Pedagogická fakulta
Faculty of Education
Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Diplomová práce

Příprava žáků základní školy na jednotné přijímací zkoušky z matematiky

Vypracovala: Bc. Magdalena Chadová

Vedoucí práce: Mgr. Roman Hašek, Ph.D.

České Budějovice 2019

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Příprava žáků základní školy na jednotné přijímací zkoušky z matematiky jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích .... …………………………..

Poděkování

Ráda bych poděkovala panu Mgr. Romanu Haškovi, Ph.D. za odborné vedení, cenné připomínky, trpělivost a ochotu v průběhu zpracovávání mé diplomové práce.

Anotace

Tato diplomová práce se zabývá jednotnými přijímacími zkouškami pro studium na středních školách v oborech vzdělání s maturitní zkouškou. Všichni žáci základních škol, kteří se ucházejí o tuto formu středoškolského studia, tak absolvují stejné testy připravené *Centrem pro zjišťování výsledků ve vzdělávání*. Práce obsahuje analýzu žákovských řešení vybraných problematických úloh. Bylo zjištěno, že značná část testovaných žáků měla s řešením vybraných úloh obtíže. Poslední část práce obsahuje sbírku úloh, která byla vytvořena na základě zjištěných výsledků při testování žáků.

Klíčová slova

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, Jednotné přijímací testy z matematiky do oborů s maturitní zkouškou, problematické úlohy

Abstract

This thesis deals with uniform maths entrance examination for secondary school studies in education fields with a graduate exam. Thus, all primary school pupils applying for this form of secondary education will take the same tests prepared by Centre for Results in Education. The work includes an analysis of pupil's solutions of selected problematic tasks. A significant proportion of the tested pupils were found to have difficulties in dealing with the selected tasks. The last part of the work contains a collection of tasks that was created on the bases of the results obtained when testing pupils.

Key words

Framework Programme for Elementary education, Centre for Results in Education, uniform maths entrance exams for secondary school studies, problematic tasks

Obsah

Úvod

Cílem mé diplomové práce je provést analýzu konfrontace dosavadních zadání přijímacích testů z matematiky na čtyřleté studijní obory, s obsahem stanoveného matematického učiva v *Rámcově vzdělávacím programu pro základní vzdělávání* a s úlohami předkládanými ve vybraných řadách učebnic pro druhý stupeň základní školy.

Ve své diplomové práci se věnuji tématu Jednotných přijímacích zkoušek do oborů zakončených maturitní zkouškou. Toto téma je aktuální a je kolem něj spousta spekulací. Zaměřila jsem se pouze na testy z matematiky, konkrétně z let 2017 a 2018. Testům z let 2015 a 2016 jsem se rozhodla nevěnovat, jelikož k těmto testovacím verzím mi nebyla poskytnuta žádná data, podle kterých bych mohla určit problematické úlohy.

Data z let 2017 a 2018 jsem získala přímo od *Centra pro zjišťování výsledků vzdělávání*, kam jsem zaslala žádost o bližší informace o úspěšnosti testovaných žáků. Mé žádosti bylo vyhověno a byla mi zaslána anonymizovaná data k testům. Tyto informace jsem promítla do konkrétních úloh, ze kterých uvádím vybrané. Dalším cílem práce je navrhnout postupy pro přípravu žáků na přijímací zkoušky.

V první kapitole se zaměřuji na státní dokumenty, jako je *Rámcový vzdělávací program* a *Standardy pro základní vzdělávání*. Uvádím zde, jakým učivem je reprezentována matematika a co vše by měli žáci na konci základní školy umět.

Ve druhá kapitole se věnuji historii přijímacích zkoušek na střední školy od roku 1978 a jejich změn v zákonech.

Třetí kapitola se zabývá již Jednotnými přijímacími testy. V první části této kapitoly se zaměřuji na obecné poznatky o testech. Ve druhé části se podrobněji věnuji *Specifikacím* k didaktickému testu z matematiky pro čtyřleté obory a nástavbová studia a zároveň tento dokument porovnávám s *Rámcovým vzdělávacím programem,* ze kterého vychází. Ve třetí části podrobněji rozebírám testová zadání z let 2017, 2018 a 2019.

Ve čtvrté kapitole se zaměřuji na konkrétní úlohy z jednotných přijímacích testů. Pomocí anonymizovaných dat jsem vygenerovala ty, které měly malou úspěšnost. Z nich jsem vybrala konkrétních deset. V každé jednotlivé podkapitole se zaměřuji na vybranou testovanou úlohu, u které vyhodnocuji úspěšnost žáků. Vycházím z dat uvedených na webových stránkách *Centra pro zjišťování výsledků vzdělávání*. Součástí analýzy úspěšnosti je prezentace chybného a správného řešení a můj komentář. Poslední část této kapitoly věnuji shrnutí, kde uvádím možné příčiny neúspěchu.

V páté kapitole uvádím alternativní řešení vybraných úloh.

V šesté kapitole porovnávám testové úlohy z Jednotných přijímacích testů s úlohami vybraných publikací.

Sedmá kapitola obsahuje sbírkou úloh, které navrhuji jako vhodné k procvičení. Tuto sbírku jsem rozdělila do pěti podkapitol dle oblasti, na kterou jsou zaměřené.

1 Matematika ve školských dokumentech

Základní školy utvářejí celé své vzdělávání podle *Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání* (dále je RVP ZV). Proto považuji za důležité se podrobněji seznámit se všemi dokumenty, podle kterých se utvářejí *Školní vzdělávací programy* a následně i samotné *Tematické plány* jednotlivých ročníků.

Dalším důležitým dokumentem jsou *Standardy pro základní vzdělávání*[1]. Tento dokument stanovuje minimální cíle vzdělávání po ukončení pátého a devátého ročníku. K tomuto dokumentu jsou k dispozici *Metodické komentáře ke Standardům ZV*, které podle *Národního ústavu vzdělávání*[2] obsahují ilustrativní úlohy a metodické návody. Poskytují tak materiály nejen pro práci se žáky na nižší úrovni, ale i pro práci se žáky velmi dobrými a talentovanými. Zvláštní kapitolu pak věnují práci s žáky se speciálními vzdělávacími potřebami (Metodické komentáře ke standardům ZV, 2015).

Všechny tyto dokumenty lze dohledat na internetových stránkách *Národního ústavu vzdělávání*. Aktualizovanou verzi RVP ZV lze zároveň dohledat na internetových stránkách *Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy*[3].

1.1 Rámcový vzdělávací program

Podle RVP ZV (2017) je primárním smyslem a cílem vzdělávání vybavit všechny žáky souborem klíčových kompetencí, a tím je připravit na další vzdělávání a uplatnění ve společnosti. Důležitost, kterou RVP ZV přikládá těmto kompetencím je vyjádřena v RVP ZV (2017, str. 10) takto: „*Osvojování klíčových kompetencí je dlouhodobý a složitý proces, který má svůj počátek v předškolním vzdělávání, pokračuje v základním a středním vzdělávání a postupně se dotváří v dalším průběhu života*“.

Na utváření a rozvíjení klíčových kompetencí se musí podílet nejen veškerý vzdělávací obsah, ale i veškeré aktivity a činnosti odehrávající se ve škole.

---

[1] http://www.nuv.cz/t/zarazeni-standardu-do-rvp-zv
[2] http://www.nuv.cz/t/rvp-pro-zakladni-vzdelavani
[3] http://www.msmt.cz/file/43792/

RVP ZV nahlíží na učivo jako na prostředek k osvojení si určitých očekávaných výstupů. Ty pomáhají učitelům orientovat se, jaké má mít žák dovednosti a co má na konci vzdělávání vědět a znát.

Jednotné přijímací testy potom zkoumají, jaké úrovně žáci dosáhli v následujících kompetencích[4]: kompetence k učení, kompetence k řešení problémů a kompetence pracovní.

1.1.1 Matematika a její aplikace

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je v RVP ZV zastoupena jedním vzdělávacím oborem. Podle RVP ZV se obsah vzdělávání realizuje v odděleném vyučovacím předmětu vyučovaným ve všech devíti ročnících.

Tato vzdělávací oblast je založena na aktivních činnostech typických pro práci s matematickými obory a užití matematiky v reálných situacích. Podporuje zisk vědomostí a dovedností potřebných v praktickém životě a umožňuje tak získávat určitou matematickou gramotnost. Cílem je zároveň osvojit si některé pojmy, algoritmy, terminologii a symboliku.

Obsah vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace je rozdělen na čtyři tematické okruhy:

1. **Číslo a proměnná**

V tomto tematickém okruhu se žáci učí získávat číselné údaje měřením, odhadem, výpočtem nebo zaokrouhlením. Dále dochází k objasnění pojmu „proměnná“ a její využijí při řešení reálných situací.

2. **Závislosti, vztahy a práce s daty**

V tomto tematickém okruhu dochází u žáků k uvědomění si možnosti výpočtu určitých změn a závislostí. Ke zjištění těchto změn používají žáci tabulky, diagramy a grafy, nebo je sami konstruují a vyjadřují matematickým předpisem. Zkoumáním všech těchto závislostí dochází k pochopení pojmu funkce.

[4] RVP ZV 2017 strana 10

3. Geometrie v rovině a v prostoru

V tomto tematickém okruhu si žáci osvojují odhad, měření délky a velikosti úhlu, obvod a obsah (resp. povrch a objem). Žáci se zaměřují na zkoumání vztahu tvaru a prostoru, řešení polohových a metrických úloh a problémů, které se vyskytují v běžných životních situacích.

4. Nestandardní aplikační úlohy a problémy

V posledním tematickém okruhu se podle RVP ZV (2017) žáci učí uplatňovat logické myšlení. Řešením těchto úloh, jejichž obtížnost je dána mírou rozumové vyspělosti jedince, podporuje uvědomění si vlastních schopností logického uvažování. Tyto úlohy by měly být součástí všech tematických okruhů.

Podrobnější informace ke vzdělávacímu obsahu vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace pro druhý stupeň jsou dostupné v dokumentu RVP ZV str. 34.

Do vzdělávacího obsahu RVP ZV na 2. stupni nebyly z důvodu obsahového odlehčení zařazeny mocniny s přirozeným mocnitelem (pouze druhá mocnina a odmocnina), lomené výrazy, lineární nerovnice, ani lineární rovnice s neznámou ve jmenovateli. Dále není požadována funkce kvadratická ani funkce goniometrické. Proto se tyto typy úloh v Jednotných přijímacích testech nevyskytují.

1.2 Standardy pro základní vzdělávání

Pro školy závazné Standardy vycházejí z očekávaných výstupů vzdělávacích oborů stanovených v RVP ZV, které zobecňují a doplňují tematické okruhy o ukázky ilustrativních úloh. Ve standardech je zároveň stanovena minimální úroveň zvládnutí, kterou by měli dosáhnout všichni žáci na konci 5. ročníku a 9. ročníku.

1.3 Metodické komentáře ke Standardům ZV

Důvodem vzniku metodických komentářů bylo, že Standardy neprezentují úlohy pro vyšší úroveň vědomostí a dovedností žáků. Neobsahují návody pro práci při hodinách, které by napomáhaly učitelům v práci se žáky se speciálními vzdělávacími potřebami. (Zelenková, 2016).

Podrobný materiál pro učitele je v Metodických komentářích, kde jsou uvedeny vzorové úlohy. Tyto úlohy jsou vytvořeny pro všechny oblasti matematického vzdělávání a zároveň jsou doplněny o metodické komentáře pro učitele. Všechny úlohy se uvádí ve třech úrovních, a to minimální, optimální a excelentní. Učitel díky tomu získává zásobník materiálů pro žáky nejen na nižší úrovni, ale zároveň i pro žáky talentované.

2 Historie přijímacích zkoušek

Přijímací zkoušky na střední školy mají v českém školství svou historii. Uvádím jejich znění v zákonech od roku 1978.

Zákon Československé socialistické republiky z roku 1978 udává: *„ke studiu na středních školách se žáci přijímají na základě schopností, zájmů a zdravotního stavu a souladu s potřebami socialistické společnosti“.* To znamená, že na střední školu byly konány státní přijímací zkoušky.

V § 19 zákona č. 29/1984 Sb., O soustavě základních škol, středních škol a vyšších odborných škol se uvádí: *„v rámci přijímacího řízení do prvních ročníků středních škol může ředitel školy stanovit, že se žáci nebo uchazeči přijímají na základě přijímací zkoušky“.* Bylo tedy na ředitelích, zda se na jejich školu bude či nebude konat přijímací zkouška.

V roce 1990 byl tento zákon upraven tak, že o přijímacím řízení na střední školu již nerozhodovali ředitelé škol, ale Ministerstvo školství.

V roce 2000 došlo k úpravě zákona. Ke studiu na středních školách, se přijímali žáci, kteří splnili povinnou školní docházku a kteří při přijímacím řízení splnili podmínky pro přijetí prokázáním vhodných schopností, vědomostí, zájmů a zdravotní způsobilosti požadované pro zvolený obor vzdělání (Zákon č. 19/2000 Sb.).

V roce 2004 byl ve školském zákoně uzákoněn Rámcový vzdělávací program. Přijímací řízení do prvního ročníku oborů středního vzdělání se uskutečňuje v jednotlivých kolech vyhlašovaných ředitelem školy; ředitel školy je povinen vyhlásit nejméně jedno kolo přijímacího řízení.

Ve vyhlášce z roku 2016 je uvedena pravomoc ředitele školy stanovit termín a místo konání školní přijímací zkoušky, její formu, zkušební předměty a obsah a rozsah učiva, který nesmí přesáhnout vzdělávací obsah Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání. Zároveň se nesmí termín této zkoušky časově krýt s termínem jednotné zkoušky. Od roku 2017 je Jednotná přijímací zkouška povinná do všech oborů vzdělávání zakončených maturitní zkouškou.

3 Jednotné přijímací zkoušky do oborů vzdělání s maturitní zkouškou

Jednotnou přijímací zkoušku organizuje státní agentura *Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání*[5] (dále jen *Cermat*) ve spolupráci se školami. Dříve než se začneme zabývat jednotlivými testy, je vhodné si upřesnit základní informace a principy o státních přijímacích zkouškách.

Právní rámec přijímání ke vzdělávání na středních školách upravuje zákon č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání, ve znění pozdějších předpisů a vyhlášky č. 353/2016 Sb., kterou se stanovují podrobnosti k organizaci přijímacího řízení na střední školy.

Jednotná přijímací zkouška (JPZ) je povinná pro uchazeče o studium na střední školu, která je zakončena maturitní zkouškou nebo nástavbové studium a maturitní obory bez talentové zkoušky. Zkouška se netýká oborů přijímacího řízení do zkráceného studia pro získání středního vzdělání s maturitní zkouškou podle § 60 odst. 6 školského zákona č. 561/2004.

Při jednotné přijímací zkoušce skládají uchazeči zkoušku ze dvou didaktických testů, a to z předmětu český jazyk a literatura a matematika a její aplikace. Testy jsou rozděleny na dva řádné a dva náhradní termíny. Počet bodů, který lze v každém testu získat je 50. Hranice neúspěšnosti není oficiálně stanovena, každá škola si ji stanovuje sama. Některé školy u uchazečů o studium zohledňují ještě jiná kritéria (např. účast na soutěžích a olympiádách, výsledky ze školních přijímacích zkoušek atp.) Každá škola si své kritéria tvoří individuálně.

Podle *Cermatu* testy neobsahují nic, co by bylo nad rámec RVP ZV. Dále se zmiňuje, že k jejich úspěšnému absolvování by mělo stačit dobré zvládnutí učiva základní školy.

Doby testování se pro jednotlivé předměty liší. Pro Český jazyk a literaturu je časový limit 60 minut, pro Matematiku a její aplikaci 70 minut. Uchazeči, kteří mají přiznaná podpůrná opatření (platná doporučení pedagogicko-psychologické poradny)

[5]Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání dostupné na https://www.cermat.cz/

mají časový limit a případné poskytnutí pomůcek upraven v závislosti na kategorii a stupni podpůrného opatření. Zároveň tito uchazeči konají zkoušku v oddělených prostorách.

Veškerá testová zadání z minulých let a zároveň ilustrační zadání jsou volně přístupná na webových stránkách *Cermatu*[6]. Každý tak má možnost vytvořit si představu o formální podobě didaktických testů a úloh.

[6] Dostupné na: https://www.cermat.cz/testova-zadani-k-procviceni-1404035526.html

3.1 Specifikace k didaktickému testu z matematiky – čtyřleté obory

Cermat na svých webových stránkách zároveň zveřejňuje *Specifikace*[7] požadavků pro jednotnou přijímací zkoušku. Podle nich má uchazeč o vzdělávání ve čtyřletém oboru vzdělání a nástavbovém studiu s maturitní zkouškou kromě vědomostí a dovedností z nižších ročníků prokázat zároveň osvojení daných vědomostí a dovedností, a to ve čtyřech oblastech.

Ve *Specifikacích* jsou pod každým nadpisem (okruhem) uvedeny jednotlivé operace, které by měl žák ovládat. Názvy jednotlivých okruhů *Specifikací* jsou totožné s názvy tematických okruhů uvedených v RVP ZV.

3.1.1 Číslo a proměnná

Žák by měl ovládat umocňování a odmocňování čísel 1 až 15 a zároveň pravidla práce s mocninami a odmocninami. Dále by měl zvládat základy finanční matematiky, aplikační úlohy na procenta a počítání s mnohočleny a výrazy s jednou proměnnou.

Měl by mít osvojené ekvivalentní úpravy pro počítání s lineárními rovnicemi, sestavení rovnice ze zadaných údajů ve slovní úloze, řešení slovních úloh a soustav dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými.

3.1.2 Závislosti, vztahy a práce s daty

Předpokládá se, že žák umí použít základní statistické pojmy, určit četnost, aritmetický průměr, zvolit vhodný graf ke znázornění statistických dat. Určit typ závislosti mezi dvěma veličinami a využít znalostí o funkcích k řešení úloh.

3.1.3 Geometrie v rovině a prostoru

Žák umí provádět rozbor dané situace pomocí náčrtku. Pracuje s pojmy odvěsna a přepona v pravoúhlém trojúhelníku, Pythagorova věta, výpočet úhlopříčky, kruh, kružnice. Vzájemná poloha přímky a kružnice, kružnice a kružnice. Osa úhlu, úsečky. Thaletova kružnice, kružnice opsaná a vepsaná trojúhelníku.

[7] https://www.cermat.cz/specifikace-pozadavku-k-jednotnym-testum-2018-matematika-1404035419.html

Využívá vzorce pro obvod, obsah kruhu a délku kružnice. Řešení konstrukčních úloh, umí správně použít matematickou symboliku. Ovládá shodnost a podobnost, věty sss, uus, sus, na základě poměru podobnosti určuje rozměry útvarů.

Rozumí pojmům jehlan a kužel ve volném rovnoběžném promítání, zobrazí těleso při různém úhlu pohledu, vypočítá jejich objem a povrch. Rotační válec, vypočítá objem a povrch válce, síť válce. Měřítko mapy (plánu) a určení skutečných rozměrů.

Řeší aplikační slovní úlohy.

3.1.4 Nestandardní aplikační úlohy a problémy

Žák řeší jednoduché strategické a kombinatorické úlohy úsudkem, užívá prostorové představivosti při řešení netradičních geometrických úloh.

3.2 Testová zadání

V roce 2015 a 2016 proběhlo pokusné ověřování přijímacího řízení organizací *Cermat*. Tyto testy neodpovídají po obsahové stránce aktuálně platným *Specifikacím požadavků* k jednotným testům, proto se nebudu těmito testy zabývat. Samotný *Cermat* uvádí, že tyto testy jsou zveřejněny hlavně k vytvoření představy, jak takový test může vypadat. *„Je vhodné je využít především pro představu o formální podobě testů"*. (Cermat)

3.2.1 Jednotná přijímací zkouška z roku 2017

Didaktický test z roku 2017 je zaměřen na úlohy využívající osvojení znalostí a dovedností převážně v základní a standardní úrovni obtížnosti. Okrajově jsou zastoupeny nadstandardní úlohy nebo úlohy předpokládající matematickou gramotnost žáka. *Cermat* uvádí, že: *„test není určen výhradně zájemcům o gymnázia, ale díky dostatečnému počtu úloh v základní úrovni obtížnosti (tzv. úlohy pro minimálního žáka) by měl být použitelný pro přijímací zkoušky do všech maturitních oborů"*.

Specifikace testu z roku 2017 pro čtyřleté obory vzdělání a nástavbového studia s maturitní zkouškou jsou podle *Cermatu*[8] následující:

Počet úloh: 16

Maximální počet bodů: 50

Časový limit: 70 minut

Typy úloh a jejich zastoupení v testu: 11 otevřených úloh (68 %)

1 svazek dichotomických úloh (8 %)

3 úlohy multiple-choice s výběrem z 5 (12 %)

1 svazek přiřazovacích úloh (12 %)

Mezi otevřené úlohy byly zařazeny i čtyři široce otevřené úlohy, u kterých byl hodnocen výsledek (odpověď), i postup řešení. Za geometrické konstrukční úlohy bylo možné získat 5 bodů (10 % bodů v testu).

[8] Dostupné na: https://www.cermat.cz/data-o-jednotne-prijimaci-zkousce-1404035543.html

Doporučení:

V *Závěrečné zprávě Jednotné přijímací zkoušky pro rok 2017*[9] vycházející z výsledků JPZ s přihlédnutím k výsledkům maturitních zkoušek vyplynula následující doporučení.

V oblasti kvality vzdělávání uvádí Zíka (2017) následující opatření:

1. Posílit průběžnou kontrolu kvality výuky (na základě měření výkonu žáků)
2. Hledat cesty zvýšení kvality vzdělávání v oblasti komunikačních dovedností v mateřském jazyce, jejichž tristní úroveň ukazují zejména výsledky maturitních zkoušek konaných formou písemné práce.
3. Posílit hodinové dotace matematiky na druhém stupni ZŠ. 12.3.2 V rámci konceptu vzdělávacího systému:
4. Řešit problém středních škol, který spočívá ve stále se zvyšující obtížnosti vyrovnání se s velmi rozdílnou a často prokazatelně nízkou úrovní vědomostí a dovedností absolventů základních škol, a to zejména v matematice.
    a. Ověřit a v rámci vzdělávání pedagogů nabídnout efektivní metody výuky.
    b. V rámci reformy financování podpořit výuku v menších skupinách (dělení hodin apod.)
    c. Stanovit jednoznačné požadavky na úroveň vědomostí a dovedností v uzlových bodech vzdělávací dráhy.
5. Kariérové poradenství – podpořit rodiče a žáky při rozhodování o další cestě vzdělávacím systémem (po ZŠ a v rámci prvních ročníků SŠ)
6. Zvýšit platy učitelů, posílit pravomoci ředitelů a současně uložit zřizovatelům kontrolu práce ředitelů.

3.2.2 Jednotná přijímací zkouška pro rok 2018

Didaktické testy z roku 2018 se strukturou shodují s testy z roku 2017. Výjimku tvoří počet tzv. široce otevřených úloh. Mezi jedenácti otevřenými úlohami byly tři, u nichž se hodnotil jak výsledek (odpověď), tak i postup řešení. Do testu byly rovněž zařazeny dvě geometrické konstrukční úlohy, za které bylo možné získat 5 bodů (10 %) v testu.

[9] Dostupné na https://www.cermat.cz/souhrnne-zpravy-1404035530.html

3.2.3 Jednotná přijímací zkouška 2019

V roce 2019 se struktura didaktických testů od předešlých nelišila. Počet široce otevřených úloh, u nichž byl hodnocen zároveň i postup, byl shodný jako v roce 2017. Geometrické úlohy se v didaktickém testu vyskytovaly dvě, za jejich správné řešení žák získal 5 bodů.

Je zjevné, že didaktické testy pro Jednotné přijímací zkoušky mají podobný charakter a složení.

3.2.4 Anonymizovaná data didaktických testů jednotné přijímací zkoušky

Pro didaktické testy jsou zveřejňována data, která jsou rozdělena na dva dokumenty. Položková data, kde se uvádí úspěšnost v jednotlivých úlohách každého z žáků (tzn. četnost bodových zisků) a data týkající se celkové úspěšnosti žáků (tzn. četnosti volby alternativy) v každé z úloh.

Dnes již veřejně dostupná data nalezneme pod odkazem[10] na webových stránkách *Cermatu*.

[10] Dostupné https://vysledky.cermat.cz/statistika/Default.aspx

4 Vybrané problematické úlohy

Problematickými úlohami rozumím úlohy, které měly podle dat z JPZ úspěšnost nižší než 35 %. Ze všech testových zadání, u kterých mám k dispozici anonymizovaná data jsem provedla analýzu úspěšnosti jednotlivých úloh. Z celkového počtu 128 úloh jsem vygenerovala 42 problematických úloh. Z nich jsem vybrala deset reprezentativních typických úloh, které byly pod stanovenou hranicí.

Z vybraných deseti úloh jsem vyhotovila pracovní list. Tento pracovní list jsem rozdala celkem 30 žákům základní školy. Z jejich řešení jsem získala přehled o připravenosti žáků na JPZ.

U každé úlohy uvádím zadání, v komentáři její zařazení do učiva ZŠ, úspěšnost řešení úlohy a její analýzu. V analýze úloh se nachází správné řešení a řešení jednotlivých žáků, zároveň se zabývám rozborem chyb žáků. Mnou uvedené správné řešení je jedno z možných.

4.1 Úloha 1:

Určete číslo, které musíme odečíst od výrazu $\sqrt{1+\frac{9}{16}}$, abychom získali výsledek 0,5.

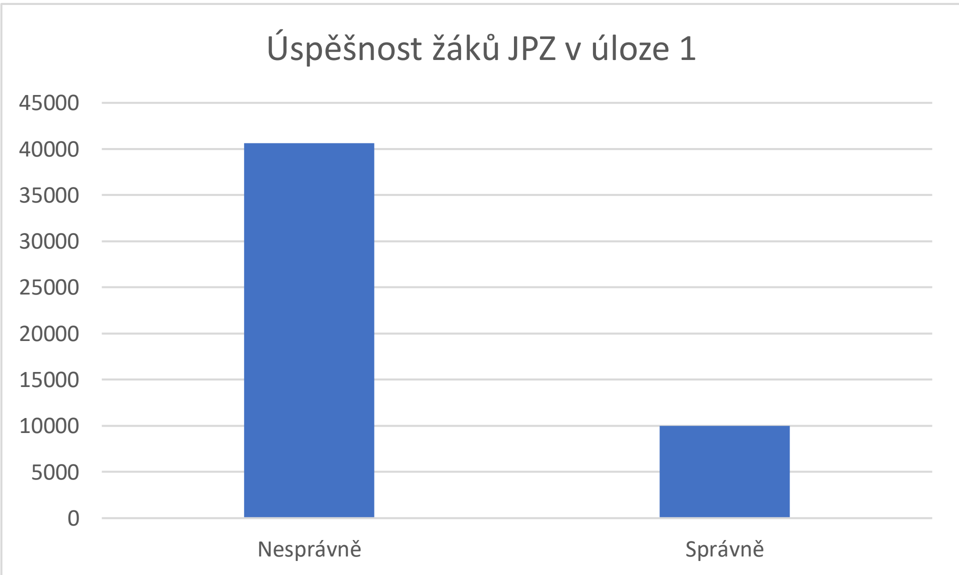
Jednotný přijímací test 2017 – 2. řádný termín, úloha 1

Komentář: Podle RVP ZV by měl žák v průběhu vzdělávání provádět početní operace a užívat ve výpočtech druhou mocninu a odmocninu. Zároveň při řešení úlohy žák formuluje a řeší reálnou situaci pomocí rovnic. (RVP ZV, 2017)

Úspěšnost řešení úlohy 1:

Rozložení úspěšnosti a neúspěšnosti v řešení této úlohy určuje graf 1.

Tuto úlohu vypočítalo správně pouze 20 % (tj. 10014) žáků. Zbylí žáci řešili tuto úlohu chybně.



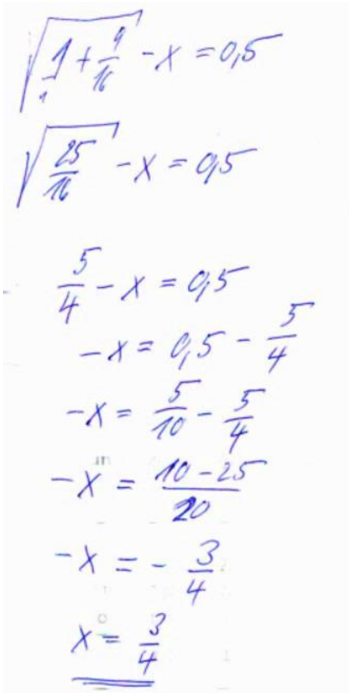
Graf 1: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 1

4.1.1 Analýza řešení úlohy 1

Pokud máme od daného výrazu odečíst neznámé číslo, k sestavení rovnice ho označíme například x. Společně se zadaným výsledkem nám vznikne rovnice $\sqrt{1+\frac{9}{16}}-x=0{,}5$. Nejprve vyřešíme hodnotu pod odmocninou a následně pomocí ekvivalentních úprav dostaneme hodnotu neznámé x. Po úpravě rovnice nám vyjde výsledek $x=\frac{3}{4}$.

4.1.1.1 Správné žákovské řešení

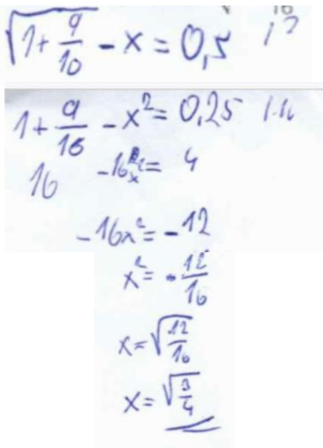
Na obrázku 1 můžeme pozorovat správné žákovské řešení úlohy, kdy žák správně nejdříve určil celou rovnici. Poté správně sečetl zlomek pod odmocninou a pokračoval ekvivalentními úpravami rovnice.



Obr. 1: Správné žákovské řešení úlohy 1

4.1.1.2 Chybné žákovské řešení

Obr. 2 znázorňuje chybné řešení úlohy 1. Zde udělal žák chybu hned v první úpravě, kdy místo aby výraz pod odmocninou sečetl, umocnil celou rovnici na druhou. Druhé chyby se dopustil ihned v následujícím kroku, kdy špatně roznásobil celou rovnici. Po roznásobení by mu mělo vyjít $16 + 9 - 16x^2 = 4$. Zde ale žák zřejmě zapomněl na zlomek, kterého se po vynásobení 16 sice zbaví, ale čitatel zde musí zůstat.



Obr. 2: Chybné žákovské řešení úlohy 1

4.2 Úloha 2:

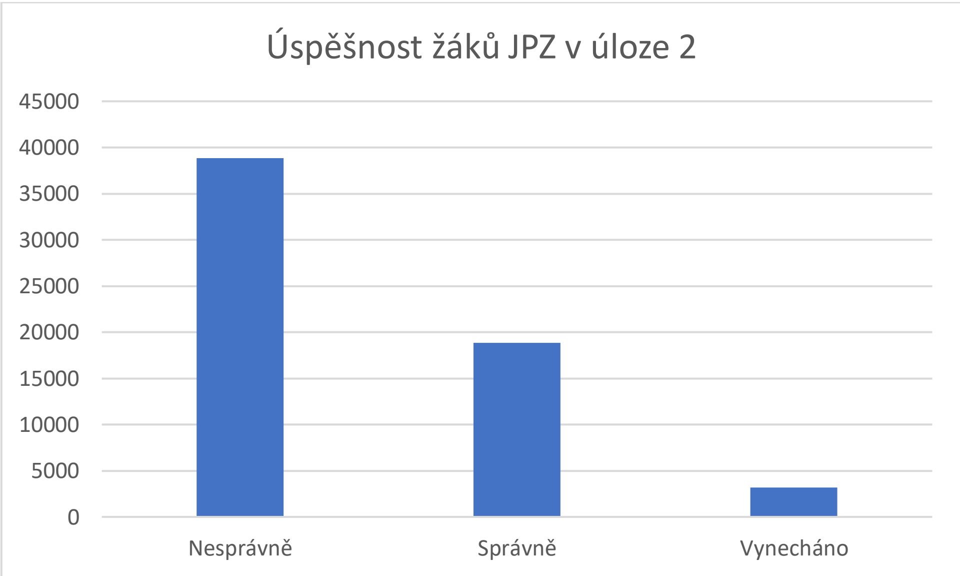
Vypočítejte: $100 - \frac{1}{0{,}01 \cdot 0{,}1} =$

Jednotný přijímací test 2018 – 1. řádný termín, úloha 2.2

Komentář: Podle RVP ZV se od žáka očekává, že provádí početní operace v oboru celých a racionálních čísel. (RVP ZV, 2017) K řešení úlohy žák potřebuje pouze ovládat násobení a dělení desetinných čísel.

Úspěšnost řešení úlohy 2:

Úspěšnost řešení úlohy uvádí graf 2. Správně na tuto úlohu odpovědělo pouze 31 % (tj. 18834). Dalších 5 % (tj. 3201) odpověď zcela vynechalo. 64% testovaných žáků úlohu řešilo chybně.



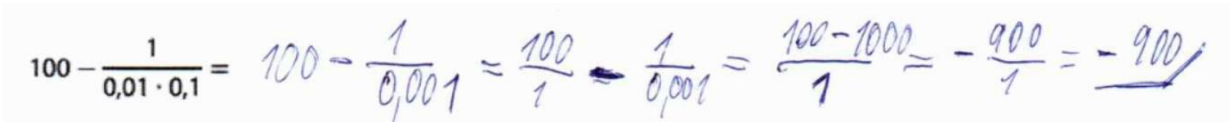
Graf 2: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 2

4.2.1 Analýza řešení úlohy 2

V prvním kroku vynásobíme desetinná čísla ve jmenovateli zlomku tj. $0{,}01 \cdot 0{,}1 = 0{,}001$. Po úpravě vznikne rovnice $100 - \frac{1}{\frac{1}{100}} = 100 - 1 \cdot 1000 = -900$.

4.2.1.1 Správné žákovské řešení

Na obr. 3 můžeme vidět, jak žák při řešení postupoval. Nejprve násobil desetinná čísla a následně správně odečetl zlomky, díky tomu se dopočítal ke správnému řešení.

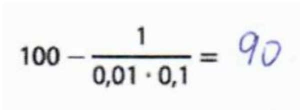


Obr. 3: Správné žákovské řešení úlohy 2

4.2.1.2 Chybné žákovské řešení

Žáci, kteří neúspěšně řešili úlohu chybně, dělali většinou stejnou chybu. Jedná se o chybu, kterou udělal i žák, jehož řešení ukazuje obrázek 4. Tato chyba spočívá v tom, že žáci chybně násobil desetinná čísla ve jmenovateli zlomku.

Dále pracuje s výrazem $100 - \frac{1}{0{,}1} = 90$.



Obr. 4: Chybné žákovské řešení úlohy 2

4.3 Úloha 3:

Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

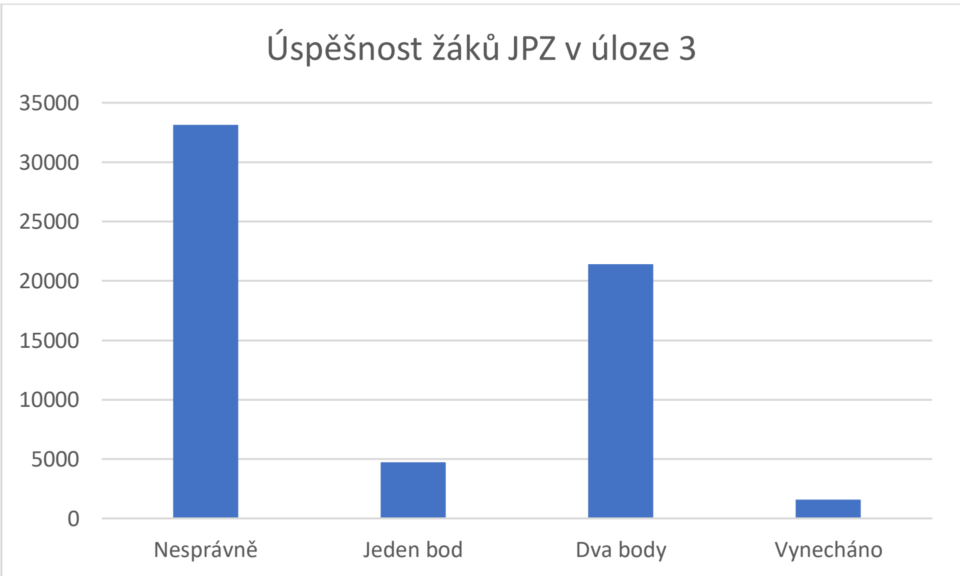
$$(3 + a)^2 - (3 \cdot a)^2 - 3^2 =$$

Jednotný přijímací test 2018 – 1. řádný termín, úloha 4.1

Komentář: Podle RVP ZV by měl žák v průběhu vzdělávání provádět rozklad mnohočlenu na rozklad pomocí vzorců a zároveň užívá ve výpočtech druhou mocninu a odmocninu. (RVP ZV, 2017)

Úspěšnost řešení úlohy 3:

Jak nám udává graf 3, chybně tuto úlohu řešilo 55 % testovaných žáků (tj. 33149). U této úlohy bylo možné získat až dva body, jeden za výsledek a druhý za postup. Plný počet bodů získalo 35 % (tj. 21412) žáků. Jeden bod z řešení této úlohy získalo 8 % žáků (tj. 4711). Zbylí žáci úlohu neuvedli postup a řešení.



Graf 3: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 3

4.3.1 Analýza řešení úlohy 3:

První závorku umocníme pomocí vzorce pro výpočet mocnin, druhou závorku pouze umocníme. Vznikne $9 + 6a + a^2 - (9 \cdot a^2) - 9$. Po dalších úpravách vznikne výraz $-8a^2 + 6a$.

4.3.1.1 *Správné žákovské řešení*

Na obrázku 5 můžeme vidět správné žákovské řešení úlohy. Žák nejprve umocnil výrazy v závorkách a následně ostatní členy. Neuvedl ovšem konečný výsledek v základním tvaru.

$$(3+a)^2 - (3 \cdot a)^2 - 3^2 = 9 + 6a + a^2 - (3a)^2 - 3^2 = 9 + 6a + a^2 - 9a^2 - 3^2$$

Obr. 5: Správné žákovské řešení úlohy 3

Na obrázku 6 je postup žáka, který upravil daný výraz na základní tvar. Který je rovněž zapsán v klíči správných odpovědí.

$$(3+a)^2 - (3 \cdot a)^2 - 3^2 = 9 + 6a + a^2 - 9a^2 - 9 = -8a^2 + 6a$$

Obr. 6: Správné žákovské řešení úlohy 3

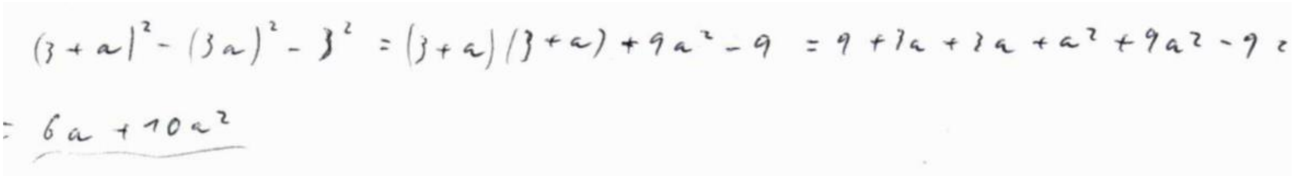
4.3.1.2 *Chybná žákovská řešení*

Nejčastější chyby jakých se žáci při řešení této úlohy dopouštěli byla špatná práce s mocninami. Na obrázku 7 žák správně použil vzorec pro rozklad mocnin. Chyboval u druhého členu výrazu. Místo aby umocnil celý výraz v závorce, umocnil pouze neznámou.

$$(3+a)^2 - (3 \cdot a)^2 - 3^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot a + a^2 - 3a^2 - 3^2 = \underline{6a + 2a^2}$$

Obr. 7: Chybné žákovské řešení úlohy 3

Častá chyba ve výpočtu byla kvůli chybně určeným znaménkům. Na obr. 8 je znázorněno chybné řešení žáka, který místo mínus napsal před druhým členem výrazu plus.



Obr. 8: Chybné žákovské řešení úlohy 3

4.4 <u>Úloha 4:</u>

Výpočet ceny, kterou domácnosti zaplatí za vodu, se ve městech A a B liší.

Město	Platba (1x ročně) za užívání vodovodní přípojky	Platba za 1 m³ spotřebované vody
A	0 Kč	72 Kč
B	990 Kč	61 Kč

Celkový počet m³ vody, kterou spotřebuje domácnost za rok, označte x.

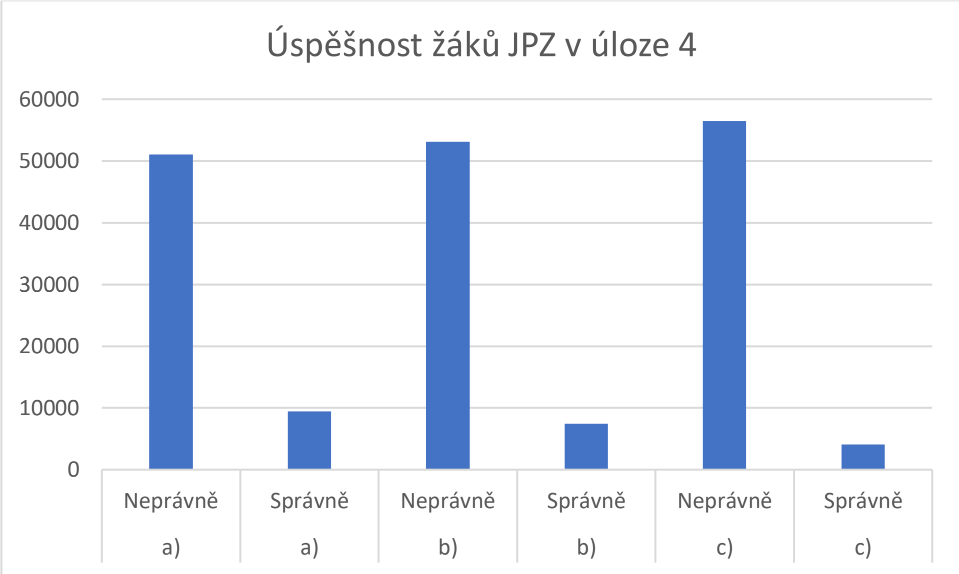
(CZVV)

a) V závislosti na veličině x vyjádřete cenu (v Kč), kterou zaplatí za vodu domácnost ve městě A za jeden rok.
b) V závislosti na veličině x vyjádřete cenu (v Kč), kterou zaplatí za vodu domácnost ve městě B za jeden rok.
c) Vypočítejte, při jaké roční spotřebě vody (v m³) by zaplatila za vodu domácnost v městech A a B stejně.

Jednotný přijímací test 2017 – 1. řádný termín, úloha 6

Komentář: RVP ZV uvádí, že žák matematizuje jednoduché reálné situace s využitím proměnných, sčítá a násobí mnohočleny. Zároveň žák formuluje a řeší reálnou situaci pomocí rovnic. (RVP ZV, 2017)

Úspěšnost řešení úlohy 4:



Graf 4: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 4

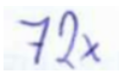
Graf 3 uvádí, že správně tuto úlohu řešilo otázku a) pouze 16 % (tj. 9462) žáků. U otázky b) určilo správnou odpověď pouze 12 % (tj. 7401) testovaných a na poslední otázku správně odpovědělo pouze 7 % žáků (tj. 4 073).

4.4.1 Analýza řešení úlohy 4 (a)

Podle zadání označíme celkový počet spotřebované vody x. Ve městě A se za užívání vodovodní přípojky nic neplatí. Proto cena, kterou zaplatí domácnost ve městě A se bude odvíjet od toho, kolik m^3 vody za rok spotřebují. Proto v závislosti na veličině x se cena rovná $72x$ Kč.

4.4.1.1 *Správné žákovské řešení*

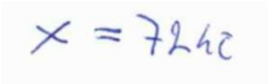
Jak vidíme na obr. 9, správně zaplatí domácnost za rok $72 \cdot x$ korun. Jelikož množství vody, kterou spotřebovala domácnost ve městě A je neznámá, je i výsledek vyjádřen pouze pomocí výrazu.



Obr. 9: Správné žákovské řešení úlohy 4 (a)

4.4.1.2 *Chybné žákovské řešení*

Na obrázku 10 vidíme řešení, kdy žák nesprávně sestavil rovnici. Vycházel pouze s informací, že domácnost A zaplatí 72 korun za m^3. Neuvědomil si však, že domácnost za rok spotřebuje více vody, než pouze jeden m^3.



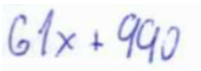
Obr. 10: Chybné žákovské řešení úlohy 4 (a)

4.4.2 Analýza řešení úlohy 4 (b)

Roční platbu domácnosti B vyjádříme obdobně, jako v předchozím případě. Za užívání přípojky platí domácnost ve městě B 990 Kč ročně a za m^3 spotřebované vody 61 Kč. Proto v závislosti na veličině x se cena rovná $990 + 61x$ Kč.

4.4.2.1 *Správné žákovské řešení*

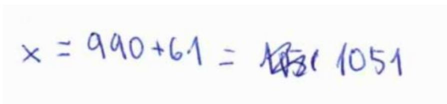
Při řešení úlohy si žák správně uvědomil spotřebu vody v domácnosti ve městě B. Znovu nevíme, kolik m^3 se v domácnosti spotřebovalo. Peníze za pronájem přípojky se platí pouze jednou ročně. Obrázek 11 znázorňuje správné řešení.



Obr. 11: Správné žákovské řešení úlohy 4 (b)

4.4.2.2 *Chybná žákovská řešení*

Žák si neuvědomil, že spotřeba vody v domácnosti z města B je za rok nejpravděpodobněji větší než m^3. Tímto chybným úsudkem sestavil i nesprávně rovnici a jeho výsledek je tedy chybný. Jeho řešení znázorňuje obrázek 12.



Obr. 12: Chybné žákovské řešení úlohy 4 (b)

Další chybné řešení můžeme vidět na obrázku 13. Žák správné uvedl částku za spotřebované množství vody v závislosti na x, platba za přípojku je ovšem jednorázová za rok. Chybně uvedl částku za přípojku v závislosti na množství spotřebované vody.

$990x + 60x$

Obr. 13: Chybné žákovské řešení úlohy 4 (b)

4.4.3 Analýza řešení úlohy 4 (c)

Máme vypočítat při jaké roční spotřebě by platily obě domácnosti stejně. Jestliže se má sobě rovnat cena, kterou domácnosti zaplatí, musí se sobě rovnat výrazy z předešlých otázek. Proto $72x = 61x + 990$. Po úpravě rovnice nám vyjde $x = 90$. Tedy při roční spotřebě 90 metrů krychlových zaplatí domácnost *A* i *B* stejně.

4.4.3.1 Správné žákovské řešení

Na obrázku 14 vidíme správně sestavenou rovnici pro výpočet otázky. Pokud má být cena, kterou obě domácnosti z měst *A* i *B* zaplatí za rok stejná, musí se oba výrazy z předešlých podotázek sobě rovnat.

$72x = 61x + 990$
$6480 = 6480$

$11x = 990$
$x = 90$

Museli by platit za $90m^3$

Obr. 14: Správné žákovské řešení úlohy 4 (c)

4.4.3.2 Chybné žákovské řešení

Na otázku většina žáků neodpověděla vůbec. Jedno z chybných řešení znázorňuje obr. 15. Žák zde vychází již ze špatného řešení podotázky b), kdy chybně určil cenu za pronájem přípojky.

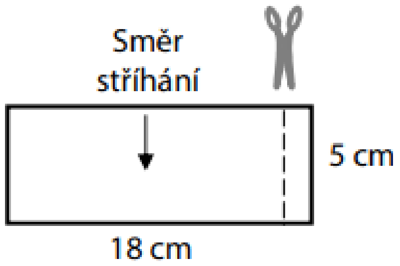
$$(990+60)x+72=0$$

Obr. 15*: Chybné žákovské řešení úlohy 4 (c)*

4.5 Úloha 5:

Papírový obdélník s rozměry 18 cm × 5 cm se **beze zbytku** použije na zhotovení kvádru.

Obdélník se rozstřihá na jednotlivé stěny kvádru (tj. podstavy i boční stěny). Stříhat se smí jen v naznačeném směru – rovnoběžném s kratší stranou původního obdélníku.



Z nastříhaných stěn se složí kvádr tak, aby se papír nikde nepřekrýval, a po hranách se spojí lepicí páskou.

(CZVV)

Vypočtěte

a) v cm^2 povrch složeného kvádru

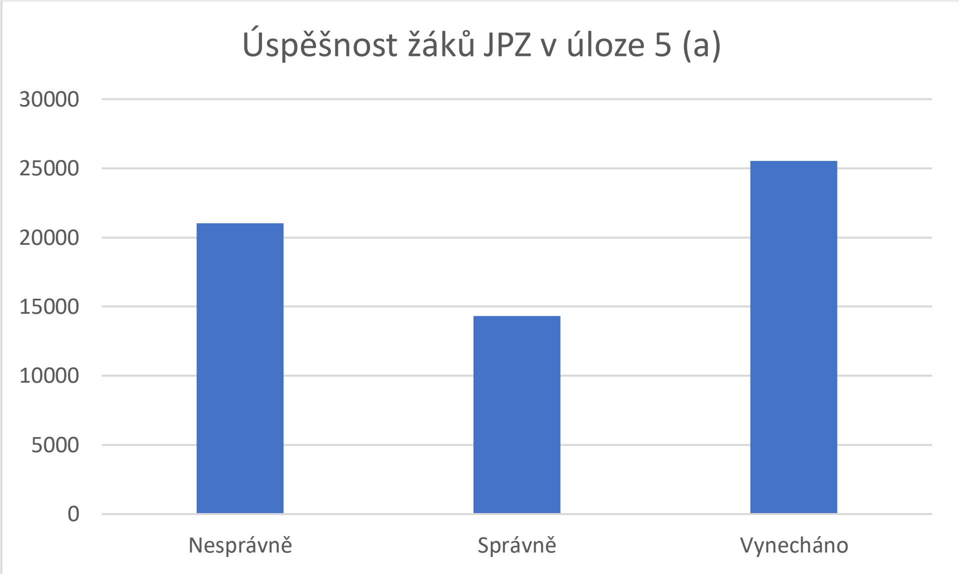
b) v cm rozměry kvádru (existuje jediné možné řešení)

c) v cm^2 objem složeného kvádru

Jednotný přijímací test 2018 – 1. řádný termín, úloha 7

Komentář: RVP ZV uvádí, že žák v průběhu svého vzdělávání odhaduje a vypočítá objem a povrch těles. Dále určuje a charakterizuje základní prostorové útvary (tělesa), analyzuje jejich vlastnosti a načrtne a sestrojí povrch těles. Žák řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí. (RVP ZV, 2017)

Úspěšnost řešení úlohy 5 (a):



Graf 5: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 5 (a)

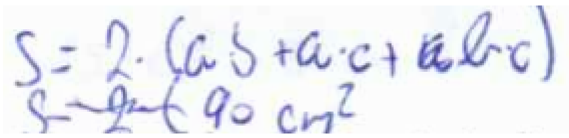
Graf 5 nám udává úspěšnost žáků při řešení úlohy 5(a). 42 % testovaných žáků (tj. 25519) úlohu vynechalo. Nesprávnou odpověď u této úlohy uvedlo necelých 35 % (tj. 21017) žáků. Pouhých 23 % (tj. 14 329) žáků odpovědělo na otázku správně.

4.5.1 Analýza řešení úlohy 5 (a):

Pokud víme, že zadaný obdélníkový papír se nemá nikde překrývat a zároveň nám po složení žádný zbytek papíru nezbyde, můžeme pro výpočet použít vzoreček pro obsah obdélníku. Jelikož využijeme všechen papír. Výsledkem tedy je $18 \cdot 5 = 90\ cm^2$.

4.5.1.1 Správné žákovské řešení

Na obrázku 16 můžeme vidět správné řešení úlohy 9 (a). Žák použil vzorec pro povrch kvádru. Nejdříve tedy řešil úlohu 5 (b).



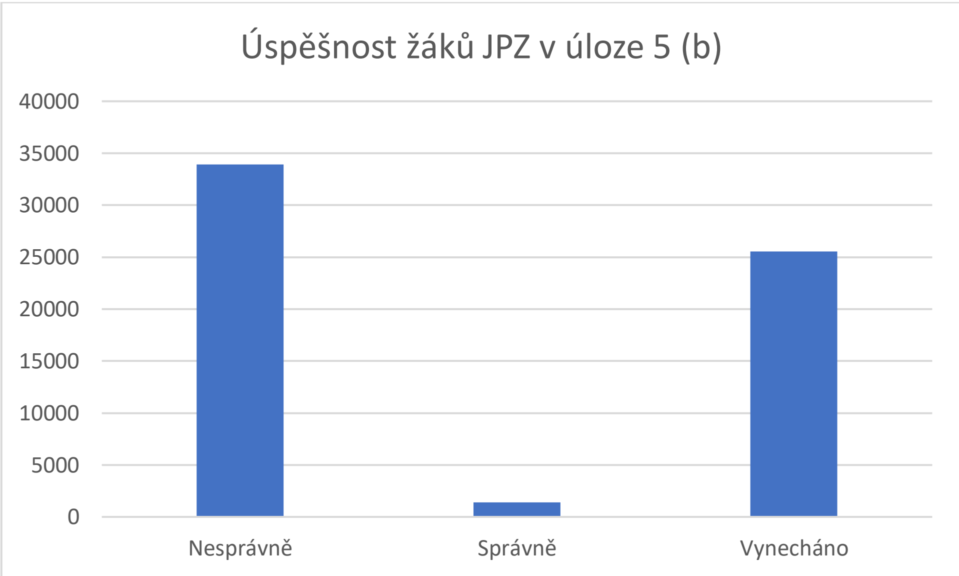
Obr. 16: Správné žákovské řešení úlohy 9 (a)

4.5.1.2 *Chybné žákovské řešení*

K této úloze žádné chybné řešení nemám, jelikož žáci buď tuto úlohu vyřešili správně, nebo ji vynechali.

Úspěšnost řešení úlohy 5 (b):

Následující graf 6 udává, že více než polovina žáků řešila úlohu chybně. Celkem 56 % (tj. 33943). Úlohu vynechalo téměř 42 % (tj. 25528) žáků. Zbylé 2 % testovaných žáků (tj. 1394) řešila úlohu správně.



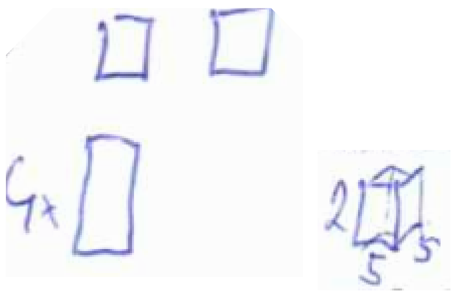
Graf 6: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 5 (b)

4.5.2 Analýza řešení úlohy 5 (b):

Jelikož už známe celkový povrch kvádru, můžeme tento údaj využít ke zjištění jednotlivých rozměrů. Pomocí vzorce lze rozepsat zadané údaje následovně: $2 \cdot 5 \cdot a + 2 \cdot 5 \cdot b + 2 \cdot ab = 90$. Po úpravě potom $5a + 5b + ab = 45$. Jelikož i podstava musí mít jeden rozměr o velikosti 5 cm, dosadíme za jednu neznámou číslo 5. Dostaneme $25 + 5b + 5b = 45$, po úpravě potom $10b = 20$. Odsud tedy $b = 2\ cm$. Výsledný poměr bude tedy 5 x 5 x 2 cm.

4.5.2.1 *Správné žákovské řešení*

K vyřešení délek těchto stran si žák dopomohl náčrtkem. Zadaný kvádr se bude skládat ze dvou shodných čtverců (podstav) a čtyř shodných obdélníků (stěn). Správné žákovské řešení znázorňuje obrázek 17.



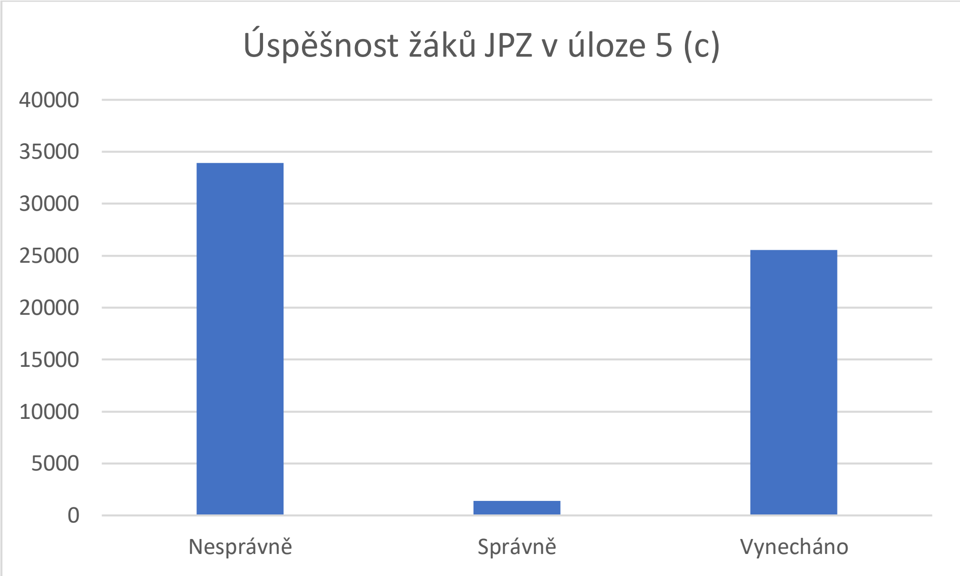
Obr. 17: Správné žákovské řešení úlohy 5 (b)

4.5.2.2 *Chybné žákovské řešení*

U této úlohy se opět neobjevilo žádné chybné řešení, pouze 2 žáci, z mnou testovaných žáků, na tuto úlohu odpověděli správně. Zbylí žáci úlohu vynechali.

Úspěšnost řešení úlohy 5 (c):

Graf 7 uvádí úspěšnost řešení žáků v úloze 5 (c). Jelikož tato úloha byla podmíněna správným vyřešením úlohy předešlé, její řešení se moc neliší. Více než polovina žáků odpověděla na úlohu nesprávně. Celkem 56 % (tj. 33911). Dalších 42 % žáků (tj. 25528) úlohu úplně vynechalo. A zbylé 2 % (tj. 1426) řešila úlohu správně.



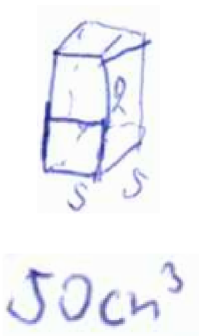
Graf 7: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 5 (c)

4.5.3 Analýza řešení úlohy 5 (c):

K řešení použijeme vzorec pro objem kvádru. Dosazením rozměrů z úlohy 5 (b) do vzorce dostaneme $V = 5 \cdot 2 \cdot 5$. Po roznásobení $V = 50m^3$.

4.5.3.1 *Správné žákovské řešení*

Na obrázku 18 vidíme správné řešení úlohy 5 (c). Jestliže má žák správně uvedené rozměry kvádru, dosadí pouze hodnoty do vzorce pro výpočet objemu.



Obr. 18: Správné žákovské řešení úlohy 9 (c)

4.5.3.2 *Chybné žákovské řešení*

Jak jsem již zmiňovala, řešení této otázky bylo podmíněno správným řešením úlohy předcházející. Ze všech mnou testovaných žáků správně odpověděli pouze dva. Zbylí žáci odpověď vynechali.

Dalšími problematickými úlohami, které se v jednotných přijímacích testech vyskytovaly, byly převody jednotek. Nejvíce pak porovnávání hodin s minutami, litry s jednotkami krychlovými a stupně velikostí úhlů. Jako jednoho zástupce z tohoto okruhu otázek jsem vybrala následující úlohu.

4.6 Úloha 6:

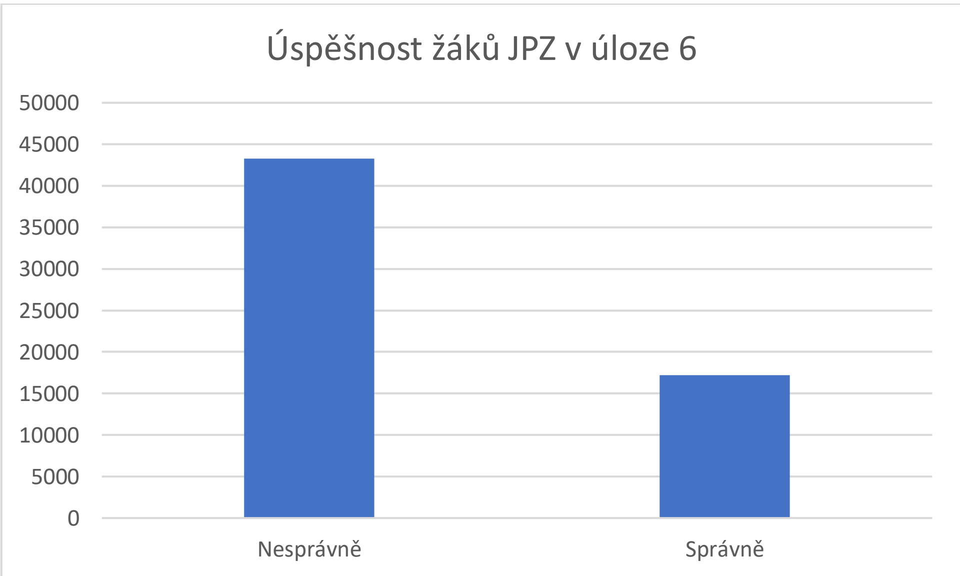
Vypočítejte, kolikrát je objem 0,2 litrů větší než 5 mililitrů.

Jednotný přijímací test 2018 1. řádný termín – úloha 8.3

Komentář: Podle RVP ZV žák provádí početní operace v oboru celých a racionálních čísel, zároveň užívá různé způsoby kvantitativního vyjádření vztahu celek – část.

Úspěšnost řešení úlohy 6:

Úspěšnost žáků při řešení úlohy 6 znázorňuje graf 8. Nesprávně na tuto úlohu odpovědělo 71 % žáků. Správnou odpověď uvedlo pouze 29 % respondentů.



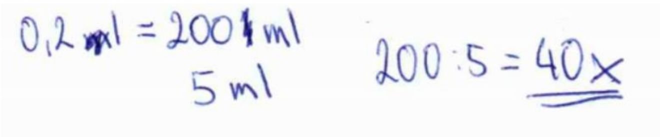
Graf 8: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 6

4.6.1 Analýza řešení úlohy 6

Nejdříve musíme uvedené hodnoty převést na společné jednotky, abychom je mohli porovnávat (např. na mililitry). Proto $\frac{0{,}2\ l}{5\ ml} = \frac{200\ ml}{5\ ml} = 40.$ Zjistili jsem tedy, že $0{,}2\ l$ je 40 krát větší než 5 ml.

4.6.1.1 *Správné žákovské řešení*

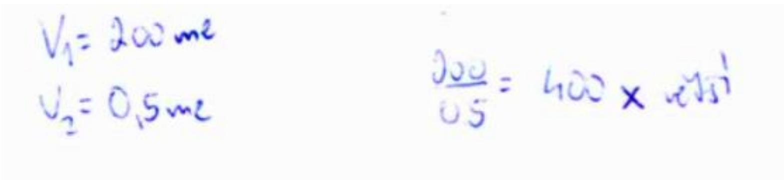
Obrázek 19 znázorňuje řešení jednoho z žáků. Ten při řešení úlohy vhodně převedl jednotky a správně dělil.



Obr. 19: Správné žákovské řešení úlohy 6

4.6.1.2 *Chybné žákovské řešení*

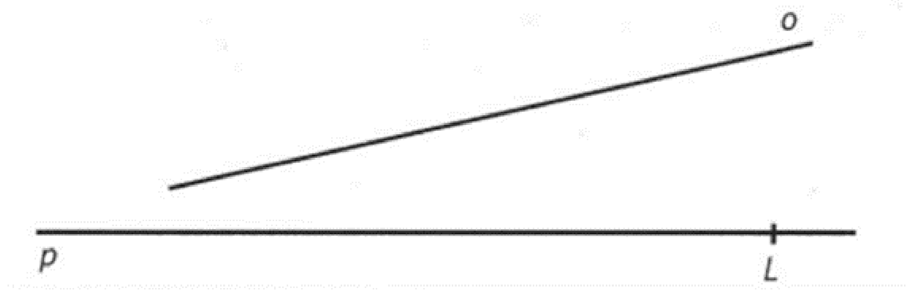
Většina žáků udělala chybu při převodu jednotek. Další chyba, která se objevila je znázorněna na obrázku 20. Žák chybně dělil desetinným číslem, proto výsledek vyšel chybně.



Obr. 20*: Chybné žákovské řešení úlohy 6*

4.7 Úloha 7:

V rovině leží různoběžky *o, p* a bod *L* na přímce *p*.



(CZVV)

Bod *L* je vrchol rovnoramenného trojúhelníku *KLM*, přímka *o* je osou souměrnosti tohoto trojúhelníku a strana *KL* leží na přímce *p*.

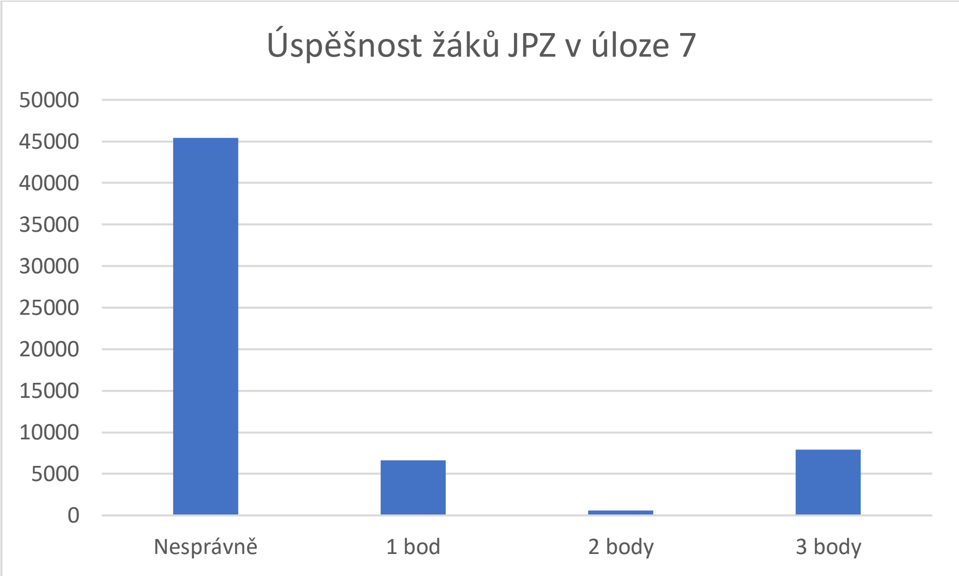
Sestrojte chybějící vrcholy *K,M* **trojúhelníku** *KLM* a **trojúhelník narýsujte**.

Jednotný přijímací test 2017 – 1. řádný termín, úloha 9

Komentář: V průběhu vzdělávání by měl žák podle RVP ZV načrtnou a sestrojit obraz rovinného útvaru ve středové a osové souměrnosti. Dále žák určí osově a středově souměrný útvar. (RVP ZV, 2017)

Úspěšnost řešení úlohy 7:

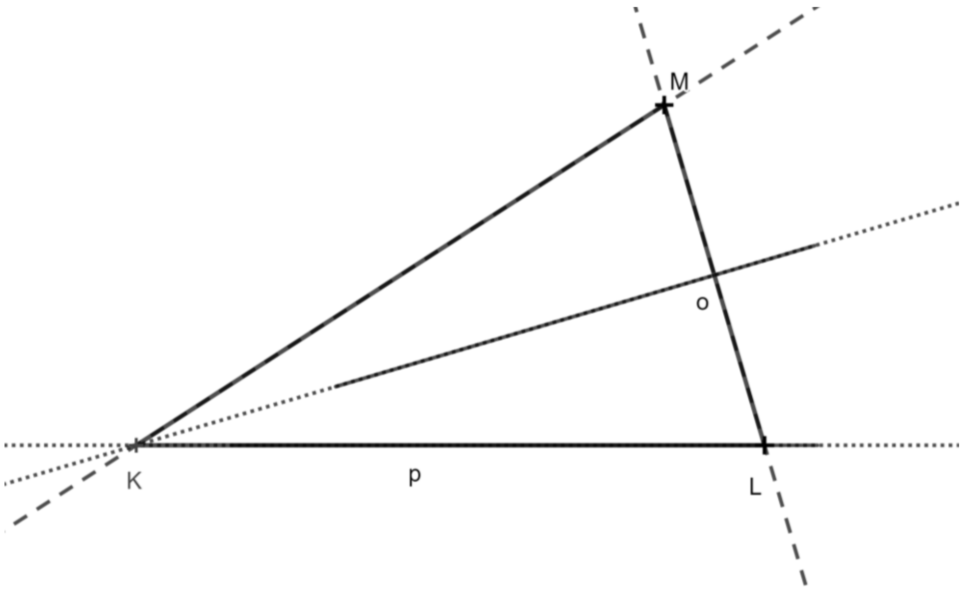
U této úlohy byl maximální možný počet získaných bodů 3. Plný počet bodů získalo 13 % (tj. 7899) testovaných žáků. Dva body získalo necelé jedno procento (tj. 579) žáků. Jeden bod v této úloze získalo téměř 11 % (tj. 6639) žáků. Zbylých 75 % žáků úlohu vynechalo nebo řešilo chybně. Úspěšnost žáků udává graf 9.



Graf 9: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 7

4.7.1 Analýza řešení úlohy 7:

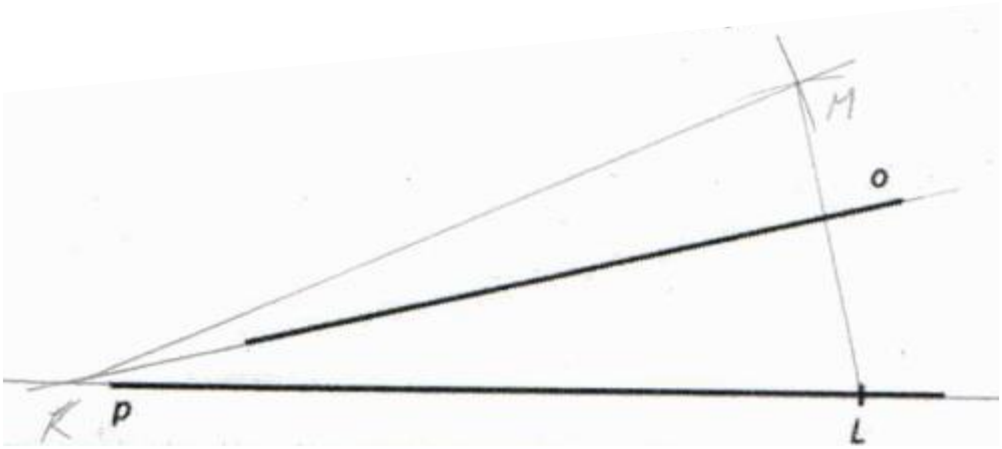
Prodloužením osy *o* a *p* vznikne bod K, který je zároveň vrcholem rovnoramenného trojúhelníka. Bod M nalezneme sestrojením kolmice k ose o vedené bodem L.



Obr. 21: Řešení úlohy 7

4.7.1.1 Správné žákovské řešení

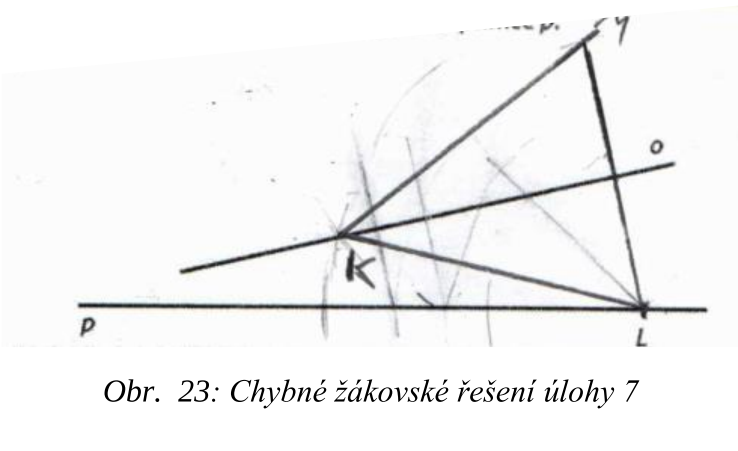
Na obrázku 22 je správné žákovské řešení úlohy 8. Žák správně nalezl vrchol *K*, který je průsečíkem přímky *p* a osy souměrnosti *o*. Zároveň správně určil druhý hledaný vrchol *M*. Ten se nachází na kolmici sestrojené k ose souměrnosti *o* vedené bodem *L*. K nalezení bodu *M* použil žák kružítko. Pomocí něj přenesl vzdálenost bodu *L* od osy *o*.



Obr. 22: Správné žákovské řešení úlohy 7

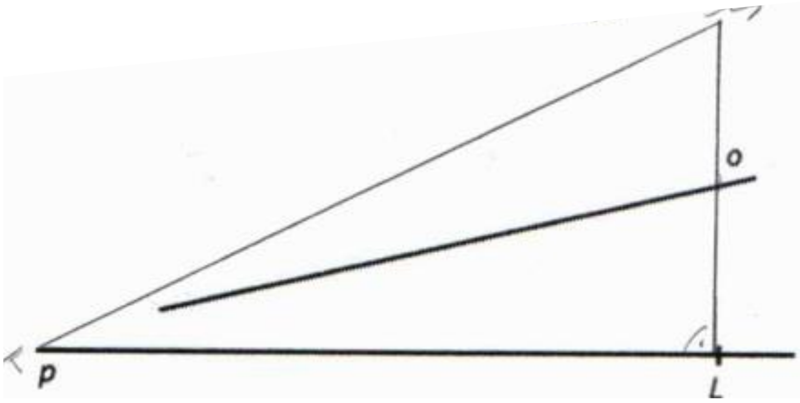
4.7.1.2 Chybná žákovská řešení

Jedno z chybných řešení znázorňuje obrázek 23. Zde žák místo rovnoramenného trojúhelníku hledal řešení trojúhelníku rovnostranného.



Obr. 23: Chybné žákovské řešení úlohy 7

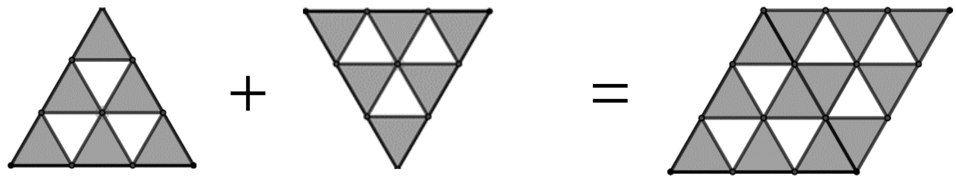
Další chybné řešení je znázorněno na obrázku 24. Zde žák zapomněl na pravidla osové souměrnosti a sestrojil kolmici místo k ose souměrnosti *o* na přímku *p*.



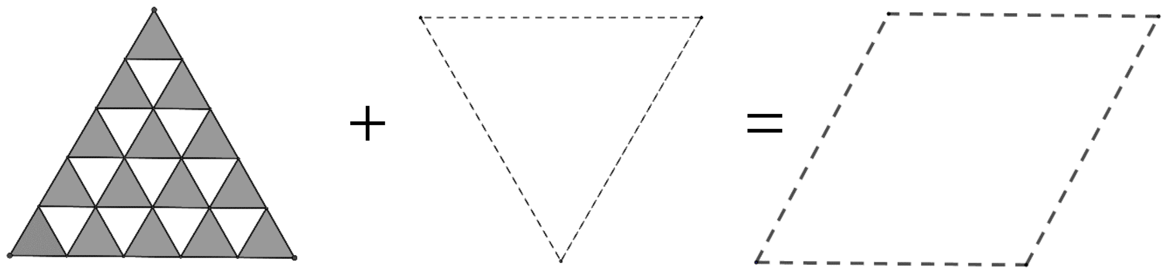
Obr. 24: Chybné žákovské řešení úlohy 7

4.8 Úloha 8:

V rovnostranném trojúhelníku se v jednotlivých řadách pravidelně střídají tmavé a bílé shodné trojúhelníčky. Ze dvou shodných trojúhelníků je vytvořen kosočtverec.



Obdobným způsobem lze z větších trojúhelníků vytvořit kosočtverec s větším počtem řad.



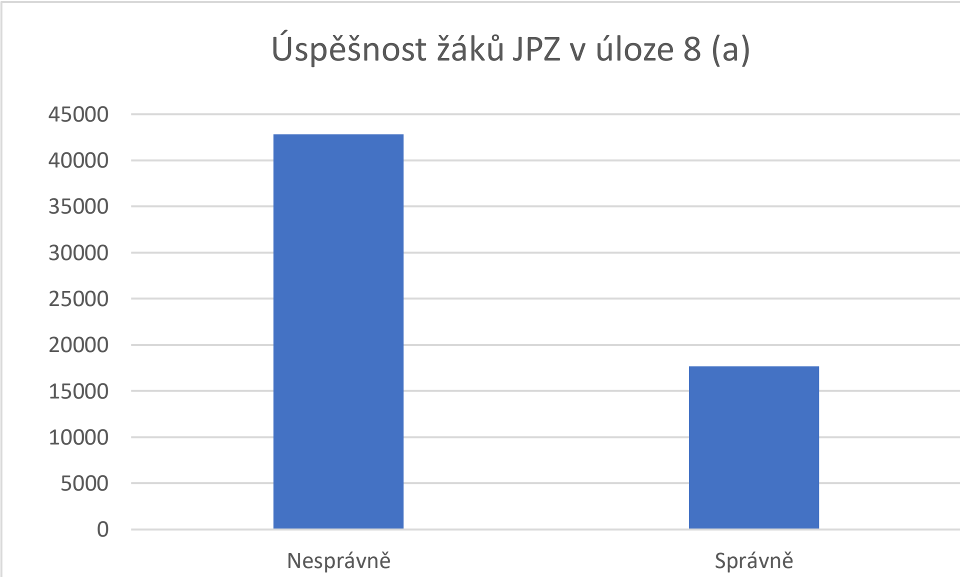
a) Kosočtverec má v každé řadě 6 tmavých trojúhelníčků. Určete počet všech trojúhelníčků (bílých i tmavých) v kosočtverci.
b) Kosočtverec má v každé řadě 21 tmavých trojúhelníčků. Určete počet všech trojúhelníčků (bílých i tmavých) v kosočtverci.

Jednotný přijímací test 2017 – 1. řádný termín, úloha 16.2 a 16.3

Komentář: Žák podle RVP ZV užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předkládaných nebo zkoumaných situací. Dále řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí.

Úspěšnost řešení úlohy 8 (a):

Správné řešení uvedlo pouze 29 % testovaných žáků (tj. 17678). Zbylí žáci řešili úlohu chybně. Rozložení úspěšnosti uvádí graf 10.



Graf 10: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 8 (a)

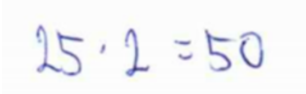
4.8.1 Analýza řešení úlohy 8 (a)

Ze vzorového obrázku je zřejmé, že v každé řadě kosočtverce je vždy stejný počet tmavých i světlých trojúhelníčků. V tomto kosočtverci jsou v řadě 4 tmavé trojúhelníčky a bílých je vždy o dva trojúhelníčky méně (tj. 2). Pokud je v řadě šest tmavých trojúhelníčků, budou v ní čtyři bílé. Ve vzorovém kosočtverci se po spojení počet řad nezmění. Počet tmavých trojúhelníčků v řadě se spojením zvýšil o jedno. V kosočtverci je tedy 5 řad.

V každé řadě máme 6 tmavých + 4 světlé trojúhelníčky, po vynásobení počtem řad (tj. pěti) nám vyjde 50 trojúhelníčků v celém kosočtverci.

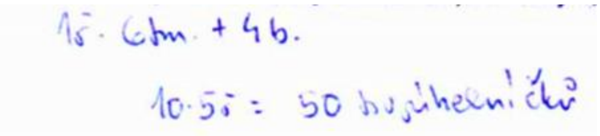
4.8.1.1 *Správná žákovská řešení:*

Jeden z respondentů spočítal všechny tmavé trojúhelníčky vyskytující se v celém trojúhelníku. Hledaný kosočtverec je složený ze dvou shodných trojúhelníků, proto tmavé trjúhelníčky násobil dvěma. Takovéto řešení je znázorněno na obrázku 25.



Obr. 25: Správné žákovské řešení úlohy 8 (a)

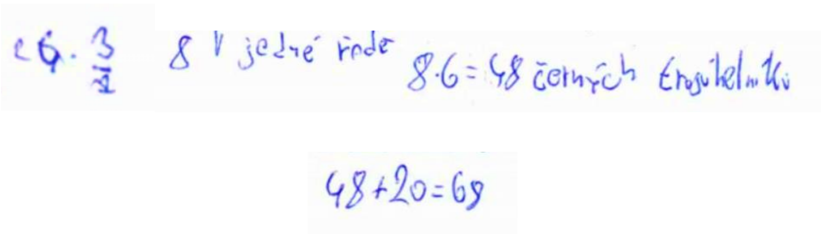
Další žák vycházel z výsledného kosočtverce. Každá řádka bude shodná s 1. řádkou trojúhelníku (tj. základnou). V každé řádce je tedy celkem šest tmavých a čtyři bílé trojúhelníčky. Celkový počet trojúhelníčků (tj. 10) poté vynásobil počtem sloupců, který je roven 5. Zápis tohoto řešení je znázorněno na obrázku 26.



Obr. 26: Správné žákovské řešení úlohy 8 (a)

4.8.1.2 *Chybné žákovské řešení*

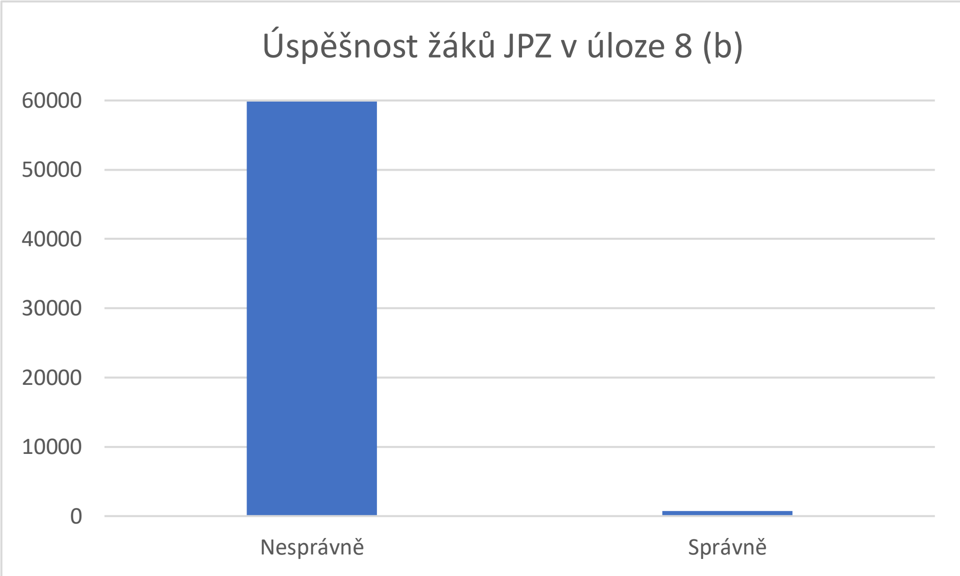
Mezi řešenými úlohami se objevila i chybné řešení, které nám znázorňuje obr. 27. Počet bílých trojúhelníčku je udán správně (tj. 20), ale počet tmavých trojúhelníčku není správný. Žák chybně uvedl počet trojúhelníčků v jedné řadě. Zároveň špatně určil počet sloupců.



Obr. 27: Chybné žákovské řešení úlohy 8 (a)

Úspěšnost řešení úlohy 8 (b):

Druhou otázku správně řešilo pouze 1 % žáků (tj. 705). Ostatní žáci úlohu řešili chybně.



Graf 11: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 8 (b)

4.8.2 Analýza řešení úlohy 8 (b)

Při řešení této úlohy budu vycházet z úlohy předešlé. Počet bílých trojúhelníčků v řadě je o dvě menší než tmavých (tj. $21 - 2 = 19$). Celkový počet řad je vždy o jedno menší, než je počet tmavých trojúhelníčků v jedné řadě (tj. $21 - 1 = 20$). Sečtením tmavých a bílých trojúhelníčků zjistíme počet trojúhelníčků v jedné řadě. Výsledek vynásobíme počtem řad.

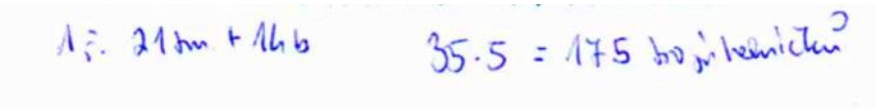
$(21 + 19) \cdot 20 = 40 \cdot 20 = 800$ trojúhelníčků.

4.8.2.1 Správné žákovské řešení

U této úlohy nemám žádné řešení, které by bylo správné. Většina testovaných žáků úlohu vynechala.

4.8.2.2 *Chybné žákovské řešení*

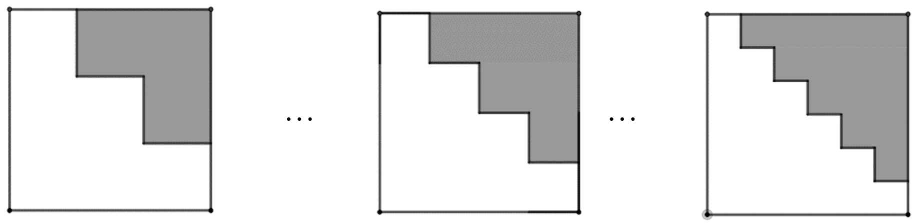
Chybné řešení znázorňuje obr. 28. Žák chybně určil počet bílých trojúhelníčků v jedné řadě a zároveň počet řad v kosočtverci.



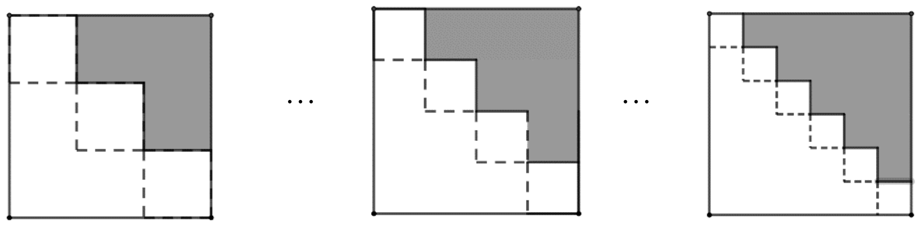
Obr. 28: Chybné žákovské řešení úlohy 8 (b)

4.9 Úloha 9:

Shodné čtverce jsou podle jednotného pravidla rozděleny vždy na světlou a tmavou plochu



Obě plochy se liší o 3,4 nebo více čtverečků ,které lze vyznačit na úhlopříčce.



Poměr velikostí světlé a tmavé plochy u prvního zobrazeného čtverce je 6:3

a v základním tvaru jej zapisujeme 2:1.

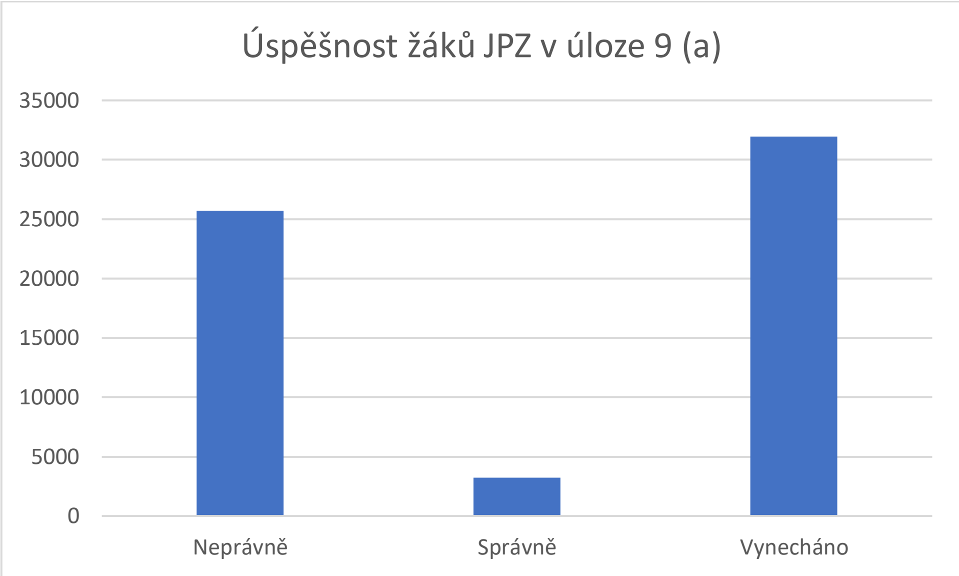
(CZVV)

a) Zapište v základním tvaru poměr velikostí světlé a tmavé plochy čtverce, jestliže se obě plochy liší o 9 čtverečků vyznačených po úhlopříčce.
b) Zapište v základním tvaru poměr velikostí světlé a tmavé plochy čtverce, jestliže se obě plochy liší o 100 čtverečků vyznačených po úhlopříčce.
c) Určete počet čtverečků vyznačených po úhlopříčce, jestliže je poměr velikostí světlé a tmavé plochy 13:11

Jednotný přijímací test 2018 – 1. řádný termín, úloha 16

Komentář: Tato úloha patří mezi nestandartní aplikační úlohy, které jsou podle RVP ZV obsahem učiva druhého stupně. (RVP ZV, 2017) Jedná se o úlohu, kde žák kombinuje řešení modelováním a výpočtem situace vyjádřené poměrem s učivem číselných a obrázkových analogií. Zároveň žák řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí.

Úspěšnost řešení úlohy 9 (a):



Graf 12: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 6 (a)

Z grafu 12 je vidět, že tuto úlohu správně vyřešilo pouze 5 % (tj. 3225) testovaných žáků. Necelých 53 % z nich tuto otázku vynechalo. Zbylí žáci (tj. 25 696) tuto úlohu vyřešili nesprávně.

4.9.1 Analýza řešení úlohy 9 (a):

Na úhlopříčce je 9 čtverečků, čtverec má tedy stranu o devíti čtverečcích. Jejich celkový počet je $9 \cdot 9 = 81$. Tmavých čtverečků bude o 9 méně, jelikož to je počet čtverečků vyznačených na úhlopříčce. Proto $(81 - 9) : 2 = 36$. Počet tmavých čtverečků je 36, počet světlých dopočítáme přičtením čtverečků na úhlopříčce nebo odečtením počtu tmavých čtverečků od celkového počtu všech čtverečků. Počet všech bílých čtverečků je $36 + 9 = 45$.

Hledáme poměr bílých : tmavým, proto na první místo dáme počet $45 : 36$. Po zkrácení obou čísel devíti dostaneme poměr $5 : 4$.

4.9.1.1 *Správné žákovské řešení*

Správně neřešil úlohu žádný žák. Jeden z žáků správně postupoval, úlohu ale nedopočítal. Jeho postup znázorňuje obrázek 29.

Obr. 29: Správné žákovské řešení úlohy 10 (a)

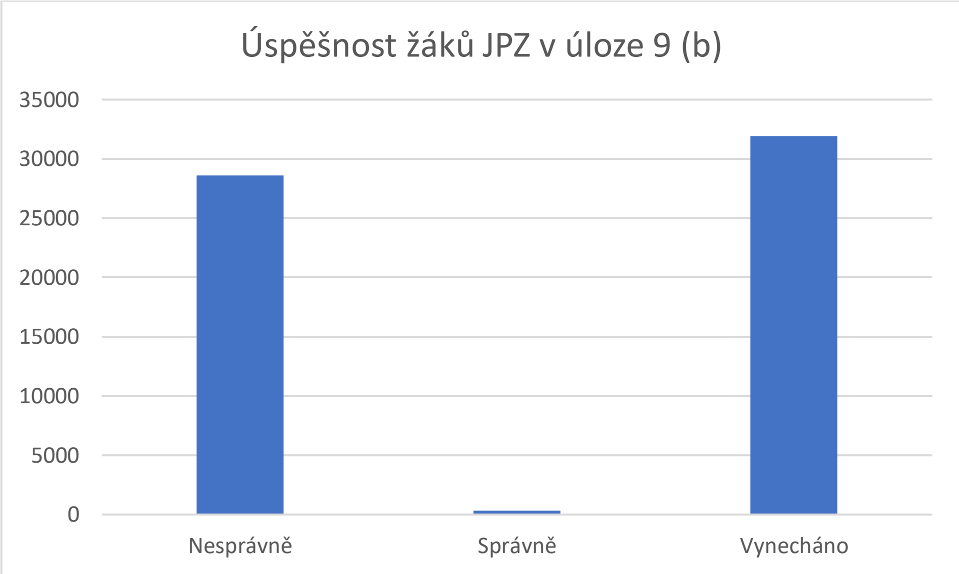
4.9.1.2 *Chybné žákovské řešení*

Na obrázku 30 žák chybně určil poměr tmavé a světlé plochy, tedy $6 : 3$. Jeho úvaha zřejmě vznikla ze součtu $6 + 3 = 9$, poměr stran s úhlopříčkou o devíti čtverečcích je $6 : 3$. Po zkrácení třemi $2 : 1$.

Obr. 30: Chybné žákovské řešení úlohy 10 (a)

Úspěšnost řešení úlohy 9 (b):

Graf 13 uvádí úspěšnost žáků při řešení úlohy 9 (b). Počet správných řešení byl 331, přibližně 0,5 %. Více jak polovina žáků úlohu vynechala, přibližně 52 % (tj. 31943) testovaných. Zbylých 47 % (tj. 28591) testovaných žáků úlohu vyřešilo chybně.

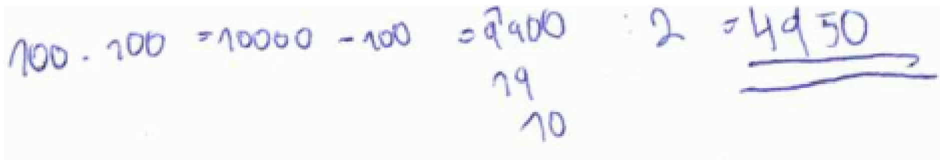


Graf 13: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 6 (b)

4.9.2 Analýza řešení úlohy 9 (b):

Na úhlopříčce čtverce je 100 čtverečků, to se rovná počtu čtverečků jedné strany. Celkem je tedy v celém čtverci 100 · 100 = 10 000 čtverečků. Od výsledku odečteme počet čtverečků na úhlopříčce 10 000 – 100 = 9 900. Po vydělení dvěma vyjde počet tmavých čtverečků 9 900 : 2 = 4 950. K počtu tmavých přičteme čtverečky, které se vyskytují na úhlopříčce 4 950 + 100 = 5 050, tím jsme zjistili počet bílých čtverečků. Výsledný poměr je tedy 5050 : 4950, po zkrácení 50 získáme 101 : 99.

4.9.2.1 *Správné žákovské řešení*



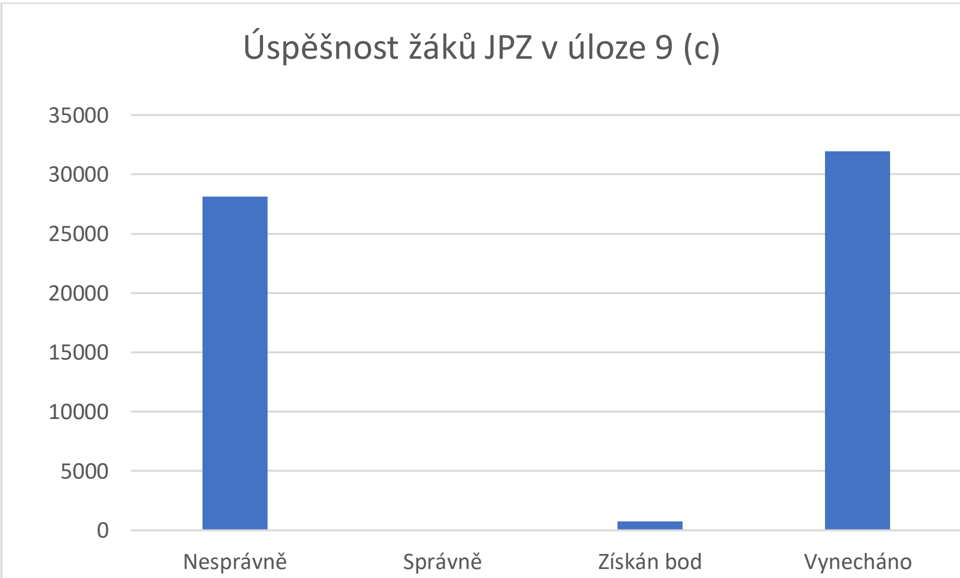
Obr. 31: Správné žákovské řešení úlohy 9 (b)

Správně nevyřešil úlohu žádný žák. Na obrázku 31 vidíme postup žáka, který úlohu nedořešil.

4.9.2.2 *Chybné žákovské řešení*

Jediné řešení úlohy je znázorněno na obrázku 31, ostatní žáci úlohu vynechali.

Úspěšnost řešení úlohy 9 (c):



Graf 14: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 9 (c)

Jak uvádí graf 14, v úloze bylo možno získat 2, 1 nebo 0 bodů. Dva body získalo 1 % (tj. 767) žáků. Jeden bod získalo 31 žáků. Dalších 46 % (28123 žáků) odpovědělo chybně. Zbylých 52 % žáků úlohu vynechalo (tj. 31944).

4.9.3 Analýza řešení úlohy 9 (c):

Po sečtení obou poměrů (tj. 13 + 11 = 24) stačí výsledek vydělit dvěma (tj. tmavá a světlá plocha), tím získáme počet čtverečků na úhlopříčce.

4.9.3.1 Správné žákovské řešení

K této úloze nemám žádné správné řešení.

4.9.3.2 Chybné žákovské řešení

Obr. 32: Chybné žákovské řešení úlohy 9 (c)

Jedním z mála pokusů o vyřešení úlohy můžeme pozorovat na obrázku 32. Žák poměry stran odčítal. Podle výsledku, který mu nedával smysl usoudil, že úloha nemá řešení.

4.10 Úloha 10:

Na kruhové autodráze jezdila v sousedních drahách dvě autíčka, první autíčko ve vnitřní dráze, druhé ve vnější dráze. Obě autíčka startovala ve stejném okamžiku na stejné startovní čáře.

První autíčko ujelo každá 4 kola za stejnou dobu, za kterou ujelo druhé autíčko 3 kola.

Během jízdy autíčka nezměnila svou rychlost.

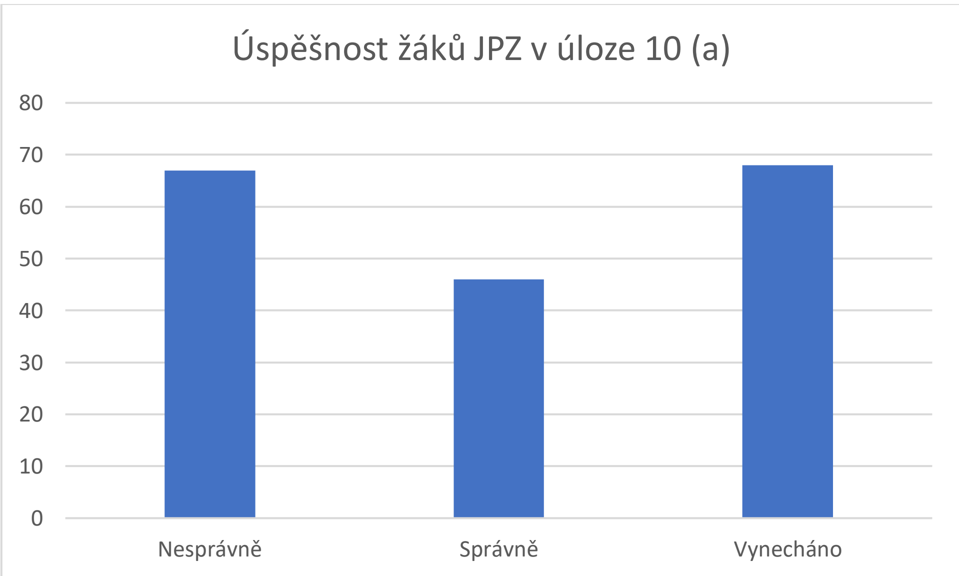
(CZZV)

a) Obě autíčka vystartovala stejným směrem. **První** autíčko ujelo prvních **10 kol**. Určete, kolikrát první autíčko během této jízdy dostihlo druhé autíčko.
b) Obě autíčka vystartovala stejným směrem. **Druhé** autíčko ujelo prvních **50 kol**. Určete, kolikrát ho během této jízdy dostihlo první autíčko.
c) Druhé autíčko vystartovalo **v opačném směru** než první autíčko.
   Druhé autíčko ujelo prvních **5 kol**.
   Určete, kolikrát se během této jízdy obě autíčka minula. (poprvé se autíčka minula hned po startu)

Jednotný přijímací test 2018 – 1. náhradní termín, úloha 16

Komentář: Úloha patří mezi nestandartní aplikační úlohy a problémy. Žák podle RVP ZV řeší modelováním a výpočtem situace vyjádřené poměrem. (RVP ZV, 2017)

Úspěšnost řešení úlohy 10 (a):



Graf 15: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 10 (a)

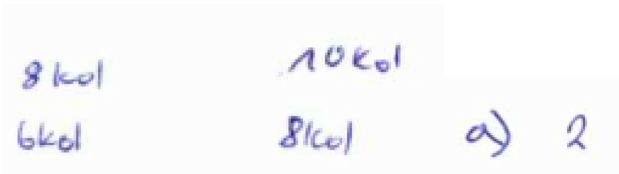
Na první otázku odpovědělo z celkového počtu 181, 25 % (tj. 46) žáků. Chybně na tuto otázku odpovědělo 37 % žáků (tj. 67). Úlohu vynechalo 38 % (tj. 68) žáků. Toto rozložení nám znázornění graf 15.

4.10.1 Analýza řešení úlohy 10 (a):

Počet kol ujetých prvním autíčkem má být deset. Vydělením deseti kol čtyřmi koly, získáme 10 : 4 = 2,5. Číslo 2,5 nám udává počet předjetí, kdy první autíčko předjelo druhé autíčko. Výsledný počet střetnutí je tedy 2.

Pokud bychom chtěli získat rovnou celočíselné řešení, museli bychom najít největší násobek čísla 4, který je menší než 10. Výsledným číslem je číslo 8. Po vydělení osmičky číslem čtyři dostaneme ona hledaná dvě předjetí.

4.10.1.1 Správné žákovské řešení



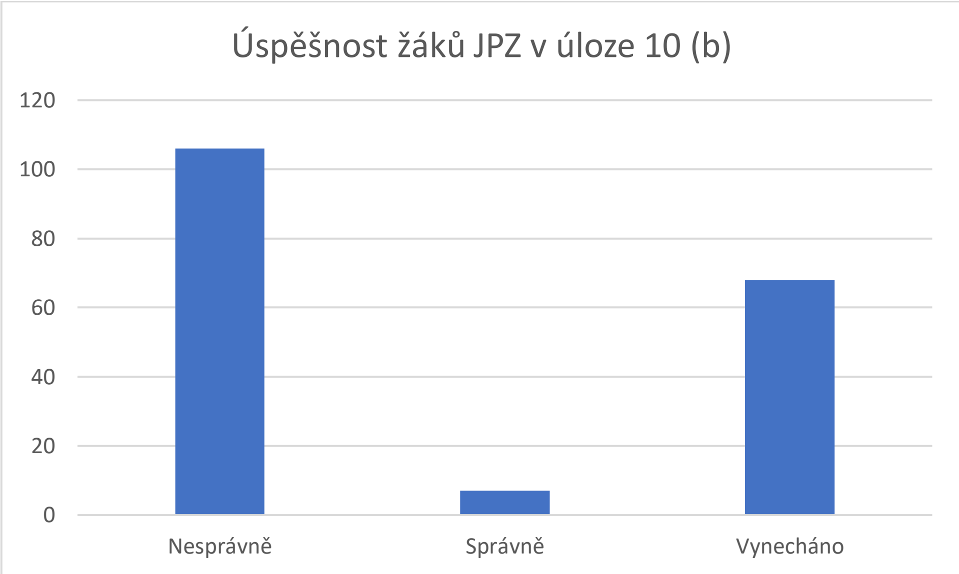
Obr. 33: Správné žákovské řešení úlohy 10 (a)

Na obrázku 33 můžeme vidět úvahy jednoho z žáků, který si určil počty ujetých kol po každém střetnutí autíček. Po třetím střetnutí by první autíčko ujelo již dvanáct kol, proto se během deseti kol autíčka střetnou dvakrát.

4.10.1.2 Chybné žákovské řešení

Žáci často celou úlohu vynechali, proto žádné chybné řešení neuvádím.

Úspěšnost řešení úlohy 10 (b):



Graf 16: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 10 (b)

Z grafu 16 je zřejmé, že nejvíce žáků tuto úlohu řešilo chybně. Jednalo se o téměř 59 % respondentů. Správně na tuto otázku dokázalo odpovědět pouhá 4 % (tj. 7) žáků. Stejně jako u předchozí otázky vynechalo otázku 38 % žáků (tj. 68).

4.10.2 Analýza řešení úlohy 10 (b):

Počet kol, které ujede druhé autíčko je 50. Vydělením padesáti kol třemi, získáme $50 : 3 = 16{,}66$. Výsledkem je tedy 16. Druhé autíčko projelo kolem prvního šestnáctkrát dříve, než ujelo 50 kol.

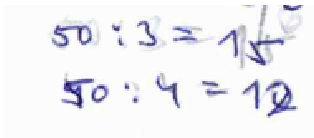
Pro získání celočíselného výsledku použijeme největší násobek čísla tři, menší než 50. Výsledkem je číslo 48. Po vydělení čísla 48 číslem 3 vyjde celočíselný počet střetnutí, a to 16.

4.10.2.1 Správné žákovské řešení

Správné žákovské řešení jsem nezískala.

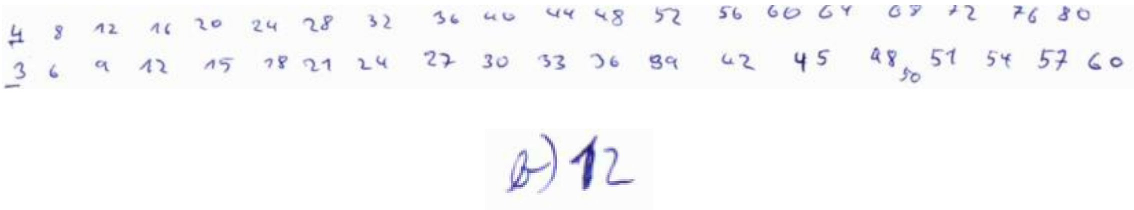
4.10.2.2 Chybná žákovská řešení

Jeden z žáků zvolil správný postup, výsledek je však chybný, jelikož 50 : 3 ≠ 15. Jeho řešení znázorňuje obrázek 34.



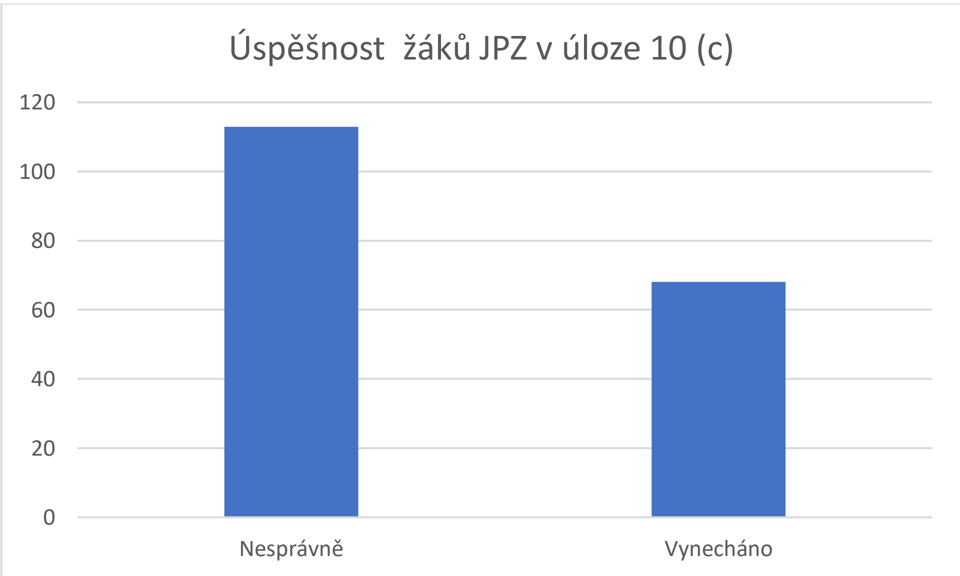
Obr. 34: Chybné žákovské řešení úlohy 10 (b)

Na obrázku 35 vidíme řešení jednoho z žáků. Ten zaměnil autíčka, proto mu místo šestnácti kol vyšlo dvanáct.



Obr. 35: Chybné žákovské řešení úlohy 10 (b)

Úspěšnost řešení úlohy 10 (c):



Graf 17: Úspěšnost žáků JPZ v úloze 10 (c)

Z grafu 17 vyplývá, že úlohu správně nevyřešil žádný žák. Chybně odpovědělo 59 % (tj. 106). 38 % (tj. 68) otázku vynechalo.

4.10.3 Analýza řešení úlohy 10 (c):

Sečteme-li oba poměry (tzn. $4 + 3 = 7$), získáme celkovou délku kola. Autíčka se míjejí po $\frac{3}{7}$ kola druhého autíčka. Podílem počtu kol s vypočítanými $\frac{3}{7}$ kola druhého autíčka získáme výsledek.

$$5 : \frac{3}{7} = 5 \cdot \frac{7}{3} = \frac{35}{3}$$

Podílem čísla 35 číslem 3 dostaneme výsledek 11,66. Přičtením střetnutí ihned po startu je výsledkem 12 střetnutí během 5 kol ujetých druhým autíčkem.

4.10.3.1 Správné žákovské řešení

Z testovaných žáků nikdo správně otázku nevyřešil. Většina testovaných celou úlohu úplně vynechala a o výpočet se nepokusila.

4.10.3.2 Chybné žákovské řešení

Jediné řešení můžeme vidět na obrázku 36. Žák si chybně uvědomil, že celkem je dráha rozdělena na 7 částí, a proto je i jeho výsledek chybný.

Obr. 36: Chybné žákovské řešení úlohy 10 (c)

4.11 Shrnutí

Jako jednou z hlavních příčin neúspěchu žáků v testech JPZ bych označila čtenářskou a matematickou gramotnost. Matematická gramotnost je ve výzkumu PISA definována jako *„způsobilost rozpoznat a pochopit matematiku, zabývat se jí a dělat vhodné* soudy *o úloze matematiky v soukromém životě jednotlivce, v zaměstnání, ve společnosti přátel a příbuzných a v životě konstruktivního, zainteresovaného a přemýšlivého občana".* Žáci nejsou zvyklí na podobná zadání úloh, a to samotné je může znejistit, pokud rovnou na první pohled neznají postup řešení.

Při přijímacích zkouškách hrají velkou roli kromě úrovně vědomostí i psychické rozpoložení žáků, obavy z neúspěchu a jeho následků.

Žáci se často vymlouvají, že na matematiku nemají hlavu a ani se jí nesnaží pochopit. Podle Hejného (2004) však všichni potřebujeme rozvinout myšlenkové dovednosti, abychom s jejich pomocí dokázali plně využít potenciál, který nám zkušenost nabízí.

F. Kuřina (2002) uvádí, že při vyučování matematiky hraje zásadní roli motivace, kterou je podmíněna aktivita studenta. Záleží tedy na osobnosti učitele, jeho pedagogickém přístupu a matematických znalostech.

Možných příčiny problémů dětí v matematice uvádí Blažková (2009) hned několik. Tyto příčiny v matematice rozděluje do následujících oblastí:

- funkční deficit
- specifické vývojové poruchy
- osobnostní vlastnosti dítěte
- výukové přístupy
- obsah matematického učiva

V oblasti připravenosti žáků jsem při podrobné analýze anonymizovaných dat z let 2017 a 2018 došla k následujícím závěrům. Žáci ovládají látku rovnic, úprav algebraických výrazů a velikosti úhlů v trojúhelníku. Problémy jsem zjistila v oblasti násobení a dělení desetinných čísel, převodů jednotek, neznalost pravidel pro úpravu mocnin a odmocnin. Zároveň žáci často chybovali v oblasti slovních úloh řešených lineární rovnicí, poměrem, ale i dělitelností. Další problémovou oblastí je geometrie, ve které měli žáci problémy při řešení konstrukčních úloh. Největší problémy však žákům dělali nestandardní aplikační úlohy.

Dle mého názoru by se připravenost žáků na přijímací testy dala zlepšit, pokud by se žáci v průběhu svého vzdělávání setkávali s podobnými úlohami i při hodinách matematiky.

5 Alternativní řešení vybraných úloh

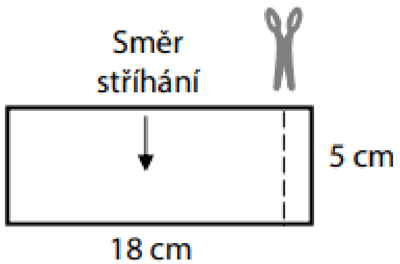
Z výše uvedených 10 problematických úloh jsem vybrala čtyři úlohy, u kterých uvedu alternativní řešení.

5.1 Alternativní řešení úlohy 5:

<u>Úloha 5:</u>

Papírový obdélník s rozměry 18 cm × 5 cm se **beze zbytku** použije na zhotovení kvádru.

Obdélník se rozstřihá na jednotlivé stěny kvádru (tj. podstavy i boční stěny). Stříhat se smí jen v naznačeném směru – rovnoběžném s kratší stranou původního obdélníku.



Z nastříhaných stěn se složí kvádr tak, aby se papír nikde nepřekrýval, a po hranách se spojí lepicí páskou.

(CZVV)

Vypočtěte

d) v cm² povrch složeného kvádru
e) v cm rozměry kvádru (existuje jediné možné řešení)
f) v cm² objem složeného kvádru

Jednotný přijímací test 2018 – 1. řádný termín, úloha 7

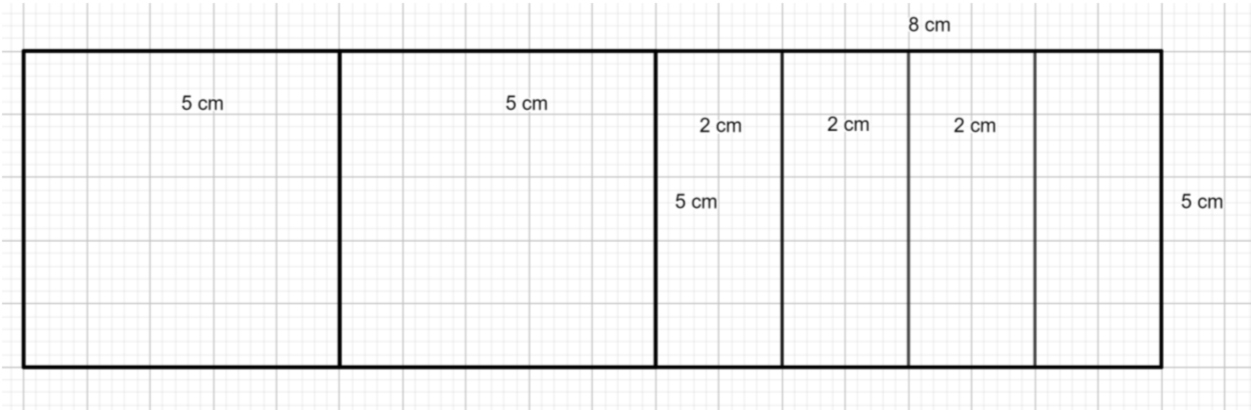
Alternativní řešení úlohy 5 (a)

Dalším, zdlouhavějším řešením je nejdříve zjistit velikosti stran a následně postupovat pomocí vzorce pro povrch kvádru nebo součtem obsahů všech stran.

Alternativní řešení úlohy 5 (b)

Jelikož můžeme stříhat pouze svisle, vodorovně je zakázáno, jediným možným výsledkem je 5 cm, 5cm a 2 cm.

Pomocí sítě kvádru, který je složen z 6 obdélníků jsme zjistili, že jedna strana kvádru musí mít velikost 5 cm, to je šíře papíru.



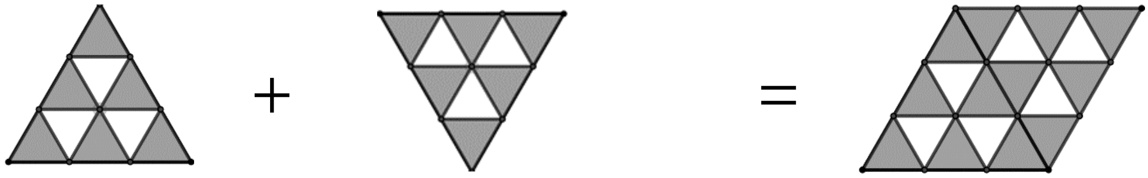
Obr. 37: Řešení úlohy 5

Pokud odečteme 5 cm, jako jednu stranu podstavy a potom 5 cm, jako protější stranu podstavy od celkového počtu 18 cm, dostaneme 8 cm. Vzniknou nám tedy dva čtverce o straně 5 cm (podstavy) a obdélník o velikostech $a = 5\ cm$ a $b = 8\ cm$. Tento obdélník musíme ještě rozdělit na další 4 shodné obdélníky (strany kvádru). Podílem zbylých 8 cm čtyřmi stranami nám vyjdou 2 cm. Hledaný kvádr má rozměry 5 x 5 x 2 cm.

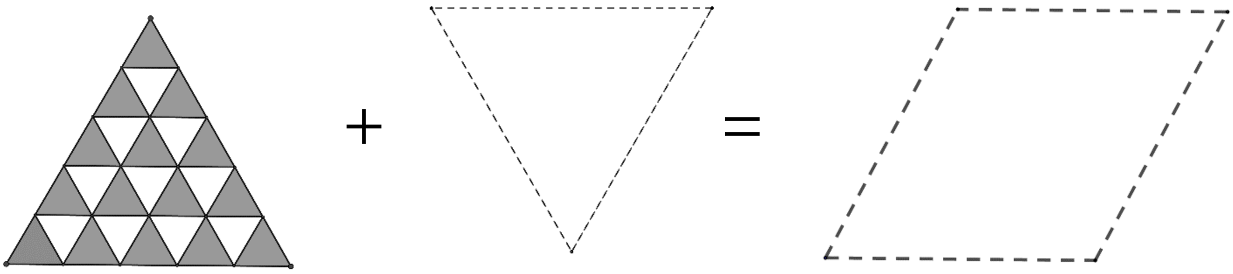
5.2 Alternativní řešení úlohy 8:

<u>Úloha 8:</u>

V rovnostranném trojúhelníku se v jednotlivých řadách pravidelně střídají tmavé a bílé shodné trojúhelníčky. Ze dvou shodných trojúhelníků je vytvořen kosočtverec.



Obdobným způsobem lze z větších trojúhelníků vytvořit kosočtverec s větším počtem řad.



a) Kosočtverec má v každé řadě 6 tmavých trojúhelníčků. Určete počet všech trojúhelníčků (bílých i tmavých) v kosočtverci.
b) Kosočtverec má v každé řadě 21 tmavých trojúhelníčků. Určete počet všech trojúhelníčků (bílých i tmavých) v kosočtverci.

Jednotný přijímací test 2017 – 1. řádný termín, úloha 16.2 a 16.3

Alternativní řešení úlohy 8 (a)

1. Způsob:

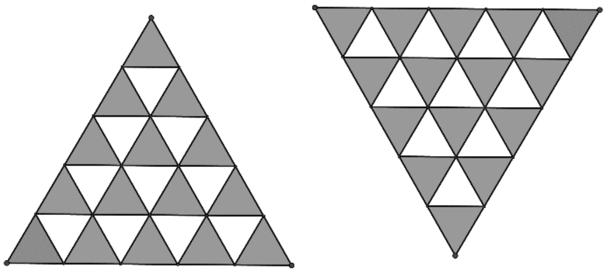
Rovnostranný trojúhelník měl u základny tři tmavé trojúhelníčky, výsledný kosočtverec měl počet tmavých trojúhelníčků u základny o jedno větší, tedy čtyři. Po přidání druhého shodného trojúhelníku, který je otočen o 180°, se spojí základna (3 tmavé trojúhelníčky) prvního trojúhelníku s vrcholem (1 tmavý trojúhelník) druhého trojúhelníku.

Výsledný kosočtverec má mít v řadě šest tmavých trojúhelníčků, to znamená, že v původním trojúhelníku jich bylo pět tmavých a 3 světlé v první řadě u základny.

Počet všech trojúhelníčků v kosočtverci lze vyjádřit následovně.

K počtu všech tmavých trojúhelníčků v celém kosočtverci přičteme počet všech bílých trojúhelníčků. Tedy $(5 \cdot 6) + (5 \cdot 4) = 30 + 20 = 50$, kde 5 je počet řad v kosočtverci.

2. Způsob: Z obrázku



Obr. 38: Řešení úlohy 8 (a)

Hledaný kosočtverec je složený z trojúhelníku znázorněného na obrázku v zadání. Nyní už stačí pouze určit počet všech trojúhelníčků v trojúhelníku (tj. 25) a tento počet vynásobit dvěma, protože kosočtverec vznikl spojením dvou shodných rovnoramenných trojúhelníků. Výsledek je tedy $25 \cdot 2 = 50$.

3. Způsob: Pomocí tabulky

V tabulce je znázorněn počet trojúhelníčků v každé řadě kosočtverce, kde se počet tmavých a bílých trojúhelníčků v řadách nemění.

	Počet tmavých	Počet bílých
1. řada	5	4
2. řada	4	3
3. řada	3	2
4. řada	2	1
5. řada	1	0
Celkem:	15	10

Tab. 1: Řešení úlohy 8 (a)

Výsledný počet všech trojúhelníčků vynásobíme dvěma a získáme počet všech trojúhelníčků v kosočtverci.

Alternativní řešení úlohy 8 (b)

U řešení této úlohy můžeme vycházet ze zkušenosti získané při řešení předešlé úlohy.

Počet tmavých trojúhelníčků v kosočtverci je 21. Odečtením jedničky od počtu tmavých trojúhelníčků v řadě kosočtverce (tj. trojúhelníček z vrcholu druhého shodného trojúhelníku) získáme počet řad kosočtverce. Tmavých bude 20 a bílých o jedno méně, 19. Počet bílých a tmavých trojúhelníčků roznásobíme počtem řad.

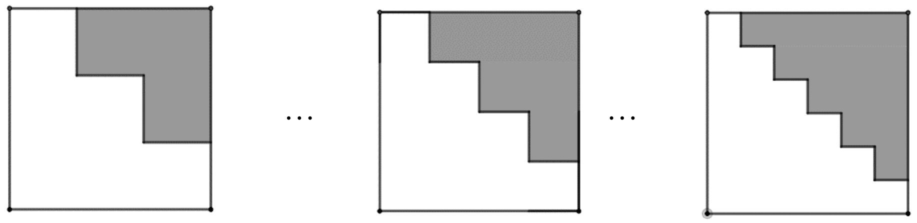
$$(20 \cdot 21) + (20 \cdot 19) = 420 + 380 = 800$$

Počet všech trojúhelníčků v tomto kosočtverci je 800.

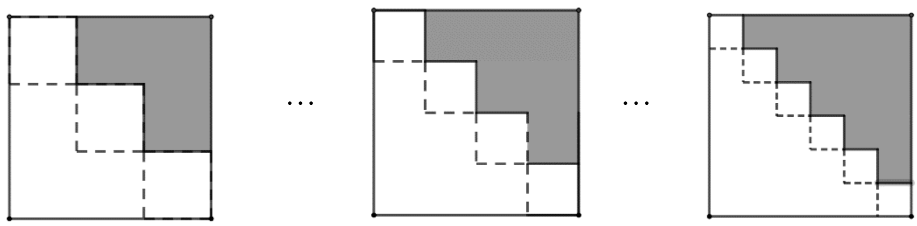
5.3 Alternativní řešení úlohy 9:

<u>Úloha 9:</u>

Shodné čtverce jsou podle jednotného pravidla rozděleny vždy na světlou a tmavou plochu



Obě plochy se liší o 3,4 nebo více čtverečků ,které lze vyznačit na úhlopříčce.



Poměr velikostí světlé a tmavé plochy u prvního zobrazeného čtverce je 6:3

a v základním tvaru jej zapisujeme 2:1.

(CZVV)

d) Zapište v základním tvaru poměr velikostí světlé a tmavé plochy čtverce, jestliže se obě plochy liší o 9 čtverečků vyznačených po úhlopříčce.

e) Zapište v základním tvaru poměr velikostí světlé a tmavé plochy čtverce, jestliže se obě plochy liší o 100 čtverečků vyznačených po úhlopříčce.

f) Určete počet čtverečků vyznačených po úhlopříčce, jestliže je poměr velikostí světlé a tmavé plochy 13:11

Jednotný přijímací test 2018 – 1. řádný termín, úloha 16

Alternativní řešení úlohy 9 (a)

1. Způsob:

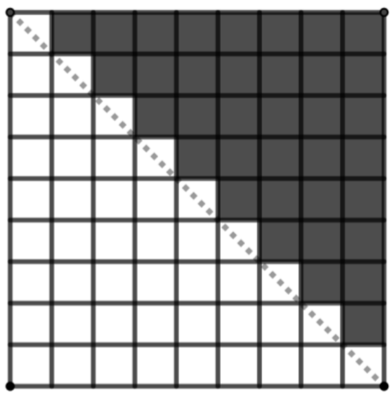
Zvyšujícím počtem čtverečků na úhlopříčce se zvyšuje celkový počet čtverečků a zároveň se mění počty tmavých a bílých čtverečků. Podrobněji v tabulce 2.

Počet čtverečků na úhlopříčce	Celkový počet čtverečků	Počet tmavých čtverečků	Počet bílých čtverečků
3	3 · 3 = 9	(9 - 3) : 2 = 3	3 + 3 = 6
4	4 · 4 = 16	(16 – 4) : 2 = 6	6 + 4 = 10
5	5 · 5 = 25	(25 – 5) : 2 = 10	10 + 5 = 15
6	6 · 6 = 36	(36 - 6) : 2 = 15	15 + 6 = 21
7	7 · 7 = 49	(49 - 7) : 2 = 21	21 + 7 = 28
8	8 · 8 = 64	(64 - 8) : 2 = 28	28 + 8 = 36
9	9 · 9 = 81	(81 – 9) : 2 = 36	36 + 9 = 45

Tab. 2: Řešení úlohy 9 (a)

Hledáme poměr čtverečků bílých : tmavým, tedy 45 : 36. Po zkrácení obou čísel devítkou dostaneme výsledný poměr 5 : 4.

2. Způsob: Pomocí náčrtku



Obr. 39: Řešení úlohy 9

Z tohoto náčrtku může žák snadno vypočítat kolik je tmavých a kolik světlých čtverečků a následně dopočítat jejich poměr.

Tmavých čtverečků je 36, bílých 45. Po zkrácení obou čísel devítkou dostaneme výsledný poměr 5 : 4.

3. Způsob

V tabulce 4 je uveden poměr barev čtverečků v každém řádku.

Řádek	Bílých čtverečků	Tmavých čtverečků
1.	1	8
2.	2	7
3.	3	6
4.	4	5
5.	5	4
6.	6	3
7.	7	2
8.	8	1
9.	9	0
Celkem:	45	36

Tab. 3: Řešení úlohy 9 (a)

Součtením počtu bílých a tmavých čtverečků v jednostlivých řádkách je výsledný poměr 45 : 36. Po zkrácení devítkou vyjde poměr 5 : 4.

Alternativní řešení úlohy 9 (b)

V tabulce 4 znázorňuji možné řešení úlohy 9 (b). Postupuji obdobně, jako v tabulce 2.

Počet čtverečků na úhlopříčce	Celkový počet čtverečků	Počet tmavých	Počet bílých
100	100 · 100 = 10000	(10000 – 100) : 2 = 4950	4950 + 100 = 5050

Tab. 4: Řešení úlohy 9 (b)

Výsledný poměr je tedy 5050 : 4950, po zkrácení 50 získáme 101 : 99.

Alternativní řešení úlohy 9 (c)

Existuje pravidlo pro sudý a lichý počet čtverečků na úhlopříčce. Pokud se jedná o lichý počet čtverečků na úhlopříčce, rovnal se vždy součet cifer poměru. V případě sudého počtu byl výsledný počet čtverečků roven polovině součtu cifer poměru.

Tedy $13 + 11 = 24, 24 : 2 = 12$. Výsledný počet čtverečků na úhlopříčce je 12.

5.4 Alternativní řešení úlohy 10:

<u>Úloha 10</u>

Na kruhové autodráze jezdila v sousedních drahách dvě autíčka, první autíčko ve vnitřní dráze, druhé ve vnější dráze. Obě autíčka startovala ve stejném okamžiku na stejné startovní čáře.

První autíčko ujelo každá 4 kola za stejnou dobu, za kterou ujelo druhé autíčko 3 kola.

Během jízdy autíčka nezměnila svou rychlost.

(CZZV)

d) Obě autíčka vystartovala stejným směrem. **První** autíčko ujelo prvních **10 kol**. Určete, kolikrát první autíčko během této jízdy dostihlo druhé autíčko.
e) Obě autíčka vystartovala stejným směrem. **Druhé** autíčko ujelo prvních **50 kol**. Určete, kolikrát ho během této jízdy dostihlo první autíčko.
f) Druhé autíčko vystartovalo **v opačném směru** než první autíčko.
Druhé autíčko ujelo prvních **5 kol**.
Určete, kolikrát se během této jízdy obě autíčka minula. (poprvé se autíčka minula hned po startu)

Jednotný přijímací test 2018 – 1. náhradní termín, úloha 16

Alternativní řešení úlohy 10 (a)

<u>1. Způsob:</u>

V tabulce 5 je znázorněno možné řešení úlohy 10 (a).

	Počet ujetých kol:	
Počet setkání:	1. autíčko	2 . autíčko
1.	4 kola	3 kola
2.	**8 kol**	6 kol
3.	12 kol	9 kol

Tab. 5: Řešení úlohy 10 (a)

Z tabulky je zřejmý vztah mezi tím, kolik kol obě autíčka ujedou a kolikrát se mezi tím minou. Výsledkem jsou dvě setkání, jelikož prvního autíčka by při dalším setkání ujelo dvanáct kol.

Alternativní řešení úlohy 10 (b)

	Počet ujetých kol:	
Počet setkání:	1. autíčko	2. autíčko
1.	4	3
2.	8	6
3.	12	9
4.	16	12
5.	20	15
6.	24	18
7.	28	21
8.	32	24
9.	36	27
10.	40	30
11.	44	33
12.	48	36
13.	52	39
14.	56	42
15.	60	45
16.	64	**48**
17.	68	51

Tab. 6: Řešení úlohy 10 (b)

Z tabulky 6 vidíme, že počet předjetí prvního autíčka druhým je 16. Další předjetí by proběhlo již v 51. kole druhého autíčka.

Alternativní řešení úlohy 10 (c)

	1. autíčko	2. autíčko
1. kolo	4	3
2. kolo	8	6
3. kolo	12	9
4. kolo	16	12
5. kolo	20	15

Tab. 7: Řešení úlohy 10 (c)

Poměr rychlostí autíček je 3 : 4, každé kolo je tedy rozděleno na 7 částí. V pátém kole je těchto částí $5 \cdot 7 = 35$. Podílem všech těchto všech těchto částí 3 (tj. rychlost druhého, rychlejšího autíčka) dostaneme výsledný počet střetnutí. $35 : 3 \doteq 11$, přičtením jednoho střetnutí ihned po startu je celkový počet střetnutí 12.

6 Úlohy v učebnicích matematiky pro druhý stupeň ZŠ

V této kapitole porovnávám vybrané testové úlohy s úlohami z vybraných řad učebnic a pracovních sešitů pro druhý stupeň základní školy. Pracuji s publikacemi Matematika 6 - 9 nakladatelství FRAUS a Hravá matematika 6 - 9 nakladatelství TakTik.

Záměrně neuvádím úlohy podobné úlohám 1,2,3,6,7, protože jejich řešení je rutinní. Vyskytující chyby jsou následkem neznalosti pravidel pro úpravu, neznalosti vlastností osové souměrnosti a nepochopení úlohy. Zbylé úlohy porovnám s podobnými úlohami, které se vyskytují ve vybraných publikacích.

Obdobné zadání k Úloze 4 znázorňuje následující zadání.

Sestavte rovnice, z nichž zjistíte potřebné údaje o telefonních hovorech.

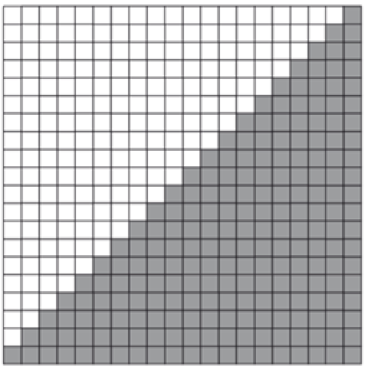
Tarif O_2 Free			
Tarif	Měsíční paušál	Vnitrostátní sazba	
		O_2 mobil	Ostatní sítě
O_2 Free	249 Kč	0 Kč	3,50 Kč

a) Kolik zaplatíte, pokud v tomto měsíci budete telefonovat jen 25 minut s maminkou do sítě O_2 a s kamarádkou 135 minut mimo síť O_2?

b) Kolik minut jste mimo síť O_2 telefonovali, jestliže na měsíční faktuře za telefon je celková částka 679,50 Kč?

Vytvořeno dle Učebnice nakladatelství FRAUS – 8 str. 81

Na obrázku 40 je znázorněna úloha z pracovního sešitu nakladatelství FRAUS. Podobný problém jsme řešili v úloze 9. Žáci zde mají za úkol vyjádřit poměr čtverečků bílé a šedé plochy, jestliže je velikost jedné strany 20 čtverečků.



Obr. 40: Pracovní sešit nakladatelství FRAUS – 7 str.

K Úlohám 5,8 a 10 jsem žádné podobné zadání ve vybraných publikacích nenalezla.

6.1 Shrnutí

Po porovnání vybraných testových úloh s úlohami z vybraných řad učebnic a pracovních sešitů jsem dospěla k následujícím závěrům. Žáci často zapomínají učivo probírané v nižších ročnících. To se prokázalo při analýze řešení úloh 2, 3, 6 a 7.

Bylo by tedy vhodné, aby si žáci před přijímacím testem zopakovali veškeré učivo z druhého stupně.

Při řešení nestandardních úloh je hlavní, aby žák věděl, jaké informace jsou důležité a ty potom uměl využít. Chtěla bych zde zmínit postup, kterým by se měl žák řídit při řešení matematických úloh. Podle G. Pólya (1957) se dá řešení matematické úlohy rozdělit do tří kroků. Prvním krokem je porozumět problému. Zde je pro žáka důležité nalézt klíčová slova, která často označují operaci. Ve druhém kroku Pólya (1957) uvádí, že je mnoho rozumných způsobů řešení, ale důležitý je výběr nejlepší strategie. Tento krok nazývá návrh plánu. Třetím krokem je provedení plánu, ve kterém žák pomocí své úvahy a zkušenosti řeší úlohu.

7 Návrh přípravy žáků na Jednotné přijímací zkoušky

Tuto sbírku úloh jsem pojala jako materiál vhodný pro učitele nebo i samotné žáky k přípravě na přijímací zkoušky z matematiky. V této kapitole uvádím vzorové úlohy a k nim řešení. Úlohy je možno řešit více způsoby, já uvádím pouze jedno možné.

Vzorové úlohy jsem rozdělila do kapitol, ve kterých se věnuji vybraným problematickým oblastem. Kapitoly jsou rozděleny do 5 kategorií. Při tvorbě těchto úloh jsem se inspirovala Jednotnými přijímacími testy, přijímacími testy SCIO a Metodickými komentáři.

7.1 Dělitelnost

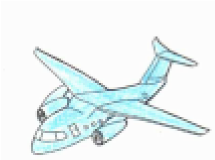
První kapitolu této sbírky věnuji příkladům týkajících se dělitelnosti. Nejčastěji při jejich řešení používáme výpočtů pro nejmenší společný násobek a největší společný dělitel.

Nejmenším společným násobkem řešíme matematické úlohy, u kterých se hledá takový počet prvků, aby bylo možné je sestavovat v několika různých k-ticích (např. řazení žáků do skupin, stavba čtverce či obdélníku (krychle či kvádru) z různě velkých bloků. Dále také úlohy kde, se hledá společný časový okamžik opětovného setkání prvků s různými parametry (např. kdy se znovu setkají, když vyjedou ve stejný okamžik a každému trasa zabere jinou dobu).

Největší společný dělitel používáme v případech, kdy dvě a více prvků rozdělujeme podle určitých kritérií (např. stejný počet prvků ve skupině). Často se zde vyskytuje spojení „beze zbytku“.

I. Letecký pobyt

Letecký pobyt na Kypr je v 6, 9 a 10 denních turnusech. S každou skupinou cestujících letí tam i zpět průvodce. Prvního června letí na pobyt k moři všechny tři skupiny i se svými průvodci. Kdy se všichni tři průvodci opět setkají v jednom letadle?



Řešení:

K řešení této úlohy použijeme nejmenší společný násobek.

$$n(6,9,10) = ?$$

Hledáme nejmenší společný násobek 10, hledané číslo bude mít na místě jednotek 0.

$$6: 30,60,90,120,150,180,210$$

$$9: 90,180,270$$

Nejmenším společným násobkem čísel 6,9 a 10 je číslo 180. Všichni tři průvodci se opět setkají za 180 dní.

Květen má 31 dní, červen 30, červenec a srpen 31, září 30. Odečítáním dnů v měsíci od výsledku zjistíme datum, kdy se průvodci sejdou.

$$180 - 31\ (květen) = 149$$

$$149 - 30\ (červen) = 119$$

$$119 - 62\ (červenec + srpen) = 57$$

$$57 - 30\ (září) = 27$$

Průvodci se opět setkají 27. října.

II. Papír

Papír s rozměry 80 cm x 112 cm máme bezezbytku rozstříhat na stejné čtverce s co největším rozměrem. Kolik takových čtverců vznikne? Jak dlouhou stranu bude čtverec mít?

Řešení:

K řešení této úlohy využijeme znalost největšího společného dělitele.

$D\ (80{,}112)\ = ?$

$80 = 5 \cdot 2^4$

$112 = 7 \cdot 2^4$

$D\ (80, 112) = 2^4 = 16$

Tímto výpočtem jsme zjistili, kolik centimetrů bude čtverec mít. Pro určení počtu čtverců budeme postupovat následovně.

$80 : 16 = 5$

$112 : 16 = 7$

Vypočítali jsme kolik čtverců je možné vystřihnout z každé strany papíru. Součinem těchto dvou čísel nám vyjde celkový počet čtverců.

$5 \cdot 7 = 25$

Z papíru vystřihneme 25 čtverců s délkou strany *16 cm*.

III. Kombajn

Kombajn, který za sebou táhne vozík na lištu má obvod předních kol 26 dm, zadních 16 dm a vozík na lištu má kola s obvodem 13 dm. Na nejspodnější místo všech kol uděláme značku. V jaké nejbližší vzdálenosti od startu se opět všechny značky objeví na stejném místě?

Řešení:

K vyřešení úlohy potřebujeme zjistit nejmenší společný násobek všech obvodů kol.

$n(26,16,13) = ?$

26: 26,52,78,104,130,156,182,208,234,260

16: 16,32,48,64,80,96,113,128,144,160,176,192,208

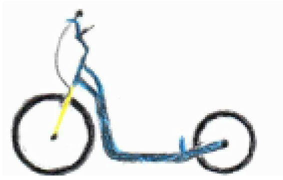
13: 13,26,39,52,65,78,91,104,117,130,143,156,169,182,195,208

$n(26,16,13) \ = \ 208$ dm

Všechny značky se objeví na stejném místě po ujetí 208 dm od startu.

IV. Koloběžka

Přední kolo koloběžky má obvod 12 dm. Obě kola se vrátí do výchozí polohy poprvé po 3 otočkách kola předního. Vypočti, jaký obvod má zadní kolečko koloběžky.



Řešení:

Přední kolo ujede po třech otočkách dráhu $12 \cdot 3 = 36\,dm$.

Hledaný obvod bude nejmenším společným násobkem čísel 12 a 36 (trojnásobek předního kola)

$$n(12,36) = ?$$

$$12 = 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$36 = 3 \cdot 12 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

Hledané číslo bude mít v rozkladu na součin prvočísel o jednu dvojku více než 12. Abychom zajistili, že zadní kolo bude menší než přední, nebude v jeho číselném rozkladu trojka.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 6$$

Zadní kolo koloběžky má obvod 6 dm.

7.2 Poměr

Ve druhé kapitole uvádím vzorové úlohy pro výpočty s poměrem. Úlohy řešené poměrem můžeme rozlišit na rozdělení celku v daném poměru, změnu v daném poměru, rovnost poměrů a postupný poměr.

I. Jablkové řezy

Podle receptu na jablkové řezy se použije mouka, cukr, máslo a jablka v poměru 9 : 3 : 2 : 4. Kolik cukru a mouky a jablek použijeme, chceme-li použít 100 g másla?

Řešení:

Zjistíme, kolik gramů se rovná jednomu dílu poměru. 100 g másla vydělíme počtem, kterým je udán poměr másla (tj. 2). Výsledkem potom roznásobíme zbylé poměry.

$100 : 2 = 50$

$50 \cdot 9 = 450$ gramů mouky

$50 \cdot 3 = 150$ gramů cukru

$50 \cdot 4 = 200$ gramů jablek

Pokud chceme použít 100 g másla, budeme dle receptu potřebovat 450 g mouky, 150 g cukru a 200 g jablek.

II. Úhly

Vnitřní úhly trojúhelníka jsou v poměru 4:6:15. Urči jejich velikost.

Řešení:

Sečtením všech poměrů získáme 25 dílů poměru.

Součet vnitřních úhlů trojúhelníka je 180°. Podílem $180 : 25 = 7{,}2$ zjistíme velikost jednoho dílu poměru.

Roznásobením jednoho dílu poměru s poměry vnitřních úhlů získáme výsledek.

$$4 \cdot 7{,}2 = 28{,}8$$

$$6 \cdot 7{,}2 = 43{,}2$$

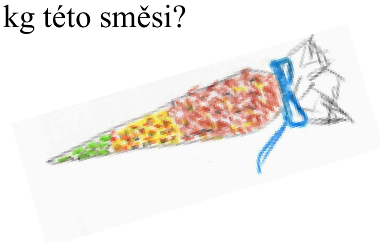
$$15 \cdot 7{,}2 = 108$$

Poměr velikosti vnitřních úhlů trojúhelníka jsou $28.8 : 43{,}2 : 108$.

III. Směs ořechů

Ve směsi ořechů bylo smícháno 50 dkg vlašských po 25 Kč, 40 dkg lískových po 27 Kč a 30 dkg kešu ořechů po 35 Kč. Kolik by stálo 0,5 kg této směsi?

Uvedené ceny jsou za 100 g.



Řešení:

Nejdříve převedeme uvedené ceny na ceny za 1 dkg (tj. 2,5 Kč za 1 dkg vlašských, 2,7 Kč za 1 dkg lískových a 3,5 Kč za 1 dkg kešu ořechů).

$$50 \cdot 2 + 40 \cdot 2{,}5 + 30 \cdot 3{,}5 = 100 + 100 + 105 = 305\ Kč$$

Podílem celkové váhy směsi (tj. $50 + 40 + 30 = 120\ dkg$) s cenou za směs získáme průměrnou cenu 1 dkg směsi.

$334 : 120 = 2{,}54\ Kč$ za 1 dkg směsi

Výsledkem je součin ceny za jeden dkg směsi s převedenými kilogramy (tj. 500 dkg).

2,54 · 500 = 1270 Kč

Půl kilogramu této směsi by stálo 1270 korun.

IV. Palačinky

Na palačinky pro 4 osoby potřebujeme 2 vejce, 200g hladké mouky a 400 ml mléka. Kolik surovin potřebujeme pro 10 osob?

Řešení:

Počet osob určíme jako celek, tedy $\frac{4}{4}$, deset osob je $\frac{10}{4}$ z celku, po zkrácení $\frac{5}{2}$. Potřebné suroviny pro deset osob budou rovněž $\frac{5}{2}$ z původního množství.

$\frac{5}{2} \cdot 2 = 5$ vajec

$\frac{5}{2} \cdot 200 = 500\ g$ hladké mouky

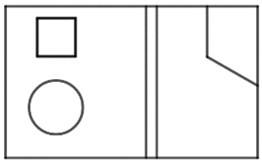
$\frac{5}{2} \cdot 400 = 1000\ ml$ mléka

Pro deset osob potřebujeme 5 vajec, 500 g hladké mouky a 1000 ml mléka.

7.3 Geometrie v rovině a prostoru

I. Zahrada

Zahrada je tvaru obdélníku o rozměrech 14 m a 6 m. Napříč zahradou vede cesta o šířce 60 cm, část zahrady tvoří kruhové jezírko o poloměru 1 m, čtvercové pískoviště o straně 1,5 m a vybetonovaná terasa, jejíž rozměry jsou na obrázku. Zbytek zahrady je zatravněn. Jaký je po zaokrouhlení obsah zatravněné plochy?



Řešení:

Obsah zahrady určíme podle vzorce pro obsah obdélníka.

S = 14 · 6 = 74 cm²

Od tohoto počtu budeme odečítat plochy jednotlivých objektů na zahradě.

Obsah cesty: $S = 0{,}6 \cdot 6 = 3{,}6\, m^2$

Obsah záhonu: $S = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 1 = 6{,}28\, m^2$

Obsah pískoviště: $S = 1{,}5 \cdot 1{,}5 = 2{,}25\, m^2$

Obsah terasy: $S\ (obdélníku) = 3 \cdot 2{,}5 + S\ (trojúhelníku) = \frac{3 \cdot 1}{2}$

$S\ (terasy) = 9\, m^2$

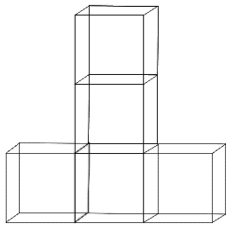
Sečtením obsahu všech obsahů a odečtením výsledku od celkové plochy zahrady vypočteme obsah zatravněné plochy.

$74 - 21{,}13 = 52{,}87\, m^2$

Obsah zatravněné plochy je $52{,}87\, m^2$.

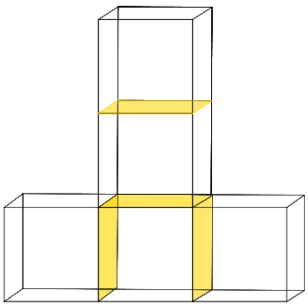
II. Krabice

Pět krabic tvaru krychle o velikosti hrany 4 cm slepíme k sobě podle obrázku a nalakujeme je. Spotřeba laku je 1 g na 100 cm^2. Kolik laku budeme potřebovat, jestliže je po slepení lakujeme ze všech stran?



Řešení:

Nejdříve spočítáme povrch, který budeme lakovat. Překrývající se části nám znázorňuje obrázek.



Každá krabice má šest čtvercových stran.

Celkový počet stran je součinem počtu krabic a jejich stran (tj. $5 \cdot 6 = 30$).

Od celkového počtu stran odečteme počet žlutě označených, k sobě slepených. Nejvyšší krabice je přilepena jednou stranou, pod ní je krabice přilepena dvěma stranami, prostřední krabice základny je slepena třemi stranami. Zbylé dvě krabice jsou přilepeny každá jednou stranou.

Slepené strany sečteme (tj. $1 + 2 + 3 + 1 + 1 = 8$) a výsledek odečteme od celkového počtu stran (tj. $30 - 8 = 22$). Obsah jedné strany krabice je $4 \cdot 4 = 16\ cm^2$.

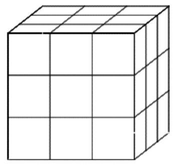
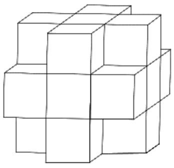
Součinem počtu stran s obsahem jedné strany krabice dostaneme povrch tělesa na obrázku.

$$S = 22 \cdot 16 = 352\ cm^2$$

Na $352\ cm^2$ spotřebujeme $3{,}52\ g$ laku.

III. Krychličky

Z krychle, která je tvořena 27 krychličkami o hraně 2 cm, odebereme 8 krychliček ze všech jejích vrcholů. Jaký bude povrch vzniklého tělesa?

Řešení:

Krychle se skládá z šesti stěn, každá stěna potom z 9 čtverců. Povrch původní krychle je složen z $6 \cdot 9 = 54$ čtverců. Po ubrání jedné krychličky z vrcholu ubereme tři strany, které jsou započítané v povrchu. Zároveň se nám tři strany ubráním krychličky objeví. Povrch vzniklého tělesa bude shodný s povrchem původní krychle.

Součinem povrchu jedné strany čtverce (tj. $2 \cdot 2 = 4\,cm^2$) s počtem všech čtverečků dostaneme výsledný povrch.

$$S = 54 \cdot = 216\,cm^2.$$

Povrch vzniklého tělesa je $216\,cm^2$.

7.4 Slovní úlohy řešené rovnicí

Slovní úlohy k jejichž řešení používáme rovnici znázorňuje následující přehled.

Druhy:	Žák:	Typy:	V životě:
Základní	umí určit neznámou převádí procenta na desetinné číslo rozlišuje rozdíl mezi o kolik a kolikrát	1. Zadání se rovná celku 2. Zadání se nerovná celku	slevy, délky tras, peníze
O pohybu	zná vzorec $s = v \cdot t$ převádí jednotky délky, času a rychlosti při výpočtech používá stejné jednotky	<u>Stejný směr:</u> většinou stejná dráha, nebo jeden má náskok <u>Proti sobě:</u> většinou stejný čas	odhad času jízdy, odhad délky trasy
Společná práce	umí určit neznámou umí vyjádřit část jako zlomek řeší rovnice se zlomky	vyjádříme část celku pomocí tabulky většinou rovno 1 (celé práci)	Tento typ úloh většinou v životě neřešíme
O směsích	umí určit neznámou umí vyjádřit část daného množství	1. levnější a dražší zboží 2. koncentráty 3. směsi různé teploty - vhodné užívat tabulku	Časté užití - ředění barev, hnojiva
Na věk	umí určit neznámou rozlišuje rozdíl mezi o kolik a kolikrát	1. věk jedné osoby 2. věk dvou a více osob 3. neurčité zadání věku - vhodné užívat tabulku	Většinou se neřeší

V této kapitole dále uvádím jednu vzorovou úlohu.

I. Slovní úloha

Obyvatelé bytového domu chtějí novou fasádu. Na výběr mají za dvou firem.

	Poplatek za půjčení lešení	Cena za m^2
1. firma	neúčtuje	1380 Kč
2. firma	30 000 Kč/ stavba	980 Kč

Při kolika m^2 obyvatelé za fasádu zaplatí stejně?

Řešení:

K řešení slovní úlohy stačí určit neznámou (tj. počet m^2 bytového domu).

Cena první firmy za zhotovení nové fasády je $1380x\ Kč$. Cena druhé firmy je $30\,000 + 980x\ Kč$.

Zjištěné výrazy položíme sobě rovny $1380x = 30\,000 + 980x$. Ekvivalentními úpravami rovnic vyjde $x = 75$.

Obyvatelé by za fasádu zaplatili stejně, pokud by plocha fasády činila 75 m^2.

7.5 Nestandardní úlohy

Řešení těchto úloh nemusí být vždy závislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, a proto tyto úlohy a problémy směřují k aktivizaci žáků v matematice méně úspěšných a na druhou stranu komplexnější a náročnější problémy směřují k motivaci žáků nadaných (RVP VZ, 2017).

I. **Digitální hodiny**

Na vlakovém nádraží mají rozbité digitální hodiny. Někdy zaměňují všechny zobrazované číslice 0 za 6 a jindy naopak číslice 6 za 0.

Nádražní hodiny ukazovaly 20:06. Kolik různých časových údajů mohly hodiny zobrazovat?

Řešení:

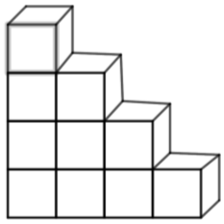
V úvahu připadají následující možnosti:

20:06, 20:00, 26:60. Jiná možnost ze zadání nepřipadá v úvahu. Čas 26:60 je neplatný, proto hodiny mohou zobrazovat pouze dva časové údaje.

Hodiny zobrazují buď správný čas (tj. 20:06) nebo je 20:00.

II. Kostky

Na prvním obrázku je znázorněna stavba vážící 250 g. Na druhém obrázku je znázorněna stavba vážící 750 g. Kolik kostek druhé stavby není vidět?



Řešení:

Podílem počtu kostek s váhou první stavby zjistíme váhu jedné kostky ($250 : 5 = 50\ gramů$).

Počet kostek druhé stavby spočteme podílem váhy této stavby váhou jedné kostky ($750 : 50 = 15\ kostek$)

Počet kostek, které vidíme na druhém obrázku je deset. Rozdíl celkového počtu kostek s počtem kostek, které vidíme nám udává výsledek ($15 - 10 = 5$).

Není vidět pět kostek druhé stavby.

III. Gong

U každého čísla dělitelného třemi (beze zbytku) uhodí gong. Zároveň gong zazní u čísel, která mají na místě jednotek číslici 3. Kolikrát uslyšíme úder do gongu počítáme-li od 1 do 100?

Řešení:

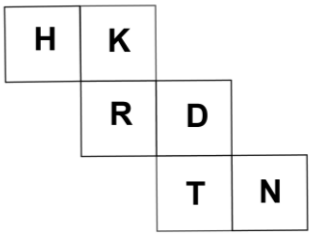
Největší číslo dělitelné beze zbytku třemi, menší než 100 je 99. Podílem čísla 99 třemi zjistíme kolikrát uslyšíme úder, objeví-li se číslo dělitelné třemi ($99 : 3 = 33$).

Přičteme čísla, která mají na místě jednotek číslici 3. V úvahu připadají : 3, 13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93. Po vyřazení čísel dělitelných třemi (již jsme je započítali v předešlém kroku) nám zbyde 6 čísel (konkrétně 13, 23, 43, 53, 73, 83).

Součtem $33 + 6 = 39$ jsme získali počet úderů gongu.

IV. Krychle

Z níže uvedené sítě krychle složíme krychli. Jaké písmeno je na protější stěně k písmenu *K* ?



Řešení:

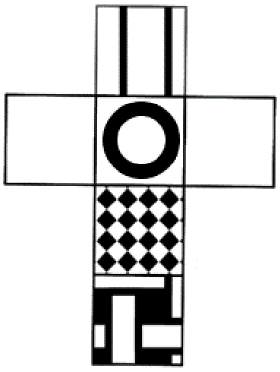
Když si představíme krychli, která vznikne z dané sítě, zjistíme, která písmena jsou naproti. Po přehnutí stěny s písmenem *H* vznikne následující útvar.

Po přeložení stěny s písmenem *N* vznikne:

Písmeno ležící na protější straně ke stěně s písmenem *K* je *T*.

V. Síť krychle

Urči, která ze tří složených krychlí je složena ze znázorněné sítě?



a) b) c)

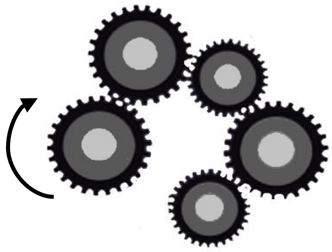
Řešení:

Po slepení sítě nám vznikne krychle, která bude mít naproti sobě bílé strany, kolečko s průpletem a šachovnici se šrafováním.

Šachovnice a šrafování jsou stěny naproti sobě, proto bychom je po složení nemohli vidět na jednom obrázku. Proto obrázek a) je správným řešením.

VI. Kolečka

Urči, kolik z následujících ozubených kol mají stejný směr jako kolo první? První kolečko je označeno šipkou.



Řešení:

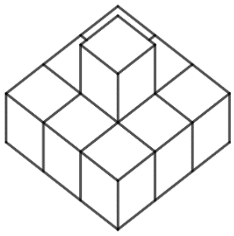
Každé na sebe navazující ozubené kolečko se otáčí v opačném směru, než kolečko předcházející. To znamená, že každé druhé kolečko se otáčí stejným směrem, jako kolečko první.

Celkem je v soukolí 5 koleček. Stejným směrem, jako první kolečko se otáčí dvě kolečka.

VII. Stavebnice

Na obrázku je znázorněna čtvercová stavba z kostek. Po obvodu je vždy jedna kostka. Poček kostek se zvětšuje tak, že největší počet kostek je vždy uprostřed. Kostky se nesmějí překrývat.

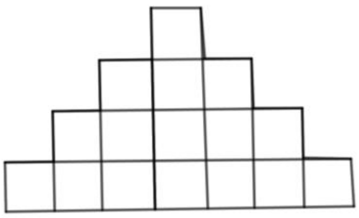
Stavba z kostek má v prostředním políčku 4 kostky. Kolik kostek na takovou stavbu potřebujeme?



Řešení:

Pokud má stavba na prostředním políčku dvě kostky, potřebujeme na její sestavení deset kostek ($3 \cdot 3 = 9$ kostek základny + 1 kostka z druhého patra).

Hledaná stavba má v prostředním políčku 4 kostky. K dalším vípočtům použijeme náčrtek.



Jestliže má mít stavba 4 kostky uprostřed, bude mít základnu o 7 kostkách a řada nad základnou 5 kostek. Další patra zanedbáme, jejich počet máme již spočtený v prvním kroku řešení této úlohy.

Stavba je čtvercová, proto násobíme $7 \cdot 7 + 5 \cdot 5 = 49 + 25 = 74$.

Součtem počtu kostek z původní stavby s počtem kostek, který vyšel v předešlém kroku získáme celkový počet kostek potřebný ke stavbě.

$$10 + 74 = 84$$

Ke konstrukci stavby se čtyřmi kostkami v prostředním políčku potřebujeme 84 kostek.

Závěr

V diplomové práci jsem se zabývala Jednotnými přijímacími testy z matematiky do oborů vzdělávání zakončených maturitní zkouškou. Důvodem, výběru tohoto tématu byla především jeho aktuálnost a osobní zainteresovanost.

Praktická část mé diplomové práce spočívá v ověřování schopností vybraných žáků řešit mnou vygenerované problematické úlohy, které se v jednotných přijímacích testech vyskytly. Výsledky mnou testovaných žáků, byly horší, než jsem očekávala. Zjistila jsem, že většině z této skupiny žáků dělaly úlohy z jednotných přijímacích testů značné obtíže. V závislosti na tomto zjištění uvádím ke každé úloze správné řešení, zároveň k vybraným úlohám uvádím řešení alternativní.

Při prozkoumání chyb žáků jsem zjistila, že samotná znalost učiva nevede ke správnému výsledku. I při malé obměně zadání úlohy žáci nedokázali aplikovat již znalý postup řešení.

Po srovnání těchto úloh s úlohami vyskytujících se ve vybraných řadách učebnic a pracovních sešitů jsem došla k závěru, že obdobné úlohy se vyskytují pouze sporadicky, téměř vůbec. Je proto na učitelích, aby si sestavili soubor obdobných úloh nebo podobné úlohy vyhledali a při přípravě na střední školy je žákům předkládali.

Seznam použité literatury

BĚLOUN. F., Sbírka úloh z matematiky pro základní školu. Praha: Prometheus, 2002.

BLAŽKOVÁ, R.; Matoušková, K.; Vaňurová, M.; Blažek, M.: Poruchy učení v matematice a možnosti jejich nápravy. Paido, Brno 2007

BRANDT J., 2008: Pojetí vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace v RVP ZV. [cit. 14. 3. 2019]. Dostupné z: https://clanky.rvp.cz/clanek/k/z/1930/POJETI-VZDELAVACI-OBLASTI-MATEMATIKA-A-JEJI-APLIKACE-V-RVP-ZV---AKTUALIZOVANA-VERZE.html/

CERMAT – Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání [online]. Dostupné z http://www.cermat.cz

HEJNÝ, M., KUŘINA, F.: Dítě, škola a matematika. 2. vyd. Praha: Portál, s.r.o., 2009.

HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2004.

HRAVÁ MATEMATIKA 6 – 9, Nakladatelství TakTik, Praha, 2. vydání

KUŘINA, F. (2002). O matematice a jejím vyučování. Obzory matematiky, fyziky a informatiky, 2002, roč. 31, č. 1, s. 1–8.

MATEMATIKA 6 – 9, nakladatelství FRAUS, Plzeň 2008, 1. vydání

MŠMT. Upravený rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání účinný od 1.9.2017. Praha: MŠMT. 2017. [cit. 14.3.2019]. Dostupné z http://www.nuv.cz/t/rvp-pro-zakladni-vzdelavani

NÚV – Národní ústav pro vzdělávání [online]. Dostupné z http://www.nuv.cz/

POLYA, G. Jak to vyřešit. (1957) Zahradní město, NY: Doubleday a Co., Inc

ÚIV – Oddělení mezinárodních výzkumů. Úlohy pro měření čtenářské, matematické a přírodovědné gramotnosti. Praha: ÚIV, 2000.

Vyhláška 13/2005 Sb. - Vyhláška o středním vzdělávání a vzdělávání v konzervatoři

Vyhláška 353/2016 Sb. - Vyhláška o přijímacím řízení ke střednímu vzdělávání

ZELENKOVÁ E., 2016 Metodické komentáře k oboru Matematika a její aplikace. [cit. 14. 3. 2019]. Dostupné z: https://clanky.rvp.cz/clanek/c/Z/20617/METODICKE-KOMENTARE-K-OBORU-MATEMATIKA-A-JEJI-APLIKACE.html/

Zákon č. 171/1990 Sb., kterým se mění a doplňuje zákon č. 29/1984 Sb., Zákon o soustavě základních a středních škol

Zákona č. 29/1984 Sb., Zákon o soustavě základních a středních škol

Zákon č. 561/2004 Sb., Zákon o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání

Zákon č. 63/1978 Sb., Zákon o opatřeních v soustavě základních a středních škol

Seznam obrázků

Seznam grafů

Seznam tabulek