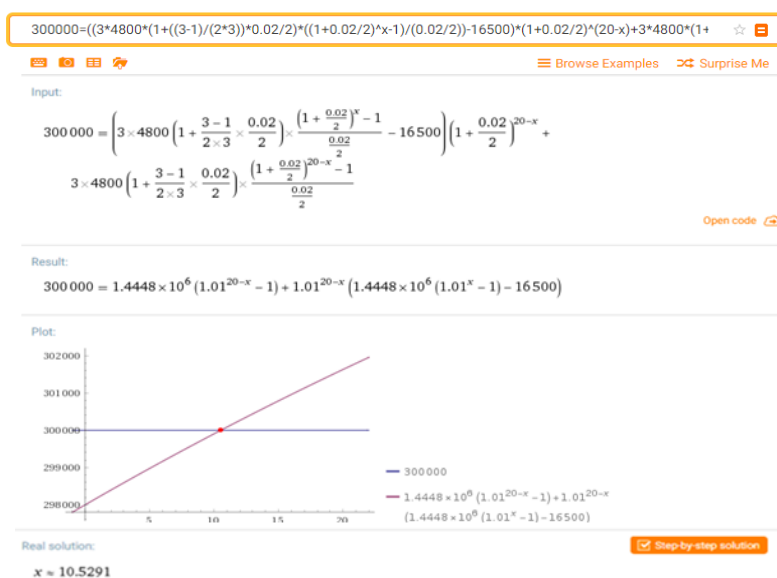
$$S = \left[\left(m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i \right) \cdot \frac{(1+i)^k - 1}{i} \right) - 16\,500 \right] \cdot (1+i)^{(n-k)} + \\ + m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i \right) \cdot \frac{(1+i)^{(n-k)} - 1}{i}$$

Doplňme veličiny do složeného vzorce:

$$300\,000 = \left[\left(3 \cdot 4\,800 \cdot \left(1 + \frac{3-1}{2 \cdot 3} \cdot \frac{0,02}{2} \right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,02}{2} \right)^k - 1}{\frac{0,02}{2}} \right) - 16\,500 \right] \cdot \left(1 + \frac{0,02}{2} \right)^{(20-k)} + 3 \cdot 4\,800 \cdot \left(1 + \frac{3-1}{2 \cdot 3} \cdot \frac{0,02}{2} \right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,02}{2} \right)^{(20-k)} - 1}{\frac{0,02}{2}}$$

Pro výpočet neznáme k použijeme Wolfram Alpha, do kterého zadáme tento vzorec:

$$300000 = \left((3 \cdot 4800 \cdot \left(1 + \frac{3-1}{2 \cdot 3} \cdot \frac{0.02}{2} \right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{0.02}{2} \right)^x - 1}{\frac{0.02}{2}} - 16500 \right) \cdot \left(1 + \frac{0.02}{2} \right)^{(20-x)} + 3 \cdot 4800 \cdot \left(1 + \frac{3-1}{2 \cdot 3} \cdot \frac{0.02}{2} \right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{0.02}{2} \right)^{(20-x)} - 1}{\frac{0.02}{2}}$$



Obrázek 15: Výsledek pro neznámou k ze zadaného vzorce, zpracovaný ve Wolfram Aplha; zdroj: <https://www.wolframalpha.com/>

Výsledek je 10,5 úrokových období, a jelikož výběr provede po připsání úroků, tak nejbližší doba je 11 úrokových období. Úrokové období je čtvrt roku tj. 3 měsíce: $11 \cdot 3 = 33$.

Závěr: Patrik si bude moci ze spoření vybrat 16 500 Kč na kolo po 33 měsících, tak aby celková naspořená částka za 5 let byla 300 000 Kč.

Příklad 22

Paní Pešková si spočítala, že půjde do důchodu za 6 let. Chtěla by si založit doplňkové penzijní spoření, kam by mohla začátkem měsíce ukládat 1 200 Kč. Paní Pešková si vybrala fond, kde předpokládají po dobu 10 let průměrné roční zhodnocení 2,3 %. Předpokládejte roční připisování úroků.

- Vypočítejte, kolik paní Pešková celkem obdrží ze spoření při jeho jednorázovém vyplacení a kolik z toho bude činit státní podpora. Jak se tyto údaje změní, kdyby snížila svou úložku pouze na 850 Kč.
- Porovnejte se stavebním spořením při stejné měsíční úložce 1 200 Kč, když roční úroková míra činí 1,8 % p.a. Zanedbejte veškeré další náklady kromě daně z výnosu a předpokládejte měsíční připisování úroků.
- Kolika procentní průměrné zhodnocení by musel mít vybraný fond, aby paní Pešková získala 120 000 Kč i po odečtení daně z výnosu?

Řešení:

- a) *Vypočítejte, kolik paní Pešková celkem obdrží ze spoření při jeho jednorázovém vyplacení a kolik z toho bude činit státní podpora. Jak se tyto údaje změní, kdyby snížila svou úložku pouze na 850 Kč.*

První způsob, kdy měsíční úložka činní 1 200 Kč.

Paní Pešková spoří na začátku měsíce proto použijeme předlhůtní spoření a jde o kombinaci spoření krátkodobého a dlouhodobého, protože ukládáme vícekrát za úrokovací období:

$$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Daň z příjmu se u doplňkového penzijního spoření počítá až v den vyplacení nebo v průběhu vyplácení, proto ji nezahrneme v základním vzorci.

Ukládáme 12 krát do roka: $m = 12$, Průměrné roční zhodnocení je 2,3 % proto $i = 0,023$, počet úrokovacích období během 6-ti let při ročním připisování úroků:

$n = 6$. výše měsíční úložky: $x =$ měsíční úložka (1 200 Kč) + státní podpora: státní podpora dle tabulek činí 230 Kč, tudíž: $x = 1\,200 + 230 = 1\,430$ Kč.

Po dosazení veličin do vzorce:

$$S = 12 \cdot 1\,430 \cdot \left(1 + \frac{12 + 1}{2 \cdot 12} \cdot 0,023\right) \cdot \frac{(1 + 0,023)^6 - 1}{0,023}$$

$$S = 110\,423,68 \text{ Kč}$$

Jednorázové vyrovnání před zdaněním 110 423,68 Kč.

Uložená částka po šest let 1 200 Kč měsíčně: $6 \cdot 12 \cdot 1\,200 = 86\,400$ Kč.

Celkové státní příspěvky: $6 \cdot 12 \cdot 230 = \mathbf{16\,560}$ Kč.

Výpočet výnosu zjistíme odečtením z celkové uložené částky se státním příspěvkem od celkové naspořené částky:

$$110\,423,68 - (86\,400 + 16\,560) = 7\,463,68 \text{ Kč.}$$

Daň z výnosu činí 15 %: $0,15 \cdot 7\,463,68 \approx 1\,119,55$ Kč.

Jednorázové vyrovnání po zdanění: $110\,423,68 - 1\,119,55 = \mathbf{109\,304,13}$ Kč.

Druhý způsob, kdy měsíční úložka činí 620 Kč.

Výchozí parametry jsou stejné, jen se změní výše ukládané částky:

$x = 620$ Kč+ státní podpora: $90 + 0,2 \cdot 320 = 154$ Kč, $x = 774$ Kč.

$$S = 12 \cdot 774 \cdot \left(1 + \frac{12 + 1}{2 \cdot 12} \cdot 0,023\right) \cdot \frac{(1 + 0,023)^6 - 1}{0,023}$$

$$S \approx 59\,767,78 \text{ Kč.}$$

Uložená částka po šest let 620 Kč měsíčně: $6 \cdot 12 \cdot 620 = 44\,640$ Kč.

Celkové státní příspěvky: $6 \cdot 12 \cdot 154 = \mathbf{11\,088}$ Kč.

Výpočet výnosu zjistíme odečtením z celkové uložené částky se státním příspěvkem od celkové naspořené částky:

$$59\,767,78 - (44\,640 + 11\,088) = 4\,039,78 \text{ Kč.}$$

Daň z výnosu činí 15 %: $0,15 \cdot 4\,039,78 \approx 605,97 \text{ Kč.}$

Jednorázové vyrovnání po zdanění: $59\,767,78 - 605,97 \approx \mathbf{59\,162,01 \text{ Kč.}}$

Závěr: Paní Pešková při ukládání 1 200 Kč měsíčně získá jednorázové vyrovnání 109 304,13 Kč, z toho bude činit státní podpora 16 560 Kč. Kdyby se paní Pešková snížila úložku na 620 Kč měsíčně, tak by celkem získala jednorázové vyrovnání 59 162,01 Kč a z toho by státní podpora činila 4 039,78 Kč.

b) Porovnejte se stavebním spořením při stejné měsíční úložce 1 200 Kč, když roční úroková míra činí 1,8 % p.a. Zanedbejte veškeré další náklady kromě daně z výnosu a předpokládejte měsíční připisování úroků.

Vypočítáme celkovou naspořenou částku na stavebním spoření a zjistíme rozdíl od doplňkového penzijního spoření.

U stavebního spoření jde o dlouhodobé spoření předlhůtní, protože paní Pešková vkládá měsíčně a připisování úroků je také měsíční a spoříme více úrokovacích období:

$$S = a \cdot (1 + i) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i},$$

kde výše úložky: $a = 1\,200 \text{ Kč}$, počet úrokovacích období za šest let: $n = 6 \cdot 12$, úroková sazba přepočtená na měsíční: $i = \frac{0,018}{12}$ (p.m.)

Dosazení veličin do vzorce:

$$S = 1\,200 \cdot \left(1 + \frac{0,018}{12} \cdot 0,85\right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,018}{12} \cdot 0,85\right)^{6 \cdot 12} - 1}{\frac{0,018}{12} \cdot 0,85}$$

$$S = 90\,544,92 \text{ Kč.}$$

Státní podpora 10 % z roční úložky

Roční úložka činí: $1\,200 \cdot 12 = 14\,400 \text{ Kč}$, z toho 10 %: $14\,400 \cdot 0,1 = 1\,440 \text{ Kč}$

Výše státní podpory, pro jednotlivé pořadí roků (r) se dopočítá dle vzorce:

$$K_r = K_0 \cdot (1 + i \cdot 0,85)^{n-r}.$$

Pro jednotlivé pořadí roků, kdy je státní podpora zúročena, jsou výsledky zaznamenány v tabulce 18.

r -tá státní podpora	K_r
1	1 449,20
2	1 447,36
3	1 445,52
4	1 443,67
5	1 441,84
6	1 440,00
Celkem K_n	8 667,59

Tabulka 18: Výsledky zúročené státní podpory k jednotlivým rokům; zdroj: vlastní zpracování

Celkem naspořená částka se státními příspěvky:

$$90\,544,92 + 8\,672,83 = 99\,212,51 \text{ Kč.}$$

Porovnáme s doplňkovým penzijním spořením:

$$109\,304,13 \text{ Kč} > 99\,212,51 \text{ Kč.}$$

Závěr: Doplňkové penzijní spoření je přibližně o 10 000 Kč výhodnější než stavební spoření při daných podmínkách.

- c) *Kolika procentní průměrné zhodnocení by musel mít vybraný fond, aby paní Pešková získala 120 000 Kč i po odečtení daně z výnosu?*

Z předchozích výpočtů při ukládání 1 200 Kč měsíčně známe celkovou uloženou částku 86 400 Kč a státní podporu 16 560 Kč. Chceme zjistit úrokovou sazbu i , při kterém naspoříme po zdanění 120 000 Kč.

Další hodnoty jsou stejné jako v otázce a, kde: $n = 6$, $m = 12$, výše měsíční úložky: $x = 1\,430$ Kč (i se státní podporou) a celková naspořená částka po zdanění $C = 120\,000$ Kč.

Celková naspořená částka po zdanění se vypočítá odečtením 15 % daně z výnosu (D) od nezdaněné celkové naspořené částky S .

$$C = S - D$$

$$D = 0,15 \cdot (S - (\text{celková výše úložek} + \text{celková státní podpora}))$$

$$D = 0,15 \cdot (S - (86\,400 + 16\,560))$$

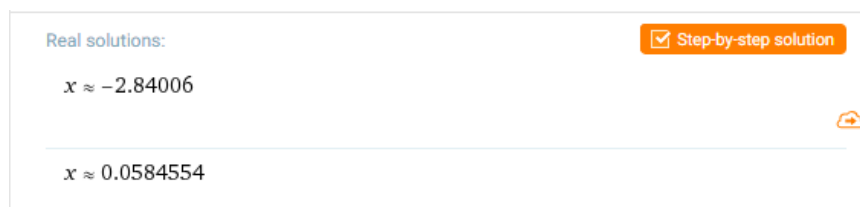
$$C = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} - 0,15 \cdot \left[\left(m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) - (86\,400 + 16\,560) \right]$$

Dosadíme neznámé do vzorce:

$$120\,000 = 12 \cdot 1\,430 \cdot \left(1 + \frac{12+1}{2 \cdot 12} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^6 - 1}{i} - 0,15 \cdot \left[\left(12 \cdot 1\,430 \cdot \left(1 + \frac{12+1}{2 \cdot 12} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^6 - 1}{i} \right) - (86\,400 + 16\,560) \right]$$

Do nástroje Wolfram Alpha vložíme tuto rovnici:

$$120000=12*1430*(1+(12+1)/(2*12)*x)*((1+x)^(6)-1)/(x)-0.15*((12*1430*(1+(12+1)/(2*12)*x)*((1+x)^(6)-1)/(x)-(86400+16560)))$$



Obrázek 16: Výsledek po dosazení vzorce do Wolframu Alpha; zdroj: <https://www.wolframalpha.com>

Rovnici vyhovují dva kořeny a my počítáme s nezápornými čísly, proto pro neznámou i vyhovuje kladná výsledek: $i \approx 0,0585 \approx 5,85 \%$.

Závěr: Paní Peškové by se vybraný fond musel průměrně úročit 5,85 %, aby získala po zdanění jednorázové vyrovnání penzijního spoření v hodnotě 120 000 Kč.

Příklad 23

Pan Šroub má v úmyslu během 4 let začít podnikat. Na začátek podnikání by potřeboval našetřit 200 tisíc Kč. Který finanční produkt byste panu Šroubovi doporučili a proč?

Řešení:

Kvůli krátké době trvání nemůžeme využít stavební spoření ani doplňkové penzijní spoření. Další faktorem je, že vybrat peníze bude potřebovat dříve než po 4 letech, tudíž nemůže využít termínovaný vklad na 4 roky.

Zbývají nám dva finanční produkty a to revolvingový termínovaný vklad či spořicí účet. Zde záleží na tom, jestli má pan Šroub k dispozici minimální výši pro termínovaný vklad, či bude chtít spořit pravidelnými úločkami.

Vyhledali bychom nejvýhodnější nabídky a porovnali. Tyto produkty jsme vybrali, protože v případě spořicího účtu můžeme peníze vybrat kdykoliv a u revolvingového termínovaného vkladu je možné vybrat částku v sjednanou dobu nebo ji ponechat na účtu, kde bude uložena na další dobu.

Závěr: Pan Šroubovi bychom mohli doporučit krátkodobý revolvingový termínovaný vklad nebo spořicí účet dle jeho počátečních možností.

7 Klíčové kompetence v příkladech

Při tvorbě příkladů jsem se snažila zohlednit klíčové kompetence, které má žák při řešení vytvořených příkladů získat. Klíčové kompetence jsou rozděleny na jednotlivé oblasti a u každé z nich jsou uvedeny názvy vybraných příkladů, které tuto kompetenci dle mého názoru podporují.

Kompetence k učení:

Žák:

- organizuje svou práci, dokáže se orientovat ve složitých úlohách.

(Příklady 2, 7, 20, 21)

- správným způsobem užívá výpočetní techniku a získává poznatky z různých zdrojů (vytváří si celistvější pohled na problematiku financí), které dokáže správně zpracovat (interaktivní grafy, využití dostupných internetových kalkulaček s nastavitelnými parametry pro zjištění nejvýhodnějších možností, srovnávací nástroje k vyhledání nejatraktivnějšího finančního produktu a výpočetní programy k usnadnění práce).

(Příklady 2, 13, 19)

- poučí se z chyb a přijímá radu ostatních (diskuze ve třídě, porovnávání výsledků mezi žáky), (RPSN, splácení).

(Příklady 6, 23)

- hodnotí dosažené výsledky, přihlíží na klady a zápory způsobů řešení problémů v praxi (směna peněz, sjednání úvěru spojené s dalšími poplatky, zajištění na stáří, spoření a hodnota peněz v čase).

(Příklady 1, 3, 5, 22)

Kompetence k řešení problémů:

Žák:

- rozčlení si práci na dílčí výpočty, (orientuje se v textu, tabulkách kurzů, parametrech úvěrů a je pozorný při hledání potřebných informací v zadání příkladu) a kontroluje, aby výsledek byl logický.(četnost připisování úroků, délka

doby splatnosti a výše půjčky/úložky/splátky/úrokové míry souvisí s výší konečného částky).

(Příklady 2, 14, 17)

- využívá odlišné metody řešení, používá již nabyté vědomosti (tato kompetence je rozvíjena ve všech příkladech) a přemýšlí intuitivně. (různé způsoby zhodnocení financí-druhy spoření, porovnávání na základě RPSN, výše úrokové sazby, daň z výnosu)

(Příklady 2, 8, 16, 22)

- formuluje závěr, který dokáže obhájit správnou argumentací a zhodnotí pozitiva a negativa jednotlivých řešení s ohledem na dané podmínky. Svě tvrzení podloží důkazy. (dokáže porovnat výhodnost finančního produktu či zvoleného způsobu řešení, doloží správnost výpočtem).

(Příklady 1, 5, 7, 9, 11)

Kompetence komunikativní:

Žák:

- používá grafické znázornění a užitou symboliku (peněz, kurzů; použité zkratky pro úrokovou míru), odborné termíny (tato kompetence je rozvíjena ve všech příkladech) spojené s probranými tématy (revolvingový termínovaný vklad, daň z výnosu, naspořená částka, anuita...).

(Příklady 1, 3, 12)

- prezentuje své poznatky před ostatními, dokáže argumentovat v nejednotných situacích, snaží se dospět k pochopení. (argumentuje a diskutuje nad slovně řešeným příkladem, výhodnost spoření či způsob řešení, zamyšlení nad vzniklým problémem).

(Příklady 6, 23)

Kompetence sociální a personální:

Žák:

- rozhoduje se dle svého názoru a nepodléhá tlakům z okolí (internetové reklamy, zdánlivě výhodné úvěry, srovnání úvěru). Přispívá svou činností k dosažení

společných cílů. Přispívá k diskuzi ve skupinkách i celé třídě. (rozdělení problému na skupiny dle možností a vyřešení dílčí části s následným porovnáním výsledků a shodnutím na závěru)

(Příklady 6, 23, 18)

Kompetence občanská:

Žák:

- respektuje názory ostatních

(Příklady 6, 13, 23)

Kompetence k podnikavosti:

Žák:

- podporuje inovace, využívá různé zdroje a zohledňuje získané informace při realizaci aktivity.

(Příklady 8, 13)

- dokáže posoudit rizika týkající se situací s rozhodováním v reálném životě. (rizika spojená se splácením úvěru, pojištění úvěru, zastavení nemovitosti, likvidita termínovaného vkladu, stavebního spoření, změna podmínek smlouvy)

(Příklady 4, 9, 10, 15, 16)

8 Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo vytvořit sbírku řešených příkladů z finanční matematiky, které jsou určeny pro studenty středních škol. Při tvorbě úloh autorka zohlednila rozvoj klíčových kompetencí žáka. Dalším cílem bylo podpořit využití IT technologií (internetové kalkulačky, tabulkové procesory aj.)

Předložené příklady vycházely z témat definovaných v Rámcovém vzdělávacím programu pro gymnázia a z revidovaných standardů finanční gramotnosti z roku 2017. Z autorčiny analýzy učebnic vyplynulo, že některá témata obsažená v RVP nejsou v učebnicích zahrnuta (např. spořicí produkty se státní podporou autorka nenalezla ani v jedné učebnici) nebo je jim věnován jen omezený prostor (např. úvěrové produkty a jejich umořování v Odvárko (2010)). Výběrem témat pro sbírku příkladů se autorka snažila na tuto situaci reagovat a chybějící témata doplnit.

Nezbytné teoretické poznatky k vybraným tématům byly shrnuty v úvodní části práce. Ta by měla poskytovat ucelený přehled dané tematiky, která obsahuje inflaci, měnový kurz, typy úročení, spotřebitelské úvěry a hypoteční úvěry, druhy spoření a finanční produkty se státní podporou. Následuje samotná sbírka příkladů, kde byly úlohy logicky uspořádány dle jejich obsahu a náročnosti. U každého příkladu je řešení, kde jsou rozčleněné jednotlivé kroky a je vždy zakončeno závěrem, který zodpovídá otázky položené v zadání příkladu. Řešení je dále doplněno o tabulky a obrázky, které znázorňují využití počítačových nástrojů u konkrétního příkladu. V závěru práce byly popsány klíčové kompetence a k nim byly přiřazeny příklady, které danou kompetenci rozvíjí.

Nejvíce mě bavilo vytvářet příklady, tak aby řešitel musel přemýšlet a propojit současné informace, které se do této oblasti promítají a ovlivňují jeho rozhodnutí. Tato práce mi pomohla orientovat se lépe ve finančních produktech a úskalích s nimi spojených (podmínky úvěrů, zdánlivá výhodnost). Dle mého názoru by vytvořené úlohy mohly být využity pro doplnění učebnic, které neobsahují vybraná témata, nebo pro procvičení dané problematiky.

Seznam použité literatury a elektronických zdrojů

Použitá literatura

BALADA, Jan. *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia: RVP G*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, c2007. ISBN 978-80-87000-11-3.

DVOŘÁKOVÁ, Zuzana a Luboš SMRČKA a kol. *Finanční vzdělávání pro střední školy. Se sbírkou řešených příkladů na CD*. Praha: C. H.Beck, 2011. ISBN 987-80-7400-008-9.

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia: posloupnosti a řady*. 2. vyd. Praha: Prometheus, 2001. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-195-7.

PETRÁŠKOVÁ, Vladimíra a Zuzana HORVÁTHOVÁ. *Vybrané kapitoly z finanční gramotnosti*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, 2010. ISBN 978-80-7394-233-5.

RADOVÁ, Jarmila, Petr DVOŘÁK a Jiří MÁLEK. *Finanční matematika pro každého*. 8., rozš. vyd. Praha: Grada, 2013. Finance (Grada). ISBN 978-80-247-4831-3.

Elektronické zdroje

3 způsoby použití americké hypotéky. In: *Janeček - Hypoteční specialista* [online]. Brno: Janeček, 2017 [cit. 2019-02-16]. Dostupné z: <https://www.hypotekyjanecek.cz/blog/3-zpusoby-pouziti-americke-hypoteky>

BUBÁK, Zdeněk a Veronika KŘIVSKÁ. *Finparáda - finance na dlani* [online]. Praha: Scott & Rose, 2017 [cit. 2019-03-03]. Dostupné z: <https://www.finparada.cz/4659-.aspx>

Celkové zadlužení domácností (v mil. Kč). In: *Česká národní banka* [online]. Praha: Česká národní banka, 2018 [cit. 2018-11-23]. Dostupné z: https://www.cnb.cz/cnb/STAT.ARADY_PKG.VYSTUP?p_sestuid=1538&p_uka=1,

2,3&p_strid=AAD&p_sort=2&p_od=200801&p_do=201811&p_period=6&p_des=5
0&p_format=4&p_decsep=,&p_lang=CS

Celkový přehled počtu subjektů: Banka. *Česká národní banka: Dohled a regulace* [online]. Praha: Česká národní banka, 2019 [cit. 2019-02-14]. Dostupné z: https://apl.cnb.cz/apljerrsdad/JERRS.WEB24.SUBJECTS_COUNTS_2

Co je likvidita. In: MONETA Money Bank [online]. Praha: MONETA Money Bank, ©2019 [cit. 2019-02-07]. Dostupné z: <https://www.moneta.cz/slovník-pojmu/detail/co-je-likvidita>

Co je Revolvingový termínovaný vklad. *Peníze.cz* [online]. Praha: Partners media, 2019, [cit. 2019-04-10]. Dostupné z: <https://www.penize.cz/slovník/revolvingovy-terminovany-vklad>. ISSN 1213-2217.

Co to je kontokorentní úvěr?. *Finance.cz* [online]. Praha: Mladá fronta, ©2019 [cit. 2019-02-17]. Dostupné z: <https://www.finance.cz/uvery-a-pujcky/kontokorentni-uvery-a-debety>

Daň z nabytí nemovitých věcí v roce 2019. *Kurzy.cz* [online]. Praha: Kurzy.cz, ©2000-2019 [cit. 2019-02-16]. Dostupné z: <https://www.kurzy.cz/dane-danova-priznani/dan-z-prevodu-nemovitosti.htm>

Dlouhodobý úvěr. In: *Ušetřeno* [online]. Praha: Ušetřeno.cz, ©2010-2019 [cit. 2019-02-23]. Dostupné z: <https://www.usetreno.cz/slovník-pojmu/dlouhodobu-uver/#gref>

Doplňkové penzijní spoření. *Asociace penzijních společností ČR* [online]. Praha: Asociace penzijních společností ČR, ©2016 [cit. 2019-03-03]. Dostupné z: <https://www.apfcr.cz/doplňkove-penzijni-sporeni/>

Doplňkové penzijní spoření/dříve penzijní připojištění. In: *RFP plus* [online]. Martin SVOBODA, 2019 [cit. 2019-03-03]. Dostupné z: <http://www.rfpplus.cz>

Finance.cz: Úvěry a půjčky [online]. Praha: Mladá fronta, ©2019 [cit. 2019-02-07]. Dostupné z: <https://www.finance.cz/uvery-a-pujcky>

Finanční vzdělávání [online]. Praha: © Česká bankovní asociace, 2016 [cit. 2019-02-07]. Dostupné z: <http://www.financnivzdelavani.cz/slovník/b>

HLAVICOVÁ, Michaela. Standard finanční gramotnosti. In: *Ministerstvo financí České republiky* [online]. 2017 [cit. 2019-04-24]. Dostupné z: https://www.mfcr.cz/assets/cs/media/PSFV_2017_Standard-financni-gramotnosti.pdf

Hypotéky. *GEPARD FINANCE* [online]. Praha: GEPARD FINANCE, 2019 [cit. 2019-02-16]. Dostupné z: <https://www.gpf.cz/na-jaky-ucel-hypoteku-pouzit>

Chcete vložit peníze na termínovaný vklad? Přinášíme vám jejich přehled. *Podnikatel.cz* [online]. Praha: Internet Info, 2018 [cit. 2019-03-01]. Dostupné z: <https://www.podnikatel.cz/clanky/chcete-vlozit-penize-na-terminovany-vklad-prinasime-vam-jejich-prehled/>

Informační brožura k platebním kartám. Praha: Československá obchodní banka, 2019 [cit. 2019-02-17]. Dostupné také z: <https://www.csob.cz/portal/lide/ucty/platebni-karty/debetni-karty#>

Kurzovní lístek ČNB. *Česká národní banka* [online]. Praha: Česká národní banka, 2018 [cit. 2018-11-27]. Dostupné z: https://www.cnb.cz/cs/platebni_styk/sluzby_pro_klienty/obchodni_kurz.html

Leasing. *Podnikatel.cz* [online]. Praha: Internet Info, 2019 [cit. 2019-02-26]. Dostupné z: <https://www.podnikatel.cz/specially/firemni-finance/leasing/>

Marek Zeman, *ČNB zavádí nové limity na hypotéky* Tiskové zprávy ČNB [online]. Praha, 12. 06. 2018 [cit. 2019-02-15]. Dostupné z: https://www.cnb.cz/cs/verejnost/pro_media/tiskove_zpravy_cnb/2018/20180612_zfs.html

Matematika SŠ: posloupnosti: příklady z finanční matematiky [online]. Třeboň: Martin Krynický, 2016 [cit. 2019-04-22]. Dostupné z: <http://www.realisticky.cz/ucebnice.php?id=4>

Míra inflace v ČR v lednu 2018. *Český statistický úřad* [online]. Praha: Český statistický úřad, 2019 [cit. 2019-02-05]. Dostupné z: <https://www.czso.cz/csu/x/mira-inflace-v-cr-v-lednu-2018>

MOLNÁR, Josef. *Učebnice matematiky a klíčové kompetence* [online]. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2007, s. 66 [cit. 2018-11-29]. ISBN isbnisbn978-80-244-1722-6. Dostupné z: http://esfmoduly.upol.cz/publikace/ucebnice_m.pdf

Nejlepší kontokorenty: Aktuální srovnání 2019. *Skrblik.cz* [online]. Praha: PUEBLO, ©2012-2019 [cit. 2019-02-17]. Dostupné z: <https://www.skrblik.cz/uvery/kontokorent/prehled-kontokorentu-u-ceskych-bank>

PETRÁŠKOVÁ, Vladimíra a Roman HAŠEK. *Spoření. Úvod do financí* [online]. České Budějovice, 2009 [cit. 2019-03-16]. Dostupné z: <http://www.pf.jcu.cz/stru/katedry/m/uf/sporeni.htm>

Pojištění vkladů. *Měšec.cz* [online]. Praha: Internet Info, 2019 [cit. 2019-03-03]. Dostupné z: <https://www.mesec.cz/financni-portal/ucty/pojisteni-vkladu/>

Prodej na splátky. In: *Peníze.cz* [online]. Praha: Partners media, 2019 [cit. 2019-02-12]. Dostupné z: <https://www.penize.cz/prodej-na-splatky>

Přehled kreditních karet 2019: Srovnání limitů, úroků a poplatků. *Skrblik.cz* [online]. Praha: PUEBLO, ©2012-2019 [cit. 2019-02-26]. Dostupné z: <https://www.skrblik.cz/uvery/kreditni-karty/prehled-kreditnich-karet/>

Příspěvek (státní podpora) na stavební spoření v roce 2019: až 2.000,- Kč. *Příspěvky* [online]. Praha: Tomáš Janů, ©2019 [cit. 2019-03-02]. Dostupné z: <https://www.prispevky.cz/ostatni/stavebni-sporeni>

Příspěvek na penzijní připojištění pro rok 2019: až 230,- Kč měsíčně. *Příspěvky* [online]. Praha: Tomáš Janů, ©2019 [cit. 2019-03-03]. Dostupné z: <https://www.prispevky.cz/ostatni/penzijni-pripojisteni>

Příspěvek zaměstnavatele na penzijní připojištění a na soukromé životní pojištění až 50 000 Kč. *Daňové tipy* [online]. Praha: ESAP, ©2012-2019 [cit. 2019-03-03]. Dostupné z: <http://www.danovetipy.cz/clanky/detail/nezdanovane-prijmy-zamestnance-benefity-40>

S jakými výdaji navíc počítat, když se rozhodnete pro hypotéku. <https://www.idnes.cz/Finance> [online]. Praha: MAFRA, 2018 [cit. 2019-02-16]. Dostupné z: <https://www.idnes.cz/finance/hypoteky-a-pujcky/hypoteka-uver-na-bydleni-pujcka>

Spoření. *Česká národní banka* [online]. Praha: Česká národní banka, 2019 [cit. 2019-03-05]. Dostupné z: <https://www.cnb.cz/cs/obecne/slovník/s.html>

Spotřebitelský úvěr. *Půjčka.co* [online]. Praha: dotFOX - Digital production, 2018 [cit. 2019-02-14]. Dostupné z: <https://www.pujcka.co>

Standard finanční gramotnosti. *Ministerstvo financí ČR* [online]. Praha: Ministerstvo financí ČR, 2013, 20. 7. 2017 [cit. 2019-04-23]. Dostupné z: <https://www.mfcr.cz/cs/aktualne/aktuality/2017/standard-financni-gramotnosti-29163>

Strategické dokumenty: Systém budování finanční gramotnosti na základních a středních školách. *Ministerstvo financí České republiky* [online]. Praha: Ministerstvo financí ČR, 2014, aktualizováno 2017-12-21 [cit. 2018-11-23]. Dostupné z: <https://www.psfv.cz/cs/pro-odborniky/strategicke-dokumenty#strategie>

Strategie finančního vzdělávání [online]. In: Praha: Ministerstvo financí České republiky, 2007, s. 5 [cit. 2018-11-23]. Dostupné z: <https://www.psfv.cz/cs/pro-odborniky/strategicke-dokumenty#strategie>

Typy splácení hypotečního úvěru (hypotéky). *Kurzycz* [online]. Praha: Kurzy.cz, ©2000-2019 [cit. 2019-02-17]. Dostupné z: <https://www.kurzy.cz/hypoteky/typy-splaceni-hypotek/>

U pokladny až 3000 v hotovosti. Cashback se změní, zájem o něj klesá. *Měšec.cz* [online]. Praha: Internet Info, ©2019 [cit. 2019-03-01]. Dostupné z: <https://www.mesec.cz/clanky/u-pokladny-az-3000-v-hotovosti-cashback-se-zmeni-zajem-o-nej-klesa/>

Úvěr. *ManagementMania* [online]. Wilmington: ManagementMania, ©2011-2016 [cit. 2019-02-07]. Dostupné z: <https://managementmania.com/cs/uver>

Vše o kreditní kartě. *Bankovnipoplatky* [online]. Patrik Nacher, ©2005-2019 [cit. 2019-02-26]. Dostupné z: <https://www.bankovnipoplatky.com/vse-o-kreditni-karte-8914.html>

Všeobecné podmínky spotřebitelského úvěru. *Home Credit* [online]. Brno: Home Credit, ©2019 [cit. 2019-02-28]. Dostupné z: <https://www.homecredit.cz/vseobecne-obchodni-podminky/nase-splatky>

Vydáním licencí vše teprve začíná. *Hospodářské noviny* [online]. 2018, **2018** [cit. 2019-02-14]. ISSN 1213-7693. Dostupné z: https://www.cnb.cz/cs/verejnost/pro_media/clanky_rozhovory/media_2018/cl_18_18_0601_nidetzky_ihned.html

Zákon č. 257/2016 Sb., spotřebitelský úvěr (zákon o spotřebitelském úvěru). In: *Sbírka zákonů*. 2016. ISSN 1211-1244. Dostupný také z: <https://www.podnikatel.cz/zakony/zakon-o-spotrebitelskem-uveru/uplne/>

Změna pravidel CashBack?. *Asociace českého tradičního obchodu* [online]. Praha: Asociace českého tradičního obchodu, ©2018 [cit. 2019-03-01]. Dostupné z: <https://www.acto.cz/aktuality/zmena-pravidel-cashback-dalsi-rana-do-vazu-malych-venkovskych-prodejen>

Seznam obrázků

Obrázek 1: Graf kurzů měn AUD/SEK; zdroj: https://www.kurzy.cz/kurzy-men/grafy/nr/SEK-AUD/od-27.11.2017/	41
Obrázek 2: Ukázka výběru měny; zdroj: https://www.kurzy.cz/kurzy-men/grafy/ ...	43
Obrázek 3: Graf kurzů měn AUD/SEK ; zdroj: https://www.kurzy.cz/kurzy-men/grafy/nr/SEK-AUD/od-27.11.2017/	44
Obrázek 4: Výpočet RPSN pro obchod A s první variantou splácení; zdroj: https://kalkulacky.idnes.cz/kalkulacky.aspx?typ=RPSN	53
Obrázek 5: Zobrazení výpočtu RPSN s využitím nástroje Wolfram Aplha; zdroj: https://www.wolframalpha.com/	57
Obrázek 6: Zobrazení výpočtu RPSN s využitím nástroje Wolfram Aplha; zdroj: https://www.wolframalpha.com/	57
Obrázek 7: Zobrazení výpočtu RPSN s využitím nástroje Wolfram Aplha; zdroj: https://www.wolframalpha.com	58
Obrázek 8: Výpočet RPSN s použitím internetové kalkulačky pro americkou hypotéku; zdroj: https://kalkulacky.idnes.cz/kalkulacky.aspx?typ=RPSN	65
Obrázek 9: Výpočet RPSN s použitím internetové kalkulačky pro spotřebitelský úvěr; zdroj: https://kalkulacky.idnes.cz/kalkulacky.aspx?typ=RPSN	65
Obrázek 10: Zobrazení vzorců v tabulkovém procesoru MS Excel; zdroj: vlastní zpracování	67
Obrázek 11: Nejvýhodnější parametry pro hypotéku ve výši 2,5 milionu Kč; zdroj: https://www.rb.cz/osobni/hypoteky/hypotecni-kalkulacka	68
Obrázek 12: Nejvýhodnější parametry pro hypotéku ve výši 2,5 milionu Kč s ohledem na výši splátek; zdroj: https://www.rb.cz/osobni/hypoteky/hypotecni-kalkulacka	69
Obrázek 13: Zobrazení výpočtu neznámé n s využitím nástroje Wolfram Aplha; zdroj: https://www.wolframalpha.com/	73
Obrázek 14: Zobrazení vzorců pro výpočet výšky státní podpory dle roků v tabulkovém procesoru MS Excel; zdroj: vlastní zpracování	87
Obrázek 15: Výsledek pro neznámou k ze zadaného vzorce, zpracovaný ve Wolfram Aplha; zdroj: https://www.wolframalpha.com/	92
Obrázek 16: Výsledek po dosazení vzorce do Wolfram Alpha; zdro: https://www.wolframalpha.com	97

Seznam tabulek

Tabulka 1: Výše státního příspěvku dle spořené měsíční částky; zdroj: https://www.prispevky.cz/ostatni/penzijni-pripojsteni	34
Tabulka 2: Kurz pro PLN/CZK; zdroj: https://www.kurzy.cz/kurzy-men/nejlepsi-kurzy/PLN-polsky-zloty	38
Tabulka 3: Kurzovní lístek ze dne 18. 12. 2017; zdroj: https://www.cnb.cz/cs/platebni-styk/sluzby-pro-klienty/kurzovni-listek-cnb	40
Tabulka 4: Kurzovní lístek české koruny ze dne 15. 01. 2018; zdroj: https://www.cnb.cz/cs/platebni-styk/sluzby-pro-klienty/kurzovni-listek-cnb	41
Tabulka 5: Kurzovní lístek české koruny ze dne 15. 06. 2018; zdroj: https://www.cnb.cz/cs/platebni-styk/sluzby-pro-klienty/kurzovni-listek-cnb	41
Tabulka 6: Kurz AUD/SEK k určitému dni; zdroj: https://www.cnb.cz/cs/platebni-styk/sluzby-pro-klienty/kurzovni-listek-cnb	41
Tabulka 7: Kurz EUR/CZK; zdroj: https://www.kurzy.cz/kurzy-men/nejlepsi-kurzy/EUR-euro	44
Tabulka 8: Přehled nabízených variant a ceny mobilního telefonu pro jednotlivé obchody; zdroj: vlastní zpracování.....	50
Tabulka 9: Shrnutí výsledků pro jednotlivé varianty splácení; zdroj: vlastní zpracování	52
Tabulka 10: Shrnutí výsledků RPSN pro jednotlivé obchody a varianty splácení; zdroj: vlastní zpracování	53
Tabulka 11: Parametry dle typu standardu; zdroj: vlastní zpracování	55
Tabulka 12: Parametry americké hypotéky a spotřebitelského úvěru; zdroj: https://www.csas.cz/banka/content/inet/internet/cs/cenik_americka_hypoteka_r.pdf	62
Tabulka 13: Parametry hypotečního úvěru; zdroj: vlastní zpracování.....	66
Tabulka 14: Umožovací plán; zdroj: vlastní zpracování	67
Tabulka 15: Parametry pro jednotlivé termínované vklady; zdroj: vlastní zpracování, https://www.penize.cz/terminovane-vklady/6691-moneta-money-bank-revolvingovy-terminovany-vklad	75
Tabulka 16: Výsledky dopočítaných parametrů konstanty a k jednotlivým rokům; zdroj: vlastní zpracování	89
Tabulka 17: Výsledky státní podpory dle roků; zdroj: vlastní zpracování.....	90
Tabulka 18: Výsledky zúročené státní podpory k jednotlivým rokům; zdroj: vlastní zpracování	96