

**Příloha k protokolu o SZZ č.**

**Vysoká škola:** JU v Č. Budějovicích

Pedagogická fakulta

**Pracoviště:** Oddělení

**Datum odevzdání posudku:** 21. 5. 2021

**Jméno a příjmení studenta:**

Věra Němcová

**Obor:** Společný základ, Učitelství českého jazyka a literatury pro 2. stupeň základních škol, Učitelství matematiky pro 2. stupeň základních škol

**Oponent diplomové práce:**

Marek Kobera

## POSUDEK DIPLOMOVÉ PRÁCE

**Název práce:** NIM a matematika

**Kritéria hodnocení práce** (označte vždy právě jednu z možných známek: A – výborně, B – velmi dobře, C – dobře, N – nevyhověl):

### 1. Aktuálnost tématu, struktura práce

(rozsah, logická návaznost, vnitřní vyváženost)

A			
---	--	--	--

Rozsah práce je dostatečný, logická návaznost je dobrá až na dále diskutovanou výjimku. Vnitřní vyváženost je poměrně dobrá, i když teoretická část kombinuje vlastní a převzaté úvahy způsobem, který je znát. U praktické části postrádám např. teoretické relativní četnosti průběhu hry NIM, pokud by se hrála náhodnými tahy, jež by šly porovnat s četností v experimentu se žáky.

### 2. Metodologická a metodická stránka práce

(stanovení hypotéz a cílů práce, užití metod)

A			
---	--	--	--

Hypotézy stanoveny byly, jakož i cíle. Hlavní cíl byl naplněn. Autorka využívá teoretickou část k uvedení do problematiky vítězné strategie hry s nulovým součtem a její souvislosti s Sprague-Grundyovy posloupností a NIM-součtem. Praktická část je výzkumem ve třídě, který se snaží zjistit, zda žáci 6. třídy jsou schopni objevit vítězné strategie klasického NIM. Navazuje tak na teoretickou část, ale spojení není zcela průkazné.

### 3. Práce s literaturou a dalšími informačními zdroji

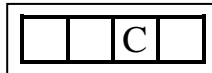
(výběr, správná citace, použití, dodržování bibliografických norem)

			N
--	--	--	---

Z textu není úplně zřejmé, co je citace, co je vlastní autorčin text, protože seznam literatury není přiřazen k citacím v textu. To je závažná chyba, nehodnotím ji ale jako plagiát na základě precedentu p. Mgr. Metnara.

V citaci č. 8 chybí kurziva.

#### 4. Odborná správnost – znalost problematiky

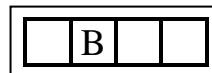


(prokázání znalosti řešené problematiky,

schopnost aplikovat znalosti na konkrétní problém)

- S. 16 Tabulka č. 2 obsahuje pouze 90 členů Sprague-Grundyovy posloupnosti na místo avizovaných 100 členů.
- S. 18 Neplatí: „Pokud Bedřich odebere 4 sirky, zůstane po jeho tahu číslo 4. Dále ve čtyřech tazích opět vyhraje, protože následuje odebírání po jedné.“ Naopak Anna by byla bývala odebrala 4 sirky a při této Bedřichově chybě by vyhrála.
- S. 21 „Cílem hráče je odebírat tak, aby po konci jeho tahu zůstala na stole pozice se sudým počtem sirek“ – nikoli, ale s lichým počtem sirek. Možná zde vzniká lehký zmatek s tím, co znamená výherní pozice. To je doloženo i zavádějícím - nesprávným: „U hry se šestnácti sirkami tedy má možnost na výhru i Bedřich z úvodní pozice, ta totiž není vyhrávající, a tím ani vítězství není předem dané pro začínajícího hráče. „ Ve skutečnosti Bedřich odebere jednu sirku a dostává se tak do výherní pozice, lichého čísla, totiž 15.
- S. 35 Co znamená „Ovšem hráč musí mít šanci vítěznou strategii aplikovat?“
- S. 38 Druhá ilustrace NIM-součtu je chybná.
- S. 38 „...tento název však platí pouze pro dvě proměnné dvouhodnotové logiky.“ Máte tedy na mysli nějaké zobecnění nonekvivalence mimo tento kontext?
- S. 39 Jednoznačnost opačného prvku už je důsledkem předchozích vlastností.
- S. 42 Druhý příklad v Příkladu 7 je chybně.
- S. 45 7. řádek shora Ne „nulový“, nýbrž „nenulový“.
- S. 46 3. řádek shora Ne „...Nim-součet je roven nule...“, nýbrž „...Nim-součet není roven nule...“.
- S. 46 Druhá část důkazu Boutonovy věty je chybně, k cíli vede jiný postup, než diplomantka píše.
- S. 46 – 47 Věta 7 se shoduje s částí Boutonovy věty. Nadto dochází k záměně prvního a druhého hráče při značení NIM-součtů. U s se nejedná o bezpečnou, nýbrž nebezpečnou pozici. Tentokrát je už důkaz správně.
- S. 48 Počet bezpečných pozic je chybný.
- S. 53 Diplomantka opomněla Wythoffovu dvojici (6, 10).
- S. 70 Pozice (1,8,4) u normálního NIMu není prohrávající.
- S. 74 Pozice (3,4,5) u normálního NIMu není prohrávající, neboť nemá nulový NIM-součet – viz Boutonova věta.(má součet 2).
- S. 92 „Svůj vliv na to zajisté má to, že zápis partií je v podobě číslic, ovšem při hře hrajeme se sirkami, kdy jejich počty nevnímáme primárně jako čísla.“ To se nedomnívám.

#### 5. Zhodnocení výsledků, naplnění cílů, aplikovatelnost v praxi

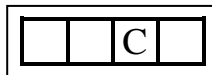


Cíle byly naplněny, otázkou je, jestli jsou tyto cíle vlastně vhodné. V praxi by mělo z práce vyplynout nějaké poučení. To snad plyne pro dobré učitele, kteří si dají práci diplomovou práci nastudovat a opravit si chyby, na něž jsem poukázal. Přesto práce zůstává spíše na úrovni toho, jak aplikovat výsledky CGT v praxi, protože Boutonova věta je dokázána na poprvé chybně a v zásadě vidíme, že všechny pozice se rozkládají na bezpečné nebo nebezpečné podle NIM-součtu, avšak řádné vysvětlení, proč tomu tak je, chybí. Ono je vlastně v práci obsaženo implicitně, jenže na od sebe vzdálených místech – v sekci, kde se mluví o algebraické struktuře binárních čísel vybavených XOR operací, a pak v sekci, kde se pojednává o NIM-hodnotě a cituje se ekvivalence různých kombinatorických her, jakou je např. NIM(3,4,5) s odebíráním v NIM(n), kterážto hra se velmi snadno analyzuje. Souvislost však chybí, autorka zůstává na povrchu tím, že jednoduše poslední výsledek pouze cituje. (A dále se vrací k diskusi o NIM se stejným počtem sirek ve dvou hromádkách u želvy).

Poučení pro děti je nejisté. Autorka se v závěru na s. 98 domnívá, že žáci jsou schopni objevit vítěznou zrcadlicí strategii v NIM(1,1), NIM(2,2), možná i NIM(3,3) a NIM(n,n) s vyšším n, ale argument četností není přesvědčivý, protože stále ještě žáci hrají tahy, jež nejsou v souladu s vítěznou zrcadlicí strategií (nemáme informaci, jak často, ale pročítáním příloh jsem zjistil, že je to asi v 52 % případů!). Možná by tedy stálo za to udělat výzkum pro případ, kdy všichni žáci budou mít dostatek příležitostí NIM hrát, a tak se i učit. Zatím se tedy dá konstatovat, že žáci šesté třídy jsou schopni někdy „počítat dva jednoduché tahy dopředu“, ale spíše ne čtyři a víc.

Asi v 18 % provedli žáci totiž tah do jednohromádkové situace, který měl okamžitě prohrát (tedy jeden typ hrubé chyby). Ze 42 % případů tahů do dvouhromádkové situace jen některé byly do symetrické situace a ještě z nich jen některé byly vedeny „strategií zrcadlových tahů“.

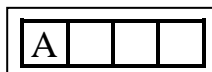
## 6. Úroveň jazykového a stylistického zpracování



Práce obsahuje 58 chyb v češtině a 9 chyb v angličtině, což je slušné.

- S. 11 Značení AP bez dostatečného vysvětlení je nevhodné.
- S. 13 – V případě přiřazování všech následovníků pozice není správné mluvit o funkci.
- S. 13 Místo pořadového čísla bych volil terminus technicus ordinální číslo.
- S. 13 Mělo by se zdůraznit, že Grundyovu hodnotu autorka definuje pouze pro konečný NIM.
- S. 17, 6. odstavec: chybí slovo „prvních“ před 180 000.
- S. 34 Překlad slova „directed“ jakožto směřovaný je umělý. Ustálené je „orientovaný“.
- S. 34 „Alespoň“ bych doporučil nahradit „alespoň jeden“.
- S. 37 V mocninách dvojky opomíjíte číslo 1.
- S. 41 „Pokud je pak součet každého sloupce 2...“ – NIM-součet není dvě, obyčejný součet může být libovolným nezáporným celým číslem.
- S. 42 „Nejvíce“ nahradit „nejvýše“,  $n$  nahradit 16.
- S. 45 nekonzistence značení XOR v Boutonově větě
- S. 48. „nenulová“ nahradit „NIM-nenulová“.
- S. 66 „Uzly mohou být spojeny i více hranami (Obrázek 28: střecha),...“ – na obrázku nevidím, možná diplomantka myslí, že graf není acyklický.
- S. 66 – 67 Nevhodná terminologie neodpovídající teorii grafů: „řetězec“ a „segment“.
- S. 67 „Lineární graf“ se standardně nazývá „cestou“.
- S. 70 V Obrázku 34 je chyba – ne NIM-součet 6, 2, 3, nýbrž 5, 2 a 3. Špatně je tak i předposlední fialově orámovaný obrázek a vlastně i poslední bambus, který má mít podle chyby 7 hran, na obrázku má ale hran 8 a správně má mít čtyři hrany.
- S. 70- 71 Předchozí chyba se promítá i do textu a dalších úvah.
- S. 84 „Rovné počty partií určující hráči začínat hru z prvního nebo druhého místa“ nakonec rovné nebyly.
- S. 87 „kooperuje“ spíše koreluje než kooperuje...

## 7. Formální a grafická úroveň práce



- S. 13 Namísto CTG bych spíše volil přijatelnější akronym CGT.
- S. 18 Podmínka  $r^2 \neq 0$  není nutná.
- S. 28 Uprímně řečeno nechápu zařazení rozboru NIM(2, 2) po uvedení NIM(3, 4, 5) a předchozích úvahách o odebírání čísel splňující různé vlastnosti.
- S. 38 „Výstup je hodnoty jedna,...“ spíše „Výstup má hodnotu jedna,...“
- S. 39 Ne „distribuční zákon“, ale „distributivní zákon“.
- S. 82 1. odstavec Chybí slovo „hodin“.
- S. 87 „Využily nabízené možnosti odehrání více her.“ Bohužel ne podle instrukcí, že mají provést sudý počet dodatečných partií, neboť jsou odevzdané liché počty záznamů.

Celkově je zvláště grafická úroveň práce vynikající a oceňuji práci na obrázcích.

## Připomínky a otázky k obhajobě:

1. Můžete prosím objasnit argument „Vyhrávajících čísel je nekonečně mnoho, ale jejich počet musí být do určité prahové hodnoty alespoň úměrný  $\sqrt{n}$ , protože jinak by jich nebylo dost na to, aby mohla pokrýt všechny možné výherní tahy z pozic čísel prohrávajících?“, (s. 17).
2. Jak vysvětlíte, že při odebírání pravých dělitelů jsou výherními čísla 2, 32 a 128, ale ne 4, 8, 16, 64 nebo 256 (s. 23)?
3. „Ve většině případů je nalezený vzor a z něho odvozený vzorec pravdivý.“ Jak byste kvantifikovala onu většinu (s. 24)?
4. Můžete prosím objasnit, jak se přijde k  $t = s \otimes a_j \otimes b_j$ ? (s. 47)
5. Kdybyste hrála se svou soupeřkou hru, kdybyste měla vedle sebe NIM(3, 4, 5), NIM(4, 5, 6) a NIM(4, 5, 6), s tím, že byste Vy i Vaše soupeřka mohla v každém tahu hrát jeden přípustný tah na libovolné z NIM her, jak by vypadala Vaše vítězná strategie?

**Celkové hodnocení práce** (výsledná známka není aritmetickým průměrem známek jednotlivých kritérií hodnocení práce): **B – velmi dobře**

V Českých Budějovicích dne 21. května 2021

Podpis oponenta práce