**Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích**

**Ekonomická fakulta**

**Katedra aplikované matematiky a informatiky**

---

**Studijní program: N6208 Ekonomika a management**

**Studijní obor: Obchodní podnikání**

# Možnosti a způsoby využití metod operační analýzy v logistice

**Vedoucí diplomové práce** **Autor**

**Ing. Jana Friebelová, Ph.D.** **Jan Erhart**

---

**2009**

**Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích** **Ekonomická fakulta**

Katedra: Aplikované matematiky a informatiky Akademický rok: 2005/2006

# ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Jméno a příjmení: Jan Erhart

Studijní program:

Studijní obor: OP

Název tématu: Možnosti a způsoby využití metod operační analýzy v logistice

Zásady pro vypracování:

(v zásadách pro vypracování uveďte cíl práce a metodický postup)

Cíl: Cílem této diplomové práce je najít možnosti uplatnění metod operační analýzy v logistice, navrhnout optimální řešení konkrétní situace v konkrétní firmě, porovnat se skutečností a navrhnout možná zlepšení.

Metodika:

1. Výběr a charakteristika článků logistického řetězce, ve kterých lze využít konkrétních metod operační analýzy:
   - Doprava
   - Manipulace
   - Skladování
   - Poskytování a využívání služeb
2. Metody operační analýzy vhodné pro modelování a řešení rozhodovacích situací ve vybraných článcích logistického řetězce (dopravních úlohy, přiřazovací a okružní problém, základní metody teorie grafů, úlohy teorie front a obnovy).
3. Matematické modely vybraných problémů.

4. Software pro řešení optimalizačních úloh v logistice.
5. Formulace konkrétního problému z oblasti logistiky a jeho vyřešení pomocí metod operační analýzy.
6. Porovnání získaného řešení se skutečností.
7. Navržení možných úprav a zhodnocení jejich ekonomického efektu pro firmu.

Rozsah grafických prací:

Rozsah průvodní zprávy: 50 – 70 stran

Seznam odborné literatury:

Demel, J.: Grafy a jejich aplikace. Academia, Praha, 2002

Gros, I.: Kvantitativní metody v manažerském rozhodování. Grada, Praha, 2002.

Jablonský, J.: Operační výzkum. VŠE, Praha 1998.

Jindra, J.: Obchodní logistika. Skripta VŠE Praha, 1992.

Lambert, D. a kol.: Logistika.Computer Press, Praha 2000.

Pernica, P.: Logistika. VŠE, Praha 1995.

Pitel, J. a kol.: Ekonomicko-matematické metódy. Príroda, Bratislava 1988.

Stevenson, W., J.: Production/Operations Management. IRWIN, Homewood 1990

Vedoucí diplomové práce: Ing. Jana Friebelová, Ph.D.

Datum zadání diplomové práce: 17.3.2008

Termín odevzdání diplomové práce: 30.4.2009

L.S.

Vedoucí katedry Děkan

V Českých Budějovicích dne 17.3.2008

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „Možnosti a způsoby využití metod operační analýzy v logistice“ vypracoval samostatně na základě vlastních zjištění a materiálů, které uvádím v seznamu použité literatury.

Dále prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění, souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách.

V Českých Budějovicích 25. 4. 2009

Poděkování

Rád bych tímto způsobem poděkoval Ing. Janě Friebelové, Ph.D., vedoucí práce, za hodnotné rady a připomínky.

Současně děkuji vedení podniku ČSAD Jihotrans, a. s. za jejich ochotu při poskytování informací.

# Obsah

# 1.Úvod

Rozhodování nás provází celým životem. Rozhodování může probíhat na různých úrovních: ekonomiky, podniku, či jednotlivce. V globálním a rychle se měnícím prostředí k této činnosti dochází častěji. Na řešení problémů má podnik v silné konkurenci stále méně času.

Organizace se pohybují v tržním prostředí, snaží se učinit kvalitní a efektivní rozhodnutí z hlediska času, nákladů, či jiného faktoru s jejich činností související. Postupů a metod, jak se dopracovat k rozhodnutí je mnoho. Můžeme postupovat na základě subjektivních přístupů a zkušeností, nebo využít matematické metody a naše možnosti nějak vymezit, kvantifikovat a teprve po té zvolit řešení.

Problematikou rozhodování se zabývají různé teoretické disciplíny, každá za pomoci svých metod a ze svého pohledu zkoumání. V praxi však není účelné vytvářet rozhodnutí na základě jednotlivých disciplín, protože ekonomika, či podnik se chovají jako systém. Systém je skupina mnoha prvků, které na sebe vzájemně působí. Jednotlivé přístupy (disciplíny) se proto spojují, aby rozhodování bylo komplexní a systémové [3].

Smyslem vědeckého přístupu a systémového řešení je odstranit nedostatky vyplývající z intuitivního rozhodování. V oblasti logistiky vede postupná globalizace trhů a z toho vyplývající požadavky na integrované řízení toků zboží v celých, stále rozsáhlejších zásobovacích řetězcích zejména v posledním desetiletí k rychlejšímu a širšímu pronikání exaktních metod do rozhodování [4].

Výše zmíněný trend vede mimo jiné ke spojení logistiky a operační analýzy (operačního výzkumu). Obě dvě disciplíny mají kromě podobné oblasti zkoumání i společnou historii. Získávají na významu zejména se druhou světovou válkou při řízení složitých vojenských operací a s tím souvisejících materiálových toků.

Druhým trendem, který umožnil hlubší propojení obou disciplín je rozvoj informačních technologií. Informační technologie umožňují získání většího množství spolehlivých dat a jejich následné zpracování v krátkém čase. Také přibližují využití účinných postupů z oblasti operační analýzy co nejširšímu okruhu lidí bez hlubší znalosti matematiky.

Cílem této diplomové práce je najít možnosti uplatnění metod operační analýzy v logistice, navrhnout optimální řešení konkrétní situace v konkrétní firmě, porovnat se skutečností a navrhnout možná zlepšení.

Teoretické poznatky jsou rozebrány v literárním přehledu této práce.V této části je vysvětlen postup při řešení problému a zmíněny základní definice a pojmy z oblasti logistiky.

Literární přehled pokračuje popisem nejčastěji využívaných úloh z problematiky logistiky řešitelných za pomoci metod operační analýzy. U některých z těchto úloh jsou popsány i algoritmy používané k jejich vyřešení.

Po teoretické části následuje charakteristika společnosti ČSAD JIHOTRANS, a. s. a sběrné služby, která je v rámci diplomové práce optimalizována.

Na základě poskytnutých dat je vytvořen ekonomický model a vybrána vhodná metoda operační analýzy pro řešení úlohy. Za pomoci softwaru je úloha řešena, porovnána se současným stavem a navrženo možné zlepšení.

# 2.Literární přehled

## *2.1 Vymezení operační analýzy*

Základem operační analýzy je řešení určitého problému z reálného prostředí. Vhodnou metodou pro vyřešení problému je matematické modelování, které analyzuje danou situaci prostřednictvím simulace vypracovaného modelu. Simulací rozumíme vyzkoušení si „nanečisto“ chování abstraktního modelu reálného systému. Hlavní předností před experimentováním s reálným systémem je cena, flexibilita a čas. Můžeme testovat více možných variant, můžeme analyzovat plánované systémy i katastrofické scénáře [4].

Gros problém charakterizuje dvěmi vlastnostmi:

1) Rozpor mezi současnou a požadovanou úrovní stavu systému;
2) Velké množství variant řešení.

**Tabulka 1**: Základní proces operační analýzy [4].

| **Camm, Evans (1995)** | **Lucey(1991)** | **Anderson (1994)** | **Gros (1989)** |
|---|---|---|---|
| | Identifikace a definice problému | Definice problému | Vymezení problému, Stanovení cíle, Identifikace systému |
| Strukturalizace problému (tvorba modelu) | Tvorba modelu Sběr dat Řešení problému | Stanovení alternativ řešení Stanovení kritérií | Tvorba modelu Kvantifikace modelu Řešení modelu |
| Analýza problému (generování alternativ, hledání optimálního řešení) | | Generování alternativních řešení a výběr nejvhodnější varianty | |
| Interpretace výsledků a rozhodnutí o řešení problému Implementace rozhodnutí | Interpretace výsledků Implementace rozhodnutí | Implementace výsledků | Interpretace výsledků |
| | Audit funkce a údržba systému | Kontrola výsledků | Realizace řešení |

K správnému řešení je nutné přesně a jasně vymezit problém, určit cíle a omezující podmínky, v kterých se má řešení pohybovat, abychom vyloučili nereálné a nepoužitelné alternativy řešení.
Při samotné tvorbě modelu si je nutné uvědomit, že ekonomický model vzhledem k složitosti reálného sytému a jeho interpretaci bývá zjednodušen na analyzování nejpodstatnějších prvků a vazeb. V této fázi však nesmí být krom explicitních předpokladů zanedbány ani implicitní, neboli skryté. K transformaci ekonomického modelu na matematický se využívá mnoho disciplín operační analýzy, které budou další součástí textu.
Po vyřešení matematického modelu jsou vytvořeny alternativy, na jejichž základě dochází k interpretaci výsledků.
Interpretaci označují mnozí autoři za nejnáročnější část procesu. V této fázi dochází k podrobení získaných kvantitativních výsledků kvalitativní analýze. Dochází ke konfrontaci ekonomických a technických pracovníků s manažery, zabývajícími se řízením podniku. Výsledkem by mělo být rozhodnutí o přijetí nejvýhodnější alternativy. V závěrečné fázi by mělo dojít k úspěšné realizaci a následné kontrole řešení daného problému.
Jablonský celý proces operačního výzkumu charakterizuje jako prostředek pro nalezení nejlepšího (optimálního) řešení daného problému při respektování celé řady různorodých omezení, které mají na chod systému vliv [5].

## 2.2 Vymezení logistiky

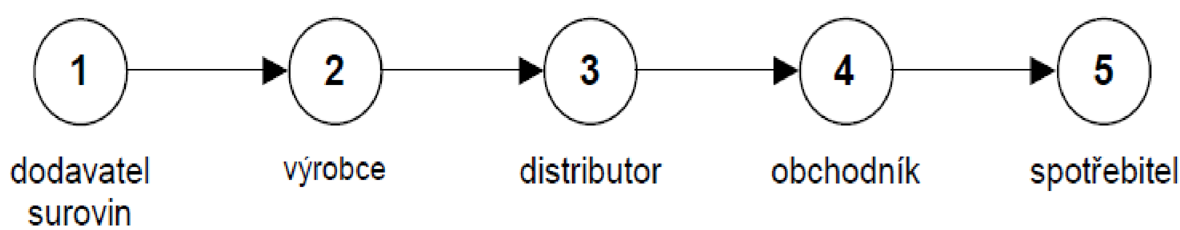
Definic logistiky a jejího řízení můžeme nalézt v literatuře mnoho. Např. Logistické řízení je proces plánování, realizace a řízení efektivního, výkonného toku a skladování zboží, služeb a souvisejících informací z místa vzniku do místa spotřeby, jehož cílem je uspokojit požadavky zákazníků [7].
Logistické řízení můžeme uplatňovat jak v rámci jednoho podniku, tak výhodněji v rámci celého řetězce. Logistický řetězec = soubor hmotných a nehmotných toků probíhajících v řadě navazujících (dodávajících a odebírajících) článků (podsystémů), jejichž struktura a chování jsou odvozeny od požadavků pružně a hospodárně uspokojit potřebu konečného článku [9].

Z uvedených definic můžeme zdůraznit, že chování podniků se odvíjí od potřeb konečného zákazníka. Dle zaměření, návaznosti a počtu článků se určují jejich činnosti a typy logistických řetězců. Mezi klíčové logistické činnosti, nezbytné pro realizaci hladkého toku produktů z místa vzniku do místa jejich spotřeby, zařazujeme tyto aktivity [7]:

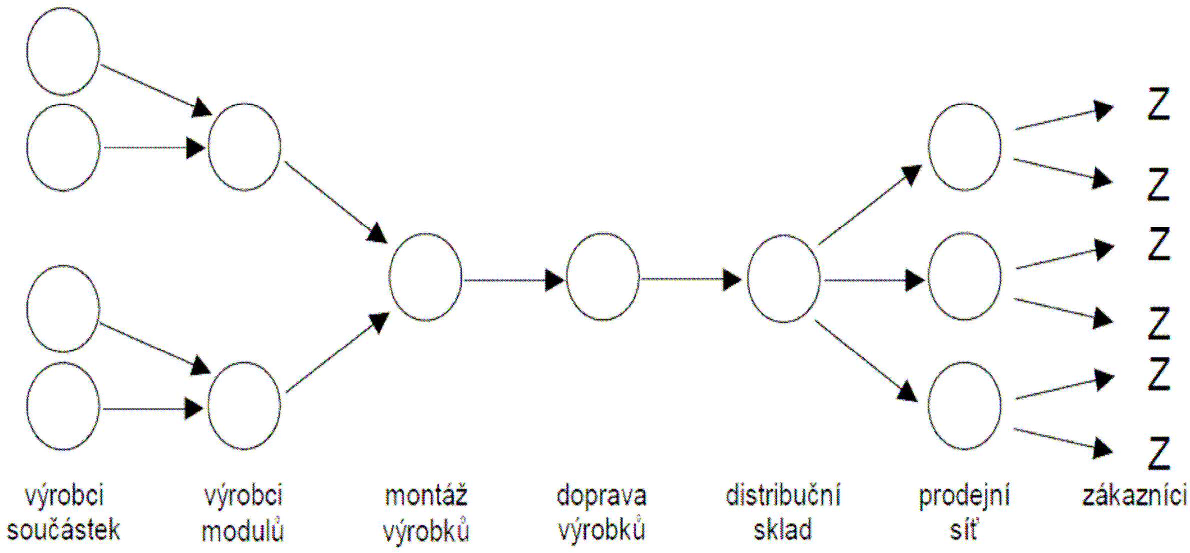
- Zákaznický servis (Customer service);
- Prognózování/plánování poptávky (Demand forecasting/planning);
- Řízení stavu zásob (Inventory management);
- Logistická komunikace (Logistics Communications);
- Manipulace s materiálem (Material handling);
- Vyřizování objednávek (Order Processing);
- Balení (Packaging);
- Podpora servisu a náhradní díly (Parts and service support);
- Stanovení místa výroby a skladování (Plant and warehouse site selection);
- Pořizování/nákup (Procurement);
- Manipulace s vráceným zbožím (Return goods handling);
- Zpětná logistika (Reverse logistics);
- Doprava a přeprava (Traffic and transportation);
- Skladování (Warehousing and storage).

Typy log.řetězců [9]:

**Obrázek 1:** Základní log.řetězec



**Obrázek 2:** Výrobní řetězec




## *2.3 Metody operační analýzy využitelné v logistice*

Oblastí, která nabízí široké pole aplikací modelových přístupů, je logistika. Umožňuje úspěšně optimalizovat toky zboží v rozsáhlých logistických řetězcích konečným zákazníkem počínaje a dodavateli prvotních surovin konče. 21. století je podle řady autorů obdobím, kdy v podmínkách globálních ekonomických systémů dojde k nebývalé široké možnosti aplikace moderních metod při řízení a optimalizaci rozsáhlých systémů [4].

Zaměření a cíle těchto metod se odvíjejí od výše zmíněných logistických činností a struktury logistického řetězce. Lze říci, že v souvislosti s optimalizací logistických činností na logistických řetězcích vznikly i nové teoretické discipliny v operačním výzkumu, jako např. teorie zásob, nebo obecný distribuční problém. Postupem času se zjistilo, že k optimalizaci často nestačí hodnocení podle jediného kriteria a do optimalizace řízení logistických řetězců se postupně začala uplatňovat i vícekriteriální analýza, ve které byla uplatňována zejména kriteria nákladů (nebo ceny), času a výkonnosti technických prostředků a zařízení [8].

Mezi nejtypičtější úlohy využitelné v logistice řadí [5]:

1) Distribuční úlohy (speciální úlohy lineárního programování);
   - Dopravní problém;
   - Přiřazovací problém;
   - Okružní dopravní problém;
   - Obecný distribuční problém.

2) Modely řízení zásob;
3) Modely hromadné obsluhy;
4) Teorie grafů.

## 2.4 Dopravní problém

V dopravním problému, popsán dle [5, 10], je cílem rozvržení rozvozu zboží, či materiálu od dodavatelů (zdroje) k odběratelům (cílová místa) tak, aby byly minimalizovány celkové náklady tohoto rozvozu. V dopravním problému je dáno m-zdrojů (dodavatelů) $D_1$, $D_2$,..., $D_m$ s omezenými kapacitami $a_1$, $a_2$,..., $a_m$ (jednotky produktu, které je dodavatel schopen v daném období dodat) a $n$-cílových míst (odběratelů) $O_1$, $O_2$,..., $O_n$ se stanovenými požadavky $b_1$, $b_2$, ..., $b_n$ (množství produktu, které odběratel v uvažovaném období požaduje). Čísla $a_i$ a $b_j$ nazýváme okrajovými podmínkami dopravního problému.
Vztah mezi každou dvojicí dodavatel, odběratel je nějakým způsobem oceněn. Oceněním bývají většinou vykalkulované náklady na přepravu, či vzdálenost mezi oběma subjekty. Toto ocenění se označuje $c_{ij}$, $i$ = l, 2,..., $m$, $j$ = l, 2,..., $n$ a bývá nazýváno sazbou.
**Cílem řešení dopravního problému** je utvořit plán přepravy, který:

1) Vyčerpá kapacitu všech dodavatelů;
2) Uspokojí požadavek každého odběratele;
3) Bude představovat minimální náklady na tuto přepravu.

V matematickém modelu se tedy stanovují hodnoty neznámých proměnných $x_{ij}$, $i$ = 1, 2,..., $m$, $j$ = 1, 2,..., $n$ tak, aby nebyly překročeny kapacity zdrojů, byly uspokojeny požadavky cílových míst a hodnota účelové funkce nabývala extrému (minima).
Pro větší přehlednost se zadání dopravního problému zapisuje do tabulky, kde řádky představují jednotlivé dodavatele a sloupce odběratele. Okrajové podmínky přiřazené k daným řádkům, či sloupcům zapisujeme na pravý kraj, či poslední řádek tabulky. Sazby píšeme do pravého horního rohu, jak je patrné z níže uvedené tabulky.

**Tabulka 2:** Zápis dopravního problému

| | $O_1$ | $O_2$ | …… | $O_n$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $D_1$ | $c_{11}$ $x_{11}$ | $c_{12}$ $x_{12}$ | …… | $c_{1n}$ $x_{1n}$ | $a_1$ |
| $D_2$ | $c_{21}$ $x_{21}$ | $c_{22}$ $x_{22}$ | …… | $c_{2n}$ $x_{2n}$ | $a_2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $D_m$ | $c_{m1}$ $x_{m1}$ | $c_{m2}$ $x_{m2}$ | …… | $c_{mn}$ $x_{mn}$ | $a_m$ |
| | $b_1$ | $b_2$ | …… | $b_n$ | |

Pro řešení dopravního problému je klíčový vztah celkové kapacity všech zdrojů a všech požadavků cílových míst. Ve speciálním případě bude platit

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

Takový dopravní problém se nazývá **vyrovnaný dopravní problém,** který je vždy řešitelný. V tomto případě dochází k souladu mezi uspokojením všech požadavků a vyčerpáním všech kapacit.

V praktických úlohách zpravidla dochází k převisu na straně nabídky, či na straně poptávky. Tuto úlohu označujeme jako **nevyrovnaný dopravní problém** a dochází k neuspokojení požadavků, nebo zůstane část kapacit nevyužita. Pro splnění podmínek řešitelnosti se tento nedostatek řeší přidáním fiktivního dodavatele, či fiktivního odběratele.

Matematický model vyrovnaného dopravního problému obsahuje:

1) $m*n$ proměnných $x_{ij}$ vyjadřujících objem přepravy mezi $i$-tým zdrojem $j$-tým cílovým místem;
2) $(m + n)$ vlastních omezení. Omezení jsou přitom dvojího druhu:
    a) $m$ omezení představující dodávky ze zdrojů cílovým místům;
    b) $n$ omezení přísluší jednotlivým cílovým místům.

**Matematický model** vyrovnaného dopravního problému vypadá následovně:

Minimalizovat

$$z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{1n}x_{1n} + \ldots + c_{m1}x_{m1} + c_{m2}x_{m2} + \ldots + c_{mn}x_{mn}$$

Za podmínek

$$
\begin{array}{llllll}
x_1 + x_{21} + \ldots + x_{1n} & & & & = a_1 & u_1 \\
& x_{21} + x_{22} + \ldots + x_{2n} & & & = a_2 & u_2 \\
& & & & & \\
& & & x_{m1} + x_{m2} + \ldots + x_{mn} & = a_m & u_m \\
& & & & & \\
x_{11} & + x_{21} & \ldots + x_{m1} & & = b_1 & v_1 \\
x_{21} & + x_{22} & \ldots & + x_{m2} & = b_2 & v_2 \\
& & & & & \\
x_{1n} & + x_{2n} \ldots & & + x_{mn} & = b_n & v_n
\end{array}
$$

Lépe a přehledněji pomocí sumací

$$z_{\min} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \qquad j = 1, 2, \ldots, n$$

$$x_{ij} \geq 0, \qquad i = 1, 2, \ldots\ldots, m, j = 1, 2, \ldots, n$$

Současně s formulací matematického modelu je nutné formulovat i model k němu duálně sdružený.

Ve výše uvedené formulaci byly duální proměnné příslušející kapacitním omezením označeny symboly $u_1$, $u_2$,..., $u_m$ a symboly $v_1$, $v_2$,..., $v_n$ duální proměnné pro omezení vztahující se k jednotlivých požadavků. Duální model bude vypadat následovně:

Maximalizovat

$$f = a_1u_1 + a_2u_2 + \ldots + a_mu_m + b_1v_1 + b_2v_2 + \ldots + b_nv_n$$

$$f_{\max} = \sum_{i=1}^{m} a_i u_i + \sum_{j=1}^{n} b_j v_j$$

Za podmínek

$$u_i + v_j \le c_{ij} \qquad i = 1, 2, \ldots, m, \; j = 1, 2, \ldots, n$$

Duální proměnné v dopravním problému mají nejen věcný význam, ale využívají se také při posuzování, zda je dané přípustné základní řešení dopravního problému optimální.

### 2.4.1 Řešení dopravního problému

Dopravní problém je typickou úlohou lineárního programování, bylo by tedy možné řešit ho standardní simplexovu metodou. Druhou variantou je výpočet základního řešení některou ze specifických metod a následné využití modifikované distribuční metody označované jako MODI metoda k získání optimálního řešení. Tento postup zahrnuje tyto kroky:

1) výpočet výchozího základního řešení;
2) test optimality;
3) výpočet nového základního řešení s lepší hodnotou účelové funkce.

Úkolem prvního kroku je doplnit do tabulky hodnoty proměnných tak, aby jejich řádkové součty byly rovny kapacitám a sloupcové součty byly rovny požadavkům, a aby počet nenulových proměnných nebyl vyšší než $m + n - 1$.

Pro výpočet výchozího základního řešení dopravního problému se používá několik metod:

- *Metoda severozápadního rohu* - při použití této metody jsou jednotlivá pole tabulky obsazována postupně od levého horního rohu směrem k pravému dolnímu. Jedná se o velmi jednoduchou a rychlou metodu, která zpravidla neposkytuje nejvýhodnější řešení. Základním nedostatkem této metody je obsazení polí bez posouzení nákladů na přepravu mezi jednotlivými odběrateli a dodavateli.

- *Indexní metoda* – je založena na přednostním obsazením pole s minimální hodnotou $c_{ij}$. Indexní metoda zpravidla poskytuje lepší řešení než metoda severozápadního rohu. Při použití této metody však může nastat situace, kdy nakonec bude nutné obsadit pole s nejméně výhodným koeficientem. K odstranění této nevýhody se používá 3. metoda.
- *Metoda VAM* (Vogelova aproximační metoda)- početně náročnější, než výše zmíněné metody, zpravidla však poskytuje nejvýhodnější řešení. Postup, kterým se dostaneme pomocí této metody k základnímu řešení je založen na přednostním obsazení pole, které se nachází v řádku, či sloupci s maximálním rozdílem mezi dvěma nejmenšími cenovými koeficienty. V tomto řádku, či sloupci je vybrán nejnižší cenový koeficient.

2) Test optimality

Po nalezení výchozího základního řešení je třeba provést test optimality. Pro ověření optimality se vychází ze vztahů mezi výsledky duálně sdružených úloh. Pro kladnou hodnotu proměnné $x_{ij}$ (obsazené pole) platí: $u_i + v_j = c_{ij}$ Z těchto rovnic můžeme určit hodnoty všech duálních proměnných.. U nedegenerovaného řešení dopravního problému s $m$ dodavateli a $n$ odběrateli je počet obsazených polí $m + n - 1$, zatímco počet duálních proměnných je $m + n$, můžeme tedy jednu duální proměnnou libovolně zvolit.

V dalším kroku porovnáváme v neobsazených polích součet $u_i + v_j$ s příslušnou sazbou $c_{ij}$, z čehož odvodíme redukované cenové koeficienty $z_{ij}$.

Pro každou základní proměnou platí:

$$z_{ij} = u_i + v_j - c_{ij}\,,\ i = 1, 2, ..., m,\ \ j = 1, 2,\dots, n$$

Aby řešení dopravního problému (jedná se o minimalizační úlohu), jehož optimalitu testujeme, bylo řešením optimálním, musí být hodnota všech redukovaných cen nezákladních proměnných záporná.

3) Výpočet nového základního řešení

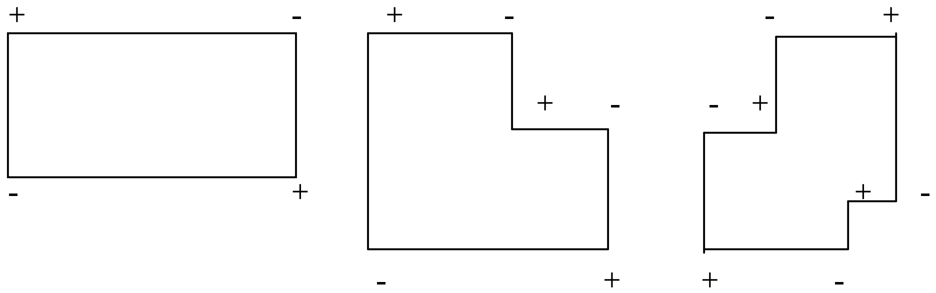
Pokud v předešlém kroku zjistíme, že v některém poli byla porušena podmínka optimality ($z_{ij} > 0$), přistupujeme k výpočtu nového základního řešení. Tento krok spočívá v určení vstupující proměnné a vystupující proměnné.

Vstupující proměnnou se v tabulce dopravního problému volí pole (tzv. klíčové pole) s maximálním kladným redukovaným koeficientem $z_{ij}$.

***Volba vystupující proměnné***

Pro určení vystupující proměnné se konstruuje tzv. uzavřený okruh (Dantzigův uzavřený cyklus)**,** obrázek 3. Tento uzavřený cyklus začíná a současně končí v klíčovém poli. V každém obsazeném poli přitom okruh mění směr (vodorovně x svisle).

**Obrázek 3:** Možné typy Dantzigových cyklů



Pro každé nedegenerované základní řešení existuje právě jeden uzavřený okruh. Pro určení vystupující proměnné se označují rohy cyklu střídavě symbolem + a - v klíčovém poli je přitom symbol +. Vystupující proměnná je minimální hodnotou $x_{ij}$ z polí, které jsou označeny symbolem –.

Pokud je polí s touto minimální hodnotou více, zvolíme vystupující proměnnou libovolně z nich. Vystupující proměnná určuje současně hodnotu nově vstupující proměnné. Pokud je určena vstupující i vystupující proměnná, můžeme přistoupit k přepočetu tabulky, získání nového základního řešení. K polím označeným + se hodnota přičítá a naopak od polí označených - se hodnota odečítá. Ostatní pole tabulky zůstanou beze změny. Počet obsazených polí (základních proměnných) musí přitom zůstat stejný $m + n - 1$. Výpočet poté pokračuje novým testem optimality a celý postup se opakuje dokud nezískáme minimální hodnotu účelové funkce.

Specifickým případem, který může nastat, pokud je alespoň jeden z redukovaných cenových koeficientů u nezákladních proměnných roven nule, je situace, kdy má úloha alternativní optimální řešení.

**Postup výpočtu v případě degenerace**

Pokud počet obsazených polí je menší než $m + n – 1$, není možné vypočítat hodnoty duálních proměnných a následně ani realizovat test optimality. Pro odstranění degenerace se počet obsazených polí doplňuje na hodnotu $m + n – 1$ o zanedbatelné množství $\varepsilon$.

Toto množství umístíme do některého z neobsazených polí. Po odstranění degenerace se výpočet již neliší od původního algoritmu.

Další možností, kdy dojde k degeneraci je současné vyčerpání kapacity dodavatele a uspokojení požadavku odběratele. Tento stav se odstraní přidáním zanedbatelné množství $\varepsilon$ k jedné z okrajových podmínek.

### 2.4.2 Odvozování suboptimálních variant

V praktických dopravních úlohách bývá nutné výsledek, který je optimální z matematického hlediska, z důvodů vnějších změn upravit. Při těchto úpravách optimálního řešení dojde ke zvýšení hodnoty účelové funkce. Pro minimalizaci dopadů těchto změn je vhodné tvořit tzv. suboptimální varianty. Tyto varianty se tvoří na základě informací o nevyužitých dopravních cestách. K těmto informacím patří 2 základní údaje:

1) koeficient zhoršení ($r_{ij}$);
2) průtočnost spoje ($p_{ij}$).

První z údajů udává zhoršení účelové funkce při přepravě jednotkového množství po nevyužité cestě (neobsazeném poli). Je dán vztahem:

$$r_{ij} = \left| u_i + v_j - c_{ij} \right|$$

Druhý z nich určuje maximální možné množství, které lze v daném Dantzigově cyklu přesunout.

Je zřejmé, že při hodnocení suboptimálních variant budeme preferovat nevyužité spoje s malými koeficienty zhoršení a velkými průtočnostmi.

### 2.4.3 Návazný (dvoustupňový) dopravní problém

Na rozdíl od klasického dopravního problému, ve kterém se doprava produktů uskutečňuje od dodavatelů ke spotřebitelům, se v logistických řetězcích můžeme setkat s návazným (vícestupňovým) dopravním problémem. V tomto typu úlohy doprava od dodavatelů ke spotřebitelům probíhá přes určité mezistanice (velkoobchodní sklady, překladiště a třídírny apod.).

Návazný dopravní problém má mnoho společného s klasickou dopravní úlohou. Jak je z typu úlohy zřejmé, budeme navíc uvažovat i kapacity mezistanic. Sazby budou dvojího druhu od dodavatele do mezistanice a druhý typ z mezistanice k odběrateli.

Podobně jako u jednostupňové dopravní úlohy se jedná o minimalizační úlohu z hlediska nákladů, či tunokilometrů a požadujeme, aby kapacita každého dodavatele; i mezistanice byla vyčerpána a každý odběratel byl uspokojen [10].

Uvažujme m dodavatelů s kapacitami $a_1, a_2, ..., a_m$, $r$ mezistanic s kapacitami $d_1, d_2, ..., d_r$ a $n$ spotřebitelů s požadavky $b_1, b_2, b_n$. Sazbou $c_{ijk}$ označme vzdálenost od $i$-tého dodavatele přes $j$-tou mezistanici ke k-tému spotřebiteli. Proměnná $x_{ijk}$ udává přepravované množství po této vzdálenosti ($i$ = 1, 2,..., $m$; $j$ = l, 2,..., $r$; $k$ = l, 2, ..., $n$). Matematický model takto zadaného návazného dopravního problému je tvaru [10]:

$$\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{n} x_{ijk} = a_i, \qquad i = 1, 2, ..., m$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{n} x_{ijk} = d_j, \qquad j = 1, 2, \dots, r$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{r} x_{ijk} = b_k, \qquad k = 1, 2, \dots, n$$

$$x_{ijk} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \; j = 1, 2, \dots, r, \; k = 1, 2, \dots, n$$

$$z_{\min} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{n} c_{ijk} x_{ijk}$$

Podmínkou řešitelnosti uvedeného modelu je rovnost:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{r} d_j = \sum_{k=1}^{n} b_k$$

Takto formulovaný model nazýváme tzv. trojrozměrným dopravním problémem. Soustava obsahuje *mrn* neznámých a $m + r + n$ rovnic. Základní přípustné řešení návazného dopravního problému má nejvýše $m + r + n - 2$ kladných hodnot.

Je-li splněna podmínka řešitelnosti, můžeme návazný dopravní problém řešit rozkladem na dva dílčí jednostupňové dopravní problémy.

**Rozklad na dílčí jednostupňové dopravní problémy.**

Označme $y_{ij}$ přepravované množství od $i$-tého dodavatele k $j$-té mezistanici (platí tedy $y_{ij} = \sum_{k=1}^{n} x_{ijk}$, $i = 1, 2,..., m$, $j = 1, 2,..., r$) a $z_{ijk}$ přepravované množství z $j$-té mezistanice ke $k$-tému spotřebiteli ( $z_{jk} = \sum_{i=1}^{m} x_{ijk}$ , $j = 1,2,..., r$, $k = 1,2,..., n$).

Po dosazení $y_{ij}$ *a* $z_{jk}$, za součty $z_{jk} = \sum_{i=1}^{m} x_{ijk}$ a $y_{ij} = \sum_{k=1}^{n} x_{ijk}$ získáme rovnice:

$$\sum_{j=1}^{r} y_{ij} = a_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} y_{ij} = d_j, \qquad j = 1, 2, \ldots, r$$

$$\sum_{k=1}^{n} z_{jk} = d_j, \qquad j = 1, 2, \ldots, r$$

$$\sum_{j=1}^{r} z_{jk} = b_k, \qquad k = 1, 2, \ldots, n$$

Podobně můžeme vyjádřit účelovou funkci rozepsáním sazby $c_{ijk}$ na součet dílčích sazeb $c'_{ij} + c''_{jk}$ první je vzdálenost od $i$-tého dodavatele k $j$-té mezistanici a druhý představuje vzdálenost od $j$-té mezistanice ke $k$-tému spotřebiteli.

$$z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{r} c'_{ij} y_{ij} + \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{n} c'' y_{jk} z_{jk}$$

Je zřejmé, že tato funkce dosáhne minima právě tehdy, budou-li minimální hodnoty obou sčítanců minimální.

Řešení dvoustupňové úlohy je tedy ekvivalentní s řešením dvou jednostupňových dopravních problémů

Rozklad návazného dopravního problému na jednostupňové úlohy lze využít i v situaci, kdy množství přicházející do mezistanic je odlišné od množství dále odesílaného.

Nevyváženost návazného dopravního problému v některé své části vede po jeho rozkladu na jednostupňové problémy k nedosažení optimálního výsledku.

## 2.5 Obecný distribuční problém

Základní odlišnost obecného distribučního problému od dopravního problému spočívá v rozdílných jednotkách kapacit zdrojů a požadavky. Pro jejich vzájemnou porovnatelnost je proto třeba doplnit do modelu převodní koeficienty.

Pro řešení obecného distribučního problému existuje speciální metoda, která je výrazně složitější než MODI metoda, proto se touto úlohou nebudeme více zabývat.

## 2.6 Přiřazovací problém

Přiřazovací problém je typem úlohy, kde je cílem nalézt vzájemně jednoznačné přiřazení dvojice jednotek (např. pracovníků ke strojům), aby toto přiřazení přineslo co nejvyšší efekt (maximální výkon, minimální spotřebu času atd.).

Podmínkou jednoznačného přiřazení je stejný počet prvků obou skupin. V opačném případě jednu ze skupin doplňujeme fiktivními jednotkami. Prvky značíme $A_1$, $A_2$, ..., $A_m$ pro jednu skupinu a $B_1$, $B_2$, ..., $B_m$ pro druhou skupinu. Nechť je ohodnocení přiřazení každé dvojice jednotek určeno cenovým koeficientem $c_{ij}$, $i$ = 1, 2,.., $m$, $j$ = 1, 2,…, $m$.

Na základě těchto koeficientů je potřeba určit, zda $i$-tá jednotka z první skupiny bude nebo nebude přiřazena $j$-té jednotce ze skupiny druhé. Proměnná $x_{ij}$, $i$ = l, 2,..., $m$, $j$ = l, 2, ..., $m$ nabývá v těchto úlohách pouze dvou hodnot - hodnotu 1 v případě, že jednotka A, bude přiřazena jednotce B. a hodnotu 0 v opačném případě. Tyto "dvouhodnotové" proměnné se označují jako bivalentní proměnné. Matematický model lze potom zapsat v následující podobě [5]:

maximalizovat (minimalizovat)

$$z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij}$$

za podmínek

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1, \qquad i = 1, 2, ..., m,$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1, \qquad j = 1, 2, ..., n,$$

$$x_{ij} = 0\ (1), \quad i = 1, 2, ..., m, j = 1, 2, ..., m$$

Přiřazovací problém by bylo možné řešit stejně jako dopravní problém, MODI metodou. Problém je však v silné degeneraci**,** je zde obsazeno pouze $m$ polí. Nedegenerované řešení, by obsahovalo (2$m$ - 1) obsazených polí. Výhodnější je chápat přiřazovací problém jako minimalizační úlohu teorie grafů a pro řešení využít speciální metodu, nazývanou maďarská metoda.

### 2.6.1 Řešení maďarskou metodou

Postup v maďarské metodě se skládá z těchto kroků [10]:

1. Sazby z úlohy zapíšeme do matice a v ní provedeme řádkovou a sloupcovou redukci. V každé řadě vybereme nejmenší sazbu a odečteme ji od všech sazeb příslušné řady. Touto úpravou získáme v každé řadě alespoň jednu nulu. V sloupcích, kde po řádkové redukci není 0, vybereme nejnižší sazbu a odečteme ji ode všech sazeb ve sloupci.
2. V tabulce s redukovanými sazbami vyhledáme tzv. nezávislé nuly a označíme je [0]. Pro tuto 0 platí, že je samotná v řádku i sloupci, není tedy možné označit jinou 0. Při dalším hledání v submatici sazeb, která vznikla z původní matice sazeb vynecháme řádky a sloupce, v jejichž průsečících leží označené, tj. nezávislé nuly. Pokud každá řada obsahuje více než jednu nulu, vybereme řadu s nejmenším počtem nul a v ní můžeme libovolnou nulu označit jako nezávislou. Jestliže uvedeným způsobem nalezneme m nezávislých nul, výpočet končí. Poloha nezávislých nul udává polohu jednotek v tabulce s optimálním řešením daného přiřazovacího problému. Jestliže bylo vybráno méně než m nezávislých nul, je nutné přejít k další redukci.
3. Před další redukcí se na základě Königovy věty přesvědčíme se o správnosti výběru nezávislých nul. Podle této věty maximální počet nezávislých nul se rovná minimálnímu počtu svislých a vodorovných čar, které pokryjí všechny nulové sazby. Tyto čáry se nazývají krycí čáry a při jejich sestrojení postupujeme tak, že vybereme řady, které neobsahují nezávislé nuly a nulovými prvky těchto řad vedeme čáry k nim kolmé. Teprve potom sestrojujeme krycí čáry přes ostatní nuly.
4. Po ověření správnosti výběru nezávislých nul provedeme další redukci sazeb následujícím způsobem: Vybereme nejmenší sazbu nepokrytou krycími čarami. Tuto sazbu od nepokrytých prvků matice odečteme. Aby byla při této redukci zachována nezápornost všech sazeb, u prvků pokrytých jednou čarou redukci neprovádíme a prvky dvakrát pokryté (v průsečíku krycích čar) zvětšujeme o námi vybranou sazbu.
5. V nově získané matici sazeb opět vyhledáme nezávislé nuly a postup opakujeme, dokud nezískáme *m* nezávislých nul.

## 2.7 Okružní dopravní problém

Nazývaný též úloha obchodního cestujícího, má mnoho společných znaků s přiřazovacím problémem. Cílem je v této úloze najít nejkratší okruh z místa $A_0$ přes místa $A_1$, $A_2$,...., A*n*, přičemž tato místa navštíví právě jednou, v libovolném pořadí, vrátí se zpět do výchozího místa $A_0$ a délka trasy má být co nejkratší.

Okružní dopravní problém se v praxi využívá v podstatě u všech pravidelných rozvozů případně svozů produktů (pekárny, mlékárny, poštovní zásilky, zásobování prodejen ze skladů atd.) [4].

V matematickém modelu okružního dopravního problému se zavádějí, podobně jako u přiřazovacího problému, bivalentní proměnné $x_{ij}$, $i$ = l, 2,..., $m$, $j$ = l, 2,..., $m$, hodnota 1 udává, že mezi místem $A_i$, a $A_j$ bude cesta v rámci okruhu a naopak hodnota 0 indikuje, že mezi těmito místy cesta nebude. U okružního dopravního problému je třeba navíc zajistit, aby byl nalezen právě jeden okruh zahrnující všechna místa.

Nalezení optimálního řešení okružního dopravního problému je výpočetně velmi náročné. Náročnost zvyšuje větší počet vozidel, či časové požadavky zákazníků. V reálných aplikacích se proto často používají speciální algoritmy, které však poskytují pouze přibližné řešení.

## 2.8 Modely řízení zásob

Celá řada článků logistického řetězce má vázáno značnou část prostředků v zásobách. Optimalizace řízení zásob tak může přispět ke snížení nákladů s tím souvisejících. Hlavními dvěma otázkami, které vyvstávají v souvislosti s řízením zásob, jsou:

1. V jakém okamžiku objednat novou dodávku dané jednotky zásoby?
2. Jak velká (kolik jednotek) by měla být objednávka?

Modely řízení zásob se dělí dle charakteru poptávky na deterministické a stochastické. Deterministická poptávka je v rámci uvažovaného časového období pevně daná, určená objemem výroby (např. spotřeba polotovarů pro výrobu nějakého produktu).

Velikost stochastické poptávky lze naopak pouze odhadnout s jistou pravděpodobností. Typickým případem stochastické poptávky je například poptávka po zboží nově uváděném na trh.

Optimalizačním kritériem při řízení zásob je minimalizace nákladů s nimi související.

Tyto náklady jsou trojího druhu:

1) Skladovací náklady,
2) Pořizovací náklady,
3) Náklady z nedostatku zásoby.

Modely řízení zásob vycházejí z těchto druhů nákladů a zmíněnému charakteru poptávky. Vzhledem k cíli a rozsahu práce se v dalším textu těmito modely nebudu zabývat.

## 2.9 Modely hromadné obsluhy

Se systémy hromadné obsluhy (teorií front) se setkal, ač si to možná neuvědomil, každý z nás. Jedná se o systémy, kde na jedné straně jsou požadavky a na druhé obslužná zařízení (obslužné linky), která zabezpečují obsluhu požadavků. Obslužné linky mají většinou omezenou kapacitu obsluhy a požadavky do systému přicházejí v závislosti na náhodě. V důsledku těchto dvou faktorů může docházet před obslužnými linkami k hromadění požadavků a následnému vytváření front. Cílem úlohy je eliminovat situace v systému, kdy se vytvářejí velké fronty čekajících požadavků a také odstranit náklady související s prostoji obslužných linek.

V následující tabulce je uvedeno několik příkladů systému s jejich požadavky a obslužnými linkami:

**Tabulka 3:** Příklady systémů hromadné obsluhy [5]

| ***Systém*** | ***Obslužné linky*** | ***Požadavky*** |
|---|---|---|
| ordinace lékaře | lékař | pacienti |
| banka | úřednici u přepážky | klienti |
| samoobsluha | pokladny, nákupní vozíky | zákazníci |
| registrační systém VSE | terminály k registraci | studenti |
| výrobní linka | místa na výrobní lince | výrobky |
| dopravní systém | křižovatky se semafory | vozidla |
| benzínová pumpa | čerpací stojany | vozidla |
| nádraží | pokladny | cestující |
| pojišťovna | úředníci | pojistné případy |
| telefonní centrála | telefonní linky | volající |
| lyžařské středisko | vleky | lyžaři |

**Charakteristika prvků systému**

Abychom mohli využít vhodný algoritmus k řešení úloh teorie front, musíme charakterizovat prvky systému. Mezi základní charakteristiky patří [5]:

### 1) Příchod požadavků do systému

Důležitou charakteristikou systému je popis příchodu požadavků do systému, kvantifikovaný buď pomocí intenzity příchodů (počet požadavků/časová jednotka), nebo pomocí intervalů mezi příchody (čas mezi dvěma po sobě následujícími příchody). Výše zmíněné veličiny mohou být v dvojího druhu.

1) *Deterministické,* jestliže jsou intervaly mezi příchody fixní, stále stejné. Typickým případem takové situace je automatická výrobní linka.
2) *Pravděpodobnostní,* ve kterých jsou intervaly mezi příchody proměnlivé. Intervaly mezi příchody jsou v tomto případě popisovány pomocí některého z pravděpodobnostních rozdělení. Jsou tedy charakteristické typem rozdělení a hodnotami jeho parametrů.

V praktických aplikacích se příchody nejčastěji popisují pomocí exponenciálního rozdělení.

Exponenciální rozděleni je rozdělení s jediným parametrem $\lambda$. Střední hodnota tohoto rozdělení je rovna:

$$E(X) = l/\lambda.$$

Parametr $\lambda$ se označuje jako intenzita příchodů požadavků do systému.

### 2) Doba trvání obsluhy

Stejně jako intervaly mezi příchody požadavků do systému, tak i doba trvání obsluhy na obslužné lince může být deterministická, nebo pravděpodobnostní. Pro popis pravděpodobnostní doby trvání obsluhy se přitom opět nejčastěji používá exponenciální rozdělení. Pro odlišení od předešlého případu si označme parametr tohoto rozdělení symbolem $\mu$. Střední doba trvání obsluhy je tedy $E(X) = 1/\mu$. Parametr μ uvádí intenzitu obsluhy.

### 3) Síť obslužných linek

Počet a uspořádání obslužných linek ovlivňuje fungování celého systému. Jedním z cílů při aplikaci modelů hromadné obsluhy může být právě optimalizace počtu obslužných linek.

Nejjednodušší jsou systémy, ve kterých je pouze jedna obslužná linka. U systémů s více obslužnými linkami rozlišujeme jejich uspořádání. To může být buď paralelní nebo sériové. Paralelní uspořádání v sobě skýtá několik linek vedle sebe, které všechny nabízejí stejnou obsluhu (stojany u benzínové pumpy, přepážky v bance atd.)

V sériovém uspořádání jsou obslužné linky za sebou a požadavek musí postupně projít všemi obslužnými linkami (výrobní linka).

V reálných systémech hromadné obsluhy se vyskytuje běžně kombinace obou typů.

**4) Kapacita systému**

Kapacita určuje maximální počet požadavků, který může být v systému přítomen. Pokud je systém naplněný, nemohou v některých případech nově příchozí požadavky vstoupit do systému a odchází např. parkoviště.

**5) Zdroj požadavků**

Počet prvků systému může být konečný, či nekonečný. Za nekonečný ho považujeme v situaci kdy potenciální počet požadavků je velmi velký a značně převyšuje kapacitu systému např. počet zákazníku u pokladen v supermarketu. Na druhé straně ve výrobní hale, ve které je několik málo desítek strojů, které je třeba udržovat a opravovat, je zdroj požadavků konečný.

**6) Režim fronty**

Režim fronty určuje způsob přechodu požadavků z fronty do obsluhy. Základní typy jsou:

1. **FIFO** (first-in/first-out) jedná se o nejčastější situaci, kdy požadavky přecházejí z fronty do obsluhy v tom pořadí v jakém do systému přišly.
2. **LIFO** (last-in/last-out) je opačný režim fronty. Požadavky jsou obsluhované v opačném pořadí, než v kterém do systému vstoupily.
3. Náhodný způsob přechodu z fronty do obsluhy - **SIRO.**
4. Přechod z fronty do obsluhy podle zadaných priorit - režim **PRI.** V tomto režimu jsou požadavky obsluhovány podle stanovených priorit. Pokud se vyskytne ve frontě současně několik požadavků se stejnou prioritou, jsou obsluhovány ve zvoleném režimu (například FIFO).

***Speciální rysy systému hromadné obsluhy***

V praktických úlohách se setkáme i s jinými charakteristikami systémů hromadné obsluhy např. trpělivost požadavků (omezené čekání, neomezené čekání).

V některých systémech (městská hromadná doprava) může být obsluha vykonávána ve skupinách apod.

**Klasifikace modelů hromadné obsluhy**

Pro popis systémů se používá posloupnost tří (kendallova klasifikace), či šesti (rozšířená klasifikace) symbolů zapsaná obecně následujícím způsobem A/B/C/D/E/F. Význam těchto znaků je následující:

A charakterizuje typ pravděpodobnostního rozdělení popisující intervaly mezi příchody požadavků do systému. Pro exponenciální rozdělení je používán symbol M, pro deterministickou dobu trvání symbol D, pro nespecifikované rozdělení s nějakou střední hodnotou a směrodatnou odchylkou symbol G.

B charakterizuje typ pravděpodobnostního rozdělení popisující dobu trvání obsluhy. Používají se stejné symboly jako při popisu intervalů mezi příchody.

C je číslo udávající počet paralelně uspořádaných obslužných linek.

D je číslo udávající kapacitu systému hromadné obsluhy. Neomezená kapacita se značí symbolem ∞

E je číslo udávající početnost zdroje požadavků. Pokud je zdroj požadavků nekonečný, použije se opět symbol ∞.

F je režim fronty (FIFO, LIFO, PRI, SIRO).

Zápis může vypadat např. M/M/3/10/∞/LIFO.

**Analýza systémů hromadné obsluhy**

Při analýzách systémů hromadné obsluhy zajímají uživatele především konkrétní data charakterizující daný systém. Jedná se zejména o:

1. Časové charakteristiky - průměrná doba čekání požadavků ve frontě a průměrná doba strávená v celém systému;

2. Charakteristiky týkající se počtu požadavků - průměrná délka fronty a průměrný počet požadavků v systému;

3. Pravděpodobnostní charakteristiky - např. o pravděpodobnost, že obslužná linka nepracuje, či pravděpodobnost čekání požadavku ve frontě;

4. Nákladové charakteristiky. Pro získání tohoto typu dat je nutné nákladově ohodnotit provoz obslužných linek a čekání požadavků. Po té je možné definovat nákladovou funkci NF(c) = $k_1 N + k_2 c$, kde:

$k_1$ jsou náklady související s pobytem jednoho požadavku v systému hromadné obsluhy za jednotku času,

$k_2$ jsou náklady provozu jedné obslužné linky za jednotku času,

N je průměrný počet jednotek v systému,

c je počet paralelně řazených obslužných linek.

Na základě nákladové funkce je možné určit minimální náklady související s fungováním systému při optimálním počtu obslužných linek v provozu.

**Řešení modelů hromadné obsluhy**

K získání uvedených charakteristik lze dospět dvěma způsoby – analyticky a simulací. Analytické řešení vychází ze sestavení vzorců pro jednotlivé modely, do kterého stačí pouze dosadit. Nevýhodou je jeho užití pouze u jednoduchých modelů např. M/M/1 či M/M/c blíže např. [4]. Simulace se provádí za pomoci specializovaného softwaru.

## 2.10 Teorie grafů

K typickým metodám operační analýzy můžeme zařadit i teorii grafů, která umožňuje dobře popsat většinu reálných situací. Pro některé praktické úlohy se využití grafu k popisu přímo nabízí. Typickým příkladem je hledání nejkratší, časově nejméně náročné, nejlevnější nebo vůbec jakékoli cesty v síti (např.silniční).

V následujících řádcích naznačím zobrazení grafu a možné využití u klasické dopravní úlohy, či přiřazovacího problému[1].

Graf tvoří vrcholy a hrany, které vrcholy spojují. Grafy lze rozdělit na orientované, neorientované a smíšené. Orientovaný graf má všechny hrany orientované, což znamená, že má smysl u každé hrany rozlišit počáteční a koncový vrchol. Neorientovaný graf má naopak všechny hrany neorientované.

Grafy je obvyklé znázorňovat kreslením. V této podobě se vrcholy kreslí jako kroužky, hrany jako čáry, jejichž orientace se značí šipkou.

Jaké situace znázorňovat grafem? V logistice například logistický řetězec, kdy jednotlivé prvky (výrobce, sklad, spotřebitel) jsou spojeny šipkami značícími materiálový a informační tok.

K nejčastějším aplikacím teorie grafů patří optimalizace toků v síti. Tokem rozumíme ohodnocení hran, v orientovaném grafu G, reálnými čísly $f: E(G) \rightarrow R$, kde každý vrchol v splňuje Kirchochův zákon.

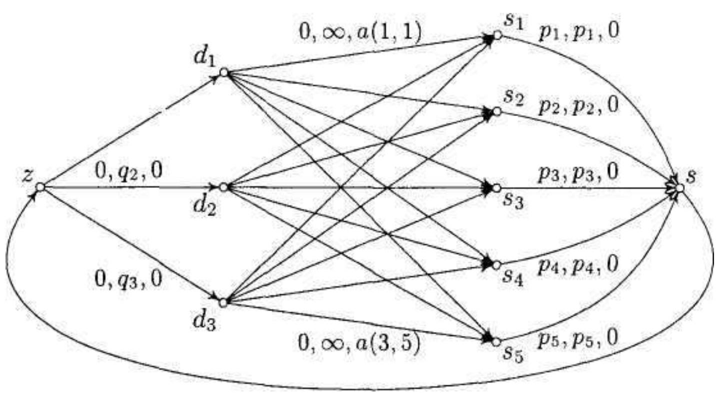
Graf dle Kirchhoffova zákona je v podstatě sítí, kterou prochází ustálené množství proudu beze ztrát. Tedy kolik proudu do vrcholu přitéká, tolik jej z vrcholu také odtéká. Orientace hrany určuje směr toku, záporná velikost značí proud proti směru hrany.

Uvažujeme zejména dvě varianty toků a to cirkulaci a tok od zdroje ke spotřebiči. Tyto dvě varianty se od sebe liší platností Kirchhoffova zákona. Cirkulace splňuje Kirchhoffův zákon pro všechny vrcholy, tzv. tok od zdroje ke spotřebiči splňuje Kirchhoffův zákon pro všechny vrcholy kromě dvou. Tyto vrcholy nazýváme zdrojem a spotřebičem. Neplatnost Kirchhoffova zákona ve zdroji a spotřebiči chápeme tak, že ve zdroji tok vzniká a ve spotřebiči stejné množství toku zaniká.

Tok od zdroje ke spotřebiči můžeme snadno převést na cirkulaci přidáním tzv. návratové hrany ze spotřebiče ke zdroji.

Klasickou dopravní úlohu si v teorii grafů můžeme představit jako orientovaný graf. Hrany grafu odpovídají úsekům silnic, železnic, apod. Vrcholy grafu představují dodavatele, spotřebitele, či křižovatky silnic, překladiště, apod. Omezení kapacit dodavatelů a požadavků spotřebitelů jsou dány propustností jednotlivých hran (mohou být i neomezené) i ceny za dopravu jednotkového množství materiálu mezi zdrojem a cílovým místem po trase jsou představované hranou. Úkol minimalizovat náklady na dopravu od dodavatelů ke spotřebitelům představuje v grafu nalezení nejlevnějšího toku sítí. K síti přidáme umělý zdroj a umělý spotřebič a spojíme je hranami se skutečnými zdroji a spotřebiči mezi kterými vedeme návratovou hranu, abychom úlohu mohli řešit jako hledání přípustné cirkulace.

**Obrázek 4:** Graf dopravní úlohy, [1].



# 3. Software pro řešení úloh OA

O dnešní době se hovoří jako o informačním věku. Informace se stávají velmi drahým statkem. Pro jejich výhodné zpracování z hlediska času a tím i finančních úspor se využívá mnoho informačních technologií.

Pro běžného uživatele je důležitý zejména struktura dat a typ softwaru, který může využít. V praxi se setkáváme s celou škálou systémů od klasických kancelářských aplikací (Word, Excel), po specializované účetní, zásobovací a jiné programy.

Programů pro řešení úloh operační analýzy je mnoho a podat ucelený přehled o všech použitelných aplikacích není možné. Základní rozdíly spočívají v dostupnosti (ceně), rozsahu možného řešení úloh a také v uživatelském prostředí programu [6].

Nejdostupnějším programovým systémem jsou tabulkové kalkulátory. Nejrozšířenější z nich, *MS Excel*, umožňuje využít mnoho nástrojů pro statistickou analýzu dat, finanční analýzu a řešení optimalizačních úloh.

Optimalizační systém v *MS Excelu* je využitelný pro řešení lineárních i nelineárních úloh. K řešení se používá doplňková (add-in) aplikace Řešitel (Solver). Jak název aplikace napovídá, pokud tuto aplikaci nenalezneme v menu Nástroje-Řešitel, lze ji doplnit z Nástroje-Doplňky-Řešitel, případně doinstalovat ze zdroje MS Office.

Další výhodou kromě dostupnosti je i známé uživatelské prostředí a možnost řešit úlohy s podmínkami celočíselnosti.

Nevýhodou jsou omezené možnosti řešení úloh větších rozměrů. Horní mez počtu proměnných matematického modelu je 200, maximální počet omezujících podmínek je 600, z čehož 400 je rezervováno pro dolní a horní meze proměnných.

Pro řešení reálných optimalizačních úloh, které obsahují desítky tisíc proměnných a omezujících podmínek excelovský řešitel nestačí. Při řešení těchto úloh se používají profesionální optimalizační systémy. Mezi tyto systémy můžeme zařadit např. Lindo, XA, CPLEX, XPRESS-MP, MOSEK aj.

Použití těchto systémů vychází ze dvou faktorů:

- vytvoření optimalizačního modelu řešené úlohy;
- příprava vstupních údajů ve formátu, který systém podporuje (zpravidla formát MPS).

Zadání vstupních údajů v tomto formátu není snadné a případné úpravy vytvořeného datového souboru jsou poměrně komplikované. Využití těchto optimalizačních řešitelů se stává poměrně složitým úkolem, ve kterém je dále nutné využít aplikaci, která převede nepřehledné textové soubory do podoby, která je srozumitelná manažerům, kteří se podílí na konečném rozhodnutí.

Uvedené profesionální optimalizační systémy navíc zpravidla pracují v prostředí MS DOS, uživatel je ovládá z příkazového řádku, což zvyšuje nejen náročnost, ale i pravděpodobnost vzniku chyby.

Pro běžného uživatele se vhodnou pomůckou při řešení úloh můře stát některý z SW modulů pro podporu rozhodování vytvořených pracovníky ČZU v Praze. Tyto moduly mají několik výhod. Jsou koncipovány jako doplňky prostředí Excel a předpokládají pouze základní znalost rozhodovacích metod [11].

V další práci bude využit modul **DUMKOSA.XLA** umožňující řešení jednostupňové dopravní úlohy s oboustranně omezenou propustností tras.

Obdobně bychom mohli využít program OPERA, který však předpokládá ruční zápis vstupních údajů řešené úlohy a všechna data modelu musí být celočíselná.

# 4. Metodika a cíle

Hlavním cílem této diplomové práce je najít možnosti uplatnění metod operační analýzy v logistice, navrhnout optimální řešení konkrétní situace v konkrétní firmě, porovnat se skutečností a navrhnout možná zlepšení.

Dle popisu fungování sběrné služby se úloha jeví jako návazný dopravní problém mezi odesilatelem zásilky a jejím příjemcem, procházející přes jednotlivé mezisklady logistického řetězce.

Tento typ úlohy by se následné řešil rozkladem na dva dílčí dopravní problémy kapitola 2.4.3 této práce. To však vylučuje nezastupitelnost jednotlivých dodávek.

S ohledem na tento fakt bude úloha řešena jako klasický dopravní problém kapitola 2.4, ve kterém bude optimalizován svoz od dodavatelů do sběrných středisek na základě dat poskytnutých společností ČSAD JIHOTRANS.

V práci vytvořím model, popisující co nejvěrohodněji systém, optimálně jej vyřeším a pokusím se zvolit pro společnost nejvýhodnější řešení.

K naplnění hlavního cíle dospěji postupnými kroky, které pro přehlednost uvádím v této kapitole:

1. Určení kritérií, pomocí kterých budeme optimalizovat systém.
2. Získaní a seskupení dat
3. Vyřešení úlohy zvolenými metodami
4. Porovnání se současným stavem
5. Návrh zlepšení

Ad 1) Vzhledem k různorodosti zásilek a počtu vozidel nemůžeme systém optimalizovat na základě přepravených kilogramů ani nákladů na jednotlivé typy vozidel. Jako optimalizační kritérium byl proto zvolen počet ujetých kilometrů a počet zásilek přepravených po jednotlivých trasách. V další práci jsou uváděné jako tzv. zásilkokilometry.

Ad 2) Management společnosti mi poskytl data o počtu zásilek svezených do sběrných středisek. Dále jsem vybral na základě ABC analýzy nejvýznamnější klienty a jejich sídla určil jako zdrojová místa úlohy. Intenzita proudu z těchto oblastí byla určena vzhledem k citlivosti dat o významných klientech pouze kvalitativním odhadem.

Na základě získaných informací jsem vyhledal vzdálenosti mezi klienty a sběrnými středisky a po dohodě s pracovníky firmy jsem určil možnosti (kapacity) sběrných středisek.

Data o vzdálenostech, požadavcích a kapacitách jsem utřídil v tabulkovém kalkulátoru Excel. Takto zpracovaná data dále poslouží pro řešení v softwarovém modulu DUMKOSA, který je koncipován jako doplněk prostředí Excel.

Ad 3) K získání základního řešení využiji Vogelovu aproximační metodu, následný test optimality bude proveden MODI metodou. Dále provedu rozbor optimálního řešení dopravního problému a odvození suboptimálních variant. K řešení úlohy použiji softwarové prostředí DUMKOSA.

Ad 4) Z výsledných řešení vyberu nejvhodnější alternativu a porovnám se současným stavem.

Ad 5) S ohledem na ekonomické dopady navrhnu možné zlepšení.

# 5. Charakteristika firmy a popis modelu sběrné služby

Společnost ČSAD JIHOTRANS je dopravní firma s dlouholetou tradicí, systémem a zkušenostmi v oblasti silniční dopravy a opravárenství. Společnost poskytuje komplexní služby silniční nákladní dopravy, spedice, logistiky včetně přepravy kusových zásilek, služby autobusové dopravy a komplexní servisní služby pro dopravce a motoristy [12].

**Podíl na trhu dopravních služeb v Jihočeském kraji**

osobní doprava 31 %
nákladní doprava 35 %

**Vozový park**

Nákladní vozidla 295

Přívěsy a návěsy 302
Autobusy 138

## *5. 1 Sběrná služba transportexpres*

Sběrná služba (SBS) [13] je systém přepravy zásilek „z domu do domu“. V logistické terminologii bychom SBS zařadili, mezi kurýrní, expresní a balíčkové služby. Cílem těchto služeb je dopravit, zpravidla kusovou zásilku, odkudkoli kamkoli rychle a bezpečně.

Historie přepravy kusových zásilek je dlouhá. Prvotní nadvládu železnice postupně přebírá automobilová doprava. Od roku 1978 zajišťuje u nás přepravu kusových zásilek pouze Československá automobilová doprava, známá jako ČSAD.

Tuto přepravu provozovala pod názvem **sběrná** služba (SBS ČSAD). Do celostátního systému se zapojilo všech tehdejších 11 národních podniků ČSAD, sídlících v jednotlivých krajích.

Tento systém se uchoval i po roce 1989, kdy vzniklo sdružení Transportexpres, jako společenství 4 státních podniků a 4 akciových společností, mezi nimi i ČSAD JIHOTRANS a.s.

Základní cíl systému (rychlý převoz zásilek po celé ČR) je založen na přepravě silničními návěsy každou noc mezi 8 regionálními centry (Praha, Kolín, České Budějovice, Plzeň, Teplice, Hradec Králové, Brno, Olomouc). Následný rozvoz v hranicích regionu je organizován volně.

Pro pohodlnou objednávku přepravy dnes stačí použít telefon, fax nebo e-mail. Pracovníci široké sítě přepravních kanceláří po celé republice zařídí rychlý svoz zásilky přímo z domu nebo pracoviště zákazníka vlastními prostředky do sběrných středisek zde dochází ke sdružování a rozdružování kusových zásilek.

Jedná se o síť pravidelných spojů, která má jednu nespornou výhodu. Výrobce ji může využívat výrobce aniž by si musel budovat vlastní nákladnou distribuční síť.

Vějíř dodacích lhůt je od 1 do 5 dnů. Pracovníci sběrných středisek v noci roztřídí zásilky podle směrů. Ráno se vydají k zákazníkům stovky menších vozidel a jejich řidiči současně vyloží, někdy i naloží ohlášené zásilky v domě zákazníků. Svoz a rozvoz kusových zásilek zajišťuje dopravce podle předem daného přepravního řádu.

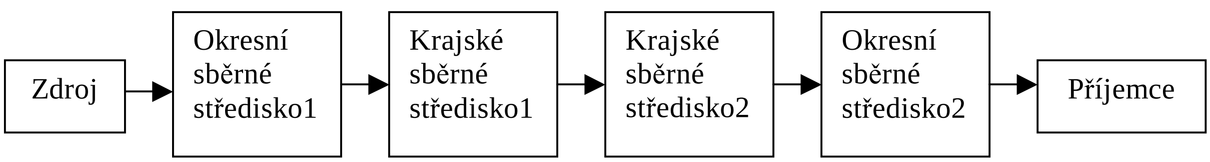
### 5.1.1 Sběrná služba transportexpres v rámci regionu

Celá služba je blíže řízena na úrovni jednotlivých regionů. V našem případě se jedná o region České Budějovice. Do tohoto regionu kromě Českých Budějovic patří i sběrná střediska ve Strakonicích, Jindřichově Hradci, Táboře a Pelhřimově.

Tato sběrná střediska fungují jako mezistanice mezi dodavateli a odběrateli, kde jsou zásilky ze zdrojových oblastí rozděleny a následně sdruženy a naloženy vozidlům dle cílových míst.

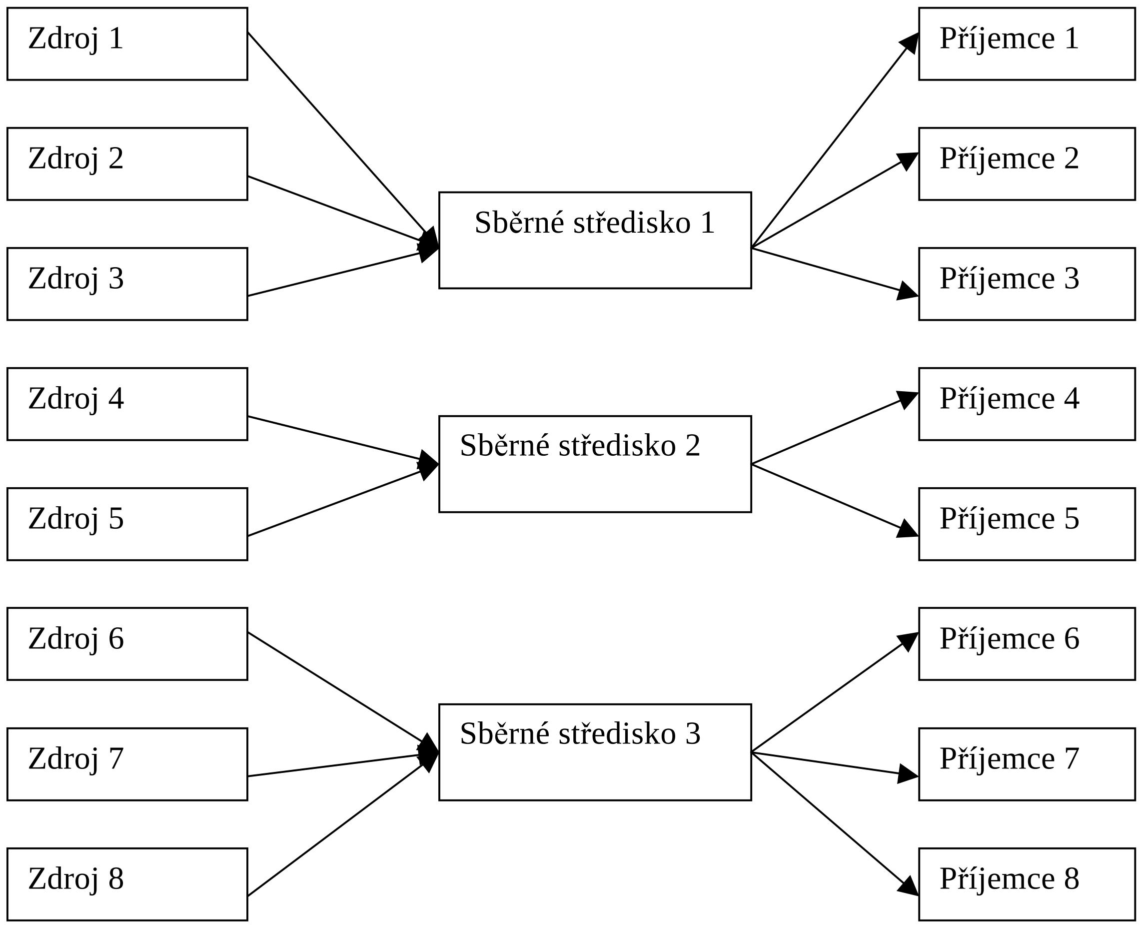
Pro pochopení systému jsem utvořil obrázek 5. Toto znázornění představuje situaci, kdy např. firma z Nové Bystřice posílá zásilku do Uherského Hradiště. Zásilka by procházela přes okresní středisko v Jindřichově Hradci do Českých Budějovic. Po té by byla přeložena na kamion společně s ostatními zásilkami a převezena do Brna, menším vozem do Kyjova a následně příjemci do Uherského Hradiště.

**Obrázek 5:** Modelová situace převozu zásilky



Obvody pro svoz a rozvoz okresních sběrných středisek jsou určeny geografickou hranicí. Ve své práci se zaměřuji pouze na region České Budějovice. Proto uvádím i zjednodušené schéma, které nepředpokládá přesun zásilky přes několik sběrných center obr. 6.

**Obrázek 6:** Grafický model systému sběrné služby

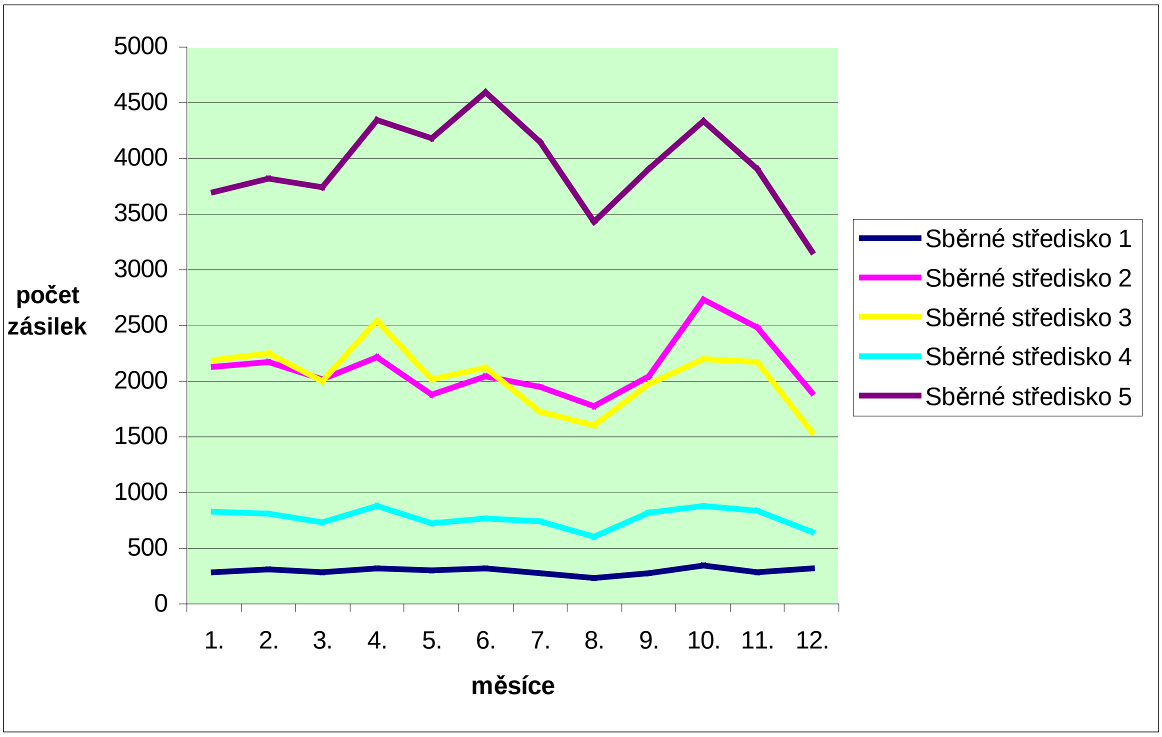


# 6. Formulace úlohy

Popis fungování systému jsem naznačil v kapitole 5.1 Podstatou je přeprava zásilek dle dispozic odesilatel-příkazce z místa nakládky do místa vykládky za úplatu.

Data o zásilkách jsou uvedena v přepravních listech. V optimalizaci vycházím z poskytnutých údajů o počtu podaných zásilek ve sběrných střediscích za jednotlivé měsíce roku 2008. Údaje o vývoji a rozdílech mezi středisky uvádím v obrázku 7.

**Obrázek 7:** Počet podaných zásilek ve sběrných střediscích




Přežití podniku v konkurenčním prostředí by nebylo možné bez generování zisku. U tohoto typu organizace se jedná o rozdíl mezi příjmem z přepravného a náklady na fungování systému. Příjem je závislý na přepravní vzdálenosti, hmotnosti nebo objemu zásilky a požadované dodací lhůtě.

Náklady jsou tvořeny variabilní části odvíjející se od počtu ujetých kilometrů a fixní částí představující režijní náklad na provoz sběrného střediska, mzdy zaměstnanců, zařízení atd.

Z uvedeného grafu je patrné, že nejmenší část příjmů z prodané služby přichází ze sběrného střediska 5. Pokusím se v další části práce vypočítat optimální svoz zásilek z této oblasti s využitím ostatních středisek.

Abych v úloze zabránil velké různorodosti zásilek (FO x podniky), vybral jsem na základě ABC analýzy zákazníky spadající do kategorie A a B, které jsou pro firmu nejdůležitějšími. V konkurenčním prostředí je většina dat velmi citlivých, proto v úloze nebudou uváděny konkrétní podniky, ale pouze místa, ze kterých jsou zásilky sváženy.

Za použití ABC analýzy bylo vybráno 9 zdrojových míst, ke kterým jsem přiřadil tři geograficky nejbližší sběrná střediska. Jedná se o střediska S1, S2 a S4, ke kterým jsem dohledal kilometrové vzdálenosti z vybraných zdrojových míst. Vznikla tak tabulka 4, která představuje matici sazeb pro pozdější optimalizace.

**Tabulka 4:** Vzdálenosti sběrných středisek a zdrojových míst

| | S1 | S2 | S4 |
|---|---|---|---|
| D1 | 60 | 60 | 64 |
| D2 | 64 | 52 | 58 |
| D3 | 40 | 56 | 58 |
| D4 | 54 | 41 | 47 |
| D5 | 56 | 34 | 32 |
| D6 | 68 | 29 | 45 |
| D7 | 88 | 69 | 82 |
| D8 | 47 | 53 | 34 |
| D9 | 76 | 47 | 66 |

Dalšími faktory, nutnými k řešení dopravní úlohy jsou požadavky zdrojových míst $a_{i.}$ a kapacity sběrných středisek $b_{j.}$ Počet požadavků ze zdrojových míst je ovlivněn zejména ekonomickou silou daného regionu. Od té se odvíjí další aspekty, mající vliv na poptávku např. konkurence, sezónní vlivy atd.

Konkrétní hodnoty jsem spočetl z dat roku 2008. Za sběrné středisko 5 činní průměrný počet podaných zásilek k přepravě 296, medián čítá 294 zásilek. Hodnoty rozpočtené na dílčí oblasti jsou uvedeny v tab. 5.

**Tabulka 5:** Požadavky zdrojových míst

| Zdroje | $a_i$ |
|---|---|
| D1 | 23 |
| D2 | 4 |
| D3 | 6 |
| D4 | 161 |
| D5 | 5 |
| D6 | 17 |
| D7 | 54 |
| D8 | 16 |
| D9 | 10 |

Na kapacity sběrných středisek $b_j$. má také vliv více faktorů. Mezi nejpodstatnější patří velikost třídícího skladu, počet vozidel a zvolená dodací lhůta. První faktor je pevně daný. U druhého faktoru může dojít ke změně, dle vytíženosti systému. Třetí faktor je nejvíce flexibilní a nabývá hodnot viz. tab.6.

**Tabulka 6:** Typy přepravy zásilek dle dodací lhůty

| **Název služby** | **Dodací lhůta** |
|---|---|
| Superexpres | Přes noc do 7 hod. |
| Transportexpres1 | Do 24 hod. |
| Transportexpres2 | Do 48 hod. |
| Sběrná služba | Do 5 pracovních dnů |
| Slovensko | Do 72 hod. |

V první úloze vycházím z možnosti použití pouze delších dodacích lhůt. Předpokládám proto i vzhledem k počtu zásilek schopnost uspokojit svoz sběrného střediska 5 kterýmkoli jiným sběrným střediskem. Údaje o kapacitách uvádím v tab. 7.

**Tabulka 7:** Kapacity sběrných středisek

| | $b_j$ |
|---|---|
| S1 | 296 |
| S2 | 296 |
| S4 | 296 |

Za předpokladu schopnosti uspokojit původní poptávku kterýmkoli jiným střediskem se stává problém nevyrovnaným. Pro řešitelnost úlohy je nutné přidat fiktivního dodavatele FD, který vyváží požadavky zdrojů a kapacity sběrných středisek. Po této úpravě bude mít model podobu uvedenou v tabulce 8.

**Tabulka 8:** Zápis konkrétní dopravní úlohy

| | S1 | S2 | S4 | $a_i$ |
|---|---|---|---|---|
| D1 | 60 | 60 | 64 | 23 |
| D2 | 64 | 52 | 58 | 4 |
| D3 | 40 | 56 | 58 | 6 |
| D4 | 54 | 41 | 47 | 161 |
| D5 | 56 | 34 | 32 | 5 |
| D6 | 68 | 29 | 45 | 17 |
| D7 | 88 | 69 | 82 | 54 |
| D8 | 47 | 53 | 34 | 16 |
| D9 | 76 | 47 | 66 | 10 |
| FD | 0 | 0 | 0 | 592 |
| $b_j$ | 296 | 296 | 296 | |

Příklad na první pohled zaujme nutností vysokého požadavku FD ve výši 592 zásilek. Tato vysoká hodnota je způsobena "nadsazenou" hodnotou kapacit všech středisek. Požadavek na tuto výši vznikl jako důsledek předpokladu převzetí svozu kterýmkoli ze středisek. K tomuto předpokladu mne vedlo množství požadavků směřujících do S5 a také operativnost systému, ve kterém je možný přesun vozidel do některého z vytíženějších středisek. Po sestavení úlohy můžeme přistoupit k jejímu řešení.

## 6.1 Řešení úlohy

Výchozí řešení naleznu metodou VAM, které je ověřeno metodou MODI. Při hledání této varianty používám excelovský nástroj DUMKOSA. Po přípravě řešeného problému ve formě modelu (tab. 8) na listu Excelu a načtení veškerých parametrů modelu jsem dospěl k následujícímu řešení tab. 9.

**Tabulka 9:** Řešení úlohy

| | S1 | S2 | S4 | $a_i$ |
|---|---|---|---|---|
| D1 | 60<br>23 | 60<br>0 | 64<br>0 | 23 |
| D2 | 64<br>0 | 52<br>4 | 58<br>0 | 4 |
| D3 | 40<br>6 | 56<br>0 | 58<br>0 | 6 |
| D4 | 54<br>0 | 41<br>161 | 47<br>0 | 161 |
| D5 | 56<br>0 | 34<br>0 | 32<br>5 | 5 |
| D6 | 68<br>0 | 29<br>17 | 45<br>0 | 17 |
| D7 | 88<br>0 | 69<br>54 | 82<br>0 | 54 |
| D8 | 47<br>0 | 53<br>0 | 34<br>16 | 16 |
| D9 | 76<br>0 | 47<br>10 | 66<br>0 | 10 |
| FD | 0<br>267 | 0<br>50 | 0<br>275 | 592 |
| $b_j$ | 296 | 296 | 296 | |

Získali jsme nedegenerované řešení, jehož hodnota účelové funkce činí 13822 zásilkokilometrů. Z tabulky je vidět, že většina svozů by byla směřována do střediska S2. Požadavky z míst D1 a D3 by byla uspokojeny kapacitou střediska S1, z míst D5 a D8 by zásilky směřovaly do střediska S3.

Výsledné řešení uspokojilo veškeré požadavky zdrojových míst a využilo většinu kapacity střediska 2.V poli v $x_{12}$ se objevila možnost alternativního řešení, které uvádím v tab. 10.

**Tabulka 10:** Alternativní řešení

| | S1 | S2 | S4 | $a_i$ | u |
|---|---|---|---|---|---|
| D1 | -23 60<br>23 | +23 60<br>0 | - 64<br>0 | 23 | 60 |
| D2 | - 64<br>0 | 52<br>4 | - 58<br>0 | 4 | 52 |
| D3 | 40<br>6 | - 56<br>0 | - 58<br>0 | 6 | 40 |
| D4 | - 54<br>0 | 41<br>161 | - 47<br>0 | 161 | 41 |
| D5 | - 56<br>0 | - 34<br>0 | 32<br>5 | 5 | 32 |
| D6 | - 68<br>0 | 29<br>17 | - 45<br>0 | 17 | 29 |
| D7 | - 88<br>0 | 69<br>54 | - 82<br>0 | 54 | 69 |
| D8 | - 47<br>0 | - 53<br>0 | 34<br>16 | 16 | 34 |
| D9 | - 76<br>0 | 47<br>10 | - 66<br>0 | 10 | 47 |
| FD | +23 0<br>267 | -23 0<br>50 | 0<br>275 | 592 | 0 |
| $b_j$ | 296 | 296 | 296 | | |
| v | 0 | 0 | 0 | | |

Alternativní řešení vznikne přesunem 23 zásilek po červeně vyznačeném Dantzigově cyklu. V tomto optimálním řešení by se svoz dalších 23 zásilek přesunul ze sběrného střediska 1 do sběrného střediska 2. Hodnota účelové funkce zůstává 13822 a zvyšuje se využití kapacity S2 o 23 jednotek.

## 6.2 Suboptimální varianty

Při změnách v systému je nutné uvažovat také suboptimální varianty řešení. Využijeme je v situacích kdy je potřeba uspokojit neuskutečněnou objednávku, či zvažujeme změnu přesunu některé zásilky. Z matematického hlediska to znamená spočítat koeficienty zhoršení a průtočnost jednotlivých tras.

Tuto možnost při řešení poskytuje také prostředí Dumkosy. Zde je průtočnost spočtena v rámci propustnosti tras a koeficient zhoršení se objevuje v perspektivách tras. Hodnoty těchto ukazatelů jsou znázorněny v tab. 11 a 12.

**Tabulka 11:** Perspektivy tras

| | S1 | S2 | S4 |
|---|---|---|---|
| D1 | 0 | 0 | 4 |
| D2 | 12 | 0 | 6 |
| D3 | 0 | 16 | 18 |
| D4 | 13 | 0 | 6 |
| D5 | 24 | 2 | 0 |
| D6 | 39 | 0 | 16 |
| D7 | 19 | 0 | 13 |
| D8 | 13 | 19 | 0 |
| D9 | 29 | 0 | 19 |
| FD | 0 | 0 | 0 |

**Tabulka 12:** Propustnost tras

| | S1 | S2 | S4 |
|---|---|---|---|
| D1 | 23 | 23 | 23 |
| D2 | 4 | 4 | 4 |
| D3 | 6 | 6 | 6 |
| D4 | 161 | 161 | 161 |
| D5 | 5 | 5 | 5 |
| D6 | 17 | 17 | 17 |
| D7 | 54 | 54 | 54 |
| D8 | 16 | 16 | 16 |
| D9 | 10 | 10 | 10 |
| FD | 267 | 250 | 275 |

Z tabulek 11 a 12 lze vyčíst mnoho údajů pro možná řešení. Údaje o průtočnosti a koeficientech zhoršení tras neobsazených polí jsou označena červenou barvou.

Nejvyšší průtočnost se nachází mezi dodavatelem D4 a sběrným střediskem 1 a 4. Toto zdrojové místo v modelu představuje nejvýznamnějšího zákazníka, který v případě plně využité kapacity sběrného střediska 2 bude uspokojen střediskem 4, které má nižší koeficient zhoršení rovnající se hodnotě 6.

Další významné hodnoty průtočnosti se nacházejí v polích (1, 2) a (1, 3). V poli (1,2) je koeficient zhoršení 0, lze tedy i vzhledem k nevyužité kapacitě střediska 2 převzít svoz z místa D1.

Další významnou hodnotou pro suboptimální varianty je koef.zhoršení 2 mezi příkazcem D5 a sběrný střediskem S2.

Pro přehlednost uvádím tabulku 13 o nalezených perspektivních spojích.

**Tabulka 13:** Perspektivní spoje

| (i, j) | (1, 2) | (4, 3) | (5, 2) |
|---|---|---|---|
| $r_{ij}$ | 0 | 6 | 2 |
| $p_{ij}$ | 23 | 161 | 5 |

Vybrání těchto tří tras představuje dvě varianty možných změn. Pole (4,3) řeší možnost zvýšené poptávky po svozu z ekonomicky nejsilnější oblasti D4, které však v reálu nepředpokládám.

Přepravní cesta (1, 2) a (5, 2) nabízí variantu převzetí svozu střediska D4 střediskem D2. Využitelnost této možnosti je z hlediska centralizace svozu a odstranění možného křížení tras pravděpodobnější. Propočtu dále změnu hodnoty účelové funkce při převzetí těchto dvou, případně všech 4 svozů střediskem 2.

Původní hodnota účelové funkce je 13822. Při převzetí svozů z míst D1 a D5 se tato hodnota zvýší o $\Delta z = 2*5 + 32*0 = 10$ na 13832 zásilkokilometrů.

Při převzetí všech svozů tedy i z míst D3 a D8 se zhorší hodnota původní účelové funkce o $\Delta z = 2*5 + 32*0 + 16*6 + 19*16 = 410$ na 14232 zásilkokilometrů.

# 7. Úloha č. 2

První úloha byla v jistých ohledech zjednodušená. Předpokládala pouze dlouhé dodací lhůty, při kterých je možné svoz zajistit kapacitou kteréhokoli sběrného střediska a také nepracovala se současným fungováním systému.

V druhé úloze vycházím z modelu sestaveného v kapitole 5. V úloze budu opět řešit svoz zásilek střediska S5 do ostatních geograficky blízkých středisek za použití stejné matice vzdáleností i hodnot požadavků zdrojových míst.

V zadání se změní kapacity středisek v závislosti na dodacích lhůtách a s ohledem na nejvyšší kapacitu krajského centra S1. Nové kapacity uvádím v tab. 14.

**Tabulka 14:** Nové kapacity sběrných středisek

| | $b_j$ |
|---|---|
| S1 | 170 |
| S2 | 95 |
| S4 | 68 |

## *7.1 Řešení úlohy*

K nalezení výchozího řešení použiji metodu VAM, jehož optimalita bude prověřena metodou MODI. Ze zadaných dat je zřejmé, že dojde k vyššímu využití většího centra S1, které v systému představuje další článek v přepravě mezi kraji. Po změně základních údajů jsem dospěl k řešení uvedenému v tab. 15.

**Tabulka 15:** Řešení úlohy č. 2

| | S1 | S2 | S4 | $a_i$ |
|---|---|---|---|---|
| D1 | 60<br>23 | 60<br>0 | 64<br>0 | 23 |
| D2 | 64<br>4 | 52<br>0 | 58<br>0 | 4 |
| D3 | 40<br>6 | 56<br>0 | 58<br>0 | 6 |
| D4 | 54<br>100 | 41<br>14 | 47<br>47 | 161 |
| D5 | 56<br>0 | 34<br>0 | 32<br>5 | 5 |
| D6 | 68<br>0 | 29<br>17 | 45<br>0 | 17 |
| D7 | 88<br>0 | 69<br>54 | 82<br>0 | 54 |
| D8 | 47<br>0 | 53<br>0 | 34<br>16 | 16 |
| D9 | 76<br>0 | 47<br>10 | 66<br>0 | 10 |
| FD | 0<br>37 | 0<br>0 | 0<br>0 | 37 |
| $b_j$ | 170 | 85 | 100 | |

Získal jsem nedegenorované řešení, jehož hodnota účelové funkce činí 15452 zásilkokilometrů. Původní hodnota účelové funkce se zvýšila z 13822 o 1630 zásilkokilometrů.

Změny v řešení jsou z tabulky jasně patrné, většina svozů, stejně jako v prvním příkladě je směřována do střediska S2. Přesunul se však svoz D2 do střediska S1 a rozdělil se svoz z místa D4 mezi všechna střediska.

Výsledné řešení uspokojilo veškeré požadavky zdrojových míst a využilo kapacity středisek S2 a S4. Dále zůstala nevyužita kapacita svozu 37 zásilek S1.

## 7.2 Suboptimální varianty

I ve druhém příkladu jsem propočetl za pomoci prostředí Dumkosy suboptimální varianty řešení, využívané při změnách v systému. Hodnoty těchto ukazatelů jsou znázorněny v tab. 16 a 17.

**Tabulka 16:** Perspektivy tras

| | S1 | S2 | S4 |
|---|---|---|---|
| D1 | 0 | 13 | 11 |
| D2 | 0 | 1 | 1 |
| D3 | 0 | 29 | 25 |
| D4 | 0 | 0 | 0 |
| D5 | 17 | 8 | 0 |
| D6 | 26 | 0 | 10 |
| D7 | 6 | 0 | 7 |
| D8 | 6 | 25 | 0 |
| D9 | 16 | 0 | 13 |
| FD | 0 | 13 | 7 |

**Tabulka 17:** Propustnost tras

| | S1 | S2 | S4 |
|---|---|---|---|
| D1 | 23 | 14 | 23 |
| D2 | 4 | 4 | 4 |
| D3 | 6 | 6 | 6 |
| D4 | 100 | 14 | 47 |
| D5 | 5 | 5 | 5 |
| D6 | 17 | 17 | 17 |
| D7 | 54 | 54 | 47 |
| D8 | 16 | 14 | 16 |
| D9 | 10 | 10 | 10 |
| FD | 37 | 14 | 37 |

Údaje z tabulek 16 a 17 využiji pro hodnocení možných alternativ řešení. Hodnoty průtočnosti a koeficienty zhoršení tras neobsazených polí jsou označena červenou barvou.

Nejvyšší průtočnost se nachází mezi dodavatelem D7 a sběrnými středisky 1 a 4. Toto zdrojové místo v modelu představuje druhou nejvýznamnější oblast, proto je potřeba věnovat mu zvýšenou pozornost.

V případě dalších požadavků by byla oblast D7 uspokojena S1, které má nižší koeficient zhoršení rovnající se hodnotě 6.

Nízké hodnoty koef.zhoršení se nacházejí v polích (2, 2), (2, 3), (7, 1) a (8, 1). Z hlediska perspektiv považuji za nejvýznamnější trasu D7 - S1. Přesunem přepravy po této trase by se hodnota účelové funkce zvýšila o 324 na 15776 zásilokokilometrů.

# 8. Získaná řešení a návrhy možných úprav

K získání optimálního řešení problému jsem využil modelování klasické dopravní úlohy. Vzhledem ke složitosti systému a citlivosti údajů o zákaznících jsem byl nucen použít některá zjednodušení.

Prvním z nich jsou zjednodušení nutná při použití klasické dopravní úlohy, která má několik nevýhod:

1. Je koncipována pro stejné velikosti zásilek (např. tuna materiálu, či kontejner nějakého zboží).
2. Neumožňuje při výpočtu za delší období vyčíslit změny v denní poptávce po převozu, kdy jeden den žádají zákazníci převoz jen několika kusů zásilek, jiný den se tento požadavek pohybuje v řádu desítek .

Druhým faktorem, který ovlivnil mou práci, bylo použití některých citlivých údajů. Většina firem si chrání údaje o svých zákaznících, a proto jsem neměl možnost získat informace o přesných pohybech zásilek a jejich velikosti.

Pro odstranění těchto faktorů jsem za pomoci statistických metod (aritmetický průměr, medián, modus) spočetl hodnotu za průměrný měsíc a do úlohy zavedl optimalizační údaj zásilkokilometr.

Uvědomuji si, že pro zcela exaktní vyhodnocení systému by byla nutná data za celou ČR. K optimálnímu vyřešení by bylo potřeba namodelovat systém, který by umožňoval vyčíslit údaje o vytíženosti jednotlivých vozidel a do úlohy zakomponovat i přepravní podmínky, které omezují velikosti zásilek, řeší případné reklamace aj.

Při řešení jsem použil metod operační analýzy MODI a VAM a logistické ABC analýzy. ABC analýza byla využita k hodnocení zákazníků. Metodami MODI a VAM bylo propočteno několik možných alternativ, které dále zhodnotím a porovnám.

Práci bych rozdělil na 2 úlohy. První z nich poskytuje řešení pro případ využití dlouhých dodacích lhůt, kdy svoz zásilek může zajistit kterékoli z ostatních středisek.

Druhá z těchto úloh do zadání zavádí délku dodacích lhůt a velikost středisek. Z vyřešených úloh uvádím možné alternativy. První 3 varianty vychází z první úlohy, další 2 z druhé úlohy a poslední 6. varianta je návrh vedení firmy, při nezměněném fungování systému.

### Varianta I

| Středisko | Obsluhovaná zdrojová místa |
|---|---|
| S1 | D1, D3 |
| S2 | D2, D4, D6, D7, D9 |
| S4 | D5, D8 |
| Hodnota účelové funkce | 13822 |

Varianta I, jak jsem již zmínil je základním řešením první úlohy. Vzhledem k velikosti kapacit středisek rozděluje obsluhu zdrojových míst na základě vzdáleností tras. V tomto řešení by každé ze středisek S1 a S4 převzalo svoz ze dvou míst, středisko S2 z pěti míst. Hodnota účelové funkce je 13 822, což je nejméně ze získaných alternativ.

### Varianta II

| Středisko | Obsluhovaná zdrojová místa |
|---|---|
| S1 | D3 |
| S2 | D1, D2, D4, D5, D6, D7, D9 |
| S4 | D8 |
| Hodnota účelové funkce | 13832 |

Do druhé varianty byl zařazen výsledek analýzy suboptimálních variant. V řešení se objevují dvě nejperspektivnější trasy, které centralizují svoz do střediska S2. Hodnota účelové funkce se zvýší pouze o 10 jednotek.

### Varianta III

| Středisko | Obsluhovaná zdrojová místa |
|---|---|
| S1 | |
| S2 | D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8, D9 |
| S4 | |
| Hodnota účelové funkce | 14232 |

Varianta III, stejně jako předešlé dvě varianty vychází z první úlohy. Z hlediska minimalizace hodnoty účelové funkce není optimální. Došlo k navýšení o 410 zásilkokilometrů. Poskytuje však řešení, které je výhodné svým převedením celého svozu jednoho střediska pod správu druhého střediska.

### Varianta IV

| Středisko | Obsluhovaná zdrojová místa |
|---|---|
| S1 | D1, D2, D3, D4 |
| S2 | D4, D6, D7, D9 |
| S4 | D4, D5, D8 |
| Hodnota účelové funkce | 15 452 |

U druhé úlohy došlo ke změně kapacit v závislosti na dodací lhůtě. Vznikla tak další alternativa (varianta IV), ve které vzhledem ke změněnému času na přepravu se zvýšila hodnota účelové funkce na 15452 zásilkokilometrů. Střediska S1 a S4 by převzala po čtyřech zdrojových místech na S4 by zbyla místa tři.

**Varianta V**

| Středisko | Obsluhovaná zdrojová místa |
|---|---|
| S1 | D1, D2, D3, D4, D7 |
| S2 | D4, D6, D9 |
| S4 | D4, D5, D8 |
| Hodnota účelové funkce | 15 776 |

Tato alternativa navazuje na předešlou variantu po zhodnocení suboptimálních možností. Nejperspektivnějším spojem je trasa S1 - D7, která by po přesunu svozu zvýšila hodnotu účelové funkce na 15 776.

**Varianta VI**

| Středisko | Obsluhovaná zdrojová místa |
|---|---|
| S1 | D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8, D9 |
| S2 | |
| S4 | |
| Hodnota účelové funkce | 18 270 |

Poslední z uváděných alternativ hodnotí situaci, která je nejpravděpodobnější z pohledu managementu. Tato varianta předpokládá přesun veškerého svozu do krajského centra. Toto řešení má nejvyšší hodnotu účelové funkce 18 270 zásilkokilometrů.

Pro hodnocení využití výše zmíněných možností nejprve porovnám tyto varianty s dosavadním řešením systému.

V současné době se zásilky svážejí do jednotlivých okresních center. V našem modelu do centra S5 a odtud je většina odvezena do krajského S1. Pak zpravidla následuje převoz do jiného krajského střediska dle dispozic odesilatele.

Všechny alternativy řešily nahrazení střediska S5 některými z blízkých středisek. Pokud budu vycházet z předpokladu následného svozu do krajského centra S1, nejvhodnější alternativou bude varianta VI, s možným předpokladem ponechání D5 S4 a D6 S2, který by mohl doplnit vytíženost vozidel.

Vhodnost této alternativy je zapříčiněna následným svozem do S1, které by v současném systému vedlo po převozu do jiného střediska k prodloužení ujetých kilometrů.

Varianta VI však nejméně splňuje optimalizační kritérium. V ostatních variantách nejvíce svozů přechází středisku S2. Nabízí se proto možnost po přesunu původních svozů S5 do kompetence S2 zařadit ho mezi 8 regionálních center (Praha, Kolín, České Budějovice, Plzeň, Teplice, Hradec Králové, Brno, Olomouc), která spojuje páteřní kamionová doprava.

Pro tuto možnost hovoří i vzdálenosti mezi regionálními centry. Středisko S5 je bližší všem regionálním centrům kromě střediska v Plzni.

Většina matematických modelů hodnotí i ekonomické dopady možných řešení. Pro hodnocení takto velkého systému by bylo potřebné velké množství informací např. o velikosti zásilek, které mají většinou charakter interních smluv mezi zákazníkem a přepravcem, dále o vytíženosti vozidel, nákladů na mzdy a provoz aj., které nemám.

Pro vyhodnocení ekonomických dopadů se pokusím alespoň nastínit možné snížení nákladů. Všechny alternativy předpokládají další nevyužívání střediska S5, které po prvotní analýze bylo vyhodnoceno jako nejslabší článek systému.

Firmě při uskutečnění některé z alternativ poklesnou náklady na provoz, případně mzdy zaměstnanců S5 a dále by se zvýšila vytíženost vozidel ostatních sběrných středisek .

Při hodnocení těchto dopadů by bylo vhodné využít např. rozhodovacích stromů. V této úloze by rozhodovací uzly představovaly možnosti propuštění zaměstnanců, převedení pod jiné středisko, či jejich možnou kombinaci. Obdobný uzel by představoval i hodnocení využití uvolněných vozidel-prodej, pronájem, převedení. Situační uzel by představoval velikost poptávky po svozu atd.

# 9. Závěr

Cílem této diplomové práce bylo najít možnosti uplatnění metod operační analýzy v logistice v konkrétní situaci. Jejím smyslem mělo být využití exaktních metod při rozhodování. Po načerpání teoretických poznatků studiem literatury došlo k jejich ověření v konkrétních podmínkách firmy ČSAD JIHOTRANS, a.s.

Jak jsem se přesvědčil, k využití modelování a metod operační analýzy je zapotřebí nejen znalost příslušných principů a algoritmů, ale i prostředí, v němž firma podniká.

Pro seznámení s prostředím jsem využil konzultací s managementem firmy, studování systému na základě poskytnutých údajů a obchodních podmínek sběrné služby. Z exaktních přístupů byla využita ABC analýza a metody MODI a VAM.

Systém jsem popsal v modelu v kapitole 5.1. Podstatou je přeprava zásilek dle dispozic odesilatele-příkazce z místa nakládky do místa vykládky za úplatu.

V práci jsem zpracoval poskytnutá data o zásilkách podaných ve sběrných střediscích za jednotlivé měsíce roku 2008.

Po analýze těchto dat jsem za nejslabší článek označil sběrné středisko 5. V další části práce jsem modeloval optimální svoz zásilek z této oblasti s využitím ostatních středisek.

Abych v úloze zabránil velké různorodosti zásilek (FO x podniky), vybral jsem na základě ABC analýzy zákazníky spadající do kategorie A a B, které jsou pro firmu nejdůležitějšími.

Práci jsem rozdělil na 2 úlohy. První z nich poskytuje řešení pro případ využití dlouhých dodacích lhůt, kdy svoz zásilek může zajistit kterékoli z ostatních středisek. Druhá z těchto úloh do zadání zavádí délku dodacích lhůt a velikost středisek.

Z vyřešených úloh metodami VAM a MODI vzešlo 6 možných alternativ, které hodnotí základní i suboptimální řešení.

Z hlediska optimalizačního kritéria, minimální hodnoty účelové funkce, je nejvhodnější varianta I. Hodnota činní 13 822 zásilkokilometrů. Při tomto řešení by většina svozů směřovala do střediska S2. Požadavky z míst D1 a D3 by byla uspokojeny kapacitou střediska S1, z míst D5 a D8 by zásilky směřovaly do střediska S3.

Pokud budu vycházet ze současného fungování systému, ve kterém většinou následuje svoz do krajského centra S1, nejvhodnější alternativou bude varianta VI.

Varianta VI však nejméně splňuje optimalizační kritérium. Navrhuji proto možnost po přesunu původních svozů S5 do kompetence S2 zařadit ho mezi 8 regionálních center, která spojuje páteřní kamionová doprava.

Pro tuto možnost hovoří i vzdálenosti mezi regionálními centry. Středisko S5 je svou vzdáleností bližší všem regionálním centrům kromě střediska v Plzni.

Ekonomický dopad mnou navrhovaných alternativ není přesně daný. V konkurenčním prostředí je většina dat velmi citlivých. Nemám údaje o vytížení vozidel v systému, nákladech na provoz středisek a mzdy zaměstnanců, proto nemohu hodnotit možné dopady. Pro hodnocení dopadů by po získání dat bylo vhodné využít např. rozhodovacích stromů, které by umožnily hodnotit fáze rozhodovacího procesu, které představují možnosti propuštění zaměstnanců, převedení pod jiné středisko atd., či kombinace prodeje, pronájmu či převedení vozidel, budov a zařízení.

V současné době (počátek dubna 2009) hospodářská krize dopadá podle analytiků na většinu firem. Nutí je omezovat náklady, vede k propouštění.

Navržené řešení poskytuje jednu z alternativ jak omezit náklady při pokračujícím plném využívání systému. Možnost jeho využití prověří čas.

# 10. Summary

Main purpose of this thesis is finding the possibilities of operation analysis methods' use in logistics, proposition of specific situation's optimal solution in specific company, confrontation of the above with reality and proposition of possible improvements.

The use of scientific methods during decision making should have been the reason of this thesis. The theoretical knowledge that has been gained from literature research has been verified in factual conditions at company CSAD JIHOTRANS, Inc.

To gain the knowledge of the environment I used the consultations with company management, system studying based on provided data and collective service's trading conditions. ABC analysis and MODI and VAM methods were used as a scientific approach.

In the thesis I processed data given to me concerning shipments that had been registered in collection centers for each month of the year 2008.

6 possible alternatives evaluating the basic and also sub-optimal solutions came out from solved problems of methods VAM and MODI.

Option I is the most suitable from the point of optimization standard – minimal value of special-purpose function. Option VI will be the most suitable if I proceed from the current system functioning. But option VI satisfies the optimization standard the least. Therefore I suggest shifting the original pick-ups S5 into the competence of S2 and then to place it in between the 8 regional centers that are connected by the central truck-transport.

**Key words:**

Transportation problem

Logistic

Operations research

# 11. Použité zdroje


1. Demel, J. *Grafy a jejich aplikace.* Praha: Academia, 2002. 257 s. ISBN: 80-200-0990-6
2. Eisler, J. *Úvod do ekonomiky dopravy.* Praha: Codex Bohemia, 1998. 281 s. ISBN: 80-85963-54-X
3. Eisler, J. *Ekonomika dopravních služeb a podnikání v dopravě.* Praha : Oeconomica, 2005. 151 s. ISBN: 80-245-0772-2
4. Gros, I. *Kvantitativní metody v manažerském rozhodování.* Praha: Grada Publishing, 2003. 432 s. ISBN: 80-247-0421-8
5. Jablonský, J. *Operační výzkum.* Praha: Vysoká škola ekonomická, 2001. 305 s. ISBN: 80-245-0162-7
6. Jablonský, J. *Programy pro matematické modelování*. Praha: Oeconomica, 2007. 258 s. ISBN: 978-80-245-1178-8
7. Lambert, D. *Logistika.* Praha : Computer Press, 2000. 589 s. ISBN: 80-7226-221-1
8. Svoboda, V. *Dopravní logistika.* Praha : Vydavatelství ČVUT, 2004. 115 s. ISBN: 80-01-02914-X
9. Vaněček, D. *Řízení dodavatelského řetězce.* Č. Budějovice: EF JU, 2008. 156 s. ISBN: 978-80-7394-078-2
10. Vaněčková, E. *Ekonomicko-matematické metody. Lineární programování; Síťová analýza*. České Budějovice: JU ZF České Budějovice, 1996. 150 s. ISBN: 80-7040-187-7


**Elektronické zdroje:**


11. *Přehled SW modulů pro podporu rozhodování.* [online]. [cit. 21.2.2009]. Dostupné na Internetu: < http://vipor.czu.cz/download.php?id_c=2>
12. *O společnosti*. [online]. [cit. 20.3.2009]. Dostupný na World Wide Web: < http://www.jihotrans.cz/cz/o-spolecnosti/ >
13. *Systém expresní přepravy kusových zásilek v ČR a SR.* [online]. [cit. 15.3.2009]. Dostupný na World Wide Web: < http://www.transportexpres.cz>