Pedagogická fakulta
Faculty of Education
Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Diplomová práce

Úlohy ve formátu Concept Cartoons jako doplněk učebnic matematiky

Vypracoval: Bc. Adam Čech
Vedoucí práce: RNDr. Libuše Samková, Ph.D.

České Budějovice 2021

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Úlohy ve formátu Concept Cartoons jako doplněk učebnic matematiky jsem vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích .... ……………………………

Poděkování

Chtěl bych poděkovat paní RNDr. Libuši Samkové, Ph.D. za odborné vedení a věcné připomínky během psaní této diplomové práce. Dále děkuji rodině za plnou podporu během studia.

Anotace

Tato práce se zabývá úlohami ve formátu Concept Cartoons. V práci je uvedeno využití úloh během výuky matematiky na druhém stupni základní školy. Kvalitativní výzkum vedl ke zjištění problémových témat učiva matematiky. Sesbíraná data byla využita k tvorbě nových úloh ve formátu Concept Cartoons, které jsou obsahem této práce. Nové úlohy byly vyzkoušeny v praxi. Práce může posloužit pro učitele jako námět k obohacení výuky.

Annotation

This work deals with tasks in the Concept Cartoons format. The work presents the use of tasks during the teaching of mathematics at the second stage of primary school. Qualitative research led to the identification of problematic topics in the mathematics curriculum. The collected data were used to create new tasks in the Concept Cartoons format, which are the content of this work. The new tasks were tested in practice. The work can serve as a topic for teachers to enrich teaching.

Obsah

Úvod

V diplomové práci se zabývám tématem Concept Cartoons. K tématu *Úlohy ve formátu Concept Cartoons jako doplněk učebnic matematiky* mě přivedla paní doktorka Samková, která se touto problematikou zabývá již delší dobu.

Čtenář této práce získá základní přehled o úlohách ve formátu Concept Cartoons a jejich využití během výuky matematiky. Dozví se, jaké souvislosti vedly k využívání těchto úloh. Seznámí se s tvorbou nových úloh. Zjistí, jaká jsou nejproblémovější témata v učivu matematiky druhého stupně základní školy. Čtenáři se dostane odpovědi na otázku, zda má tento formát vliv na pasivní žáky a zaktivizuje je. Dále bude seznámen s názorem učitelů na Concept Cartoons, kteří se podělí o své zkušenosti a nápady.

Teoretická část se zabývá seznámením s úlohami Concept Cartoons. Čtenář se dozví, co vedlo autory k nápadu a k zařazení úloh do výuky. V této kapitole jsou reflexe odborníků na proces vyučování. Čtenář zjistí, jaké problémy se mohou vyskytnout během výuky a na co by si měl učitel dát pozor. Jsou zde zařazeny matematické záležitosti potřebné k řešení úloh. V kapitole se nachází okomentované očekávané výstupy, které byly vybrány v rámci výzkumu jako problémové.

Praktická část je zaměřena na výzkumné šetření. Diplomová práce je založena na kvalitativním výzkumu. Oslovil jsem základní školu v Jihočeském kraji s žádostí o spolupráci a pan ředitel mi vyhověl. Na začátku jsem učitelům matematiky rozdal dotazníky, ze kterých jsem získal informace o nejproblémovějších tématech matematiky druhého stupně základní školy. Na základě získaných dat jsem požádal o zapůjčení písemných prací žáků, které byly podrobeny analýze. V diplomové práci se s těmito daty pracuje anonymně, každá žákovská práce je opatřena kódem. Během analýzy jsem hledal nejčastější chyby a žákovské postupy řešení. Tyto informace byly podkladem pro tvorbu nových úloh ve formátu Concept Cartoons. Nově vytvořené úlohy byly vyzkoušeny v praxi a reflexe realizace je součástí praktické části. Na závěr je zařazeno zpětné vyhodnocení intervence učiteli matematiky.

Diplomová práce může sloužit jako podnětný materiál pro budoucí i současné učitele. Otevírá další možnosti, jak obohatit výuku matematiky na základní škole. V příloze je přiložena sada nově vytvořených úloh ve formátu Concept Cartoons.

1 Teoretický základ

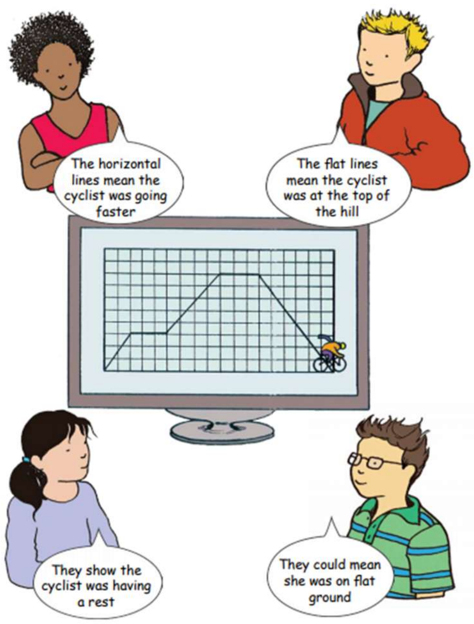
1.1 Concept Cartoons

1.1.1 Seznámení

Concept Cartoons (CC) je výuková pomůcka, kterou vytvořili Brenda Keogh a Stuart Naylor na počátku devadesátých let dvacátého století. Během vytváření úloh se inspirovali vlastními pedagogickými zkušenostmi. Tato pomůcka má za úkol, dle autorů, lépe zapojit žáky do výuky a zvýšit u nich motivaci k řešení daného problému. Zpětná vazba od učitelů a žáků jim potvrdila jejich domněnky (Keogh a Naylor 2013).

V rámci evropských projektů, které měly zajistit podporu přírodovědného vzdělávání, představil Ed van den Berg Concept Cartoons v českém vzdělávacím systému. Van den Berg využíval Concept Cartoons při plánování pokusů. Dalším průkopníkem v českém vzdělávání byla Eva Hejnová, která tuto metodu využívala ve výuce fyziky (Hejnová 2013).

Concept Cartoons jsou kreslené obrázky (obr. 1) znázorňující situaci, v našem případě matematický problém. Uprostřed obrázku je „zadání" a okolo jsou děti, které mají na zadání svůj pohled/názor. Jejich komentář je v bublinách, jako tomu je u komiksu. Názory dětí mohou být správné, správné jen z části, správné za určitých podmínek, nesprávné, nebo se může vyskytovat pouze otazník, který nás nabádá k vymyšlení dalších řešení problému (Samková 2020).



Obr. 1 – Úloha Concept Cartoons (Dabell, Keogh a Naylor 2008)

Úlohy jsou nejčastěji zaměřené na každodenní situace. Pro žáky nevypadají jako matematické problémy, takže z nich nemají hned strach. Nebojí se je řešit. Žáci rozvíjejí svoje kognitivní myšlení, když vymýšlí, zda může jejich řešení fungovat. Některé úlohy jsou obohaceny o prázdné bubliny. Prázdné místo iniciuje žáky k vlastním nápadům, prázdné místo se zaplní názorem žáka. Dále mohou bubliny obsahovat tzv. miskoncepce, tj. mylné představy, které jsou založeny na datech z praxe (Keogh a Naylor 2013).

Jak již bylo popsáno výše, hlavním cílem autorů byla motivace a zapojení žáků do řešení problémů. Tato výuková pomůcka má z mého pohledu hlavní výhodu v tom, že se žáci „schovají" za děti na obrázku, de facto „hra v roli". V knize *Moderní didaktika* (Čapek 2015) se uvádí specifická úroveň hry v roli a tou je alterace. Během alterace bere žák na sebe roli, tudíž za všechny činy odpovídá postava, a ne samotný žák (Čapek 2015). Pokud se žákům pečlivě vysvětlí fungování alterace, pak je velice výhodné tuto metodu využívat nejen v CC. Mnoho žáků má problém s komunikací před třídou a učitelem z důvodu, že by se jim mohl někdo z přítomných smát za jejich názor, chybnou odpověď. Tento problém by u alterace neměl hrozit.

V určitých situacích je velice důležité, abychom žáku naslouchali a vyposlechli si jeho názor. Potřeba být vyposlechnut je v každém člověku a je důležitá pro další rozvoj osobnosti. Žák může mít pocit, že není ve škole tak úspěšný jako jeho spolužáci. Úkolem učitele je vhodně vybrat metody, které posílí sebedůvěru žáků a uspokojí potřebu být vyslechnut (Helus 2007). Vhodně vybranou metodou může být hra. České školství je spojeno se hrou už od dob Jana Amose Komenského, kdy využil poznatku o studentech, kteří hrají rádi divadlo a nevadí jim učit se herecké role. Při hraní rolí se zároveň učili latinsky. Přenesl tedy školu na divadelní jeviště a oživil učební látku (Komenský a Hendrich 1941). V publikaci *Hry pro rozvoj zdravé osobnosti* (Šimanovský a Šimanovská 2010) je uveden fakt, že vhodně zvolenou hrou, která je správně odvedena, se stávají žáci vyrovnanějšími a jistějšími. Rozvoj dochází v komunikaci verbální i neverbální. Hlavní ale je vyvážení uzavřenosti žáka jeho otevřeností a stud žák nahrazuje odvahou. Žáci mají radost z nových informací a nenásilnou formou si osvojí nové poznatky (Šimanovský a Šimanovská 2010).

Při využívání této metody jsou žáci v roli soudce. Mají rozhodnout o pravdivých (správných) tvrzeních a vyvrátit nepravdivé (špatné) výroky. Vzhledem k tomu, že žáci posuzují postavy na obrázku a neodpovídají sami za sebe, nemají strach ze špatné odpovědi (Dweck 2014). Role soudce je pro žáky výzvou, nesou zodpovědnost. Na druhou stranu posuzují osoby na obrázku. To je pro méně sebevědomé žáky snazší, než kdyby měli posuzovat výroky svých spolužáků ve třídě. Lépe se zapojí do diskuze (Keogh a Naylor 2013). Odvážnější žáci si „vezmou" dítě s bublinou, ve které je otazník a vymyslí vlastní názor.

CC lze použít k sebehodnocení a vzájemnému hodnocení, které je součástí formativního hodnocení. Dále také ukazuje učiteli, kde se vytváří u žáků miskoncepce (Chin a Teou 2009, 2010).

CC vedou k odkrývání žákovských postupů. Při klasickém zadání žáci dospějí k výsledku nejčastěji postupem, který je naučil učitel. Mnohdy je škoda, že se žákovi nedostane kreativity. CC nám ale umožní zapojit představivost a fantazii žáků a vyřeší úlohu zajímavým způsobem (Sexton, Gervasoni a Brandenburg 2009).

Učitelé by se měli snažit o konstruktivistický způsob výuky. Oni se také snaží, ale mnohdy v zápalu věci bezmyšlenkově „podsouvají" své postupy řešení. U CC je tomu předejito bublinami s názory (Keogh a Naylor 2013).

Vzhledem k tomu, že se jedná o „komiks", převaha obrázků a minimum textu, lze tuto metodu využít souběžně s metodou *Content and Language Integrated Learning* (CLIL) (de Lange 2009). Jedná se o způsob vyučování, během kterého se současně rozvíjí znalosti nejazykového předmětu, v našem případě matematiky, a cizího jazyka. Nejedná se o bilingvní vzdělávání (Průcha, Walterová a Mareš 2013). Příkladem může být Norsko, kde se CC využívá k doplnění výuky anglického jazyka. Dle mého názoru je metoda CC také výhodnější pro dyslektiky. Je to alternativa ke klasickému zadávání slovní úlohy, která je zadána delším textem a žák se v ní může ztrácet.

V Anglii je důležité, aby měli budoucí pedagogové (studenti oborů učitelství) všeobecný přehled. CC jsou výborným prostředkem pro kontrolu těchto požadavků, a také stimulem ke zlepšení v různých oblastech. Pokud zadáme studentům vytvořit úlohu ve formátu CC na nějaké téma, studenti si musí nejprve téma důkladně připravit a dozvědět se o něm mnoho informací. Poté budou znát úskalí, na které se může během řešení úloh narazit (Keogh a Naylor 2013).

1.1.2 Postup tvorby

Následující část vychází z knihy *Metoda Concept Cartoons* (Samková 2020). Jednou z možností tvorby úloh ve formátu Concept Cartoons, pro kterou jsem se nakonec nerozhodl, je překlad nebo úprava originálních zadání, které jsou v knize *Concept cartoons in mathematics education* (*Dabell, Keogh a Naylor 2008*). V diplomové práci pracuji se zcela nově vytvořenými úlohami. Pro tvorbu nových úloh jsem využil sesbíraných dat v podobě žákovských čtvrtletních písemných prací z matematiky. Obecně můžeme říct, že celý proces tvorby začíná výběrem oblasti matematiky. Pro nás to jsou problémy, na které jsem narazil díky dotazníku (příloha 1) a analýzou žákovských prací.

Na základě zanalyzovaných prací jsem provedl výběr úloh. Po výběru úlohy pokračujeme výběrem pozadí obrázku, kde bude částečně uvedeno zadání (cenovka, výsledková tabule apod.). Doplnění zadání zapíšeme do levé horní bubliny (čte se jako první). Vše musí být stručné a jasné. Pozadí graficky doladíme, dle našich preferencí.

Následuje tvorba obsahu bublin. Musíme se rozhodnout, kolik bublin budeme mít, kolik z nich bude obsahovat správné řešení, špatné či neúplné. Zda bude nějaká bublina s otazníkem. Rozhodneme se, jestli bude bublina obsahovat pouze výsledek, postup, nebo slovní doprovod. Poté přikročíme ke konkrétnímu obsahu. Zde využijeme nalezené postupy a chyby z žákovských prací, případně z literatury. Podrobný postup tvorby jednotlivých úloh Concept Cartoons je popsán v kapitole 2.3.3.

1.2 Matematické záležitosti

V této kapitole se čtenář dozví vše potřebné k řešení úloh, které se nacházejí v mé diplomové práci. K vysvětlení daného učiva jsou uvedeny definice, které jsou názorně objasněny na příkladech. Definice vycházejí z učebnic matematiky pro druhý stupeň ZŠ. U každého problému jsou uvedeny *Očekávané výstupy* vycházející z Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (RVP ZV) (RVP ZV 2017 2021) (příloha 2), které by měl žák naplnit. Tyto výstupy jsou doplněny o reflexi. Příklady jsou řešeny dvěma způsoby.

1.2.1 Objem a povrch kvádru a krychle

1.2.1.1 Očekávané výstupy

Po probrání učiva *Objem a povrch kvádru a krychle* by měl žák naplnit *Očekávané výstupy M-9-3-09* až *M-9-3-13* (příloha 2). Dle publikace *Kritická místa matematiky na* *základní škole očima učitelů* (Rendl a Vondrová 2013) polovina dotazovaných učitelů druhého stupně poukázala na problémy žáků ve výpočtech v geometrii.

Největší problémy jsou u očekávaných výstupů *M-9-3-09 určuje a charakterizuje základní prostorové útvary (tělesa), analyzuje jejich vlastnosti, M-9-3-10 odhaduje a vypočítá objem a povrch těles*. Učitelé (Rendl a Vondrová 2013) se shodují v názoru, že si žáci vzorce nepamatují a pletou si je s ostatními. Nahrává tomu také fakt, že termíny mají stejné počáteční písmeno (obvod, obsah, objem). Děti si řešený problém nedokážou pořádně představit, i když to s učiteli procvičují hodinu co hodinu. Dle mého názoru by si žáci mohli udělat přehledný náčrt (*M-9-3-11 načrtne a sestrojí sítě základních těles, M-9-3-12 načrtne a sestrojí obraz jednoduchých těles v rovině)* a pořádně si rozmyslet, co budou počítat, aby poté nedosazovali do náhodně vybraných vzorečků.

V publikaci (Rendl a Vondrová 2013) se píše o nadání na matematiku. Někdo je odsouzen se učit vše nazpaměť, jiní se zase učit nemusí, jelikož na to přijdou. Problém je v tom, že i když děti používají „tabulky“, stejně jim to nejde. Je také problém ve značení geometrických útvarů, je zde malá fantazie autorů matematických problémů, všude se píše o *ABC*, *ABCD*. Potom přijdou na řadu písmena *KLM*, *KLMN* a žáci neví, jaký vzorec použít, jelikož umí jen ten se stranami *a*, *b*, *c* (Rendl a Vondrová 2013). Naštěstí už dnes mnoho učitelů přechází k objevování. Jsou to k tomu vedeni už během studia na pedagogických fakultách a učitelé z praxe se dále vzdělávají, aby obohatili své portfolio metod. Pro žáky je lepší, když na fungování vzorce přijdou sami. Potom se *to* nemusí učit nazpaměť, ale už ví, jak *to* mezi sebou funguje a dokážou *to* aplikovat na další úlohy, typicky obvody.

Očekávaný výstup *M-9-3-13 analyzuje a řeší aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu* nám předkládá problém s představivostí žáků. V obsahu toho výstupu si můžeme představit úlohy, při kterých mají žáci za úkol vypočítat obsah nepravidelných útvarů. Jak poznamenávají učitelé (Rendl a Vondrová 2013), žák si musí jako první najít v nepravidelném útvaru pravidelné. Pokud se mu to podaří, pak přichází další překážka a tou je použití správného vzorce. Zde by se dal zařadit výpočet obsahu rovnoběžníku, sice pravidelného útvaru. Žáci si nemusejí vzpomenout na vzorec pro obsah rovnoběžníku a mohou si rovnoběžník rozdělit na čtverec nebo obdélník a dva trojúhelníky (Rendl a Vondrová 2013).

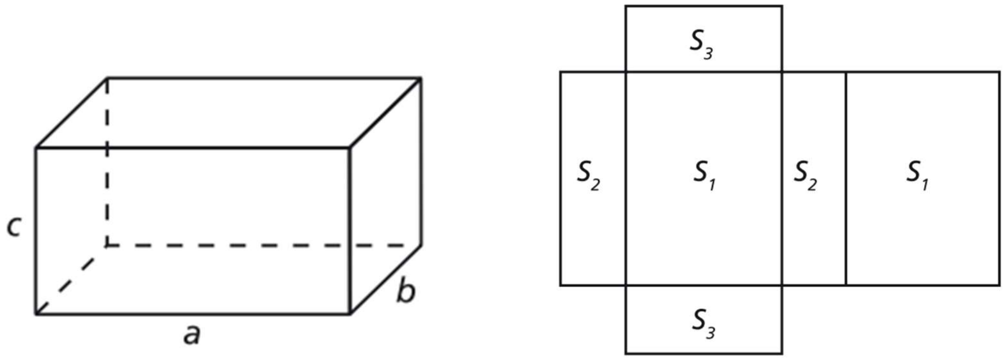
V aplikačních úlohách se vyskytují složitější úlohy. Nejde nám jen o klasické dosazení do vzorce. Má to přidanou hodnotu. Úlohy vedoucí na výpočet plochy kvádru bez jedné ze stěn „Kolik cm^2 skla je potřeba na sestavení akvária bez víka?“, nebo „Kolik vody se ještě vejde do nádrže, pokud od okraje zbývá 20 cm?“

Typická úloha

Skleněná nádrž má tvar kvádru o rozměrech dna 24 cm a 12 cm. Výška vody v nádrži je 20 cm. Vypočtěte objem tělesa, které se do vody potopilo, jestliže voda stoupla o 3 cm (Běloun 1985, s. 230).

1.2.1.2 Potřebné znalosti a dovednosti

Kvádr, geometrické těleso (obr. 2), je tvořen šesti stěnami, které mají tvar obdélníku, resp. čtverce. Protější stěny jsou shodné.



Obr. 2 - Model a síť hranolu (Binterová, Fuchs a Tlustý 2007)

Objem kvádru V vypočítáme pomocí vzorce, který můžeme aplikovat na další geometrická tělesa.

$$V = S_p.c,$$

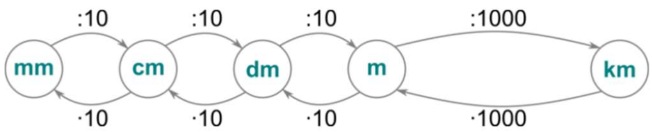
kde S_p je obsah podstavy a c je výška kvádru.

Podstavou je obdélník, obsah obdélníka vypočítáme

$$S_p = ab,$$

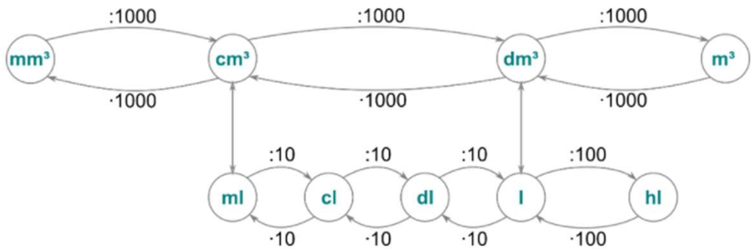
kde a, b jsou rozměry stran (hran).

Převody jednotek jsou další potřebnou oblastí ke správnému výsledku. V našem případě budeme potřebovat znát převody pro jednotky délky (obr. 3) a objemu (obr. 4). V další části práce budeme pracovat ještě s převody jednotek obsahu (obr. 5)



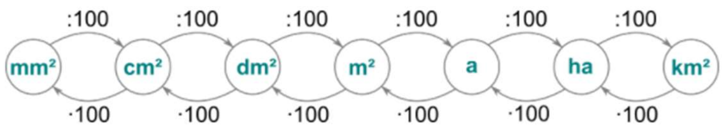
1 m	= 10 dm
1 m	= 100 cm
1 m	= 1000 mm
1 km	= 1000 m
1 cm	= 10 mm

Obr. 3 – Převody jednotek délky (Jednotky délky 2021)



1 m³	= 1 000 dm³ = 1 000 000 cm³ = 1 000 000 000 mm³
1 l	= 1 dm³ = 1 000 cm³
1 ml	= 1 cm³
1 l	= 10 dl = 100 cl = 1 000 ml
1 hl	= 100 l

Obr. 4 – Převody jednotek objemu (Jednotky objemu 2021)



1 ha	= 0,01 km² = 100 arů = 10 000 m²
1 a	= 0,01 ha = 100 m²
1 km²	= 10 000 00 m² = 100 ha = 10 000 arů
1 m²	= 10 000 cm²

Obr. 5 – Převody jednotek obsahu (Jednotky obsahu 2021)

Mocninou čísla rozumíme součin několika stejných čísel.

$$5 \cdot 5 = 5^2$$

je druhá mocnina čísla 5.

$$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$$

je třetí mocnina čísla 5.

Lineární rovnicí s neznámou x nazýváme každou rovnici tvaru

$$ax + b = 0,$$

kde a, b jsou libovolná reálná nebo komplexní čísla (Polák 2015, s. 205).
Rovnice má buď právě jedno řešení, nekonečně mnoho řešení, nebo nemá žádné řešení.
Při řešení lineárních rovnic využijeme *ekvivalentních úprav*. Následující část je z knihy *Přehled středoškolské matematiky* (Polák 2015, s. 203).

a) Vzájemná výměna stran rovnice.
b) Nahrazení libovolné strany rovnice výrazem, který se jí rovná v celém oboru řešení rovnice.
c) Přičtení téhož čísla nebo výrazu s neznámou, který je definován v celém oboru řešení rovnice, k oběma stranám rovnice.
d) Vynásobení obou stran rovnice týmž číslem různým od nuly nebo výrazem s neznámou, který je definován a různý od nuly v celém oboru řešení rovnice.
e) Umocnění obou stran rovnice týmž přirozeným mocnitelem, jsou-li obě strany rovnice nezáporné v celém oboru řešení rovnice.
f) Odmocnění obou stran rovnice týmž přirozeným odmocnitelem, jestliže jsou obě strany rovnice nezáporné v celém oboru řešení rovnice.
g) Zlogaritmování obou stran rovnice při témž základu, jsou-li obě strany rovnice kladné v celém oboru řešení rovnice.

Přímá úměrnost je speciální typ lineární funkce, která je obecně zadaná

$$y = kx.$$

Přímá úměrnost nám říká, kolikrát se zvětší (zmenší) x, tolikrát se zvětší (zmenší) y. Návod na výpočet trojčlenky uveden níže u výpočtu.

Zlomek zapisujeme ve tvaru

$$\frac{a}{b},$$

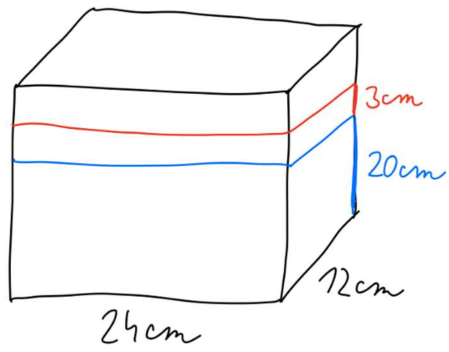
kde a je čitatel a b jmenovatel. Jmenovatel nám udává počet dílků, na které rozdělíme daný celek. Čitatel nám dává informaci o tom, kolik si těchto dílků vezmeme. Zlomek, kde se čitatel rovná jmenovateli, má hodnotu jedna (jeden celek). Mějme zlomek

$$\frac{3}{4}.$$

Zlomek nám říká, že jsme celek rozdělili na 4 díly a my jsme si z toho 3 vzali.

Postupy řešení

Zadání úlohy si vizualizujeme v podobě náčrtu (obr. 6), který obohatíme o příslušné rozměry.



Obr. 6 – Vizualizace zadání – těleso v nádrži (autor práce)

Nyní následuje postup řešení. Ukážeme si dvě možnosti.

V první možnosti vypočítáme objem tělesa z rozdílu objemu vody v nádrži a objemu vody s tělesem. Na začátku je výška vody 20 cm. Vypočítáme objem vody V_1 s touto výškou. Jednotky máme všechny v cm, můžeme přejít k výpočtu.

$$V_1 = 24 \cdot 12 \cdot 20$$

$$V_1 = 5760\ cm^3$$

Nyní vypočítáme objem vody i s tělesem, V_2. Použijeme výšku 23 cm.

$$V_2 = 24 \cdot 12 \cdot 23$$

$$V_2 = 6624\ cm^3$$

Objemy odečteme a získáme objem ponořeného tělesa V_3.

$$V_3 = V_2 - V_1$$

$$V_3 = 6624 - 5760$$

$$V_3 = 864\ cm^3$$

<u>Objem ponořeného tělesa je 864 cm^3.</u>

Ve druhé možnosti zapojíme úvahu. Jelikož se hladina vody zvedla o 3 cm, tak si spočítáme objem s touto výšku. Vypočítaný objem budeme shodný s objemem ponořeného tělesa.

$$V = 24 \cdot 12 \cdot 3$$

$$V = 864\ cm^3$$

<u>Objem ponořeného tělesa je 864 cm^3.</u>

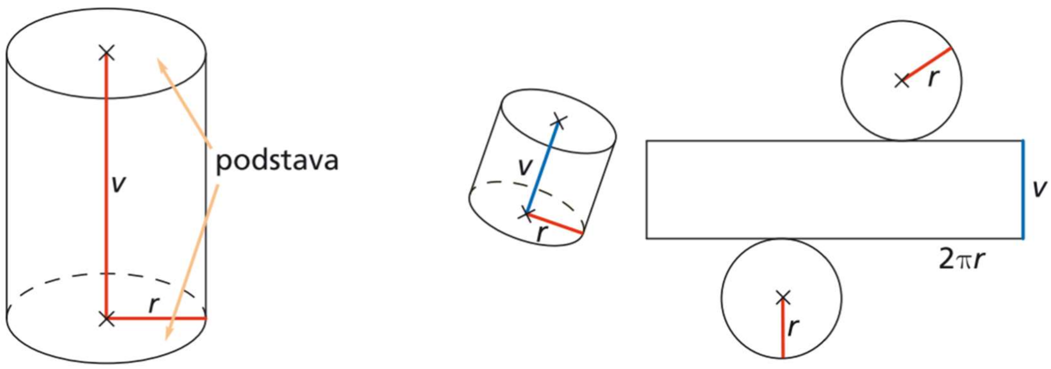
S problematikou výpočtu objemu a povrchu jsem se setkal během analýzy žákovských prací ještě u válce. Následující část je věnována problematice válce.

Typická úloha

V nádrži tvaru válce s vnitřním průměrem 6 m je 942 hl vody. Voda sahá do $\frac{2}{3}$ hloubky nádrže. Vypočítejte hloubku nádrže (Běloun 2010, s. 143).

Potřebné znalosti a dovednosti

Válec, geometrické těleso (obr. 7), je tvořen pláštěm a dvěma shodnými podstavami. Podstavy zde tvoří kruhy. Plášť je tvořen obdélníkem, nebo čtvercem. Vzdálenost podstav nám určuje výška válce *v*. Poloměr podstav určuje poloměr válce *r* (Binterová, Fuchs a Tlustý 2009).



Obr. 7 – Model a síť válce (Binterová, Fuchs a Tlustý 2009)

Objem válce *V* vypočítáme stejně jako objemy dalších geometrických těles.

$$V = S_p . v,$$

kde S_p je obsah podstavy.

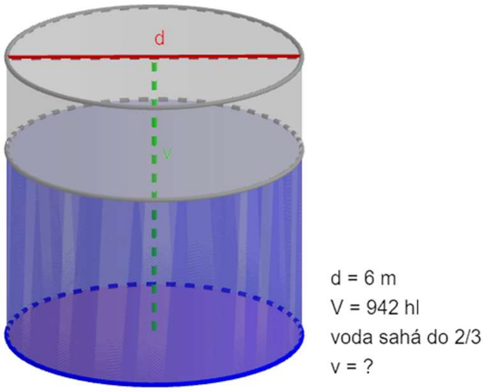
Podstavou je kruh, tudíž obsah vypočítáme

$$S_p = \pi r^2.$$

V předchozí části byla vysvětlena oblast *převody jednotek délky a objemu, mocnina, zlomky*, *lineární rovnice* a *přímá úměrnost*.

Postupy řešení

V prvním kroku, po přečtení zadání, si daný problém vizualizujeme v podobě náčrtu (obr. 8).



Obr. 8 – Vizualizace zadání – válcová nádrž (autor práce)

K náčrtu si napíšeme zadané údaje. Na řadu přijde výběr postupu řešení. Ukážeme si dvě možnosti.

V první možnosti vypočítáme hloubku ve $\frac{2}{3}$ podle zadaného objemu. Nakonec pomocí přímé úměrnosti dopočítáme hloubku celé nádrže.

Použijeme vzorec pro výpočet objemu

$$V = \pi r^2 v.$$

Abychom mohli dosazovat do vzorce, musíme mít sjednocené jednotky. Nemůžeme počítat dohromady *m* a *hl*.

$$d = 6\,m = 60\,dm$$

$$r = \frac{d}{2} = 30\,dm$$

$$V = 942\,hl = 94\,200\,l = 94\,200\,dm^3$$

Nyní můžeme dosadit do vzorce a vypočítat *v* čili hloubku nádrže ve $\frac{2}{3}$.

$$94\,200 = 3{,}14 \cdot 30^2 \cdot v$$

$$94\,200 = 3{,}14 \cdot 900 \cdot v$$

$$94\,200 = 2\,826 \cdot v \quad /: 2\,826$$

$$\frac{94\,200}{2826} = v$$

$$33{,}\overline{3}\,dm = v$$

Hloubka nádrže ve $\frac{2}{3}$ je $33{,}\overline{3}\ dm$.

Využijeme přímé úměrnosti ke zjištění hloubky celé nádrže.

$$2/3 \ldots\ldots\ldots\ldots 33{,}\overline{3}\,dm$$

$$\underline{3/3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x\,dm}$$

$$\frac{x}{33,\overline{3}} = \frac{\frac{3}{3}}{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{2}{3}x = 33,\overline{3}$$

$$x = \frac{100}{2}$$

$$x = 50\ dm$$

Celá nádrž má hloubku 50 dm.

Ve druhé možnosti vypočítáme objem celé nádrže pomocí přímé úměrnosti. Nakonec dosazením do vzorce pro objem válce vypočítáme hloubku celé nádrže.

2/3………942 hl

3/3…………x hl

$$\frac{x}{942} = \frac{\frac{3}{3}}{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{2}{3}x = 942$$

$$x = \frac{2\,826}{2}$$

$$x = 1\,413\ hl$$

Objem celé nádrže je 1413 hl. Nyní si sjednotíme jednotky stejně jako u první možnosti.

$$V = 1\,413\ hl\ =\ 141\,300\ l = 141\,300\ dm^3$$

$$d = 6\ m = 60\ dm$$

$$r = \frac{d}{2} = 30\ dm$$

Nyní můžeme dosadit do vzorce pro objem válce a vypočítat *v* čili hloubku nádrže.

$$141\,300 = 3{,}14 \cdot 30^2 \cdot v$$

$$141\,300 = 3{,}14 \cdot 900 \cdot v$$

$$141\,300 = 2\,826 \cdot v\ /{:}\,2\,826$$

$$\frac{141\,300}{2\,826} = v$$

$$50\ dm = v$$

Hloubka nádrže je 50 dm.

1.2.2 Poměr

1.2.2.1 Očekávané výstupy

Po probrání učiva *Poměr* by měl žák naplnit *Očekávané výstupy M-9-1-03* až *M-9-1-05* a *M-9-1-09* (příloha 2).

Žák se na druhém stupni ZŠ setká s novými pojmy, které ho vedou k naplnění očekávaného výstupu *M-9-1-03 modeluje a řeší situace s využitím dělitelnosti v oboru přirozených čísel*. Žák zjistí, jaký je rozdíl mezi prvočíslem a číslem složeným. Znaky dělitelnosti vedou žáky k osvojení si znalosti hledání společného dělitele, resp. násobku, poté největšího společného dělitele, resp. nejmenšího společného násobku.

Poměr úzce souvisí s problematikou zlomků a procent. Pokud mají žáci problémy v jedné oblasti, dochází k potížím v naplňování očekávaného výstupu *M-9-1-04 užívá různé způsoby kvantitativního vyjádření vztahu celek–část (přirozeným číslem, poměrem, zlomkem, desetinným číslem, procentem)*.

Očekávaný výstup *M-9-1-05 řeší modelováním a výpočtem situace vyjádřené poměrem; pracuje s měřítky map a plánů* se zabývá záležitostmi každodenního života a prolíná se napříč vyučovacími předměty. Žáci se učí přepočítat suroviny v receptu na daný počet strávníků, čehož využijí i v rámci předmětu „vaření“. Velice oblíbenou aktivitou je práce s mapou a jejím měřítkem. Tato znalost je důležitá i pro vyučovací předmět zeměpis.

Předchozí očekávané výstupu jsou velice důležité pro očekávaný výstup *M-9-1-09 analyzuje a řeší jednoduché problémy, modeluje konkrétní situace, v nichž využívá matematický aparát v oboru celých a racionálních čísel*. Zde si můžeme představit slovní úlohy na společnou práci, které jsou velmi nepopulární.

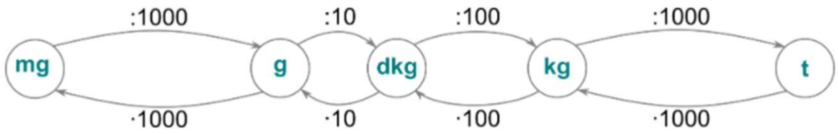
K očekávaným výstupům týkající se učiva *Poměr* se vyjádřili dotazovaní učitelé, podrobněji v kapitole 2.2.3.

Typická úloha

Ze 2 kg švestek se získá 600 g povidel. Kolik povidel se získá ze 3,2 kg švestek (Běloun 2010, s. 45)?

1.2.2.2 Potřebné znalosti a dovednosti

Převody jednotek jsou stěžejní pro vyřešení této úlohy. V této úloze potřebujeme umět převádět jednotky hmotnosti (obr. 9).



1 t	= 1000 kg
1 kg	= 1000 g
1 dkg	= 10 g
1 g	= 1000 mg

Obr. 9 – Převody jednotek hmotnosti (Jednotky hmotnosti 2021)

Poměr nám říká, kolikrát je jedna veličina větší, nebo menší než druhá. Porovnáváme stejné jednotky.

$$a : b,$$

kde a, b jsou kladná čísla. Čteme a ku b.

Dbáme na pořadí členů

$$a : b \neq b : a.$$

Poměr můžeme rozšířit vynásobením obou členů stejným nenulovým číslem.

$$1 : 3 = (1 \cdot 4) : (3 \cdot 4) = 4 : 12,$$

poměr jsme rozšířili 4.

Poměr můžeme také krátit. Oba členy vydělíme stejným nenulovým číslem.

$$4 : 12 = (4 : 4) : (12 : 4) = 1 : 3,$$

poměr jsme zkrátili 4 (Binterová, Fuchs a Tlustý 2008).

V předchozí části byla vysvětlena oblast *zlomky*, *lineární rovnice* a *přímá úměrnost*.

Postupy řešení

Ukážeme si dvě řešení, jak danou úlohu vyřešit. První možnost bude s využitím množství za jeden díl. Ze 2 kg švestek se získá 600 g, což můžeme zapsat jako

$$2:600$$

a jeden díl vypočítáme jednoduchým zkrácením dvěma

2:600 /:2

1:300.

My máme za úkol zjistit, kolik získáme ze 3,2 kg, tudíž rozšíříme daným číslem.

1:300 /·3,2

3,2:960

Ze 3,2 kg švestek získáme 960 g povidel.

U druhé možnosti využijeme trojčlenku.

2 kg………600 g

3,2 kg……….x g

$$\frac{x}{600} = \frac{3,2}{2}$$

$$2x = 600 \cdot 3,2$$

$$x = \frac{1\ 920}{2}$$

$$x = 960\ g$$

Ze 3,2 kg švestek získáme 960 g povidel.

2 Výzkumné šetření

Diplomová práce je založena na kvalitativním výzkumu. Kvalitativní výzkum je proces hledání porozumění, který je založen na různých metodách zkoumání daného problému. Vytváří se komplexní obraz, analyzují se texty a práce, jde o názory účastníků. Zkoumání se provádí v přirozených podmínkách (Creswell a Poth 2018). Před samotným výzkumem se musí vybrat téma výzkumu a následně vymezit základní výzkumné otázky, které se mohou během výzkumu doplňovat nebo upravovat. Dochází ke vzniku hypotéz a rozhodnutí. Jedná se tedy o pružný typ výzkumu. Sběr dat probíhá přímo v terénu v delším časovém rozmezí, lépe poznáme účastníky výzkumu. Hlavní předností kvalitativního výzkumu je získávání podrobných dat během interakce výzkumníka se skupinou účastníků v reálném čase. Naopak mezi hlavní nevýhodu lze považovat subjektivitu výzkumu, neboť získané závěry nemusí být zobecnitelné na celou populaci (Hendl 2005).

2.1 Výzkumné otázky

VO1: Jaká témata z matematiky druhého stupně základní školy dělají žákům největší problémy?

VO2: Jaký bude mít vliv zařazení úloh ve formátu Concept Cartoons na průběh výuky?

VO3: Jak budou reagovat jindy pasivní žáci při řešení úloh ve formátu Concept Cartoons?

VO4: Jaký názor budou mít učitelé na tuto metodu?

Kapitola 2 se zaměřuje na výzkumné šetření a je rozdělena na několik podkapitol. Podkapitola 2.2 se věnuje přípravné studii, popisuje výběr a získávání dat a čtenář zde nalezne odpověď na *VO1*. Část 2.3 je zaměřena na přípravu intervence. V podkapitole je rozebrána analýza čtvrtletních písemných prací, a především je zde popsána tvorba nových úloh ve formátu CC. Podkapitola 2.4 se zabývá realizací intervence. Čtenář se dozví, jak probíhalo vyzkoušení nových úloh v praxi a dostane se mu odpovědi na *VO2* a *VO3*. Poslední část 2.5 je zaměřena na zpětné vyhodnocení intervence učiteli a s tím souvisí odpověď na *VO4*. Přehledný souhrn výzkumných zjištění je uveden v kapitole 3.

2.1.1 Cíle výzkumu

Jedním z cílů diplomové práce je zjistit, která témata z učiva matematiky druhého stupně základní školy dělají žákům největší problémy. Hlavním cílem práce je vytvořit úlohy ve formátu Concept Cartoons k těmto problémům a zjistit, zda je tato učební metoda pro žáky přijatelnější než klasické úlohy z běžných učebnic matematiky pro základní školy. Dalším cílem je zjistit, jestli budou jindy pasivní žáci aktivnější během výuky, ve které se využívá tato metoda. Neméně důležitým cílem práce je také zjistit názor učitelů na tuto metodu a zda by ji zařadili do své výuky.

2.2 Přípravná studie

V první části výzkumu jsem hledal odpověď na *VO1: Jaká témata z matematiky druhého stupně základní školy dělají žákům největší problémy?*

2.2.1 Výběr a získávání dat

Sběr dat probíhal na základní škole v Jihočeském kraji, kde byli osloveni čtyři učitelé matematiky. Každý z těchto učitelů vyplnil dotazník (příloha 1).

2.2.2 Využité metody

Dotazník

Dotazník je nejběžnější výzkumnou metodou. Slouží k zjištění dat o účastníkovi a jeho názorech. Součástí dotazníku jsou otázky, na které dotazovaný odpovídá. Dochází zde k rychlému sběru velkého množství dat, což je považováno za největší výhodu. Nevýhodou je vůle účastníka, kdy nám může odpovědět nepravdivě, nebo vůbec (Skutil 2011).

V mém kvalitativním výzkumu jsem využil dotazník jako „odrazový můstek“. Dotazník určený pro učitele matematiky (příloha 1) obsahoval úvodní otázky, ve kterých se dozvíme délku praxe daného učitele a následuje hlavní část, ve které byla tabulka školního vzdělávacího programu (ŠVP) vybrané školy. V této tabulce učitelé označili problémová témata matematiky a pro doplnění mohli přidat i zajímavou úlohu ze své praxe, ve které žáci nejčastěji chybují. Na základě vyplněných dotazníků, největší shoda u daného učiva a školního výstupu, byla vybrána problémová témata.

2.2.3 Výsledky

V listopadu 2019 vyplnili dotazník tři ženy a jeden muž. Průměrná délka praxe dotazovaných byla 32 let. Učitelé dále uvedli, že se s úlohami ve formátu CC nesetkali.

V šestém ročníku bylo jako problémové téma vybráno učivo *Objem a povrch kvádru a krychle* se školním výstupem *Užívá jednotky objemu a vzájemně je převádí*. V sedmém ročníku je dle učitelů problém u učiva *Poměr* a školního výstupu *Řeší výpočtem situace vyjádřené poměrem*. V osmém ročníku je problémovým tématem učivo *Slovní úlohy* a školní výstupy *Matematizuje jednoduché reálné situace, vyřeší daný problém aplikací získaných matematických poznatků a dovedností, řeší slovní úlohy, zdůvodní zvolený postup řešení, ověří výsledek řešení*. V devátém ročníku učitelé vybrali učivo *Výrazy* a školní výstup *Rozkládá výraz na součin (vytýkání, pomocí vzorců)*.

Dotazovaní učitelé jihočeské ZŠ se blíže vyjádřili k učivu *Poměr*. U očekávaného výstupu *M-9-1-03 modeluje a řeší situace s využitím dělitelnosti v oboru přirozených čísel* se shodli na tom, že všichni žáci poznají, kdy je číslo dělitelné 2, 4, 5 a 10. U dělitelnosti 3 dělají chyby, jelikož si někteří nedokážou představit, co je ciferný součet. Z tohoto důvodu poté plyne problém u dělitelnosti 6 a 9. Dále mi sdělili, že čím dál více dětí si neuvědomuje souvislost mezi poměrem, zlomky a procenty. Z toho důvodu pak plynou potíže v naplňování očekávaného výstupu *M-9-1-04 užívá různé způsoby kvantitativního vyjádření vztahu celek–část (přirozeným číslem, poměrem, zlomkem, desetinným číslem, procentem)*.

Očekávaný výstup *M-9-1-05 řeší modelováním a výpočtem situace vyjádřené poměrem; pracuje s měřítky map a plánů* shledali dotazovaní učitelé blízkým pro žáky. K osvojení tohoto učiva využívají zajímavé aktivity a matematika je pro ně zábavnější a hlavně bližší. Dotazovaní učitelé uvedli, že kladou důraz na naplnění předchozích očekávaných výstupů, jelikož jsou velice důležité pro očekávaný výstup *M-9-1-09 analyzuje a řeší jednoduché problémy, modeluje konkrétní situace, v nichž využívá matematický aparát v oboru celých a racionálních čísel*.

2.3 Příprava intervence

Podle vybraných problémů mi byly v prosinci 2019 zapůjčeny opravené čtvrtletní písemné práce žáků, které jsem poté oskenoval. Každá písemná práce byla opatřena identifikačním kódem pro snazší vyhledávání. Žákům v každé třídě jsem přidělil náhodně identifikační kódy *Z1*, *Z2* atd. Například kód *1314-6B-Z1-P3* znamená, že jde o školní rok 2013/14, třídu 6. B, vypracoval ji žák *Z1* a jedná se o třetí čtvrtletní písemnou práci. Oskenované písemné práce byly podrobeny analýze.

2.3.1 Využité metody

Analýza dokumentů

Analýza dokumentů patří mezi základní metody výzkumu. U kvalitativního výzkumu je důležitý hlavně obsah dokumentů. Analyzovat se mohou dokumenty s různou dobou vzniku, to je považováno za hlavní výhodu. Za nevýhodu se považuje subjektivita výběru dokumentů (Skutil 2011).

V práci jsem analyzoval písemné práce žáků. V písemných pracích mě zajímaly hlavně žákovské postupy a jejich řešení. Seznam všech úloh je k dispozici na konci práce (příloha 3).

2.3.2 Analýza čtvrtletních písemných prací

Počet zadání čtvrtletních písemných prací k daným problémům a počet respondentů, kteří práce vypracovávali nám udává tabulka (tab. 1).

Vybrané učivo	Počet zadání	Počet čtvrtletních písemných prací
Objem a povrch kvádru a krychle	4	174
Poměr	3	131
Slovní úlohy	5	123
Výrazy	4	80

Tab. 1 – Počet čtvrtletních písemných prací

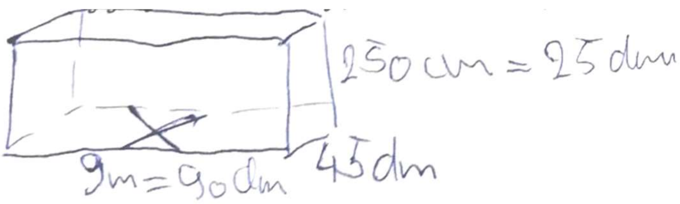
2.3.2.1 Objem a povrch kvádru a krychle

Písemné práce týkající se tohoto tématu byly vypracovány žáky šestého a sedmého ročníku. V následující tabulce (tab. 2) jsou zadání úloh, kterým jsem se blíže věnoval.

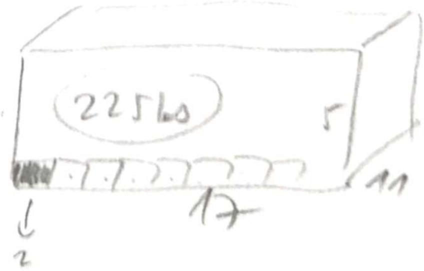
U1	Kolik Kč zaplatím za vymalování stropu a stěn pokoje, když si malíř účtuje za 1 m^2 plochy 110 Kč? Pokoj je 9 m dlouhý, 45 dm široký a 250 cm vysoký.
U2	Kilogramová krabice kostkového cukru má rozměry: 17 cm, 11 cm, 5 cm a je v ní 225 kostek. Jaký je objem jedné kostky? (Výsledek zaokrouhlete na 1 desetinné místo).
U3	Vypočítejte, do jaké výše sahá ode dna voda v nádrži. Dno má tvar obdélníka s rozměry 4 m a 3,5 m a celkem je v nádrži napuštěno 63 hl vody.
U4	Kolik Kč zaplatíme za sklo na akvárium, jestliže si ho potom chceme slepit (bez horní desky). Víme, že 1 m^2 stojí 150 Kč a rozměry akvária: délka 60 cm, šířka 4,5 dm a výška 0,25 m.

Tab. 2 – Zadání úloh pro objem a povrch kvádru

K řešení úloh s touto problematiku převažoval postup, který měli žáci osvojený z hodin. Byl to naučený postup, kde se nejprve udělá zápis, poté si zapíší potřebný vzorec a následuje výpočet. Našli se jedinci, kteří si situaci zakreslili a zamysleli se. Našli se i tací, kterým stačila k výpočtu pouze úvaha. Neměli zapsán vzorec ani zápis, přesto měli výsledek správně. Při procházení písemných prací jsem narazil na častý jev, kdy měli žáci obrázek nakreslen, ale nebyl vůbec popsán. Napadla mě otázka, zda obrázek není jen pro potřeby pana učitele, že se to žáci takhle učili. Našel se i žák, který výborně pracoval s ilustrací. Obrázek si popsal údaji ze zadání, a poté si vyškrtal nepotřebné (U1, škrtl si podlahu) (obr. 10). Další řešení, které stojí za zmínku, vymyslel žák, který si zakreslil kostky cukru do krabice a přesně věděl, co má počítat (U2) (obr. 11).

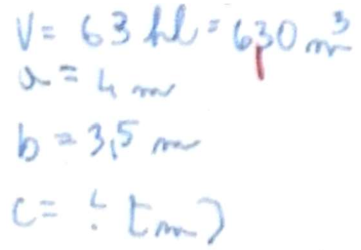


Obr. 10 – Žákovské řešení – pokoj (1314-6C-Z10-P4)

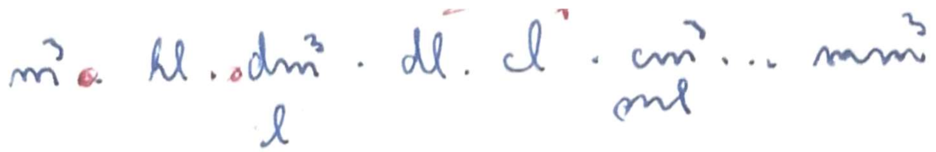


Obr. 11 – Žákovské řešení – cukr (1415-7B-Z4-P1)

Mezi nejčastější chyby, které se objevovaly v tomto tématu, patřily převody jednotek. Největší problém dělal žákům převod *hl* na m^3 (U3) (obr. 12). Jeden žák si dokonce rozepsal převody jednotek, ale udělal tam chybu (obr. 13). Někteří též počítali bez sjednocení jednotek, počítali dohromady s různými jednotkami. Často měli žáci naučené vzorce, ale docházelo k záměně objemu za povrch. Tento jev se vyskytoval u žáků, kteří si problém neznázornili obrázkem. Opačný problém nastal u žáků, kteří si sice obrázek nakreslili, ale použili špatný vzorec. Některým žákům dělalo též problém násobení a dělení, u některých se vyskytl problém s výpočtem zlomků.



Obr. 12 – Žákovské řešení – převod jednotek (1314-6B-Z2-P4)



Obr. 13 – Žákovské řešení – převod jednotek, počet míst (1314-6B-Z16-P4)

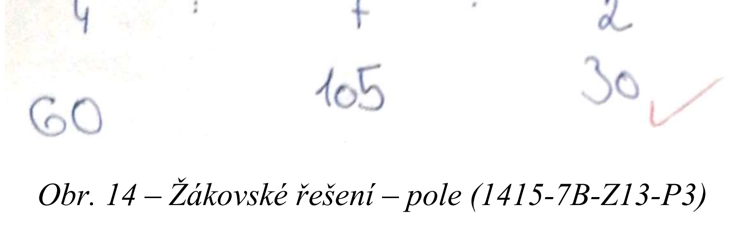
2.3.2.2 Poměr

Následující analýza vychází z řešení písemných prací žáků sedmého ročníku. V tabulce (tab. 3) jsou zadání úloh, kterým jsem se blíže věnoval.

U5	Zemědělci oseli 195 ha polí žitem, pšenicí a ječmenem. Oseté plochy byly v poměru 4:7:2. Na kolika hektarech oseli jednotlivé druhy obilí?
U6	Beton je tvořen cementem, pískem a štěrkem v poměru 1:2:5. Na stavbu hráze je navezeno 34 t písku. Vypočítej jednotlivé hmotnosti i hmotnost betonu celkem.

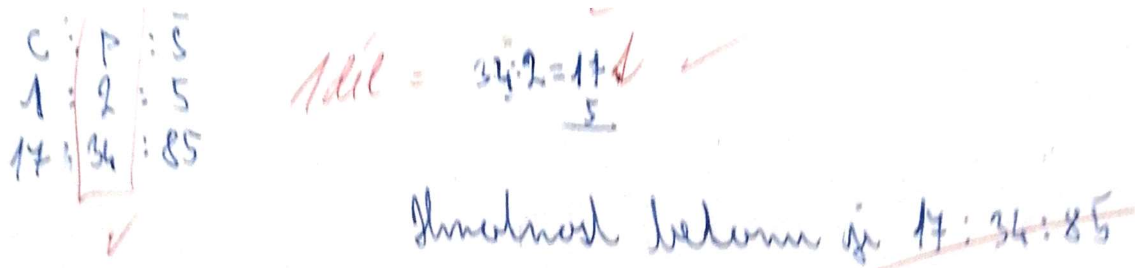
Tab. 3 – Zadání úloh pro poměr

U písemných prací na téma *Poměr* žáci používali nejčastěji dva typy postupů. V prvním případě si úlohu více rozepsali, udělali si přehledný zápis. Ve druhém případě si vytvořili přehlednou tabulku, kam si zapsali potřebné údaje vyčtené ze zadání. V obou případech si žáci udělali představu o tom, co mají za úkol vypočítat. Proběhla zde správná vizualizace poměřovaných částí. U pár žáků se vyskytlo i řešení s pomocí obrázku (U5) (obr. 14).



Obr. 14 – Žákovské řešení – pole (1415-7B-Z13-P3)

Mezi nejčastěji se vyskytující chybou zde bylo špatné vypočtení základu. Tento problém se vyskytoval v mnoha pracích (U6). Našel se jeden žák, který vypočítal vše správně, ale napsal špatně odpověď. Nepochopil, co má vlastně vyjádřit jako výsledek (obr. 15). Pak se zde nacházely menší chyby v podobě špatného násobení a dělení. U některých byly i chyby s operacemi se zlomky, které úzce souvisí s učivem *Poměru*.



Obr. 15 – Žákovské řešení – beton (1415-7C-Z17-P3)

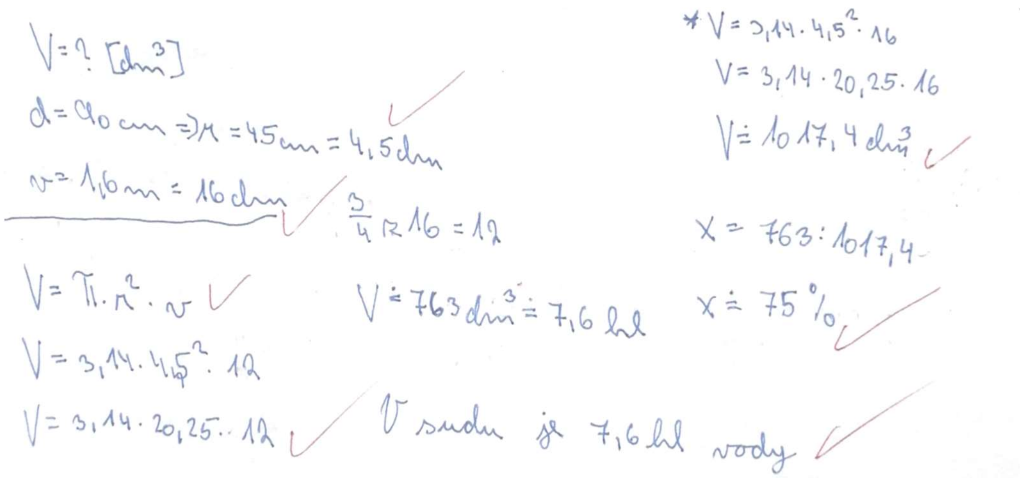
2.3.2.3 Slovní úlohy

V předchozích tématech, *Objem a povrch kvádru a krychle* a *Poměr*, se sice vyskytují slovní úlohy, jenže přesně víme, na co se zaměřit. V této části se zaměřím na nejčastější postupy a chyby řešení slovních úloh, u kterých žáci přesně neví, na co se zaměřit. Byly zkoumány písemné práce žáků osmého ročníku. Podíváme se na slovní úlohu (U7) (tab. 4), ve které měli žáci vypočítat objem sudu, přičemž věděli, kam sahá voda.

U7	Kolik hektolitrů vody je v zahradním sudu s průměrem 90 cm a výškou 1,6 m, sahá-li voda do $\frac{3}{4}$ výšky sudu. Z kolika procent je sud zaplněn? Výsledek zaokrouhli na 1 desetinné místo.

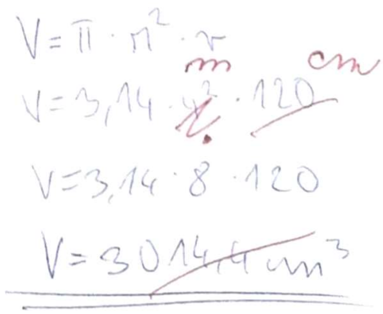
Tab. 4 – Zadání úloh pro slovní úlohy

Vyskytovaly se zde dva nejčastější postupy. Jedna část žáků používala názorné obrázky a druhá část si problém nevizualizovala. Většina žáků si úlohu podrobně rozepsala a spočítala bez větších problémů. Našli se i tací, kteří to zvládli vyřešit úvahou ze zadání. Při řešení využili žáci dvě metody. Jedna část žáků řešila úlohu pomocí objemu válce (obr. 16) a druhá část přes přímou úměrnost. Bylo hezké vidět, že žáci při řešení přemýšlí a využívají více metod.



Obr. 16 – Žákovské řešení – sud (1516-8B-Z1-P4)

Nejvíce žáci chybovali u převodů jednotek (obr. 17), jako tomu bylo u tématu *Objem a povrch kvádru a krychle*. Žáci též měli potíž se vzorci. Jelikož už znali více vzorců a nemohli se zaměřit pouze na jeden určitý, museli si vzpomenout, který použít.



Obr. 17 – Žákovské řešení – sud, špatné jednotky (1516-8B-Z3-P4)

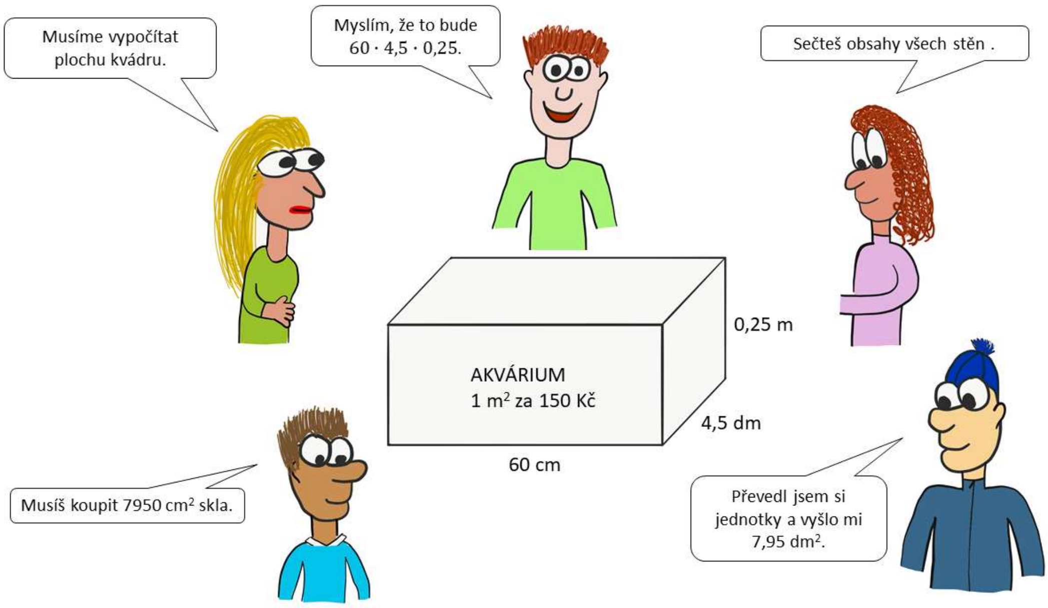
Písemné práce týkající se tématu *Výrazy* nebyly dále zkoumány a nebudou použity k tvorbě nových úloh.

2.3.3 Tvorba úloh ve formátu Concept Cartoons

Na základě vyhodnocených písemných prací byly vytvořeny úlohy ve formátu Concept Cartoons, které akceptují úvahy i chyby žáků. Nové úlohy jsem vytvářel pomocí iPadu a notebooku. Na iPadu v aplikaci *Adobe Draw* za pomoci Apple Pencil jsem si připravil postavy a „zadání". Ke každé úloze jsem si vytvořil postavy, ženy i muže. Své obrázky jsem si nahrál do notebooku. V softwaru *Microsoft PowerPoint* probíhala kompletace úloh. Nejprve jsem nahrál obrázky a upravil jejich velikost. Ke každé postavě jsem vytvořil bublinu, do které jsem napsal názor dané postavy. Doprostřed snímku jsem umístil „zadání“ úlohy, které jsem doplnil o doplňující text. Hotový snímek byl uložen jako obrázek Portable Network Graphics (PNG).

2.3.3.1 Objem a povrch kvádru a krychle

Pro vytvoření úlohy v CC byla použita úloha (U4). Úloha byla rozdělena na dvě části. První CC (obr. 18) se věnuje výpočtu plochy kvádru, tj. výpočtu množství skla potřebného na výrobu akvária. Vzhledová stránka CC byla popsána výše, nyní se zaměřím na obsah bublin a zadání. Uprostřed obrázku máme kvádr, ve kterém je podklad pro vyřešení úlohy. Máme zde rozměry akvária. Vstoupit do úlohy nám pomůže první bublina, vlevo nahoře. Tato bublina nastartuje první myšlenky žáků, kteří začnou přemýšlet, jak se vypočítá plocha kvádra.



Obr. 18 – Akvárium – rozměry (autor práce)

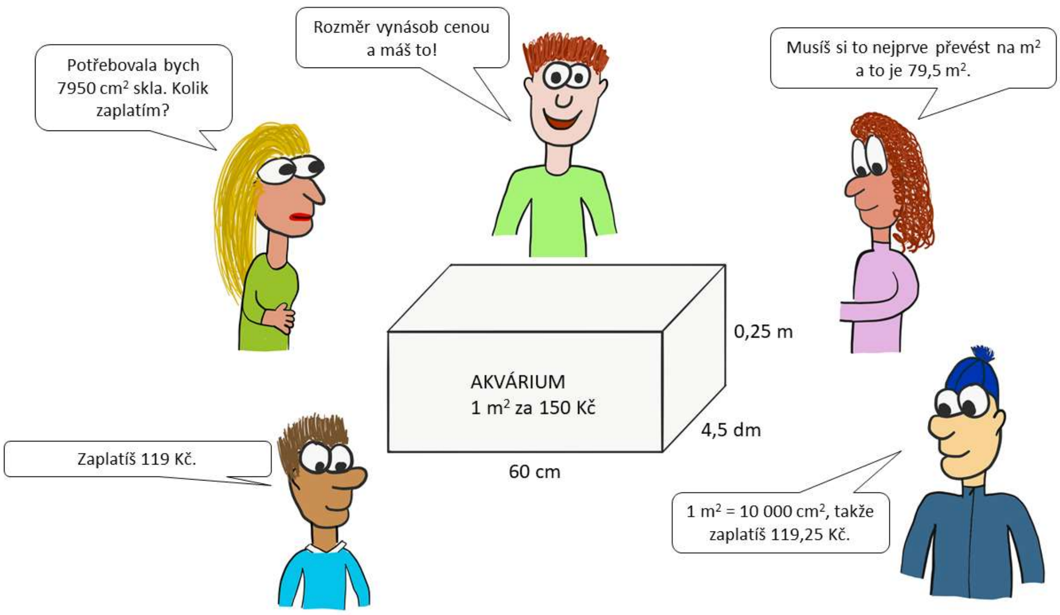
Následující bublina, po směru hodinových ručiček, nám předkládá jednu z možných odpovědí žáků. Tuto odpověď jsem často nacházel při analýze písemných prací. Bublina nám předkládá výpočet objemu kvádra, který je ještě chybový v jednotkách. Záměna vzorců pro výpočet plochy a objemu kvádru je zaviněna nedostatečnou představou o problému. Díky obrázku kvádru přímo v úloze je možné reagovat na žáky, kteří by se s touto bublinou ztotožňovali. Ihned provedeme zpětnou vazbu.

V další bublině máme malou nápovědu, která připomene žákům, co je plocha kvádru a jak se vypočítá. Text také představuje další z žákovských chyb. Žáci si vypočítali obsahy všech stěn a sečetli je. Neuvědomili si, že akvárium nemá skleněný strop, tj. chybí mu jednu stěna.

Další bublina obsahuje nápovědu v podobě převodu na stejné jednotky. Zároveň bublina obsahuje další častou chybu a tou je převod jednotek obsahu. V poslední bublině máme správné řešení.

Druhá část úlohy (obr. 19) je zaměřena na zjištění ceny potřebného skla. Úlohy můžeme použít společně, nebo zvlášť. Tuto možnost nám dává první bublina, ve které máme potřebné údaje. Cena akvária je zapsána uvnitř obrázku kvádru.

Následuje bublina s prvním názorem. Je zde malá nápověda, která obsahuje jednu z častých chyb žáků. Žáci věděli, jak cenu zjistit, ale neuvědomili si, že je cena zadaná pro jiné jednotky, než v jakých máme rozměr v zadání.

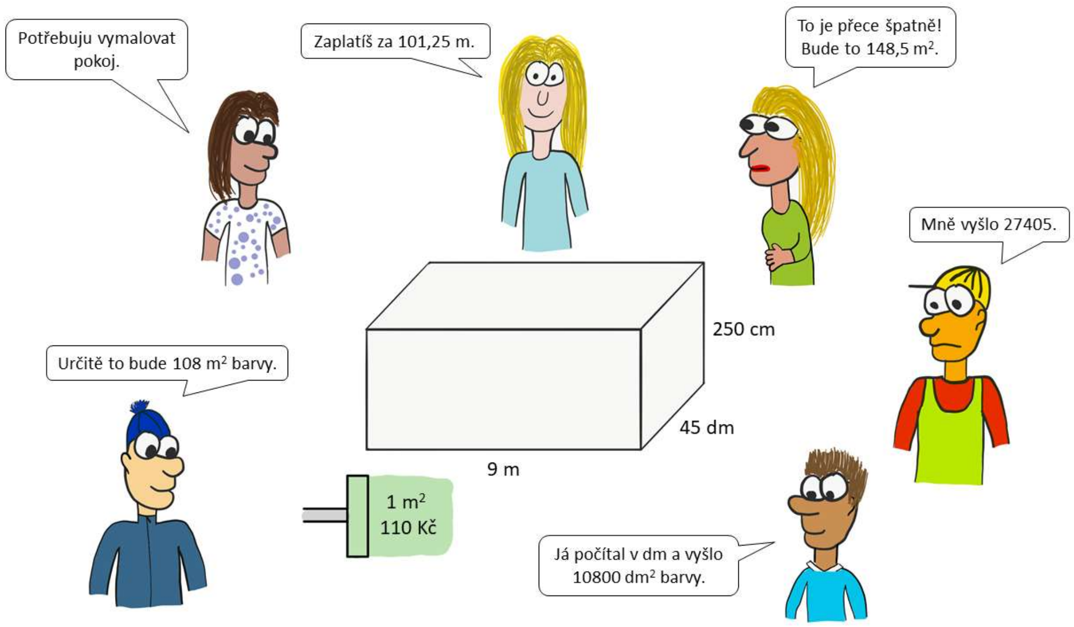


Obr. 19 – Akvárium – cena (autor práce)

V další bublině jsme upozorněni na převod jednotek, ale je zde chybný výsledek. Převody jednotek dělají žákům velké problémy.

Bublina vpravo dole nám ujasňuje správný převod. Vypočítaná cena 119,25 Kč je správným výsledkem a měla by vést žáky k diskuzi a hledání rozdílu mezi poslední bublinou, kde máme cenu 119 Kč. Rozdíl v ceně může být způsoben způsobem platby, tj. hotovost a platební karta.

Na podobný princip byla vytvořena úloha (U1). Necháváme si vymalovat pokoj a ptáme se, kolik m^2 musí malíř vymalovat (obr. 20). Úloha by se dala opět rozdělit na dvě části, v jedné by se počítalo množství barvy a ve druhé cena služeb malíře. Zde jsem se zaměřil pouze na množství barvy.



Obr. 20 – Pokoj (autor práce)

Zadání úlohy nám znázorňuje kvádr uprostřed obrázku, který je doplněn o rozměry pokoje. Pod kvádrem máme váleček, u kterého je uvedena cena za 1 m^2 barvy. Údaj slouží pro rozšíření úlohy. Vlevo nahoře máme startovací bublinu, která nám říká, co máme spočítat. Pro přehlednost budeme postupovat po směru hodinových ručiček.

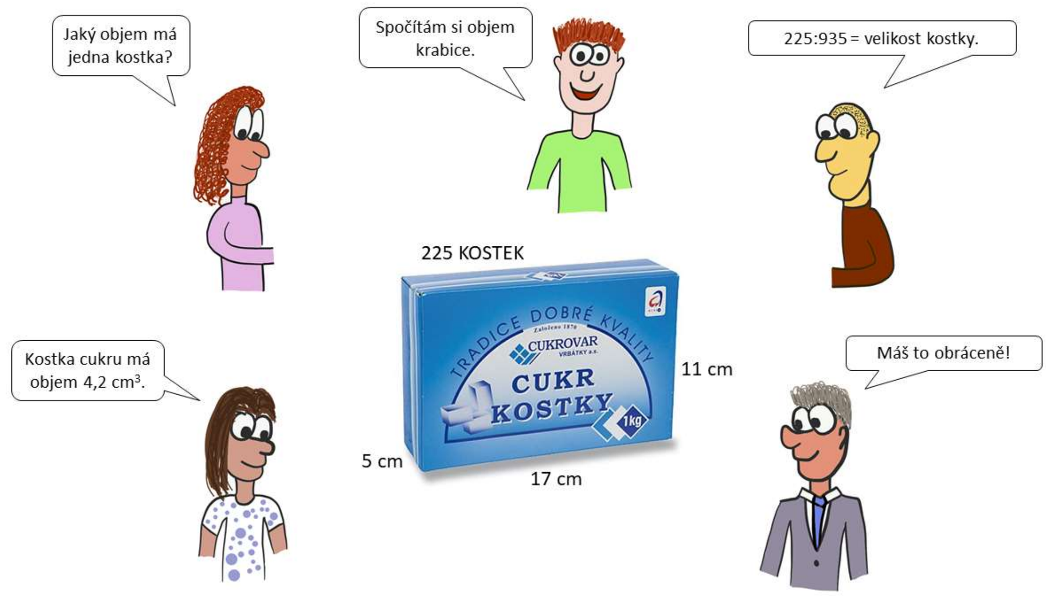
Následuje bublina, jejímž obsahem je výsledek, který jsem našel u žáků s celkovým nejhorším hodnocením. Tito žáci pouze vynásobili rozměry mezi sebou, tudíž použili špatný vzorec. Dokonce jim bylo jedno, že je vše v jiných jednotkách.

V další bublině už máme výsledek s rozměrem m^2. Tento údaj by měl žákům trochu pomoct. Obsah bubliny reaguje na další chybu z písemné práce. Žáci spočítali povrch kvádru, ale zapomněli, že u pokoje nebudou malovat podlahu. Během řešení CC může tenhle poznatek rozvést diskuzi.

Jedním z vyskytujících se výsledků bylo číslo 27 405, obsah další bubliny. K tomuto výsledku došli žáci, kteří si sice pamatovali správný vzorec k výpočtu povrchu kvádru, ale zapomněli sjednotit jednotky. Závěrem je číslo bez jednotek.

Poslední dvě bubliny obsahují správné výsledky. Jedna udává výsledek v *dm^2* a druhá v *m^2*. Někteří žáci raději pracují s celými čísly, proto si rozměry převedli na *dm*. Větší část si ale rozměry převedla na *m*, jelikož pak museli počítat cenu za *m^2*. Obě bubliny mohou opět nastartovat diskuzi o tom, která z nich je správně.

V následující části se věnuji úlohám na výpočet objemu kvádru. V úloze (U2) měli žáci za úkol vypočítat objem jedné kostky cukru na základě rozměrů krabice a počtu kostek v ní (obr. 21).



Obr. 21 – Cukr (autor práce; Cukr kostkový 2021)

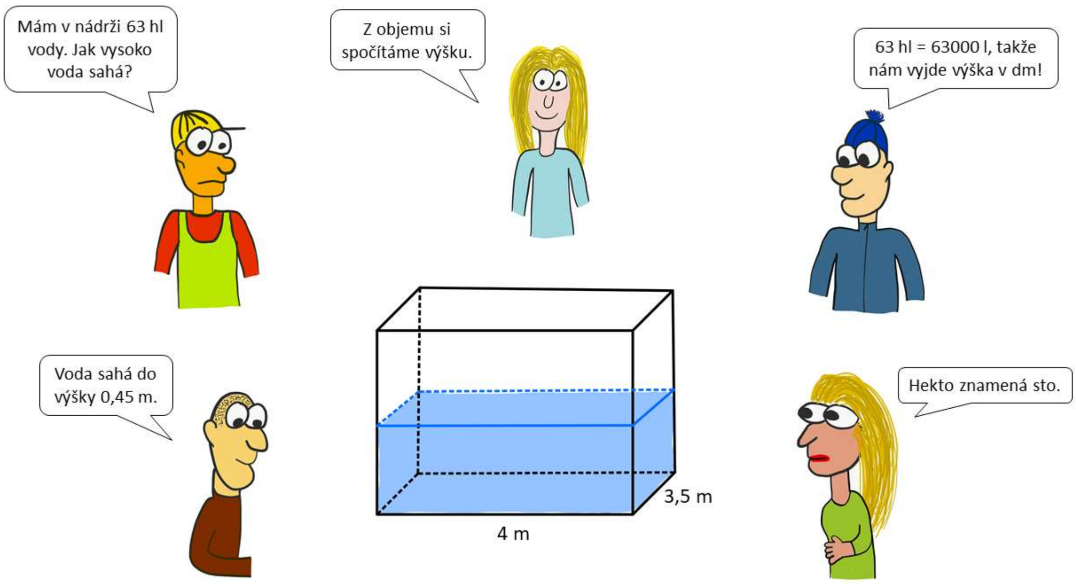
Uprostřed CC máme obrázek krabice cukru, u kterého máme rozměry krabice v *cm* a počet kostek cukru. Bublina vlevo nahoře nám doplňuje zadání.

Do řešení této úlohy se nezapojili všichni žáci. Žáci s horším hodnocením z písemné práce tuto úlohy přeskočili kvůli obtížnosti. Všichni žáci, kteří úlohu řešili, nejprve spočítali objem kvádru, jak naznačuje další bublina. Výpočet objemu měli řešitelé správně, byly zde jednotky pouze v cm a vzorec na výpočet je méně komplikovaný než vzorec na výpočet povrchu kvádru.

Problém nastal v hledání objemu jedné kostky. Jednu z častých chyb naznačuje další bublina. Žáci vydělili počet kostek v krabici objemem krabice. Tento postup je špatný. Bublina pod ní nám napovídá, že to máme zkusit obráceně. Objem krabice vydělíme počtem kostek v krabici a dojdeme k výsledku $4{,}1\overline{5}$ cm³.

V poslední bublině máme údaj 4,2 cm^3. Je to správný výsledek objemu kostky cukru zaokrouhlený na jedno desetinné místo. Tento výsledek může žáky přivést k diskuzi a některým žákům pomoci si ujasnit, jak funguje zaokrouhlování čísel.

Poslední úloha týkající se problematiky kvádru byla úloha (U3). Žáci měli za úkol vypočítat, kam sahá voda v nádrži, pokud znali objem vody v nádrži a rozměry dna (obr. 22).



Obr. 22 – Nádrž (autor práce)

Zadání nám představuje kvádr, u kterého máme rozměry podstavy. V kvádru máme pro ilustraci zakreslenou vodu. Zadání doplňuje úvodní bublina s údajem objemu vody a otázkou.

Tato úloha byla pro žáky problematická, je zde více věcí, nad kterými museli přemýšlet. Z tohoto důvodu řešili úlohu jen zdatnější žáci. Načrtli si kvádr a věděli, co mají spočítat. Na to nás odkazuje prostřední bublina.

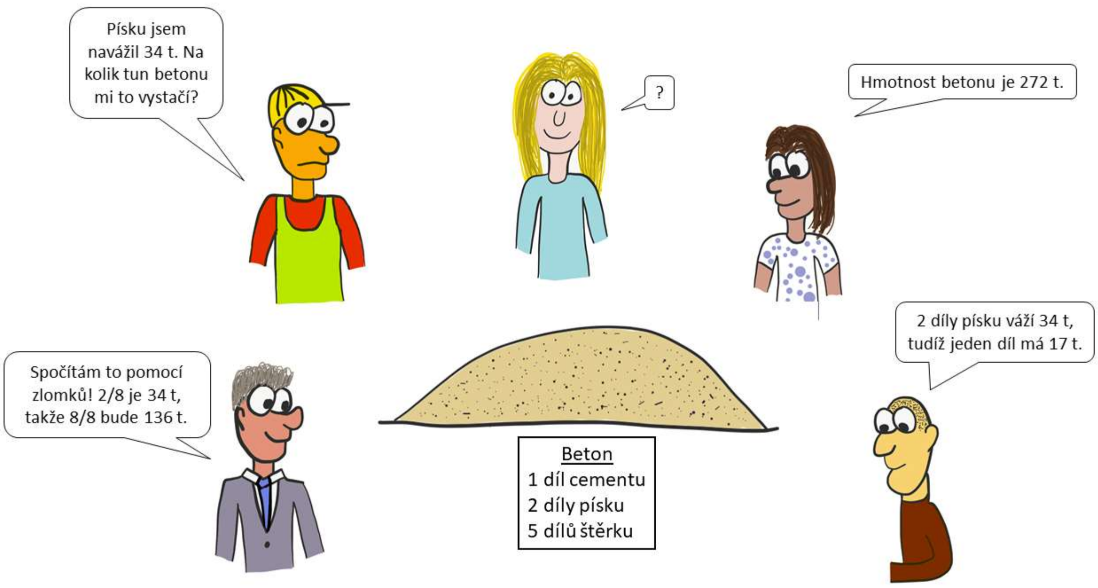
V další bublině máme častou chybu, kterou žáci dělali. Zapomněli na převod jednotek objemu, resp. nevěděli, kolik nul přidat. Na druhou stranu ale věděli, že když mají objem v *l*, tak jim výška vyjde v *dm*. Převod $1\ l = 1\ dm^3$ jim problém nedělal.

Následující bublina obsahuje poučku, která je žákům opakována neustále: „Hekto znamená sto.“ Žáci, kteří si to uvědomili, byla jich většina, poté příklad dopočítali správně.

Našli se žáci, kteří ovládají převody jednotek a objem si převedli na m^3. Proto poslední bublina obsahuje správný výsledek v *m*. Tato bublina by mohla rozvést diskuzi o tom, zda je tento výsledek správný, protože by ho žáci porovnávali se svým výsledkem v *dm*.

2.3.3.2 Poměr

Při tvorbě úlohy na *Poměr* jsem vycházel z úlohy (U6). Uprostřed CC (obr. 23) máme obrázek písku a pod ním ceduli s návodem na namíchání směsi betonu. První bublina vlevo nahoře nám sděluje, co máme řešit a zároveň nám předkládá data k řešení.



Obr. 23 – Beton (autor práce)

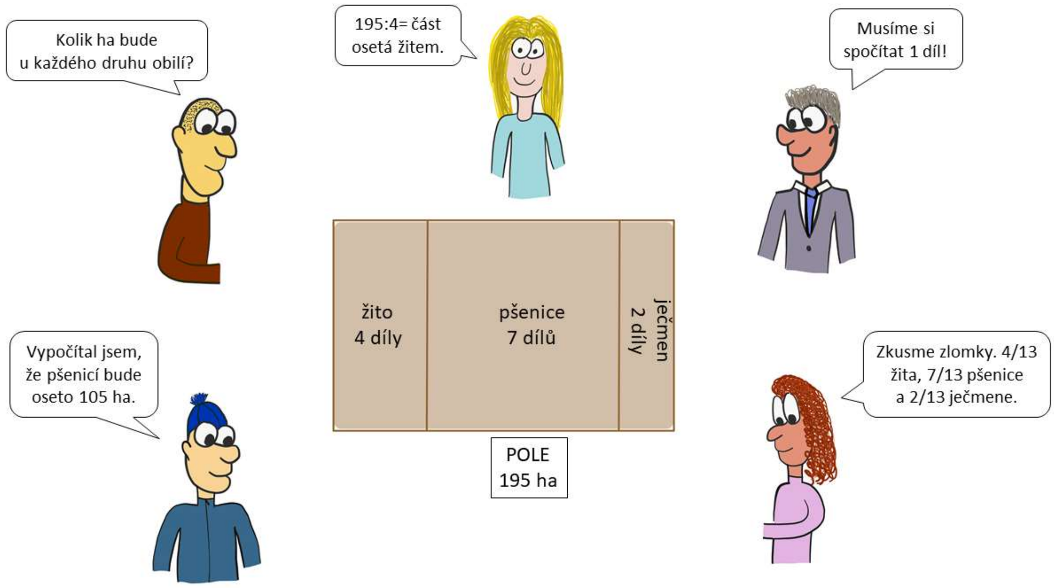
Následující bublina obsahuje pouze otazník, pod kterým si mohou žáci vyjádřit svůj první návrh řešení.

V další bublině máme žákovskou chybu. Žáci si špatně promysleli, co mají vlastně počítat. Zvolili si špatnou hodnotu pro jeden díl, což poté vedlo ke špatnému výsledku.

Předposlední bublina koresponduje s jedním žákovským řešením. Toto řešení bylo nejčastější. Žáci si vypočítali, kolik tun představuje jeden díl. Bublina je malou nápovědou.

Poslední bublina ukazuje další způsob řešení. Výpočet hmotnosti směsi pomocí zlomků jsem nalezl u malé části písemných prací.

Další CC (obr. 24) byla vytvořena na základě úlohy (U5). Žáci měli zjistit, kolik *ha* oseli zemědělci jednotlivými druhy obilí. Znali velikost pole a poměr druhů obilí.



Obr. 24 – Pole (autor práce)

Jako zadání nám zde poslouží nákres pole. V nákresu je rozepsáno, jaká část pole bude oseta daným druhem obilí. U nákresu je i údaj celkové rozlohy pole. Pro ujasnění zadání jsem využil první bublinu.

Následující bublina obsahuje nejčastější žákovskou chybu. Daní žáci si vzali rozlohu pole a vydělili ji příslušným počtem dílů u jednotlivých druhů obilí. Tato bublina by mohla zaktivizovat bystřejší žáky, kteří by řešitelům doporučili, aby si vypočítané rozlohy sečetli a udělali tak zkoušku.

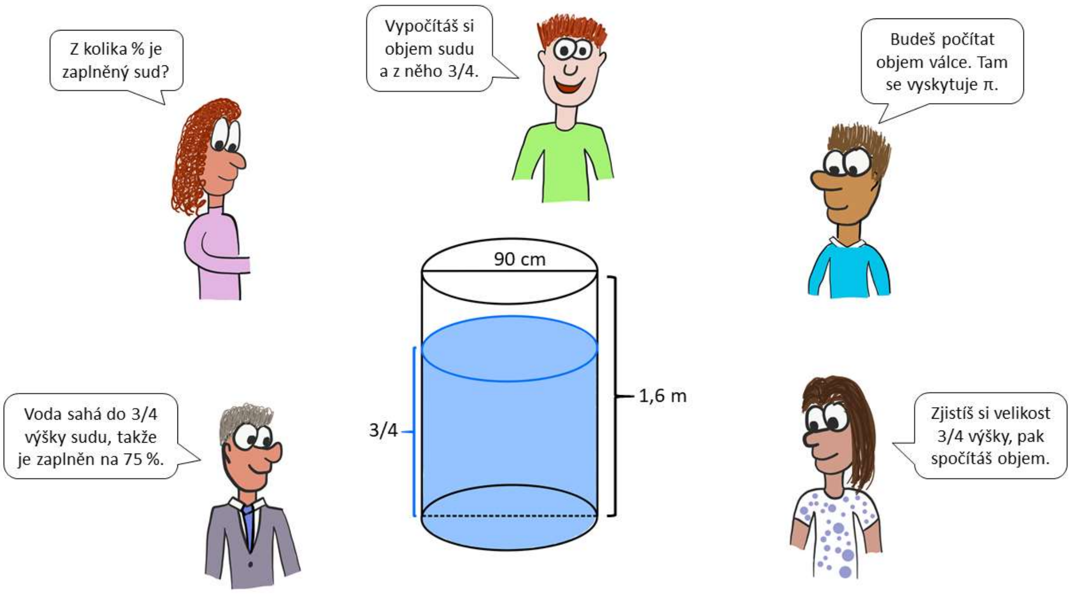
Další bublina nám předkládá nápovědu a slouží k vybavení, jak se dá postupovat při výpočtu poměru.

V další bublině je postup, který se vyskytoval zřídka. Žáci si vyjádřili rozlohy daných druhů pomocí zlomku. Ve třídě by se mohl najít žák, který by tento postup vysvětlil ostatním spolužákům a pomohl by jim ukázat, že k výsledku se dá dojít více způsoby.

V poslední bublině máme správný výsledek pro pšenici. Na žácích by bylo zjistit, jakým způsobem se dá k výsledku dojít.

2.3.3.3 Slovní úlohy

Pro tvorbu CC (obr. 25) v této oblasti jsem využil úlohy (U7). Žáci měli vypočítat, kolik *hl* vody je v sudu a z kolika procent je sud zaplněn, přičemž znali průměr podstavy, výšku celého sudu a výšku hladiny vody. V CC jsem se blíže zaměřil na výpočet procent zaplnění.



Obr. 25 – Sud (autor práce)

Zadání nám tvoří obrázek válce, doplněný o rozměry. Ve válci máme znázorněnou vodu pro lepší představu. První bublina nám sděluje, co budeme počítat. Úloha byla pro některé žáky obtížná, proto ji přeskočili. Žáci, kteří úlohu řešili, použili více způsobů řešení a chybu udělali v převádění jednotek.

Další bublina nás odkazuje na nejčastější žákovský postup. Žáci si nejprve vypočítali objem celého sudu. Pomocí trojčlenky, což byl nejčastější postup, vypočítali $\frac{3}{4}$ objemu. Našli se i žáci, kteří počítali pomocí poměru.

Následující bublina nám dává nápovědu v podobě π. Tady by se mohla rozvést diskuze, s jakou hodnotou máme počítat a jak moc nám hodnota ovlivní výsledek.

Další z možností, jak úlohu vyřešit, máme v další bublině. Žáci si nejprve zjistili velikost $\frac{3}{4}$ výšky, poté vypočítali objem vody. K tomu vypočítali objem celého válce a výsledky porovnali jako v případě druhé bubliny.

Poslední bublina ukazuje řešení, se kterým přišel jeden žák. Toto řešení je nejrychlejší na výpočet a je také správné.

2.4 Realizace intervence

V této části jsem hledal odpovědi na *VO2: Jaký bude mít vliv zařazení úloh ve formátu Concept Cartoons na průběh výuky?* a *VO3: Jak budou reagovat jindy pasivní žáci při řešení úloh ve formátu Concept Cartoons?*

Nově vytvořené úlohy byly vyzkoušeny v březnu 2021 na již zmíněné základní škole. Bylo sledováno, jak se žákům a učitelům s tímto formátem pracuje. Zda se skutečně zapojují všichni žáci, i ti pasivní. Na konci společné práce všichni zúčastnění podali reflexi o tom, jestli jsou Concept Cartoons vhodnější než běžný výklad.

2.4.1 Využité metody

Zúčastněné pozorování

Pozorování se zakládá na sledování a analýze jevů z dané události. Je záměrné, plánovité a systematické, což zajišťuje standardní podmínky a objektivitu. Výhodou je přímé sledování jevů a nevýhodou je časová náročnost, která se týká nejen přípravy pozorování, ale samotné účasti na něm (Skutil 2011).

Zúčastněným pozorováním lze popsat děj, účastníky, dobu apod. Provádí se hloubkový popis. Výzkumník se účastní dění. Vhodné použití zúčastněného pozorování je u problému, který je málo prozkoumaný (Hendl 2005).

Během výzkumu jsem využil zúčastněného pozorování k ověření využití úloh ve formátu Concept Cartoons v praxi. V březnu 2021 jsem byl přímo v dění a vedl si záznamy o všech jevech, které se v danou chvíli staly. Výhodou bylo lepší porozumění žákům, když měli nějaké připomínky k dané metodě. Kdybych měl jejich připomínky zprostředkované od někoho jiného, mohlo by dojít ke zkreslení.

2.4.2 Výsledky

Nově vytvořené úlohy CC byly vyzkoušeny v rámci synchronní distanční výuky v různých ročnících přes platformu *Microsoft Teams* (MS Teams). Úlohy týkající se povrchu a objemu kvádru (U1, obr. 20; U2, obr. 21; U3, obr. 22; U4, obr. 18, obr. 19) byly vyzkoušeny v šestém a sedmém ročníku. Úlohy, které se zaměřovaly na poměr (U5, obr. 24; U6, obr. 23), jsem vyzkoušel v sedmém a osmém ročníku. Poslední úloha (U7, obr. 25) byla vyzkoušena v devátém ročníku.

Úlohy CC jsem využil různými způsoby. Nejprve je řešila celá třída, poté jsem zkusil rozdělit třídu na poloviny a řešit úlohy s menším počtem žáků. V neposlední řadě mě zajímalo, jak úlohy využijí učitelé z praxe.

2.4.2.1 Objem a povrch kvádru a krychle

Pro seznámení žáků s CC jsem využil úlohu (U4, obr. 18, obr. 19). Nejprve jsem CC zařadil do sedmého ročníku v rámci opakování. Intervence proběhla ve třídě, kterou vyučuji celý školní rok.

Žákům sedmého ročníku bylo přes *MS Teams* promítnuto zadání úlohy (obr. 18). Zároveň jim byla sdělena náplň práce.

Učitel: Máme zde obrázek, který si pozorně prohlédněte. Je na něm pět postav a akvárium. Postava vlevo nahoře nám říká, co budeme řešit. Vaším úkolem teď bude si přečíst obsah bublin a promyslet si, se kterou postavou byste souhlasili. Svůj souhlas zdůvodněte.

Následuje část, ve které je popsána podstata průběhu řešení zadané úlohy doplněna komentářem.

Žákyně T: Já bych souhlasila s paní v růžovém svetru. Z obrázku vidím, že se kvádr skládá z obdélníků a pamatuji si, že plocha je část, která se zabalí.

Zbytek třídy postupně vyjadřuje souhlas. Žákyně využila obrázek pro lepší představu o problému. Dále využila poznatek o síti kvádru, kdy se žákům vysvětluje pomocí balení.

Žák E: Já mám doma akvárium pro křečka, a to nemá šest stěn. Musím ho tam přece někudy dát.

Tento komentář je odpovědí pro žáky, kteří se věčně ptají, k čemu nám to bude. Věc z běžného života nám pomohla k dalšímu řešení.

Žákyně R: …takže sečteme pět stěn a máme hotovo.
Žák A: Já bych souhlasil s modrou čepicí. Také mi to tak vyšlo.
Žákyně N: Mně to zase vyšlo jako tomu vlevo dole.

Žákyně E: Vždyť to jsou stejné výsledky, jen jiné jednotky.
Žákyně A: Nemáš pravdu, nejsou stejné, 1 dm^2 je 100 cm^2. Je to jako čtverec 10 na 10.

Tato pasáž byla přesně tím, co od CC očekáváme. Žáci ihned reagují a sami přicházejí na to, kde se udělala chyba. *Žákyně A* pomáhá ostatním si převody představit pomocí čtvercové sítě. *Žákyně N* popisuje svůj postup výpočtu, kde si vše převedla na *cm*. *Žák E* popisuje svůj postup, kde si vše převedl na m, vyšlo mu 0,795 m^2.

Žák E: …po převedení to vyšlo 7,95 dm^2.
Žákyně A: Tam jsi udělal chybu v převodu. Zase je to o dvě místa. Čtvereční nám říká, že to bude dvakrát tolik míst.
Učitel: A co ten kluk v zeleném tričku?
Žákyně R: Ten počítá objem.
Žák M: …a má ještě každý rozměr v jiné jednotce.
Žákyně K: S tím jsem chtěla souhlasit jako první, na tenhle vzoreček jsem si vzpomněla.

Žákyně K se nebála přiznat chybu, zároveň uvedla, že si nejprve vybavila tento vzorec. Vzorec pro objem je lépe zapamatovatelný pro žáky, pokud se učí vzorce nazpaměť, a ne pomocí představy.

Žáci úlohu řešili společně, sami se dovedli ke správnému řešení. Cestou si vysvětlili nesrovnalosti a nedostatky. Během chvíle si zopakovali, jak se vypočítá objem a plocha kvádru, k tomu bylo dovysvětleno převádění jednotek. Důležitá byla komunikace žáků. Řešení je sice ochuzeno o atmosféru ve třídě a musí se pořád zapínat a vypínat mikrofon, ale žáci byli spokojeni a měli radost. Dobrý pocit měli žáci, kteří pomohli ostatním, i ti, kteří zažili „aha“ efekt.

Z hlediska aktivity žáků se nedá napoprvé soudit, zda to mělo vliv na pasivní žáky. Úloha CC byla pro žáky nová, seznamovali se s ní.

Druhou část úlohy (U4, obr. 19) jsem vyzkoušel v šestém ročníku, kde jsem byl jako posluchač. Paní učitelka šestého ročníku byla požádána o vyzkoušení CC během své výuky. Po sdělení zadání a vysvětlení žákům, co je čeká, nastala diskuze.

Následuje část, ve které je popsána podstata průběhu řešení zadané úlohy doplněna komentářem.

Žák F: Kluk se zeleným trikem má pravdu. Takhle to počítáme.
Žákyně P: Ale cenu máš v m^2 a paní chce cm^2.
Žák F: Aha, tak to nevím.

Žák F měl zautomatizovaný postup a bylo mu jedno, co vlastně chtějí a jaké jsou jednotky, věděl, že musí násobit. *Žákyně P* ho upozornila na převody jednotek.

Žák O: To se jen převede na m^2, jak nám radí ta v tom růžovém.
Žák L: Má pravdu.
Učitelka: Je ten převod správně?

Paní učitelka žáky upozornila na převod, jelikož byli žáci spokojeni s tím, co řekla paní v růžovém.

Žákyně T: Není, desetinnou čárku musíme posunout o čtyři místa.

Žákyni T pobídka paní učitelky pomohla a došlo jí, kde je chyba.

Žákyně K: Takže správný výsledek má kluk pod ní.
Učitelka: Spočítala jsi to?
Žákyně K: Ne, ale pokusím se.

Žákyně K reagovala intuitivně, vylučovací metodou. Když viděla správný převod, tak si řekla, že tohle musí být správný výsledek. Byla proto vyzvána k ověření.

Žák T: Ano, ano, ten pán to má dobře.
Žákyně K: Už mi to také vyšlo.
Žák L: A ten kluk v modrém, ten vlevo, ten to nemá dobře?

Žák L přišel s tím, že přemýšlí nad správností obsahu poslední bubliny. Zdají se mu obě podobné. Nikdo z žáků, ale nepřišel s tím, proč by měli pravdu oba. Paní učitelka po delší pauze poukázala na fakt, že v obchodě se cena zaokrouhluje.

Žáci v této třídě měli učivo v živé paměti, proto hned po pobídkách paní učitelky reagovali. Spolupráce žáků probíhala bez problémů, pomáhali si. Podle slov paní učitelky se zapojili dokonce i ti žáci, které musela dříve více pobízet.

CC (obr. 20) pro úlohu (U1) jsem vyzkoušel opět v sedmém ročníku. Třídu jsem si rozdělil na polovinu, aby se nám lépe spolupracovalo a diskutovalo. Žáci byli nakombinováni tak, aby byli ve skupině zdatnější počtáři se slabšími.

Žáci měli čas si promyslet, k jaké postavě by se přiklonili. Své názory jako první měli sdělit slabší žáci, aby se dostali ke slovu, než je zahltí svou odpovědí ostatní. Následuje to nejdůležitější z průběhu řešení.

Žák F: Já bych se přidal k té holce uprostřed. Převedl jsem si jednotky na m a také mi to tak vyšlo.

Žák F byl dotázán na postup výpočtu, který sdělil ostatním.

Žákyně T: Ta holka to má špatně, tímhle se počítá objem.

Žákyně R: A ty m jsou taky špatně, bude malovat plochu, tak to musí být čtvereční.

Žákyně T reagovala správně a ze špatného výpočtu neobvinila spolužáka, ale postavu na obrázku.

Žák D: Já souhlasím s tím v reflexní vestě. Když jsem to počítal se vzorcem pro povrch kvádru, tak mi vyšlo stejné číslo.

Žák D sděluje postup ostatním.

Žákyně E: Proč tam vynechal jednu stěnu?

Žák D: Protože nebudeme natírat podlahu.

Žákyně T: A jo, tak to mám špatně, já myslela, že je dobře ta paní v zeleném. Vyšlo mi to stejně a má dobře jednotky.

Vyzval jsem žáky, aby se vrátili k výpočtu *žáka D*.

Žák Z: No já myslím, že musí převést ty jednotky.

Ostatní souhlasili a zkoušeli najít správný výsledek.

Žákyně J: Já to počítala v dm, protože v m bych měla desetinná čísla. Souhlasím s tím světle modrým.

Žákyně J využila toho, že k výsledku vede více cest a radši zvolila tu pro ni méně komplikovanou.

Žák E: Já to zas počítal v m, protože pak budeme určitě počítat cenu a ta je v m^2. Souhlasím s modrou čepicí.

Žákyně R: Ty výpočty jsou stejné, tady to vyšlo dobře, zkoušela jsem si to převést.

Žákyně E: Budeme teď počítat tu cenu?

Volba menší skupiny byla dobrá cesta, jak zařídit, aby byli aktivní všichni žáci. Během řešení se ozývali snad všichni žáci. Každý se na něco ptal, zajímal se, proč se to počítá zrovna takhle. Byl i dostatek času všechno pořádně vysvětlit. Nadanější žáci zde svou roli perfektně splnili a pomohli slabším žákům s řešením. Slabší žáci vůbec nevnímali, že by dělali chyby. Měli radost, že se mohou podílet na výpočtu a neměli vůbec strach odpovídat. Poslední věta *žákyně E* je cílem každého učitele. Žáky úloha namotivovala a pokračovali jsme výpočtem ceny za vymalování pokoje.

Druhá polovina této třídy řešila úlohu (U2) s CC (obr. 21). V této skupině byla opět rozmanitost matematické úrovně. Po představení úlohy měli žáci čas na rozmyšlenou a svými názory měli otevřít diskuzi slabší žáci.

Žák K: Určitě budeme počítat objem. U objemu se všechno násobí. Vybral bych zelené tričko a vynásobil bych 5 se 17 a 11.

Žák K má evidentně naučený vzorec, ale neví, jak funguje.

Žákyně N: Souhlasím, taky bych to tak udělala.

Žák A: Dále bych pokračoval podle pána v hnědém, vypadá to jako dobrá nápověda.

Žák A se nechá vést, ale bohužel špatným směrem.

Žákyně A: Ten šedý určitě upozorňuje na tvoji chybu. Takhle bychom nezjistili tu kostku.

Žákyně A nenásilně informuje spolužáka, že si vybral špatně.

Žákyně L: Proč to takhle nejde? Máme kostky a objem, tak že to vydělíme a je to.

Žákyně A: Ale musíš vydělit objem počtem kostek. Máme nějakou část a tu rozdělujeme na menší části, je to jako u zlomků.

Žákyni A matematika baví a zná souvislosti, připomíná ostatním souvislost se zlomky.

Žákyně E: Mně vyšel výsledek, který tu není. Vyšlo mi 4,15555 a pořád pětky.

Padla otázka, co to znamená, když nám vyjde takové číslo.

Žákyně M: To je ta perioda. Tam se napíše taková ta čárka a stačí napsat jednu pětku.

Žákyně E: Jo a pak se to zaokrouhlí vlastně.

Žák D: A proč to nebude 4,1?

Žákyně N: Protože pětka zaokrouhluje nahoru.

Žáci si sami připomněli zaokrouhlování čísel.

Žákyně L: Teď mě napadlo, když je to kilo cukru, co kdybychom ten objem vypočítali přes hustotu cukru a pak postupovali stejně?

Žákyně L přišla s nečekaným dotazem, který měl ale správnou myšlenku. Žákyně propojila matematiku s fyzikou a chtěl zkusit vypočítat objem přes hustotu. Po zjištění hodnoty hustoty kostkového cukru jsme zjistili, že objem jedné kostky by byl přibližně o 1 cm^3 větší, než když jsme počítali podle rozměrů na obrázku.

Druhá polovina třídy spolupracovala stejně dobře, jako ta předchozí. Dokonce jsme cestu k výsledku rozšířili o poznatky z fyziky. Někteří žáci, kteří byli v této skupině, patří k těm tišším během výuky. Teď se nebáli mluvit, a dokonce se ptali, když něčemu nerozuměli.

Sedmá třída měla za úkol řešit i poslední CC (obr. 22) týkající se problematiky povrchu a objemu kvádru, úloha (U3). Úlohu řešila celá třída. Žáci měli dostatek času na přečtení všech bublin a promyšlení vlastních odpovědí. Poté následovala diskuze.

Žákyně E: Já vím odpověď! Bude to polovina výšky celé nádrže.
Žákyně R: To je jen náčrt, nemůžeš brát ten obrázek přesně.

Žákyně E chtěla řešit úlohu jen s pomocí obrázku, kde je hladina vody přibližně v polovině nádrže. My ale neznáme výšku celé nádrže, tudíž se nedozvíme, jestli má pravdu. *Žákyně R* ji upozorňuje, že se to bude muset spočítat.

Žák M: Ta paní v zeleném má pravdu. Na fyzice jsme se učili hekto a je to sto. 63 hl bude 63 a dvě nuly, takže 6300 l.

Žákům pomohli mezipředmětové vztahy. Když už si nepamatují převody jednotek z matematiky, tak je další záchranou fyzika.

Žákyně T: Aha, mně tyhle převody moc nejdou. Ale ten modrý má pak zbytek dobře. Kdybychom měli objem v l, tak výška vyjde v dm.
Žákyně J: Proč?
Žákyně T: Protože 1 l = 1 dm^3.

Žákyně si vysvětlily podstatu převodů bez zásahu učitele.

Žákyně J: Dobře, díky. Holka uprostřed má tedy taky pravdu. Budeme počítat výšku z objemu a ten nám řekl ten s reflexním tričkem.
Žákyně M: Objem se počítá a krát b krát c.
Učitel: A víš, co to znamená?
Žákyně M: Nevím.
Žákyně N: Říkali jsme si, že objem se počítá podstava krát výška. Dole je obdélník, takže strana krát strana.

Žákyně M se učí matematiku nazpaměť, poté bojuje s aplikačními úlohami. Naproti tomu *žákyně N* o matematice přemýšlí a snaží se jí porozumět.

Žák E: Teď už to bude lehký. Máme ten vzoreček, kde se výška rovná objem děleno vynásobené strany. Vlastně jenom vypočítáme zlomek, kde nahoře bude 6300 a dole vynásobíme 4 a 3,5.

Žák A: 450.

Žákyně L: Takhle to přece nemůžete počítat. Objem je v dm^3 a ostatní rozměry v m.

Žák A spočítal to, co mu poradil *žák E*, ale výsledek mu vyšel mez jednotek, na to poté upozornila spolužáky i *žákyně L*.

Žákyně E: Já bych si převedla m na dm, protože s krychlovými mi to moc nejde. Takže budeme mít pak ve výpočtu 40 dm a 35 dm.

Žákyně E poukázala na častou obavu žáků z převádění jednotek objemu.

Žákyně A: To vyšlo 4,5 dm. Pán ve hnědém svetru má pravdu.

Žák M: Jak může mít pravdu? Tam je jiné číslo.

Žák L: Se podívej pořádně, tam je m. 4,5 dm je pak 0,45 m.

Žák L upozornil spolužáka na to, že se přehlédl. Pro jistotu mu to i převedl.

Učitel: Jak by to bylo, kdybychom počítali s m?

Žákyně R: No ten objem 6300 l, to je stejně dm^3. Potom to je o tři místa, takže 6,3 m^3. Já to takhle spočítala a vyšlo to stejně, 0,45 m.

Žákyně A: Mně taky.

Žákyně R pro ostatní ukázala postup, kde počítáme v m, resp. m^3. *Žákyně A* ji poté podpořila ve správném výsledku.

Ukázalo se, že náčrt nemusí být pro všechny žáky vhodný. Pokud si na základě náčrtu uděláme zkreslenou představu a budeme výsledek „štelovat“ podle obrázku, nemusí to vést ke správnému výsledku. Vždy se musíme snažit o matematické podložení. Žáci během řešení spolupracovali. Najdou se žáci, kteří si v tichosti řeší úlohu, a poté čekají, jak se to bude vyvíjet. Když už vidí, že postupovali správně, tak se nebojí říct vlastní výsledek.

2.4.2.2 Poměr

CC týkající se učiva o poměru jsem vyzkoušel v sedmém a osmém ročníku. Postup práce s CC byl stejný, jako tomu bylo v předchozí části, kde jsme pracovali přes *MS Teams*.

Úlohu (U6, obr. 23) jsem vyzkoušel v sedmé třídě. Žáci už byli seznámeni s CC u řešení úloh, které se týkaly objemu a povrchu kvádru. Žákům bylo promítnuto zadání a měli čas si promyslet svá tvrzení.

Žákyně E: Co znamená ten otazník?
Učitel: To je prostor pro tvůj názor.
Žákyně E: Aha, já mám radši, když se můžu k někomu přidat.

Ukázalo se, že někteří žáci mají tendenci se k někomu přidat, resp. se za někoho schovat.

Žák D: Já bych se přidal k pánovi v hnědé mikině. Písku je 34 t a to jsou dva díly, takže 1 díl je 17 t.
Žákyně K: Já si myslím, že to bude správně u flekatého trička. Máme 34 t, dílů je osm. Když to mezi sebou vynásobím, tak mi to dá 272.
Žákyně R: Teď D. říkal, že jeden díl bude 17. To by nám pak nevyšlo.
Žákyně A: Podle mě to počítá dobře ten pán s kravatou. Je to i takové přehlednější.

Žáci řekli naráz tři názory, přidali se ke třem bublinám.

Učitel: Budeme muset postupně něco vyloučit, nebo se k něčemu přidat.
Žákyně T: To flekaté tričko bude špatně, to by bylo moc lehké.
Žákyně R: Ten hnědý to má určitě dobře, je to logické.
Žákyně A: Souhlasím s holkami, hnědý to má dobře, takže flekatý to být nemůže.

Žákyně přemýšlely nahlas a přiblížily řešení celé třídě.

Žák M: A ten šedý se zlomky má ten postup taky správný. To jsme se přece nedávno učili. Určovali jsme část z celku.
Žákyně N: Já jsem to teď počítala na papír podle toho šedého a vyšlo mi to tak.
Žákyně A: Taky jsem to tak měla, ty zlomky jsou rychlé.

Žákyně R: Já to teď zkoušela podle toho hnědého. Jeden díl je 17 t, když budu mít osm dílů, tak to vynásobím jen vynásobím počtem dílů a vyjde 136 t. Takže je to stejné jako ten šedý.

Žáci propočítali oba názory a zjistili, že oba pánové mají pravdu. Dostali jsme dva stejné výsledky, ke kterým vedla různá cesta. Tím jsme si i správnost výsledků ověřili zkouškou.

Žákům při řešení pomohla přehlednost úlohy, kde měli výstižnou tabulku a nemuseli číst delší text. Zároveň nebyli moc spokojeni s bublinou, ve které byl pouze otazník. Na druhou stranu se žákům líbilo více řešení.

Další úloha na poměr (U5) byla řešena žáky osmého ročníku. Pan učitel osmé třídy byl požádán o vyzkoušení CC (obr. 24) během své výuky. Byla mu vysvětlena problematika a přínos CC. Žáci této třídy byli seznámeni s CC a postup řešení probíhal na stejném principu jako u předchozích tříd. Žáci měli čas si obrázek prohlédnout a zamyslet se nad názory v bublinách.

Žák J: Já bych se přidal k té blondýně. Máme 195 ha pole a chci vědět, kolik jsou čtyři díly.

Žák L: Já se přidám k J., taky bych to tak počítal.

Žákyně L: Ale když vydělíš 195 pak sedmičkou, tak ti vyjde menší číslo, přitom pšenicí byla oseta větší část než žitem.

Žákyně L uvažovala nad postupy svých spolužáků a přišla s logickým řešením, které vyvrátilo jejich teorii.

Žákyně M: U poměru jsme si vždycky říkali, že začíná přes jeden díl. Proto bych se přidala k pánovi v obleku.

Žáci mají zažitý postup výpočtu přes jeden díl, tak zkouší jít přes známé a jisté postupy.

Žák Š: Budeme počítat 195 děleno 13. Jeden díl mi vyšel 15 ha.

Žákyně N: Modrý kulich má pravdu. Pšenice je sedm dílů a jeden díl je 15 ha. Po vynásobení vyšlo 105 ha.

Žák Z: Ano, také to tak mám. Tak jsme se to učili.

Žáci ověřili řešení jedné bubliny a ujistili se, že výpočet přes jeden díl jim vyšel správně.

Žákyně J: Co ta paní v tom růžovém? Má tam nějaké zlomky. Zajímá mě, jak to počítá.

Žák P: Ty zlomky vyjadřují část z celého pole. Třeba $\frac{4}{13}$ žita určí, kolik ha to bude. Vezmeš 195 a vynásobíš to tím zlomkem. 195 a 13 můžeme zkrátit tou 13 a zbyde nám 15 krát 4. Žita bude 60 ha.

Žákyně J: Aha, ostatní pak spočítáme stejně. Tak to je možná lehčí než počítat ten jeden díl.

Žák P se nebál vystoupit a vysvětlit princip výpočtu u „růžové paní".

Žákyně A: A když sečteme ty druhy, tak nám pak musí vyjít 195 ha.

Žákyně A poukazuje na možnost provedení zkoušky.

Pokud si žáci vybaví fungování zlomků a nebudou se učit jednotlivé učivo izolovaně, bude se jim v matematice více dařit. Žákům pomůže provázanost učiva, což je problém většiny žáků. Žáci mají tendenci učit se jen na jednotlivé testy, ale nevidí návaznost učiva. V matematice mohou řešit problémy více způsoby a více způsobů řešení nemusí znamenat chybu. Žáci se občas bojí použít jiné řešení než to, které se učí během výuky.

2.4.2.3 Slovní úlohy

CC, které se týkalo komplexně slovních úloh, jsem vyzkoušel v devátém ročníku. O vyzkoušení úlohy (U7) jsem požádal paní učitelku deváté třídy, která mi vyhověla. Paní učitelka dostala k dispozici CC (obr. 25) a seznámil jsem ji s problematikou CC. S CC jsem seznámil též žáky deváté třídy. Žáci byli rozděleni do skupin a každé skupině byla přiřazena jedna postava. Úkolem žáků bylo ve skupině diskutovat, zda jejich postava má správný postup řešení, či nikoli. Poté žáci svá tvrzení sdělovali zbytku třídy.

Skupina „zelené tričko" uvedla, že má jejich postava pravdu. Třídě zopakovala postup výpočtu objemu válce, zároveň spolužáky upozornila na možná úskalí. Skupina žákům připomněla převody jednotek. Z celkového objemu pak skupina vypočítala $\frac{3}{4}$ tohoto objemu. Ukázala třídě, že mohou počítat pomocí trojčlenky, nebo pomocí zlomků. Po porovnání obou objemů přišli k výsledku, že sud je zaplněný ze 75 %.

Skupina „modré tričko" třídu seznámila s řeckým písmenem π. Spolužákům připomněli souvislost čísla π s obvodem kruhu. Zavzpomínali na odvození hodnoty tohoto čísla, kdy měřili obvody různých předmětů a dávali je do poměru s průměrem. Hodnota byla přibližně 3, ale spolužákům řekli, že se ve výpočtech nejčastěji počítá s hodnotou 3,14. Skupina se též zmínila o rekordech v zapamatování si co největšího počtu míst v tomto čísle.

Skupina „flekaté tričko" sdělila spolužákům, jak vypočítali velikost $\frac{3}{4}$ výšky, trojčlenkou, nebo s pomocí zlomků. Poté spočítala objem s novou výškou. K tomu si vypočítali objem s původní výškou a hodnoty dali do poměru. Výsledkem bylo sdělení, že sud je zaplněn ze 75 %.

Skupina „pán v obleku" řekla spolužákům, že byli velice překvapeni, když si uvědomili, jak jednoduché je řešení. Vysvětlili, že tento způsob je vhodný jen u některých těles, například u jehlanu by tento způsob nešel. Pro kontrolu tvrzení postavy si vypočetli objem, z něj potom $\frac{3}{4}$ a dali do poměru.

Žákům se práce s CC líbila a byli rádi, že se mohli podílet se svými spolužáky na řešení. Byli též překvapeni možnostmi výpočtu.

2.4.2.4 Shrnutí

Vzhledem k situaci, ve které se nachází výuka druhého stupně základních škol, nebylo snadné realizovat CC v praxi, tudíž hledání odpovědi na (VO2) bylo komplikovanější. Na druhou stranu to byl prostor pro inovaci už v tak inovativní výuce. Žáci vnímali CC jako zpestření a byli ochotni více spolupracovat, jak mezi sebou, tak i s učitelem. Tato metoda nebyla pro ně běžná, objevovali něco nového. Žáci se shodovali v názoru, že by rádi úlohy tohoto typu řešili ve výuce častěji.

Nejvíce se jim líbila práce v menších skupinkách, kde mohli o problému více diskutovat. Dále byli rádi za okamžitou zpětnou vazbu, která nebyla pod žádnou hrozbou. Jindy je pro ně zpětnou vazbou známku z testu. Tam sice vidí, kde udělali chybu, jenže poté už není takový prostor pro nápravu. Na CC ocenili, že jim někdo ze spolužáků, vrstevníků mluvících „stejným" jazykem, dokázal vysvětlit, proč dané řešení je správné, nebo chybné.

Během řešení úloh přicházeli na různá řešení, na která by pravděpodobně sami nepřišli, nebo by byli o ně ochuzeni z důvodu „vodění" pedagogem. Učitel se většinou zaměří na jeden postup, který žákům přibližuje a snaží se, aby ho pochopili všichni.

CC dává příležitost žákovským badatelům, například u úlohy (U2) a výpočet objemu kostky cukru na základě hustoty cukru.

Žákům se líbilo zadání úloh. Byli rádi za změnu. Říkali, že když vidí text slovní úlohy, hned mají nechuť dále něco počítat. Tady bylo zadání pomocí „komiksu“, což pro ně bylo zpestření a lépe se jim v úloze orientovalo.

Některým žákům se líbila „vodítka“ v řešení. Když si nevěděli rady, objevila se postava, která jim dala malou nápovědu. Na druhou stranu nebyli spokojeni s bublinou s otazníkem, jelikož si zrovna nemohli vybavit, jak by problém řešili a spíše by ocenili nějaký text.

CC průběh výuky rozhodně ovlivnilo. I když se jednalo pouze o výuku přes *MS Teams*, kde žáci nejenom museli spolupracovat s technikou, ale i dávat větší pozor, tak se výuka zpestřila. Žáci si řešení užili, pobavili se a určitě je vhodné úlohy v tomto formátu do výuky přidávat.

Odpověď na (VO3) se hledala ještě komplikovaněji. Za monitorem počítače se aktivita, potažmo pasivita, posuzuje obtížně. Jediným vodítkem byl hlas. Pokud se žák rozhodl mluvit, mohlo se posoudit, že je aktivní. Ve škole by šlo lépe aktivitu zachytit, žáci počítají v lavici a přemýšlejí a učitel je při tomto procesu vidí. Když se na to podíváme z hlediska verbální komunikace, je CC přesně tím, co výuka potřebuje. Potřebuje zvídavé žáky, kteří se nebojí zeptat, když něčemu nerozumí, nebo mají nějaký nápad. Přes *MS Teams* byli žáci odkázáni pouze na svůj hlas a tím byli hodnoceni, zda jsou aktivní.

Rozhodl jsem se posuzovat aktivitu pasivních žáků pouze v sedmé třídě, kde proběhla realizace CC ve větším rozsahu. Zároveň mám možnost tyto žáky „vídat“ každý školní den přes *MS Teams*.

Z rozboru řešení úloh žáky vyplývá, že se nejvíce zapojovaly tři, čtyři žákyně. Tyto žákyně „válcují“ celou třídu i během běžné výuky. Jsou velmi zvídavé a dotazují se, když něčemu nerozumí. Pro ně bylo řešení zábavou a CC uvítaly. Při prvním řešení se moc nových žáků nezapojovalo a spíše čekali, jak to budou řešit jejich spolužačky. Při dalších úlohách byla třída rozdělena na dvě skupiny a tyto skupiny byly sestaveny podle výkonu. Skupinky byly tvořeny přibližně deseti žáky, a tak byl větší prostor pro komunikaci. Do řešení se opravdu zapojili všichni žáci. Žáci, kterým jde matematika lépe, dokonce pobízeli ostatní, ať se zapojí. Jelikož je celková atmosféra třídy uvolněná a jedná se o přátelský kolektiv, nikdo neměl strach, že by se jim druhý smál za špatný názor.

Když se poté opět řešilo CC s celou třídou, zapojilo se více žáků. Pasivní žáci se také postupně zapojovali. Ztratili ostych, který předtím měli. Byli schováni za „dvojitou" ochranou. Jednak se jednalo o názor postavy na obrázku a za druhé jsou už i tak schováni doma za monitorem. CC jim pomohlo překonat poslední bariéru.

CC bych využil spíše během práce ve skupinkách. Žáci mohou o problému více debatovat a navzájem si pomáhat. Poté by zbytku třídy sdělili, na čem se ve skupince dohodli a na co by si měli dát případně pozor. Další možnost využití je dát skupince k „rozboru" jednu z postav. Skupinka bude hledat význam obsahu bubliny, co je dobře, resp. špatně na daném názoru postavy. Poté by před třídou obhajovali své domněnky.

2.5 Zpětné vyhodnocení intervence učiteli

V poslední části jsem hledal odpověď na *VO4: Jaký názor budou mít učitelé na tuto metodu?*

2.5.1 Využité metody

Rozhovor pomocí návodu

Návod představuje seznam otázek, které se během rozhovoru zodpoví. Návod je pomůckou k tomu, abychom na žádnou důležitou otázku nezapomněli. Otázky se nemusí probrat v přesném pořadí, ale především podle vyvíjející se situace (Hendl 2005).

Metodu jsem využil k získání názorů učitelů, kteří se během mého výzkumu setkali s CC. Zajímalo mě, zda by CC využili ve výuce, kdyby měli k dispozici sbírku připravených úloh. Dále mě zajímalo, jestli vidí v této metodě nějaké nedostatky.

2.5.2 Výsledky

Data byla získána od tří učitelů, kteří byli přímými aktéry intervence. Byla dotázána paní učitelka šestého ročníku, pan učitel osmého ročníku a paní učitelka devátého ročníku.

Paní učitelce šestého ročníku by se metoda CC zamlouvala spíše pro starší žáky. Přišlo jí, že žáci šestého ročníku ještě nejsou tak vyzrálí, aby mohli bádat ve smyslu více postupů řešení. Metodu by spíše viděla pro osmý a devátý ročník, kde už mají žáci osvojeno více matematických postupů a mohou dát prostor fantazii. Když budou mít žáci více nástrojů, přijde více nápadů. CC by využívala na konci tématu, aby si žáci utřídili, co se vlastně naučili. Sloužili by to ke shrnutí učiva a k vysvětlení případných nesrovnalostí.

Pan učitel osmého ročníku viděl největší přínos CC v okamžité zpětné vazbě. Žáci vytvořili fungující badatelskou skupinu a společně se podíleli na řešení problému. Pokud nějaký žák měl nějaký problém, zvolil špatný postup, tak se našel jiný žák, který přišel se svojí metodou a společně přemýšleli. Pan učitel shledával důležitost v zajištění prostoru k vyjádření názoru všech žáků. Je si vědom toho, že ve třídách jsou žáci, kteří v matematice excelují a chtějí vyjádřit svou myšlenku nahlas. Naproti tomu jsou ve třídách žáci, kterým matematika nejde. Bylo by proto dobré, aby se zvolila „pravidla hry“ a došlo se k nějaké rovnováze. CC by určitě zkoušel na nějaké zvlášť složité úlohy, které dají žákům „zabrat“. Vyzkoušeli by si tak bádání naplno. S panem učitelem jsme se shodli na tom, že by se žáci mohli podílet na tvorbě úloh, například v rámci výtvarné výchovy spojené s využitím počítače by mohli vytvářet postavy.

Paní učitelce devátého ročníku se líbilo rozdělení žáků na menší skupiny, kde každé skupině byla přiřazena jedna postava z úlohy. Žáky to donutilo více přemýšlet o problému, museli hledat pro a proti. Už to nebylo jen o pouhém výpočtu. Jelikož připravuje žáky na přijímací zkoušky, viděla v CC potenciál v podobě doplňujícího materiálu k přípravě. Dokázala by si v rámci opakování představit CC jako výborný prostředek k vymýšlení více postupů řešení. Žáci by si v relativně krátkém čase připomněli znalosti z matematiky. CC by se dalo využít i v kroužku matematiky pro nadané žáky nebo jako příprava na matematické soutěže.

Všichni učitelé viděli přínos CC ve stručném zadání. Během své letité praxe pozorují, jaké problémy mají žáci už jen se samotným zadáním slovních úloh. Zde je problém vyřešen pomocí obrázků a s minimem textu. CC by využili při práci ve skupinách a kooperačním učení. Žákům by se v menším kolektivu lépe spolupracovalo. Shodli se, že kdyby měli k dispozici sbírku úloh CC, tak by nějakou úlohu do výuky určitě zařadili pro zpestření. Všichni shodně uvedli, že by do řešení úloh vstupovali jen v nejnutnějších případech, jelikož obsah bublin je volen tak, aby nahradil poznámky učitele. Žáci si sami poradí, když jich bude na řešení více. Líbilo se jim zadání CC přes *MS Teams*, ale viděli v něm spoustu otazníků. Největším z nich byla absence atmosféry ve třídě a technické nedostatky.

3 Shrnutí výsledků výzkumu

V diplomové práci jsem využil kvalitativní výzkum k hledání odpovědí na následující výzkumné otázky.

VO1: Jaká témata z matematiky druhého stupně základní školy dělají žákům největší problémy?

Na základě vyhodnocených dotazníků (příloha 1), které vyplnili učitelé matematiky druhého stupně základní školy, byla zjištěna problémová témata. V šestém ročníku učitelé vybrali učivo *Objem a povrch kvádru a krychle* se školním výstupem *Užívá jednotky objemu a vzájemně je převádí*. V sedmém ročníku bylo vybráno učivo *Poměr* se školním výstupem *Řeší výpočtem situace vyjádřené poměrem*. V osmém ročníku se učitelé shodli na učivu *Slovní úlohy* a školním výstupu *Matematizuje jednoduché reálné situace, vyřeší slovní úlohy, zdůvodní zvolený postu řešení, ověří výsledek řešení*. V devátém ročníku byla největší shoda u učiva *Výrazy* a školním výstupu *Rozkládá výraz na součin (vytýkání, pomocí vzorců)*.

VO2: Jaký bude mít vliv zařazení úloh ve formátu Concept Cartoons na průběh výuky?

Úlohy byly vyzkoušeny během synchronní výuky. Žáci vnímali úlohy ve formátu Concept Cartoons (příloha 4) jako zpestření výuky. Řešení tohoto typu úloh je bavilo a v reflexi se shodli, že by rádi úlohy řešili častěji. Během hledání řešení třída více spolupracovala. Ocenili práci v menších skupinkách, kde se dostali ke slovu všichni. Žáci byli rádi za okamžitou zpětnou vazbu. Obsah bublin žákům pomohl při řešení a zároveň k rozvinutí diskuze.

VO3: Jak budou reagovat jindy pasivní žáci při řešení úloh ve formátu Concept Cartoons?

Z důvodu výuky přes MS Teams se aktivita žáků dala posoudit dle hlasu. Aktivita byla zkoumána v sedmém ročníku, kde se realizovalo více úloh. Na řešení první úlohy Concept Cartoons se podíleli stejní žáci, kteří reagují běžně. Po rozdělení třídy na skupiny dle výkonnosti se do řešení zapojovali i běžně pasivní žáci. Tito žáci se dočkali povzbuzování od svých spolužáků. Žáci uvedli, že rádi odpovídali za postavičky, protože se nemuseli bát svých chyb.

VO4: Jaký názor budou mít učitelé na tuto metodu?

Učitelům matematiky se úlohy ve formátu Concept Cartoons líbily a do výuky by je občas zařadili. Z postřehů učitelů bych vyzdvihl zařazení těchto úloh ke shrnutí učiva. Učitelé uvítali okamžitou zpětnou vazbu, spolupráci žáků a úlohy by si dokázali představit při řešení obtížných úkolů. Concept Cartoons by využili během skupinové práce, kde by se dostávali ke slovu žáci častěji a proces řešení by byl živější. Úlohy v tomto formátu by se daly podle učitelů zařadit do kroužků pro nadané žáky. Úlohy by se daly využít při přípravě na přijímací zkoušky, při které by žáci hledali efektivní řešení problémů.

Realizace intervence byla ovlivněna způsobem výuky. Při dalším zkoumání by bylo vhodné zjistit průběh během běžné výuky ve škole.

Závěr

Tato diplomová práce byla zaměřena na úlohy ve formátu Concept Cartoons. V první části se práce zabývala teoretickým základem problematiky tvoření těchto úloh. Dále se část zaměřila na základní matematické záležitosti potřebné k vybraným úlohám vyskytujících se v práci. Též byly přidány očekávané výstupy k těmto úlohám, které jsou doplněné o komentář z publikace *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů* (Rendl a Vondrová 2013).

Praktická část obsahuje výzkumné šetření. Výzkum práce byl založen na kvalitativním výzkumu. Nejprve byl zhotoven dotazník, na který odpověděli učitelé matematiky. Z dotazníků byla zjištěna problémová témata učiva matematiky druhého stupně základní školy. Podle nejčastějších odpovědí byla vybrána témata k dalšímu zkoumání. K těmto tématům byly zapůjčeny čtvrtletní písemné práce žáků, u kterých byla provedena analýza. Z analýzy vyplynuly nejčastější žákovské postupy a chyby. Tato data se využila k tvorbě nových úloh ve formátu Concept Cartoons. Autorem práce bylo vytvořeno celkem osm takových úloh. Nově vytvořené úlohy byly vyzkoušeny v praxi na vybrané základní škole přes platformu MS Teams. Realizace byla následně vyhodnocena autorem i učiteli. Všechny výsledky a odpovědi na výzkumné otázky byly shrnuty v poslední kapitole.

Díky této diplomové práci jsem si uvědomil, jak složitá je cesta vzdělávání. V teoretické části jsem zjistil, jaké vnější a vnitřní vlivy dokáží cestu ovlivnit. Během výzkumného šetření jsem získal mnoho užitečných postřehů a rad od učitelů s dlouholetou praxí. Bylo zajímavé zkoumat žákovské práce a odhalovat jejich myšlenkové pochody, které vedly ke správným, či špatným výsledkům. Samotná tvorba úloh ve formátu CC byla velmi zajímavá a přínosná. Vytvoření obrázku představovalo spoustu dílčích úkonů, ať už se jednalo o tvorbu postav, nebo vymýšlení obsahu bublin. Odměnou pro mě byla realizace úloh v praxi, kdy jsem viděl smysl této práce. Realizace mi přinesla velmi dobrou zpětnou vazbu, přestože proběhla pouze v online prostředí. Rád bych úlohy využil i při běžné výuce.

Literatura

BĚLOUN, František. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu*. 8., upr. vyd. Praha: Prometheus, 2010. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-7196-104-3.

BĚLOUN, František. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školy: sbírka úloh k přípravě na přijímací zkoušky z matematiky na střední školy a k opakování učiva matematiky základní školy*. 3. dopl. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1985. Pomocné knihy pro žáky (Státní pedagogické nakladatelství).

BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 6 pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-656-7.

BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 7 pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2008. ISBN 978-80-7238-679-6.

BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 8: pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-684-0.

CRESWELL, John W. a Cheryl N. POTH. *Qualitative Inquiry and Research Design: Choosing Among Five Approaches*. 4th Edition. Thousand Oaks: SAGE Publications, 2018. ISBN 9781506330198.

Cukr kostkový. In: *Activa* [online]. [cit. 2021-04-12]. Dostupné z: https://obchod.activa.cz/produkt/cukr-kostkovy-15582/

ČAPEK, Robert. *Moderní didaktika: lexikon výukových a hodnoticích metod*. Praha: Grada, 2015. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-3450-7.

DABELL, John, Brenda KEOGH a Stuart NAYLOR. *Concept cartoons in mathematics education*. Sandbach: Millgate House, 2008.

DE LANGE, Jos. Design based research: the use of Concept Cartoons in Flemish science education: improvement of the tools and effectiveness in learners' language skills. *ESERA Conference* [online]. Istanbul: ESERA Proceedings, 2009 [cit. 2020-10-25]. Dostupné z: http://www.esera2009.org/fulltextpaper.asp

DWECK, Carol S. *Self-theories: Their Role in Motivation, Personality, and Development* [online]. New York: Psychology Press, 2014 [cit. 2021-04-04]. ISBN 9781315783048. Dostupné z: https://doi.org/10.4324/9781315783048

HEJNOVÁ, Eva. Rozvoj kritického myšlení pomocí úloh zadaných formou diskuse. In: *FyzWeb* [online]. 2013 [cit. 2021-04-17]. Dostupné z: http://fyzweb.cz/materialy/vlachovice/2013/materialy/hejnova/c-hejnova-ulohy_diskuse.pdf

HELUS, Zdeněk. *Sociální psychologie pro pedagogy*. Praha: Grada, 2007. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-1168-3.

HENDL, Jan. *Kvalitativní výzkum: základní metody a aplikace*. Praha: Portál, 2005. ISBN 80-7367-040-2.

CHIN, Christine a Lay-Yen TEOU. Formative assessment: using concept cartoons, pupils' drawings and group discussions to tackle children's ideas about biological inheritance. *Journal of Biological Education* [online]. 2010, **44**(3), 108-115 [cit. 2021-04-04]. Dostupné z: https://doi.org/10.1080/00219266.2010.9656206

CHIN, Christine a Lay-Yen TEOU. Using concept cartoons in formative assessment: scaffolding students' argumentation. *International Journal of Science Education* [online]. 2009, **31**(10), 1307-1332 [cit. 2021-04-04]. Dostupné z: https://doi.org/10.1080/09500690801953179

Jednotky délky. In: *Umíme matiku* [online]. [cit. 2021-04-12]. Dostupné z: https://www.umimematiku.cz/cviceni-jednotky-delky

Jednotky hmotnosti. In: Umíme matiku [online]. [cit. 2021-04-12]. Dostupné z: https://www.umimematiku.cz/cviceni-jednotky-hmotnosti

Jednotky objemu. In: *Umíme matiku* [online]. [cit. 2021-04-12]. Dostupné z: https://www.umimematiku.cz/cviceni-jednotky-objemu

Jednotky obsahu. In: *Umíme matiku* [online]. [cit. 2021-04-12]. Dostupné z: https://www.umimematiku.cz/cviceni-jednotky-obsahu

KEOGH, Brenda a Stuart NAYLOR. Concept Cartoons: What Have We Learnt? *Journal of Turkish Science Education* [online]. 2013, **10**(1), 3-11 [cit. 2021-04-04]. Dostupné z: https://www.tused.org/index.php/tused/article/view/273/223

KOMENSKÝ, Jan Amos a Josef HENDRICH. *Jan Amos Komenský ve světle svých spisů; uspořádal, vybral, pozn. opatřil a latinské texty přeložil Josef Hendrich*. Praha: Družstevní práce, 1941. Svět (Družstevní práce).

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 10. vydání. Praha: Prometheus, 2015. ISBN 978-80-7196-458-2.

PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. 7., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Portál, 2013. ISBN isbn978-80-262-0403-9.

RENDL, Miroslav a Naďa VONDROVÁ. *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2013. ISBN 978-80-7290-723-6.

RVP ZV 2017. In: *Národní ústav pro vzdělávání* [online]. [cit. 2021-04-12]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/file/4986/

SAMKOVÁ, Libuše. *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Pedagogická fakulta Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích, 2020. ISBN 978-80-7394-798-9.

SEXTON, Matthew, Ann GERVASONI a Robyn BRANDENBURG. Using a Concept Cartoon to Gain Insight Into Children's Calculation Strategies. *Australian Primary Mathematics Classroom* [online]. 2009, **14**(4), 24-28 [cit. 2021-04-04]. Dostupné z: https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ885812.pdf

SKUTIL, Martin. *Základy pedagogicko-psychologického výzkumu pro studenty učitelství*. Praha: Portál, 2011. ISBN 978-80-7367-778-7.

ŠIMANOVSKÝ, Zdeněk a Barbara ŠIMANOVSKÁ. *Hry pro rozvoj zdravé osobnosti*. Vyd. 2. Praha: Portál, 2010. ISBN 978-80-7367-801-2.

Přílohy

Příloha 1 – Dotazník

Příloha 2 – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání 2017, Matematika a její aplikace, vybrané očekávané výstupy (RVP ZV 2017 2021)

Příloha 3 – Seznam úloh

Příloha 4 – Sada nově vytvořených úloh ve formátu Concept Cartoons

Příloha 1 – Dotazník

Dotazník

Počet let praxe

V jakých třídách letos vyučujete matematiku?

Slyšeli jste někdy o metodě Concept Cartoons? Pokud ano, kde jste se s touto metodou setkali?

V následujícím textu, prosím, označte problémová témata.

1) *Nadpis „Učivo"*
   Podle vlastních zkušeností označte téma, které dělá žákům problémy.
   (! - problémové, !! - více problémové, !!! - nejproblémovější)
2) *Odrážky „Školní výstup"*
   U vybraného „Učiva" zakroužkujte „Školní výstup", ve kterém se nejvíc chybuje.
3) *Volný list*
   Na volný list, prosím, uveďte modelové příklady pro „Učivo" označené „!!!".

6. ročník

Desetinná čísla
- čte, zapisuje, porovnává, sčítá, odčítá, násobí a dělí přirozená a desetinná čísla
- provádí početní operace písemně i zpaměti
- zaokrouhluje přirozená a desetinná čísla
- zobrazí na číselné ose
- převádí jednotky délky, hmotnosti

Zlomky se stejnými jmenovateli
- určí hodnotu číselného výrazu
- čte, zapíše, porovná, zobrazí polovinu, třetinu, čtvrtinu, pětinu
- sčítá a odečítá zlomky se stejnými jmenovateli
- spočítá aritmetický průměr

Dělitelnost přirozených čísel
- zná pojem násobek, dělitel, umí použít znaky dělitelnosti
- rozumí pojmu prvočíslo, číslo složené
- rozloží číslo na součin prvočísel
- určuje a užívá násobky a dělitele včetně nejmenšího společného násobku a největšího společného dělitele

Rovinné útvary: přímka, polopřímka, úsečka, trojúhelník, čtverec, obdélník
- rozlišuje druhy čar, používá technické písmo
- užívá a rozlišuje pojmy přímka, polopřímka, úsečka
- určí vzdálenost bodu od přímky
- umí sestrojit osu úsečky
- rýsuje obdélník, čtverec, kružnici a trojúhelník
- převádí jednotky délky
- pozná přímky totožné, rovnoběžné, kolmé
- shodné geometrické obrazce

Rovinné útvary: úhel a jeho vlastnosti
- rozumí pojmu velikost úhlu
- narýsuje a změří daný úhel
- umí graficky přenést úhel a sestrojit jeho osu
- rozliší úhly vedlejší, vrcholové

Rovinné útvary: trojúhelník
- určí a znázorňuje různé druhy trojúhelníků a zná jejich vlastnosti
- trojúhelníková nerovnost
- pojmenuje, znázorní a správně využívá základní pojmy (strana, výška, vnitřní a vnější úhly)
- umí sestrojit těžnice a výšky trojúhelníku
- umí sestrojit kružnici trojúhelníku opsanou a vepsanou

Obvod a obsah čtverce a obdélníku

- zná jednotky obsahu, umí je převádět
- umí vypočítat obsah čtverce a obdélníku
- využívá znalosti (obsah čtverce a obdélníku) při výpočtech obsahů složitějších obrazců a příkladů z praxe

Osová souměrnost

- načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru v osové souměrnosti
- pozná útvary osově souměrné a shodné

Objem a povrch kvádru a krychle

- charakterizuje jednotlivá tělesa (kvádr a krychle)
- umí načrtnout a narýsovat síť a z ní těleso vymodelovat
- načrtne a sestrojí obraz kvádru a krychle ve volném rovnoběžném promítání
- užívá jednotky objemu a vzájemně je převádí
- odhaduje a vypočítává objem kvádru a krychle na příkladech z praxe – vyhodnotí reálnost výsledku

7. ročník

Racionální čísla
- čte a zapisuje zlomky, uvádí zlomek na základní tvar
- převádí zlomky na des. čísla a naopak
- porovnává zlomky
- provádí početní operace s rac. čísly
- umí pracovat s převráceným číslem, smíšeným číslem, složeným zlomkem
- užívá zlomky při řešení praktických situací
- řeší slovní úlohy vedoucí k základním operacím se zlomky

Celá čísla
- rozlišuje kladná a záporná čísla
- umí zobrazit celá čísla na vodorovné a svislé číselné ose
- chápe pojem opačné číslo
- určí absolutní hodnotu daného čísla a chápe její geometrický význam
- provádí početní operace s celými čísly
- řeší slovní úlohy z praxe

Shodnost trojúhelníků
- pozná shodné útvary
- užívá věty o shodnosti trojúhelníků v početních a konstrukčních úlohách
- umí sestrojit trojúhelník z daných prvků
- dbá na kvalitu a přesnost rýsování

Poměr
- umí vyjádřit poměr mezi danými hodnotami
- zvětšuje a zmenšuje veličiny v daném poměru
- dělí celek na části v daném poměru
- pracuje s měřítky map a plánů
- řeší výpočtem situace vyjádřené poměrem

Přímá a nepřímá úměrnost
- uvádí příklady závislosti z praktického života a jejich vlastnosti
- řeší slovní úlohy s využitím vztahů přímé a nepřímé úměrnosti
- využívá trojčlenku při řešení slovních úloh z praxe

Procenta
- chápe pojem 1 %
- užívá základní pojmy procentového počtu (základ, počet procent a procentová část)
- řeší slovní úlohy
- chápe pojem promile
- zaokrouhluje a provádí odhady s danou přesností
- řeší aplikační úlohy z praxe na procenta

Trojúhelníky, čtyřúhelníky: obecné, rovnoběžníky, lichoběžníky
- umí charakterizovat pojem čtyřúhelník
- rozlišuje různé typy čtyřúhelníků
- umí sestrojit čtyřúhelník
- odhaduje a vypočítává obvod a obsah čtyřúhelníku a trojúhelníku
- umí při zápisech konstrukcí používat potřebnou symboliku

Středová souměrnost
- umí sestrojit obraz obrazce ve středové souměrnosti
- určí střed souměrnosti středově souměrného rovinného obrazce

8. ročník

Druhá mocnina a odmocnina

- určí zpaměti druhou mocninu čísel 1-20 a odmocninu těchto mocnin
- určí výpočtem, pomocí tabulek nebo kalkulátoru druhé mocniny, pomocí tabulek nebo kalkulátoru druhé odmocniny
- užívá druhou mocninu a odmocninu ve výpočtech
- ovládá pravidla pro umocňování a odmocňování zlomku a součinu dvou čísel
- určuje hodnotu číselného výrazu
- chápe pojem reálné číslo
- využívá geometrický význam druhé mocniny v praxi
- používá M-F-Ch tabulky

Pythagorova věta, pravoúhlý trojúhelník

- rozliší odvěsny a přepony
- využívá poznatku při výpočtu délek stran pravoúhlého trojúhelníku
- vypočítá délku hrany, stěnovou a tělesovou úhlopříčku krychle, kvádru
- umí využít poznatky ve slovních úlohách a úlohách z praxe

Mocniny s přirozeným mocnitelem

- zapíše číslo ve tvaru $a.10^n$ pro $1<a<10$, n je celé číslo

Výrazy

- rozumí pojmu výraz, proměnná, výraz s proměnnou, člen výrazu, jednočlen, mnohočlen, rovnost dvou výrazů
- matematizuje jednoduché reálné situace s využitím proměnných
- zapíše slovní text pomocí výrazů s proměnnými (a naopak), vypočte hodnotu výrazu pro dané hodnoty proměnných
- provádí početní operace s výrazy (sčítání, odčítání, násobení, dělení, umocňování)
- umocní dvojčleny a rozloží dvojčleny na součin pomocí vzorců $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, a^2-b^2
- využívá tabulkový kalkulátor

Lineární rovnice

- užívá a zapisuje vztah rovnosti
- řeší lineární rovnice pomocí ekvivalentních úprav
- provádí zkoušku řešení
- rozhodne, jestli má rovnice jedno, nekonečně mnoho řešení, nebo nemá řešení

Slovní úlohy

- matematizuje jednoduché reálné situace
- vyřeší daný problém aplikací získaných matematických poznatků a dovedností
- řeší slovní úlohy
- zdůvodní zvolený postup řešení
- ověří výsledek řešení

Výpočet neznámé ze vzorce
- vyjádří neznámou ze vzorce

Kruh, kružnice
- definuje a sestrojí kružnici a kruh, vysvětlí vztah mezi poloměrem a průměrem
- určí vzájemnou polohu přímky a kružnice (tečna, sečna, vnější přímka)
- určí vzájemnou polohu přímky a kružnice (body dotyku) a narýsuje je
- účelně používá tvar zápisu Ludolfova čísla (desetinné číslo, zlomek)
- vypočítává obvod a obsah kruhu pomocí vzorců

Válec, koule
- charakterizuje válec a kouli
- pracuje s půdorysem a nárysem válce a koule
- odhaduje a vypočítá objem a povrch válce a koule
- načrtne a sestrojí síť válce, válec vymodeluje
- načrtne a sestrojí obraz rotačního válce v rovině
- řeší aplikační slovní úlohy s využitím osvojených znalostí o válce a kouli, při řešení úloh provede rozbor úlohy a náčrt, vyhodnotí reálnost výsledku
- využívá poznatky v úlohách z praxe, účelně využívá kalkulátor

Množiny bodů dané vlastnosti
- umí sestrojit jednoduché konstrukce (osa úhlu, osa úsečky)
- rozumí pojmu množiny všech bodů dané vlastnosti

Thaletova kružnice a věta
- využívá Thaletovu kružnici při řešení úloh, sestrojí tečnu ke kružnici z bodu vně kružnice, sestrojí rovinné útvary dle zadaných prvků

Konstrukce rovinných útvarů: trojúhelníku, čtyřúhelníku (rovnoběžníku, lichoběžníku), kružnice
- při řešení konstrukční úlohy provádí rozbor úlohy, náčrt, diskusi o počtu řešení, zapisuje postup konstrukce s využitím matematické symboliky (případně ji kombinuje se slovním vyjádřením)
- využívá poznatků (výška, těžnice, kružnice opsaná, vepsaná, Thaletova kružnice, …) v konstrukčních úlohách

9. ročník

Výrazy
- rozkládá výraz na součin (vytýkání, pomocí vzorců)
- provádí početní operace s výrazy

Rovnice, soustavy rovnic
- řeší lineární rovnice
- řeší soustavu dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými (metoda sčítací a dosazovací)
- řeší slovní úlohy pomocí soustav lineárních rovnic se dvěma neznámými

Funkce, pravoúhlá soustava souřadnic, funkce lineární – přímá úměrnost
- zakreslí bod v PSS
- chápe pojem funkce
- rozlišuje lineární a kvadratickou funkci, nepřímou úměrnost
- určí průběh funkce

Grafické řešení slovních úloh, grafické řešení soustav dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými
- sestaví tabulku a zakreslí graf dané funkce
- užívá funkční vztahy při řešení úloh

Podobnost
- rozliší podobné útvary
- užívá věty o podobnosti trojúhelníků v početních a konstrukčních úlohách

Tělesa: kolmé hranoly, jehlan, rotační kužel
- charakterizuje jednotlivá tělesa
- vypočítá objem a povrch těles
- řeší úlohy z praxe

Volné rovnoběžné promítání
- načrtne, sestrojí jehlan, kužel

Základy finanční gramotnosti
- řeší úlohy z praxe na jednoduché úrokování
- provádí nákresy, schémata, diagramy, grafy, tabulky

Základy statistiky
- vypočítává četnost znaku a aritmetický průměr

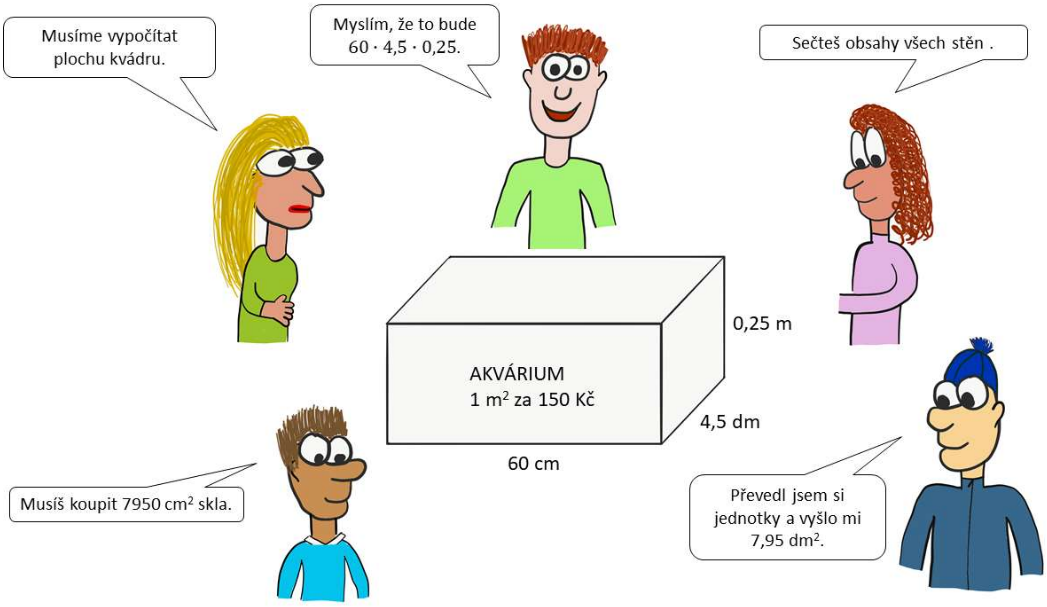
Příloha 2 – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání 2017, Matematika a její aplikace, vybrané očekávané výstupy (RVP ZV 2017 2021)

M-9-1-03	modeluje a řeší situace s využitím dělitelnosti v oboru přirozených čísel
M-9-1-04	užívá různé způsoby kvantitativního vyjádření vztahu celek–část (přirozeným číslem, poměrem, zlomkem, desetinným číslem, procentem)
M-9-1-05	řeší modelováním a výpočtem situace vyjádřené poměrem; pracuje s měřítky map a plánů
M-9-1-09	analyzuje a řeší jednoduché problémy, modeluje konkrétní situace, v nichž využívá matematický aparát v oboru celých a racionálních čísel
M-9-3-09	určuje a charakterizuje základní prostorové útvary (tělesa), analyzuje jejich vlastnosti
M-9-3-10	odhaduje a vypočítá objem a povrch těles
M-9-3-11	načrtne a sestrojí sítě základních těles
M-9-3-12	načrtne a sestrojí obraz jednoduchých těles v rovině
M-9-3-13	analyzuje a řeší aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu

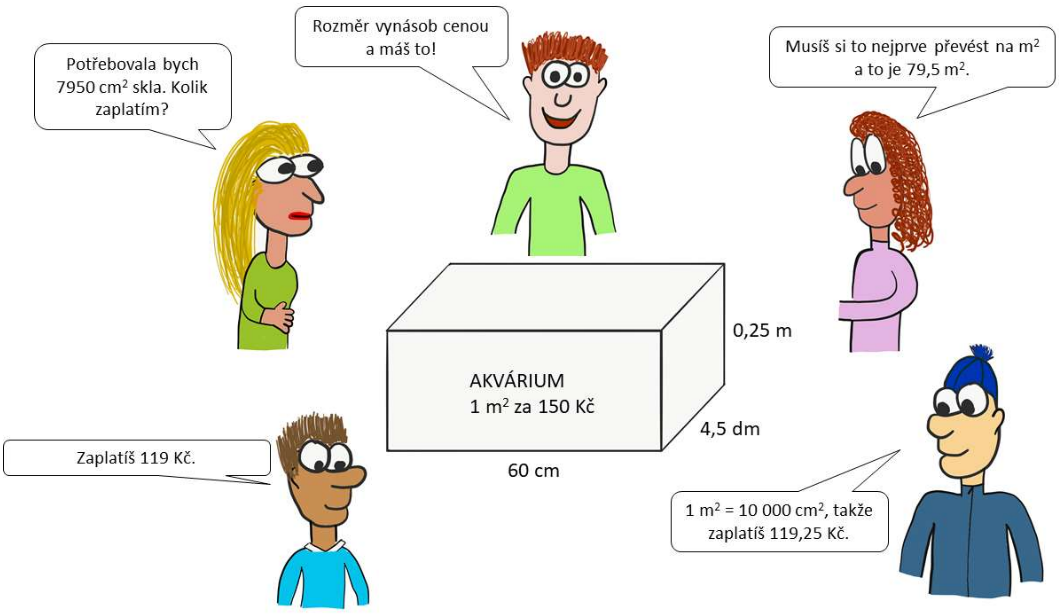
Příloha 3 – Seznam úloh

U1	Kolik Kč zaplatím za vymalování stropu a stěn pokoje, když si malíř účtuje za 1 m^2 plochy 110 Kč? Pokoj je 9 m dlouhý, 45 dm široký a 250 cm vysoký.
U2	Kilogramová krabice kostkového cukru má rozměry: 17 cm, 11 cm, 5 cm a je v ní 225 kostek. Jaký je objem jedné kostky? (Výsledek zaokrouhlete na 1 desetinné místo).
U3	Vypočítejte, do jaké výše sahá ode dna voda v nádrži. Dno má tvar obdélníka s rozměry 4 m a 3,5 m a celkem je v nádrži napuštěno 63 hl vody.
U4	Kolik Kč zaplatíme za sklo na akvárium, jestliže si ho potom chceme slepit (bez horní desky). Víme, že 1 m^2 stojí 150 Kč a rozměry akvária: délka 60 cm, šířka 4,5 dm a výška 0,25 m.
U5	Zemědělci oseli 195 ha polí žitem, pšenicí a ječmenem. Oseté plochy byly v poměru 4:7:2. Na kolika hektarech oseli jednotlivé druhy obilí?
U6	Beton je tvořen cementem, pískem a štěrkem v poměru 1:2:5. Na stavbu hráze je navezeno 34 t písku. Vypočítej jednotlivé hmotnosti i hmotnost betonu celkem.
U7	Kolik hektolitrů vody je v zahradním sudu s průměrem 90 cm a výškou 1,6 m, sahá-li voda do $\frac{3}{4}$ výšky sudu. Z kolika procent je sud zaplněn? Výsledek zaokrouhli na 1 desetinné místo.

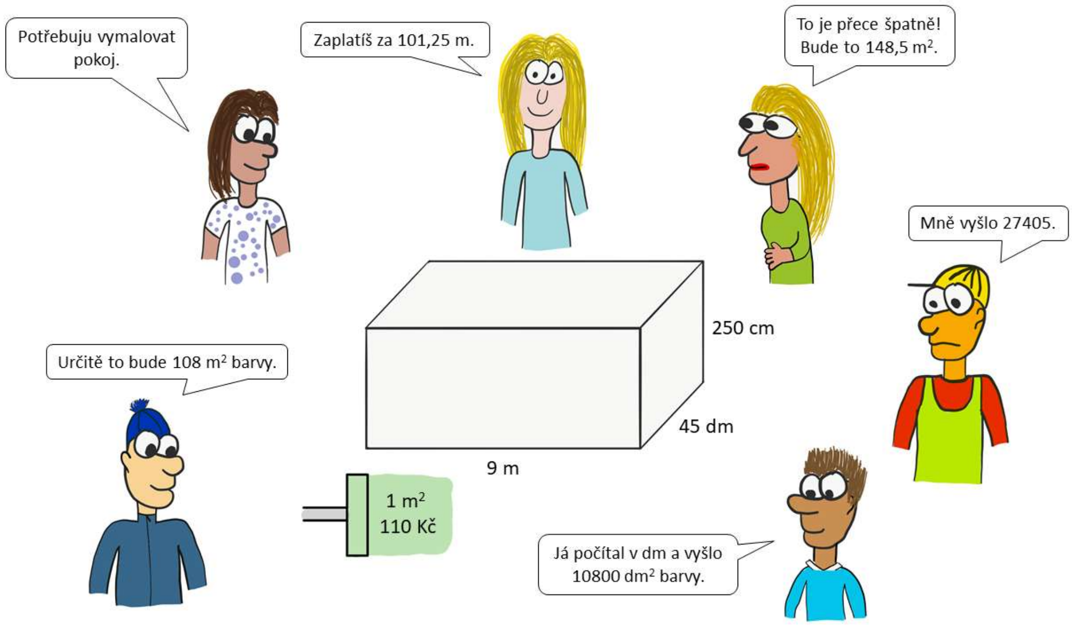
Příloha 4 – Sada nově vytvořených úloh ve formátu Concept Cartoons



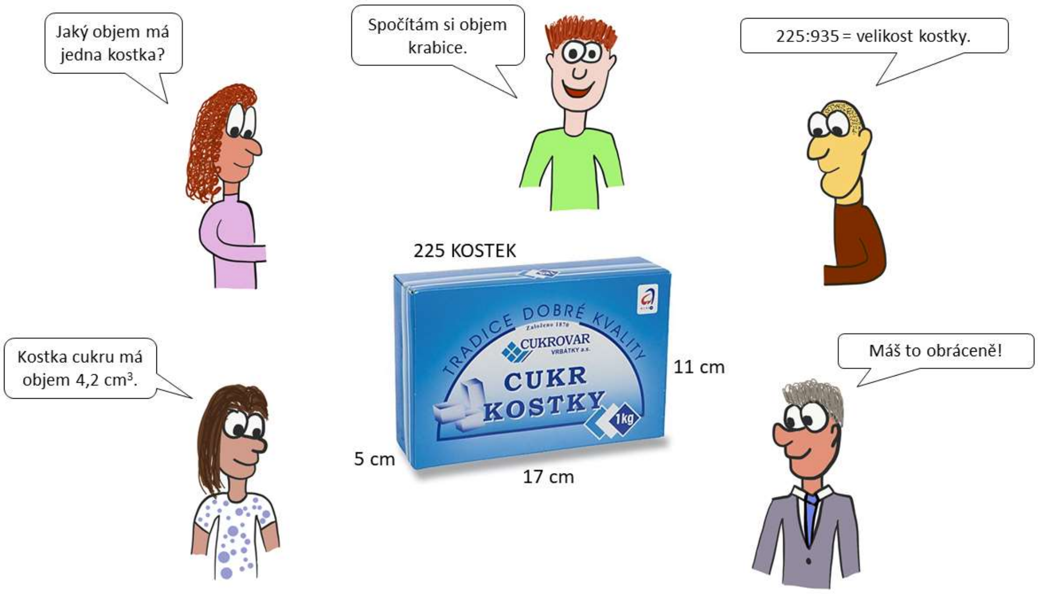
Obr. 18 – Akvárium – rozměry (autor práce)



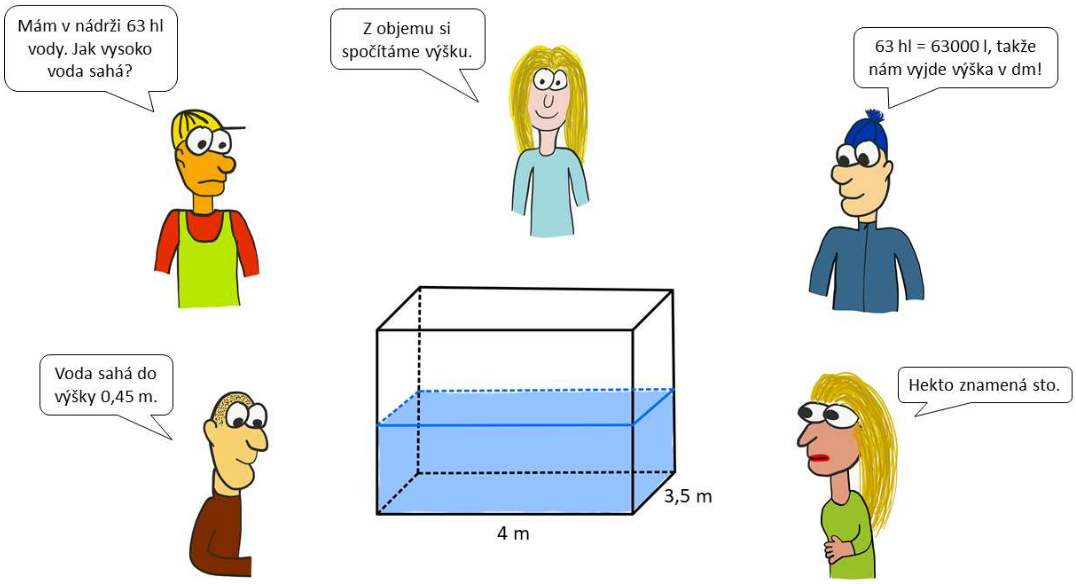
Obr. 19 – Akvárium – cena (autor práce)



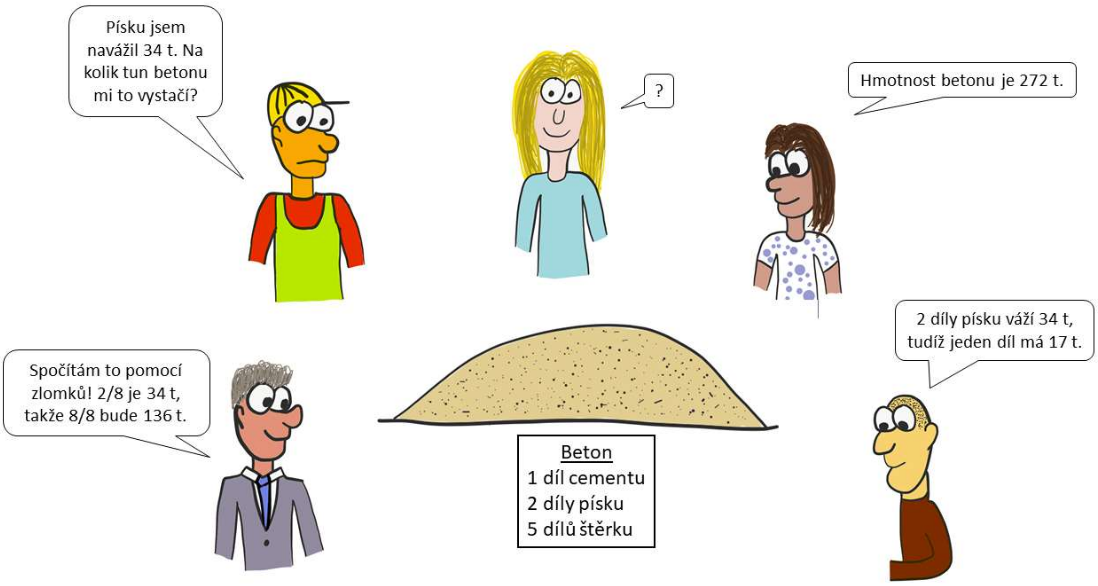
Obr. 20 – Pokoj (autor práce)



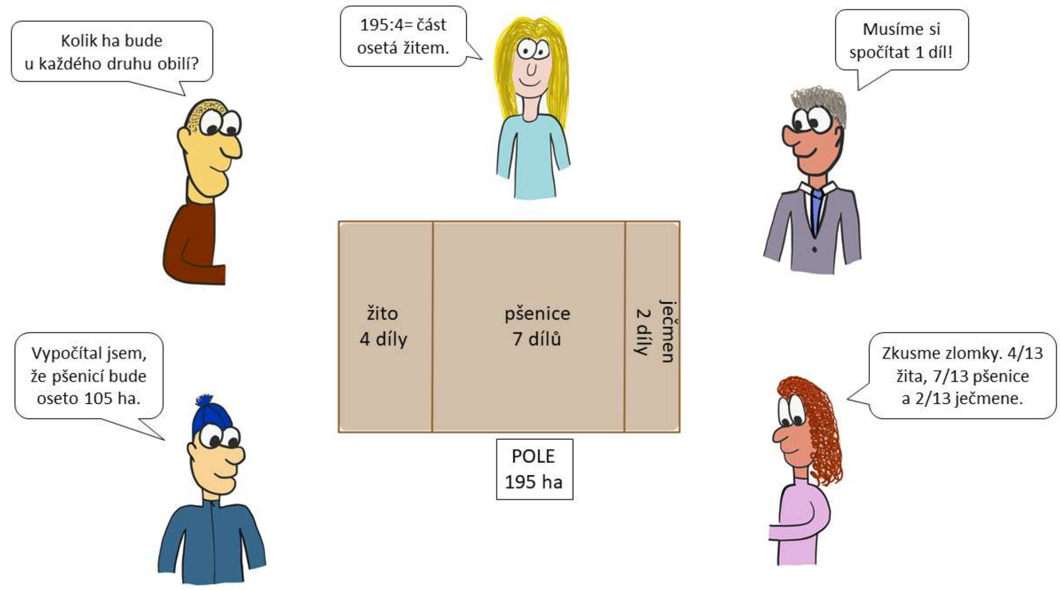
Obr. 21 – Cukr (autor práce; Cukr kostkový 2021)



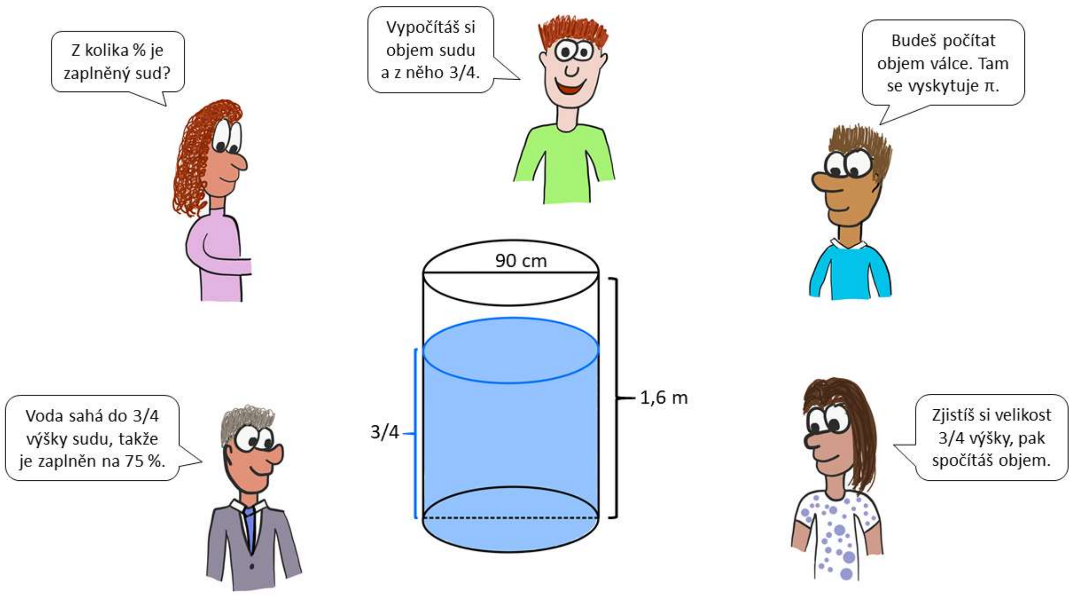
Obr. 22 – Nádrž (autor práce)



Obr. 23 – Beton (autor práce)



Obr. 24 – Pole (autor práce)



Obr. 25 – Sud (autor práce)