

Příloha k protokolu o SZZ č.

Vysoká škola: JU v Č. Budějovicích

Pedagogická fakulta

Pracoviště: Oddělení

Datum odevzdání posudku:

Jméno a příjmení studenta:

Miroslav Holub

Obor:

Oponent bakalářské práce:

Marek Kobera

POSUDEK DIPLOMOVÉ PRÁCE

Název práce: Integrované a diferenciální rovnice v aplikačních úlohách – sbírka řešených příkladů

Kritéria hodnocení práce (označte vždy právě jednu z možných známek: A – výborně, B – velmi dobře, C – dobře, N – nevyhověl):

1. Aktuálnost tématu, struktura práce

(rozsah, logická návaznost, vnitřní vyváženost)

	B		
--	---	--	--

Rozsah práce je dostatečný, logická návaznost je dobrá až na dále diskutované výjimky při nesprávném zařazení úloh do kapitol. Vnitřní vyváženost je poměrně dobrá, i když některé úlohy integrálního počtu jsou relativně rutinní, řešené na místní fakultě ve 2. ročníku studia učitelství matematiky.

2. Metodologická a metodická stránka práce

(stanovení hypotéz a cílů práce, užití metod)

A			
---	--	--	--

Hypotézy stanoveny nebyly, cíle ano. Hlavní cíl byl naplněn. Autor používá metodu expozice řešenými příklady. Po této stránce se nejedná o nic objevného. Oponent kvituje používání obrázků a úloh z praxe, pokud se praxi podobají, zejména pak úloh o množení ryb a výměně australských dolarů. Na druhou stranu příliš často se podrobně řeší Cauchyho úloha pro homogenní lineární obyčejnou rovnici 1. řádu s konstantními koeficienty a exponenciálním řešením (asi 5 úloh a podúloh z celkových 9). To může vyvolat nesprávný dojem, že se jedná o jakousi „matku diferenciálních rovnic“. Netypičnost, neobvyklost a nestandardnost zvolených úloh (citovaná v závěru na s. 78) je tak sporná. Např. úlohy cvičící Newtonův zákon jsou vcelku standardní, poněvadž jsou obsaženy v tradičních ruských psaných sbírkách úloh. Je také zajímavé, že nikde se v práci nevyskytuje využití integračního faktoru, ani variace konstant, téměř vždy se úlohy řeší separací proměnných.

3. Práce s literaturou a dalšími informačními zdroji

(výběr, správná citace, použití, dodržování bibliografických norem)

	B		
--	---	--	--

Z textu není zřejmé, co znamená, že příklady jsou inspirovány literaturou. Výběr literatury je vcelku správný, i když bylo možno se též inspirovat v klasické, zejména ruské psané, literatuře kurzů a sbírek integrálního a diferenciálního počtu.

Pozitivně je třeba hodnotit diplomantovu snahu dozvědět se více o pozadí jednotlivých úloh osobními konzultacemi s příslušnými odborníky na danou problematiku.

Rolí citací je informovat čtenáře, kde konkrétně se může dozvědět více o citovaných faktech a souvislostech. Z toho hlediska jsou některé citace jednoduše nevyhovující – konkrétně citace č. 1, 2, 7. Některé jsou neúplné jako č. 6, další sporné typu přednášek č. 10, 16, 18. Citace č. 13 je pak chybně zapsaná.

4. Odborná správnost – znalost problematiky

(prokázání znalosti řešené problematiky,

schopnost aplikovat znalosti na konkrétní problém)

	B		
--	---	--	--

- Příklady 2.1.1, 2.1.2, 2.1.5, 2.1.7, 2.1.8, 2.1.9, 2.1.10 jsou neúplně zadány. Čtenář si má domyslet definiční obory zadaných funkcí f .
- Příklad 2.1.6 může být silně zavádějící. „Popsat dno“ běžně znamená totiž popsat jeho hloubku, nikoli řekněme jeho jiné rozměry jako třeba šířku.
- Není jasné, co vyjadřuje obrázek 2.14 na s. 29. V zadání je logaritmus, což je konkávní funkce, kdežto prezentovaná funkce je konvexní.
- S. 35 je velmi matoucí sdělovat, že počítáme povrch polokoule, protože koule je symetrické těleso. Ve skutečnosti sám použitý vzorec předpokládá rotační těleso a jeho prefaktor toto vyjadřuje. Není pravda, že bychom výpočet následně násobili dvěma, jak autor píše. Dvojka je již v prefaktoru.
- S. 36 Formulace, že „kužel...rotuje kolem přímky...a kolem osy x “ je nesmyslná. Správná formulace by byla „...vzniká...rotací kolem osy x “.
- S. 44 Úloha 3.1.1 obsahuje v zadání dvě formulace, které byť jsou analogické, znamenají pro autora úplně něco jiného! Konkrétně „exponenciální pokles“ znamená, že řešení diferenciální rovnice má mít exponenciální pokles, kdežto „kvadratický pokles“ najednou znamená, že funkce splňuje kvadratickou diferenciální rovnici. To, myslím, nepochopí ani bystří žáci. Též úloha nedává do souvislosti koncentraci v krevní plazmě a mozku, což je patrně podstata působení léku, což hodnotím jako demotivující prvek.
- S. 55 9. řádek shora 0,2 není rychlost odbourávání alkoholu, nýbrž jeho koncentrace v krvi.
- S. 57 Formulace úlohy 3.1.5 o spadu a rozkladu listů pomocí diferenciální rovnice je velmi sporná. Pokud Katedra botaniky řekne, že spadne specificky 8 kg jehličí a listů za rok, ale 20 % se z něj rozloží, tak bychom laicky předpokládali po roce 6,4 kg listů specificky. Diferenciální model ovšem kombinuje okamžité přírůstky a úbytky listů tak, aby na konci roku zvláště vyšly správné hodnoty. Tím ale po roce dostáváme asi 7,25 kg. Je to následkem nahrazení diferenční rovnice rovnicí diferenciální. Možné zlepšení situace se dá očekávat od formulace pomocí pravděpodobnosti, že se spadlá jehlice nebo list rozpadne v dané době.
- S. 61 3. řádek shora a poslední řádek Diferenciální rovnice by neměla být formulována, ani řešena pro libovolný reálný čas, speciálně platí jen pro pobyt nebožtíka v přehradě.
- S. 62 Při interpretaci výsledků implicitně předpokládáme, že nebožtík po celou dobu ležel v přehradě. Nepředpokládejme to implicitně, napíšeme to explicitně.

5. Zhodnocení výsledků, naplnění cílů, aplikovatelnost v praxi

	B		
--	---	--	--

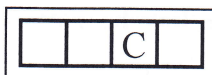
Vzhledem k řadě nedostatků, nedbalému zpracování i nejasnosti ohledně inspirace autora je užití takového textu bez revize v praxi problematické. Po nutných úpravách by použit šel. Otázkou je určitá nevyváženost, když autor podrobně odvozuje jednotlivé algebraické úpravy na úrovni 2. stupně ZŠ, ale zároveň předpokládá znalosti teoretických partií z vysokoškolských skript. Možná tedy pro úplnost by bylo třeba sbírku doplnit krátkým přehledem teorie (obvyčejných diferenciálních rovnic, neboť parciální integrace a substituce do jisté míry diskutovány jsou).

6. Úroveň jazykového a stylistického zpracování

A			
---	--	--	--

Práce obsahuje 29 chyb v češtině a 1 chybu v angličtině, což je slušné.

- S. 10, 16 Slovo „stojna“ z příkladu 2.1.4 a z příkladu 2.1.7 se nevyskytuje v českém jazykovém korpusu, což je trochu problém, jelikož se jedná o těleso, jehož povrch máme vypočítat.
- S. 14 – Výraz „stokrát zmenšený bazén“ neodpovídá. Lepší by bylo „tisíckrát zmenšený bazén“ nebo spíš „stokrát zmenšené dno“. Otázkou je též zaokrouhlování, plochu diplomant zaokrouhluje na jedno desetinné místo nebo platnou číslici, kdežto objem na dvě platné číslice. Na s. 15 pak je plocha uvedená na 11 desetinných míst. Trochu konzistence by nebylo na škodu.
- S. 20 Pokud by autor nezaokrouhloval průběžně, výsledek by se lišil a bylo by zapotřebí ne 7,33 kg kačírku, ale 7,32 kg.
- S. 24 Pokud by autor nezaokrouhloval průběžně, výsledek by se lišil a bylo by zapotřebí ne 1350 Kč, leč 1364 Kč.
- S. 37, 39 „Koncentrační funkce“ není správná čeština. „Koncentrační“ může být spíš něco jiného.
- S. 37, 39 Dvojí použití „funkce vstřebávání“ a „křivka vstřebávání“ nepřispívá k porozumění. Též „funkce horní meze“ není správně. Správně by bylo napsat, že je to přímo integrál s proměnnou horní mezí koncentrace jakožto funkce času. Nebo, asi mnohem jednodušeji, že se jedná o primitivní funkci ke koncentraci. Tím bychom se dostali k interpretaci funkce vstřebávání, která, obávám se, z napsaného textu není vůbec zřejmá! Totiž, že se jedná o celkové množství podaného léku, transportovaného do určité, dané doby, krví do tkání pacienta, vztažené na kg. Pochopitelně v praxi funguje ještě vylučování léku, takže toto je jen přiblížení celkové sumy veškeré vstřebené látky v pacientových tkáních, vztažené na kg.
- S. 45 Přílišné zaokrouhlování konstanty poklesu koncentrace vortioxetinu je opět na škodu. Např. $p(14)$ při přesnějším výpočtu vychází 0,16, ne 0,15 mikromol na litr. Podobně na s. 67 u doby podávání kachny, kdy správné zaokrouhlení je na 33,6 minuty.
- S. 46, 60 Při kvadratuře rovnice pro m by bylo vhodné říci, že konstanta c je generická.
- S. 51 Jednofázový Stefanův problém nemá dvě „počáteční podmínky“, pouze jednu, druhá je podmínka, která určuje rychlost tání ledu, takže závisí na měrném latentním teple fázového přechodu.
- S. 64 Podobně Newtonova úloha o chlazení kachny nemá tři počáteční podmínky.
- S. 68 – 70 v příkladu 3.1.8 není příliš osvětlen model, který vede na diferenciální rovnici. Jedná se vlastně o analýzu přežití s konstantním rizikem. Původní formulace, podobně jako u příkladu s listím, je diskrétní a tam by se jednalo o součty závislých náhodných veličin hypergeometricky rozdělených, které by odpovídaly jednotlivým dnům, po něž by se centrální banka snažila o výměnu padesátidolarovek. Spojitý model by z něj plynul nahrazením hypergeometrického rozdělení rozdělením binomickým, které je už nekonečně dělitelné, a bylo by možné tak v něm přejít k infinitesimálnímu času. Toto by vlastně bylo vhodné poznamenat. Značení na s. 69 už přímo svádí k formulacím v termínech pravděpodobnosti, byť se to v diplomové práci nevyskytuje.
- S. 70. Ne na vodorovné ose, nýbrž na svislé.
- S. 71 U příkladu 3.1.9 by bylo vhodné žáky navést na logistickou diferenciální rovnici. Věta „Předpokládáme konstantní rychlost množení ryb“ tím hledaným návodem skutečně není.



- S. 5 5. řádek odspoda – chybí závorka v integrandu.
- S. 5, – 7, 9 – 10, 14, 16, 18, 20, 22, 24 37, 57 Jednotky se nesázejí kurzívou.
- S. 7 Řádek vyjadřující cosinus v substituci je zbytečný, už byl použit při výpočtu cosinu pomocí tangensu.
- S. 7, 20 Snad ještě v české literatuře platí úzus označovat příslušné funkce jako tg, resp. arctg, nikoli tan, resp. arctan.
- S. 6, 8, 9, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 24, 59, 63, 67, 70, 77 V obrázcích z GeoGebry je vhodné používat v souladu s konvencí desetinné čárky namísto desetinných teček.
- S. 12 5. řádek odspoda Domnívám se, že bude jednodušší než složený zlomek rozepisovat na násobení zlomků v něm rovnou krátit, a tak ho zjednodušit na zlomek jednoduchý.
- S. 12 4. řádek odspoda Typografická chyba spočívající ve vynechání zlomkové čáry. Je též zbytečně dvakrát používat vzorec pro mocninu dvojčlenu, podruhé opačným směrem než při prvním použití.
- S. 12 2. řádek odspoda V substituci mezi vedoucí na logaritmickou derivaci chybí buď zalomení, nebo čárka.
- S. 16 9. řádek odspoda Nadbytečná závorka může způsobit značné potíže žákům, neboť doslovně vzata povede na funkci s komplexními obrazy.
- S. 18 V substituci je nesprávně uvedeno číslo 1 na místě, kde by mělo správně stát číslo 8. Třetí řádek substituce je nesprávně uzávorkovaný – kulatá závorka má končit na konci řádku, což je napraveno na řádku bezprostředně následujícím. Pochybnou hodnotu má psát na něm další substituci, neboť její zápis tentokrát není osamocen mezi dvěma znaky rovnosti, nýbrž je obklopen dalšími výrazy.
- S. 27 6. řádek svrchu V druhém integrálu pro L se nemá integrovat podle x , ale podle parametru t , byt by to bylo takto převzato z citované literatury.
- S. 27 5. řádek odspoda V substituci do integrálu pro L autor správně typograficky značí diferenciál podle x , ale ne už podle t .
- S. 27 3. řádek odspoda V posledním integrálu chybí závorka pro integrand ve tvaru součtu.
- S. 31 8. řádek shora V prvním výrazu chybí prefaktor $1/2$.
- S. 31 Obrázek 2.15 Autor z těžko pochopitelných důvodů vykresluje ne původní křivku, jejíž délku má spočítat, nýbrž část grafu kosekansu, tedy integrandu pro výpočet délky křivky, kdy se délka vlastně alespoň numericky převedla geometricky na obsah plochy „pod“ touto funkcí. To je hodně zavádějící, tím spíš, že zde chybí jakýkoli popis.
- S. 32 7. řádek odspoda V integrálu chybí mezera mezi integrandem a diferenciálem a ten je též nesprávně vysázen kurzívou.
- S. 32 3. řádek odspoda V integrálu chybí závorka.
- S. 32 Příklad 2.4.1 sem tématicky nepatří, měl by být v kapitole 2.1.
- S. 33 Příklad 2.4.2 sem tématicky nepatří, měl by být v předcházející kapitole.
- S. 34 Příklad 2.4.3 je jen speciálním případem příkladu 2.4.1 (neboť kružnice je speciální případem elipsy).
- S. 34 4. řádek Chybí závorka v integrálu a kosinus by měl být vysázen jakožto operátor.
- S. 46 Časový interval se nepočíná v c/k , nýbrž v c/b .
- S. 47 Grafy na obrázcích 3.1 a 3.2 by lépe měly mít popsané osy v obrázcích, ne v legendě.
- S. 49 Ve vyjádření pro konstantu c by bylo vhodné krátit. Konstanta nemá být malé k , nýbrž velké K .
- S. 52 4. řádek shora Chybí faktor 2 na levé straně, a tak K je -48 , nikoli -96 .
- S. 52 7. řádek shora Veličina t_0 není definována, ale je to jistě 0.
- S. 52 9. řádek shora Čítatel zlomku nemá být 624, ale konzistentně 625. Následně na řádku 11 konstanta c nevychází $-13/4$, nýbrž přibližně $-6,510\ 417$.
- S. 52 7. řádek odspoda Předcházející chyby se odráží na nesprávném řešení diferenciální rovnice i na nesprávném řešení úlohy.
- S. 52 5. řádek odspoda Led neroztaje ve 13:15, nýbrž po 16:30.
- S. 52 1. řádek odspoda Rovnice pro řešení úlohy je též pochopitelně chybně.
- S. 53 je celá nesprávně, správné řešení je 301/96 h, tedy zákaz bude muset být vyhlášen později, a to až v 13:08.
- S. 54 4. řádek odspoda Chybí index partikulárního řešení P .
- S. 59 3. řádek shora Nesprávný argument limity (mělo by být řešení diferenciální rovnice).
- S. 66 7. řádek shora Chyba v čitateli, má být 80 místo 55.
- S. 66 9. řádek odspoda Teplota místnosti má být pouze přibližně 27 stupňů Celsia.
- S. 66 poslední řádek Konstanta K má být značena malým k .
- S. 70 4. řádek ne 8 dní, nýbrž 6 dní, ne 15 dní, nýbrž 12 dní, ne 25 dní, nýbrž 20 dní. 3. řádek odspoda, výsledek je chybný, ne 7,4 dne, nýbrž 5,8 dne.
- Celkově můžeme konstatovat, že práce s vertikálním uspořádáním práce má daleko k dokonalosti, což je jistě způsobeno též obtížemi s LaTeXem. Nicméně těžko se lze spokojit s poloprázdnými stránkami č. 6, 28.

Připomínky a otázky k obhajobě:

- S. 3 Věta o substituci se dá formulovat obecněji než jen pro intervaly.
- S. 4 Není vhodné mluvit o funkci jako o „původní proměnné“.
- S. 4 Ve větě o substituci v určitém integrálu podle Mayerové se najednou objevuje požadavek spojitosti funkce f , který se zdá nadbytečný ve srovnání s dříve uvedenými větami.
- S. 9 Domnívám se, že rozumnější postup než počítání ceny jedné a druhé strany kulisy je použití toho, že mají stejnou plochu a zaokrouhlovat až výslednou cenu (čímž se též dospěje k lehce odlišnému výsledku).
- S. 10 Je-li sbírka určena i pro žáky SŠ, uvítal bych odvození výrazů pro $\sin(x)$ a $\cos(x)$ při substituci $t = \operatorname{tg}(x/2)$.
- S. 12 V příkladu 2.1.5 by se měl použít zvyk usměrňovat zlomky.
- S. 15 Obrázek je popsán jako hotelový bazén, přičemž nebylo zadáno, že je hotelový.
- S. 26 V příkladu 2.2.2 by se jednak mělo zdůvodnit (jelikož obrázek následuje až za výpočtem), která funkce bude hrát roli menšitele a která menšence, a dále se nabízí použití osové symetrie podle osy souřadnic y .
- S. 45 Nemá smysl uvažovat fundamentální řešení v tomto případě pro záporné časy.
- S. 73 4. řádek shora Nadbytečná závorka ve jmenovateli rovnice pro konstantu c_1 .
- S. 77 Obrázek 3.10 nemá vhodný rozsah časové proměnné, aby si čtenář mohl vychutnat průběh logistické funkce. Též počty ryb je vhodné zaokrouhlit na přirozená čísla, namísto jejich uvádění na 13 desetinných míst.
1. Co je to „příklad, který přesně kopíruje situaci z reálného života“?, (s. 2).
2. Kdy platí Váš argument, že integrandy jsou spojité a omezené, a tak integrály na uvažovaných integračních oborech existují a jsou konečné? (s. 4)
3. Je cembalo uvažované v příkladu 2.1.2 neapolské, vlámské, anglické, francouzské nebo německé? (s. 7 – 8)
4. V jakých jednotkách je funkce $f(t)$ v příkladu 2.5.1 o vstřebávání léku? (s. 37 – 38)
5. Který ze tří modelů vstřebávání léku nejlépe odpovídá vstřebávání vortioxetinu v mozcích krys? (s. 37 – 42)
6. Je zvolená závislost rychlosti šíření ropné skvrny na jejím poloměru odůvodněná v praxi? (s. 48)
7. Jaké další úlohy vedoucí na diferenciální rovnice jste chtěl do sbírky zahrnout, ale posléze jste je zamítl? (s. 79)

Celkové hodnocení práce (výsledná známka není aritmetickým průměrem známek jednotlivých kritérií hodnocení práce): **B – velmi dobře**

V Českých Budějovicích dne 16. července 2020



Podpis oponenta práce