Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra pedagogiky a psychologie

Bakalářská práce

Numerozita u hudebníků

Vypracoval: Jana Votavová
Vedoucí práce: Mgr. Michala Plassová, Ph.D.

České Budějovice 2020

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.
Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě fakultou elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

Datum: 3.6.2020 Jana Votavová

Poděkování

V první řadě bych ráda poděkovala doktorce Plassová, která mi umožnila podílet se na jejím výzkumu. Vděčím jí nejen za pomoc a podporu při psaní bakalářské práce, ale také za to, že mi ukázala krásu a potenciál neuropsychologie.
Také bych ráda poděkovala učitelům Jihočeské univerzity, kteří mě během mého bakalářského studia inspirovali a předávali mi cenné informace, které jsem využila nejen při psaní této práce.
V neposlední řadě bych chtěla poděkovat celé své rodině, která mě po celou dobu mého studia podporovala. Ovšem největší díky patří mé mámě a mému tátovi, bez jejichž pomoci bych nikdy studovat nemohla.

Odůvodnění

Původním cílem této práce bylo ověření propojení mezi hudbou a aproximálním numerickým systémem za pomoci elektroencefalografie. Vzhledem k tomu, že neuropsychologická laboratoř Jihočeské univerzity procházela od podzimu přestavbou a z důvodu standardních podmínek a odvedení elektromagnetického šumu bylo nutné měření přesunout na jarní měsíce. Avšak díky pandemii koronaviru COVID-19 nebylo možné v jarních měsících měření uskutečnit. Z těchto důvodů je tato práce pouze teoretická, ale i přes to si myslím, že přináší velké množství důkazů o vlivu hudby na matematické schopnosti, a tak i potenciál pro další výzkumy.

Abstrakt práce

Název práce: Numerozita u hudebníků

Autor práce: Jana Votavová

Vedoucí práce: Mgr. Michala Plassová, Ph.D.

Počet stran: 70

Počet zdrojů: 113

Abstrakt: Tato bakalářská práce se zaměřuje na popis spojení mezi hudbou a numerozitou, která souvisí s nesymbolickou matematikou. Zabývá se možnostmi, jakými může působit ranný intenzivní hudební trénink na matematické schopnosti, a to především na aproximální numerický systém (ANS). Aproximální numerický systém se řadí mezi tři základní matematické systémy, které tvoří základ symbolické matematiky.

Kromě možností propojení hudby a matematiky se práce věnuje i matematické úzkosti, která vzniká nejčastěji již při prvním kontaktu se školní matematikou a značně ovlivňuje rozvoji matematických schopností i u nadaných jedinců.

Tato práce předkládá nezpochybnitelné důkazy o tom, že má hudební výcvik vliv na matematické schopnosti a že by mohl být využíván k tréninku aproximálního numerického systému a díky tomu zlepšovat matematický výkon, potažmo redukovat matematickou úzkost. Ovšem hlavním cílem práce není pouze poskytnout důkazy o propojení hudby a matematiky, ale má také sloužit jako podnět k dalšímu výzkum.

Klíčová slova: aproximální numerický systém, numerozita, elektroencefalograf, intraparietální sulkus, hudba a mozek, matematická úzkost

Abstract of thesis

Title: Numerosity in musicians

Author: Jana Votavová

Supervisor: Mgr. Michala Plassová, Ph.D.

Number of pages: 70

Number of references: 113

Abstract: This bachelor thesis focuses on a description of a connection between music and numerosity which is related to non-symbolic mathematics. It deals with the possibilities of how early intensive music training can affect mathematical skills, especially the approximal numerical system (ANS). Approximal numerical system ranks among three basic mathematical systems which form the basis of symbolic mathematics.

In addition to the possibilities of connecting music and mathematics, the bachelor thesis also deals with mathematical anxiety which most often arises during the first contact with school mathematics and significantly affects the development of mathematical skills in gifted individuals.

This thesis presents indisputable evidence that music training has an effect on mathematical skills and it could be used to train an approximate numerical system and thereby improve mathematical performance and as the case may be reduce mathematical anxiety. However, the main goal of this thesis is not only to provide evidence of the connection between music and mathematics but also to be used as an impulse for the further research.

Key words: approximal numerical system, numerosity, electroencephalograph, intraparietal sulcus, music and a brain, mathematical anxiety

Obsah

I. Úvod

Při vyslovení slova matematika se i v dospělosti některým z nás vybaví pocity jako strach, úzkost, nevolnost a možná i ponížení. S velkou pravděpodobností si všichni ti, kdo tyto pocity prožívali nebo právě prožívají, drží od matematiky co největší odstup a snaží se jí za každou cenu vyhnout. Ovšem úplně se to asi nikomu nepodaří, protože ať už si to chceme přiznat, nebo ne, matematika hraje v životě každého z nás velice důležitou roli a setkáváme se s ní nejen ve školním prostředí, ale i v běžném životě při každodenních činnostech. Navíc jsou v moderní společnosti na matematické schopnosti kladeny čím dál tím větší nároky a jsou také stále důležitější pro spokojený život člověka (Rykhlevskaia et al., 2009). Díky výzkumům víme, že matematické schopnosti ovlivňují velikost příjmu, zaměstnanost, kariérní postup, a dokonce i životní spokojenost (Cígler, 2018).

Proto je alarmující, že se sice zvyšují nároky na matematický výkon, ale zároveň se výuka matematiky nijak výrazně nemodernizuje a možná i díky tomu přibývá stále více žáků, kteří v matematice selhávají. To dokazuje i závěrečná zpráva centra pro zjišťování výsledků vzdělávání za rok 2017, ve které se přímo uvádí, že: *„Od roku 2014 klesá čistá neúspěšnost prvomaturantů u druhé povinné zkoušky společné části. Jedním z důvodů je postupně klesající podíl maturantů volících si matematiku.“* (CERMAT, 2018, s. 75). Avšak i žáci, kteří v matematice selhávají mohou být třeba i velice nadaní, ale díky nesprávné výuce se u nich postupně rozvíjí matematická úzkost, která je ochromuje natolik, že nejsou schopni podávat dobrý výkon i přes to, že mají určité předpoklady.

Domnívám se, že je velice důležité hledat nové postupy a způsoby výuky matematiky, které budou žáky motivovat, budou založené na pochopení, a ne na drilu a díky tomu postupně citlivě rozvíjet jejich predispozice. A aby k tomu mohlo dojít, musíme porozumět tomu, jakým způsobem se matematické schopnosti utvářejí, jaké kognitivní procesy jsou za ně zodpovědné a také jak můžeme podporovat jejich rozvoj. K tomu by mohli pomoci moderní výzkumy, které se zabývají aproximálním numerickým systémem, jenž je s největší pravděpodobností vrozený a tvoří základ pro rozvoj symbolické matematiky, s níž má velké množství žáků i dospělých jedinců problém. Tímto základním systémem se zabývá čím dál více studií (např. Dehaene, 1999; Starkey, Spelke & Gelman, 1990; Xu & Spelke, 2000; Lipton & Spelke, 2004; Barth et al., 2005, Plassová, 2019), které přinášejí velice zajímavé poznatky. Cílem této práce je propojit tyto poznatky o aproximálním numerickém systému a rozšířit je o možné působení hudby na tento systém. Mnohé studie totiž dokazují, že děti a dospělí s raným a intenzivním hudebním výcvikem dosahují lepších akademických výsledků, a to zejména v matematice (Schillenberg, 2005). Lze tedy přepokládat, že trénink hry na hudební nástroj zvyšuje základní kognitivní schopnosti, včetně těch matematických.

1. Numerické schopnosti

1.1 Schopnosti, vlohy a dovednosti

Schopnosti, vlohy a dovednosti může každý chápat trochu jinak, a protože s těmito pojmy budeme v rámci této práce poměrně často operovat, považuji za důležité si je nejprve ve stručnosti charakterizovat:

1. *Dovednosti.* Dovednost je podle Říčana (1964, s. 362) *„vlastnost, která umožňuje provádění nacvičené činnosti. Neurofyziologicky jí odpovídá soustava podmíněných spojů.“* Jedná se o činnosti, které děláme automaticky a na něž nemusíme během jejich vykonávání myslet (Plháková, 2003).

2. *Vlohy.* Vlohy můžeme definovat jako vlastnosti nervového systému, které jsou zděděné. Tvoří predispozice pro nácvik nebo vykonávání určitých činností. Vloha také určuje, jakou má člověk maximální kapacitu pro danou činnost, a proto nemohou dva totožně vychovaní lidé dosáhnout v dané činnosti stejného výkonu. Jak již bylo nastíněno výše, vlohy jsou determinovány především geneticky, ale stejně jako jiné dědičné vlastnosti se během života vyvíjejí díky prostředí, ve kterém jedinec vyrůstá (Říčan, 1964).

3. *Schopnosti.* Matematickými schopnostmi se budeme zabývat v následující kapitole, a proto zde uvádím jen krátkou definici podle Říčana (1964, s. 364): *„schopností rozumíme komplex vloh a dovedností, které se uplatňují při vykonávání nebo nácviku dané činnosti.“*

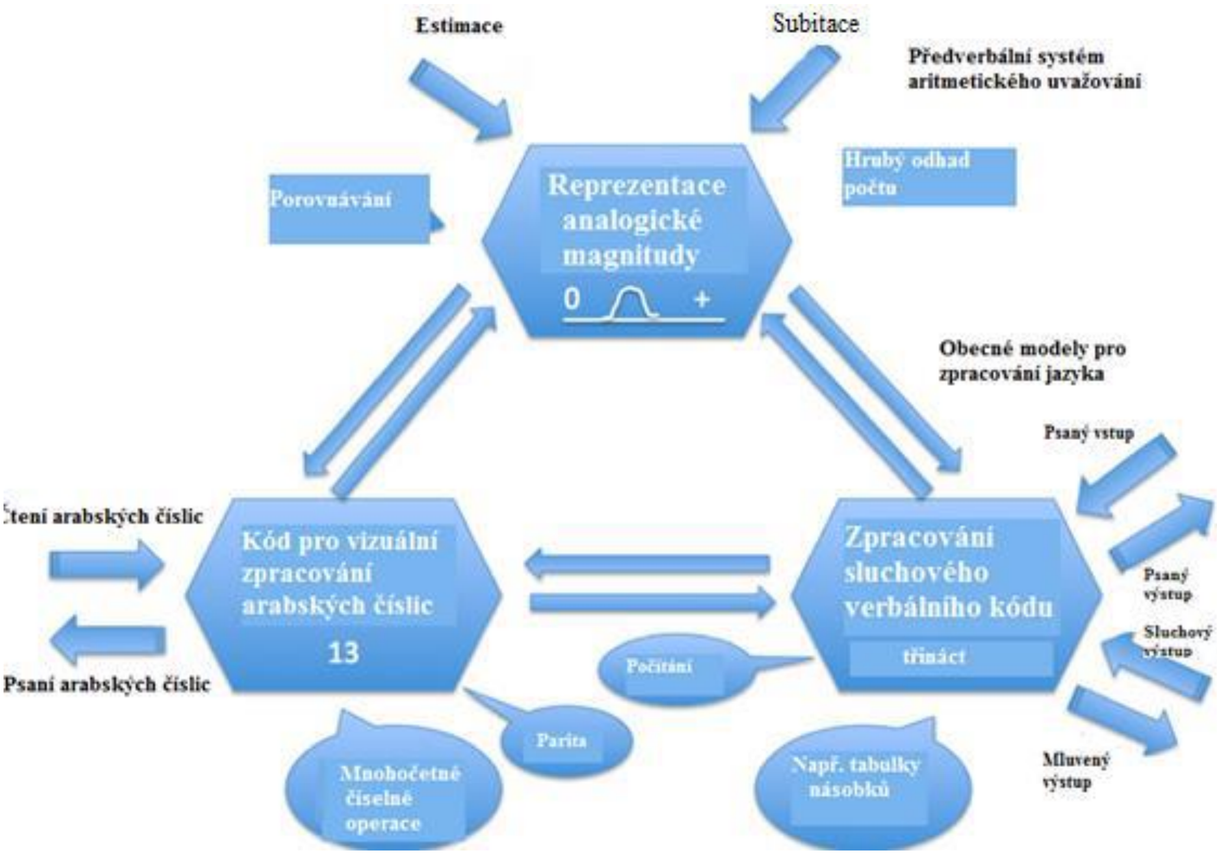
1.2 Matematické schopnosti a dovednosti

Za matematické schopnosti považujeme kognitivní a exekutivní složky, které jsou zodpovědné za provádění matematických operací. Tyto schopnosti nejsou vždy jen ryze matematické, patří sem například i části pracovní paměti, které jsou zodpovědné za manipulaci s matematickými či vizuálně-prostorovými objekty. Oproti tomu dovednosti jsou závislé na učení a určují nám konkrétní úroveň numerických znalostí (Cígler, 2018).
Aby mohlo dojít ke správnému vývoji schopností, musí být osvojovány postupně od nejjednodušších po nejsložitější (Říčan, 1964). Toto hierarchické uspořádání je v případě matematiky velice důležité, protože zanedbání na určitém stupni vede nejen k selhání v konkrétním učivu, ale i k problémům v osvojování si učiva na stupni následujícím. Problémy se samozřejmě kumulují a způsobují stále větší obtíže (Cígler, 2018). Pro lepší

pochopení si můžeme matematické schopnosti představit jako dům, který k tomu, aby byl stabilní, potřebuje pevné základy. Pokud je nemá, je velice nestabilní a v případě, že se pokusíme přistavit další patra, se zhroutí. Z tohoto důvodu nám mohou rané matematické dovednosti, zejména zlomky a dělení, predikovat pozdější zvládání středoškolského učiva matematiky (Siegler et al., 2012).

V rámci osvojování si numerických schopností je důležité vědět, že jejich vznik nezávisí na vývoji jazyka ani na kulturních zkušenostech s čísly (Starkey, Spelke, & Gelman, 1990). Důkazem toho mohou být například nevzdělaní krejčí z Libérie, kteří byli schopni měřit a řešit jednoduché matematické problémy (Laeve, 1997) a afričtí obchodníci, kteří dokázali bez matematického vzdělání používat peníze (Zaslavsky, 1973 in Starkey et al., 1990). Ačkoliv konvenční proces počítání začíná krátce poté, co děti začnou mluvit a rychle se rozvíjí, matematicky uvažovat jsou schopni již kojenci (Fuson & Hall, 1983 in Beam, 1998). Toto tvrzení podporuje například výzkum, ve kterém bylo zjištěno, že kojenci detekují číselnou shodu mezi objekty a zvuky (Starkey et al., 1990).

Vývoj numerické kognice tedy začíná již v dětství a dle Weita a kol. (2018, In Plassová 2019) můžeme najít dva modely vývoje numerické kognice. První model popsali Dehaene a Cohen (1991) a můžeme ho pojmenovat jako model trojího kódu (orig. *triple-code model*), na nějž navazuje čtyřfázový model vývoje numerické kognice (orig. *four-step-developmental model of numerical cognition*), jehož autory jsou von Aster a Shalev (2007). Model trojího kódu (viz obrázek č. 1), jak již název naznačuje, se skládá ze tří druhů kódů, a to konkrétně z verbálního kódu, vizuálního kódu pro arabské číslice a mentální reprezentace analogové magnitudy, přičemž v každém z těchto modelů probíhá různé numerické zpracování. Například v rámci auditivního verbálního kódu probíhá počítání, mentální kalkulace a vybavování aritmetických faktů. Mnohočíselné operace nebo porovnávání rovnosti skupin čísel probíhají v rámci kódu pro zpracování arabských číslic. A v rámci reprezentace analogové magnitudy probíhá zpracování aproximálních úloh (např. pokud porovnáváme dvě sady teček nebo když se snažíme odhadnout počet prvků v množině).

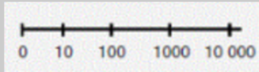


Obrázek 1 Model trojího kódu (Myers, 2015 In Plassová, 2019).

Na rozdíl od modelu trojího kódu je v případě čtyřfázového modelu vývoje numerické kognice (viz tabulka č. 1) kladen o něco větší důraz na hierarchizaci kapacity pracovní paměti, rychlost zpracování a pozornost v průběhu času. V tomto modelu se pracuje také s pojmem kardinalita, což je jeden z principů, kterým dítě musí porozumět proto, aby dokázalo pochopit číslo. V podstatě tento princip znamená, že dítě musí nejprve porozumět tomu, jak počítání souvisí s čísly, a až poté je schopné pochopit, co to vlastně číslo je, potažmo s ním dokáže operovat. Aby k tomu mohlo dojít, tak: *„dítě musí porozumět tomu, že při počítání je každé číslo generováno tak, že se přičte číslo 1 k předchozímu číslu. Tomu se říká sukcesorní funkce (z angl. successore neboli nástupce). Tato funkce říká, že S (n)= n + 1“* (Plassová, 2019, s. 23).

Tabulka 1 Čtyřfázový model vývoje numerické kognice (van Astern & Shalev, 2007 In Plassová, 2019).

Kapacita krátkodobé paměti

	Krok 1	**Krok 2**	**Krok 3**	**Krok 4**
Kognitivní reprezentace	Kardinalita 	Verbální numerický systém „jedna“ „dvě“ Slova označující čísla	Systém arabských číslic …13, 14, 15… číslice	Mentální číselná řada (ordinální) 
Mozková oblast	Bi-parietálně	Prefrontálně vlevo	Bi-okcipitálně	Bi-parietálně
Schopnost	Subitace (viz kapitola 2.2); Aproximace; Porovnávání	Slovní počítání; Vybavování aritmetických faktů;	Psaní kalkulace; Porovnávání	Aproximální kalkulace; Aritmetické přemýšlení
	Kojenecký věk	Předškolní věk	Školní věk	Školní věk

Čas

1.3 Systémy využívané při práci s čísly

V dospělosti využíváme ke zpracování čísel dva systémy. Jedním z nich je přibližný odhad množství (ANS) a druhým přesný výpočet (orig. *exact number system* – ENS). Lidé tedy mohou stanovit počet objektů pomocí odhadu, nebo přesným výpočtem (Castronovo & Göbel, 2012). Pokud je nám například předložena sada kuliček a naším úkolem je určit jejich počet, můžeme postupovat dvěma způsoby: buď kuličky přesně spočítáme, nebo jejich počet odhadneme.

Odhad závisí na speciálním mechanismu, který je amodální a neverbální, na rozdíl od něj přesný výpočet vyžaduje koordinaci mezi již existujícími schopnostmi odhadování numerozity s jazykem a zásadami vzájemné (orig. *one-to-one*) korespondence (Castronovo & Göbel, 2012). Skutečnost, že k přesnému počítání potřebujeme znalost jazyka, nám poukazuje na kulturní podmíněnost formální matematiky, která se spoléhá na schopnost porozumět a manipulovat se symboly. Díky tomu rozvoj formálních matematických schopností nastává až později v životě po získání znalostí symbolického čísla a zabere roky explicitní výuky a děti i dospělí se v těchto formálních kognitivních schopnostech velice liší

(Geary, 1994). Naopak schopnost odhadnout počet objektů je vrozená, sdílíme ji s mnoha zvířecími druhy a je hluboce zakořeněná v naší evoluční a ontogenetické historii (Libertus, Odic, & Halberda, 2012). Důkazem toho jsou kojenci, zvířata a lidé, kteří nepoužívají přesná symbolická čísla, ale i tak experimenty a zkušenosti z jejich běžného života naznačují, že jsou schopni provést velice přesný odhad (Xu, 2003).

Většina lidí je přesvědčená o tom, že jsou matematické schopnosti závislé výhradně na vzdělání, tento mylný dojem vyvracejí ve svém výzkum Castronová a Göbel (2012), kteří se zabývali vlivem vzdělání na schopnost hrubého odhadu a přesného výpočtu. Dokázali, že stupeň matematického vzdělání neovlivňuje schopnost hrubého matematického odhadu, avšak je velice důležitý při porovnávání symbolických čísel, přesném výpočtu a také pro schopnost mapovat mezi symbolickými a nesymbolickými čísly.

1.4 Numerické schopnosti z pohledu neurologie a neuropsychologie

Tématem numerických schopností z pohledu neurologie a neuropsychologie se zabývá především ‚numerická kognice'. Tato poměrně mladá vědecká disciplína *„zkoumá neurální mechanismy a souhrn mentálních operací, struktur a pochodů zajišťující symbolické a nesymbolické zpracování čísel a počtů u lidí a zvířat. Zároveň se numerická kognice věnuje vývojovým specifikům těchto neurálních mechanismů a kognitivních funkcí z* hlediska *ontogeneze a fylogeneze"* (Plassová, 2019, s. 12).

Ještě než tato vědecká disciplína vznikla a odborníci se začali systematicky zabývat uložením matematických schopností v mozku pomocí různých neurozobrazovacích metod, bylo možné ke zkoumání využívat lidi, kteří měli z nějakého důvodu poškozené kalózní těleso, které zajišťuje komunikaci mezi hemisférami. Díky těmto takzvaným split-brain studiím bylo tedy možné sledovat rozdělení numerických schopností mozku i bez specializovaného vybavení. Bylo zjištěno, že jsou obě hemisféry schopny identifikovat arabské číslice a porovnat jejich velikost, ale k pojmenování a aritmetickému výpočtu je zapotřebí levé hemisféry (Gazzaniga & Smylie, 1984). Při provádění matematických operací jsou tedy aktivní obě hemisféry a převahu získává levá hemisféra až tehdy, kdy je potřeba přesného výpočtu nebo pojmenování číslic. Toto tvrzení později potvrdily i funkční zobrazovací studie, kterých se účastnili lidé bez jakéhokoliv poškození centrální nervové soustavy, u nichž byla potvrzena bilaterální aktivace během provádění matematických úloh (Cohen & Dehaene, 1996). Díky neurozobrazovacím metodám se povedlo nejen potvrdit dřívější předpoklady, ale taká byly odhaleny neurální mechanismy, které zajišťují vyšší numerické operace a numerozitu. Přesněji byla odhalena oblast prefrontálního kortexu, která zajišťuje vyšší numerické operace (Nieder & Dehaene, 2009), a oblast intraparietálního sulku pro numerozitu (Dehaene at al., 2003). Ovšem díky náročnosti a komplexnosti matematických operací můžeme mozkovou aktivitu při jejich provádění nalézt i v jiných oblastech parietálního laloku a v dalších kortikálních či subkortikálních oblastech (Chou et al., 2009 In Plassová, 2019).

2. Nesymbolická matematika – numerozita

Většina lidé je bez ohledu na věk a kulturu schopna intuitivního chápání čísla, které je stejně jako barva nebo pohyb základní vlastností našeho životního prostředí (Piazza et al., 2004) a tvoří základ, na němž jsou stavěny všechny později získané matematické dovednosti (Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2007). I přesto, nebo právě proto, že je číslo naší přirozenou součástí, můžeme ho chápat různě a nejspíš každý z nás si pod tímto pojmem představí trochu něco jiného. Tato práce se zabývá především nesymbolickou matematikou, jejíž základ tvoří neverbální matematická schopnost nazývaná numerozita, kterou můžeme definovat jako abstraktní vlastnost množiny (Harvey et al., 2013), a zabývá se jí čím dál tím více výzkumů, a to především z toho důvodu, že je ve velice úzkém spojení s formální matematikou a hraje velice důležitou roli v jejím osvojování (Dehaene, 1992).

Numerozita velice úzce souvisí s pojmem ‚mentální magnituda' (orig. *mental magnitude*), která nám umožňuje uchopit mentální koncept čísla. Gallistel a Gelman (2000 cit podle Šamajová, 2018, s. 12) ve své práci uvádějí, že termín mentální magnituda: *„vyjadřuje neurální realizace určité numerické hodnoty stimulující mentální reprezentaci příslušného čísla. Konkrétně má magnituda charakter přirozeného čísla označujícího množství (kvantitu), které může být předmětem elementárních matematických operací, tj. sčítání, odčítání, násobení a dělení."* Výhodou oproti číslu je u mentální magnitudy její přesnost a specifičnost. Ve srovnání s číslem, na které můžeme nahlížet různě a může mít mnoho podob (grafickou, lingvistickou nebo abstraktní), magnituda odkazuje pouze na numerickou podobu čísla, s níž můžeme provádět aritmetické operace. Pro naši práci je velice významná i další přednost mentální magnitudy, kterou je její psychologická adekvátnost, jíž dosahuje díky tomu, že se vztahuje ke zpracování matematických informací na mentální úrovni (Šamajová, 2018).

2.1 Vrozenost a nezávislost nesymbolické matematiky na jazyce a kultuře

Dlouho dobu se předpokládalo, že numerické myšlení přesahuje zvířecí možnosti proto, že je k němu potřebná znalost matematických symbolů a jazyka. Dnes už však víme, že lidé sdílejí se zvířaty stejný systém pro reprezentaci čísla jako jazykově nezávislé veličiny, který se objevuje již na počátku vývoje (Brannon, 2006). K tomuto zjištění vedla řada experimentů prováděných na zvířatech (holubech, krysách, mývalech, fretkách, delfínech, opicích), které dokazují, že zvířata mají numerické schopnosti nevyžadující znalost matematických symbolů. Dokonce bylo díky těmto experimentům prokázáno, že se papoušci a šimpanzi mohou naučit párovat libovolné symboly s konkrétními veličinami a že jsou primáti schopni vnímat úbytek a přírůstek objektů (Dehaene, 1999). Brannonová a Tarece (2000) ve svém výzkumu zjistili, že jsou makakové schopni odlišit a seřadit vzestupně i sestupně podněty na základě jejich číselné velikosti a také se ukázalo, že zvířata neberou číselnou hodnotu jako poslední možnost při zacházení s objekty.

Stejně jako zvířata nemají ani kojenci žádné zkušenosti se symbolickou matematikou ani schopnost jazyka, přesto i u nich můžeme pozorovat základní numerické kompetence a díky neurozobrazovacím metodám víme, že již u velmi malých dětí dochází k cerebrálnímu kódování identity čísel objektů (Izard, Dehaene-Lambertz, & Dehaene, 2008).

Další skupinu, která nám může doložit vrozenost a nezávislost numerozity na jazyce a kultuře, tvoří lidé, kteří nežijí v „číselné kultuře“ (Spaepen et al., 2011). Například členové kmene Mondruku mají slovní označení pouze pro čísla od jedné do pěti a při porovnávání dvou sad s větším počtem teček (20 a 80) skórovali téměř totožně jako francouzsky mluvící účastníci kontrolní skupiny (Brannon, 2006).

2.2 Dva systémy nesymbolické numerické kognice

Schopnost reprezentace nesymbolických hodnot spočívá na dvou základních kognitivních systémech, které jsou základem našich bazálních numerických intuicí a tvoří jádro více sofistikovanějších pojmů, které jsou jedinečně lidské (Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004). Tyto dva systémy však reprezentují hodnoty kvalitativně odlišným způsobem (Piazza et al., 2010). Paralelní systém individualizace (orig. *object tracking system*) kóduje numerickou identitu jednotlivých položek a aproximálním numerickým systémem (ANS) kóduje aproximální numerickou hodnotu (Hyde, 2011). O přesné povaze těchto systémů se diskutuje již více než sto let a stále není jisté, jakým způsobem jsou aktivovány. Někteří vědci tvrdí, že pokud pracujeme s nesymbolickými reprezentacemi menšími než čtyři, aktivuje se paralelní systém individualizace, a pokud s většími než čtyři, je aktivní ANS (Hyde, 2011). Prvním, kdo názorně demonstroval rozdíl mezi odhadem malých (< 4) a velkých (> 4) čísel byl Javson (1871), který požádal subjekty o odhad počtu fazolí. Jejich odhad byl perfektní, pokud počet objektů nepřekročil čtyři, a se stoupajícím počtem fazolí rostla i chybovost.

Jak již bylo zmíněno, i kojenci mají základní numerické schopnosti, a proto i u nich můžeme tento fenomén pozorovat (Xu, 2003; Lipton & Spelke, 2004). Umístíme-li například do jedné nádoby jeden kus jídla a do druhé dva kusy, kojenci začnou sahat do druhé nádoby. Stejně tak je to i při porovnávání jednoho a dvou kusů, dvou a tří kusů, kdy děti vždy hledají v nádobě, ve které je více jídla, až do okamžiku, kdy počet překročí tři kusy, poté si nejsou kojenci schopni vybrat (Feigenson & Carey, 2003). Zdá se, že u kojenců se magickým rozmezím stává již číslo tři, což může být způsobeno postupným vývojem schopnosti odhadu, ovšem přesně to říct nelze, protože není jisté, jak přesně tyto dva systémy fungují, a někteří vědci se dokonce domnívají, že se ANS uplatňuje v celém číselném rozsahu (Hyde, 2011).

S jistotou však můžeme říci, že se oba tyto systém vyskytují u dospělých, dětí i zvířat a že nejsou dány učením ani kulturním přenosem, avšak ani jeden z těchto systémů nepodporuje koncept zlomků, druhých odmocnin, záporných čísel ani přesných čísel, všechny tyto operace závisí na složitějších procesech (Feigenson et al., 2004).

2.3 Aproximální numerický systém

U dospělých lidí, dětí a dokonce i některých zvířecích druhů byla nalezena schopnost odhadu, která se jeví jako součást našeho ontogenetického vývoje a zároveň je považována za intuitivní, protože je velice rychlá, automatická a nepřístupná introspekci (Castronovo & Göbel, 2012). A právě tyto dovednosti rychlého odhadu a hrubého matematického výpočtu se spoléhají na aproximální numerický systém, který tvoří část našeho širšího číselného smyslu (Berch, 2005). Podle Dehaena (1999) se tento systém hrubého matematického odhadu a výpočtu vyznačuje především tím, že umožňuje reprezentovat číslo jako nepřesnou mentální veličinu.

Aproximální numerický systém má dvě základní složky. První je aproximální aritmetika, díky níž jsem schopni rychle odhadnout počet objektů v reálném prostředí bez použití jazyka a symbolů, avšak počet těchto objektů musí být větší než čtyři, jinak se aktivují jiné korové oblasti (Plassová, 2017). Aproximální aritmetika se uplatňuje ve chvíli, kdy chceme například rychle odhadnout, kolik je na obrázku teček, a slouží jako základ pro vývoj složitějších matematických operací, přesněji sčítání a odčítání (Barth et al., 2005; McCrik & Spelke, 2010).

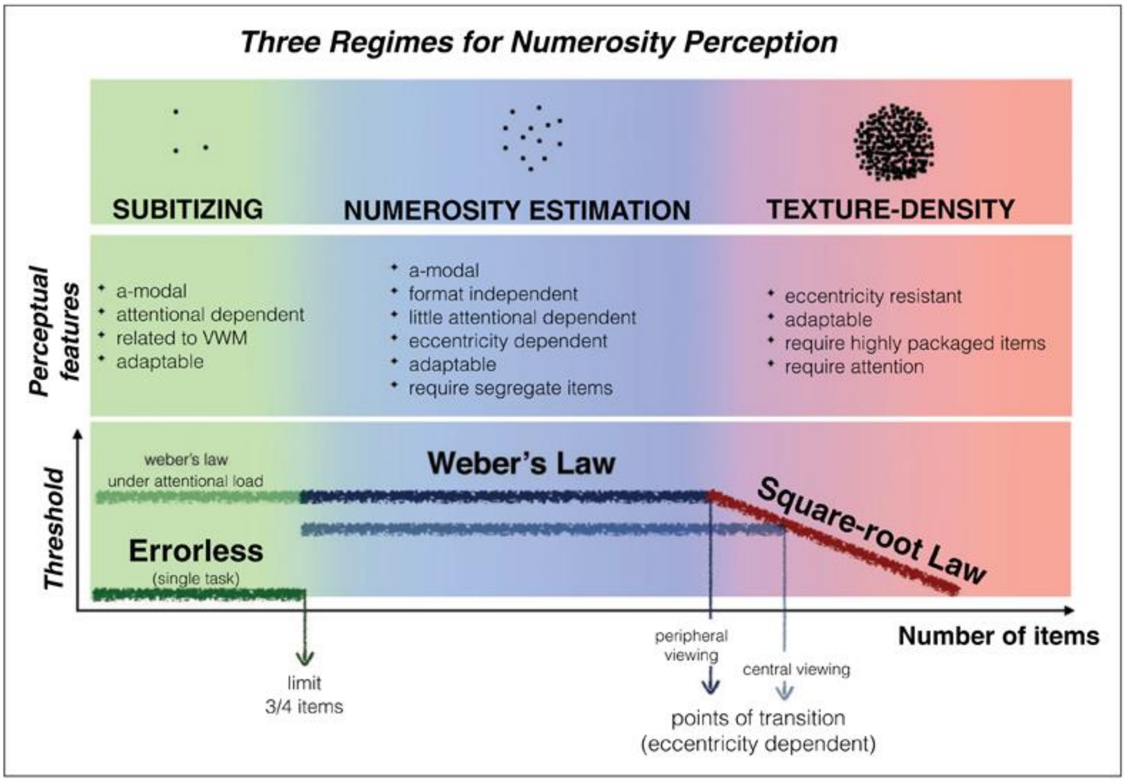
Druhá složka, kterou můžeme pojmenovat jako senzitivita ANS vůči numerické vzdálenosti rozsahu (Plassová, 2017), nám umožňuje mezi sebou porovnat dvě konstantní množiny. Díky této složce jsme schopni bez počítání a ve velice krátkém čase zjistit, zda je na obrázku více modrých, nebo zelených teček, a to i při velice krátké prezentaci (Dehaene, 1992). Předností tohoto systému je především rychlost odhadu, která se pohybuje v rámci desetin vteřiny, ale značnou výhodou je i jeho relativně vysoká přesnost (Plassová, 2017).

Pokud bychom se chtěli na problém numerické kognice podívat z vývojového hlediska, zjistíme, že například podle Piagetovy teorie kognitivního vývoje získávají děti schopnost mentální reprezentace čísel až kolem 6. roku života (Plassová, 2017). Tuto teorii však vyvrací některé modernější studie, které nalezly základní numerické schopnosti u předškolních dětí, a dokonce i u kojenců (např. Starkey, Spelke & Gelman, 1990; Xu & Spelke, 2000; Lipton & Spelke, 2004; Barth et al., 2005). Podle Liptonové a Spelkeové (2004) se tyto numerické schopnosti dětí postupně zpřesňují a k největšímu rozvoji dochází během kojeneckého věku a v období raného dětství. Například 6měsíční kojenci potřebují k rozlišení poměr 1:2, ale od 9 měsíců již rozlišují objekty v poměru 2:3.

Odhad a hrubý matematický výpočet není samozřejmě vždy naprosto přesný a chybovost ANS systematicky roste se zvyšující se nesymbolickou číselnou hodnotou. I přestože chybovost roste, nemá schopnost odhadu numerozity horní hranice. Avšak schopnost rozlišovat dvě číselné veličiny se řídí Weberovým zákonem, který říká, že pokud se hodnota čísel, které porovnáváme, zvyšuje, je potřeba úměrně vyšší rozdílnosti mezi těmito čísly, aby zůstala rozlišovací schopnost na konstantní úrovni (Hyde, 2011). Zjednodušeně lze říci, že je snazší rozlišit počet objektů, který je od sebe dále, než který je k sobě blíže (např. je jednodušší rozeznat 6 vs. 19 teček než 6 vs. 8 teček) (Buckley & Gillman, 1975).

Velký vliv na ANS má způsob, jakým je vizuální podnět prezentován. Záleží na vzdálenosti mezi prvky, hustotě, barvě nebo jasu. Vlivu hustoty na ANS se ve své studii věnuje Anobile a kol. (2016), který navrhl tři odlišné procesy numerické percepce (viz obrázek č. 2) a zjistil, že když je vysoká hustota prvků, intenzita smyslového vjemu narůstá druhou odmocninou numerozity, nikoliv lineárně. Výzkumu aproximálního numerického systému se věnoval i

Olmstead a Kuhlmeier (2015 In Plassová, 2019), kteří došli k závěru, že je velice důležité, jakým způsobem je plocha vizuálního objektu množiny zabraná.



Obrázek 2 Tři režimy pro numerickou percepci (In Anobile, Cicchini, & Burr, 2016).

2.3.1 Intraparietální brázda

Neurologové a neuropsychologové předpokládají, že posteriorní parietální kortex (PCC) je důležitou součástí obvodů, které tvoří základy numerických schopností u lidí. K tomuto závěru došli díky zjištění, že pacienti s parietálními lézemi v této oblasti mají narušenou schopnost přístupu k hlubšímu významu čísel. Velice zajímavé je, že v důsledku poškození inferiorní parietální oblasti často vznikají potíže s prováděním jednoduchých výpočtů (např. 2 + 4) nebo s rozdělováním čísel (např. co je mezi 3 a 5), avšak schopnost vyjmenovat tabulku násobení, číst a psát čísla zůstává nenarušena (Jamie, Brannon, & Platt, 2012), což by mohlo naznačovat rozdělení matematických schopností do různých funkčních oblastí mozku.

V této práci je pro nás nejdůležitější především bilaterální horizontální oblast intraparietální brázdy neboli intraparietálního sulku (IPS), kterou Dehaene (2003) popsal jako jednu z nejvýznamnějších oblastí pro kognitivní funkce zajišťující operace s nesymbolickým číslem. Objev této oblasti, která se nachází mezi inferiorním (IPL) a superiorním (SPL) parietálním lalokem (Dehaene et al., 2003) znamenal obrovský pokrok ve zmapování oblastí mozku, které jsou zodpovědné za numerické operace. Podle struktury a neurální aktivity v této oblasti můžeme odvozovat individuální rozdíly v matematických dovednostech (Plassová, 2017).

K tomuto předpokladu vedlo především zjištění, že pacienti s lézemi v oblasti IPS a jeho blízkém okolí mají problémy se základními matematickými schopnostmi, jako je sčítání (Feigenson et al., 2004). I u jinak normálně se vyvíjejících dětí může narušení tohoto systému způsobit vývojovou dyskalkulii a vážné deficity v aritmetice, což potvrzuje například i Price a kol. (2007), kteří našli hypoaktivitu v oblasti IPS u dětí s dyskalkulií, které měly za úkol porovnávat čísla. I jiné studie dětí s neurodevelopmentálními a neurogenetickými poruchami poukazují na to, že matematické obtíže mohou souviset s poškozením v této oblasti (např. Rykhlevskaia et al., 2009).

U zdravých jedinců je intraparietální sulkus aktivní nejen při porovnávání a odhadování nesymbolicky vyjádřených čísel, jako jsou například velké množiny teček (Piazza et al., 2004), ale i při jednoduchých symbolických matematických operacích, jako je sčítání odčítání nebo násobení, a je aktivován i naučenými symboly, jakými mohou být například arabské číslice, a numerickými symboly ve sluchových i vizuálních modalitách, přičemž mohou být čísla vyhláskovaná i jednoduše vyslovená (Eger et al., 2003).

Je také zajímavé, že pokud prezentujeme subjektu numerické symboly, nalezneme aktivitu v pravé části parietálního kortexu, a pokud prezentujeme objekty (např. skupinu teček), nalezneme aktivitu v oblasti okcipitálně-temporálního gyru. Obě tyto oblasti reagují i na změny. Pokud dojde k nějaké změně symbolů, zaznamenáváme aktivitu v pravé části parietálního kortexu. V případě, že dojde ke změně objektů (např. když nějaké tečky z množiny ubydou), je aktivní okcipitálně-temporální gyrus (Plassová, 2019)

Ve výzkumu Plassové a kol. (2016) byl objeven zajímavý jev. Když měly děti ve věku pět až šest let porovnávat dvě sady teček v různém poměru a byla jim při tom zaznamenávána mozková aktivita, bylo zjištěno, že v případě náročných úloh, v nichž se sady lišily pouze malým počtem teček, byl skutečně aktivní intraparietální sulkus, ovšem při provádění jednodušších úloh se aktivovala oblast ventrální části temporálního laloku, která je spojována především s vizuálním zpracováním. Je tedy velice pravděpodobné, že při aktivaci hraje velkou roli hustota a struktura vizuálního pole (Plassová, 2019). Mohlo by se zdát, že aktivita ve ventrální části temporálního laloku slouží jako přídavný systém aproximálního numerického systému, avšak například Piazza (2010) tvrdí, že tato aktivita souvisí s paralelním systémem individuace.

2.3.2 Propojení aproximálního numerického systému a symbolické matematiky

Aproximální numerický systém je podle Fiase a kol. (2003) aktivní i během symbolických matematických operací. Studie ukazují, že schopnost hrubého matematického odhadu a výpočtu koreluje se symbolickými matematickými dovednostmi, což dokazuje i zjištění DeWinda a Brannonové (2012), kteří nalezli propojení mezi ostrostí ANS u dětí a dospělých jedinců s výsledky ve standardizovaných matematických testech a také poznamenali, že díky zjištěné ostrosti ANS u předškoláků můžeme predikovat pozdější symbolický matematický výkon.

Nejenže spolu aproximální numerický systém a symbolické matematické dovednosti korelují, ale výzkum Parka a Brannonové (2013) dokazuje, že díky tréninku ANS dochází ke zlepšení symbolického sčítání a odčítání. V rámci jejich studie se během 6–10 sezení opakovaného tréninku nesymbolické přibližné aritmetiky výrazně zlepšil výkon probandů v symbolické aritmetice. Toto zlepšení přesahovalo i kontrolní skupiny, z nichž jedna byla pasivní a další dvě trénovaly zlepšení svých symbolických matematických aritmetických dovedností. Tento výzkum nabízí řešení v podobě tréninku ANS pro dospělé a školáky, kteří bojují s matematikou, a také pro předškoláky, kteří jsou ohroženi nízkou numerickou kompetencí.

Excitují různé hypotézy, které zdůrazňují důležitost a způsob využití ANS nejen ve školním prostředí. Tyto hypotézy se vzájemně doplňují a podávají nám celkový obraz o tom, jak ANS podporuje formální matematiku. Podle 1. hypotézy aproximální numerický systém tvoří základ pro získání symbolických numerických dovedností (Gilmore et al., 2007). Podle 2. hypotézy je nápomocný při provádění a vyhodnocování aritmetických operací. To znamená, že studenti s dobrým odhadem jsou schopni snadno ověřovat a odmítat chybné výsledky aritmetických operací, zatímco studenti s méně přesným odhadem se musí spoléhat na naučené aritmetické strategie, a tak si nemusejí všimnout chyby. Navíc také přesnější ANS může pomoci pochopit studentům vztah mezi čísly (Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2010). 3. hypotéza varuje, že horší přesnost reprezentací ANS může vést ke snížení zapojení do aktivit souvisejících s počty, což může vyústit ve zvýšení matematické úzkosti a snížení matematických schopností (Maloney, Ansari, & Fugelsang, 2011). Podle těchto hypotéz může být aproximální numerický systém kritický pro porozumění transformacím v numerickém prostoru, ale také pro rozvoj sebedůvěry a vztahu k matematice.

3. Matematická úzkost

Až dvě třetiny dospělých Američanů pociťují hlubokou nenávist k matematice a strach z ní (Rossnan, 2006). Strach jako takový není z evolučního hlediska ničím nebezpečným, ale právě naopak slouží k tomu, aby nás varoval před nebezpečím a dal nám tak možnost se na něj včas připravit (DeBecker, 1998). Ovšem velký problém nastává ve chvíli, kdy je strach natolik intenzivní, že nás ohrožuje více než samotné nebezpečí (Stránská & Pančochová, 2000). A právě na tomto nezdravém strachu, který má však jasnou příčinou a jehož zdrojem jsou podněty z reálného světa, je vybudována úzkost, jejíž příčina se nachází v oblasti myšlenkové (Honzák, 1995). Dalo by se říci, že úzkost je „strach z ničeho“ (Hartl & Hartlová, 2000). Richardson a Suinn (1972) definují matematickou úzkost jako pocit paniky, bezmoci, ochrnutí a mentální dezorganizaci, jež zasahují do manipulace s čísly a řešení matematických úkolů v široké škále běžných životních i akademických situací. Ve většině případů je matematická úzkost hluboce zakořeněná a nejčastěji ji iniciuje již první zkušenost s institucionální matematikou, kterou negativně ovlivňuje neadekvátní přístup některých učitelů i spolužáků (Rossnan, 2006). Tím, že se děti setkávají s matematickou úzkostí ve velmi nízkém věku, dochází k narušení vývoje jejich osobnosti, což můžeme mít velice negativní následky, jako je vyhýbání se vysokoškolskému studiu, které klade vysoké nároky na matematické schopnosti, nebo také odmítání zaměstnání, jež vyžaduje časté používání matematiky (Ashcraft, 2002).

3.1 Vznik matematické úzkosti

To, jakým způsobem se z běžného vyhýbání matematice může vyvinout velice závažná matematická úzkost, vysvětlil Shore (2005). Podle něj vše začíná žákem, který je přesvědčený o své neschopnosti řešit matematické úlohy. Tento žák se s největší pravděpodobností začne vyhýbat hodinám matematiky, a pokud to není možné, vynakládá v těchto hodinách co nejmenší úsilí, což vede k narušení vývoje matematických dovedností. Obtížnost látky se neustále stupňuje, ale žák není schopen náročnější látku pochopit, protože má značné mezery v látce předchozí, díky tomu začne v hodinách nápadně selhávat a dojde k rozvoji matematické úzkosti, jež se může rozvinout v trvalý blok, který však nelze odstranit pouze podporou v rodině, ale žákovi musí pomoci především učitel tím, že mu dodá potřebnou důvěru.

Myslím si, že téměř každý zná ten pocit, kdy paní učitelka hledá ve svém seznamu žáka, kterého by vyvolala k tabuli, aby jí šel vypočítat nějaký příklad. Curtain–Phillipová (1999, In Rossnan, 2006) upozornila na to, že k tomuto pocitu dochází vlivem nevhodných postupů využívaných v tradiční výuce matematiky, a proto se rozhodla pojmenovat tři hlavní praktiky, vedoucí k rozvoji matematické úzkosti. Jsou jimi vnucená autorita, veřejné vystupování a časový limit. Pokud by tedy výuka matematiky probíhala v bezpečném a povzbuzujícím prostředí, nemuselo by k rozvoji matematické úzkosti vůbec dojít.

3.2 Jak úzkost ovlivňuje matematický výkon

Při řešení matematických úkolů využíváme kromě celé řady dalších kognitivních mechanismů především pracovní paměť (Ashcraft & Krause, 2007), která je často středem výzkumů zaměřujících se na matematické schopnosti. Ukázalo se však, že matematická úzkost radikálně snižuje kapacitu pracovní paměti do té míry, že i jedinci s dobrými matematickými schopnostmi podávají velice nízký výkon při řešení matematických úkolů (Beilock & Carr, 2005). Ke snížení kapacity pracovní paměti dochází z toho důvodu, že místo zaměření pozornosti na řešení problému se daný jedinec snaží vypořádat s úzkostnými myšlenkami, které zahlcují jeho pracovní paměť (Ashcraft & Krause, 2007).
Z toho plyne, že v matematice mohou kvůli matematické úzkosti selhávat i lidé, kteří mají veškeré predispozice k tomu být v matematice úspěšní. Právě z tohoto důvodu je velice důležité se zaměřit na faktory, které by mohly vést ke snížení matematické úzkosti. Kromě změny nevhodných přístupů, které popsala Curtain–Phillipová (1999 In Rossnan, 2006), by ke snížení matematické úzkosti měla vést i schopnost metakognice, kterou můžeme definovat jako „myšlení o myšlení“. Leggová a Locker (2009) totiž při svém výzkumu zjistili, že lidé schopní metakognice vykazují nižší míru matematické úzkosti a také jsou sebevědomější a rychlejší při řešení matematických úloh.

3.3 Výzkumy zabývající se matematickou úzkostí

V nedávné době bylo realizováno mnoho výzkumů, které se zabývaly vlivem afektivních aspektů na proces učení. Vědci došli v rámci těchto výzkumů k závěru, že afektivní aspekty hrají velice důležitou roli v procesu výuky a učení matematiky a že některé tyto aspekty jsou velice hluboce zakořeněné a je velmi náročné je odstranit (Goméz–Chacón, 2000).

I když v rámci této problematiky existuje poměrně velké množství studií, jen málo z nich se věnuje vysokoškolským studentům. Patří sem například Hunsleyho (1987) studie, ve které zkoumal míru matematické úzkosti u studentů psychologie. Požádal tyto studenty, aby před zkouškou ze statistiky odpověděli na několik otázek zaměřených na jejich pocity z této zkoušky. Ptal se jich, jestli si myslí, že u zkoušky uspějí, jak dobře se připravovali, jak je pro ně tato zkouška důležitá a jak velkou úzkost v daný moment pociťují. Výsledky ukázaly, že studenti s vysokou mírou matematické úzkosti očekávali špatnou známku, cítili se nepřipraveni, přikládali značnou důležitost výsledku z dané zkoušky a vykazovali vysokou úroveň aktuální úzkosti. Nakonec tito jedinci získali horší známky než studenti, kteří matematickou úzkostí netrpěli.

Na skutečnost, že matematická úzkost ovlivňuje výkon vysokoškolských studentů, přišly i Núñez–Peñová, Suárez–Pellicionová a Bonová (2013), které si během vedení kurzu *„Research Design“* všimly, že má mnoho vysokoškolských studentů velké potíže při dosahování požadovaných vzdělávacích cílů. Díky tomuto problému se rozhodly zkoumat, zda má matematická úzkost a negativní postoj k matematice vliv na akademické výsledky vysokoškolských studentů. Během studie bylo zjištěno, že nízký matematický výkon studentů souvisel s matematickou úzkostí a negativním postojem k matematice. Studenti, kteří kurzem *„Research Design“* neprošli, vykazovali vyšší úroveň matematické úzkosti, nižší úroveň prožitku, motivace a sebevědomí v matematice než jejich spolužáci, kteří tento kurz úspěšně absolvovali.

Z obou těchto výzkumů je patrné, že se matematická úzkost neprojevuje pouze u žáků základních a středních škol, ale že se může projevit i u vysokoškolských studentů, a to i u předmětů, které se na první pohled nemusí jevit jako matematicky náročné.

4. Hudba

Hudba je pro člověka velice důležitá, protože hraje významnou roli v emočním, sociálním a kognitivním vývoji (Trehub, 2003). Kromě toho je přirozenou lidskou činností, která je jedinečná tím, že pouze lidé dokáží hudbu skládat, hrát na hudební nástroje, a to i ve skupinách (Koelsch, 2009). Avšak i přesto, že je hudba naší přirozenou součástí a je přítomná ve všech společnostech, je jednou z nejnáročnějších a nejkomplexnějších kognitivních výzev, kterou může lidská mysl podstoupit. Produkce hudby vyžaduje přesné načasování několika hierarchicky uspořádaných akcí a také přesnou kontrolu nad produkcí intervalu tónu (výškou tónu), realizovanou pomocí různých efektorů podle použitého nástroje (Zatorre, Chen & Penhune, 2007). Tím pádem se při produkci hudby s velkou pravděpodobností zapojují všechny kognitivní procesy zahrnující percepci, učení, paměť, emoce i počítání (Koelsch, 2006).

Výzkum hudby hraje v psychologii z historického hlediska velice významnou roli. S hudbou se operovalo téměř v každém hlavním teoretickém směru psychologie a byla zkoumána za pomoci různých metod. Zkoumání hudby se věnuje například gestalt psychologie, psychologie zpracování informací a poznávání, psychologie emocí a také neurovědy. Hlavním směrem, který se hudbou zabývá je kognitivní psychologie, která zdůrazňuje vliv znalostí na vnímání. Podle tohoto přístupu je prezentovaný stimul interpretován za pomoci znalostí (které jsou někdy také označovány jako schémata) získanými na základě přechozích zkušeností. V případě hudby zahrnují tato schémata například typické rytmické vzory a také vzory výšky tónu. K rytmu a výšce se přizpůsobí vnímání informací, což usnadňuje organizaci zvuků do vzorců a generuje očekávání pro budoucí události. Kromě psychologie projevují zvýšený zájem o hudby i jiné obory, mezi něž patří například informatika, lingvistika, sociologie, biologie a filosofie. Naopak obory, které se tradičně zabývají hudbou prokázaly v poslední době zvýšený zájem o porozumění psychickým procesům, které jsou základem hudebního chování (Krumhansl, 2000).

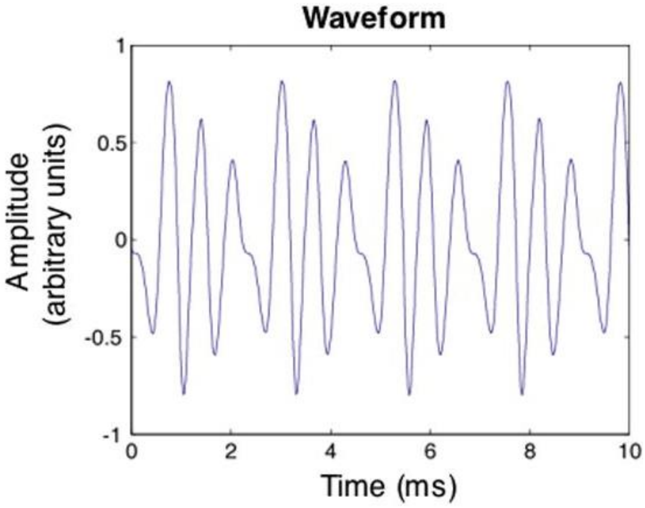
Všeobecně existují v současné době tři hlavní přístupy, které vysvětlují proces, jakým získáváme hudební znalosti. Prvním je vývojový přístup, který se zaměřuje na predispozice ke zpracování hudby u kojenců. Druhý přístup zkoumá účinky hudebního tréninku a třetí se zabývá zkoumáním kulturních odlišností v hudbě (Krumhansl, 2000).

Díky výzkumům byly objeveny základní dovednosti, které jsou pro hru na hudební nástroj nezbytné. Patří mezi ně čtení za pomoci zraku, sluchové a fyzické dovednosti, schopnost efektivně generovat a využívat mentální reprezentace, intonovat a udržovat rytmus (McPherson, Davidson, & Evans, 2016).

Schopnost generovat a využívat mentální reprezentace děti získávají již na začátku hudebního výcviku. Během řešení různých hudebních problémů si osvojují mentální strategie, které jsou jedinečné a lze je získat pouze při řešení hudebních problémů a v jiných oblastech učení si je osvojit nelze (McPherson, Davidson, & Evans, 2016). To, jakým způsobem ovlivňují tyto mentální strategie rozvoj dovedností zkoumal McPherson (2005), který se zaměřoval na různé úkoly například čtení not, hraní z paměti, hraní podle sluchu a improvizaci. Zjistil, že děti, které podávaly lepší výkony využívaly účinnější strategie při řešení hudebních problémů a také byly vytrvalejší při zdokonalování svých schopností. Nejlepší strategií pro hru podle sluchu byl holistický přístup. V případě čtení not za pomoci zraku byly neúspěšnější děti, které si nejprve uvědomily detaily díla (tempo, hudební klíč, notový zápis a jeho úskalí) a až poté začaly hrát. Tyto děti také věnovaly po dobu celého hraní svoji pozornost hledání různých překážek, sledování notového záznamu a hodnocení svého výkonu za účelem opravy chyb.

Rytmus a výška tónu tvoří dvě primární dimenze hudby. Oba tyto jevy jsou velice zajímavé pro psychologické zkoumání, protože to jsou jednoduché a dobře definované jednotky, které společně vytvářejí velmi složité a rozmanité vzorce. Rytmické i výškové struktury využívají subdivize (pododdělení) dimenzí které mohou být vyjádřeny jako jednoduché poměry trvání a frekvence. Tyto poměry mají psychologický základ, který se odráží v notovém zápisu, ale samotné vystoupení se od jednoduchých poměrů systematicky liší. Akcent, metrum (metrické měření), tón a harmonie jsou vnímány hierarchicky. Posluchači kódují a zapamatovávají si sekvence trvání a výšek jako celé vzorky. Každá skladba se skládá ze shrnutí interakcí mezi rytmem a výškou tónu a jejich popisem jako kognitivních reprezentací na vysoké úrovni (Krumhansl, 2000).

Vnímání hudby závisí nejen na mnoha kulturně podmíněných faktorech, ale je omezeno vlastnostmi auditorního systému, což nejlépe charakterizuje výška tónu. Naše vnímání hudby je ovlivňováno tím, jak auditorní systém kóduje a uchovává informace. A právě výška tónu je jedním z hlavních rozměrů, díky kterým se zvuk v hudebním díle mění. Výška tónu je percepční korelace periodicity zvuků. Jak můžeme vidět na obrázku č. 3, periodické zvuky mají tvar signálu, který se v čase neustále opakuje.



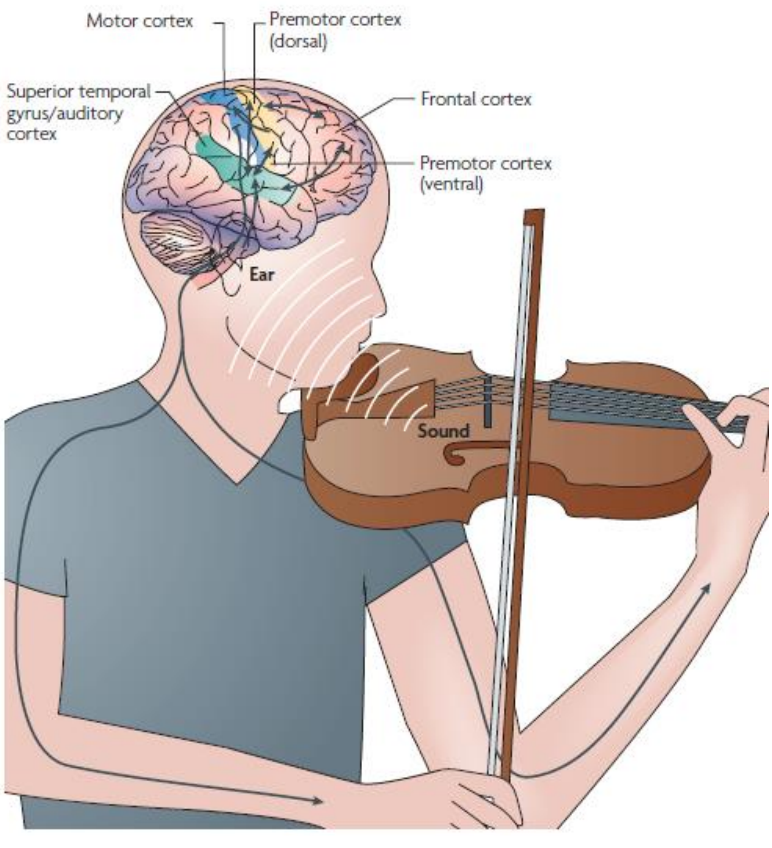
Obrázek 3 Ukázka křivky. Průběh se opakuje každých 2,27 sm, což je perioda (In McDermott & Oxenham, 2008).

Periodické zvuky mají obvykle harmonická spektra, jejichž frekvence jsou násobky společné základní frekvence (F0). F0 označuje dobu potřebnou k opakování tvaru vlny. Nemusí být však nejvýznamnější frekvencí zvuku, a dokonce nemusí být ani přítomna. Ačkoliv většina hlasů a nástrojů produkuje velice výraznou F0, mnoho zařízení pro přehrávání zvuků nemá reproduktory schopné reprodukce nízké frekvence, a tak F0 není při poslechu přítomna. Mechanismus výšky tónu musí určit, zda je tvar signálu zvuku periodický a s jakou periodou (McDermott & Oxeham, 2008).

Při výzkumu vlivu hry na hudební nástroj se ukázalo, že je velice důležitý ranný hudební výcvik. Všeobecně v hudbě platí pravidlo „čím dříve, tím lépe“. V praxi však existují různé typy nástrojů, které vyžadují určitou úrovně fyzické a mentální vyzrálosti. V případě klávesových nástrojů se ideální věk pro začátek tréninku pohybuje okolo dvou let. U strunných nástrojů se tato věková hranice o něco posouvá a ideálním věkem pro začátek hudebního výcviku jsou minimálně tři roky, a to především z důvodu dostatečné fyzické připravenosti, protože ke hře na strunné nástroje jsou potřebné dostatečně dlouhé prsty. Aby dosahovaly dobrých výkonů, měly by děti začínat hrát na dechové nástroje v pozdějším věku. Pro tyto nástroje je velice podstatná schopnost ovládání dechu, kterou děti získávají kolem šestého až sedmého roku (McPherson, Davidson, & Evans, 2016).

4.1 Hudba a mozek

Při hraní na hudební nástroj dochází k velmi zajímavé interakci mezi motorickým a zvukovým systémem. Každý cílený pohyb hudebníka hrajícího na nějaký hudební nástroj totiž produkuje zvuk, který ovlivňuje všechny následující akce vedoucí k pozoruhodné smyslově-motorické souhře (viz obrázek č. 4). Hraní na hudební nástroj je tak složité především kvůli tomu, že při něm muzikant využívá nejméně tři základní motorické kontrolní funkce, mezi něž patří načasování, řazení a prostorová organizace pohybu. Zatímco přesné načasování pohybů souvisí s rytmem, řazení a prostorové aspekty pohybu se týkají hraní jednotlivých not (Zatorre et al., 2007).



Obrázek 4 Sluchově-motorická interakce během hraní na hudební nástroj (In Zatorre, Chen, & Penhune, 2007).

4.1.1 Hudba a její vliv na strukturu mozku

Lidé se oproti některým druhům zvířat rodí pouze s určitým rámcem neuronové sítě, která se postupně utváří díky zkušenostem, a proto je možné, že pokud dlouhodobě a intenzivně vykonáváme určitou činnost, náš mozek se přizpůsobí jejím požadavkům (Eagleman, 2017). Lze tedy předpokládat, že určité oblasti mozku hudebníků, kteří si prošli raným a velmi intenzivním hudebním výcvikem, budou vykazovat určité strukturální změny oproti ne-hudebníkům. Díky těmto změnám se u dospělých hudebníků mohou projevovat jedinečné dovednosti, k nimž patří například schopnost zapamatovat si dlouhé a komplexní bimanuální prstové sekvence, přeložit hudební symboly do motorických sekvencí během čtení pomocí zraku a vnímat výšku a správnost tónu. Někteří hudebníci mají i schopnost identifikovat tón bez přítomnosti referenčního tónu, tato schopnost se nazývá absolutní sluch (Schlaug, 2001), ovšem ve většině výzkumů se pracuje s hudebníky, kteří mají takzvaný relativní sluch (orig. *relative pitch*), který umožňuje rozeznat vzájemné vztahy tónů (intervaly), zapamatovat si melodii a od absolutního sluchu se liší i tím, že se v různé rozvinutosti nachází téměř u každého člověka a dá se cvičit (Foster & Zatorre, 2009).

Tématem vlivu hudby na strukturu mozku se zabývá poměrně mladá disciplína s názvem ‚neurokognice hudby' (orig. *neurocognition of music*), která zahrnuje široké pole biopsychologických výzkumů od zkoumání psychoakustiky a neurálního kódování hudby až po zkoumání mozkových funkcí, které tvoří základ pro kognici a emoce během percepce a produkce vysoce komplexní hudby (Zatorre & Peretz, 2003 In Koelsch, 2006). Pro účely této práce jsou podstatné především ty neurofyziologické a neurozobrazovací studie, které dokazují, že hlavními oblastmi mozku vykazujícími určité strukturální přizpůsobení se hře na hudební nástroj jsou kalózní těleso, motorická kůra a mozeček. Tyto oblasti a jejich změny blíže popisuje ve svém výzkumu Schlaug (2001), ze kterého budu v následujících několika odstavcích čerpat:

Kalózní těleso

Kalózní těleso se díky tomu, že hraje velice významnou roli v interhemisférické integraci a komunikaci, stalo důležitým objektem zkoumání studií, které se zabývají mozkovou asymetrií a interhemisférickou výměnou. Kromě toho bylo také prokázáno, že funkční a možná i strukturální zrání kalózního tělesa sahá až do pozdního dětství či adolescence. A právě z těchto dvou důvodu se zrodil předpoklad, že by raný a intenzivní hudební výcvik bimanuálních komplexních prstových sekvencí, který klade vysoké nároky na zrychlení interhemisférické výměny, mohl vést ke strukturálním změnám v oblasti kalózního tělesa. Tento předpoklad potvrzuje Schlaugovo (2001) zjištění, že hudebníci s raným hudebním výcvikem (před sedmým rokem života) mají zvětšenou přední polovinu kalózního tělesa, a to ve srovnání s ne-hudebníky, ale i hudebníky, kteří na hudební nástroj začali hrát po sedmém roce života.

Motorická kůra

Za strukturální změny v oblasti primární motorické kůry hudebníků je z největší pravděpodobností zodpovědný každodenní velice náročný trénink komplexních bimanuálních prstových sekvencí, ke kterému docházelo již v kritickém období vývoje mozku (prvních 10. let života dítěte). Kromě zvětšeného objemu šedé hmoty v motorické kůře byla ve výzkumu nalezena u hráčů na klavír i zmenšená hemisférická asymetrie, která souvisí především s lateralitou. Není však jisté, zda se profesionální hráči s touto zmenšenou asymetrií narodili a právě díky ní se jim podařilo dosáhnout takových výsledků, nebo k tomu došlo v důsledku intenzivního tréninku hry na klavír, který vyžaduje součinnost obou rukou.

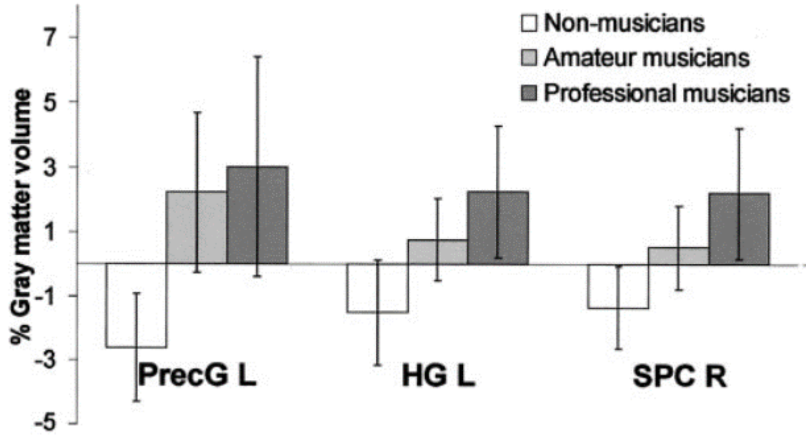
Mozeček

I když mozeček zahrnuje pouze desetinu z celkového objemu mozku, počet nervových buněk nacházejících se v jeho kůře přesahuje celkový počet buněk mozkové kůry asi čtyřikrát. Díky zmíněné hojnosti neuronů a jedinečným spojením s mozkem a míchou hraje mozeček velkou roli v motorickém učení, ale i v jiných kognitivních úlohách. Právě proto lze v mozečku po dlouhodobé a intenzivní motorické aktivitě pozorovat mikrostrukturální změny jako nárůst hustoty synapsí, gliových buněk a kapilár.

Tím, že hraje mozeček velice důležitou roli v koordinaci pohybu a načasování sekvenčních pohybů, dochází k jeho strukturálním změnám v důsledku hry na hudební nástroj. Pokud například porovnáme objem mozečku u mužů hudebníků a ne-hudebníků, zjistíme, že hudebníci s raným tréninkem mají asi o 5 % větší objem mozečku.

Kromě výše zmíněných oblastí byla další pozitivní korelace se statutem hudebníka pozorována v senzomotorické oblasti, premotorické oblasti, superiorní parietální oblasti a bilaterálně v inferiorním temporálním gyru, levém Heschlově gyru a v levém inferiorním frontálním guru. Jak lze vidět na grafu č. 1, objem šedé hmoty v těchto oblastech je největší u profesionálních hudebníků, střední u amatérských hudebníků a nejmenší u ne-hudebníků (Gaser & Schlaug, 2003).

Graf 1 Rozdíly v objemu šedé hmoty mezi profesionálními hudebníky, amatérskými hudebníky a ne-hudebníky ve třech vybraných regionech. Regionální rozdíly v levém precentrálním gyru (PrecG L), levém Heschlově gyru (HG L) a pravé superiorní parietální kůře (SPC R) (In Gaser & Schlaug, 2003).



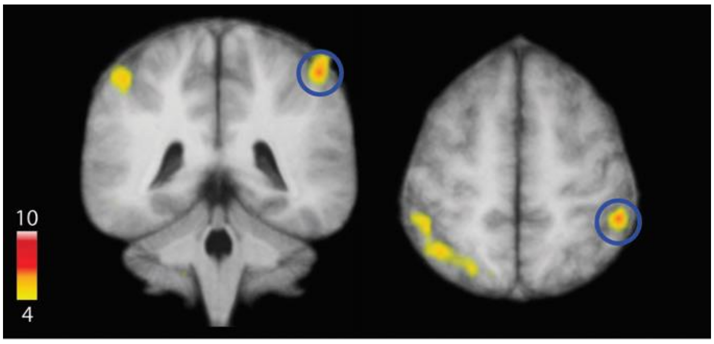
Jak již bylo zmíněno, numerozita je spojována především s oblastí IPS (Dehaene et al. 2003) a proto by se mohlo zdát, že výše popsané oblasti mozku z neuropsychologického hlediska s numerozitou nesouvisejí. Ovšem právě díky komplexnosti matematiky i hry na hudební nástroj spolu tyto dvě náročné schopnosti nemusejí souviset přímo, ale i přesto se mohou vzájemně podporovat. Navíc se všechny tyto studie zabývaly pouze strukturálními změnami v mozku na základě hry na hudební nástroj, nikoliv však propojením hudebních a matematických systémů.

Mezi výzkumy dokazující nepřímé propojení hudby a matematiky patří například studie Schmithorsta a Hollanda (2004), v níž byla nalezena zvýšená aktivace v levé prefrontální kůře hudebníků. A právě tato zvýšená aktivace naznačuje souvislost mezi hudebním tréninkem a lepším výkonem sémantické pracovní paměti, která umožňuje hudebníkům lépe a rychleji se rozhodovat při řešení konfliktů. Například obratní pianisté musí být schopni kvazi-okamžitě zjistit, zda jich levá ruka hraje v souladu s pravou, či nikoliv, a houslisté musí odhalit a korigovat extrémně malé odchylky ve výšce tónu, aby udrželi správnou intonaci. Autoři této studie předpokládají, že právě tyto schopnosti jsou velice užitečné i při řešení konfliktů, ke kterým dochází při matematickém výpočtu, kdy jsou hudebníci schopni oproti ne-hudebníkům v krátkém čase odhalit nesprávný výsledek a rychle ho opravit.

Ovšem pokud předpokládáme, že hudební trénink působí na zlepšení matematických schopností přímo, bude k tomu docházet s největší pravděpodobností díky zlepšení jednoho či více ze tří základních matematických systémů, ke kterým patří aproximální numerický systém, paralelní systém individualizace a systém pro reprezentaci geometrických tvarů, a to především kvůli tomu, že se všechny tyto systémy objevují již v dětství, kdy díky hudebnímu tréninku můžeme pozorovat nejmarkantnější strukturální změny.

Tímto předpokladem se zabývala jako jedna z mála Spelkeová (2008), která se snažila zjistit, zda intenzivní trénink hry na hudební nástroj u dětí a adolescentů souvisí s větším rozvojem tří základních matematických systémů. Zjistila, že děti a adolescenti s intenzivním hudebním tréninkem měli lepší výsledky než děti a adolescenti s žádným či nízkým hudebním tréninkem v detekci geometrických vlastností, rozpoznávání numerické vzdálenosti a také mají lepší prostorové uspořádání a odhad. Kromě zlepšení matematických schopností byla ve výzkumu nalezena souvislost hudebního tréninku s IQ, akademickým výkonem, sociálními a ekonomickými faktory.

Tato práce se zabývá především vlivem hudebního tréninku na aproximální numerický systém, avšak přímo tímto tématem se doposud nikdo nezbýval. Pokud bychom tedy chtěli důkazy o tomto propojení, můžeme čerpat například z fMRI studie Fostera a Zatrreho (2009), kteří nalezli aktivaci v oblasti intraparietálního sulku (viz obrázek č. 5) u hudebníků s relativním sluchem.



Obrázek 5 Aktivace IPS při transpozici vysoce náročných zvukových informací (In Foster & Zatrre, 2009)

Těmto hudebníkům byla puštěna originální a upravená melodie (viz obrázek č. 6) a oni měli posoudit, zda jsou tyto dvě melodie shodné či odlišné. Na základě tohoto zjištění autoři studie předpokládají, že oblast IPS podporuje obecnou kapacitu pro transformaci a porovnávání systematicky propojených vlastností stimulů

Obrázek 6 Ukázka (a) originální a (b) transponované melodie (In Foster & Zatrre, 2009).

Kromě této studie však existují i jiné, které dokazují aktivaci v oblasti IPS při poslechu frázované nenativní hudby (Nan et al., 2008), spontánní hudební tvorbě (Limb & Braun, 2008) a také při imaginaci hudebního vystoupení (Langheim et al., 2001).

5. Propojení hudby a matematiky

Není pochyb o tom, že hra na hudební nástroj i matematické operace na vysoké úrovni stimulují aktivitu mozku. Otázkou však je, zda spolu tyto dvě velice náročné schopnosti souvisejí, a pokud ano, tak jakým způsobem.

Touto složitou otázkou se zabývali filozofové, pedagogové a vědci již od dob Pythagora, avšak až současný pokrok v moderní technologii mapování mozku spolu s větším pochopením jeho fungování přinesly naději na její vyřešení (Cranmore & Tunks, 2015).

5.1 Dva pohledy na propojení hudby a matematiky

Existují dvě hlavní teorie, které naznačují, jakým způsobem by hudební trénink mohl vést ke zlepšení matematických schopností: teorie nervových spojení a teorie blízkého přenosu (Hetland, 2000). Neurální teorií, která poukazuje na vztah mezi hudbou a matematickými schopnostmi z neurologického hlediska, jsem se blíže zabývala v předchozí kapitole, a proto se jí zde již nebudu více věnovat a přejdu rovnou k teorii blízkého přenosu. Tato teorie je postavena na propojení mezi kognitivními aspekty hudby a matematiky prostřednictvím sdílených kognitivních dovedností. Proto se učení, ke kterému dochází během výuky hudby, může přenést na jiné, například matematické úkoly (Črnčec, Wilson, & Prior, 2006).

Mezi další teorie, které se zabývají spojením hudby a matematiky, patří i teorie Cranmora a Tunksové (2015), která říká, že hudební výcvik může podporovat přirozenou tvořivost, řešení problémů a rozmanitost myšlení, které jsou nezbytné pro studium matematiky, zejména pro algebru. Dovednosti potřebné k dekódování notového záznamu se mohou sladit s dovednostmi pro řešení algebraických rovnic a odhodlání potřebné k opakovanému procvičování hudebních pasáží by mohlo vytvořit potřebnou pracovní etiku, nezbytnou pro dokončení složitých matematických problémů.

5.2 Výzkumy potvrzující spojení hudby a matematiky

Existuje celá řada různých studií, které potvrzují vztah mezi hudbou a matematikou. Čerpat však můžeme i ze situací běžného života hudebníků. Například Bambergerová a Diessa (2003) zjistili, že studenti hudby, kteří měli za úkol složit polostrukturovanou melodickou skladbu pomocí speciálního softwaru, spontánně využívali při kompozici matematické principy, které zahrnovaly poměr, podíl, zlomky a násobky.

V této práci však hraje větší roli než samotné propojení hudby a matematiky předpoklad, že hudební výcvik podporuje matematické schopnosti, což například podporuje i Shorová (2010), která zjistila, že bývalí členové středoškolských sborů a orchestrů si během následujícího studia vedli v matematice lépe než studenti, kteří do sboru ani do orchestru nedocházeli. Tento výsledek byl ještě výraznější u dětí z nízkopříjmových rodin. Dále také poznamenala, že individuální soukromé hudební lekce pomáhají dětem rozvíjet vyšší úroveň pozornosti k detailům, které se mohou přenášet mimo hudební prostředí. K tomuto nárůstu pozornosti dochází v důsledku stále se zvyšujících požadavků na hudební výkon a díky tomu dochází k rozvoji kognitivních dovedností v jazyce i matematice. Raný hudební trénink podporuje také kapacitu nervových drah, které jsou důležité nejen pro hudební výkon, ale pro všechny oblasti kognitivního vývoje.

Podobné výsledky jako Shorová (2010) nalezl i Kinney (2008), který ve státních testech administrovaných v šestém a osmém ročníku objevil propojení mezi lepším výsledkem a členstvím ve sboru/orchestru. Zajímavé bylo, že v testu skórovali nejlépe studenti, kteří hráli na instrumentální hudební nástroj, a mezi studenty navštěvujícími sbor a ne-hudebníky nebyl nalezen signifikantní rozdíl.

Dalším, kdo potvrdil předpoklad, že hudební trénink zlepšuje výkon v matematických testech, byla Helmrichová (2010). Do jejího výzkumu se zapojilo více jak 6000 studentů, kteří se účastnili hodnocení Maryland Algebra / Data Analysis High School Assessment. Studenti byli pro účely výzkumu rozděleni do tří skupin. První skupina se skládala z členů orchestru, druhou skupinu tvořili studenti, kteří docházeli do sboru a do třetí skupiny byli zařazeni ne-hudebníci. Stejně tak jako v Kinneyho (2008) studii bylo zjištěno, že studenti s hudebním výcvikem překonali ne-hudebníky a instrumentální hudebníci překonali své sborové protějšky. Průměrná míra úspěšnosti instrumentálních hudebníků byla 90,62, zatímco studenti se sborovým tréninkem měli průměrnou úspěšnost 81,51. Skupina studentů bez hudebního dosáhla v průměru úspěšnosti 75,03.

Všechny tyto studie (Kinney, 2008; Helmrich, 2010; Shore 2010) dokazují korelaci mezi matematickými schopnostmi a hudebním výcvikem. Žádná z nich však jasně neidentifikuje příčinu jejich nálezu a také existuje mnoho matoucích a nejasných prvků, které brání jednoznačnému potvrzení kauzality (Cranmore & Tunks, 2015).

Helmrichová (2010) také varuje, že do korelace mezi hudbou a matematikou může zasahovat spousta intervenujících proměnných. Konkrétně poznamenal, že vysoce motivovaní studenti, kteří přirozeně disponují větším akademickým talentem, vnímají hudební kurzy jako aktivitu, která by mohla vést ke zpestření výuky a k dalšímu rozšíření obzorů, což naznačuje, že se jejich vlastní vnitřní motivace projevuje i v jiných oblastech.

Je zjevné, že otázka týkající se propojení hudby a matematiky není ještě stále zodpovězená. Vědci, kteří věří ve spojení, tvrdí, že by se hudba měla využívat při výuce matematiky, a podporují zvýšené zapojení hudebních programů do hodin. Jiní tvrdí, že by hudba měla sloužit především k vlastní potřebě a neměla by být využívána jako pomůcka ke zlepšení výkonnosti v jiných předmětech (Cranmore, & Tunks, 2015).

Myslím si, že zajímavý pohled na toto téma zprostředkovali Cranmorová a Tunks (2015), kteří se ve svém výzkumu ptali studentů středních škol, zda si myslí, že má hudba vliv na matematické schopnosti, a jakým způsobem k tomuto názoru dospěli. Celkem se studie zúčastnilo 24 studentů, z nich 14 vnímalo spojení mezi matematickým výkonem a hudbou a pět si nebylo jistých. Studenti, kteří propojení vnímali, zdůvodňovali svůj názor propojením kognitivních aspektů matematiky a hudby, neurálním propojením oblastí aktivních jak při hraní, tak při matematických operacích anebo neoficiálními důkazy hudebníků, kteří jsou úspěšní v matematice. Pět studentů nevidělo žádné propojení a svůj názor podpořilo nejčastěji tvrzením, že hudba a matematika jsou dvě nesouvisející pole. Velice zajímavé bylo i zjištění, že skupinu, která věřila v propojení, tvořili především hudebníci a studenti, kteří spojení popírali, byli nejčastěji matematici.

6. Interdisciplinární výuka matematiky

Důkazy jasně ukazují, že tradiční metody výuky matematiky nejsou pro studenty vhodné (Hiebert, 1999) a to z toho důvodu, že spočívají v přiřazení stejného problému každému studentovi, výkladu za pomocí učebnic, naléhání na jeden způsob řešení problému a zanedbávání porozumění (Furner & Berman, 2005). Právě díky těmto metodám je současný způsob výuky neefektivní, protože nedokáže oslovit všechny studenty a uspokojit jejich potřeby, a tak brání některým studentům ve využití jejich dovedností a schopností (Scott, 2005), což vede nejen ke zhoršenému výkonu, ale i k rozvoji matematické úzkosti (Furner & Berman, 2005).

Naproti tomu výuka matematiky využívající účinných didaktických strategií, s cílem rozvíjet abstraktní porozumění díky aktivitám zaměřeným na řešení problému za pomoci modelů, simulací, objevování, výzev a her má potenciál ke zlepšení výsledků, a tak i ke snížení matematické úzkosti (Tobias, 1998). Toto tvrzení podporují i Ellis a Fouts (2001), kteří věří, že interdisciplinární vzdělávání může nejen zlepšit matematické uvažování a motivaci k učení, ale také poskytuje příležitost nahlížen na problém z různých perspektiv a pomáhá při propojování nových a již existujících znalostí.

6.1 Integrace hudby do výuky matematiky

Jedou z metod alternativní výuky je integrace umění do hodin matematiky. A je to právě hudba, jež je ideální formou umění, které lze při výuce matematiky využít. Spojení mezi hudbou a matematikou je velice bohaté a zahrnuje melodii, rytmus, intervaly, stupnice, harmonii,ladění a intonaci. Všechny tyto hudební pojmy souvisejí s matematickými koncepty, jako jsou numerické vztahy, celá čísla, logaritmy, aritmetické operace, obsahové oblasti algebry, pravděpodobnosti, trigonometrie a geometrie (Beer, 1998).

An, Capratová a Tilman (2013) provedly výzkum, ve kterém zkoumaly, jakým způsobem ovlivní matematické schopnosti integrace hudby do hodin matematiky. Učitelé při tomto experimentu využívali během deseti hodin matematiky různé hudební aktivity včetně zpěvu, hraní na zvonky, klávesy a další perkusní nástroje. Výsledkem tohoto výzkumu bylo zjištění, že integrace hudby do výuky matematiky pomáhala studentům aplikovat jejich nově získané hudební znalosti při pochopení matematických pojmů a zlepšení dovednosti matematického uvažování, zároveň také povzbuzuje studenty k vytváření jejich vlastních slovních problémů a pomáhá jim aplikovat matematické koncepty získané prostřednictvím hudebně-matematických aktivit do jejich každodenního života. Tento výsledek ukazuje, že hudební integrace hodin matematiky pozitivně ovlivnila matematické schopnosti studentů v těchto oblastech.

Vzhledem k těmto zjištěním je pro pedagogy a vědce důležité, aby pokračovali ve zkoumání možných souvislostí mezi matematikou a hudebním tréninkem, zejména vzhledem k obecnému vnímání, že hudba ovlivňuje matematické učení, i když ve skutečnosti jsou tyto vlivy méně jasné. Je důležité, aby učitelé hudby i matematiky stavěli na možných souvislostech, což je způsob, jak přispět k celkovému úspěšnému učení studentů (Cranmore & Tunks, 2015).

7. Vyšetření mozku pomocí EEG

7.1 Elektroencefalografie

Elektroencefalografie (EEG) je elektrofyziologická vyšetřovací metoda, která se využívá zejména v neurologii a neuropsychologii. Jako první popsal EEG v roce 1875 Richard Caton, který za pomoci galvanometru zaznamenal mozkové vlny u opic a králíků. Richard Caton tak položil základy pro německého fyziologa a psychiatra Hanse Bergera, který jako první provedl v roce 1924 EEG vyšetření u člověka a tím navázal na svůj předchozí výzkum, při kterém u psů detekoval dva typy mozkové činnosti, a snažil se zjistit, zda je možné najít podobné mozkové vlny i u lidí (Orel & Procházka, 2017).

V následujícím odstavci bych se ráda věnovala tomu, k čemu elektroencefalografie slouží a jakým způsobem funguje. EEG slouží k zaznamenávání bioelektrických potenciálů, které vznikají při jakékoliv aktivitě mozku a jejichž zdrojem jsou neurony a astrocyty. Astrocyty jsou největšími z neurogliových buněk. Gliové buňky mají velkou škálu funkcí a slouží především jako podpora pro neurony (Trojan, 2003), ovšem současné výzkumy ukazují, že se i astrocyty aktivně podílejí na synaptickém přenosu (Dallérac, Chever,& Rouach, 2013). Neurony jsou nervové buňky, které jsou schopné přijmout, vést, zpracovat a odpovědět na specifické signály. Když dojde k aktivaci neuronů, dochází ke změně jejich napětí a díky tomu vznikají obrazy bioelektrických mozkových rytmů. Tyto rytmy mají různou frekvenci, která je závislá na věku a vigilitě, ale může se také měnit při onemocnění mozku nebo u systémových onemocnění (Kaňovský, 2019).

Přístroj, na kterém se elektroenecefalografické vyšetření provádí, se nazývá elektroencefalograf a záznam mozkových rytmů je elektroencefalogram (Kaňovský, 2019). K samotnému snímání bioelektrických potenciálů se nejčastěji využívají skalpové elektrody, které se umisťují na povrch hlavy. Při vyšetřování hlubokých mozkových struktur je však potřeba využít jehlových zanořených elektrod (Seidl, 2015).

EEG má samozřejmě spoustu výhod, ale má i jednu hlavní a poměrně významnou nevýhodu, a to velkou citlivost na artefakty, které se projevují jako chyby v záznamu a vznikají například pohybem očí, svalovým napětím nebo pocením (Kulišťák, 2011).

7.2 Elektrická aktivita mozku

Jak jsem již zmiňovala výše, elektrická aktivita mozku se snímá pomocí elektrod, které jsou nejčastěji umístěné na povrchu hlavy. Je důležité si uvědomit, že se mozková aktivita v průběhu dětství a dospívání vyvíjí, a proto nelze na záznam získaný od dítěte pohlížet stejně jako na elektroencefalogram dospělého člověka (Orel & Procházka, 2017).
Při elektroencefalografii se elektrická aktivita zaznamenává pomocí elektroencefalografu do podoby potenciálových vln, které poprvé vědci identifikovali a popsali ve třicátých a čtyřicátých letech 20. století (Eagleman, 2017).

7.2.1 Základní EEG rytmy

Alfa rytmus

Alfa rytmus se řadí k nejzákladnějším EEG rytmům a u dospělého člověka se jeho frekvence pohybuje mezi 8–13 Hz (osm až čtrnáct vln za sekundu). Projevuje se v klidovém stavu při zavřených očích, převažuje nejvíc nad parietookcipitílními oblastmi. Obvyklá amplituda alfa rytmu je do 50 μV a při otevření očí dojde k poklesu alfa amlitudy neboli k takzvanému alfa atenuační reakci, po zavření očí dochází opět k nárůstu amplitudy (Kaňovský, 2019).

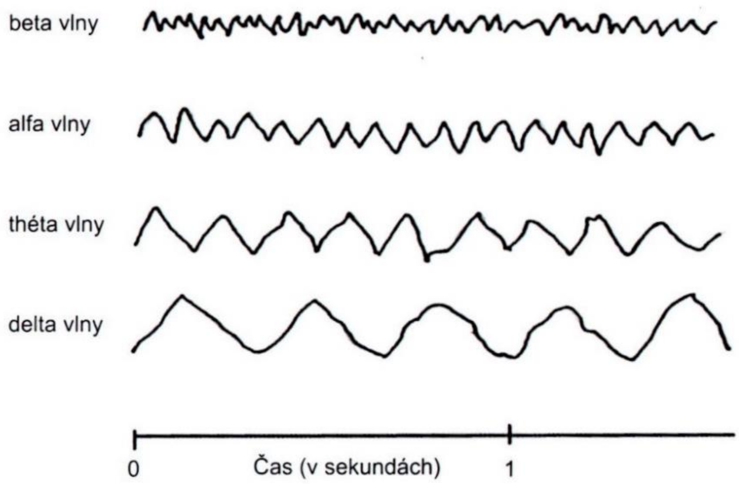
Beta rytmus

Beta rytmus patří mezi hlavní rytmy mozkové aktivity zdravého dospělého člověka v bdělém stavu. Frekvence beta rytmu je mezi 12,5–13 Hz, obvykle s amplitudou 2–20 μV. Nejčastěji se vyskytuje v precentrální a frontální části mozku (Orel & Procházka, 2017). Dále můžeme beta rytmus dělit na *pomalou betu* s frekvencí 12,5–16 Hz, *betu* s frekvencí 16,5–20 Hz a *vysokou betu*, jejíž frekvence je 20,5–28 Hz (Rangaswamy et al., 2002 In Plassová, 2019). Dále můžeme také vyčlenit aktivitu β2 o frekvenci 22–30 Hz, která se vyskytuje při psychofyzickém nabuzení, například při strachu, úzkosti nebo při prožívání starostí.
Théta rytmus

Frekvence théta rytmu je 4–8 Hz při relativně nízké amplitudě 5 až 25 mikrovoltů. Za normálních okolností se u zdravého člověka vyskytuje nad spánkovými oblastmi. Zcela běžně se vyskytuje théta aktivita v grafech u dětí a také při měkkém spánku a při hyperventilaci. Pokud jsou théta vlny přítomny jindy, může to naznačovat patologii (Kaňovský, 2019).

Delta rytmus

Delta rytmus má nejnižší frekvenci od 0,5–3,5 Hz. Normálně se vyskytuje stejně jako théta rytmus u dětí v hlubokém spánku a také při hyperventilaci. Pokud delta rytmus zaznamenáme u dospělého člověka v bdělém stavu, jedná se vždy o patologii (Kaňovský, 2019).

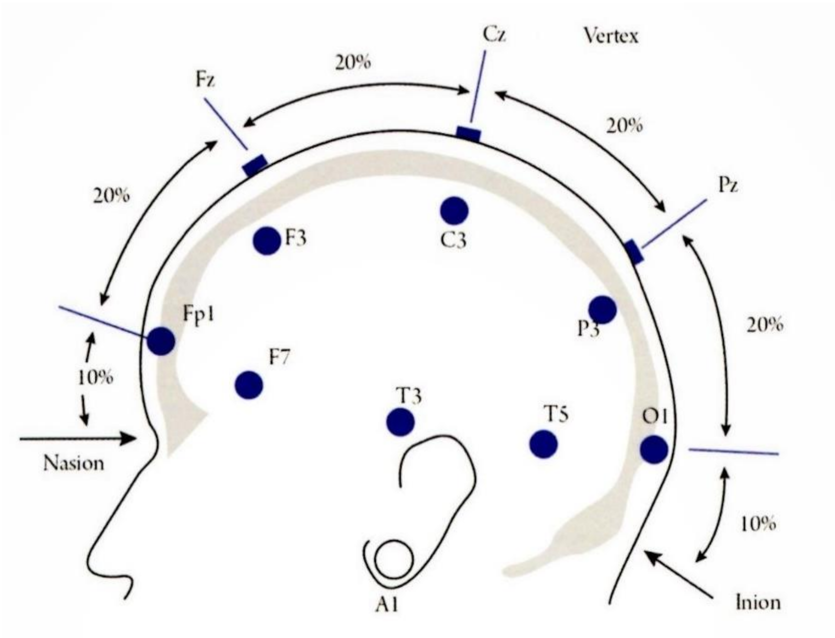


Obrázek 7 základní mozkové vlny (In Orel & Procházka, 2017).

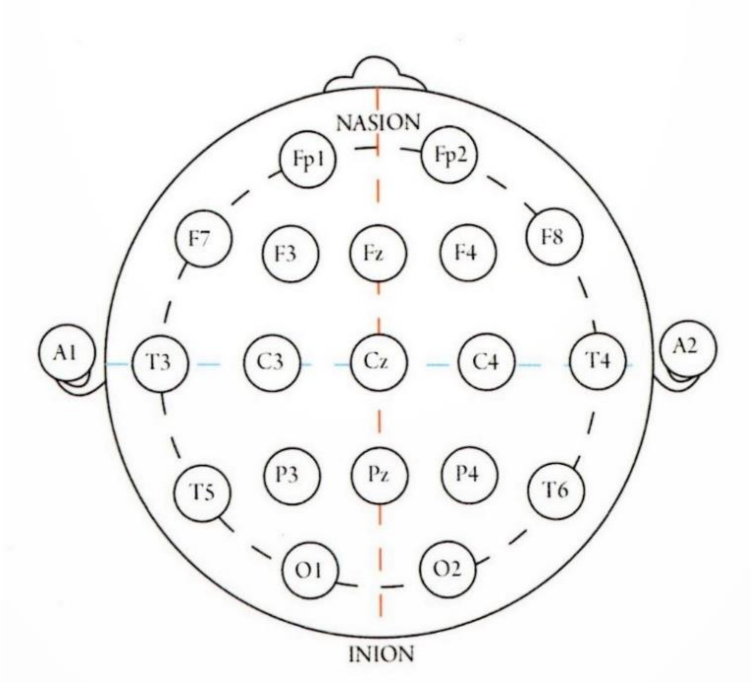
7.3 Praktické provedení EEG vyšetření

Pro EEG vyšetření je velice podstatné, aby se pacient co nejméně hýbal, a tak byly minimalizované svalové artefakty, z tohoto důvodu se provádí vyšetření nejčastěji vsedě nebo vleže. Na hlavě má přiložené skalpové elektrody, které jsou připojené na standardních místech podle mezinárodního 10–20 EEG systému (viz obrázek č. 8). Pro to, aby byly potenciály z povrchu hlavy kvalitně snímány, je zapotřebí dobrý kontakt elektrod s povrchem hlavy a také vodivý gel. Je také důležité, aby byly elektrody na hlavě správně rozmístěné a měly mezi sebou stejné vzdálenosti, což zajišťuje speciální čepice (Orel & Procházka, 2017)

Každá elektroda má na sobě písmeno a číslici. Jak lze vidět na obrázku č. 8, písmena nám určují umístění elektrody (F = frontální; C = centrální; P = parietální; T= temporální; O = okcipitální). Lichá čísla nám označují elektrody umístěné nad levou mozkovou hemisféru a sudé nad pravou (Kaňovský, 2019).



Obrázek 8 Systém 10-20 (In Kaňovský, 2019).



Obrázek 9 Rozmístění elektrod na povrchu hlavy (In Kaňovský, 2019).

7.4 Evokované potenciály

Evokovaný potenciál (orig. *event related potencial – ERP*) je odpovědí nervové soustavy na určitou stimulaci receptorů. Představuje tedy měřitelnou změnu elektrického napětí v nervové tkáni (Kaňovský & Dufek, 2000). Nervový systém můžeme stimulovat jakýmkoliv způsobem a existuje velice mnoho podnětů, na které reaguje evokovanou odpovědí (Kaňovský & Dufek, 2000). Stimuly můžeme z hlediska působení dělit na endogenní a exogenní. Endogenní stimuly vznikají vnitřními událostmi a podmínkami, exogenní stimuly jsou reakcí mozku na specifické vnější podněty (Orel & Procházka, 2017). Dále můžeme také evokované potenciály dělit na zrakové (VEP), sluchové (BAEP, AEP), somatosenzorické (SEP), motorické (MEP) a kognitivní (Kulišťák, 2019). Pro každý typ evokovaného potenciálu se využívá jiný druh stimulace. Ve své práci budu pracovat s kognitivními evokovanými potenciály, a proto se o ostatních způsobech stimulace zmíním jen krátce.

K pozorování zrakových (vizuálních) evokovaných potenciálů se využívá monokulární zraková stimulace, a to buď za pomoci šachovnicí na monitoru při fixaci kříže, nebo záblesků. Jako nejvíce relevantní je u zrakových evokovaných potenciálů vlna P100 – latence odpovědi na daný stimul je kolem 100 ms. Ke snímání sluchových evokovaných potenciálů se využívá rychlého opakování zvuku a oblast snímání je ve vertexu (vrchol

klenby lebeční). Somatosenzorické evokované potenciály se získávají opakováním elektrického impulzu stimulujícího periferní nervy a motorické evokované potenciály se získávají pomocí magnetické transkraniální stimulace (Orel & Procházka, 2017).
Hlavním předpokladem pro registraci evokovaných potenciálů je odpovídající vybavení, které musí obsahovat: *„stimulátor odpovídající dané modalitě, registrační elektrody, diferenční předzesilovač a odpovídající přístroj, umožňující další zesílení, zprůměrnění a zobrazení signálu“ (*Kaňovský & Dufek, 2000, s. 20).

7.4.1 Kognitivní evokované potenciály

Kognitivní evokované potenciály se vyskytují při zpracování kognitivních úloh. Lze je vyvolat zrakovými, sluchovými i kombinovanými podněty (Slavíčková, Brunovský, & Mohr, 2010), avšak nejčastěji se využívají právě senzorické podněty, u nichž sledujeme latenci odpovědí (Seidl, 2015).
Při měření kognitivní odezvy se nejčastěji vyskytuje vlna P300, CNV, N400, P600, MMN a další (Slavíčková et al., 2010). Vlna P300 (někdy také nazývaná P3) je jediným standardizovaným neurofyziologickým nástrojem k hodnocení kognitivních funkcí (Kaňovský, 2019) a s největší pravděpodobností představuje zachycení a rozpoznání nějakého objektu a jeho zařazení do určitých souvislostí (Kaňovský & Dufek, 2000).

Vizuální kognitivní evokované potenciály

Vizuální kognitivní evokované potenciály vznikají vizuální stimulací korových oblastí mozku a k jejich vyšetřování se standardně využívá vlna P3, jejíž generátory byly nalezeny v kortikálních strukturách frontálního, temporálního, parietálního laloku a také v thalamu.
Nejčastěji se při zjišťování komponenty P3 využívá *odball paradigmatu*. Subjektům jsou v jeho nejjednodušší formě prezentovány dva vizuální podněty, jeden z nich je vždy vzácnější (terčový) a druhý častý (standardní). Toto paradigma lze užít buď v aktivní, nebo v pasivní formě. Při pasivní formě je úkolem vyšetřovaného pouze sledovat vizuálně prezentované podněty, při aktivní variantě musí podněty v duchu počítat a/nebo je označit například stlačením spínače. Latence vlny P3 je závislá především na obtížnosti úkolu, ale nejčastěji se pohybuje kolem 400–550 ms (Kaňofský & Dufek, 2000).

Kromě nejvýraznější vlny P3 obsahuje vizuální ERP i jiné. Jako nejvýznamnější pro nesymbolické zpracování nalezla Plassová (2019) komponenty N1 (N100), N2 (N200) a P2p, které jsou i v jiné literatuře spojovány s nesymbolickou matematikou a číselným zpracováním (Dehaene, 1996 in Plassová, 2019).

8. Reakční čas

Nakonečný (1998, s. 171) definuje reakční čas jako *„čas, který uběhne od vystoupení podnětu k vjemu (uvědomění si tohoto podnětu)“.* Jde tady o dobu od registrace podnětu k počátku reakce (Šucha et al., 2013). Abychom podnět dokázali zaregistrovat, musí trvat určitou dobu. U běžných podnětů je potřebná doba pro vytvoření vjemu přibližně 0,2 sekundy a reakční čas je u těchto případů okolo 0,4–0,8 sekund (Šucha et al., 2013).
Kromě délky trvání podnětu hraje při jeho registraci velkou roli i pozornost. Pokud je například naše pozornost zaměřena jiným směrem, dojde k prodlevě ve zpracování podnětu v mozku a díky tomu bude opožděná i naše reakce. Avšak i když máme zaměřenou pozornost, objekt nezaregistrujeme, pokud nebude dostatečně intenzivní. Intenzita potřebná k reakci je u každého člověka jiná a odvíjí se od horního a dolního počitkového prahu. V případě, že dojde ke změně podnětu, je reakční doba tím kratší, čím větší/výraznější změna nastala, a všeobecně platí, že pokud se zvyšuje nízká intenzita, je reakční čas rychlejší, než když se zvyšuje vyšší intenzita podnětu (Linhart, 1981).
Mimo již zmíněné činitele ovlivňuje reakční dobu i velké množství jiných proměnných, mezi něž patří stav receptorů, aktuální úroveň aktivace, vztah objektu s pozadím, ale i působení emociogenních podnětů. Emociogenním podnětem se může stát jakýkoliv objekt, ke kterému si daný člověk vytvoří nějaký emocionální vztah, ten může být negativní i pozitivní. Reakce na tyto podněty trvá ve většině případů kratší dobu, výjimku tvoří zvukově prezentované emociogenní podněty, u nichž se reakční doba naopak prodlužuje (Nakonečný, 1998).
Reakční čas se využívá především v diagnostice a při různých experimentech. Asi nejznámější metodou využívající reakční čas je slovní asociační experiment, který slouží k odhalení nevědomých komplexů a využívají se při něm již zmíněné zvukově prezentované emociogenní podněty (Linhart, 1981).

8.1 Reakční čas a numerozita

Ke klasickým proměnným, které ovlivňují dobu reakce, se při práci s nesymbolickou matematikou přidávají ještě další. Reakční čas při porovnávání dvou abstraktních číslic je ovlivňován především lineární vzdáleností a absolutní velikostí těchto hodnot. Pokud se numerická vzdálenost mezi dvěma hodnotami zvyšuje, reakční čas klesá (lidé například rychleji porovnají dvě sady, z nichž jedna obsahuje dvě a druhá devět teček, než sady, které obsahují dvě a pět teček). V případě, že je numerická vzdálenost konstantní, hraje hlavní roli velikost abstraktně reprezentovaných číslic. Čím větší je hodnota, tím se reakční čas zvyšuje (lidé jsou rychlejší při porovnávání dvou a tří teček, než čtyř a pěti teček) (Brannon, 2006).

9. Návrh výzkumu

V této kapitole bych se ráda věnovala možnému provedení výzkumu numerozity u hudebníků. Celá tato práce navazuje na výzkumy provedené na Jihočeské univerzitě v Českých Budějovicích, kde se tématem neurálních korelátů aritmetických funkcí zabývá doktorka Plassová (2019), která se společně se svými studenty (např. Kratochvílová, 2019; Klempířová, 2019) snaží rozšířit poznatky o tomto tématu. Proto se můj návrh výzkumu bude opírat především o již zmíněné práce. Je nutné dodat, že tento návrh je jen ilustrační a slouží pouze k nastínění způsobu, jakým by bylo možné výzkum provést, ale není jediným možným způsobem.

9.1 Metodologie výzkumu

9.1.1 Cíl výzkumu a výzkumný problém

Z důvodu, že se tématem neurálních korelátů aritmetických funkcí u hudebníků ještě nikdo nezabýval, mělo by být hlavním cílem výzkumu rozšíření znalostí o ANS, především potvrzení, či vyvrácení tvrzení, že hudba může sloužit k tréninku základních matematických systémů a tím podporovat matematické schopnosti.

Cílem takto provedené práce by tedy mohlo být popsat za pomoci elektroencefalografu kognitivní evokované potenciály v oblastech, které byly v předchozích výzkumech nalezeny a popsány jako významné pro hrubý matematický výpočet a odhad. Konkrétně se jedná o oblast intraparietálního sulku, levou část parietálního kortexu a okcipitálně-parietální kortex. Dále by bylo možné se zaměřit například na to, v jakých mozkových oblastech je vyvíjena aktivita při aproximálním aritmetickém tréninku u hudebníků, a také porovnat numerickou inteligenci s výsledky v aproximálním aritmetickém tréninku. V případě, že by byla sestavena i kontrolní skupina, bylo by velice zajímavé porovnat mezi sebou hudebníky s raným hudebním výcvikem a ne-hudebníky.

9.1.2 Hypotézy

Na základně stanovených cílů výzkumu a výzkumného problému by mohly případné hypotézy výzkumu numerozity u hudebníků znít takto:

H1: Existuje statisticky významný rozdíl v úlohách aproximálního aritmetického tréninku mezi hudebníky, kteří v testu hudebních schopností skórují v pásmu nadprůměru a v pásmu průměru.

H2: Existuje statisticky významný rozdíl v úlohách aproximálního aritmetického tréninku mezi hudebníky skórujícími v IST testu v pásmu nadprůměru a v průměrném pásmu.

H3: Existuje statisticky signifikantní rozdíl v úlohách aproximálního aritmetického tréninku mezi hudebníky s ranným hudebním výcvikem a s pozdějším hudebním výcvikem.

H4: Existuje statisticky signifikantní rozdíl mezi reakční odpovědí hudebníků skórujícími v IST testu v pásmu nadprůměru a v pásmu průměru.

H5: Existuje statisticky signifikantní rozdíl mezi reakční odpovědí hudebníků skórujícími v testu hudebních schopností v pásmu nadprůměru a v průměrném pásmu.

H6: Existuje statistický významný rozdíl v aktivitě IPS mezi hudebníky skórujícími v testu hudebních schopností v pásmu nadprůměru a v průměrném pásmu.

H7: Existuje statisticky významný rozdíl v aktivitě IPS mezi hudebníky s ranným hudebním výcvikem a pozdějším hudebním výcvikem.

9.1.3 Výzkumný soubor

Díky předchozím výzkumům (např. Kinney, 2008; Halmrich, 2010; Shore, 2010) víme, že by měl hudebník splňovat několik základních podmínek, aby u něj hudební výcvik mohl ovlivňovat matematické schopnosti. Jedním z nejdůležitějších předpokladů je intenzivní hudební výcvik, kterému byl vystaven již před sedmým rokem života. Dále by měl ovládat

noty a samozřejmě podle nich hrát, dodržovat tempo, intonovat a také by měl mít alespoň relativní sluch. Proto považuji za ideální probandy pro výzkum propojení hudby a matematiky žáky konzervatoře či vysokoškolské studenty hudební výchovy.
Samozřejmě by bylo velice vhodné sestavení i kontrolní skupiny, která by byla tvořena dobrovolníky stejného věku bez hudebního vzdělání nebo s pozdějším hudebním výcvikem (po 7. roce věku).

9.1.4 Etické hledisko

I když se jedná pouze o návrh experimentu, je velice důležité se alespoň obecně zmínit i o etice experimentálního výzkumu. I v případě, kdy výzkum neklade žádné větší požadavky na psychiku jedince, tudíž je velmi nepravděpodobné, že by mohl způsobit jakékoliv psychické problémy, je podstatné účastníkům předložit informovaný souhlas, ve kterém budou sepsány informace o výzkumu, ale také práva účastníka (např. možnost klást otázky nebo kdykoliv odstoupit z výzkumu). Ačkoliv patří mezi práva probanda získat také výsledky z výzkumu, je vhodné ho upozornit, že jsou orientační a slouží pouze k účelům výzkumu. V případě EEG testování je to ještě o něco složitější, protože výsledky smí sdělovat pouze lékař s příslušnou aprobací.

9.2 Design experimentu

I v této části se budeme držet návrhu experimentu doktorky Plassové (2019), která při jeho vytváření čerpala z výzkumných úloh Parka a Brannonové (2014 In Plassová, 2019). S jejich souhlasem využila úlohy a přetransformovala je do podoby vhodné pro EEG. Ovšem ještě před samotným experimentem by bylo vhodné využít, nebo si sestavit test hudebních schopností, díky němuž bychom zjistili, zda jsou vybraní hudebníci pro náš výzkum vhodní a také by sloužil k rozřazení účastníků výzkumu podle hudebních schopností. Dále je také nutné provést inteligenční test, který bude sloužit k porovnání výsledků z aproximálního aritmetického tréninku s numerickou inteligencí.

7.2.1 Test hudebních schopností

I když existuje poměrně velké množství testů hudebních schopností, jsou všechny poměrně zastaralé a žádné z nich nejsou standardizované, ani modifikované na českou populaci. Ovšem díky tomu, že v našem případě nechceme nikoho diagnostikovat, ale pouze orientačně zjistit hudební schopnosti, můžeme využít například test Seashora. Seashore je americký hudební psycholog, který se jako jeden z prvních začal hudebními schopnostmi zabývat a také založil laboratoř psychologie hudby na univerzitě Iowě. Zde vznikl v roce 1919 první standardizovaný test hudebních schopností s názvem *„Measure of Musical talent“.* Tento test se po revizích v roce 1939 a 1956 používá i přes některé kritiky dodnes. Obsahuje šest subtestů, které se zaměřují na měření rozlišovací schopnosti pro výšku (urči, zda je první tón nižší či vyšší než druhý), měření schopnosti rozlišovat sílu tónů (urči, zda je první tón silnější, nebo slabší než druhý), schopnost rozpoznávat rytmus (urči, zda je druhý rytmický vzorek stejný, nebo odlišný), schopnost rozeznávat délku trvání tónu (zda je druhý tón stejně dlouhý, jako ten první, nebo se odlišuje), měří také schopnost rozlišovat barvu zvuku (urči, zda má druhý tón stejnou barvu) a hudební paměť (pořadí tónů) (Sedlák & Váňová, 2013).

Zajímavý pohled na měření hudebních schopností přinesl Révész, který ve svém testu zkoumal nejen citlivost pro hudební výšku, rytmické a harmonické cítění, ale i tvůrčí fantazii (dokonči započatou melodii hrou na hudební nástroj, nebo zpěvem) a reprodukční schopnosti (zahraj slyšené tóny na klavír) (Sedlák, 1981).

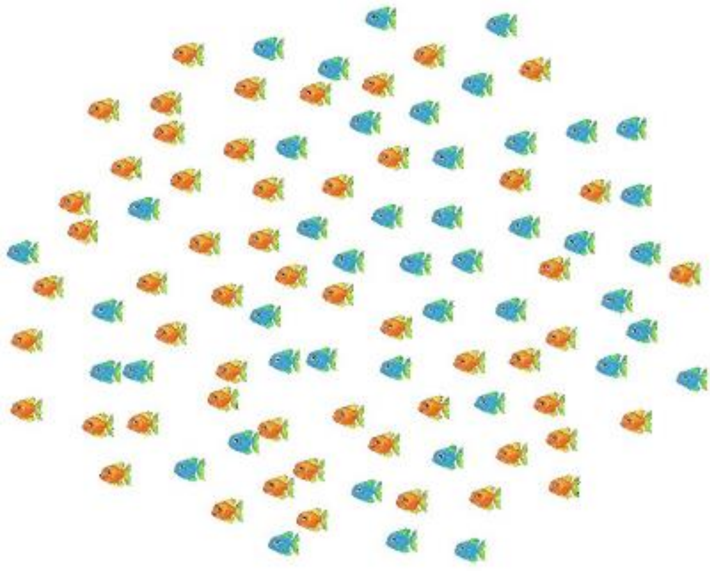
7.2.2 Amthauerův test struktury inteligence

Pro účely tohoto výzkumu můžeme k měření numerické inteligence využít například Amthauerův test struktury inteligence (IST). Tento test slouží k měření inteligence od adolescentů (od 13 let) po dospělé jedince. IST má dvě formy zadávání – A a B. Každá z forem obsahuje základní modul, zkrácený modul a rozšiřující modul. Základní modul je tvořen třemi škálami, jimiž jsou verbální inteligence (schopnosti, které se uplatní při zvládání jazyka a řešení verbálních úloh), numerická inteligence (schopnosti vázané na mentální operace s čísly) a figurální inteligence (neverbální schopnosti). Každá z těchto škál obsahuje tři subtesty. K měření verbální inteligence slouží v IST doplňování vět, analogie a zobecňování. Ke zjišťování numerické inteligence slouží početní úlohy, číselné řady a početní znaménka Pro zjišťování figurální inteligence výběr obrazců, úlohy s kostkami a úlohy s maticemi. Základní modul doplňuje ještě škála paměti.

Rozšiřující modul je tvořen testem znalostí, který se zaměřuje na verbální, numerické a figurální znalosti. Pokud budeme administrovat celý test, získáme informace o verbálních, numerických a figurálních znalostech. V tomto případě by bylo možné administrovat pouze škálu zaměřenou na numerickou inteligenci a s ní spojené subtesty. Tím získáme numerickou inteligenci, díky níž bude možné účastníky výzkumu rozdělit na podprůměrné, průměrné a nadprůměrné (Amthauer et al., 2015).

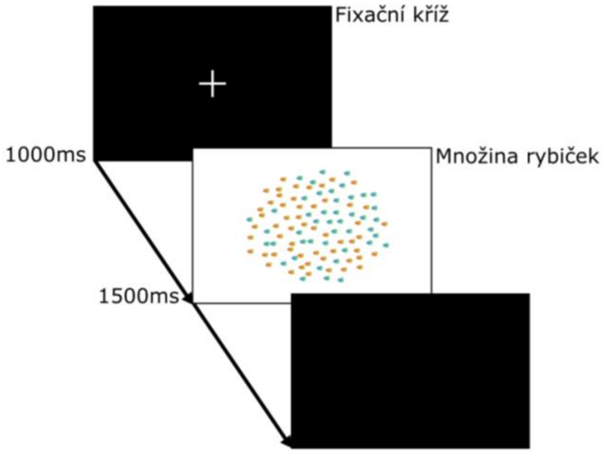
7.2.1 EEG experiment

Jednou z možností je využít k testování neurálních korelátů aritmetických funkcí experiment Plassové (2019), který je však určen pro předškolní děti, a proto by bylo nutné ho přizpůsobit dospělé populaci. Existuje sice spousta podobných výzkumů, ale většina z nich pracuje se dvěma sadami teček a proband má mezi nimi rozlišit. Oproti takovým výzkumným úlohám má experiment Plassové jednu velkou výhodu. Místo dvou množin obsahují její úlohy pouze jednu množinu. Díky tomu jsou oční pohyby minimalizované a EEG signál je tak čistší. Množina obsahuje 100 podnětů oranžové a modré barvy ve tvaru ryby (viz obrázek č. 10). Tvar rybky nemá žádný větší význam a má pouze upoutat dětskou pozornost. Barvy jsou zvolené také náhodně a mají sloužit pouze ke snadnějšímu rozlišování.



Obrázek 10 Ukázka výzkumné úlohy (In Plassová, 2019).

Úkolem probanda je rozlišit, zda je na obrázku více oranžových, nebo modrých rybek a poté kliknout na tlačítko příslušné barvy. Na začátku je stejně jako při kterémkoliv jiném experimentu velice podstatné provést zácvik, který slouží především k ověření, zda úloze účastník výzkumu rozumí. V případě tohoto experimentu tvoří zácvik stejné úlohy, jako v samotném experimentu, ale obrázky obsahují menší počet ryb (1 až 6). Poté následuje samotná úloha (viz obrázek č. 11), při které se nejprve zobrazí černá plocha s bílým fixním křížem uprostřed, který slouží především pro lepší koncentraci pozornosti před samotným úkolem. Toto trvá asi 100 ms a poté se zobrazí na 1500 ms plocha se samotným úkolem, následně se objeví černá plocha, která dává probandovi čas na zmáčknutí tlačítka. Tento postup se neustále opakuje.



Obrázek 11 Časová posloupnost experimentu (In Plassová, 2019).

Experiment je tvořený náhodně generovanými různě těžkými úlohami. V případě nejtěžších úloh se počet rybek liší pouze o dvě. Například obsahuje 49 modrých a 51 oranžových ryb. Kromě toho lze při této úloze sledovat i reakční čas. V případě hudebníků by mohly být výsledky obzvlášť zajímavé. Jak již bylo zmíněno (viz kapitola č. 4), hudebníci musí být schopní reagovat i na drobné odchylky téměř okamžitě, a proto by oproti ne-hudebníkům mohli mít o něco kratší reakční čas.

10. Závěr

Bakalářská práce s názvem „Numerozita u hudebníků“ se věnuje především deskripci vlivu hudby na matematické schopnosti, především na systém hrubého matematického odhadu a výpočtu, který označujeme jako aproximální numerický systém. Aproximální numerický systém patří mezi tři základní systémy, na jejichž základě se vyvíjí pozdější symbolické matematické schopnosti.

Literatura, ze které je v této práci čerpáno, jasně dokazuje, že propojení mezi hudbou a matematikou existuje a že raný hudební trénink může sloužit ke zlepšení symbolické matematiky. Není však jasně prokázáno, jakým způsobem k tomu dochází. Je však velice pravděpodobné, že hudební výcvik podporuje aproximální numerický systém, a tak i symbolickou matematiku.

K tomu, aby bylo toto tvrzení jasně prokázáno je potřeba dalších výzkumů a experimentů s hudebníky, ale i ne-hudebníky, a proto hlavním cílem této práce není poskytnout jednoznačné důkazy o propojení hudby a matematiky, ale poskytnout základ, na který by bylo možné dále navázat.

11. Shrnutí

Tato práce se zabývá vlivem raného a intenzivního hudebního výcviku na aproximální numerický systém. Nejprve jsme se věnovali vymezení základních pojmů, jako jsou dovednosti, vlohy a schopnosti, které s tématem numerických schopností úzce souvisejí. Následně jsme podrobněji rozebrali pouze matematické schopnosti, jejich vývoj a systémy, které jsou při práci s čísly využívané. Poté jsme se zabývali nesymbolickou matematikou a dvěma hlavními systémy, kterými je podporována. Větší pozornost jsme věnovali aproximálnímu numerickému systému, a to z toho důvodu, že práce navazuje na výzkumy, které se právě tímto tématem zabývají. Protože se s matematikou často pojí i strach, věnovali jsme část práce i matematické úzkosti a jejímu vlivu na matematický výkon. Dále jsme se věnovali vlivu hudby na strukturu mozku a na možný způsob propojení mezi hudbou a matematikou.

Značnou část této práce tvoří i návrh možného provedení výzkumu, díky kterému by bylo možné zjistit, zda má skutečně hudební výcvik vliv na aproximální numerický systém. A proto jsme zařadili i kapitoly, které pojednávaly o elektroencefalografii a evokovaných potenciálech. V části pojednávající o návrhu výzkumu jsme se věnovali možnému sestavení výzkumného vzorku, ale i designu výzkumu.

Seznam literatury

1. An, S., Capraro, M.M., & Tillman D.A. (2013). Elementary teachers integrate music activities into regular mathematics lessons: Effects on students' mathematical abilities. *Journal for Learning through the Arts*, 9(1), 1-19.
2. Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11, 181-185.
3. Ashcraft, M. H. & Krause, J. A. (2007). Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic Bulletin and Review*, 14, 243-248.
4. Bamberger, J., & Disessa, A.A. (2003). Music as embodied mathematics: A study of a mutually informing affinity. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 8(2), 123-160.
5. Barth, H., LaMont, K., Lipton. J., & Spelke, E.S. (2005). Abstract number and arithmetic in preschool children. *Proceedings of the National Academy of Science,*102(39), 14116-14121.
6. Beam, K.J. (1998). What do young children know about numerosity?: implications for teachers. *Graduate Research Papers*. 321.
7. Beer, M. (1998). *How do mathematics and music relate to each other?* Brisbane: East Coast College of English.
8. Beilock, S. L., & Carr, T. H. (2005). When high-powered people fail: Working memory and "choking under pressure" in math. *Psychological Science*, 16, 101-105.
9. Berch, D.B. (2005). Making sense of number sense: implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 333–339.
10. Brannon, E. M. (2006). The representation of numerical magnitude. *Current Opinion in Neurobiology*, 16(2), 222–229.
11. Brannon, E.M., &Terrace, H.S. (2000). Representation of numerosities 1–9 by Rhesus Macaques (Macaca mulatta). *Journal of Experimental Psychology Animal Behavior Processes*, 26(1), 31-49.
12. Buckley, P.B., & Gillman, C.B. (1975). Comparison of digits and dot patterns. *Journal of Experimental Psychology*. 103(6), 1131-1136.
13. Castronovo, J., & Göbel, S.M. (2012). Impact of high mathematics education on the number sense. *PLoS ONE*, 7(4).

14. CERMAT. (2018). *Výsledky maturitní zkoušky v roce 2017 a její vývoj od roku 2011*. Dostupné z: https://data.cermat.cz/files/files/MZ2017_ZZ.pdf.
15. Cígler, H. (2018). M*atematické schopnosti: teoretický přehled a jejich měření*. Brno: Masarykova univerzita.
16. Cohen, L., & Dehaene, S. (1996). Cerebral networrks for number processing. *Neurocase*, 2, 155–174.
17. Cranmore, J., & Tunks, J. (2015). High school students' perceptions of the relationship between music and math. *Mid-Western Educational Researcher*, 27(1), 51-69.
18. Črnčec, R., Wilson, S., & Prior, M. (2006). The cognitive and academic benefits of music to Children: Facts and fiction. *Educational Psychology*, 26(4), 579-594.
19. Dallérac, G., Chever, O.,& Rouach, N. (2013). How do astrocytes shape synaptic transmission? Insights from electrophysiology. *Front Cell Neurosci*, 7, 159.
20. De Becker, G. (1998). *Dar strachu.* Frýdek-Místek: Alpress.
21. De Wind, N. K., & Brannon, E. M. (2012). Malleability of the approximate number system: Effects of feedback and training. *Frontiers in Human Neuroscience*, 6(68).
22. Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1-2), 1-42.
23. Dehaene, S. (1999). *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.
24. Dehaene, S., & Cohen, L. (1991). Two mental calculation systems: A case study of severe acalculia with preserved approximation**.** *Neuropsychologia*, 29 (11), 1045–1074.
25. Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Threeparietal circuitsfor number processing. *Cognitive Neuropsychology*, 20, 487–506.
26. Eagleman, D. (2017). *Mozek: váš příběh.* Brno: BizBooks, 2017.
27. Eger, E., Sterzer, P., Russ, M.O., Giraud, A.L., & Kleinschmidt, A. (2003). A supramodal number representation in human intraparietal cortex. *Neuron*, 37, 719–725.
28. Ellis, A. K., & Fouts, J. T. (2001). Interdisciplinary curriculum: The research base. *Music Educators Journal*, *87*(5), 22-26.
29. Feigenson, L., & Carey, S. (2003). Tracking individuals via object-files: Evidence from infants' manual search. *Developmental Science*, 6, 568–584.

30. Feigenson, L., & Carey, S. (2005). On the limits of infants' quantification of small object arrays. *Cognition*, 97(3), 295-313.

31. Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences, 8*(7), 307–314.

32. Fias, W., Lammertyn, J., Reynvoet, B., Dupont, P., & Orban,G.A. (2003). Parietal representation of symbolic and nonsymbolic magnitude. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 15, 47–56.

33. Foster, E.N., & Zatorre, J.R. (2009). A role for the intraparietal sulcus in transforming musical pitch information. *Cerebral Cortex*, 20(6), 1350-1359.

34. Furner, J., & Berman, B. (2005). Confidence in their ability to do mathematics: The need to eradicate math anxiety so our future students can successfully compete in a high-tech globally competitive world. *Dimensions in Mathematics*, 18(1), 28–31.

35. Gaser, CH., & Schlaug, G. (2003). Brain Structures Differ between Musicians and Non-Musicians. *Journal of Neuroscience*, 23 (27), 9240-9245.

36. Gazzaniga MS, Smylie CS. (1984). Dissociation of language and cognition: a psychological profile of two disconnected right hemispheres. *Brain*, 107, 145–53.

37. Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., & Spelke, E. S. (2007). Symbolic arithmetic knowledge without instruction. *Nature*, 447 (7144), 589–591.

38. Gilmore, C.K., McCarthy, S.E., & Spelke, E.S. (2010). Non-symbolic arithmetic abilities and mathematics achievement in the first year of formal schooling. *Cognition*, 115(3), 394-406.

39. Geary, D.C. (1994). *Children's Mathematical Development: Research and Practical Applications*. Washington, DC: American Psychological Association.

40. Gómez – Chacón, I. M. (2000). La alfabetización emocional en educación matemática: actitudes, emociones y creencias. *Uno,* 13, 7-22.

41. Hartl, P., & Hartlová, H. (2000). *Psychologický slovník*. Praha:Portál.

42. Harvey, B.M., Klein, B.P., Petridou, N., & Dumoulin, S.O. (2013). Topographic Representation of Numerosity in the Human Parietal Cortex. *Science*, 341, 1123-1126.

43. Helmrich, B. H. (2010). Window of opportunity? Adolescence, music, and algebra. *Journal of Adolescent Research*, 25(4), 557–577.

44. Hetland, L. (2000). Learning to make music enhances spatial reasoning. *Journal of Aesthetic education, 34*(3/4), 179-238.

45. Hiebert, J. (1999). Relationships between research and the NCTM standards. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30 (1), 3-19.
46. Honzák, R. (1995). *Strach, tréma, úzkost a jak je zvládnout.* Praha: Maxford.
47. Hunsley, J. (1987). Cognitive processes in mathematics anxiety and test anxiety: the role of appraisals, internal dialogue and attributions. *Journal of Educational Psychology*, 79(4), 388-392.
48. Hyde, D. C. (2011). Two systems of non-symbolic numerical cognition. *Frontiers in Human Neuroscience*, 5(150).
49. Izard, V., Dehaene-Lambertz, G., & Dehaene, S. (2008). Distinct Cerebral Pathways for Object Identity and Number in Human Infants. *PLoS Biology*, 6, e16.
50. Jamie, D.R., Brannon, E.M., & Platt, M.L. (2012). Representation of numerosity in posterior parietal cortex. *Frontiers in Integrative Neuroscience*, 6(25).
51. Jevons, W.S. (1871).The power of numerical discrimination. *Nature* 3, 363–372.
52. Kaňovský, P. (2019). *Obecná neurologie a vyšetřovací metody v neurologii.* Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci.
53. Kaňkovský, P. & Dufek, J. (2000). *Evokované potenciály v klinické praxi*. Brno: IDVPZ.
54. Kinney, D. (2008). Selected demographic variables, school music participation, and achievement test scores of urban middle school students. *Journal of Research in Music Education*, 56(2), 145-161.
55. Klampířvá, K. (2019). *Numerozita u dětí s Aspergerovým syndromem* (Bakalářská práce). České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, PdF.
56. Koelsch, S. (2008). Neural substrates of processing syntax and semantics in music. In V. Brandes & R. Haas (Eds.), Music that works: Contributions of biology, neurophysiology, psychology, sociology, medicine and musicology (s. 143-153). Vienna: Springer Wien New York.
57. Kratochvílová, D. (2019). *Numerozita u vysokoškolských studentů* (Bakalářská práce). České Budějovice. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, PdF.
58. Krumhansl, C. L. (2000). Rhythm and pitch in music cognition. *Psychological Bulletin*, *126*(1), 159–179.
59. Kulišťák, P. (2011). *Neuropsychologie*. Praha: Portál.

60. Langheim, J.P.F., Callicott, J.H., Mattay, V.S., Duyn, J.H., & Weinberger, D.R. (2002). Cortical systems associated with covert music rehearsal. *NeuroImage*, 16, 901–908.
61. Lave, J. (1997). Tailor-madee experiences in evaluating the intellectual consequences of apprenticeship training. *Quarterly Newsletter of Institute for Comparative Human Cognition*, 1, 1-3.
62. Legg, A.M., & Locker, L., Jr. (2009). Math performance and its relationship to math anxiety and metacognition. *North American Journal of Psychology*, 11(3), 471-486.
63. Libertus, M.E., Odic, D., & Halberda, J. (2012). Intuitive sense of number correlates with math scores on college-entrance examination. *Acta Psychologica*, 141(3), 373–379.
64. Limb, Ch.J., & Braun, A.R. (2008). Neural substrates of spontaneous musical performance: An fMRI study of jazz improvisation. *PLoS ONE*, 3(2), e1679.
65. Linhart, J. (1981). *Základy obecné psychologie*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství.
66. Lipton, J.S., & Spelke, E.S. (2004). Discrimination of large and small numerosities by human infants. *Infancy* 5, 271–290.
67. Maloney, E.A., Ansari, D., & Fugelsang, J.A. (2011). The effect of mathematics anxiety on the processing of numerical magnitude. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 64(1), 10-16.
68. McCrink, K., & Spelke, E.S. (2010) Core multiplication in childhood. *Cognition*, 116(2)., 204-216.
69. McDermott, J.H., & Oxenham, A.J. (2008). Music perception, pitch, and the auditory systém. *Curr Opin Neurobiol*, 18(4), 452–463.
70. McPherson, G.E. (2005). From child to musician: Skill development during the beginning stages of learning an instrument. *Psychology of Music*, 33(1), 5-35.
71. McPherson, G.E., Davidson, W., & Evans, P. (2016). Playing an instrument. In Mc Pherson, G.E, *The Child as Musician is an authoritative and comprehensive handbook of musical development (s. 401-421).*
72. Nakonečný, M. (1998). *Základy psychologie.* Praha: Academia.
73. Nan, Y., Knösche, T.R., Zysset, S., & Friederici, A.D. (2008). Cross-cultural music phrase processing: An fMRI study. *Human Brain Mapping*, 29, 312–328.

74. Nieder, A. & Dehaene, S. (2009). Representation of number in the brain. *Annual Review of Neuroscience*, 32, 185–208.
75. Núñez-Peña, M.I., Suárez-Pellicioni, M., & Bono, R. (2013). Effects of Math Anxiety on Student Success in Higher Education. *International Journal of Educational Research*, 58, 36-43.
76. Orel, M., & Procházka, R. (2017). *Vyšetření a výzkum mozku: pro psychology, pedagogy a další nelékařské obory.* Praha: Grada.
77. Park, J., & Brannon, E. M. (2013). Training the approximate number system improves math proficiency. *Psychological Science*, 24, 2013-2019.
78. Park, M., Gutyrchik, E., Bao, Y., Zaytseva, Y., Carl, P., Welker, L., … Meindl, T. (2014). Differences between musicians and non-musicians in neuro-affective processing of sadness and fear expressed in music. *Neuroscience Letters*, 566, 120-124.
79. Piazza, M., Izard, V., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2004). Tuning curves for approximate numerosity in the human intraparietal sulcus. *Neuron*, 44(3), 547–555.
80. Piazza, M., Mechelli, A., Price, C.J., & Butterworth, B. (2006). Exact and approximate judgements of visual and auditory numerosity: An fMRI study. *Brain Research*, 1106(1), 177-188.
81. Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., … Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition, 116*(1), 33–41.
82. Plassová, M., Tesař, M., Vavrečka, M., & Valuchová, K. (2016). Approximate number system in children. In M. McGreevy & R. Rita (Eds.), *Proceedings of the 6th Biannual CER Comparative European Research Conference* (182–187). London: Science.
83. Plassová, M., Stuchlíková, I., Vavrečka, M. (2017). Úvod do aproximálního numerického systému. *Pedagogika: časopis pro pedagogickou theorii a praxi*. Praha: Státní nakladatelství učebnic 1951-, 2017, 67(2), 161-176.
84. Plassová, M. (2019). *Neurální koreláty aritmetických funkcí* (Disertační práce). České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, PdF.
85. Plháková, P. (2003). *Učebnice obecné psychologie*. Praha: Academia.

86. Price, G. R., Holloway, I., Rasanen, P., Vesterinen, M., & Ansari, D. (2007). Impaired parietal magnitude processing in developmental dyscalculia. *Current Biology* 17(24), R1042–R1043.
87. Richardson, F. C. & Suinn, R. M. (1972). The mathematics anxiety rating scale: Psychometric data. *Journal of Counseling Psychology*, 19, 551-554.
88. Rossnan, S. (2006). Overcoming math anxiety. *Mathitudes*, 1 (1), 1-4.
89. Rykhlevskaia, E., Uddin, Q. L., Kondos, L., & Menon, V. (2009). Neuroanatomical correlates of developmental dyscalculia. *Front Hum Neurosci*, 3(51).
90. Říčan, P. (1964). Matematické schopnosti. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, 9(6), 361-369.
91. Scott, A.M. (2005). A quantitative examination of Title I and nonTitle I elementary schools in East Tennessee using fourth-grade math and reading standardized test scores. *Electronic Theses and Dissertations*. Dostupné z: https://dc.etsu.edu/etd/1060.
92. Sedlák, F. (1981). *Úvod do psychologie hudby I. – Hudební schopnosti a jejich rozvoj.* Praha: Státní pedagogické nakladatelství.
93. Sedlák, F., Váňová, H. (2013). *Hudební psychologie pro učitele*. Praha: Karolinum.
94. Seidl, Z. (2015). *Neurologie pro studium i praxi*. Praha: Grada Publishing.
95. Shore, K. (2005). *Dr. Ken Shore's classroom problem solvermath anxiety*. Dostupné z: http://www.educationworld.com/a_curr/shore/shore066.shtml
96. Shore, R.A. (2010). Music and cognitive development: From notes to neural networks. *NHSA Dialog*, 13(1), 53-65.
97. Schmithorst, V.J., & Holland, S.K. (2004). The effect of musical training on the neural correlates of math processing: a functional magnetic resonance imaging study in humans. *Neuroscience Letters,* 354, 193–196.
98. Schlaug, G. (2001). The Brain of Musicians. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 930(1), 281-299.
99. Siegler, R.S., Duncan, G.J., Davis-Kean, P.E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., … Chen, M. (2012). Early Predictors of High School Mathematics Achievement. *Psychological Science*, 23(7), 691-697.
100. Slavíčková, A., Brunovský, M., & Mohr, P. (2010) Kognitivní evokované potenciály v klinické praxi a experimentu. *Psychiatrie*, 14(1), 34-40.

101. Spaepen, E., Coppola, M., Spelke, E. S., Carey, S. E., & Goldin-Meadow, S. (2011). Number without a language model. *Proceeding of the National Academy of Sciences of the USA*, 108, 3163–3168.
102. Spelke, E. (2008). Effects of music instruction on developing cognitive systems at the foundations of mathematics and science. In Gazzaniga, M.S., *Learning, Arts, and the Brain: The Dana Consortium Report on Arts and Cognition* (s. 17-49). New York: Dana Press.
103. Starkey, P., Spelke, E.S., & Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition*, 36, 97-127.
104. Stránská, Z., & Pančochová, S. (2000). Úzkost a strach ve škole. *Sborník prací Filozofické fakulty brněnské univerzity*. (s. 149-161). Brno: Masarykova univerzita. Dostupné z: https://digilib.phil.muni.cz/handle/11222.digilib/114406
105. Šamajová, V. (2018). *Vztah nesymbolických početních schopností a vývojové dyskalkulie* (Diplomová práce). Brno: Masarykova univerzita, FSS.
106. Šucha, M., Rehnová, V., Kořán, M., & Černochová D. (2013). *Dopravní psychologie pro praxi.* Praha: Grada Publishing.
107. Tobias, S. (1998). Anxiety and mathematics. *Harvard Education Review, 50*, 63–70.
108. Trehub, S. (2003) The developmental origins of musicality. Nat Neurosci 6, 669-673
109. Trojan, S. (2003). *Lékařská fyziologie*. Praha: Grada Publishing.
110. Von Aster, M. G., Shalev, R. (2007). Number development and developmental Dyscalculia. *Developmental Medicine and Child Neurology*, 49, 868–873.
111. Xu, F. (2003). Numerosity discrimination ininfants:evidence for two systems of representations. *Cognition*, 89, B15–B25.
112. Xu, F., & Spelke, E.S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74(1), B1–B11.
113. Zatorre, R.J., Chen, J.L., & Penhune, V.B. (2007). When the brain plays music: auditory–motor interactions in music perception and production. *Nature reviews Neuroscience*, 8(7), 547-58.

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam grafů