Pedagogická fakulta
Faculty of Education
Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH
PEDAGOGICKÁ FAKULTA
KATEDRA MATEMATIKY

ROZDÍLNÁ HLEDISKA PŘI PRÁCI S TIŠTĚNOU UČEBNICÍ A I-UČEBNICÍ VE VYBRANÝCH KAPITOLÁCH MATEMATIKY V TERCIÁLNÍM VZDĚLÁVÁNÍ

DISERTAČNÍ PRÁCE

Mgr. Klára Vocetková

2022

Školitel: prof. RNDr. Pavel Tlustý, CSc.

Pedagogická fakulta
Faculty of Education
Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

UNIVERSITY OF SOUTH BOHEMIA IN ČESKÉ BUDĚJOVICE
FACULTY OF EDUCATION
DEPARTMENT OF MATHEMATICS

DIFFERENT VIEWS ON UNIVERSITY STUDENTS´ WORK WITH A PRINTED TEXTBOOK AND AN I-TEXTBOOK OF MATHEMATICS

DOCTORAL THESIS

Mgr. Klára Vocetková

2022

Supervisor: prof. RNDr. Pavel Tlustý, CSc

BIBLIOGRAFICKÁ IDENTIFIKACE

Jméno a příjmení autora: Mgr. Klára Vocetková

Název disertační práce: Rozdílná hlediska při práci s tištěnou učebnicí a I-učebnicí ve vybraných kapitolách matematiky v terciálním vzdělávání

Název disertační práce anglicky: Different Views on University Students' Work with a Printed Textbook and an I-textbook of Mathematics

Studijní program: Specializace v pedagogice

Studijní obor: Teorie vzdělávání v matematice

Školitel: prof. RNDr. Pavel Tlustý, CSc.

Klíčová slova: Funkčně strukturální analýza, Matematický výzkum učebnic, Preference studentů, Tištěná učebnice vs. I-učebnice, Technologie ve vzdělávání

Key words: Functional structural analysis, Mathematical research of textbooks, Printed textbook vs. I-book , Student preferences, Technology of Education

Ráda bych touto cestou poděkovala vedoucímu disertační práce prof. RNDr. Pavlu Tlustému, CSc. za vedení práce a cenné připomínky. Za odborné rady v oblasti didaktiky upřímně děkuji též doc. RNDr. Heleně Koldové, Ph.D. a za konzultace při zpracovávání kvantitativní části práce prof. RNDr. Tomáši Mrkvičkovi, Ph.D.

Prohlašuji, že svoji disertační práci na téma „Rozdílná hlediska při práci s tištěnou učebnicí a I-učebnicí ve vybraných kapitolách matematiky v terciálním vzdělávání“ jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své disertační práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne 27. 12. 2022 ………………………………

(podpis)

ABSTRAKT

Český edukační trh v primárním a sekundárním vzdělávání disponuje pestrou nabídkou tištěných učebnic, ke kterým v posledních letech přibývají I-učebnice, v menší míře také hybridní učebnice. Žáci a studenti mohou tak procvičovat velké množství příkladů a vytvořit si dostatečné matematické základy ke zvládnutí terciálního vzdělávání. Výukové materiály pro terciální vzdělávání již nakladatelství hromadně nevydávají a studentům doporučují materiály k osvojování učiva zpravidla samotní vyučující. Někteří vyučující předkládají studentům různé sbírky úloh k procvičování, jiní využívají nabídek digitálních výukových portálů. Málokdy je ale studentům nabídnuta alternativa dle uplatnění zásady individuálního přístupu při výběru média, která je v námi realizovaném výzkumu zohledněna.

Disertační práce obsahuje dvě základní části, teoretickou a empirickou. V teoretické části práce jsou shrnuta teoretická východiska. Kromě definice a výzkumu učebnic je podrobněji popsána problematika týkající se funkčně strukturální analýzy učebnic a vytvořena kategorizace matematického textu. Speciální kapitola je věnována terciálnímu vzdělávání, specifikům matematického textu a didaktickým zásadám v kontextu s výběrem učebnic.

V empirické části práce je popsána metodologie realizovaného výzkumu, který navazuje na výsledky proběhlých výzkumů ve variabilních podmínkách. Hlavním cílem výzkumu disertační práce je zjistit rozdílná hlediska při práci s tištěnou učebnicí a I-učebnicí v matematice v terciálním vzdělávání. Hlavními sledovanými hledisky jsou počet použitých nápověd potřebných k vyřešení úloh, chybovost při řešení úloh a čas potřebný k vyřešení úloh. Další otázky směřují do problematiky preferencí výběru učebnice a využitelnosti interaktivních prvků v nových médiích. Posledním porovnávaným hlediskem je výsledné hodnocení studentů ve vztahu k výběru média.

Respondenty výzkumu jsou studenti druhé části základního kurzu inženýrské matematiky na Ekonomické fakultě Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích, kterým bylo pro účely testování zadáno několik sad úloh k osvojování učiva. Testové otázky byly vybrány na základě specifikační tabulky a splňovaly požadavky na validitu, reliabilitu, praktičnost, obtížnost a citlivost. Splněním vlastností dobrého měření tak mohly být hlavní a vedlejší

výzkumné otázky, ke kterým byly na základě teorie formulované hypotézy, kvantitativně zpracovány a formulované hypotézy verifikovány.

ABSTRACT

The Czech education market at the primary and secondary level offers a wide variety of printed textbooks, which are more and more accompanied by I-textbooks and also by hybrid textbooks. Elementary school pupils and their counterparts in secondary schools may practice their mathematical skills using various mathematical exercises, which help them achieve a solid foundation necessary for successfully completing university mathematics courses. The teaching materials for the university level are not issued widely, as it is for elementary and secondary schools, universities usually use their materials, and the university teachers recommend them to their students. Some of the teachers present to their students printed practice books, and others use digital teaching portals available online. Seldomly the teachers provide the teaching materials to their students according to their individual learning styles. This approach is a core issue of the presented research.

The thesis consists of two parts: theoretical and empirical. The theoretical part presents the theoretical background of the research, including the definition and classification of textbooks and the functional structure textbook analysis and categorization of the mathematical text. A particular chapter is devoted to the university education level, specifics of the mathematical text, and the didactical principles in the context of textbook selection.

The empirical part presents the conducted research methodology following the results of previous pieces of research in variable conditions. The main objective of the work is to identify the different viewpoints on the work with a printed university mathematics textbook and an I-textbook. The main viewpoints are the number of used hints necessary for solving mathematical problems, the students' error rate, and the time the students need to solve these problems. Other research questions deal with the selection preferences of the students regarding the media and the utility of interactive elements in new media.

The research respondents are first-year university students participating in the introductory course of engineering Mathematics at the Faculty of Economics at the University of South Bohemia in České Budějovice who were given several sets of mathematical problems to solve and to help them to acquire the given subject matter. These problems were selected based on a specification table to meet the necessary validity, reliability, practicability, and sensitivity so that the posed research questions and formulated hypotheses could be processed quantitatively and verified.

OBSAH

1 ÚVOD

Je třeba si uvědomit, že matematika je součástí mnoha oblastí života. Zasahuje do peněžnictví, medicíny, ekonomiky, dopravy a mnoha dalších oborů lidské činnosti. Aby člověk mohl porozumět těmto oborům, musí rozumět matematice. Rozvíjení matematické gramotnosti vede k prohloubení schopnosti argumentace, kritického myšlení a k řešení reálných situací. Bohužel si musíme přiznat, že matematika dnes nepatří k oblíbeným předmětům. Zájem o ni, stejně jako o další přírodní vědy, dramaticky klesá (Stuchlíková, Janík et al., 2015). Žákům a studentům je tudíž třeba předložit takový způsob výuky, který je zaujme, bude správně motivovat a zároveň jim předá potřebné kompetence. Tak můžeme posílit jejich flexibilitu a adaptibilitu na trhu práce. K realizaci je potřeba mít dostatečnou oporu v kvalitních vyučujících a vhodných výukových materiálech. To je jeden z důvodů, proč je třeba výzkumu učebnic věnovat významnou pozornost.

Žijeme a vzděláváme studenty v 21. století, kde informační a komunikační technologie představují důležitou a nepostradatelnou součást státní, podnikatelské a soukromé sféry. Tomu je nutné přizpůsobit i samotné vzdělávání. Stále se zrychlující vývoj technologií způsobil, že podmínky, v nichž vzdělávání probíhá, se značným způsobem proměnily. Technologie pronikly do všech oblastí života a staly se běžnou a dostupnou výbavou. Změnily způsob vnímání informací a jejich následné využívání. Informace jsou všude kolem nás dostupné. Tento snadný přístup k informacím vede právem u mnoha lidí, studenty nevyjímaje, k přesvědčení, že není třeba si pamatovat tolik učiva nazpaměť. Co je ale naopak důležitější a v dnešní době mnohem složitější, umět se v dostupných informacích orientovat, třídit je a vyhodnocovat jejich kvalitu, relevantnost a správnost.

S učebnicemi to není jiné. Na edukačním trhu nalezneme celou řadu tištěných, elektronických, hypertextových a interaktivních učebnic, ke kterým v poslední době přibývají digitální výukové portály. Studenti a učitelé mohou vybírat z pestré nabídky. O nedostatek materiálů není nouze. Problémem je spíše jejich nepřehlednost a nejednotnost (Maňák, 2008) nebo nesoulad se skladbou tematických celků. Školy dnes na základě rámcových vzdělávacích programů pro daný typ vzdělávání mají povinnost zařadit jednotlivé tematické celky, avšak v rámci školních vzdělávacích programů je mohou zařadit do různých ročníků. Z vlastní zkušenosti můžeme říct, že další problém spatřujeme v instalaci podpůrných programů, které jsou často nutné pro komplexní fungování digitálních výukových portálů, a ve složitosti formulování některých matematických problémů. Z celé řady odborných článků a výzkumů (Nebeský, 1982; Fang a Schleppegrell, 2010; Abedi a Lord, 2001) je zřejmé, že úspěšnost správného vyřešení matematických úloh je spojena s jazykovou vybaveností a složitost textu hraje významnou roli při jejich řešení. Na rozdíl od jiných předmětů je matematika obzvlášť citlivá na jednoznačný výklad. Dalším z klíčových faktorů při digitálním testování matematických úloh je používání znaků anglické abecedy, závorek, mocnin či obecně správné syntaxe. Je tedy patrné, že nepřesná či nejednoznačná otázka nebo pouze povrchní zpracování problému mohou být mnohdy problémem pedagogiky v matematice. Všechny zmíněné ovlivňující faktory musí být zváženy i v nově vznikajících médiích. Ve výčtu problémů v souvislosti s nabídkou výukových materiálů nesmíme zapomenout bohužel i na častou chybovost.

Školy mohou při výuce používat jakékoliv učebnice a učební texty, pokud nejsou v rozporu s cíli vzdělávání stanovenými zákonem, s rámcovými vzdělávacími programy nebo právními předpisy, a pokud svou strukturou a obsahem vyhovují pedagogickým a didaktickým zásadám vzdělávání.[1] *Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy České republiky* (MŠMT) na základě posouzení všech parametrů vydává učebnicím základního a středního vzdělávání tzv. *schvalovací doložku*, která má pro školy informační charakter. Obvykle se vydává na dobu 6 let, avšak uplynutí doby platnosti v žádném případě neznamená, že učebnici nelze již dále používat. Rozhodnutí o používání či nepoužívání jakékoliv učebnice je zcela na úvaze ředitele školy. Výukové materiály používané v terciálním vzdělávání a stejně tak nově vznikající digitální výukové materiály žádnou podobnou kontrolu nemají. Můžeme zde ale zmínit rozcestník s nástroji pro online vzdělávání, které doporučuje MŠMT. Rozcestník je průběžně aktualizován a snaží se pomáhat studentům, učitelům i rodičům s nabídkou digitálních výukových materiálů. Materiály jsou zde roztříděny dle stupňů vzdělávání a dle oblastí výuky. Troufneme si říci, že zmíněné digitální výukové materiály byly klíčovým zdrojem při distančním vzdělávání a lze je považovat za osvědčené a kvalitní. Právě o tyto materiály se opíráme v empirické části práce.

[1] Podrobněji popisuje školský zákon v § 27, odst. 2.

Nejčastějšími didaktickými prostředky v digitálních výukových materiálech, které se na doporučených stránkách rozcestníku vyskytují, jsou různé sady testů, včetně počítačem podporovaného hodnocení. Díky okamžité zpětné vazbě a možnostem opakovaného procvičování z pohledu studentů či díky rychlému vyhodnocení a snadné variabilnosti při vytváření úloh z pohledu učitelů je počítačem podporované hodnocení stále více aktuální. Počítačem podporované hodnocení však představuje oproti testování na papíře složitější systém. Vždy je třeba zajistit technologickou vybavenost, mnohdy instalaci podpůrných programů a dostatečné internetové připojení. Učitelé musí dále v matematice skloubit přesnost, jednoduchost a srozumitelnost při zadávání úloh a u některých typů testových úloh požadovat jednoznačnou syntaxi. Pokud chceme počítačem podporované hodnocení využít zároveň k testování na známky a nikoliv jen k procvičování úloh, musíme přizpůsobit testu správný časový rámec.

Obecně můžeme chápat učebnici jako nutnou součást edukace, do které jsou zapojeni ve školním procesu studenti a učitelé, v mimoškolním procesu občas i rodiče. Prioritními uživateli učebnic jsou ovšem studenti. Jisté je, že dobrá učebnice by měla být nepostradatelným či nezastupitelným prostředkem ve vzdělávacím procesu, měla by usnadnit práci učitelům a sloužit nejen ke vzdělávání, ale i k sebevzdělávání. Z pohledu studenta by měla plnit zpevňovací a kontrolní funkci a vhodně by měla být doplněna didaktickými prostředky k naplnění sebehodnotící funkce. Měla by být psaná poutavým a srozumitelným textem, doplněna vhodně zvoleným obrazovým materiálem, smysluplnými příklady a mít schopnost transformovat získané poznatky do dalších oborů či do reálného světa. Měla by splňovat multifunkční úlohu vzhledem k rozdílnosti co do nadání pro daný předmět, tak i speciálních požadavků. Jazyk školních učebnic by měl být přirozený (Kuřina, 1986). Učebnice by měly být psány stylem, jenž bude motivací k dalšímu studiu či hlubšímu přemýšlení nad probíraným učivem, udrží soustředěnost i koncentraci a bude obsahovat příklady, které souvisí s jejich každodenním životem. Taková učebnice bude bezpochyby vítaným pomocníkem. I když nás dnešní učebnice mnohdy na první pohled zaujmou, mají doporučenou schvalovací doložku a jsou v souladu s požadavky rámcových vzdělávacích programů, není ještě zárukou, že se v praxi osvědčí. Zůstává stále otázkou, jak má vypadat učebnice z pohledu studenta.

Často se zapomíná na skutečnost, že s výběrem vhodné učebnice či digitálních výukových materiálů souvisí i přístup k učení. Studenti ale často musí přijímat didaktické prostředky, které jim jsou předloženy. Přitom způsob, jakým je učivo v nich didakticky transformováno, je velmi důležitý, neboť ovlivňuje metody vyučování a samotného učení. Učitelé často zadávají úlohy bez možnosti si vybrat mezi variantou učebnice, čímž opomíjejí různorodé požadavky studentů. Na obranu učitelů je třeba říct, že navzdory velkému množství výukových materiálů chybí v současné době na českém edukačním trhu pestrá nabídka hybridních sbírek. V případě středoškolské matematiky nalezneme na českém edukačním trhu hybridní[2] pracovní sešity od nakladatelství *Fraus*. Pokud se ale zaměříme na výukové materiály v terciálním vzdělávání, tak dříve rozšířená a nejčastěji používaná skripta jsou dnes nahrazena z velké části novými edukačními médii. Akademické knihovny často přecházejí od tisku k digitálním materiálům, neboť předpokládají vzhledem k současnému digitálnímu světu větší zájem o nová média. Pouze digitální formáty však nemusí všem studentům vyhovovat. Dle Durant a Horava (2015) nebo dle Baron, Calixte a Havewala (2017) by se akademické knihovny měly zaměřit na nabídky hybridních materiálů, které budou obsahovat jak tištěné, tak digitální varianty učebnic. Bezesporu velkou výhodou hybridních sbírek je to, že podporují celou škálu stylů učení a nabízí více formátů pro různorodé požadavky studentů.

Hlavním problémem, kterým se zabýváme v této práci, je zjistit rozdílná hlediska při práci s tištěnou učebnicí a I-učebnicí. Pokládáme si tedy otázku, jaké jsou rozdíly při používání těchto variant učebnice. Účinností výukového procesu za pomocí integrace multimédií se zabýval Najjar (1996), který ve své publikované rešerši výzkumů naopak zmiňuje, že celá řada studií potvrdila, že výuka pomocí multimédií významně zkracuje dobu učení. Uvádí, že interaktivita má silný pozitivní vliv na učení, studenti se učí rychleji a získávají lepší postoje k učení. Naopak problematiku s digitálními formáty v souvislosti s povrchním čtením zmiňují Nielsen (2006), Wolf (2010) nebo Cull (2011).

Podrobněji se budeme problematice učebnic v souvislosti s rozdílnými hledisky tištěné učebnice a I-učebnice věnovat v kapitole „Formulace problému“. Námi designovaný výzkum bude navazovat na již zrealizované výzkumy, ale bude proveden ve variabilních podmínkách.

---

[2] Hybridní varianta učebnice propojuje výuku s online materiály, které jsou určené k interaktivnímu procvičování.

2 CÍL PRÁCE

Ve výzkumu se budeme věnovat testování matematických úloh v terciálním vzdělávání a hledat rozdílnosti při práci s tištěnou učebnicí a I-učebnicí, přičemž se zaměříme pouze na testování, které slouží k osvojování učiva. Stanovíme si následující hlavní cíl práce.

- *Hlavním cílem disertační práce je zjistit rozdílná hlediska při práci s tištěnou učebnicí a I-učebnicí ve vybraných kapitolách v matematice v terciálním vzdělávání.*

Abychom mohli zjišťovat rozdílná hlediska při práci s tištěnou učebnicí a I-učebnicí při osvojování učiva, je třeba učebnice matematiky umět analyzovat. Z tohoto důvodu je zapotřebí splnit následující dílčí cíl práce.

- *Dílčím cílem disertační práce je provést kategorizaci strukturních komponent tištěných učebnic a I-učebnic v matematice.*

Výzkum jsme se rozhodli zpracovat tak, aby byla uplatněna zásada individuálního přístupu, aby si vysokoškolský student vybral variantu učebnice, s kterou bude pracovat. S tím pochopitelně také souvisí, jak si student zpracovává v průběhu semestru poznámky, na základě kterých se následně připravuje na zkoušku. V souvislosti s touto problematikou si pokládáme další dva vedlejší cíle práce:

- *VC1 – zmapovat preference studentů při výběru varianty učebnice,*
- *VC2 – ověřit, zda používaná varianta učebnice má vliv na výsledné hodnocení.*

3 TEORETICKÁ VÝCHODISKA

3.1 DEFINICE UČEBNIC

Učebnice je obecně řečeno školní učební pomůcka určená k výuce. V pedagogické literatuře najdeme několik definic a různých pohledů, jak lze učebnici jako prostředek edukace chápat.

Doleček, Řešátko a Skoupil (1975) učebnici chápou jako prostředek učení. Dle nich je učebnice knižní učební pomůcka, která obsahuje pro žáka nové učivo, cvičení, otázky a úkoly. Je didakticky zpracovaná s ohledem na cíle výchovy a vyučování a na zvláštnosti učících se. Průcha (1998, s. 13) chápe učebnici jako *„edukační konstrukt, tj. výtvor vytvořený pro specifické účely edukace“*, začleněný do několika systémů. Vymezení pojmu učebnice závisí na tom, do jakého systému bude učebnice zařazena. Jedná se v nejobecnějším pojetí o prvek kurikulárního projektu, jehož součástí jsou didaktické prostředky. V užším pojetí je učebnice školním didaktickým textem, který lze zařadit do systému didaktických prostředků. Průcha, Walterová a Mareš (2013, s. 323) ji chápou jako *„druh knižní publikace uzpůsobené k didaktické komunikaci svým obsahem a strukturou“*.

Pojem elektronická učebnice je velmi obecným a širokým pojmem. Z jedné strany se může jednat pouze o elektronickou verzi papírového textu, ze strany druhé může být pokročilým strukturovaným a multimediálním konstruktem, doplněným hypertextovými odkazy či interaktivními prvky.

V našem výzkumu pracujeme s tištěnými i elektronickými výukovými materiály, které jsou doplněny multimediálními prvky, hypertextovými odkazy či interaktivními prostředky k sebehodnocení. Jedná se v podstatě o *„interaktivní výukový objekt a didakticky zdůvodněný soubor výukových prvků (obrázků, videí, zvuků, tabulek, grafů a textů), sestavených do jednoho celku, který umožňuje interakci s aktéry výuky (učiteli a žáky)“* (Dostál, 2009, s. 16).

Takovýto interaktivní výukový objekt, do kterého patří jak interaktivní učebnice, tak i digitální výukové materiály, nazýváme v disertační práci *interaktivní variantou učebnice*, zkráceně *I-učebnicí. Tištěnou variantou učebnice* myslíme papírovou učebnici.

3.2 VÝZKUM UČEBNIC

3.2.1 INSTITUTY ZABÝVAJÍCÍ SE VÝZKUMY UČEBNIC VE SVĚTĚ

Ve světě existuje několik speciálních pracovišť, kde se systematicky věnují výzkumům učebnic. Ze sousedních zemí je to například *Georg-Eckert-Institut für internationale Schulbuchforschun*[3] v Německu. Hlavní náplní jeho veškerých výzkumů a výzkumných projektů jsou učebnice a školní vzdělávací média z pohledu sociálních a politických kontextů. Zvláštní pozornost směřuje k společenským vědám, náboženství, islámským studiím nebo problematice migrace. Napříč Evropou spolupracuje s několika státy, včetně České republiky. Pravidelně každé dva roky se schází *Deutsch-Tschechische Schulbuchkommission* na konferencích. Výzkumy jsou sice zaměřeny převážně na evropské prostředí, nicméně nechybí ani srovnávací studie či spolupráce s Čínou, Japonskem, Izraelem, Palestinou a USA. V roce 1985 byl *Georg-Eckert-Institut* oceněn cenou *UNESCO* za mírové vzdělávání. Institut publikuje odborné zprávy, recenze a stati. Institut vydává pravidelně kvartálně časopis *Internationale Schulbuchforschung*.

Georg-Eckert-Institut zařadil v posledních letech do výzkumných projektů i témata vztahující se k elektronickým učebnicím. V letech 2012–2014 realizoval projekt *Elektronická média ve vyučování*[4], v letech 2012–2018 *Digitální výuka a učení*[5] a v letech 2016–2018 projekt s názvem *Nové poznatky v nových médiích? Lekce společenských věd v době mediálních změn a společenského otevírání ve 20. století*[6].

V Evropě je nutné zmínit také výzkumy profesora Mikka z univerzity v estonském Tartu (Mikk, 2007). Dlouhodobý výzkum učebnic je prováděn v Japonsku, kde pracuje centrum *Japan Textbook Research Center*[7]. Jedná se o jedno z největších pracovišť pro výzkum učebnic na světě. Od roku 1991 sdružuje organizace *IARTEM* (*International Association for Research on Textbooks and Eductional Media*)[8] výzkumný tým zabývající se učebnicemi. Jedná se

[3] www.gei.de
[4] Elektronische Medien im Unterricht
[5] Digitales Lehren und Lernen
[6] Neues Wissen in neuen Medien? Gesellschaftwissenschaftlicher Unterricht in Zeiten medialen Wandels und sozialer Öffnung im 20. Jahrhndert
[7] http://www.textbook-rc.or.jp/eng/indexe_purpose.html
[8] https://iartem.org/

o mezinárodní organizaci pro výzkum učebnic a edukačních medií. Hlavní výzkumné směry, kterými jsou výběr, užívání učebnic, analýzy textů a obrazových komponent, ale i další, jsou prezentovány na pravidelných konferencích.

V Německu nesmíme zapomenout institut *Volk und Wissen*[9], který byl založen v roce 1945 v Berlíně a Lipsku a byl hlavním vydavatelem učebnic v bývalé NDR. Institut se také zabýval strukturními komponenty a funkcemi učebnic. Prošel bouřlivým obdobím během znovusjednocení Německa. Vzhledem k tomu, že původní učebnice se již nemohly dál používat, zaznamenal největší objednávku učebnic v historii. Další klíčovou změnou byla privatizace institutu. Od roku 1991 spolupracuje s nakladatelstvím *Cornelsen*[10], které od roku 2015 zavedlo celou řadu matematických elektronických učebnic. V současně době má v nabídce dvě ucelené řady učebnic matematiky pro základní školy a pro střední školy zpracovanou interaktivní sbírku vzorců, včetně matematiky.

3.2.2 INSTITUTY ZABÝVAJÍCÍ SE VÝZKUMY UČEBNIC V ČR

V 80. letech 20. století v bývalém Československu vzniklo při Státním pedagogickém nakladatelství Praha a SPN Bratislava *Středisko pro teorii tvorby učebnic*. Stejná situace byla v dalších evropských socialistických státech (NDR, Polsko, Jugoslávie, SSSR). Po roce 1989 začala vznikat soukromá nakladatelství. Výsledkem byla řada nových učebnic či učebních materiálů, které vykazovaly značnou nejednotnost. Vznikaly učebnice s nepříliš uspořádanými texty a bez didaktické nadstavby.

Na tuto nepříznivou situaci po roce 1989 v oblasti učebnic reagoval Maňák a z jeho iniciativy vznikla na Pedagogické fakultě Masarykovy univerzity skupina pro výzkum učebnic, tzv. *Centrum pedagogického výzkumu.* Od roku 2011 byla skupina přejmenována na *Institut výzkumu školního vzdělávání*[11]. Výzkumné pracoviště, zabývající se teorií učebnic, jak je tomu v jiných zemích, v současné době v České republice neexistuje.

[9] www.volkundwissen.de
[10] https://www.cornelsen.de/
[11] http://www.ped.muni.cz/weduresearch/joomla/

Aktivity Institutu výzkumu školního vzdělávání směřují k systematicky koordinovanému výzkumu učebnic, který přináší výzkumně ověřené poznatky s ohledem na aktuální potřeby pedagogické teorie a praxe, vzdělávací politiky a tvorby učebnic.

Výzkumy Institutu (Janík et al., 2011, s. 25) směřují do tří tematických oblastí:

- výzkum kurikula a jeho proměn;
    - zodpovídá obecnější otázky týkající se cílů a obsahů vzdělávání,
    - zkoumá procesy tvorby, implementace, realizace a evaluace kurikulárních dokumentů,
    - zkoumá vztahy mezi teorií kurikula, kurikulární politikou a vzdělávací praxí,
- výzkum vyučování a učení;
- výzkum učitelské přípravy a profesionalizace.

Cílem Institutu (Janík et al., 2011, s. 66) je:

- produkovat kvalitní, spolehlivé a empiricky ověřené poznatky týkající se kurikula, zejména s ohledem na potřeby teorie a praxe;
- navrhovat, rozvíjet a ověřovat možnosti empirického zkoumání kurikulárních dokumentů, zejména učebnic, včetně širšího kontextu jejich tvorby, schvalování, užívání, hodnocení aj.;
- poskytovat teoretickou a metodologickou podporu a publikační příležitosti začínajícím i zkušeným badatelům v oblasti výzkumu kurikula;
- organizovat konference a semináře, jež směřují k etablování a dalšímu rozšiřování odborné komunity, která své aktivity směřuje do oblasti výzkumu kurikulárních studií.

Institut pravidelně vydává odborné studie a publikuje je v recenzovaných monografiích a sbornících, např. *Učebnice pod lupou* (Maňák & Klapko, 2006), *Hodnocení učebnic* (Maňák & Knecht, 2007), *Učebnice z pohledu pedagogického výzkumu* (Knecht & Janík, 2008), *Kurikulum a výuka v proměnách školy* (Najvarová & Šebestová, 2009). Posledním vydaným sborníkem je *Institut výzkumu školního vzdělávání 2003–2017* (Janík, 2018).

3.2.3 SMĚRY VÝZKUMU

Na učebnici lze nahlížet z několika pohledů. V užším kontextu lze učebnici chápat jako kurikulární projekt, v širším kontextu se lze zaměřit na proces tvorby, schvalování, užívání, hodnocení, evaluace atd. Z tohoto pohledu existuje několik oblastí výzkumu. Výzkumná témata roztřídíme do tří hlavních oblastí.

3.2.3.1 Tvorba, schvalování a výběr učebnic

Samotná tvorba učebnic je do jisté míry dílem autora či autorského kolektivu, který předloží námět na zpracování či strukturu učebnice. Dále se na vydání učebnice podílejí grafici, externí recenzenti, typografové, ilustrátoři a další. Důležitou roli hraje nakladatelství, které musí učebnici schválit. Ve většině vyspělých zemí je tato činnost komerční záležitostí. U nás momentálně existuje několik nakladatelství vydávajících učebnice. Mezi největší nakladatelství patří *Albatros, Alter, Didaktis, Fortuna, Fraus, Nová škola, Prodos, Prométheus* a další[12].

Do této kategorie řadíme i procesy spojené se schvalováním učebnic a výběrem učebnic. Některé země mají systém schvalování na úrovni státu, jiné schvalují učebnice na lokální úrovni, některé dokonce nevyžadují žádné schvalování učebnic a ponechávají výběr na škole. Častá je kombinace výše zmíněných možností.

Výběrem učebnic se u nás zabývala Sikorová (2007). Zjistila, že společně s kolegy rozhoduje o výběru učebnic až 84 % respondentů. Úloha ředitele spočívala převážně ve schvalování již vybraných učebnic. Také zmiňuje, že výběr učebnic ovlivňuje řada vedlejších faktorů, jako jsou ekonomické, sociální či vnitřní charakteristiky samotné učebnice. Mezi nejčastější faktory ovlivňující výběr učebnice patří na základních, středních školách a gymnáziích finance školy, schvalovací doložka a dostupnost informací, naopak u středních odborných učilišť jsou hlavními faktory ekonomická situace rodin a ochota rodičů.

Učitelé mají dnes poměrně značnou možnost podílet se na výběru učebnic v předmětech, které vyučují, avšak většina z nich by uvítala pomoc při hodnocení a výběru učebnic (Sikorová, 2007). Učitel stojí mnohdy před rozhodnutím, kterou z nabízených učebnic

[12] Seřazeno abecedně.

zvolit pro výuku. Rozhodnutí je velmi obtížné, neboť na první pohled učebnice většinou slibují kvalitní pramen poznání a záruku účinných výsledků. Vzhledem k tomu, že učitel nemá k dispozici didaktickou analýzu učebnic, dá často přednost učebnici, ve které se dokáže relativně rychle orientovat. Bohužel důsledkem může být, že vybírá učebnici na základě svých potřeb. Tento problém si některé fakulty včas uvědomily a zařazují v rámci didaktiky semináře směřující k hodnocení učebnic, aby usnadnily studentům orientovat se na trhu učebnic.

3.2.3.2 Užívání učebnic

Rozdíly v používání učebnic souvisejí se stupněm vzdělávání, na kterém učitel vyučuje. Mnohé studie v USA dokládají, že zkušení učitelé s delší praxí jsou závislí na učebnicích méně než jejich začínající kolegové (Greger, 2006). Zdá se, že zvláště začínajícím učitelům učebnice nabízí cestu, jakým způsobem vést vyučovací jednotku. Začínající učitelé totiž většinou ještě nedisponují zkušenostmi, jak využívat svých pedagogických kompetencí, a nedokážou kreativně a flexibilně přizpůsobovat výuku (Švec, 2002).

Z druhé strany tvrzení, že dobří učitelé nepoužívají učebnice, je chybné, a to zvlášť v případech, kdy mají k dispozici kvalitní učebnice. V patnácti z osmnácti výzkumů se potvrdil významný vliv učebnice na výsledky učení, zatímco vliv učitele na výsledky učení se ukázal pouze ve třinácti z těchto výzkumů (Mikk, 2007). Máme ale i výzkumy s opačným závěrem. Hypotézu, zda začínající učitelé používají učebnici ve školních činnostech častěji, si položila také Červenková (2011) a zjistila, že frekvence užívání učebnic se s délkou praxe neliší.

Využití učebnice ve škole závisí do velké míry na učiteli, jenž je tvůrcem vyučovací jednotky. Výzkumy v této části jsou zaměřeny částečně na učitele, který určuje práci s učebnicí ve výuce, a částečně na ty, kteří s ní pracují při přípravě na vyučování.

Na základě rozborů videostudií, které provedli Janík et al. (2008), byla zjištěna skutečnost, že učitelé používají učebnici při přípravě na realizaci výuky, nicméně v samotné výuce již s učebnicí nepracují. Zdá se, že učitelé přetváření obsah učebnice do srozumitelnější podoby. Jinými slovy učitelé nahrazují funkce učebnic, které nejsou psány srozumitelným jazykem. Zůstává ovšem otázkou, co činí učebnici zajímavou a srozumitelnou. Jak vlastně by měla vypadat dobrá učebnice?

3.2.3.3 Hodnocení učebnic

Zjišťování postojů a hodnotových orientací v učebnicích

Tato kategorie výzkumu se zabývá mezinárodními výzkumnými projekty zaměřenými na prezentaci národů či osob v učebnicích. Zařadit sem můžeme i historicko-srovnávací analýzy učebnic. Zvláštní pozornost je věnována kontroverzním tématům, etnickým a rasovým předsudkům nebo multikulturnímu zadání učebnicových úloh.

Zde můžeme znovu uvést aktivity *Georg-Eckert-Institut für internationale Schulbuchforschung*, s kterým spolupracuje i Česká republika. Jedná se například o výzkumy zabývající se zastoupením evropských osobností v učebnicích dějepisu.

Posuzování obtížnosti učebnic

Tuto kategorii výzkumu lze rozdělit dále na dvě velké podkategorie. Jedna využívá subjektivní metody evaluace, při níž se prostřednictvím dotazování některých skupin (učitelé, studenti, experti) posuzuje obtížnost na základě vzájemného porovnávání nebo pomocí hodnotící škály. Druhou podkategorii tvoří lingvisticko-kvantitativní metody, jejichž základem je určování obtížnosti učebnic na základě výskytů, proporcí nebo uspořádání měřitelných jednotek učebnice. Do této druhé podkategorie výzkumu učebnic bychom zařadili i výzkumy týkající se jak textových, tak mimotextových složek učebnice. V případě textových složek se jedná o měření obtížnosti textu či otázky pojmové zatíženosti. V případě mimotextových složek se jedná např. o výzkumy zabývající se proporcí stránek s ilustracemi apod.

Zejména v zahraniční literatuře existuje velký počet různých metod používaných při zjišťování obtížnosti textu učebnice. Byly vyvinuty v různých jazycích, např. anglické, americké, německé, estonské, švédské aj. Existují *Fleschova míra* (USA), *Pisarekova míra* (Polsko), *Mistríkova míra* (Slovensko), *Björnssonova míra* (Švédsko) či *Mikkova míra* (Estonsko).

V Německu se obtížnosti učebních textů nejvíce věnovala Nestlerová (1974). Vytvořila teorii, kterou u nás dále rozvíjel nejdříve Průcha (1998). Metodu přizpůsobil českému jazyku. Definoval pojem *míra T*, který je určen k zjišťování obtížnosti textu učebnic, a to především pro prezentaci učiva ve výkladovém textu. Později metodu modifikoval Pluskal (1996) a vznikla dnes u nás nejčastěji používaná metoda měření obtížnosti textu, tzv. *Nestler-Průcha-Pluskal metoda.*

Funkčně strukturální analýza učebnic

Do této kategorie řadíme výzkumy zabývající se podrobným zkoumáním dílčích složek učebnice, které mohou být verbálního či neverbálního charakteru a plní v jednotlivých fázích vyučovacího procesu své didaktické funkce. Podrobněji se budeme funkčně strukturální analýze věnovat v následující kapitole.

3.2.4 PRVNÍ PROJEKTY INTERAKTIVNÍCH UČEBNIC V ČR

V roce 2009 byla spuštěna pilotní fáze projektu *VZDĚLÁNÍ21*[13], v rámci kterého vyučující získávali první praktické zkušenosti s jinou formou výuky. Projekt hledal efektivní cesty zapojení žáků do výuky interaktivní formou s využitím ICT nástrojů. Zároveň ověřoval a dokumentoval jejich reálný přínos pro žáky, učitele i školy samotné. Cílem projektu bylo nabídnout českým školám ověřený, ucelený systém nasazení počítačů do každodenní výuky.

Pilotní fáze projektu byla koncipována jako srovnávací studie klasické výuky a výuky systémem *VZDĚLÁNÍ21*, kdy každý žák měl k dispozici netbook, vybavený interaktivními učebnicemi pro práci ve škole i doma. Projekt *VZDĚLÁNÍ21* vznikl ve spolupráci partnerských firem nakladatelství *Fraus*, *AV MEDIA, Hewlett-Packard, Intel* a *Microsoft*. Odborným garantem byla Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy Praha. Stanoveny byly především tyto hlavní cíle:

- ověřit možnosti zapojení a využití ICT ve vzdělávání na základě použití profesionálně připraveného výukového a testovacího obsahu;
- zajistit objektivní porovnání nových způsobů výuky s běžnými postupy formou testování, dále za pomoci statistického a analytického vyhodnocení;
- vytvářet metodické postupy a didaktické návody na efektivní zapojení elektronického obsahu a ICT do výuky a vzdělávání;
- zapojit do procesu učení děti samotné.

[13] http://vzdelani21.cz/popis-projektu

Projekt *VZDĚLÁNÍ21* byl postaven na odborně a didakticky připraveném vzdělávacím obsahu ve formě unikátního systému interaktivních učebnic, které připravilo nakladatelství *Fraus.* Navržený systém spojoval výhody klasických učebnic s jejich multimediální podporou. Každý žák byl vybaven sadou učebnic a pracovních sešitů. Současně měli všichni žáci ve zvolených třídách k dispozici kompletní sadu interaktivních multimediálních učebnic ve svých netboocích ve formě žákovské licence. Učitelé měli k dispozici I-učebnice včetně cvičení a sady odborně a metodicky připravených testových úloh v elektronické podobě pro využití na interaktivních tabulích. Celý systém byl vzájemně elektronicky propojen prostřednictvím internetu a umožňoval vzájemnou komunikaci mezi učitelem, žákem i rodičem nad výukovým obsahem, procvičováním, domácí přípravou i testováním.

Projekt *Flexibook 1:1*[14] navazoval na projekt *VZDĚLÁNÍ21* a testoval nasazení digitálních technologií do výuky v režimu „Co žák, to jeden netbook". Na rozdíl od předchozího projektu výuka *Flexibook 1:1* probíhala s plně digitálním obsahem, tudíž žáci zcela odložili tištěné učebnice, které po staletí představovaly neodmyslitelnou součást vzdělávacího procesu. Každý žák obdržel iPad. Projekt odstartoval v roce 2012/2013 v 6., 7. a 8. třídách základních škol a příslušných třídách víceletých gymnázií a zúčastnilo se ho 16 škol, 528 žáků a 65 vyučujících. Měl za úkol ověřit model výuky s plně digitálním obsahem. I-učebnice zajistilo opět nakladatelství *Fraus*. Autoři učebnic uvádějí, že povýšili učebnici na multimediální zážitek, který spojením textu, obrazu a zvuku napomáhá žákům lépe si zapamatovat probíranou látku. Zmiňují, že učebnice navíc obsahují řadu videí z reálného prostředí, a tím se snaží o vytvoření moderního konceptu výuky v rámci širších mezipředmětových souvislostí. Roční zkušenosti s používáním iPadů a interaktivních učebnic ve výuce ukázaly, že interaktivní výuka za splnění určitých podmínek je možná. Nejdůležitější je bezesporu zajištění komplexní podpory, od fungujícího hardware až po využívání profesionálního vzdělávacího obsahu.

V roce 2013/2014 plánovalo nakladatelství *Fraus* v projektu *Flexibook 1:1* pokračovat, počet testovaných žáků měl dokonce překročit jeden tisíc. V této fázi měly být ověřovány znalosti a dovednosti u dvou skupin žáků. Jednu skupinu měla tvořit výhradně digitalizovaná výuka a druhou skupinu výuka z klasické učebnice v rámci stejného systému učebnic. Realizaci tohoto záměru ale nakonec nakladatelství pozastavilo.

[14] https://www.fraus.cz/cs/projekty/flexibook-11

V současné době je nakladatelství *Fraus* jediným nakladatelstvím na českém edukačním trhu, které vydává I-učebnice matematiky pro střední školy. Nabízí čtrnáctidílnou řadu, tematicky pokrývající středoškolské učivo potřebné ke složení maturitní zkoušky z matematiky.

3.3 FUNKČNĚ STRUKTURÁLNÍ ANALÝZA

Analýza učebnic, zabývající se zkoumáním jednotlivých dílčích složek učebnic, je označována jako funkčně strukturální analýza učebnic. Každá dílčí složka učebnice je nazývána *strukturním komponentem*. V případě tištěné učebnice je za strukturní komponent považován např. jakýkoliv text, obrázek či tabulka, v nově vznikajících médiích se objevují interaktivní a multimediální strukturní komponenty jako například testy s automatickým vyhodnocením.

Zujev (1986, s. 95) shrnuje pojem strukturní komponent takto: „*Strukturním komponentem školní učebnice je určitý blok prvků, který je v těsném vzájemném vztahu s jinými komponenty učebnice, s nimiž v souhrnu vytváří celistvý systém, má přesně vymezenou formu a své funkce realizuje pomocí vlastních prostředků.*“

Jednotlivé strukturní komponenty, které se v učebnicích vyskytují, mají konkrétní didaktickou funkci, podle kterých se dále rozdělují do strukturních kategorií. Tudíž mezi pojmy „Funkce učebnice“ a „Struktura učebnice“ je úzká souvislost. Každý strukturní komponent má svou didaktickou funkci a realizace didaktických funkcí nemůže být efektivně splněna bez strukturních komponent, jež danou funkci rozvíjí.

3.3.1 FUNKCE UČEBNICE

Při tvorbě učebnic je důležité, aby jejich autoři vytvářeli texty, které jsou nejenom v souladu s obsahovými standardy vymezenými rámcovými vzdělávacími programy, ale zejména budou svojí koncepcí přizpůsobeny budoucím uživatelům, tedy těm, kteří s nimi budou pracovat, tzn. především studentům a učitelům. Obsah a struktura učebnice (viz následující kapitola) do značné míry ovlivňují funkci učebnice a její účelovost. Dosud nejpodrobnější klasifikaci funkcí učebnice vypracoval ruský odborník Zujev (1986). Uplatňoval se spolupracovníky funkčně strukturální analýzu s využitím psychologické teorie učení podle Talyzinové (1978; podle Zujev, 1986, s. 61), která vytvořila klasifikaci čtyř skupin:

- učebnice jako nositel obsahu vzdělávání – zdůrazňuje přiměřenou variantu obsahu doplněnou různými pomůckami vzhledem k různým skupinám žáků;
- učebnice jako prostředek k získávání informací a k procesu osvojování;
- zavádění obsahu vzdělávání do učebního procesu, formování cílů;
- rozpracování a zavedení cvičných úloh.

Zujev (1986) navázal na výše uvedenou klasifikaci, která dle jeho názoru neměla dostatečné členění, a vytvořil dodnes používanou a citovanou taxonomii. Rozlišil osm funkcí učebnice včetně jejich charakteristik (tabulka 1).

FUNKCE	CHARAKTERISTIKA FUNKCE
Informační	Vymezuje povinný obsah informace, kterou si žáci musí osvojit
Transformační	Je spojena s přetransformováním poznatků z určité odborné, technické či jiné oblasti tak, aby transformované informace byly přístupné žákům
Systematizační	Rozčleňuje učivo podle určitého systému dle potřeb žáků
Zpevňovací a kontrolní	Umožňuje si osvojovat, upevňovat a kontrolovat si osvojení určitých poznatků a dovedností
Sebevzdělávací	Formuluje schopnost žáků k získávání poznatků samostudiem
Integrační	Poskytuje základ pro ucelený systém poznatků získaných z různých druhů činností
Koordinační	Umožňuje využívání všech učebních prostředků a odkazů, které s daným předmětem souvisí
Rozvojově výchovná	Přispívá k formování harmonického rozvoje osobnosti

Tabulka 1 – Funkce učebnice podle Zujev (1986), zdroj: vlastní zpracování

Se stejnou taxonomií pracoval u nás Průcha (1998), který rozumí funkcí učebnice roli či předpokládaný účel, který má didaktický prostředek plnit v reálném edukačním procesu. V teorii učebnic nahlíží na funkci učebnice ve vztahu k subjektům, které danou učebnici používají. Z tohoto pohledu budou funkce učebnic pro žáky, studenty a pro učitele zcela odlišné.

Pro žáky a studenty je učebnice pramenem, z něhož se učí, osvojují si nejen určité poznatky, ale i jiné složky vzdělání, např. dovednosti, hodnoty, normy, postoje aj. Pro učitele je učebnice, která bývá doplněna příručkou pro učitele, pramenem, pomocí něhož plánují obsah učiva a přímou prezentaci obsahu učiva ve výuce. Další autoři pracovali s podobnou taxonomií, lišící se pouze v podrobném vymezení jednotlivých funkcí.

Je však zřejmé, že učebnice nemůže vyhovět všem funkcím v nejvyšší možné míře, a proto je zapotřebí celé řady podpůrných didaktických prostředků k jejich naplnění. Tabulka 2 uvádí přehled funkcí a možné podpůrné didaktické prostředky k jejich naplnění (Mikk, 2007, s. 15). Autor také zdůrazňuje funkci motivační, jež představuje touhu po vědění a poznávání. Naplnění motivační funkce považuje za jeden z nejdůležitějších cílů, jakých může školní vzdělávání dosáhnout.

FUNKCE	DIDAKTICKÝ PROSTŘEDEK
Motivační	Učebnice, diapozitivy, videonahrávky, počítačový software
Informační	Učebnice, slovníky, mapy, počítačový software
Systematizační	Knihy odkazů
Koordinační	Učebnice, pracovní sešity
Diferenciační	Učebnice, pracovní sešity, rozšiřující materiály
Řídící	Učebnice
Rozvíjení učební strategie	Pracovní sešity
Sebehodnotící	Učebnice, sady testů
Vzdělávání k hodnotám	Učebnice, čítanky

Tabulka 2 – Funkce učebnice podle Mikk (2007, s. 15), zdroj: vlastní zpracování

Skalková (2007, s. 105) dále mezi základní funkce v procesu vyučování uvádí funkci *„orientační, kdy pomocí obsahu, rejstříku, pokynů informuje učebnice učitele i žáky o způsobech svého využívání.“*

Funkce v I-učebnicích

Z prostudovaných materiálů jsme zjistili, že charakteristiky funkcí učebnic jednotlivých autorů se výrazně neliší, liší se pouze seznam používaných funkcí. Jednotliví autoři je upravují v závislosti na tom, jak úzké či široké vymezení funkcí zvolí. Z definovaných funkcí je patrné, že učebnice jsou zařazeny do všech fází vyučovacího procesu, přičemž v každé fázi plní učebnice jinou funkci. Mezi nejčastěji používané fáze vyučovacího procesu řadíme proces motivace k učení, proces osvojování učiva neboli proces řídící učení, proces upevňování osvojených vědomostí a dovedností, proces hodnocení a proces aplikace nových poznatků v praktické činnosti.

S nástupem informačních a komunikačních technologií není učebnice ve výuce izolovaným prostředkem, ale uplatňuje se v systému dalších didaktických prostředků. Jde zejména v dnešní době o videozáznamy, počítačové programy, interaktivní cvičení, sady testů s automatickým vyhodnocením, výukové televizní pořady aj. To vše ovlivňuje didaktickou funkci učebnice. Zařazení nově vznikajících médií do vyučovacího prostředí by mělo být promyšlené, aby každý používaný didaktický prostředek plnil svou funkci. Se správným používáním nových didaktických prostředků ale souvisí technické možnosti školy či ochota a schopnost vyučujících.

Skalková (2007, s. 104) uvádí, že *„soudobé komplexnější pojetí učebnice zároveň významně posiluje komunikaci mezi učebnicí a žáky a rozvíjející funkci učebnice*." Maňák (2008, s. 24) vnáší jiný pohled na funkci učebnice, v níž je přihlíženo na nově vznikající informační technologie (digitální materiály, interaktivní tabule, elektronické učebnice aj.). Formuluje novou funkci, kterou nazývá *„normativní neboli unifikující, poněvadž by měla spolu se standardy vytyčovat a sjednocovat požadavky (normy) na příslušné obory a ročníky, a to na základě ukazatelů, vytvořených zvláštními komisemi odborníků"*. Reaguje tak na nejednotnost učebnic a na nesmyslnost některých údajů do nich zařazených.

3.3.2 STRUKTURA UČEBNICE

Jednotlivé komponenty lze identifikovat, analyzovat a měřit. Na základě empirického zjištění založeného na stanoveném rozsahu zastoupených strukturních prvků v dané učebnici byl vyvozen důležitý teoretický pojem *didaktická vybavenost učebnic*, který se s dalšími modifikacemi používá i dnes.

U nás se měřením didaktické vybavenosti učebnic zabýval Průcha (1998, s. 141). Vypracoval univerzální analytický nástroj nazvaný *míra didaktické vybavenosti učebnice*. V učebnici rozlišil 36 strukturních komponent, které dále podle didaktické funkce rozdělil do tří strukturních kategorií:

- *aparát prezentace učiva,*
- *aparát řídící učení,*
- *aparát orientační.*

Výpočet míry didaktické vybavenosti učebnice se provádí zaznamenáváním jednotlivých strukturních komponent. Vypočítává se výskyt dílčích komponent z celkových 14 komponent aparátu prezentace učiva, výskyt dílčích komponent z 18 komponent aparátu řídící učení, stejně tak u aparátu orientačního. Dále se vypočítá výskyt verbálních komponent z celkových 27 komponent všech aparátů a 9 neverbálních (obrazových) komponent, opět ze všech aparátů. Výskyty dílčích komponent se dělí celkovým počtem komponent (v případě celkové vybavenosti učebnice) či celkovým počtem komponent jednotlivých aparátů (v případě didaktické vybavenosti dílčích koeficientů). Na základě zjištěných hodnot se vypočítává celková didaktická vybavenost učebnice (*E*) a několik dílčích koeficientů didaktické vybavenosti učebnice. Tím získáváme:

- *koeficient využití aparátu prezentace učiva (E_I),*
- *koeficient využití aparátu řídící učení (E_{II}),*
- *koeficient využití aparátu orientačního (E_{III}),*
- *koeficient využití verbálních komponent (E_v),*
- *koeficient využití neverbálních komponent (E_n).*

Všechny koeficienty nabývají hodnot v intervalu od jedné do sta a jsou vyjádřeny v procentech. Čím je vyšší hodnota jednotlivých koeficientů, tím vyšší didaktická vybavenost daných aparátů. Hodnota 100 % představuje podle uvedeného nástroje ideální učebnici. Evaluační nástroj je poměrně snadno použitelný, není nijak časově náročný a je univerzálně aplikovatelný.

V letech 1985–1989 provedl Průcha (1998) několik výzkumů, ve kterých analyzoval tehdejší učebnice. Ve vzorku šedesáti učebnic zjistil poměrně velké disproporce v didaktické vybavenosti používaných učebnic. Průměrná hodnota úrovně didaktické vybavenosti všech analyzovaných učebnic byla $E = 43{,}7\ \%$. Po roce 1989 si Průcha logicky položil otázku: „Jakou úroveň didaktické vybavenosti mají současné české učebnice?“ Výsledky byly velmi překvapivé a zajímavé. Didaktická vybavenost byla opět velmi rozdílná. Některé nejnovější učebnice nedosahovaly ani úrovně didaktické vybavenosti průměrné učebnice z osmdesátých let. V posledních letech bylo zjištění míry didaktické vybavenosti současných učebnic (vydaných po roce 2000) předmětem řady studií. Po jejich prostudování jsme zjistili, že naměřené hodnoty se postupně zvyšovaly.

Univerzální nástroj má totiž svá úskalí, neboť poskytuje informaci o učebnici, ale ne absolutní. Nezabývá se četností ani analýzou dílčích strukturních komponent, ale pouze jejím výskytem v učebnici. Proto může být snadno vytvořena učebnice, která bude mít, dle výše uvedeného nástroje, didaktickou vybavenost stoprocentní. Je jen na autorovi či autorském týmu, aby všechny potřebné strukturní komponenty do nově vzniklé učebnice zakomponoval. Součástí evaluační procedury nově vznikající učebnice může být snadno provedena kontrola jednotlivých komponent za účelem korekce, tzn. navržení úprav, které didaktickou vybavenost zvýší. To, že některé současné učebnice disponují mnohem vyšší didaktickou vybaveností než dříve, může mít vysvětlení právě zde. Pokud například vložíme do učebnice jednu fotografii, jeden graf, jednu uměleckou a naukovou ilustraci, k tomu přidáme barevný nadpis, vyjde nám koeficient využití neverbálních komponent stoprocentní.

Skutečnost, že neexistuje univerzální cesta, jak vylepšit učebnici, si uvědomuje i sám autor. Ve své knize zmiňuje, že *„nástroj jistě není dokonalý a měl by být, zejména ve spolupráci s nakladatelskými redaktory učebnic, zdokonalen“* (Průcha, 1998, s. 101). Zároveň autor upozorňuje na skutečnost, že *„atraktivní design a vnější vizuální přitažlivost učebnice ještě nezaručují, že je kvalitní i jako edukační médium“.*

V dnešní době je pojem didaktická vybavenost častěji vnímán jiným úhlem pohledu. Jednotlivé strukturní komponenty jsou analyzovány či jejich použití je ověřováno v edukačním procesu. Weinhöfer (2011) uvádí v souvislosti s didaktickou vybaveností a analýzou strukturních komponent, že můžeme určit potenciální a skrytou kvalitu učebnice a komponenty v současných učebnicích rozděluje na komponenty nezbytné a komponenty doplňující. Didaktickou vybavenost definuje jako schopnost učebnice prezentovat obsah učiva a řídit proces učení. Uvádí, že nesprávným skládáním jednotlivých strukturních komponent se učebnice stává nevyváženou a žáci učivo nepochopí.

3.3.2.1 Kategorizace strukturních komponent tištěných učebnic

Uvedené kategorizace jsou řazeny chronologicky z důvodu logické návaznosti vývoje strukturních komponent, kterou bych pro lepší orientaci shrnula v úvodu kapitoly. Mezi první autory zabývající se problematikou struktury učebnic patřil Perovskij (1957; podle Zujev, 1986, s. 96). Nepoužíval ještě termín struktura, ale „*metodická stavba učebnice*“, kterou vnímal jako vnitřní formu obsahu učebnice a vymezil obecně sedm prvků učebnice.

U nás se v osmdesátých letech zabývali klasifikací strukturních komponent Doleček et al. (1975) a kategorizovali textové složky učebnice. Dále se již obecně v každém modelu rozlišuje textová a mimotextová složka. Bednařík (1981) již zmínil 12 komponent textové složky a nevýkladovou složku rozdělil na procesuální, orientační a obrazový aparát. Michovský (1981) již k jednotlivým strukturním kategoriím, u kterých opět rozlišoval textové a mimotextové složky, definoval jejich funkce. Strukturní kategorie rozlišil obdobně i Wahla (1983). Zujev (1986) již rozdělil strukturními komponenty na dvě velké skupiny, na výkladový a nevýkladový text. Ke každé skupině zároveň definoval dílčí strukturní komponenty.

Poslední zmíněnou, u nás dodnes nejčastěji používanou, kategorizaci vytvořil Průcha (1998). Předchozí členění jsou v ní spojena, upravena a doplněna do výsledné kategorizace. Inspirován rozdělením základních strukturních skupin dle Michovského klasifikoval aparát prezentace učiva, aparát řídící učení a aparát orientační. U každého aparátu rozlišil verbální a neverbální strukturní komponenty. Nyní bych podrobněji popsala již zmíněné kategorizace.

Při analýze vnitřní formy učebnice vymezil Perovskij (1957; podle Zujev, 1986, s. 95) následujících sedm prvků:

- úvod do učebnice,
- rozdělení obsahu do kapitol a stavba kapitol,
- stavba statí (paragrafů) učebnice,
- zobecněné závěry statí, kapitol,
- obrázek jako prvek podkapitoly,
- otázky a úkoly k statím a kapitolám,
- doplňující aparát.

U nás v roce 1975 vypracovali Doleček et al. ve *Výzkumném ústavu odborného školství*[15] kategorizaci strukturních komponent textových složek učebnice, kterou podpořili empirickými nálezy. Rozlišili sedm textových komponent (tabulka 3).

[15] Základ pro pozdější Národní ústav odborného vzdělávání byl položen v září 1950, kdy vzniklo Studijní a informační středisko pro hospodářské nauky odborných škol, v roce 1953 reorganizováno na Studijní a informační ústav odborného školství, v roce 1958 změněn název na Ústav odborného školství a v roce 1962 na Výzkumný ústav odborného školství. Více informací na: http://www.nuov.cz/historie

TEXTOVÝ KOMPONENT	FUNKCE KOMPONENTU
Motivační text	Slouží v učebnici: • k uvedení do učiva • k vysvětlení, proč se určité učivo probírá • k aktivní činnosti prezentací problému • k navázání na již dříve probrané učivo • k seznámení s historickým vývojem objevu aj.
Výkladový text	Slouží ke sdělování poznatků, pojmů
Regulační text	Obsahuje sdělení sloužící k aktivizaci žáka při čtení textu učebnice Uděluje pokyny k provádění cvičení, k řešení problému Odkazuje se na dříve probrané učivo Regulační text je pouze pomocný text, nerozpracovává bazální text Funkce regulačního textu je čistě didaktická
Ukázky, příklady, aplikace	Ukázka může mít motivační nebo cvičnou funkci Funkce není autory přesně definována
Cvičení	Cvičení upevňuje vědomosti Žák získává dovednosti a rozvíjí schopnosti
Otázky	Má aktivizující charakter podobně jako cvičení
Zpětná vazba	Informace o postupu učení z hlediska shody s jeho předpokládaným průběhem

Tabulka 3 – Struktura učebnice podle Doleček et al. (1975), zdroj: vlastní zpracování

Strukturou učebnic se zabývali i další čeští autoři, např. Michovský, Bednařík, Wahla, či Průcha. Díky jemnější taxonomii vytvořili dokonalejší, podrobnější struktury učebnic a u jednotlivých textových komponent strukturalizovali prvky, jež daný komponent tvoří.

Michovský (1981) analyzoval učebnice dějepisu. Rozlišil 42 strukturních prvků, které rozdělil do tří základních strukturních kategorií. Definoval již pojem aparát, používající dodnes. V tabulce 4 uvádíme k jednotlivým strukturním kategoriím funkce, jež příslušný aparát plní.

STRUKTURNÍ KATEGORIE	FUNKCE
Aparát prezentace učiva	Informační
Aparát řídící učení	Osvojování učiva
Aparát orientační	Pochopení výstavby textu

Tabulka 4 – Strukturní komponenty podle Michovský (1981), zdroj: vlastní zpracování

V Bednaříkově struktuře každý z prvků výkladové a nevýkladové složky plní svou odlišnou funkci. Taxonomie vznikla na základě rozborů tehdejších československých i zahraničních učebnic fyziky a je znázorněna v tabulce 5.

VÝKLADOVÉ SLOŽKY		
Výkladový text	**Doplňující text**	**Vysvětlující text**
Výchozí text	Úvodní text	Vysvětlivky
Objasňující text	Text určený k četbě	Text k obrázkům
Popis pokusu	Dokumentační text	
Základní text		
Aplikační text		
Shrnující text		
Přehled učiva		
NEVÝKLADOVÉ SLOŽKY		
Procesuální aparát	**Orientační aparát**	**Obrazový materiál**
Otázky a úkoly k upevnění vědomostí	Nadpisy	Obrazy nahrazující věcný obsah výkladových komponent
Otázky a úkoly vyžadující aplikaci vědomostí	Výhmaty	Obrazy rozvíjející věcný obsah výkladových komponent
Otázky a úkoly k osvojení vědomostí	Odkazy	Obrazy doplňující věcný obsah výkladových komponent
Návody k pokusům	Grafické symboly	
Pokyny k činnostem	Rejstříky	
Odpovědi a řešení	Obsah	

Tabulka 5 – Struktura učebnice podle Bednařík (1981), zdroj: vlastní zpracování

Wahla (1983, s. 14) na základě rozboru učebnic zeměpisu rozlišil tři základní strukturní kategorie (tabulka 6).

STRUKTURNÍ KATEGORIE	
Informační část	Obsahuje verbální nebo neverbální komponenty
Imperativní část	Obsahuje učební úlohy
Orientační část	Obsahuje prvky, které usnadňují práci s učebnicí

Tabulka 6 – Struktura učebnice podle Wahla (1983, s. 14)

Poměr textových a mimotextových složek byl předmětem také mnoha zahraničních výzkumů. D. D. Zujev v roce 1986 provedl analýzu 57 tehdejších ruských učebnic a vytvořil kategorizaci strukturních komponent, které rozčlenil na dvě velké skupiny, opět na výkladový text a nevýkladové složky. Jednotlivé dílčí komponenty nazval strukturními jednotkami, které musí splňovat pět základních znaků (Zujev, 1986, s. 105):

- musí být nevyhnutelným, nepostradatelným prvkem učebnice;
- musí být ve vzájemném vztahu s jinými strukturními jednotkami;
- má přesně vymezenou formu;
- má své funkční poslání potřebné při řešení výchovně-vzdělávacích úloh;
- plní svou didaktickou funkci pouze vlastními prostředky.

Na soupis strukturních jednotek se díval jako na uzavřený a integrovaný systém všech strukturních komponent do stabilního systému, zdůraznil jejich dostatečnost a nevyhnutelnost. Naopak z pohledu konkrétních druhů strukturních komponent považoval učebnici za otevřený systém, který se může měnit vzhledem k věku, vzhledem k danému předmětu, podle typu školy, v osobitosti vyučovaného předmětu či autorovy koncepce.

VÝKLADOVÝ TEXT	**DRUH STRUKTURNÍHO KOMPONENTU**
Základní text	Vše, co určuje logiku způsobu podání učiva v učebnici Druhy základního textu – teoretické poznávací texty a instrumentálně praktické texty
Doplňující text	Mají osobitou úlohu – patří sem dokumenty, úryvky z vědecké literatury, epizody z historie, životopisy, svědectví, statistické informace a často materiály přesahující rámec osnov
Vysvětlující text	Tvoří informační aparát knihy, který má úzký vztah k základnímu textu – např. úvod, poznámky a vysvětlivky, slovníky, atlasy, souhrnné normy, používané symboly, seznamy zkratek, komentáře k mapám, schématům, diagramům, grafům atd.
NEVÝKLADOVÉ SLOŽKY	**DRUH STRUKTURNÍHO KOMPONENTU**
Aparát řízení procesu osvojování	Otázky, úkoly, tabulky, návody, vsuvky s odkazy, zvýraznění textu, cvičení k osvojování poznatků
Ilustrační materiál	Předmětné, umělecké, technické, dekorativní ilustrace, mapy, diagramy, schémata, plány, rysy, grafiky atd.
Orientační aparát	Předmluva, obsah, písmo, znaky a symboly, bibliografie, rejstříky, seznamy, živá záhlaví

Tabulka 7 – Strukturní komponenty podle Zujev (1986), zdroj: vlastní zpracování

V současné době je u nás nejpoužívanějším modelem kategorizace strukturních prvků, kde autor rozděluje strukturní komponenty na verbální a neverbální komponenty a současně je zařazuje do aparátů učiva. Jinými slovy rozděluje strukturní komponenty dle funkce učebnice. (Průcha, 1998, s. 22)

APARÁT PREZENTACE UČIVA (celkem 14 komponent)	
Verbální komponenty	**Neverbální komponenty**
Výkladový test prostý	Umělecká ilustrace
Výkladový test zpřehledněný	Nauková ilustrace
Doplňující text (dokumentační materiál, citace z pramenů, statistické tabulky aj.)	Obrazová prezentace barevná (použití alespoň jedné barvy odlišné od běžného textu)
Shrnutí učiva k tématům	Fotografie
Shrnutí učiva k celému ročníku	Mapy, kartogramy, plánky, grafy, diagramy aj.
Shrnutí učiva k předchozímu ročníku	
Poznámky a vysvětlivky	
Podtexty k vyobrazením	
Slovníčky pojmů, cizích slov	

Tabulka 8 – Strukturní komponenty učebnice podle Průcha, aparát prezentace učiva (1998)

APARÁT ŘÍDÍCÍ UČENÍ (celkem 18 komponent)	
Verbální komponenty	**Neverbální komponenty**
Předmluva (úvod do předmětu, ročníku)	Grafické symboly vyznačující určité části textu
Návod pro práci s učebnicí	Užití zvláštní barvy pro určité části textu
Stimulace celková (podněty k zamyšlení, otázky aj. před celkovým učivem ročníku)	Užití zvláštního písma (tučné písmo, kurzíva aj.) pro určité části verbálního textu
Stimulace detailní (podněty k zamyšlení, otázky aj. před nebo v průběhu lekcí, témat)	Využití přední nebo zadní obálky (předsádky) pro schémata, tabulky aj.
Odlišení úrovní učiva	
Otázky a úkoly za tématy, lekcemi	
Otázky a úkoly k celému ročníku	
Otázky a úkoly k předchozímu ročníku	
Instrukce k úkolům komplexnější povahy (návody k pokusům, pozorováním, aj.)	
Náměty pro mimoškolní činnosti	
Explicitní vyjádření cílů učení	
Prostředky k sebehodnocení	
Výsledky úkolů a cvičení	
Odkazy na jiné zdroje informací (bibliografie, doporučená literatura aj.)	

Tabulka 9 – Strukturní komponenty učebnice podle Průcha, aparát řídící učení (1998)

APARÁT ORIENTAČNÍ (celkem 4 komponenty)	
Verbální komponenty	**Neverbální komponenty**
Obsah učebnice	
Členění učebnice na tematické bloky, kapitoly	
Marginálie, živá záhlaví aj.	
Rejstřík (věcný, jmenný, smíšený)	

Tabulka 10 – Strukturní komponenty učebnice podle Průcha, aparát orientační (1998)

V této kapitole jsme shrnuli několik pohledů při vytváření kategorizace strukturních komponent. Pochopitelně existuje řada dalších pedagogických odborníků, kteří by si zasloužili být citováni, nicméně cílem této práce není historicko-srovnávací analýza strukturních komponent. Domníváme se, že komparací zmíněných přístupů jsme si vytvořili dostatečnou představu k dané problematice. Na učebnici můžeme nahlížet jako na obecný systém strukturních komponent, ve kterém hledáme integrované podsystémy a jejich strukturní komponenty, které mají v učebnici jednoznačný, opakující se znak. Z tohoto důvodu se struktura učebnice liší daným předmětem, věkem žáků či studentů, autorovým stylem psaní učebnice atd. Zároveň stejně jako u funkce učebnice záleží na tom, zda autoři strukturních modelů zvolí obecnější či podrobnější strukturní dělení. Po prostudování celé řady odborných článků, knih či monografií, vztahující se k této kapitole, se domníváme, že je třeba si přesně vymezit objekt strukturní analýzy, který chceme zkoumat, a sestavit si ke svým potřebám strukturu odpovídající konkrétní zkoumané problematice. Uvedené nástroje nám k tomu ale mohou být nápomocny.

3.3.2.2 Kategorizace strukturních komponent I-učebnic

I-učebnicemi či jejich podrobnou klasifikací se zabývala celá řada světových autorů, např. Allison (2003); Crestani, Landoni a Melucci (2006); Chesser (2011). Strukturní komponenty elektronických učebnic na hodinách matematiky a jejich použití zkoumali například Gueudet a Trouche (2009). U nás byla přenositelnost jednotlivých aparátů mezi klasickou neboli papírovou učebnicí a interaktivní učebnicí hlavním cílem výzkumu Krotkého (2015, s. 67–71). Analýzou interaktivních učebnic zjistil, že všechny strukturní komponenty definované Průchou (1998) jsou s novým elektronickým médiem kompatibilní, avšak byly identifikovány i strukturní komponenty nové. Krotký uvádí, že nové strukturní komponenty přináší další možnosti a výhody při prezentaci učiva, v aparátu řídící učení i zlepšují orientaci v učebnici. Ke strukturním komponentům jednotlivých aparátů přidává autor interaktivní komponenty a místo neverbálních komponent používá pojem multimediální komponenty, které dělí na interaktivní, obrazové, audio či video komponenty. Zařazení nových strukturních komponent do jednotlivých aparátů uvedeme v následující tabulce. Jedná se o rozšíření tabulek 8–10. Při vytváření kategorizace strukturních komponent autor uvažuje interaktivní učebnici jako tištěnou učebnici rozšířenou o multimediální a interaktivní prvky.

<table>
<tr><th colspan="2">APARÁT PREZENTACE UČIVA (nových 7 komponent)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Multimediální komponenty</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Obrazové</td><td>3D obrázek</td></tr>
<tr><td>Dynamická fotografie</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Video</td><td>Videozáznam</td></tr>
<tr><td>Videoanimace</td></tr>
<tr><td>Animace</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Audio</td><td>Zvukový komentář</td></tr>
<tr><td>Zvukový projev</td></tr>
<tr><td colspan="2">APARÁT ŘÍDÍCÍ UČENÍ (nových 5 komponent)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Verbální komponenty</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Interaktivní</td><td>Komponent „Prostředky k sebehodnocení“ je rozšířen o „Přehled výkonů“</td></tr>
<tr><td>Mezioborové nebo mezipředmětové odkazy</td></tr>
<tr><td colspan="2">Multimediální komponenty</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Audio</td><td>Průvodce učebnicí</td></tr>
<tr><td>Doprovodný zvuk</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Interaktivní</td><td>Základní a doplňkové interaktivní aktivity</td></tr>
<tr><td>Pokročilé interaktivní aktivity</td></tr>
<tr><td colspan="2">APARÁT ORIENTAČNÍ (nových 7 komponent)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Multimediální komponenty</td></tr>
<tr><td rowspan="7">Interaktivní</td><td>Vyhledávání</td></tr>
<tr><td>Klávesové zkratky, gesta</td></tr>
<tr><td>Přítomnost navigace</td></tr>
<tr><td>Zažité příkazy</td></tr>
<tr><td>Optimalizace parametrů audiovizuálních prvků a textu</td></tr>
<tr><td>Mapa struktury učebnice</td></tr>
<tr><td>Personifikace učebnice</td></tr>
</table>

Tabulka 11 – Nové strukturní komponenty I-učebnic podle Krotký (2015)

3.4 TERCIÁLNÍ VZDĚLÁVÁNÍ

Terciální vzdělávání navazuje na středoškolské studium ukončené vykonáním maturitní zkoušky. Člení se na vzdělávání vysokoškolské a vyšší odborné. Vysokoškolské vzdělávání poskytují tradičně vysoké školy, vyšší odborné vzdělávání organizují prakticky zaměřené vyšší odborné školy. V roce 2001 byla striktně zavedena třístupňová struktura vysokoškolského vzdělávání: bakalářský studijní program, magisterský studijní program a doktorský studijní program. Vysoké školy mohou být z hlediska zřizovatele veřejné, soukromé či státní. Podle typu poskytovaných studijních programů rozlišujeme vysoké školy neuniverzitní a univerzitní. Typ vysoké školy je uveden v jejím statutu v souladu se stanoviskem *Akreditační komise*[16].

Počet studentů na vysokých školách poslední dobou klesal, což nebylo způsobeno nezájmem o studium vysokých škol, ale demografickým vývojem. Zatímco v roce 2010 studovalo téměř 400 tisíc studentů, do roku 2018 klesl jejich počet o čtvrtinu. Analogicky s tím klesá od roku 2013 počet absolventů. Většina studentů bakalářských, magisterských a navazujících magisterských studijních programů je ve věku 20–24 let. Tuto skupinu tvoří skoro 60 % všech studentů. Mezi studenty, bez ohledu na formu studia, studijní program či zřizovatele, je o něco vyšší zastoupení žen než mužů. Podle studijních programů převažuje dlouhodobě zájem o programy „*Obchod, administrativa a právo*“, z nichž nejvíce uchazečů studuje management a správu. Druhou nejčastější volbou jsou technické programy, tzn. „*Technika, výroba a stavebnictví*“. Dříve třetí nejčastější skupina programů „*Vzdělávání a výchova*“ od roku 2010 klesla o třetinu a nyní tvoří jednu desetinu studentů[17].

3.4.1 CÍLE TERCIÁLNÍHO VZDĚLÁVÁNÍ

„*Vyučování, jako každá smysluplná lidská činnost, má vždy k cíli zaměřený průběh. Cílem vyučování chápeme zamýšlený a očekávaný výsledek, k němuž učitel v součinnosti s žáky směřuje*“ (Skalková, 2007, s. 119).

„*Výukové cíle se mezi sebou liší mírou obecnosti a významu. Splnění určitých obecnějších cílů je vázáno na dosažení řady dílčích a postupných cílů, hovoříme o hierarchické*

[16] http://www.nuov.cz/terciarni-vzdelavani
[17] Český statistický úřad (2020)

struktuře cílů. Tuto hierarchicky uspořádanou strukturu cílů si můžeme představit jako pyramidu, jejímž vrcholem je obecný cíl studia, ten je v příslušném oboru konkretizován v tzv. profil absolventa" (Kurelová, 2001, s. 63).

Za absolventa vysokoškolského vzdělávání je považován každý student, který úspěšně ukončí některý ze studijních programů terciálního vzdělávání. Tento studijní program ukončí splněním všech studijních povinností, absolvováním státní zkoušky a obhajobou závěrečné práce. Předpokladem k úspěšnému zapojení do pracovního procesu je bezesporu získání řady znalostí a dovedností, nabytých během svého studia. Dalo by se říct, že takový absolvent odchází ze školy odborně vybavený vykonávat práci dle vystudovaného oboru. Otázkou ovšem je, zda je též schopen vykonávat samostatně práci v daném oboru a zda pouze získání znalostí a dovedností je postačujícím cílem k profesionálnímu výkonu vystudovaného oboru.

Nejpoužívanějším modelem, který popisuje komplexním úhlem pohledu cíle vzdělávání, výchovy a odborné přípravy, je *Bloomova taxonomie*[18], přičemž ve vzdělání se nejčastěji pracuje s kognitivní doménou neboli Bloomovou taxonomií vzdělávacích cílů. Má šest dimenzí. Nejnižší úrovní je znalost či zapamatování, pak pochopení, aplikace, analýza, hodnocení a nejvyšší úrovní je samostatná tvorba. Pravděpodobně se vyučující a odborníci vesměs shodují na tom, že nestačí dané problematice rozumět, mít faktografické znalosti, ale je třeba zaujímat i profesionální postoj. Kompetentní znalosti a dovednosti, získané vysokoškolským titulem, jsou pouhým oprávněním k výkonu povolání, nikoliv k dostatečné způsobilosti ve svém oboru. Pokud bychom převedli tuto problematiku do Bloomovy taxonomie vzdělávacích cílů, tak hlavním cílem by mělo být naplnění vyšších úrovní. Těmi jsou schopnost využít znalosti a dovednosti v nových situacích, umět rozdělit problém pro lepší pochopení do menších částí a ty analyzovat, dále posuzovat získané informace, jejich správnost či na úrovni nejvyšší navrhnout nová řešení, projektovat apod. Cíle nejnižší úrovně, čímž jsou zapamatování a vysvětlení hlavních myšlenek, vycházejí ze zaměření školy, předmětů a témat, která chceme vyučovat. Hierarchicky cíle vyučování Švec, Filová a Šimoník (1996, s. 24) vyjádřili schématem od nejvyšších obecných cílů až po nejnižší specifické konkrétní cíle takto: cíle školy ↔ cíle předmětu ↔ cíle ročníku ↔ cíle tematického celku ↔ cíle tématu ↔ cíle vyučovací hodiny.

[18] Bloomova taxonomie vzdělávacích cílů je teorie nazvaná podle amerického psychologa Benjamina Blooma.

V terciálním vzdělávání popisuje cíl předmětu, tzn. sylabus. Jedná se o stručný přehled či učební osnovu předmětu (kurzu) na vysokých školách. Kromě obsahu předmětu uvádí anotaci předmětu, povinnou a doporučenou literaturu, studijní opory, hodinovou dotaci, vyučovací a hodnotící metody, podmíněnost studia předmětu a požadavky na studenta.

V knize „*The Aims of Higher Education*“ (2013) se řada autorů zabývá problematikou cílů terciálního vzdělávání. Uvádějí, že navzdory stoleté historii terciálního vzdělávání neexistuje jednoznačná shoda, jaké by měla mít univerzita cíle. Například Metz (s. 232–41) podporuje praktické činnosti, Nash (s. 42–62) vyzývá k volným jednáním o cílech univerzity či Habib (s. 63–74) se zabývá problematikou korporatizace univerzity a usiluje o posun rovnováhy v rámci reality celého kontextu.

3.4.2 ROLE TESTOVÁNÍ V TERCIÁLNÍM VZDĚLÁVÁNÍ

Obecně bychom mohli říct, že jakékoliv školní testování je informačního charakteru a zajišťuje jakýsi komunikační kanál mezi zvládnutím učiva, studentem a vyučujícím. Každé dílčí testování vyhodnocuje, v jaké míře zvládá student dílčí etapy studia. V návaznosti na uvedené cíle vzdělávání nemůžeme testovat komplexní kompetence či dosažení profesionality v daném oboru, ale můžeme snadno testovat nejnižší úrovně vzdělávacích cílů. Podobně popisují problematiku testování v terciálním vzdělávání Štuka a Vejražka (2021) v knize o testování a hodnocení studentů na VŠ. Shrnují, že můžeme znalosti a dovednosti zkoušet pomocí:

- přímé metody testování nebo
- nepřímé metody testování.

Přímým testováním hodnotíme míru zvládnutí cílových kompetencí a připravenost na výkon určité pracovní činnosti. Nevýhodou přímého testování je ale obtížná klasifikace, proto volíme častěji nepřímou metodu zkoušení. Schopnosti studenta se pak posuzují na základě zvládnutí písemného testu. Autoři testu vytváření konstrukt, ve kterém při plánování zúročují své zkušenosti, tvoří vyvážený a časově zvládnutelný test, a to vše v souladu s cílovými kompetencemi předmětu.

Nepřímé metody testování jsou dvojího druhu a dělí se v zásadě na otevřené a uzavřené otázky. Otevřené otázky autor dále rozděluje na odpovědi se širokou odpovědí a odpovědi se stručnou odpovědí. Odpovědi se stručnou odpovědí se dělí na úlohy produkční (short-answer) a úlohy doplňovací. Uzavřené otázky rozděluje na dichotomické, s výběrem odpovědí, přiřazovací a uspořádací (Chráska, 1999, s. 26).

Poslední rozdělení testů, které uvedeme, je dle testované fáze vyučovacího procesu. Rozlišujeme:

- *formativní testování*,
- *sumativní testování*.

Formativní testy zjišťují výkony v jednotlivých etapách semestru za účelem zpětné vazby studentům i vyučujícím o průběhu výuky. Student během testování zjistí, zda znalosti a dovednosti, které během semestru získal, odpovídají požadavkům předmětu. Vyučujícím výsledky formativního testování ukáží oblasti a témata, které nejsou dostatečně procvičena či nejsou ze strany studentů pochopena. Taková znalost vyučujícímu umožní lépe zorganizovat a zefektivnit výuku. Chvál, Procházková a Straková (2015) též zmiňují významnost informativního charakteru, kdy student díky zpětné vazbě zjistí příčiny chyb, což může zvýšit vnitřní motivaci k učení, a tím se stává učení účinnějším.

Díky vyšší sebejistotě může také úspěšnost u formativního testování přispět k snazšímu zvládnutí sumativních testů. Sumativní (zápočtové) testy mají za úkol diagnostikovat znalosti z celého semestru a často jejich úspěšné zvládnutí je klíčem k postupu do dalšího semestru studia. K sumativnímu testování se většinou přistupuje po důkladném procvičení tématu či na konci semestru. S cílem zvýšit motivaci studentů také někteří vyučující úspěšné zvládnutí formativních testů započítávají do části výsledného hodnocení.

Na formativní a sumativní testování jsou kladeny různé nároky (Štuka & Vejražka, 2021). Pro obě strany by mělo být formativní testování orientačního charakteru, a tudíž na něj nejsou kladeny tak vysoké procedurální nároky. Autoři uvádějí, že v některých případech může dokonce nedokonalost formativního testu výuce pomoci, neboť otevře diskusi a zapojí všechny zúčastněné. S tímto názorem je třeba souhlasit. Určitě se každý v učitelské praxi setkal s tím, že nepřesná formulace matematického problému otevírá diskusi, kdy navrhované možnosti řešení problému přispívají k detailnějšímu rozboru a pochopení látky. Podrobněji se matematickému textu a testování v matematice budeme věnovat v následující kapitole.

Dalším rozdílem v případě formativního či sumativního testování je časový rámec, který v případě sumativního testování musí být striktně nastaven. V případě formativního testování je informace o časovém zvládnutí testu opět čistě informační a student zjistí, zda zvládá příklady spočítat v časovém limitu. Tento časový limit je také součástí zveřejněných požadavků na studenta, se kterými se student seznámí na začátku semestru.

3.5 VÝUKA MATEMATIKY A JEJÍ SPECIFIKA

Matematické texty mají vzhledem ke svému striktně logickému členění, zvláštní symbolice a dalším specifikům bezesporu komplikovanější strukturu než jiné texty odborného či vědeckého charakteru. Je nade vši pochybnost, že číst matematický text je proto mnohem těžší než číst například dobrodružnou knihu. Domníváme se, že s psaním matematického textu je to ještě trochu obtížnější. Autoři článků či učebnic musí ve svých textech zakomponovat do běžného jazyka výrazovou přesnost a matematickou strukturu, zohlednit jazykový styl a přiměřenou slovní zásobu, nesmí zapomenout ani na motivační charakteristiky a především musí v případě učebnic psát texty v souladu s cíli výuky vymezenými v kurikulárních materiálech. Je tedy patrné, že psaní matematických výukových materiálů vyžaduje ovládat složitý aparát, ve kterém se prolínají obsahové, didaktické, pedagogické a psychologické složky, přičemž je třeba najít jejich vzájemnou harmonii.

3.5.1 SPECIFIKA MATEMATICKÉHO TEXTU

U nás se specifičností matematického textu zabýval lingvista, básník, pedagog, matematický badatel a docent v oboru matematika Ladislav Nebeský[19], který díky svým mezioborovým znalostem dokázal propojit jazykovědné odvětví s jazykem matematiků. Je jedním z autorů časopisu *Slovo a slovesnost*[20], kde v článku „O jazyce matematického textu“ (1982) řeší problematiku fungování přirozeného jazyka v extrémním prostředí matematických textů. Uvádí, že vztah matematiky k matematickým textům je velmi těsný, podstatně těsnější než např. vztah biologie k biologickým textům. Pro matematiku totiž texty znamenají i to, co pro jiné vědní obory třídění empirických dat, vývoj přístrojů, experimenty apod. Dovednostem,

[19] https://cs.wikipedia.org/wiki/Ladislav_Nebesk%C3%BD

[20] *Slovo a Slovesnost* je recenzovaný vědecký časopis věnovaný otázkám teorie a kultury jazyka.

jakými jsou v jiných oborech např. příprava preparátů nebo různá měření, odpovídá v matematice opracovávání myšlenky, a tedy vlastně práce s jazykem. Těsnost vztahu matematiky k matematickým textům se odráží v osobitosti jejich stavby, která je patrná na každé úrovni, grafematikou počínaje a globálním členěním textu konče. Na jazyk v matematických textech působí dva druhy tlaků: je nucen se vyjadřovat naprosto přesnými formulacemi a zároveň trpí konkurencí uměleckých výrazových prostředků. Ve svém článku se autor zabývá vytýčením hranice mezi přirozenými a umělými aspekty a pro přesnější vysvětlení používá termíny *jednotka strnulá* a *jednotka živá*. Jednotkám matematického textu, jejichž funkce je v jazyce přesně určena, říká strnulé. Všechny zbylé jednotky matematického textu nazývá živými. Uvádí však, že díky bohatosti českého jazyka, může být tentýž výraz užit v textu jako strnulý i jako živý, záleží vždy na jeho významu v textu. V takovém případě může být živý výraz nahrazen synonymem či lze formulovat větu jinými způsoby, naopak strnulý výraz musíme ponechat. Autor matematického textu je vždy stavěn před volbu, do jaké míry užít stručné vyjádření založené především na jednotkách živých či těžkopádné formulace opírající se hlavně o jednotky strnulé. Je zapotřebí vždy správně zvážit, zda předchozí sled myšlenek je spolehlivým klíčem k tomu, aby matematický čtenář vyčetl správný obsah.

Domníváme se, že Nebeský zde odborně popisuje námi uvedený kompromis mezi srozumitelností, matematickou strukturou a výrazovou přesností. Vystihuje naprosto přesně problematiku mateřského jazyka a jeho vnitřní stavby, která má velký vliv na samotnou výuku matematiky již na základní škole. Zde si žáci začínají uvědomovat, že struktura mateřského jazyka je jiná než například struktura jazyka anglického. Matematické texty není možné překládat bez znalosti jazyka matematického, neboť může být změněn význam. Touto problematikou se každoročně zabývá například organizační výbor mezinárodně koordinované soutěže *Matematický klokan*[21], která je překládána do mateřských jazyků. Problémem je, že nelze bezmyšlenkovitě „překlopit“ příklady z jednoho jazyka do druhého bez dobré znalosti obou jazyků a zároveň bez znalosti jazyka matematického. Opět zde vidíme souvislost s teorií Nebeského. Spolehlivě zjistit slova a slovní spojení, která jsou v jazyce daného matematického textu strnulá, nelze bez podrobnější znalosti samotného obsahu textu.

[21] https://www.matematickyklokan.net/

Specifičností matematického textu v souvislosti s porozuměním se ve světě zabývali Fang a Schleppegrell (2010). Ve své studii uvádějí, že k vyřešení matematických problémů musí studenti rozumět nejen odborným matematickým termínům, ale také každodenním slovům a jejich významům. Naopak dostatečná slovní zásoba každodenních slov není dostačující podmínkou k jazykovému porozumění v matematice. Technická slovní zásoba pracuje s dalšími gramatickými prvky na konstrukci matematických významů. Na rozdíl od běžného jazyka, kde jsou spojky používány vágně a nepřesně, v matematice se řídí přesnými pravidly a musí mít jednoznačný výklad. Tvrdí, že pochopení přirozeného jazyka k vyřešení matematického problému nestačí a že učení se číst a psát různé typy matematických textů, jako součást účelného vytváření matematických významů, podporuje vývoj matematické gramotnosti.

Ke stejnému závěru dospěli Abedi a Lord (2001), kteří provedli rozsáhlou studii testování slovních úloh, do které bylo zapojeno 1174 studentů, pro něž nebyla angličtina rodným jazykem. Studentům byly předkládány originál slovní úlohy a poté revidované texty s jednodušší slovní zásobou a jazykově kratší položky. Průměrné zlepšení bylo zaznamenáno u více než 1000 studentů, přičemž u nejlepších studentů a zdatných mluvčí angličtiny nebylo zlepšení statisticky významné, u ostatních sledovaných skupin ano. Statisticky významné zlepšení bylo zaznamenáno u studentů s horší angličtinou, u studentů s nižším socioekonomickým statusem a i u studentů s horším výsledkem z matematiky.

Shanahan, Shanahan a Misischia (2011) uvádějí, že provedli první mezioborovou hloubkovou studii čtení a navázali tak na předchozí studie, ve kterých nebylo zohledněno čtení matematiků, ale pouze historiků a vědců obecně. Účelem studie bylo identifikovat další rozdíly ve čtení mezi obory jako základ pro vývoj vhodných výukových strategií pro podporu výuky disciplinární gramotnosti. Ve své studii se konkrétně snažili odpovědět na otázku, jak se liší historici, matematici a chemici při čtení disciplinárních textů. Vyšetřovacími nástroji byly individuální rozhovory, protokoly expertů a schůzky cílové skupiny. Odborníci v matematice byli dva řádní profesoři, kteří byli zároveň matematickými teoretiky. S každým z nich byl po přečtení textu o délce alespoň jeden a půl stránky veden individuální pohovor. Účastníci studie museli nahlas přemýšlet, jejich myšlenky byly nahrávány a později kódovány.

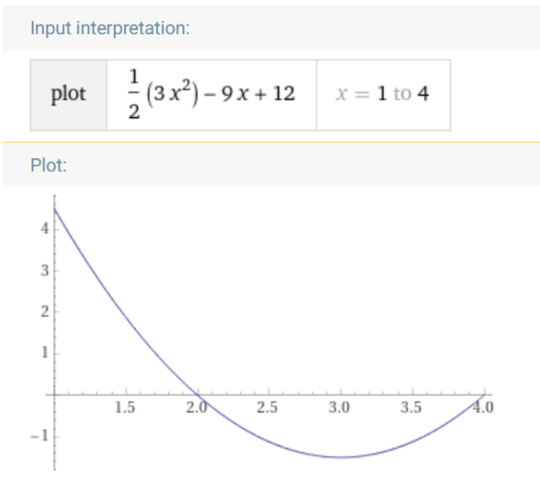
V následující tabulce jsou shrnuta specifika čtení matematického textu, zjištěná během studie (Shanahan et al., 2011). Protože se v práci zabýváme specifičností matematických textů, uvádíme pouze část studie a hlavní rozdíly oproti zbylým sledovaným skupinám. Z výsledků studie můžeme udělat závěr, že mezi matematiky a historiky je mnohem větší rozdíl než mezi matematiky a chemiky.

SLEDOVANÉ PARAMETRY STUDIE	**SPECIFIKUM MATEMATICKÉHO ČTENÍ**
Zdroj: zvážení zdroje textu nebo pohledu autora	V ostrém kontrastu s historiky nezáleží matematikům, kdo článek napsal, ale co v něm je
Kontext: úvaha o tom, kdy byl text psán a vlivy na něj	Na rozdíl od přístupu historiků nezáleží matematikům na tom, kdy byl text psán Starší články v matematice obsahují stejné informace jako články aktualizované
Potvrzení: zvážení podobností a rozdílů mezi texty	Historici používají potvrzení jako způsob, jak pochopit vícenásobné interpretace Matematici potvrzení využívají právě proto, aby se pokusili omezit možnost interpretačních rozdílů
Struktura textu: jak jsou informace v textu uspořádány	Historici a matematici věnují pozornost struktuře textů odlišnými způsoby Historici považují strukturální analýzu za způsob, jak určit autorovu pozici Matematici se více zaměřují na použití textové struktury, aby mohli lépe určit, jaké jsou problémy a řešení Matematici se méně zaměřují na povědomí autorů
Grafické prvky: obrázky, grafy, tabulky atd.	Matematici nerozlišují v textu, zda čtou matematickou rovnici, text či jiný grafický prvek Matematici považují tyto prvky za jednotné a stejně důležité
Kritika	Matematici se zaměřují na správnost informací a jsou velmi kritičtí k textům, které čtou Matematici vždy pečlivě zváží každé slovo, zda je použito významově správně, a to včetně spojek ve větách
Opakované čtení	V základním čtení všichni prokazují „těsné“ čtení textů (tj. analyzují konkrétní slova, věty a odstavce, nikoliv pouze základní čtení) V opakovaném čtení matematici zamyšleně zvažují důsledky téměř každého slova Historici i chemici při opakovaném čtení již čtou text selektivněji
Role zájmu	Matematikům prioritně záleží na hloubce článku Některé práce mají hlubší myšlenky a jinou perspektivu, vyžadují hodně přemýšlení či seznámení se s novými technickými nástroji Perspektivou jsou zde myšleny autorovy přístupy ke kvantitativním nebo prostorovým problémům

Tabulka 12 – Specifika čtení matematiků podle Shanahan et al. (2011), zdroj: vlastní zpracování

Klasifikace matematického textu

Dostal a Robinson (2018) ve svém článku „Doing Mathematics with Purpose: Mathematical Text Types“ definují čtyři typy matematického textu, účel textu a klíčové funkce textu (jaké funkce pomáhají textu plnit svůj účel). Klasifikaci shrnuje tabulka 13.

TYP TEXTU	ÚČEL	FUNKCE TEXTU	PŘÍKLAD
Kontrolní	Vysvětlit a dokázat čtenářům, proč je tvrzení pravdivé.	Propojenost matematických myšlenek	Tvrzení: Existuje nekonečně mnoho prvočísel
Algoritmický	Ukázat přístup k problémům, pokud neznáme analytické řešení nebo je příliš složité pro ruční výpočet	Diagramy, výroky (jestliže, pak; dokud není, opakuj atd.)	*Eukleidův algoritmus* Mějme dvě přirozená čísla, uložená v proměnných *u* a *w*. Dokud *w* není nulové, opakuj: • Do *r* ulož zbytek po dělení čísla *u* číslem *w*, • Do *u* ulož *w*, • Do *w* ulož *r*. Konec algoritmu – v proměnné *u* je uložen největší společný dělitel původních čísel
Algebraický (symbolický)	Zobecňovat, zvyšovat úroveň abstrakce	Speciální symboly – odmocniny, proměnné, úhly atd.	Jednodušší varianta: $y = 2x - 5$ Abstraktnější varianta: $y = ax + b$
Vizuální	Chápat vztahy proměnných, rozvíjet matematickou intuici	Statické aspekty funkčních vztahů – základní vlastnosti funkcí Dynamické aspekty funkčních vztahů – okamžitá rychlost změny, průběhy funkcí atd.	

Tabulka 13 – Klasifikace matematického textu podle Dostal & Robinson (2018), zdroj: vlastní zpracování

Závěrem kapitoly zabývající se specifičností matematického textu můžeme říct, že úspěšnost správného vyřešení matematických úloh je spojena s jazykovou vybaveností a složitost textu hraje významnou roli při řešení matematických úloh.

3.5.2 POČÍTAČOVÉ TESTOVÁNÍ A HODNOCENÍ V MATEMATICE

Specifičností matematického textu jsme se již zabývali v samostatné kapitole a nesmíme na ni zapomínat ani při zadávání testových úloh. Gueudet a Trouche (2009) uvádějí, že je třeba vhodně při jakémkoliv testování v matematice propojit tři důležité komponenty: materiální složku (papír, počítač), složku matematického obsahu (pojmy, úkoly a techniky) a didaktickou složku (organizační prvky a správné rozplánování probírané látky).

Problémem je, že nelze vždy jednoduše všechny matematické úlohy přenést z tradičních tištěných materiálů do digitálního prostředí, neboť jsme omezeni charakteristikou nabízených úloh a metodami testování (Lenhard, Schroeders & Lenhard, 2017). Důsledkem může být jednak menší rozmanitost banky úloh, ale také povrchní řešení problému. Někteří vyučující mohou být dokonce při přípravě testů a formulaci otázek do jisté míry omezeni možnostmi dostupného testovacího prostředí na školách.

Také Noyes a Garland (2008) zmiňují, že dosažení rovnocennosti v úlohách založených na papíře či na počítači představuje obtížný problém a vždy budou existovat úlohy, kde přenositelnost nebude možná. Naopak výsledky studie Sangwin a Köcher (2016) ukazují, že přenositelnost je proveditelná pro významnou část testových otázek. Jako největší překážku při používání automatického vyhodnocování testů uvádějí požadavek zkoušejících, aby studenti vyučujícím doložili, že příklad opravdu spočítali správnou metodou.

Pokud se zamýšlíme nad přenositelností jednotlivých úloh z papírové do digitální podoby, je třeba si uvědomit, že naopak v digitálním prostředí budou vznikat nové typy úloh, které nepůjdou přenést do papírové podoby. Jedná se například o tzv. přetahovačky (drag and drop). Stacey a Wiliam (2012) zmiňují, že počítače poskytují řadu příležitostí pro vývoj interaktivnějších, autentičtějších a poutavějších testů.

Kromě přenositelnosti testových úloh z papíru do počítače je třeba zohlednit i další faktory. Mezi ty patří pochopitelně technické možnosti a kvalitní internetové připojení. Tyto dva faktory jsou dnes téměř samozřejmostí. Dalším faktorem, který je třeba zohlednit, je nastavení časového rámce. Zde záleží opět na typu testové otázky a na složitosti odpovědi, kterou je třeba do testovacího prostředí zadat. Je třeba si uvědomit, že ne všichni studenti znají rychlé klávesové zkratky nebo klávesové zkratky na přepínání české a anglické klávesnice, aby mohli rychle vkládat mocniny či různé typy závorek. Právě používání správné syntaxe je u některých typů otázek jedním z dalších důležitých faktorů při testování matematických úloh.

Výhodou digitálního testování je bezesporu rychlé vyhodnocení testu a okamžitá zpětná vazba. Bohužel systémy nepodají studentům žádné vysvětlení, proč je odpověď špatně. Také hodnotí pouze konečný výsledek, nikoliv postup. Další výhodou je možnost opakovaného procvičování. Tato výhoda se může stát nevýhodou, pokud studenti řeší úlohy stylem „pokus-omyl“. Burch a Kuo (2010) upozorňují, že opakované vkládání odpovědi může vést k tomu, že si student místo důkladného přemýšlení osvojí strategii „pokus-omyl“. Axtell a Curran (2011) u této nevýhody zmiňují, že hlavním problémem je získání falešného pocitu porozumění látky.

Součástí některých digitálních výukových portálů je „Přehled výkonů“, který nezapočítává špatně zodpovězenou otázku. Student pak ve snaze získat plný počet bodů musí pokračovat znovu s nově vygenerovaným příklady. Některé digitální výukové portály dokonce za každou špatně zodpovězenou otázku odečítají body. Student pak musí několikrát odpovědět správně, aby se vrátil na již jednou dosaženou úroveň. Díky přehledu výkonů může také učitel sledovat aktivitu třídy, snadno a rychle zjistit typy chyb, přizpůsobit tempo výuky.

Přínosem počítačem podporovaného hodnocení[22] ve vysokoškolské výuce matematiky se zabývala ve své případové studii Jahodová Berková (2017). Využila metodu nestrukturovaného zúčastněného pozorování a zjišťovala dopady při zadávání domácích úkolů a zápočtových testů v systému *Maple*. Zjistila, že pozitivním efektem počítačem podporovaného hodnocení je, že je odbourána diskuze zaměřená na nespokojenost studentů s hodnocením učitele, jelikož je zodpovědnost za hodnocení přenesena na počítač. Na druhou stranu někteří studenti začali přikládat počítači přílišný význam. V řadě případů dokonce technologie utlumila postavení učitele ve výuce.

[22] Zkráceně CAA – Computer-Aided Assessment.

Podrobný přehled výhod a nevýhod počítačem podporovaného hodnocení z pohledu studentů a z pohledu učitelů shrneme v následujících dvou tabulkách.

VÝHODY CAA	NEVÝHODY CAA
Psaní matematických symbolů	Prostředí v angličtině
Vyhodnocování úloh	Demotivace, když dojde k chybě kvůli syntaxi
Okamžitá zpětná vazba	Špatně naprogramované úlohy
Práce z domova	Nezkontroluje postupy
Příklady mohou obsahovat návody, postupy atd.	Nepozná numerickou chybu od nepochopení
Rozšíří angličtinu a matematickou syntaxi	Podvádění (díky přístupu k internetu)
Naučí hlídat si chybovost	Zpětná vazba od učitele je lepší
Motivace	Papírová forma je lepší než dlouhá práce s PC
Opakované otevření testu	Nehodí se na zápočty a zkoušky
Procvičování	Chybí ústní zkouška
Přehled o splněných úkolech	
Větší práce při podvádění v DÚ	
Velice vhodný systém pro plnění DÚ a učení	

Tabulka 14 – Výhody i nevýhody používání systémů CAA z pohledů studentů podle Jahodová Berková (2017, s. 112)

Jahodová Berková (2017) uvádí, že potenciál počítačem podporovaného hodnocení z pohledu studentů spatřuje v oblasti formativního hodnocení a distančních forem výuky. Tento závěr vyplynul z otevřeného kódování polostrukturovaných rozhovorů. Ti jsou přesvědčeni, že systémy by měly být využívány zejména k procvičování v průběhu semestru, nikoliv při sumativních testech.

VÝHODY CAA	NEVÝHODY CAA
Objektivita	Velká práce při přípravě úloh
Efektivita (zejména časová)	Nutný internet
Práce z domova	Není univerzální – problémové úlohy
Zpětná vazba	Neotestuje přehled studenta
Generování neomezeného množství úloh	Nepružný interface
Garantovaná úroveň	Stres z důvodu technických problémů
Dril pro slabé studenty	Studenti se učí nazpaměť určité typy otázek

Tabulka 15 – Výhody i nevýhody používání systémů CAA z pohledů učitelů podle Jahodová Berková (2017, s. 117)

U počítačem podporovaného hodnocení lze také obtížněji určit, kdo skutečně online úkol zpracoval a kdo podváděl. Faktor „Podvádění“ zmiňovali studenti v průběhu studie jako výhodu i jako nevýhodu. Výhodou bylo myšleno, že pokud má každý student (díky variabilitě testů) jinou otázku, je podvádění obtížnější a každý si musí příklad spočítat sám. Naopak (díky internetovému připojení) lze snadno podvádět s podporou například matematického programu *Wolfram*[23] (Jahodová Berková, 2017). Pokud ale zvolíme počítač k formativnímu testování, předpokládáme, že studenti nemají potřebu podvádět, protože získané znalosti využijí při závěrečném testování.

3.5.3 DOSTUPNÉ VÝUKOVÉ MATERIÁLY V MATEMATICE V TERCIÁLNÍM VZDĚLÁVÁNÍ

Komplexní pojetí učebnice předpokládá, že učebnice bude nositelem nejenom obsahu vzdělávání, ale také prostředkem aparátu řídící učení. Tento aparát plní funkci osvojování učiva prostřednictvím celé řady didaktických prostředků. Mezi ně patří kromě učebnic různé pracovní sešity, sady testů či rozšiřující materiály. S nástupem informačních a komunikačních technologií přibývají počítačové softwary, mobilní aplikace a různá interaktivní cvičení. Ta jsou doplněna automatickým vyhodnocením, někdy dokonce přehledem výkonu studenta.

Zatímco na základních školách se všichni žáci učí ze stejných didaktických prostředků, na středních školách mají studenti nejčastěji doporučenou sbírku úloh *„Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy“* (Petáková) a dále čerpají ze zápisků z vyučovacích hodin nebo z doporučených odkazů na výukové materiály. Tento názor si dovolíme tvrdit na základě rozhovorů s učiteli středních škol či na základě účastí na pedagogických konferencích. Učitelé často zmiňují, že materiálů je na internetu celá řada, ale chybí jejich propojenost s právě probíranou látkou. Učitelé by uvítali zpracovaný interaktivní materiál, který by byl doplňkem právě doporučené sbírky úloh. Tento názor koresponduje s tím, že na českém edukačním trhu není pestrá nabídka hybridních sbírek pro středoškolské vzdělávání.

[23] https://www.wolframalpha.com/

Nakladatelství *Fraus* je aktuálně jediné nakladatelství na českém edukačním trhu, které propojuje tištěnou učebnici s interaktivním prostředím a nabízí hybridní vzdělávací materiály, je nakladatelství *Fraus*. Dále na českém trhu pro středoškolské vzdělávání existuje celá řada digitálních výukových portálů, jejichž shrnutí nalezneme například na stránkách *Vzdělávání #NaDálku*[24], což je rozcestník MŠMT s nástroji pro online vzdělávání. Užitečné odkazy k výuce matematiky najdeme i na stránkách *Společnosti učitelů matematiky JČMF*[25]. K těmto digitálním výukovým materiálům neexistuje ale protějšek v podobě tištěných materiálů.

V terciálním vzdělávání je situace podobná. Studenti mají v rámci sylabu uvedenou základní a doporučenou literaturu a klíčové by pro ně měly být vlastní poznámky z přednášek, seminářů, cvičení či konzultací. Někteří vyučující používají při výuce připravené prezentace, které v některých případech dávají studentům k dispozici. Jiní vyučující, obzvlášť v matematice, raději používají při výuce tabuli, křídu či fix. Tento názor je podložen z vlastních zkušeností či zkušeností kolegů.

Obsah sylabu se dle typu vysoké školy od středoškolské výuky matematiky liší více či méně. Kapitoly jako lineární algebra či integrální a diferenciální počet jedné proměnné, které se vesměs na vysokých školách v prvním semestru bakalářského studia vyučují, v Rámcově vzdělávacích programech pro gymnázia zahrnuty nejsou. Některé školy ale již tyto kapitoly v rámci volitelných seminářů zařazují. Studenti pak základy problematiky znají a výklad na vysoké škole se liší jen v hloubce pochopení. To je také jeden z důvodů, proč digitální výukové portály obsahují kapitoly, které se vyučují vesměs až v terciálním vzdělávání. U některých digitálních výukových portálů nalezneme navíc příklady různých obtížností. Ostatní studenti, kteří neprošli na střední škole těmito výběrovými semináři matematiky, navazují na základní znalosti ze středních škol. Na rozdílné znalosti ze středoškolské matematiky reagují některé vysoké školy tak, že organizují před začátkem prvního semestru vyrovnávací kurzy matematiky nebo několik prvních hodin semestru věnují opakování, a tím dochází k překryvům mezi střední a vysokou školou. Situaci díky praxi můžeme shrnout tak, že studenti nemají problémy pochopit v prvním semestru bakalářského studia vysokoškolskou matematiku, pokud mají dostatečné znalosti ze středoškolské matematiky.

---

[24] https://nadalku.msmt.cz/cs/vzdelavaci-zdroje/matematika

[25] https://suma.jcmf.cz/uzitecne-odkazy/vyuka-matematiky/

Nyní bychom shrnuli jednotlivé digitální výukové portály, doporučené ze stránek *Vzdělávání #NaDálku*[26].

Finanční gramotnost[27]

Dle názvu se jedná o web se zaměřením na oblast finanční gramotnosti. Problematiku zacházení s penězi rozděluje dle věku do tří kategorií: první stupeň ZŠ, druhý stupeň ZŠ a SŠ či gymnázia. Projekt seznamuje žáky a studenty se základními situacemi každodenního života. Vznikl ve spolupráci s *Raiffeisenbank*.

Geogebra[28]

GeoGebra je počítačový program pro interaktivní geometrii, algebru i analýzu. Je určen především pro učitele a studenty. Většina verzí *GeoGebry* je k dispozici uživatelům zdarma. *GeoGebra* je určena pro všechny úrovně vzdělávání, poněvadž spojuje geometrii, algebru, tabulky, znázornění grafů, statistiku a infinitezimální počet. Vzdělávací software získal četná ocenění v Evropě a USA.

Geotest[29]

GeoTest je učební pomůcka pro zadávání a řešení geometrických konstrukčních úloh. Jádrem *GeoTestu* je *GeoGebra*.

Isibalo[30]

Projekt *Isibalo* je zaměřený na matematikáře, fyzikáře a chemikáře. Obsahuje srozumitelně vysvětlenou látku ve výukových videích, která jsou zdarma. Kromě videí obsahuje i video příklady a testy, pro jejichž zobrazení je třeba zakoupit předplatné.

Khanova matematika

Projekt *Khan Academy*[31] začal vznikat v roce 2006 na základě pozitivní zpětné vazby od sestřenice, které zakladatel projektu Salman Khan vysvětloval probíranou látku na dálku. Nyní

---

[26] Řazeno abecedně a uvedeny pouze digitální výukové portály pro střední a vysoké školy.
[27] https://www.zlatka.in/cs/
[28] https://www.geogebra.org/ – údaje k 31. 7. 2022
[29] https://nadalku.msmt.cz/cs/vzdelavaci-zdroje/matematika/geotest
[30] https://nadalku.msmt.cz/cs/vzdelavaci-zdroje/matematika/isibalo
[31] https://cs.khanacademy.org/math/ – údaje k 31. 7. 2022

internetová stránka projektu disponuje více než 6 200 videolekcemi z různých vzdělávacích oblastí, má více než 450 milionů zhlédnutí a pokrývá 366 témat, doplněných příklady k procvičování s průběžným hodnocením. Výhodou *Khan Academy* je bezesporu i přehled výkonů jak pro registrované žáky, tak i pro učitele.

Zásluhou iniciativy skupiny dobrovolníků jsou videa i cvičení od května 2011 postupně překládána do češtiny. V říjnu roku 2012 bylo založeno občanské sdružení *Khanova škola*[32], jehož cílem je přeložit obsah *Khan Academy*. Od roku 2012 *Khanova škola* lokalizovala přes 1000 českých videí, přes 400 českých cvičení, mobilní aplikaci *Khan Adademy* na iOS a Androidu a téměř 4000 otitulkovaných videí, které jsou k dispozici na webu.

LearnTube[33]

LearnTube je obsáhlý interaktivní web s videolearningem. Studenti mohou využít zvýhodněného maturitního balíčku k přípravě ke státní maturitě. Balíček se skládá z 8 videokurzů a pokrývá celou středoškolskou látku. V současné době nabízí 67,3 hodin videí, 415 lekcí a je možno ho pořídit za zvýhodněnou cenu 1690,- Kč.

Matematika polopatě[34]

Matematika polopatě (název vznikl od nesprávného slovního spojení „po lopatě“) je projekt zaměřený pro děti, žáky a studenty základních, středních a vysokých škol. Nabízí desítky „polopaticky“ psaných článků o matematice. Naleznete zde postupy, vysvětlení, obrázky, příklady, testy, vše on-line. Jedná se ve své podstatě o hypertextovou učebnici. Na stejném webu se nachází také matematické fórum.

MATH4U[35]

Projekt *MATH4U*, který spustila Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, nabízí originální aplikaci na procvičování nejen v počítači, ale i na mobilu nebo tabletu. Z pestré databáze otázek je možné vytvořit interaktivní testy k procvičování pro studenty (*MATH4S*) nebo za pár minut písemky pro učitele (*MATH4T*). Učitelé také mohou použít

[32] https://khanovaskola.cz
[33] https://learntube.cz/ – údaje k 31. 7. 2022
[34] https://www.matweb.cz/
[35] http://math4u.vsb.cz/ – údaje k 31. 7. 2022

některou ze 150 připravených tréninkových her pro celou třídu (*MATH4C*). Aplikace je zdarma a dokonce v pěti jazycích – v češtině, angličtině, slovenštině, polštině a španělštině. Obsah pokrývá učivo střední školy, je rozdělen do 12 tematických oblastí, které jsou členěny do podoblastí, z nichž každá má tři části označené obtížnostmi A, B a C. Aplikace umožní vyrobit písemku připravenou pro tisk či vytvořit interaktivní test ve formátu PDF.

Matika pro spolužáky[36]

Projekt *Matika pro spolužáky* má kořeny v občasném doučování spolužáků. V říjnu 2020 autoři projektu spustili nový vzdělávací online systém *ForClassmates*. Projekt pokrývá celou středoškolskou matematiku a nabízí postupy a řešení k příkladům, které nejsou uvedeny v papírové učebnici. Text psán formou tykání a používá srozumitelná slova, neboť ho píší středoškolští a vysokoškolští studenti. Kromě placených materiálů obsahuje web několik řešených příkladů zdarma.

Realisticky[37]

Projekt *Realisticky* navazuje na dřívější stránky učitele Krynického[38], který od roku 2008 umísťoval obsahy hodin matematiky a fyziky na web. Tyto své studijní materiály používal při výuce pro své studenty. V současné době obsahuje web zpracovanou látku, lekce a příklady z matematiky a fyziky pro základní a střední školy.

Škola s nadhledem[39]

Škola s nadhledem je další z projektů nakladatelství *Fraus*, který byl spuštěn v roce 2017 v pilotní verzi a nabízel online cvičení zaměřená i na středoškolskou matematiku. Všechna cvičení jsou přehledně rozdělena do témat a podtémat. Každý student si tak může vybrat právě to, co potřebuje procvičit. Některá cvičení jsou připravena v různých úrovních podle obtížnosti. Před začátkem školního roku 2018/2019 prošel portál kompletní vizuální přeměnou, díky níž došlo k výraznému rozšíření nabízeného obsahu. Projekt byl rozšířen o nový koncept tzv. hybridních vzdělávacích materiálů, které propojují tištěnou variantu učebnice s interaktivním

[36] https://www.matikaprospoluzaky.cz/priklady
[37] http://www.realisticky.cz/
[38] http://krynicky.cz/ucebnice/Matematika/index.html
[39] https://www.skolasnadhledem.cz/ – údaje k 31. 7. 2022

procvičováním. Registrovaný uživatel má navíc k dispozici přehled splněných cvičení, historii a statistiku.

Techambition[40]

Online aplikace *Techambition* díky využití umělé inteligence pomáhá učitelům zařadit aktivizující a zábavné učební postupy maximálně účinným způsobem. Aplikace obsahuje stovky interaktivních lekcí středoškolské matematiky. Přímo v aplikaci může učitel žákům zadávat připravené úkoly, testy a sledovat jejich aktivitu. Po testu, ve kterém uspěje jen část třídy, aplikace doporučí témata vhodná pro diskusi v malých skupinách. Umělá inteligence sestaví skupiny tak, aby si méně úspěšní studenti při debatě doplnili potřebné znalosti před další výukou. Každý student může v aplikaci také pracovat individuálně svým vlastním tempem, přičemž dostává okamžitou zpětnou vazbu, nápovědy a vysvětlení.

Umime matiku[41]

Projekt *Umíme matiku* je součástí rozsáhlejšího projektu *Umime to*, což je nástroj na důkladné procvičování doma i ve škole. Disponuje kvalitním obsahem a pestrou paletou cvičení od prvního stupně až po maturitu a nabízí možnost zadávat domácí úlohy, které systém sám zkontroluje. Systémy jsou postaveny a neustále vylepšovány na základě zkušeností z vědeckého výzkumu Fakulty informatiky Masarykovy univerzity v Brně.

Nabídka dalších výukových materiálů, tzn. prezentací, videí, cvičebních sbírek, interaktivních úloh je v terciálním vzdělávání čistě v kompetenci vyučujících nebo garantů předmětů. Například již uvedená Ekonomická fakulta Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích využívá prostředí *LMS Moodle*, které je primárním prostředím používaným k výuce. Garant předmětu do něj musí ke každému předmětu vytvořit kurz, do něhož pak vyučující vkládají své výukové materiály. Druhotným podpůrným prostředím se na Ekonomické fakultě při distančním vzdělávání stal *Teams*[42]. Někteří vyučující ho stále používají jako doplněk k online konzultacím. Kromě textové komunikace a video hovorů poskytuje *Teams* také datové úložiště a integraci dalších aplikací do tohoto prostředí.

[40] https://cze-cs.techambition.com/
[41] https://www.umimematiku.cz/
[42] teams.microsoft.com

3.5.4 STRUKTURA MATEMATICKÉHO TEXTU

Strukturální analýza pro matematické učebnice nebyla zatím provedena nebo se nám žádnou takovou strukturální analýzu nepodařilo dohledat. Z důvodu empirické části práce jsme potřebovali znát strukturní komponenty objevující se v nově vznikajících médiích, abychom se následně mohli zabývat rozdílnými hledisky při práci s nimi. Vzhledem k tomu, že se jedná o poměrně složitý aparát, opřeli jsme se při její konstrukci o již vytvořený univerzální model používaný pro tištěné učebnice (Průcha, 1998), později modifikovaný pro nově vznikající média (Krotký, 2015).

V empirické části práce se sice budeme věnovat terciálnímu vzdělávání, přesto jsme při vytvoření kategorizace strukturních komponent museli vycházet ze středoškolských učebnic a zmíněných digitálních výukových portálů. Důvody, proč lze použít středoškolské učebnice a digitální materiály pro střední školy, jsme popsali v kapitole „Dostupné výukové materiály v matematice v terciálním vzdělávání“, kde jsme také zmínili, že ucelené sady učebnic pro terciální vzdělávání neexistují a dostupné výukové materiály jsou v kompetencích vyučujících či garantů předmětů.

Nejdříve jsme zpracovali kategorizaci pro tištěné učebnice, kterou jsme následně rozšířili o strukturní komponenty I-učebnic. Abychom pokryli celý matematický aparát, vybrali jsme záměrně jedno téma algebraické a jedno téma geometrické, konkrétněji kapitoly funkcí a planimetrie. Domníváme se, že svým pojetím výkladu jsou výrazně odlišné a postačující k vytvoření komplexní kategorizace strukturních komponent matematických textů.

Současně dostupné učebnice pro střední školy z kapitoly funkcí a planimetrie jsou:

- „*Funkce*“ z nakladatelství *Prometheus*,
- „*Funkce*“ z nakladatelství *Didaktis*,
- „*Funkce I*“ a „*Funkce II*“ z nakladatelství *Fraus*.
- „*Planimetrie*“ z nakladatelství *Prometheus* (matematika pro gymnázia),
- „*Planimetrie*“ z nakladatelství *Prometheus* (matematika pro střední odborné školy),
- „*Planimetrie*“ z nakladatelství *Didaktis*,
- „*Planimetrie I*“, „*Planimetrie II*“ a „*Planimetrie III*“ z nakladatelství *Fraus*.

Srovnání vývoje učebnic z pohledu funkčně strukturální analýzy

Poté, co jsme analyzovali uvedené učebnice a porovnali strukturní komponenty z hlediska vývoje učebnic, můžeme uvést několik zásadních rozdílů.

- Je vidět, že používaný model vznikl v době, kdy na sebe učebnice jednotlivých ročníků plynule navazovaly. Dřívější učebnice obsahovaly otázky a shrnutí k celému i k předchozímu ročníku, dnes jsou učebnice matematiky tematické, což souvisí s tím, že školy dnes mají na základě rámcových vzdělávacích programů pro daný typ vzdělávání povinnost zařadit pouze jednotlivé tematické celky.
- Zatímco dřívější učebnice byly psány černobíle a vesměs obsahovaly text, dnes vidíme výrazné rozdíly hlavně v neverbálních strukturních komponentech.

Odlišnosti strukturních komponent matematických tištěných učebnic

Aparát prezentace učiva

- Text rozdělil Průcha na výkladový text prostý, výkladový text zpřehledněný a doplňující. Zde se domníváme, že zde je třeba výkladový text zpřehledněný rozdělit na:
    - „Výkladový text nedefiniční“ – právě představení nové látky srozumitelnějším výkladem než je definice či věta snižuje obtížnost učebnice a jednodušší formulace je mnohdy klíčem k pochopení problému,
    - „Výkladový text definiční“ – věty, lemma, axiomy, tvrzení.
- V aparátu prezentace učiva nacházíme další typický strukturní prvek matematického aparátu – jedná se o „Vzorově řešené příklady“.
- Všechny neverbální komponenty nacházíme i v matematických učebnicích – typický matematický prvek tzv. „Důkaz beze slov“ je dle nás „Naukovou ilustrací“.

Aparát orientační

- Do orientačního aparátu jsme přidali další typický matematický prvek „Přehled použitých symbolů a značek“, který usnadňuje orientaci v učebnici.

Kategorizace strukturních komponent matematických tištěných učebnic

Na základě podrobné analýzy učebnic funkcí a planimetrie a po provedení testu shody hodnotitelů nám vznikla následující kategorizace. Test shody hodnotitelů provedli tři učitelé matematiky s dlouholetou pedagogickou zkušeností.

Ukázky přidaných či upravených strukturních komponent, na jejichž základě jsme kategorizaci Průchy (1998) přizpůsobili matematickému textu, nalezne čtenář v příloze 5. Přidané či upravené strukturní komponenty matematického textu jsou v následujících tabulkách znázorněny barevně.

APARÁT PREZENTACE UČIVA (celkem 13 komponent)	
Verbální komponenty	**Neverbální komponenty**
Výkladový test prostý	Umělecká ilustrace
Výkladový test nedefiniční	Nauková ilustrace, důkazy z naukové ilustrace
Výkladový text definiční	Obrazová prezentace barevná
Doplňující text	Fotografie
Vzorově řešené příklady	Mapy, kartogramy, plánky, grafy, diagramy aj.
Poznámky a vysvětlivky	
Podtexty k vyobrazením	
Slovníček pojmů a cizích slov	

Tabulka 16 – Strukturní komponenty matematických učebnic, aparát prezentace učiva

APARÁT ŘÍDÍCÍ UČENÍ (celkem 16 komponent)	
Verbální komponenty	**Neverbální komponenty**
Předmluva	Grafické symboly vyznačující určité části textu
Návod pro práci s učebnicí	Užití zvláštní barvy pro text
Stimulace celková	Užití zvláštního písma pro text
Stimulace detailní	Využití přední nebo zadní obálky
Odlišení úrovní učiva	
Otázky a úkoly za tématy, lekcemi	
Instrukce k úkolům komplexnější povahy	
Náměty pro mimoškolní činnost	
Explicitní vyjádření cílů učení	
Prostředky k sebehodnocení	
Výsledky úkolů a cvičení	
Odkazy na jiné zdroje informací	

Tabulka 17 – Strukturní komponenty matematických učebnic, aparát řídící učení

APARÁT ORIENTAČNÍ (celkem 5 komponent)	
Verbální komponenty	**Neverbální komponenty**
Obsah	
Členění kapitol	
Marginálie, živá záhlaví	
Rejstřík	
Přehled použitých symbolů a značek	

Tabulka 18 – Strukturní komponenty matematických učebnic, aparát orientační

Rozdíly v naměřené míře didaktické vybavenosti učebnic podle Průcha a podle námi upravené kategorizace pro zajímavost uvádíme v příloze 1 a 2. Naměřené hodnoty mají pro nás pouze informační charakter, nicméně poukazují na problematiku posuzovat učebnice jiným způsobem než jen dle naměřené míry didaktické vybavenosti. Pouhým upravením kategorizace pro potřeby matematického textu jsme zvýšili naměřené hodnoty didaktické vybavenosti. Po úpravě kategorizace má pět učebnic (ze sedmi) naměřený stoprocentní koeficient využití neverbálních komponent a dvě učebnice stoprocentní koeficient aparátu prezentace učiva. To by znamenalo, že učebnice jsou již v naměřených koeficientech ideální a není co vylepšovat. A to platí i v případě, že student takovou učebnici vůbec neotevřel a nepracoval s ní. Jinými slovy, didaktická vybavenost nebyla posuzována uživateli učebnic. Také by naměřené vysoké hodnoty znamenaly, že I-učebnice, která se oproti tištěným učebnicím liší přidáním strukturních komponent, již míru didaktické vybavenosti zvýšit ani nemůže. Přitom právě neverbální komponenty v případě interaktivních učebnic obsahují celou řadu nových multimediálních komponent.

Kategorizace strukturních komponent matematických I-učebnic

V předchozí kapitole jsme provedli strukturální analýzu tištěných matematických učebnic na základě podrobné analýzy středoškolských učebnic funkcí a planimetrie, tudíž pro kategorizaci strukturních komponent interaktivních učebnic zanalyzujeme stejné kapitoly. V nabídce učebnic jsou:

- *„Planimetrie I“*, *„Planimetrie II“* a *„Planimetrie III“* z nakladatelství *Fraus,*
- *„Funkce I“* a *„Funkce II“* z nakladatelství *Fraus.*

Protože v naší práci do I-učebnic řadíme kromě interaktivních středoškolských učebnic také digitální výukové portály, provedli jsme i analýzu strukturních komponent digitálních výukových materiálů, které jsme shrnuli v kapitole „Dostupné výukové materiály v matematice v terciálním vzdělávání“. Získali jsme tak komplexní kategorizaci strukturních komponent v nově vznikajících médiích pro matematický aparát.

Analýza interaktivních učebnic

Důkladnou analýzou kapitol funkcí a planimetrie jsme vytvořili přehled strukturních komponent, kterými se liší I-učebnice od tištěné (Vocetková, 2017). I-učebnice byla rozšířena o 1244 strukturních komponent, konkrétně o 335 v tematickém celku funkce a o 909 v tematickém celku planimetrie (podrobněji v příloze 3 a 4). Celá čtrnáctidílná řada středoškolských matematických učebnic nakladatelství *Fraus* je psána stejným stylem, tudíž se dá předpokládat, že stejné strukturní komponenty se vyskytují i ve zbylých učebnicích. Současné učebnice obsahují stejné strukturní komponenty. Lze ale předpokládat, že počet strukturních komponent, o které je I-učebnice rozšířena, se bude lišit, neboť hlavní výhodou interaktivních učebnic je bezesporu jejich snadná modifikace. V roce 2020 byly ale strukturní komponenty stále stejné. Pro každý komponent používají autoři učebnic ve všech sadách učebnic stejné značky, což napomáhá orientaci v učebnicích. Všechny komponenty nalezne čtenář u každé kapitoly v rozbalovací liště. Naším úkolem bylo zařadit vyskytující se strukturní komponenty do jednotlivých aparátů a do verbálních či multimediálních komponent.

Aparát prezentace učiva – verbální komponenty

- poznámky a vysvětlivky,
- překlad AJ.

Aparát prezentace učiva – multimediální komponenty

- obrázek, fotografie,
- videoanimace,
- mapy, grafy, diagramy.

Aparát řídící učení – verbální komponenty

- odkaz z teorie do jiné kapitoly ve stejné učebnici,
- odkaz z teorie do jiné učebnice matematiky (ze stejné řady učebnic),

- odkaz na řešené úlohy, na cvičení nebo na výsledek/řešení,
- mezipředmětový odkaz,
- odkaz na web,
- krokované nápovědy,
- mezivýpočet,
- prostředky k sebehodnocení s automatickým vyhodnocením.

Aparát řídící učení – multimediální komponenty

- krokované konstrukce, krokovaný obrázek.

Pokud zařadíme jednotlivé strukturní komponenty do kategorizace dle Krotký (2015), zjistíme odlišnosti pouze v aparátu řídící učení. Strukturní komponenty „Krokované nápovědy a mezivýpočet“ a v případě geometrických učebnic „Krokované konstrukce, krokovaný obrázek“ jsou typické prvky matematického aparátu, proto je v kategorizaci nenacházíme.

Po prostudování příloh 3 a 4 zjistíme, že I-učebnice obsahuje minimum prvků z aparátu prezentace učiva, které se vyskytují v žákovských učebnicích. Ve všech třech dílech učebnice „*Planimetrie*“ se celkem vyskytuje 14 prvků a v učebnicích „*Funkce*“ se dokonce nevyskytuje žádný, přičemž přidané neverbální komponenty jsou z našeho pohledu spíše zajímavosti, zařazené do učebnic za účelem rozšíření mezipředmětových souvislostí (Vocetková, 2017). Aparát řídící učení obsahuje celou řadu odkazů, které Krotký (2015) shrnuje do nového interaktivního verbálního komponentu aparátu řídící učení „Mezioborové nebo mezipředmětové odkazy“. Každá učebnice obsahuje dva testy („Prostředky k sebehodnocení“), které jsou automaticky vyhodnoceny.

Analýza digitálních výukových materiálů

V digitálních výukových materiálech se dle Krotký (2015) vyskytují i další strukturní komponenty, které se v interaktivních učebnicích nevyskytovaly. Jedná se o „Doprovodný zvuk“, „Základní a doplňkové interaktivní aktivity“ a „Pokročilé interaktivní aktivity“. Dále po důkladné analýze nacházíme další strukturní komponent typický pro matematický aparát, kterým je „Kalkulačka“. Z analýzy strukturních komponent I-učebnic vyplývá, že získáváme tři nové strukturní komponenty, které jsou doplněny do následujících tabulek a znázorněny opět barevně.

APARÁT PREZENTACE UČIVA (nových 7 komponent)	
Multimediální komponenty	
Obrazové	3D obrázek
	Dynamická fotografie
Video	Videozáznam
	Videoanimace
	Animace
Audio	Zvukový komentář
	Zvukový projev

Tabulka 19 – Strukturní komponenty matematických I-učebnic, aparát prezentace učiva

APARÁT ŘÍDÍCÍ UČENÍ (nových 9 komponent)	
Verbální komponenty	
Interaktivní	Komponent „Prostředky k sebehodnocení“ je rozšířen o „Přehled výkonů“
	Mezioborové nebo mezipředmětové odkazy
	Krokované nápovědy a mezivýpočty
Multimediální komponenty	
Obrazové	Krokované konstrukce
Audio	Průvodce učebnicí
	Doprovodný zvuk
Interaktivní	Základní a doplňkové interaktivní aktivity
	Pokročilé interaktivní aktivity
	Kalkukačka

Tabulka 20 – Strukturní komponenty matematických I-učebnic, aparát řídící učení

APARÁT ORIENTAČNÍ (nových 7 komponent)	
Multimediální komponenty	
Interaktivní	Vyhledávání
	Klávesové zkratky, gesta
	Přítomnost navigace
	Zažité příkazy
	Optimalizace parametrů audiovizuálních prvků a textu
	Mapa struktury učebnice
	Personifikace učebnice

Tabulka 21 – Strukturní komponenty matematických I-učebnic, aparát orientační

Závěrem strukturální analýzy můžeme říct, že vždy při každé strukturální analýze učebnic je třeba si přesně vymezit objekt strukturální analýzy, který chceme zkoumat, a sestavit si kategorizaci strukturních komponent odpovídající konkrétní zkoumané problematice. Pochopitelně se kategorizace může lišit dle citu hodnotitelů, kteří provádí test shody. Vytvořená kategorizace strukturních komponent pak umožní porovnávat učebnice mezi sebou, ovšem stále pouze co do výskytu komponent v učebnici. Jedná se o rychlý evaluační nástroj, který se při komparaci učebnic často využívá.

Kategorizací strukturních komponent matematických učebnic jsme také splnili dílčí cíl práce. V tabulkách 16–18 je shrnuta kategorizace strukturních komponent tištěných učebnic a v tabulkách 19–21 kategorizace strukturních komponent I-učebnic. V empirické části se budeme o tyto vytvořené kategorizace matematických učebnic opírat.

3.6 DIDAKTICKÉ ZÁSADY V KONTEXTU S VÝBĚREM UČEBNIC

3.6.1 DIDAKTICKÉ ZÁSADY V TERCIÁLNÍM VZDĚLÁVÁNÍ

Didaktické zásady jsou „*obecné požadavky, které v souladu se základními zákonitostmi výuky a s výchovně vzdělávacími cíli určují její charakter. Vztahují se na všechny stránky výchovně-vzdělávací činnosti, tj. na učitelovu vyučovací činnost, na poznávací činnost žáka, na učivo atd.*“ (Kurelová, 2001, s. 45). Někteří autoři hovoří místo o didaktických zásadách o didaktických principech či vyučovacích zásadách.

Vlastními slovy můžeme didaktické zásady chápat jako jistá doporučení týkající se organizování a průběhu vyučovacího procesu s cílem zefektivnit výuku. Didaktickými zásadami se zabýval již Jan Amos Komenský a podrobně vše popsal v knize „*Didaktika velká*“. Ve stručnosti se jednalo o zásady názornosti, systematičnosti a soustavnosti, aktivnosti, trvalosti a přiměřenosti. Prosazoval didaktický princip posloupnosti, kdy se má postupovat od jednoduchého ke složitému, od známého k neznámému a od konkrétního k abstraktnímu (Komenský, 1948). Některé didaktické zásady zůstávají stejné, jiné jsou dnešními autory upravené nebo se v dnešní době obklopené internetem uplatňují zcela výjimečně. Zatímco Komenský kladl velký důraz kromě názornosti na výuku v přírodě, v dnešní době je výuka obklopena informačními a komunikačními technologiemi.

I když se problematice věnuje celá řada autorů, nebyl ještě vytvořen jednotný systém těchto zásad.

Tradičně prezentované didaktické zásady jsou (Kurelová, 2009):

- zásada komplexního rozvoje osobnosti žáka,
- zásada vědeckosti,
- zásada individuálního přístupu k žákům,
- zásada spojení teorie s praxí,
- zásada uvědomělosti a aktivity,
- zásada názornosti,
- zásada soustavnosti a přiměřenosti.

Zormanová (2017), která se věnuje didaktice dospělých, přidává k výše uvedeným zásadám další dvě:

- zásada trvalosti,
- zásada zpětné vazby.

Jiný pohled na didaktické zásady ve výuce dospělých přinášejí autoři Hyhlík a Knězů (1971), kteří didaktické zásady rozdělili do čtyř základních skupin:

- motivace dospělého k učení;
- principy interakce dospělého studenta a lektora – interakce by se měla podobat pracovnímu procesu, kdy dochází ke společnému řešení problému;
- princip výběru a organizace vzdělávacího obsahu – při výuce dospělých vycházíme z jejich potřeb;
- princip řízení procesu učení.

Pokud bychom podrobněji popsali výše uvedené skupiny, tak je zapotřebí, abychom při výuce dospělých vytvářeli příjemnou a přátelskou atmosféru; společně řešili problémy, které odpovídají pracovnímu procesu; vycházeli při výuce z jejich potřeb a respektovali psychologické zákonitosti učení a specifika dospělých v učebním procesu.

3.6.2 ZÁSADA INDIVIDUÁLNÍHO PŘÍSTUPU

Kurelová (2009) uvádí, že žáci v jedné třídě se shodují jen v některých vnějších znacích, které nejsou podstatné pro jejich výuku. Důležitější jsou rozdíly v postojích k učení, v osobních zkušenostech, domácím prostředí apod. Weinhöfer (2011) upozorňuje na to, že učitel může nějakou z didaktických zásad při práci s učebnicí aplikovat, pokud bude učebnice k této práci přizpůsobena. Z toho vyplývá, že učebnice by měla být výsledkem působení několika odborníků. Pokud převedeme jeho myšlenku na učebnice matematiky, tak je v učebnici třeba skloubit matematický jazyk a syntaxi, obsahovou správnost, zohlednit vzhledem k věku pojmovou a odbornou zátěžovou a volit přiměřeně dlouhé texty.

Pokud převedeme zásadu individuálního přístupu na náš výzkum, tak se domníváme, že student by měl mít možnou si vybrat, jakou preferuje učebnici, zda tištěnou učebnicí nebo I-učebnicí. Domníváme se, že se jedná o zcela odlišný přístup k učení. O tom, že každý student volí jiný přístup a tím pádem i jinou variantu učebnice, svědčí celá řada výzkumů, které nyní shrneme.

Sharma (2020) provedl studii, do které bylo zařazeno 126 studentů prvního ročníku bakalářského studia v Makawanpur Multiple Campus v Nepálu. Hlavním účelem tohoto výzkumného článku bylo zkoumat preferované médium pro čtení (tištěné či elektronické), sekundárním účelem pak zdroje těchto médií (knihy, průvodce, sbírky či materiály od učitelů) a denní čas vhodný k přípravě na výuku. Procentuální statistiky ukazují, že 89 studentů (70,6 %) preferovalo tištěné médium. Hlavní body, kterými studenti odůvodnili svůj výběr učebnice, jsou shrnuty v následující tabulce.

MÉDIUM	POČET	DŮVOD VÝBĚRU	POČET
Tištěné	89	Nezpůsobuje poškození očí	35
		Snadné podtrhávání	33
		Méně rozptýlení v průběhu čtení	21
Elektronické	37	Zajímavější čtení	29
		Není třeba kupovat samotné knihy	4
		Snadné kopírování hlavních bodů	2
		Čitelné	2

Tabulka 22 – Preference formátu učebnice podle Sharma (2020), zdroj: vlastní zpracování

Studie preferencí digitálního čtení, kterou provedli Ackerman a Goldsmith (2011) naznačuje, že většina čtenářů dává přednost čtení dlouhého akademického textu v tištěné podobě. Také Baron, Calixte a Havewala (2017) ve své studii, během které se dotazovali 429 studentů vysokých škol z pěti zemí (USA, Japonsko, Německo, Slovensko a Indie), odhalili nesrovnatelně vyšší poptávku na tištěné knihy a výukové materiály. Téměř 92 % uvedlo, že se soustředí nejlépe na čtení v tisku. Více než čtyři pětiny uvedly, že pokud budou náklady stejné, upřednostní tisk jak pro školní, tak pro zábavné čtení.

Již jsme zmínili studii od Baron, Calixte a Havewala (2017), během které se 92 % studentů rozhodlo pro tištěné čtení. Ze studie vyplynulo, že jedním z rozhodujících faktorů pro výběr formátu je cena učebnice. Pokud se studenti zamýšlí nad dalšími výhodami či nevýhodami formátů učebnic, tak v případě tištěné varianty je nevýhodou velká spotřeba papíru, která je špatná pro životní prostředí, či horší vyhledávání, které je u digitálních textů snadné. Mezi nevýhody digitálního čtení patří únava očí či rozptýlení. Naopak mezi výhody digitálního čtení uvádějí možnost si změnit textové písmo, mít více knih na jednom místě či možnost využít hypertextové odkazy, které mohou vést k dalším užitečným informacím. K závěru, že cena je primárním hlediskem při rozhodování, zda si pořídit tištěnou nebo digitální verzi akademického čtení, dospěl ve svém výzkumu i Rockinson-Szapkiw et al. (2013).

Daniel a Woody (2013) ve svém výzkumu zmiňují, že i když prodej elektronických knih stále roste, elektronické učebnice nejsou mezi studenty vysokých škol příliš oblíbené. Uvádějí, že elektronické učebnice se čtou z různých důvodů a s jinými strategiemi než e-knihy. Na rozdíl od běžných e-knih, které čtenáři čtou kvůli osobním cílům, u elektronických učebnic mají čtenáři další cíle: naučit a zapamatovat si části textu.

Woody, Daniel a Baker (2010) provedli studii, které se zúčastnilo 91 studentů, z nichž 54 používalo e-knihu v předešlém kurzu. Během studie vyplňovali devítibodovou stupnici k několika otázkám, aby hodnotili svou spokojenost s e-knihami. K hodnocení svých preferencí pro elektronické a tištěné knihy byly sestaveny další otázky s devítibodovou stupnicí. Výsledky studie uvádí, že studenti čtou titulky a grafy v tištěných knihách častěji než studenti pracující s digitálními knihami. Dále bylo zjištěno, že i když mohou uživatelé e-knih zkoumat snadněji online obsah pomocí vložených odkazů, zatímco uživatelé tištěných knih mají odkazy na webové aktivity vložené stranou, nevyužívají tyto aktivity více. Autoři v závěru své studie uvádějí, že mezi počtem účastníků dříve používajících e-knihu a celkovou preferencí ve prospěch elektronických knih neexistovala žádná významná korelace. Na preference výběru učebnice neměla vliv předchozí zkušenost s e-knihou v rámci jiného kurzu.

Davy (2007) se ve své studii zabýval tím, proč studenti, vzhledem k obrovskému pokroku v oblasti informačních technologií za posledních 20 let, stále používají učebnice a utrácejí za ně, když existují mnohem lepší digitální výukové programy, které jsou bezplatné. Článek krátce pojednává i o ekonomice vydávání učebnic a končí shrnutím příležitostí, některých inovací a dilematy pro vydavatele, pedagogy a knihovníky. Závěrem studie pro vydavatele učebnic je informace, že tradiční učebnice sice jen tak nevymřou, ale je třeba myslet i digitálně a vytvářet digitální výukové materiály. Uvádí, že pouhá digitalizace tradičních učebnic sama o sobě nenabízí lepší cestu k učení. Pedagogům či vedení univerzit je doporučeno nabízet digitální výukové programy a zapracovat kompletní potřebné výukové zdroje do poplatků za studium. Od knihovníků se očekává proaktivnější přístup k marketingu. Autor uvádí, že digitální učebnice mají několik dobrých vlastností a pokud je veškerý digitální obsah správně propojený a dobře prezentovaný, stává se mnohem jednodušším. Dobře sestavený online učební zdroj nabídne dle autora studentům vzdělávací zážitek, který je mnohem bohatší, hlubší, poutavější a efektivnější než kterákoliv učebnice. Z tabulky 23 je patrné, že autor, na rozdíl od studentů (dle výsledků předchozích výzkumů), nenachází žádnou nevýhodu digitální učebnice.

TIŠTĚNÁ UČEBNICE	DIGITÁLNÍ UČEBNICE
Snadno přenosné (+)	Snadno přenosné – iPad, mobilní telefon (+)
Dotykové, hmatové (+)	Dotykové, hmatové – iPad, mobilní telefon (+)
Není potřeba žádné vybavení (+)	Potřebné všudypřítomné vybavení (+)
Lepší text na papíře (+)	Tisk na vyžádání (+)
Daný organizační rámec (+)	Rámec si organizují studenti (+)
Lineární (-)	Interaktivní (+)
Jedno médium (-)	Více médií (+)
Příliš mnoho nebo příliš málo (-)	Tolik, kolik potřebujete (+)
Jeden styl učení (-)	Individuální styl učení (+)

Tabulka 23 – Relativní výhody (+) a nevýhody (-) tisku oproti digitálním učebnicím podle Davy (2007), zdroj: vlastní zpracování

Durant a Horava (2015) ve svém výzkumu zkoumali důsledky posunu od tisku k digitálnímu čtení. Závěrem jejich práce bylo doporučení pro akademické knihovny, které by se měly, místo vytváření digitálních knihoven nebo knihoven bez tištěných knih, zaměřit na udržování hybridních sbírek, neboť nabízí více formátů pro různorodé požadavky studentů. Stejnou problematiku přechodu k digitálním materiálům zmiňují vzhledem k výsledkům mezinárodní studie Baron, Calixte a Havewala (2017). Dle autorů administrátoři a akademičtí pracovníci často předpokládají, že studenti by raději četli digitálně, což je předpoklad jejich výzkumných výzev vzhledem k současnému digitálnímu světu. Jako jednu z hlavních výhod dle autorů administrátoři a akademičtí pracovníci vidí, že se studenti nemusí obávat ztráty svých materiálů, protože knihovní e-zdroje a materiály ke kurzům jsou k dispozici nepřetržitě. Vzhledem k výsledkům řady studií si autoři kladou otázku, proč tolik fakult stále více podporuje přechod od tisku k digitálním materiálům.

Gilbert a Fister (2015) provedli studii, ve které zjistili, že studenti, kteří pro výzkumné účely používali elektronickou knihu, pocházeli převážně z výtvarného umění a z přírodovědných fakult. Výzkum probíhal formou webového dotazníkového šetření a zúčastnilo se ho 417 studentů. Podobných výsledků dosáhla i studie mezi studenty vysokých škol, ve které bylo zjištěno, že elektronickou knihu pro akademické účely používali častěji studenti přírodovědných a technických oborů oproti studentům veterinární medicíny, biomedicíny a aplikovaným lidským službám (McLure & Hoseth, 2012). Výsledky výzkumů spolu mohou souviset. Texty v medicíně jsou jiného charakteru než texty přírodovědných či technických oborů. V případě medicíny se jedná o dlouhé akademické odborné texty, oproti tomu přírodovědné či technické obory obsahují pasáže algebraického, algoritmického či vizuálního textu.

Použitelností a užitečností e-knih se zabývali ve své kvalitativní studii Lam et al. (2009) prostřednictvím dvoufázového výzkumu. Z hlediska použitelnosti zkoumali nastavení, funkce k učení a funkce k používání. Z hlediska užitečnosti zkoumali, zda je práce s učebnicí baví a zda budou chtít i nadále digitální formáty používat. V první fázi bylo šest studentů z různých oborů pozváno k účasti na několika sezeních (úvod do technologie, školení softwaru s průvodcem atd.), poté následoval týden nebo dva domácího čtení. Ve druhé fázi bylo dalších šest studentů ze stejných oborů vyzváno, aby si svobodně vybrali akademické knihy související s jejich vlastními disciplínami a čtení si rovnoměrně rozložili do čtyř měsíců. Cílem v této fázi studie bylo prozkoumat skutečné využití technologického nástroje pro učení. Postoje studentů během čtení byly zaznamenány výzkumníky a později kódovány tak, aby byla zjištěna použitelnost, užitečnost a aby byly zjištěny momenty obtíží. Někteří studenti byli v první fázi novou technologií přitahováni, zejména po prvním kontaktu s e-knihou, a považovali digitální technologii za pozitivnější než ti, kteří s ní strávili více času, což byli studenti druhé fáze. Bylo také zjištěno, že chápání digitálního textu je náročné. Překonat malé technické výzvy dokázali lépe studenti z inženýrských oborů. Zkušenosti obou skupin studentů obecně potvrdily, že technologie má potenciál zlepšit výuku a učení.

4 FORMULACE PROBLÉMU

Informační a komunikační technologie (ICT) ve vzdělávání jsou dnes již nepostradatelnou součástí vyučovacího procesu. Školství v posledních letech zaznamenalo obrovský nárůst poptávky v této oblasti. Zatímco dříve byla interaktivní výuka považována jako zábavnější a méně stereotypní formu výuky, jež měla zvýšit motivaci k učení, v dnešní době se stala díky distančnímu vzdělávání všudypřítomná. V době povinného distančního vzdělávání museli na distanční výuku přejít i vyučující, kteří do této doby striktně zastávali tradiční výklad výuky za pomocí tabule, papíru a tužky. Na jaře roku 2020 nabídly výukové portály po dobu nutného distančního vzdělávání jejich používání zdarma. Učitelé se začali s digitálním prostředím seznamovat. Pro mnohé to určitě nebylo jednoduché. Díky online výuce se museli vyučující naučit narychlo ovládat různé počítačové programy a aplikace. Dovednost pracovat s ICT ve vzdělávání se v průběhu tohoto roku stala nepostradatelnou součástí vyučovacího procesu a zároveň novou podmínkou, která je od každého vyučujícího požadována. Z druhé strany byli studenti přinuceni k větší samostatnosti a zodpovědnosti, neboť si museli umět zorganizovat svůj čas a orientovat se v doporučených materiálech. Učitelé často žákům prezentovali novou látku, ale procvičování či osvojování učiva bylo na nich. Právě opora v kvalitních materiálech aparátu řídící učení zde byla klíčová, protože vyučující těžko v distanční formě nahrazovali běžné vyučovací hodiny v plném rozsahu. Na tuto situaci nebyl nikdo předem připraven a učitelům či studentům byl v této době zcela jistě nápomocný rozcestník MŠMT jako nástroj pro online vzdělávání.

Po prostudování všech dostupných výukových materiálů, které jsme shrnuli v kapitole „Dostupné výukové materiály v matematice v terciálním vzdělávání“, můžeme učinit závěr, že ačkoliv výukové materiály nabízí různé typy interaktivních aktivit a procvičovacích testů, na českém edukačním trhu není dostatečná opora v hybridních materiálech. Nabídka I-učebnic v matematice se rozšiřuje dvojím způsobem. Na jedné straně postupně přibývají nakladatelství, která kromě tištěných učebnic začala vydávat i I-učebnice. Jedná se na první pohled o stejnou verzi učebnice, která je doplněna řadou multimediálních a interaktivních strukturních komponent. Na druhé straně se rozrůstá nabídka samostatných digitálních výukových portálů. I když se jedná o materiály kvalitní, nemá student možnost uplatnit zásadu individuálního přístupu při výběru učebnice. Otázkou také zůstává a budeme se jí zabývat v empirické části práce, zda student pracuje jiným způsobem s tištěnou učebnicí či I-učebnicí. Pokládáme si tedy otázku: *„Existují rozdílná hlediska při práci s těmito odlišnými výukovými materiály?“*

Bohužel jsme nenarazili na žádný relevantní výzkum zabývající se srovnáním elektronických a tištěných učebnic matematiky týkajících se výkonu studentů v terciálním vzdělávání při osvojování učiva. Existují však výzkumy zabývající se komparací tištěných a elektronických učebnic zaměřené především na orientaci v učebnici, na porozumění a rychlost čtení jednotlivců, přičemž respondenti přistupují k textovému obsahu většinou prostřednictvím samostatného počítače, notebooku či multifunkčního tabletu. Z matematických výzkumů můžeme zmínit studii, ve které Green et al. (2010) zkoumali rozdíly v porozumění mezi numerickými daty ilustrovanými grafy a tabulkami ve srovnání s písemnými odstavci na papíře a obrazovce. Bylo zjištěno, že při prezentaci číselných informací ve formátu tabulky nebo interaktivního grafu je informace v elektronickém dokumentu srozumitelnější a rychlejší než stejná informace uvedená v odstavci textu. Zdá se, že jednou z výhod elektronického dokumentu oproti tištěnému je schopnost poskytnout vizuální vylepšení grafů, tabulek, naukových ilustrací či obrázků. Ze zaměření našeho výzkumu jsou zajímavé i výsledky studie, ve které autoři (Lenhard et al., 2017) testovali míru chybovosti, kterou definovali jako počet chyb dělený počtem dokončených položek. Žáci (1. až 6. třída) pracující s digitálním materiálem fungovali rychleji, ale na úkor přesnosti, a to ve všech třech testovacích částech (obecná slova, věty, celé texty). Autoři zmiňují důvody, které mohou vyšší chybovost u digitálních materiálů způsobit. První odůvodnění souvisí s hraním jednoduchých počítačových her, kde k vítězství je často důležitější rychlost než přesnost. Druhým důvodem špatné odpovědi může být práce s myší. Zatímco označení odpovědi tužkou vyžaduje pohyb celé ruky nebo dokonce paže, myš potřebuje jen nepatrný pohyb prstu. V souladu s tím může být snadno označená jiná odpověď než zamýšlená. Stejně tak v případě změny odpovědi. Zastavení zahájeného špatného pohybu a označení alternativní odpovědi je u tištěných materiálů oproti digitálním snadné.

Dále shrneme studie, které se týkají výkonu a porozumění čtení za pomoci odlišných médií a jejichž závěry jsou odlišné. Zajímavá je studie Ackermana a Goldsmitha (2011). Ve srovnání výkonu čtení z učení na obrazovce a z učení na papíře autoři zjistili, že při dané době studia se výkonnost testu významně nelišila. Když však byla doba studia samoregulační (student si sám volil čas potřebný ke studiu), byl horší výkon pozorován při čtení na obrazovce než při čtení na papíře. Nižší výkon při čtení na obrazovce byl doprovázen významnou přehnanou sebejistotou (kratší doba čtení + nižší úroveň skutečného učení). Ackerman a Goldsmith (2011) dospěli k závěru, že elektronické médium (v tomto případě počítač) je vhodnější pro „rychlé a mělké“ čtení krátkých textů (novinky, e-maily, poznámky na fóru atd.). Běžné vnímání prezentace na obrazovce jako zdroje informací určených pro mělké zprávy může snížit mobilizaci kognitivních zdrojů, které jsou nezbytně nutné pro účinnou samoregulaci. Dále uvedli, že v jejich studii neměřili dobu čtení, a tudíž nemohou říct, kolik času která skupina strávila čtením. Ackerman s dalšími autory společně navázali na výsledky předchozí studie, zohlednili dobu čtení a zjistili, že pokud byl student pod časovým tlakem, míra úspěšnosti byla podstatně nižší při práci s počítačem oproti situaci, kdy si mohl práci samoregulovat (Sidi et al., 2017). Opět se zde projevila přehnaná sebejistota, kdy student očekával lepší výsledek. Při práci s tištěnými materiály nebyly shledány statisticky významné rozdíly. Ackerman je spoluautorem ještě jedné dlouholeté komparace (2000–2017) čtení na papíře a čtení na obrazovce (Delgado et al., 2018). Bylo zjištěno, že výhoda čtení na papíře se v průběhu let zvyšovala, a to hlavně při čtení informačních textů nebo kombinací informačních a narativních textů. Çınar, Doğan a Seferoğlu (2019) ve své studii zkoumali účinky, které má čtení na obrazovkách (pomocí digitálních zařízení s různými velikostmi obrazovek) a na papíře na dobu čtení či na porozumění. Studijní skupinu tvořilo 126 středoškoláků ze soukromé školy, kteří byli rozděleni do testovacích skupin sestavených podle velikosti čtecího zařízení. Text byl poskytován na papíře a ve třech digitálních zařízeních (mobilní telefon, tablet a stolní počítač). Po přečtení textu, který nebyl časově omezen, dostali účastníci testy porozumění, které se skládaly z dvaceti otázek s výběrem odpovědí. Bylo zjištěno, že skóre porozumění účastníků, pokud četli z obrazovky, bylo relativně vyšší. S rostoucí velikostí obrazovky se zlepšovalo skóre. Naopak Sun, Shien, a Huang (2013) ve svém výzkumu testovali studenty středního věku a jejich porozumění textu. Zjistili, že rozdíly ve výkonech čtení s porozuměním jsou v tisku i na obrazovce nevýznamné. Individuální rozdíly v pohlaví, věkové skupině či úrovni vzdělávání však zaznamenali. Upozorňují na to, že většina vědců při provádění experimentů týkajících se srovnání dvou prezentačních formátů nezohledňuje určitou míru individuální počítačové gramotnosti. S tímto názorem musíme souhlasit. Respondenti by měli být testováni na médiu, které si sami vyberou a které vyhovuje jejich individuálnímu přístupu k učení.

V následujících výzkumech se budeme zabývat problematikou digitálního čtení v souvislosti s hlubokým čtením a porozuměním textu. Zde se vesměs autoři shodují na tom, že digitální čtení je charakterizováno jako nelineární čtení, kdy má čtenář tendenci skákat z místa na místo, vyhledávat klíčová slova a selektovat obsah. Díky tomuto stylu čtení nedochází k soustředěnému a hloubkovému čtení. Singer a Alexander (2017) provedli studii, které se zúčastnilo 90 vysokoškolských studentů. Během testování porozumění zjistili, že pokud se dotazovali na hlavní myšlenky či klíčové body, médium nebylo podstatné. Při dotazování se na konkrétnější informace dosahovali studenti používající tištěné médium vyššího skóre. Durant a Horava (2015) ve svém výzkumu zkoumali důsledky posunu od tisku k digitálnímu čtení. Ve své práci autoři zmiňují, že hledání na internetu aktivuje mozek více než čtení z tištěné stránky, což se na první pohled jeví jako bod ve prospěch elektronického čtení. Místo toho ale zvýšená mozková aktivita odráží stimulační, rozptýlenou povahu čtení. Výzkum uvádí, že čtení na elektronických čtečkách je pro oči snadné, vede k hlubokému čtení a může být způsobem, jak nabídnout přístup k elektronickému materiálu bez rušivých vyskakovacích oken a reklam. Problémem ale je, že elektronické čtečky jsou ve statické, lineární formě a nenabízí nic kromě přenositelnosti tišteného materiálu na elektronický, tudíž ztrácí svou interaktivitu. Dále také autoři uvádí, že studenti stejně místo elektronických čteček čtou raději elektronické materiály na multimediálních tabletech, laptopech a počítačích. Mangen, Walgermo a Brønnick (2013) uvádějí, že účinek rozlišení obrazovky, podsvícení a osvětlovací účinek LCD obrazovek může ovlivnit vizuální zpracování textu, a tedy i porozumění. Výsledky jejich studie naznačují, že čtení lineárních a výkladových textů na obrazovce počítače vede k horšímu čtení s porozuměním než čtení stejných textů na papíře. Stejně tak Stoop, Kreutzer a Kircz (2013a) i Cull (2011) se domnívají, že kvůli multifunkčním schopnostem tabletů mohou být uživatelé náchylní k rozptýlení a rušivá vyskakovací okna mohou být překážkou koncentrovaného čtení z osobních počítačů a notebooků, což ovlivňuje porozumění a uchování informací.

Četné studie, od vědeckého výzkumu sledování očí až po analýzu efektivity čtení, ukazují, že mnohem pravděpodobněji čtou povrchně lidé v digitálním formátu. Průkopník v oblasti použitelnosti webu dánský webový designér Jakob Nielsen (2006) zjistil, že uživatelé nečtou web stránky lineárně, ale spíše ji skenují pomocí "tvaru F". Neuroložka, která se rozsáhle věnuje kognitivním procesům čtení, je přesvědčena, že hluboké čtení je nedílnou součástí podpory porozumění, deduktivního uvažování a kritického myšlení (Wolf, 2010). Cull (2011) navrhuje, aby rozvoj dovedností hlubokého čtení byl důležitou součástí vzdělávání. Zdůrazňuje, že vzhledem k častějšímu čtení na obrazovce je třeba jej podporovat.

Závěry výzkumů týkající se porozumění textu či zapamatování si obsahu můžeme shrnout tak, že při čtení souvislých textů ve dvou formátech jsou výsledky v zásadě srovnatelné (Ackerman a Goldsmith, 2011; Çınar, Doğan a Seferoğlu, 2019; Daniel a Woody, 2013; Rockinson-Szapkiw et al., 2013; Singer a Alexander, 2017; Sun et al., 2013). Statisticky významné rozdíly se projevily až při změně vstupních podmínek, např. při samoregulačním čtení (Ackerman a Goldsmith, 2011) nebo při testování hloubkového čtení (Singer a Alexander, 2017; Durant a Horava, 2015; Mangen et al., 2013).

Nesmíme zapomenout ani na výzkumy, kde se autoři zabývají výkonem studentů v souvislosti s orientací v učebnici. Stoop, Kreutzer a Kircz (2013b) provedli výzkum, do kterého se zapojilo 196 studentů. Byli rozděleni do dvou skupin a s 31 studenty byl následně proveden rozhovor. Při výzkumu vycházeli z diskusí vyučujících, že studenti mají tendenci číst a učit se na zkoušky pouze tu část knihy, kterou jim učitel předepisuje. Ve výzkumu byly zpracovány dvě verze materiálů, obě obsahovaly pouze formální minimum požadavků na zkoušku. Polovina studentů pracovala s papírovou verzí a druhá polovina používala počítač. Papírová verze obsahovala několik odstavců z knihy, samostatný slovník a samostatný seznam zkouškových otázek. Druhá skupina studovala přesně stejný text, ale byl prezentován ve formě sedmi po sobě jdoucích webových stránek s možností využít překladu slovíček při kliku myší a zkouškové otázky byly součástí textu jednotlivých webových stránek. Závěrem výzkumu bylo, že úspěšnost studentů pracující s elektronickou verzí spočívala v lepší orientaci v materiálech – slovník byl povolen přeletem myší a zkouškové otázky byly na stejné stránce jako text, tudíž nemuseli listovat. Studenti si nejdříve přečetli otázku a poté četli text, což vedlo k lepšímu porozumění textu. Skupina studentů pracující s tištěnou verzí na práci se slovníkem již neměla většinou čas a otázky četla až po přečtení textu. Mangen et al. (2013) naopak uvádějí, že nutnost rolovat a nedostatek časoprostorových značek v digitálních textech, které by napomáhaly porozumění textu a orientaci v něm, mohou znemožnit úspěšné čtení, obzvlášť pokud jsou texty delší než stránka. Z jiného úhlu pohledu porovnávali výuku za pomoci tištěných či digitálních materiálů Rockinson-Szapkiw et al. (2013), když zkoumali vztah mezi formátem učebnice a vnímanými výsledky učení. Výsledky studie ukazují, že mezi oběma skupinami nebyl žádný rozdíl v kognitivním učení a známkách, což naznačuje, že elektronická učebnice je pro učení stejně účinná jako tradiční učebnice. Průměrné skóre však naznačovalo, že studenti, kteří si pro své vzdělávací kurzy zvolili elektronické učebnice, měli výrazně vyšší vnímané afektivní učení a psychomotorické učení než studenti, kteří se rozhodli používat tradiční tištěné učebnice. Studie se zúčastnilo 538 studentů na soukromé univerzitě na východě Spojených států. Autoři studie Eden a Eshet-Alkalai (2013) naznačují, že rozdíly v rychlosti mezi médii jsou nevýznamné. Protože velká část předešlých studií byla zaměřena na čtení různých formátů za pasivních podmínek, provedli svou studii, která komparovala čtení tištěných a digitálních formátů za aktivních podmínek. Uvádějí, že právě toto srovnání má stále větší význam. Ve své studii zkoumali schopnosti aktivního čtení studentů, kteří byli požádáni číst, upravovat, rozpoznávat chyby a zlepšovat kvalitu krátkých článků v tisku i v digitálním formátu. Výzkumu se účastnilo 93 vysokoškolských studentů sociálních věd. Všichni měli vlastní počítače a používali je během studia intenzivně. Každý student četl a upravoval jeden článek tištěný a jeden digitální, poté vyplňovali dotazníky. Překvapivě, a na rozdíl od ostatních studií tisk versus digitální čtení, žádné významné rozdíly zjištěny nebyly. Autoři zjistili, že digitální čtenáři dokončili své úkoly dříve než čtenáři tisku, ale jejich výkon nebyl nižší.

Na závěr uvedeme dva výzkumy s rozdílnými výsledky, ve kterých byla testována doba čtení. V prvním případě byla doba čtení elektronických formátu výrazně vyšší, v druhém případě naopak nižší. Daniel a Woody (2013) ve své studii zkoumali čas a výkon studentů jednak v různých tištěných (tištěná učebnice, textové stránky, rukopis) a elektronických formátech (pdf soubor, elektronická učebnice), jednak v školních i domácích podmínkách. Došli k závěru, že doba čtení elektronických formátů byla výrazně vyšší, přičemž významný rozdíl byl zaznamenán v domácích podmínkách. Rozdíl ve výkonu studentů zaznamenán nebyl. Účinností výukového procesu za pomocí integrace multimédií se zabýval Najjar (1996), který ve své publikované rešerši výzkumů naopak zmiňuje, že celá řada studií potvrdila, že výuka pomocí multimédií významně zkracuje dobu učení. Uvádí, že interaktivita má silný pozitivní vliv na učení, studenti se učí rychleji a získávají lepší postoje k učení.

Protože jsme si kromě podrobného studia literatury chtěli udělat vlastní představu o výkonu studentů v terciálním vzdělávání, udělali jsme si vlastní průzkum do sledované problematiky. Průzkum probíhal v zimním semestru na podzim roku 2019, kdy jsme oslovili šest dobrovolníků, kteří pravidelně chodili na nepovinné konzultace. Šestice studentů byla vybrána na základě stejných výsledků z testu, který byl zadán všem přihlášeným studentům na matematickém semináři, který byl také dobrovolný. Obsahem testu byla témata diferenciálního počtu z první části základního kurzu inženýrské matematiky. V průběhu průzkumu dostali studenti na každé konzultaci deset příkladů k procvičování, které jsme si v druhé části konzultací podrobně vysvětlili. Tři studenti pracovali se zadáním příkladů na papíře a tři se zadáním na internetu. Práci studentů s digitálním formátem jsme sledovali pomocí programu *NETOP Vision*[43]. Průzkum prokázal, že studenti, pracující se zadáním na internetu, zvládli příklady spočítat rychleji, často ale při prvním rychlým přečtení otázky označovali špatnou odpověď a následně ji opravovali. Závěry z vlastního pedagogického průzkumu nám umožnily korigovat směr výzkumu a lépe designovat vlastní výzkum.

[43] NETOP Vision je software umožňující sdílení obrazovek a snadnou kontrolu studentů při výuce. Více na https://netop.cz/.

5 EMPIRICKÁ ČÁST PRÁCE

Hlavním cílem práce je zjistit rozdílná hlediska při práci s tištěnou učebnicí a I-učebnicí při osvojování učiva v matematice v terciálním vzdělávání. Vedlejšími cíli bude zmapovat preference výběru učebnice a dále ověřit, zda používaná varianta učebnice má vliv na výsledné hodnocení. Těmito problémy se budeme zabývat v empirické části práce.

Na základě několikaleté praxe si dovolíme tvrdit, že v matematice je třeba si osvojit učivo procvičováním různých příkladů a opakovaným počítáním. Pouze tím získávají studenti znalosti, které si musí vybavit a rychle aplikovat při složitějších příkladech či v navazujících kapitolách. Pokud si někdo nevytvoří pevné znalostní základy na základní či střední škole, těžko pak může pokračovat se studiem matematiky v terciálním vzdělávání. Z tohoto důvodu je bezesporu nejdůležitějším strukturním komponentem aparátu řídící učení strukturní komponent „Prostředky k sebehodnocení“. Dále z vlastní praxe můžeme říct, že i když terciální vzdělávání vyžaduje oproti základní a střední škole vyšší míru samostatnosti, je třeba studentům nějaké materiály k procvičování doporučit, protože většina studentů si neumí najít odpovídající úroveň obtížnosti a tu procvičit. Doporučit studentům v terciálním vzdělávání výukové materiály je ostatně i nutnou součástí sylabu předmětu, který obsahuje základní a doporučenou literaturu. Problematika výběru vhodných materiálů také souvisí s tím, jak jsme již uvedli v úvodu, že na internetu nalezneme pestrou nabídku výukových materiálů, které jsou často chybné nebo nepřesně formulované. Student by musel látce rozumět nakolik, aby vyhodnotil, zda je v materiálech chyba či nikoliv, jinak se naučí a používá nesprávné postupy.

Osvědčené a kvalitní výukové materiály shrnulo ve svém rozcestníku s nástroji pro online vzdělávání MŠMT. Tyto výukové materiály jsou obsahem dostatečné pro náš výzkum, můžeme je tedy použít k procvičování úloh v terciálním vzdělávání. Úlohy k procvičování budeme vybírat v souladu s obsahovými cíli testované skupiny na základě specifikační tabulky, kterou si při plánování testu připravíme. Po důkladné analýze testových úloh, které nám vzejdou ze specifikační tabulky, definujeme proměnné, sestavíme výzkumné otázky, formulujeme hypotézy a stanovíme metody výzkumu. Následovat bude sběr dat, vyhodnocení testu a statistické testování hypotéz.

5.1 SPECIFIKAČNÍ TABULKA A VÝBĚR TESTOVÝCH ÚLOH

5.1.1 PLÁNOVÁNÍ TESTU

Před výběrem testových úloh zohledňujeme několik kritérií:

- Do výzkumu budou zapojeni studenti Ekonomické fakulty Jihočeské univerzity v rámci druhé části základního kurzu inženýrské matematiky. Tudíž musí testové úlohy odpovídat sylabu předmětu, jehož jednou z částí je rozšíření znalostí diferenciálního počtu jedné reálné proměnné.
- Protože se jedná o studenty českého studijního programu, budeme požadovat, aby testové úlohy byly zadané v češtině. Další podmínkou je, aby byly zdarma.
- Testovaná témata diferenciálního počtu obsahují problém nekonečna, což je problém matematicko-filosofický, který představuje značnou míru abstrakce, s kterou se studenti na středních školách běžně nesetkávají. Tady je třeba zmínit skutečnost, že na Ekonomické fakultě studují nejčastěji studenti z Obchodních akademií nebo Středních škol obchodních, kde volitelné semináře matematiky jsou spíše výjimkou. Z tohoto pohledu by měly být rozdíly v úrovni vstupních znalostí studentů minimální. Všichni studenti zapojeni do výzkumu absolvovali úvod do diferenciálního počtu v rámci první části základního kurzu inženýrské matematiky.
- Dalším zohledněným kritériem bylo vybrat test bez nutné instalace podpůrných programů, aby případná rozdílná úroveň počítačové gramotnosti jednotlivých studentů nebyla překážkou při řešení úloh. Vycházeli jsme zde z vlastních zkušeností. V rámci jednoho matematického průzkumu jsme studentům vygenerovali interaktivní test ve formátu PDF z prostředí *MATH4U*, pro jehož spuštění byla potřebná instalace *Adobe flash player*. Přibližně polovina studentů si plnou verzi interaktivního testu nespustila. Podobnou zkušenost měla na začátku distanční výuky řada kolegů ze středních škol. Je tedy nutné zohlednit skutečnost, že nutná instalace podpůrných programů pro plné spuštění testu může být překážkou.
- Při výběru výukových materiálů budeme vycházet z rozcestníku MŠMT, doporučeného pro online vzdělávání, jehož výukové materiály jsme shrnuli

v kapitole „Dostupné výukové materiály v matematice v terciálním vzdělávání“. Doporučené materiály považujeme za osvědčené a kvalitní, proto se nezabýváme revizí testu v souvislosti s gramatickou správností, srozumitelností, typografií a jednoznačností otázek. Problematiku ohledně krátké a jednoznačné otázky v matematice jsme popsali v kapitole „Specifika matematického textu“.

- Protože materiály považujeme za osvědčené a kvalitní, nezabýváme se ani technikami tipování odpovědí. Jedná se o tyto obecné rady při plánování a sestavování testů (Štuka & Vejražka, 2021):
    - nejdelší odpověď,
    - odpověď uprostřed je správná,
    - gramatická návodnost,
    - absolutní a relativizující výrazy,
    - logický klíč – protiklady nebo vyčerpávající výčet možností,
    - příliš jednoduchá odpověď,
    - vše výše uvedené,
    - opakující se je správně,
    - nápověda mezi položkami,
    - verbální podobnost.

5.1.2 SPECIFIKAČNÍ TABULKA

Před plánováním testu je třeba si stanovit účel testování, nemá smysl testovat bezúčelně. K tomu je zapotřebí přesně definovat, co má student umět a jaké jsou cíle výuky. V terciálním vzdělávání jsou cíle výuky uvedené v sylabu předmětu. Cílem testování je zjistit, co student opravdu umí, tzn. zjistit jeho výstupy výuky, které opět musí odpovídat požadavkům na studenta v jednotlivých předmětech. V případě našeho testu bylo testováno učivo, ke kterému měli studenti teoretický výklad a procvičili několik příkladů v rámci přednášek v průběhu distančního vzdělávání. Testování mělo prověřit stupeň zvládnutí odpřednášené látky a posloužilo i jako zpětná vazba pro další vzdělávací kroky.

Je známo několik technik, které se při sestavování obsahu testu používají. V učitelské praxi přicházejí nejvíce v úvahu dvě z nich – technika specifikační tabulky a technika seznamu výukových cílů (Byčkovský, 1982). Řádky specifikační tabulky jsou vždy jednotlivé testované oblasti či témata, tvorba sloupců specifikační tabulky je složitější. Štuka a Vejražka (2021) uvádějí, že nejobecnější radou při tvorbě výukových domén (sloupců specifikační tabulky), z nichž se můžeme na témata (na řádky specifikační tabulky) dívat, je vycházet z cílů Bloomovy taxonomie, přičemž u kratších testů je doporučeno používat jednodušší schémata. Vytvořená specifikační tabulka musí být sestavena tak, aby co nejvíce kombinací řádků a sloupců dávalo smysl. Do jednotlivých políček se pak zaznamenává počet úloh, typ úlohy, časová dotace, popřípadě způsob zkoušení. Autoři uvádějí, že není nutné vyplnit všechna políčka tabulky, nicméně plán testu by měl být vyvážený. Neměl by zůstat žádný prázdný řádek ani sloupec (nebo téměř prázdný). Vytvořená specifikační tabulka je zpravidla neveřejná a slouží pouze autorům testu. Studentům bývá zveřejněn pouze obsah testu, což jsou řádky specifikační tabulky.

Při plánování testu jsme použili metodu specifikační tabulky neboli v anglické literatuře používaný pojem *blueprinting*. Jednotlivé řádky tabulky odpovídají v našem případě sylabu předmětu. Při vytváření sloupců jsme uplatňovali praktické zkušenosti. Na testovaná témata pro lepší pochopení nahlížíme z více úhlů pohledu a požadujeme, aby studenti kromě algebraického výpočtu rozuměli i grafické interpretaci a uměli testovaná témata aplikovat v ekonomických úlohách. Používáme schéma, které vychází ze splnění nižších úrovní vzdělávacích cílů Bloomovy taxonomie, které jsme zmínili již v kapitole „Terciální vzdělávání“. Jedná se o následující dimenze: znalost či zapamatování ⟶ pochopení ⟶ aplikace. Druhá část základního kurzu inženýrské matematiky navazuje na první, takže si studenti musí vybavit základní pravidla pro derivování, které se v první části kurzu naučili. Poté musí pochopit novou látku a tu umět aplikovat v algebraických, grafických a aplikačních úlohách.

TESTOVANÁ TÉMATA	GRAFICKÁ ÚLOHA	ALGEBRAICKÁ ÚLOHA	APLIKAČNÍ ÚLOHA
Spojitost funkce			
Limita funkce			
L´Hospitalovo pravidlo			
Průběh funkce se všemi aspekty			

Tabulka 24 – Specifikační tabulka

Takto vytvořená specifikační tabulka pokrývá obsah sylabu diferenciálního počtu jedné reálné proměnné z různých úhlů pohledu. Na základě této, zatím prázdné, specifikační tabulky nejdříve zmapujeme dostupné digitální výukové materiály pro terciální vzdělávání a vyloučíme ty, které testové úlohy k osvojování učiva vůbec neobsahují nebo jsou placené. V druhé části výběru se budeme podrobněji zabývat možnými digitálními výukovými materiály a následně doplníme specifikační tabulku.

Testové úlohy budeme vybírat z digitálních výukových materiálů, které jsme podrobněji popsali v kapitole „Dostupné výukové materiály v matematice v terciálním vzdělávání". Jedná se o:

- *Finanční gramotnost,*
- *Geogebra,*
- *Geotest,*
- *Isibalo,*
- *Khanova matematika,*
- *LearnTube,*
- *Matematika polopatě,*
- *MATH4U,*
- *Matika pro spolužáky,*
- *Realisticky,*
- *Škola s nadhledem,*
- *Techambition,*
- *Umíme matiku.*

Pro upřesnění je ještě nutné zmínit, že I-učebnice od nakladatelství *Fraus*, která obsahuje ke každému tématu dva interaktivní testy, nabízí stejné testy jako projekt *Škola s nadhledem* od stejného nakladatelství. Naopak *Škola s nadhledem* má v nabídce i testy další.

Provedli jsme důkladnou analýzu testovaných témat ve všech výše uvedených digitálních výukových materiálech a v následující tabulce uvádíme pouze ty, ve kterých se alespoň jedno testované téma vyskytuje a které jsou zdarma. Z důvodu testování strukturních komponent sloužících k osvojování učiva nemůžeme pracovat s digitálními výukovými portály, jež nabízí pouze videolearning, podrobně vysvětlenou teorii nebo řešené příklady. Tyto strukturní komponenty patří do aparátu prezentace učiva nikoliv do aparátu řídící učení, kterému se ve výzkumu věnujeme.

DIGITÁLNÍ VÝUKOVÉ MATERIÁLY	TESTOVANÁ TÉMATA			
	Spojitost funkce	Limita funkce	L´Hospitalovo pravidlo	Průběh funkce
Khanova matematika	✓	✓	✓	✓
MATH4U	✓	✓	✓	✓
Škola s nadhledem	✓	✓	×	×

Tabulka 25 – Tematická analýza digitálních výukových materiálů

Škola s nadhledem nabízí testy, které nazývá „Průběh funkce“, nicméně se jedná o kapitoly, které se na Ekonomické fakultě vyučují v první části kurzu inženýrské matematiky. Z tabulky výše je patrné, že se dále budeme rozhodovat pouze mezi *Khanovou matematikou* a *MATH4U*. Zajímat nás bude výskyt jednotlivých položek specifikační tabulky, abychom ji co nejvíce zaplnili.

TESTOVANÁ TÉMATA	GRAFICKÁ ÚLOHA	ALGEBRAICKÁ ÚLOHA	APLIKAČNÍ ÚLOHA
Spojitost funkce	✓	✓	×
Limita funkce	✓	✓	×
L´Hospitalovo pravidlo	×	✓	×
Průběh funkce se všemi aspekty	✓	✓	✓

Tabulka 26 – Analýza příkladů – Khanova matematika

TESTOVANÁ TÉMATA	GRAFICKÁ ÚLOHA	ALGEBRAICKÁ ÚLOHA	APLIKAČNÍ ÚLOHA
Spojitost funkce	✓	✓	×
Limita funkce	✓	✓	×
L´Hospitalovo pravidlo	×	✓	×
Průběh funkce se všemi aspekty	✓	✓	✓

Tabulka 27 – Analýza příkladů – MATH4U

Po důkladné analýze obou digitálních výukových portálů můžeme konstatovat, že oba obsahují pestrou škálu úloh a z pohledu naší specifikační tabulky obsahují u všech testovaných témat stejné výukové domény. Zásadním rozdílem je, že *Khanova matematika* obsahuje kromě strukturního komponentu „Prostředky k sebehodnocení“ i strukturní komponenty další, a to konkrétně verbální interaktivní strukturní komponent „Krokované nápovědy“, multimediální interaktivní strukturní komponenty „Pokročilé interaktivní aktivity“ a „Kalkulačka“. Z tohoto důvodu jsme zvolili digitální výukový portál *Khanova matematika*, který nám umožní sledovat práci studentů s tištěnou učebnicí a s I-učebnicí z více hledisek, neboť obsahuje více strukturních komponent aparátu řídící učení. Po prostudování a výběru testových úloh budou stanoveny výzkumné otázky.

5.1.3 VÝBĚR TESTOVÝCH ÚLOH

Test by neměl kombinovat příliš mnoho různých typů úloh (ne více než tři nebo čtyři), jinak se stane nepřehledným a studenti stráví hodně času zkoumáním, co se po nich vlastně chce a jak mají na kterou úlohu odpovídat (Štuka & Vejražka, 2021). Pokud se podíváme na *Khanovu matematiku* a prostudujeme kapitolu diferenciálního počtu, zjistíme, že většina testových otázek námi testovaných témat je typu *Multiple Choice Questions*[44], kdy student vybírá z předem nabízených odpovědí, z nichž je jedna odpověď nebo více odpovědí správně. Tento typ otázek převažuje i v ostatních digitálních výukových portálech a rozlišují se jen ve způsobu, jakým se možnosti nabízejí (radiobutton, zaškrtávací pole či výběr z roletky). Důvodem, proč se jedná o nejčastěji vyskytovaný typ úlohy, je bezesporu její snadné a rychlé vyhodnocení. Pro náš výzkum jsme vybrali následující úlohy, které odpovídají dostatečnému procvičení kapitoly diferenciálního počtu dle sylabu předmětu. Revizi testových položek v souladu s výukovými cíli a hodnocení jejich obtížnosti provedl garant předmětu.

Testované téma „Spojitost funkce“:

- spojitost funkce v bodě (grafická úloha) – SP1,
- spojitost běžných funkcí (algebraická úloha) – SP2,
- odstraňování nespojitostí (algebraická úloha) – SP3.

Testované téma „Limita funkce“:

- úvod do limit (grafická úloha) – LM1,
- odhadování limit (grafická úloha) – LM2,
- určování jednostranných limit (grafická úloha) – LM3,
- limita a graf funkce (grafická úloha) – LM4,
- nevlastní limity (grafická úloha) – LM5,
- limity v nevlastních bodech (grafická úloha) – LM6,

[44] Označované také jako MCQ (Multiple Choice Question).

- určení hodnoty přímým dosazením hodnota (algebraická úloha) – LM7,
- určení limity rozkladem na součin (algebraická úloha) – LM8,
- určení limity usměrněním výrazu (algebraická úloha) – LM9,
- limity v nevlastních bodech racionálních funkcí (algebraická úloha) – LM10.

Testované téma „L´Hospitalovo pravidlo“:

- L´Hospitalovo pravidlo: typ 0/0 (algebraická úloha) – LP1,
- L´Hospitalovo pravidlo: typ ∞/∞ (algebraická úloha) – LP2.

Testované téma „Průběh funkce se všemi aspekty“:

- derivace jako sklon křivky (grafická úloha) – PR1,
- diferencovatelnost v bodě (grafická úloha) – PR2,
- hledání stacionárních bodů (algebraická úloha) – PR3,
- hledání intervalů, na kterých funkce roste či klesá (algebraická úloha) – PR4,
- lokální maxima a minima funkce (algebraická úloha) – PR5,
- úvod do konvexity funkce (grafická úloha) – PR6,
- určování konvexity funkce (algebraická úloha) – PR7,
- úvod do inflexních bodů funkce (grafická úloha) – PR8,
- hledání inflexních bodů funkce (algebraická úloha) – PR9,
- pochopení významu derivace v praktických úlohách (aplikační úloha) – PR10,
- rychlost změny funkční hodnoty v praktických úlohách (aplikační úloha) – PR11,
- globální maxima a minima funkce na uzavřeném intervalu (aplikační úloha) – PR12.

Dostáváme tedy specifikační tabulku, která neobsahuje žádný prázdný řádek ani prázdný sloupec, což odpovídá doporučení dle Štuka a Vejražka (2021).

TESTOVANÁ TÉMATA	GRAFICKÁ ÚLOHA	ALGEBRAICKÁ ÚLOHA	APLIKAČNÍ ÚLOHA
Spojitost funkce	1	2	0
Limita funkce	6	4	0
L´Hospitalovo pravidlo	0	2	0
Průběh funkce se všemi aspekty	4	5	3

Tabulka 28 – Specifikační tabulka – charakter testových úloh

Z následující tabulky je zase patrné, že se držíme i doporučení nekombinovat v testu více typů úloh. V našem případě kombinujeme uzavřené úlohy (kdy student vybírá z předem nabízených odpovědí, z nichž je jedna nebo více odpovědí správně) a otevřené otázky se stručnou odpovědí (konkrétně úlohy produkční). Vyplnili jsme tak ještě další specifikační tabulku, jen z jiného úhlu pohledu.

TESTOVANÁ TÉMATA	MCQ – JEDNA SPRÁVNÁ	MCQ – VÍCE SPRÁVNÝCH	PRODUKČNÍ ÚLOHY
Spojitost funkce	2	1	0
Limita funkce	4	2	4
L´Hospitalovo pravidlo	2	0	0
Průběh funkce se všemi aspekty	7	5	0

Tabulka 29 – Specifikační tabulky – typ testových úloh

Specifikační tabulka může obsahovat i časy potřebné na vyřešení jednotlivých úloh či způsob testování (ústní, písemné atd.). Ohledně způsobu testování se v našem případě jedná o formativní písemné testování a čas je jedním ze sledovaných hledisek, tudíž úlohám nenastavujeme časový rámec. Jednotlivé testové úlohy, které jsme pro výzkum vybrali, jsou automaticky vyhodnoceny. Jedná se o interaktivní verbální strukturní komponent „Prostředky k sebehodnocení“, jehož součástí je i další interaktivní verbální strukturní komponent „Krokované nápovědy a mezivýpočty“. Konkrétní testové otázky a ukázky možných krokovaných nápověd a mezivýpočtů nalezne čtenář v příloze 6.

5.2 DEFINICE PROMĚNNÝCH

Na základě stanovených cílů výzkumu a po důkladné analýze procvičovacích úloh, které nám vzešly ze specifikační tabulky, definujeme proměnné výzkumného šetření. Definované proměnné nám budou nápomocny při stanovení výzkumných otázek a formulaci hypotéz.

Nezávislá proměnná

Varianta učebnice – vybraná varianta učebnice v souladu se zásadou individuálního přístupu studenta.

- T – tištěná učebnice
- I – I-učebnice

Závislé proměnné

Použitý počet nápověd – počet nápověd potřebných k vyřešení jedné sady dělený maximálním počtem nápověd v této sadě. Jednotlivé hodnoty použitého počtu nápověd mohou nabývat hodnot z intervalu od nuly do jedné, přičemž nula znamená výpočet celé sady úloh bez použití jakékoliv nápovědy, naopak hodnota jedna znamená použití všech dostupných nápověd v rámci sady úloh.

Chybovost – počet chyb, kterých se student dopustí při řešení jedné sady úloh. Myslíme tím, že student v zásadě zná postup řešení, ale přesto úlohu vyřeší špatně, neboť se při výpočtu dopustí nějaké chyby. V rámci jedné sady může chybovat i víckrát.

Čas potřebný k vyřešení úloh – čas potřebný k vyřešení jedné sady úloh. Čas je měřený v sekundách.

Výsledné hodnocení – známka, kterou student získá u závěrečné zkoušky (v našem případě jsou možné známky 1, 1-, 2, 2-, 3 nebo 4).

Nezávislá proměnná vyplývá z hlavního cíle výzkumu, jímž je zjistit rozdílná hlediska při práci s tištěnou učebnicí a I-učebnicí. Výše uvedené závislé proměnné jsou v našem případě měřitelné proměnné, v nichž budeme hledat rozdíly mezi tištěnou učebnicí a I-učebnicí.

Důvody výběru učebnice – student uvádí důvody výběru učebnice, které souvisí s uplatněním zásady individuálního přístupu.

Důvody výběru učebnice je kategoriální proměnná, neboť odpovědi studentů na odůvodnění výběru učebnice sloučíme do několika skupin neboli kategorií.

5.3 VÝZKUMNÉ OTÁZKY

Hlavním cílem našeho výzkumu je najít rozdílná hlediska při práci s tištěnou učebnicí a I-učebnicí ve vybraných kapitolách v matematice při osvojování učiva v terciálním vzdělávání. V souvislosti s vytvořenou specifikační tabulkou, které nejlépe dle obsahových cílů vyhovovala *Khanova matematika*, jsme vybrali k formativnímu testování 23 úloh typu *Multiple Choice Questions* a 4 produkční úlohy, kdy odpovědí bylo číslo. Vybrané úlohy obsahují na základě provedené kategorizace strukturních komponent matematických učebnic (dílčí cíl práce) strukturní komponenty aparátu řídící učení: „Prostředky k sebehodnocení“ a „Krokované nápovědy a mezivýpočty“. Vzhledem k tomu, že součástí testových úloh je i odkaz na video, obsahují i strukturní komponent „Pokročilé interaktivní aktivity“. Navíc při řešení algebraických úloh je možno použít strukturní komponent „Kalkulačka“, který je k úloze přidán hypertextovým odkazem.

Po definici proměnných si k cílům práce můžeme stanovit několik výzkumných otázek a formulovat hypotézy. Dle Chráska (2007) jsou hypotézy predikcemi o vztazích mezi proměnnými a dle Gavora (2010, s. 67) je nutné dodržovat tři základní pravidla, které označuje jako *„zlatá pravidla hypotézy“*.

- Hypotéza je tvrzení. Vyjadřuje se oznamovací větou.
- Hypotéza vyjadřuje vztah mezi dvěma proměnnými.
- Hypotéza se musí testovat (empiricky zkoumat). Její proměnné se musí dát měřit nebo kategorizovat.

Chráska a Kočvarová (2014) dále upřesňují, že v případě formulace hypotéz bychom měli dát přednost jednostranným hypotézám, neboť přímo a jednoznačně predikují závěr statistické analýzy. Dále uvádí, že při formulování věrohodných hypotéz bychom měli vycházet z důkladného studia teoretických východisek, ale můžeme také vycházet z vlastních pozorování, zkušeností, z logických úvah, případně i z názorů jiných odborníků.

V našem případě vycházíme při stanovení hypotézy H1 z názoru výzkumníka, neboť se jedná o výzkumnou otázku, ke které jsme nedohledali žádný výzkum. Ostatní hypotézy vychází z výzkumných předpokladů, které jsme ke sledované problematice dohledali a které jsme shrnuli v kapitole „Formulace problému“. Celkem si stanovujeme pět vědeckých hypotéz.

Dílčí cíl výzkumu

Před stanovením hlavních, vedlejších a doplňujících výzkumných otázek jsme museli splnit dílčí cíl výzkumu. Dílčím cílem výzkumu bylo provést kategorizaci strukturních komponent tištěných učebnic a I-učebnic v matematice. Tento cíl jsme museli splnit nejdříve z důvodu, abychom před empirickou částí práce uměli analyzovat učebnice a vyhledat správně strukturní komponenty aparátu řídící učení, kterými se empirická část zabývá.

Hlavní výzkumná otázka č. 1

První výzkumná otázka se týká specifického strukturního komponentu matematického aparátu „Krokované nápovědy a mezivýpočty“. Tento strukturní komponent je u interaktivních materiálů použit výrazně jiným způsobem než u tištěné varianty učebnic. V *Khanově matematice* je zapotřebí, pokud si nevíme rady s výpočtem, zažádat o nápovědu. Pokud nám jedna nápověda nestačí, můžeme zažádat o další nápovědu. Testové úlohy mají různý počet nápověd, od dvou do pěti. **Počet použitých nápověd** je první hledisko, v kterém budeme hledat rozdíly při práci s učebnicí. Pokládáme si následující výzkumnou otázku.

- *Ovlivňuje varianta učebnice použitý počet nápověd, které potřebují studenti k vyřešení úloh?*

Vzhledem k tomu, že jsme nedohledali žádný výzkum týkající se sledování rozdílů v používání počtu krokovaných nápověd, stanovíme si vědeckou hypotézu na základě následující úvahy. Pokud student při práci s I-učebnicí musí o jednotlivé nápovědy vždy žádat, je donucen se více nad problematikou zamýšlet, než požádá o nápovědu.

- *H1: Studenti pracující s I-učebnicí potřebují k vyřešení úloh nižší počet nápověd než studenti pracující s tištěnou učebnicí.*

Hlavní výzkumná otázka č. 2

Dalším hlediskem, které je možné v rámci vybraných úloh sledovat, je celková chybovost. **Chybovost** je hledisko, které nás zajímá při jakémkoliv testování. Pokládáme si následující výzkumnou otázku.

- *Ovlivňuje varianta učebnice chybovost, které se studenti dopustí během řešení úloh?*

Zde vycházíme z výzkumu (Lenhard et al., 2017), ve které se pracovalo s pojmem „míra chybovosti“. Výzkum prokázal vyšší míru chybovosti u interaktivních materiálů. Stanovujeme si tedy v souvislosti s hlediskem „Chybovost“ následující vědeckou hypotézu.

- *H2: Studenti pracující s I-učebnicí se dopustí při řešení úloh vyšší chybovosti než studenti pracující s tištěnou učebnicí.*

Hlavní výzkumná otázka č. 3

Třetím důležitým hlediskem při testování úloh je nastavení časového rámce. U sumativního testování je důležitost správného nastavení časového rámce mnohem vyšší, nicméně zvládnutí testu u formativního testování v nastaveném čase dodává studentovi více sebejistoty před samotným sumativním testováním. Vyučující naopak získává informaci o míře zvládnutí testových úloh v nastaveném čase. Naše testové úlohy nemají pevně nastavený časový rámec, takže student může vyřešit úlohu i nad doporučený čas. **Čas potřebný k vyřešení úloh** bude naším dalším testovaným hlediskem, na základě kterého si stanovujeme následující výzkumnou otázku.

- *Ovlivňuje varianta učebnice čas, který potřebují studenti k vyřešení úloh?*

Při stanovení hypotézy vycházíme z výzkumů, které jsme uvedli při formulaci problému. Můžeme se opřít o matematický výzkum, který provedli Green et al. (2010) a v němž dospěli k závěru, že díky vizuálnímu vylepšení grafů je prezentace informací v elektronickém dokumentu srozumitelnější a rychlejší. Protože testové úlohy obsahují vizuální text, stanovujeme si následující vědeckou hypotézu.

- *H3: Studentům pracujícím s I-učebnicí stačí nižší čas k vyřešení úloh než studentům pracujícím s tištěnou učebnicí.*

Vedlejší výzkumná otázka č. 1

Vedlejším cílem bylo zjistit **preference** studentů při výběru učebnice.

- *Preferují studenti, při uplatnění zásady individuálního přístupu při výběru varianty učebnice, výběr tištěné učebnice nebo I-učebnice?*

Při stanovení hypotézy chceme opět vycházet z již provedených výzkumů. Předložené výukové materiály budou při testování zdarma, což byla jedna z podmínek při plánování testu. Tím vyloučíme, že cena je primárním hlediskem při rozhodování (Ackerman & Goldsmith, 2011; Baron, Calixte & Havewala, 2017; Rockinson-Szapkiw et al., 2013). Z dalších výzkumů spíše vyplývá, že studenti preferují pro studium tištěné médium (Sharma, 2020; Ackerman & Goldsmith, 2011; Baron, Calixte & Havewala, 2017). Z druhé strany je ale několik výzkumů, které uvádí, že studenti z přírodovědných a technických oborů si vybírají digitální materiály

(Gilbert & Fister, 2015; McLure & Hoseth, 2012). Vzhledem k testované skupině studentů (studenti Ekonomické fakulty) se přikláníme k následující vědecké hypotéze.

- *H4: Studenti budou při uplatnění zásady individuálního přístupu při výběru varianty učebnice více preferovat tištěnou učebnici.*

Vedlejší výzkumná otázka č. 2

Zapojení studenti do našeho výzkumu musí předmět „Matematika 2" úspěšně zakončit zkouškou. Z tohoto důvodu si pokládáme druhý vedlejší cíl práce, a to ověřit, zda vybraná varianta učebnice má vliv na **výsledné hodnocení**.

- *Ovlivňuje preferovaná varianta učebnice výsledné hodnocení?*

K formativnímu testování matematických textů v souvislosti s výsledným hodnocením jsme také nedohledali žádný výzkum. Četné studie ale naznačují souvislost mezi tištěným médiem a hlubším porozuměním textu, i když výzkumy byly provedeny při čtení souvislých textů (Singer a Alexander, 2017; Durant a Horava, 2015; Mangen et al., 2013). Dále Axtell a Curran (2011) zjistili, že pokud si studenti nenechají své poznámky z řešení úloh, nejsou pak schopni použít domácí úkoly coby nástroj, který jim pomůže při studiu. Stanovíme vědeckou hypotézu:

- *H5: Studenti preferující tištěnou učebnici budou mít lepší výsledné hodnocení než studenti preferující I-učebnici.*

Doplňující výzkumné otázky (DO)

Důvodům výběru učebnice se věnovali ve svých výzkumech Baron, Calixte a Havewala (2017), Davy (2007) nebo Sharma (2020). I my si pokládáme doplňující otázku.

- *DO1: Jaké jsou důvody výběru varianty učebnice?*

I-učebnice obsahuje oproti papírové variantě učebnice několik strukturních komponent navíc. V případě našich testových úloh se jedná, kromě již zmíněných krokovaných nápověd, o mezivýpočty, videa, která je možno zhlédnout v průběhu počítání, a o kalkulačku. Zajímá nás využitelnost těchto strukturních komponent, tudíž si stanovujeme doplňující otázky.

- *DO2: Využívají studenti při řešení úloh přiložená videa (multimediální interaktivní strukturní komponent „Pokročilé interaktivní aktivity“)? Využívají studenti při řešení úloh přiložené mezivýpočty (verbální interaktivní strukturní komponent „Krokované nápovědy a mezivýpočty“)? Využívají studenti při řešení úloh přiloženou kalkulačku (multimediální interaktivní strukturní komponent „Kalkulačka“)?*

Jak jsme již uvedli, čas je další výukovou doménou, která může být zahrnuta do specifikační tabulky. Vzhledem k tomu, že *Khanova matematika* má již stanovené doporučené časy na vyřešení úloh, nabízí se ověřit následující doplňující otázku.

- *DO3: Splňují studenti doporučené časy ze stránek Khanovy matematiky?*

Celkem jsme si stanovili pět výzkumných otázek, ke kterým jsme formulovali hypotézy a tři doplňující otázky. Doplňující otázky nevyjadřují vztah mezi dvěma proměnnými, ale jedná se ve výzkumném šetření o popis reality. Dle Kerlinger (1972) se jedná spíše o pedagogický průzkum, Chráska a Kočvarová (2014) hovoří o deskriptivním výzkumu.

5.4 METODOLOGIE

Našim hlavním cílem je najít rozdíly při práci s tištěnou učebnicí a I-učebnicí. Po prostudování celé řady publikovaných výzkumů, které byly provedeny v různých podmínkách, s různou testovanou skupinou či různým textem, jsme se rozhodli rozšířit tento výzkumný směr o výzkum matematických učebnic s tím, že bude uplatněna zásada individuálního přístupu. K hlavním a vedlejším otázkám jsme na základě teorie formulovali hypotézy, které budeme verifikovat realizací výzkumu. Jedná se o deduktivní přístup, který vyžaduje ***kvantitativní výzkumné šetření.***

V kvantitativně orientovaném pedagogickém výzkumu se jednotlivé proměnné měří pomocí metod, které jsou označovány jako empirické metody sběru dat. V našem případě je varianta učebnice nominální dichotomickou proměnnou a ostatní měřitelné proměnné měříme na úrovni intervalového měření (Chráska & Kočvarová, 2014). V našem výzkumu hledáme vztahy mezi proměnnými, tudíž námi zvolený výzkumný ne-experimentální fixní design vyžaduje statistické šetření a zpracování dat, jehož nedílnou součástí je volba reprezentativního vzorku, sběr dat a vhodně použité statistické metody.

5.4.1 VOLBA VZORKU

„Pojmem základní soubor rozumíme všechny prvky, které patří do zkoumané skupiny. V těchto situacích hovoříme o vyčerpávajícím (exhaustivním) výběru.“ (Chráska & Kočvarová, 2014, s. 14)

Základní výběrový soubor splňuje i doporučení ohledně rozsahu výběru testované skupiny. Na 100 jednotek základního souboru je dle Loučková (2010) doporučeno vybrat 80 % z celkového počtu. V našem případě bylo do kurzu zapsaných 165 studentů, takže je třeba do základního souboru třeba vybrat minimálně 132 studentů.

Vzhledem k tomu, že jsme do výzkumu zapojili všechny studenty druhé části základního kurzu inženýrské matematiky, kteří si v daném roce studia zapsali předmět „Matematika 2“, můžeme mluvit o základním výběrovém souboru. Tento základní výběr nám navíc zajistil, že testovaná skupina by měla mít minimální rozdíly v matematických znalostech, neboť všichni studenti absolvovali první část základního kurzu inženýrské matematiky.

Dále jsme základní soubor potřebovali rozdělit na studenty pracující s tištěnou učebnicí a studenty pracující s I-učebnicí. Zde byl skupinový výběr ponechán na samotných studentech, kteří si po uplatnění zásady individuálního přístupu zvolili variantu učebnice, s kterou chtěli při osvojování učiva pracovat. Rozdělením základního souboru na studenty pracující s tištěnou učebnicí a studenty pracující s I-učebnicí budeme mít definovanou nezávislou proměnnou a budeme moct odpovědět na hypotézu, která se týká preferencí výběru učebnice. Zároveň rozdělením studentů do skupin získáme sledované skupiny, které potřebujeme k ověřování dalších hypotéz.

5.4.2 ZDROJ DAT

Studenti si osvojovali a procvičovali získané poznatky z distanční výuky, kde kromě teorie bylo spočítáno i pár vzorových příkladů. Zajímalo nás, jak zvládají na základě vysvětlené látky samostatně spočítat příklady. Procvičování úloh bylo zcela dobrovolné a nemělo vliv na výslednou známku. Každý student se mohl rozhodnout, zda bude pracovat s tištěnou učebnicí či s I-učebnicí, aby byla uplatněná zásada individuálního přístupu při výběru média.

Studentům bylo předloženo k procvičování 111 testových úloh, rozdělených do 27 sad a pokrývaly čtyři testovaná témata – spojitost funkce, limita funkce, L´Hospitalovo pravidlo a průběh funkce se všemi aspekty. Testované téma spojitost funkce obsahovalo tři sady úloh, limita funkce deset sad úloh, L´Hospitalovo pravidlo dvě sady úloh a testované téma průběh funkce se všemi aspekty dvanáct sad úloh. Každá sada zpravidla obsahovala čtyři úlohy, v jednom případě se jednalo o sedm úloh. Výsledky studenti zaznamenávali do záznamových archů, které vkládali do prostředí *LMS Moodle*. Jejich součástí byl i návod k vyplňování (příloha 7).

5.4.3 ZPRACOVÁNÍ DAT

Všechna data, která jsme získali vyhodnocením záznamových archů, jsme zpracovali nejdříve v Excelu, dále ověřili statisticky. K verifikaci stanovených pěti hypotéz jsme použili odlišné statistické přístupy:

- logistickou regresi, ve které jsme použili *Bonferroniho korekci*,
- náhodný smíšený model, tzn. *Random mixed model*,
- *jednovýběrový t-test*,
- *dvouvýběrový t-test*.

Bonferroniho korekce

Logistická regrese je varianta zobecněného lineárního modelu, kdy závislá proměnná má binomické nebo multinomické rozdělení. V případě, že se v celkové statistice sledované skupiny liší, je dobré si položit otázku, zda se liší i mezi jednotlivými podskupinami. Při testování statistických hypotéz vždy porovnáváme dvě hypotézy (nulovou a alternativní) a výsledkem testování je rozhodnutí o nulové hypotéze. S narůstajícím počtem statistických hypotéz ale roste také pravděpodobnost toho, že ukážeme statistickou významnost tam, kde ve skutečnosti žádná neexistuje, a tím získáme falešně pozitivní výsledek ve prospěch nulové hypotézy. Aby se předešlo právě tomuto problému násobného testování hypotéz, používají se korekční procedury, které zohledňují celkový počet provedených testů. Nejznámější korekční procedurou je *Bonferroniho korekce*, která zamítá nulovou hypotézu ve chvíli, když hodnota *p*-value je menší nebo rovna hodnotě $\frac{\alpha}{m}$, kde α je zvolená hladina významnosti a *m* je počet provedených testů. V naší statistice budeme mít nastavenou hladinu významnosti u Bonferroniho korekce α = 0,05 a *m* je počet sad úloh, tzn. *m* = 27.

Random mixed model

Random mixed model, nazývaný též zobecněný lineární smíšený model nebo model se smíšenou složkou chyby, je statistický model obsahující jak fixní, tak náhodné efekty. (McLean et al., 1991). Používá se v prostředí, kde se provádějí měření na stejných statistických jednotkách (longitudinální studie). Rozdíl proti zobecněným lineárním modelům je v tom, že mixováním můžeme modelovat všechny levely (sady úloh) s rozdílnou variabilitou. Díky použitému modelu můžeme prokázat významnost skrz náhodný posun v rámci sady úloh.

Jednovýběrový t-test

T-test se používá k porovnání, zda výsledky měření v jednom objektu se významně liší od výsledků měření druhého objektu. *Jednovýběrový t-test* se používá v situacích, kdy naměřené hodnoty na každém z *n* objektů lze považovat za nezávislé a testuje hypotézu, zda střední hodnota normálního rozdělení, z něhož výběr pochází, se rovná μ.

Nechť máme $x_1, x_2, \cdots, x_n$ náhodný výběr z normálního rozdělení $N(\mu, \delta^2)$, kde $\bar{X}$ je výběrový průměr, S^2 výběrový rozptyl a kde $n \geq 2, \delta^2 > 0$. Za těchto předpokladů platí:

Je-li skutečná střední hodnota normálního rozdělení rovna μ, pak náhodná veličina

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S} \cdot \sqrt{n}$$

má t_{n-1} rozdělení.

Nulovou hypotézu zamítáme, pokud platí $|T| \geq t_{n-1}(\alpha)$. V opačném případě nulovou hypotézu nezamítneme (Anděl, 2003).

Dvouvýběrový t-test

Nechť $x_1, x_2, \cdots, x_m$ je náhodný výběr z normálního rozdělení $N(\mu_1, \delta^2)$, kde $\bar{X}$ je výběrový průměr a ${S^2}_X$ výběrový rozptyl a nechť $y_1, y_2, \cdots, y_n$ je náhodný výběr z normálního rozdělení $N(\mu_2, \delta^2)$, kde $\bar{Y}$ je výběrový průměr a ${S^2}_Y$ výběrový rozptyl. Předpokládejme, že oba výběry jsou na sobě nezávislé a nechť $m \geq 2, n \geq 2, \delta^2 > 0$. Za těchto předpokladů platí:

Náhodná veličina

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - \Delta}{\sqrt{(n-1)S^2{}_X + (m-1)S^2{}_Y}} \sqrt{\frac{nm(n+m-2)}{n+m}}$$

má rozdělení t_{n+m-2}.

Dvouvýběrový t-test se týká testu nulové hypotézy $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta$, kde δ je dané číslo (nejčastěji bývá $\delta = 0$). Jde-li o test proti alternativě $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta$, nulovou hypotézu zamítáme na hladině významnosti α, je-li $|T| \geq t_{n+m-2}(\alpha)$. Mezi předpoklady dvouvýběrového t-testu patří normalita každého z obou výběrů a stejný rozptyl v obou výběrech. Porušení těchto předpokladů mívá jen malý vliv na výsledek testu (Anděl, 2003).

5.5 SBĚR DAT

5.5.1 TEORETICKÁ VÝCHODISKA PRO SBĚR DAT

Typ matematického textu

Dostal and Robinson (2018) definovali čtyři typy matematických textů (tabulka 13). Z výzkumu, který provedli Shanahan et al. (2011) ale vyplynulo, že matematici nerozlišují v textu, zda čtou matematickou rovnici, text či jiný grafický prvek, ale považují tyto prvky za jednotné a stejně důležité. V našem výzkumu považujeme všechny typy matematického textu v testových úlohách též za jednotné a ve statistickém zpracování nebudeme rozlišovat, zda bylo zadání úlohy algebraické, grafické či šlo o aplikační úlohy.

Formativní testování

Jahodová Berková (2017) uvádí, že u počítačem podporovaného hodnocení lze obtížně určit, kdo skutečně online úkol zpracoval a kdo podváděl. Pokud ale zvolíme počítačem podporované testování k osvojování učiva, předpokládáme, že studenti nebudou mít potřebu podvádět, protože získané znalosti využijí při závěrečném zkoušení. Autorka také uvádí, že potenciál počítačem podporovaného hodnocení z pohledu studentů spatřuje v oblasti formativního hodnocení a distančních forem výuky.

Přenositelnost úloh

V našem výzkumu studentům předkládáme totožné materiály v tištěné či digitální podobě a tištěné materiály zpracováváme na základě digitálních, tudíž nezohledňujeme problémy přenositelnosti testových úloh do digitálního prostředí (Lenhard et al., 2017; Noyes a Garland, 2008).

Zásada individuálního přístupu

Zásada individuálního přístupu, kterou jsme podrobně popsali v jedné samostatné kapitole, pro náš výzkum znamená, že si student vybírá, zda chce procvičovat úlohy s tištěnou učebnicí či I-učebnicí.

Opora v kvalitních materiálech

Jednotlivé sady úloh byly tedy převzaty z *Khanovy matematiky*, včetně všech krokovaných nápověd. Schwartz (2013) ve svém článku uvádí, že díky pedagogickým zkušenostem autora Khana je výukový portál *Khan Academy* vhodným základem autentického porozumění, které je stabilizováno praktickými příklady, obsahuje smysluplnou relevantní zpětnou vazbu, je citlivé na kontext a znalosti jsou hierarchicky uspořádány.

Typ testových úloh

Pro testování jsme vybrali úlohy typu MCQ a produkční úlohy. MCQ úlohy mají své pro i proti. Z jedné strany je právě kladena důležitost na správně označenou odpověď, zatímco hlubší pochopení testované látky není ověřováno (Sangwin, 2013). Autor také zmiňuje, že strategický student neodpovídá na zadanou otázku, ale kontroluje každou odpověď obráceně. Toto zkreslení dle něj podvrací záměr učitele při stanovení otázky, takže nehodnotí dovednost, kterou chtěl posoudit. Z druhé strany MCQ vyloučí případy, kdy student příklad spočítá správně, ale program s jeho odpovědí nesouhlasí, neboť právě MCQ vyloučí problémy spojené se správnou syntaxí. Výhodou produkčních úloh je, že neumožňují uhodnout správnou odpověď. Nevýhodou naopak může být, že studenti budou odpovídat správně, ale jinak. Pokud ale formulujeme úlohu zcela jasně a jednoznačně (v našem případě se jedná o výpočet limity, kde výsledkem je číslo), dodržujeme doporučení na tvorbu úloh tohoto typu (Chráska, 1999).

Testování s otevřenou knihou

S rozvojem distanční výuky se objevila potřeba přizpůsobit testování distančním podmínkám. Štuka a Vejražka (2021) shrnují dvě cesty, jak toho dosáhnout: proktorované testování a testování s otevřenou knihou neboli *Open-book* testování, které vyžaduje vyšší kognitivní dovednosti jako je vyhledávání, zpracování informací a kritické myšlení místo memorování. Autoři shrnutí v knize i názory, že v budoucnosti se budeme setkávat mnohem častěji při testování s tzv. hybridním modelem, kdy student bude k části zkoušení mít možnost jakékoliv informace vyhledávat ve vlastních poznámkách či na internetu. Vidíme zde souvislost i s naším výzkumem. Studenti mohli v průběhu testování vyhledávat různé informace v sešitech i na internetu. Zrovna tak ale při klasické výuce někteří studenti nahlíží zpětně do sešitu, kde vyhledávají vzorce či podobné příklady.

5.5.2 SBĚR DAT

Testové úlohy jsme převzali z *Khanovy matematiky*. Z digitálních materiálů jsme zpracovali tzv. tištěnou variantu učebnice tak, že jsme překlopili do papírové podoby zadání, výsledky a všechny dostupné krokované nápovědy. V případě tištěné varianty učebnice obdrželi studenti tři samostatné soubory:

- zadání všech úloh,
- krokované nápovědy ke všem úlohám,
- výsledky.

V případě I-učebnice studenti obdrželi:

- odkaz na interaktivní cvičení, kde kromě zadání mohli na stejné stránce zažádat o nápovědy a na závěr si nechali výsledek automaticky zkontrolovat.

Jak studenti postupovali při řešení úloh? Pokud student znal postup, odpověděl a v případě správné odpovědi mohl pokračovat další úlohou. V tomto kroku v případě tištěné varianty musel zkontrolovat správnost ve výsledcích, v případě interaktivní varianty byly testy vyhodnoceny automaticky a student byl odměněn vítěznou zvukovou hláškou a nápisy „Správně!“, „Je to tak!“, „Jen tak dál!“ či „Ano!“. V obou případech studenti uvedli **čas** potřebný pro vyřešení celé sady úloh, čas zaznamenávali v sekundách.

Pokud student nepotřeboval žádnou nápovědu, protože znal postup, ale přesto se při výpočtu dopustil nějaké chyby, počítal úlohu znovu. V obou variantách učebnic zaznamenávali studenti svou **chybovost**. V rámci jedné úlohy mohli studenti chybovat i vícekrát. V případě interaktivní varianty se při špatné odpovědi objevilo hlášení: „To ne. Zkus to znovu: zobraz nápovědu nebo pokračuj dále."

Pokud si student nevěděl s výpočtem opravdu rady, mohl využít nápovědu. U jednotlivých úloh bylo možné využít dvě až pět nápověd. V případě tištěné varianty nahlédl do zpracovaných krokovaných postupů, v případě interaktivní varianty žádal o nápovědu. V tomto kroku se objevila poznámka: „Nevíš jak dál? Podívej se na video nebo použij nápovědu." Zároveň byl student upozorněn: „Pozor, při použití nápovědy se příklad nepočítá jako úspěšně vyřešený! Nejprve se to snaž vyřešit bez ní." Pokud student opravdu potřeboval nápovědu, musel žádost o nápovědu ještě jednou potvrdit: „Získat nápovědu." Teprve po těchto dvou krocích se studentovi objevila první nápověda. V obou případech studenti zaznamenávali počet nápověd potřebných k vyřešení úlohy, a tím pádem jsme mohli u každého studenta a každé sady úloh evidovat **použitý počet nápověd.** Vzhledem k tomu, že každá sada měla jiný počet nápověd, byly použité nápovědy vyděleny celkovým počtem nápověd celé sady. Získali jsme tak ukazatel, s kterým dále pracujeme. Námi dále používaný pojem „použitý počet nápověd" představuje právě tento podíl.

Student také mohl úlohu úplně přeskočit (kliknutím na „Pokračuj dále") a úlohu neřešit. Zrovna tak i u tištěné varianty byly případy, kdy studenti nepochopili úlohu ani po přečtení všech nápověd. V tomto případě uváděli, že si s úlohou neví rady a nevyřešili ji.

Sběr dat probíhal během distanční výuky v letním semestru 2019/2020 a zapojili jsme se do něj všechny studenty Ekonomické fakulty Jihočeské univerzity, kteří měli v daném semestru zapsaný předmět „Matematika 2". Jednalo se o druhou část základního kurzu inženýrské matematiky. Jak jsme již uvedli, vypracovávání a odevzdávání úloh bylo zcela dobrovolné a nemělo vliv na výslednou známku. Proto se také stalo, že někteří studenti všechny sady úloh nepočítali nebo jen nevyplnili. Bohužel se také stalo, že některé záznamové archy byly vyplněny jen částečně nebo nepřesně, tak nemohly být použity při statistickém zpracování dat. Ke statistickému zpracování dat jsme použili záznamy od 149 studentů, konkrétně od 63 mužů a 86 žen.

5.5.3 ANALÝZA TESTU A JEHO POLOŽEK

„Jestliže realizujeme určité pedagogické měření, nikdy si nemůžeme být dopředu jisti jeho kvalitou. Skutečnou kvalitu měření lze zpravidla dodatečně posoudit na základě vyhodnocení výsledků již uskutečněného měření. Při posuzování vlastností měření nás obvykle nejvíce zajímá jeho ***validita, reliabilita*** *a* ***praktičnost****.“* (Chráska & Kočvarová, 2014, s. 24)

Při testování bychom neměli zapomínat ani na kvalitu testových úloh. Dle Štuka a Vejražka (2021, s. 87) *„položková analýza umožňuje vyhodnotit na základě analýzy proběhlého testu vlastnosti jednotlivých úloh (položek testu), zejména jejich* ***obtížnost*** *a* ***citlivost****.“* Chráska (1999) přidává vedle posuzování obtížnosti a citlivosti ***analýzu nenormovaných odpovědí***.

Štuka a Vejražka (2021) dále uvádí, že mimo tyto tradiční metriky se v posledních letech věnuje značná pozornost férovosti neboli spravedlivosti testu. V tomto případě se ověřuje, zda test nějakým způsobem neznevýhodnil určité skupiny testovaných osob. Také uvádí, že součástí analýzy testu by měly být jeho popisné statistiky a grafické zobrazení výsledků, nejčastěji ve formě histogramů.

Validita

Validita neboli platnost testu nám říká, zda testové otázky měří znalosti a dovednosti, které chceme měřit. Štuka a Vejražka (2021, s. 93) uvádí, že *„validitu nelze přímo měřit, a proto se v praxi soustředíme na jeho validaci, tzn. shromažďování důkazů, že je test validní. Validace testu představuje shromáždění empirických dat a logických argumentů, které prokazují, že závěry jsou skutečně vhodné“*.

Dále autoři zmiňují, že výsledek validního testu není příliš ovlivněn systematickými chybami. Důkazy, kterými se snažíme doložit validitu testu, mohou být různého charakteru. Chráska (2007) uvádí obsahovou, souběžnou, predikční a konstruktovou validitu. Vzhledem k tomu, že v našem případě jednotlivá testovaná témata odpovídala sylabu předmětu, splnili jsme *obsahovou validitu*. Některé sady úloh byly grafické, jiné algebraické, a navíc měli studenti možnost tyto základní znalosti aplikovat i v praktických úlohách. Touto pestrou skladbou úloh jsme zajistili i jeho homogenitu. Každá sada úloh testovala jiné téma. Při výběru úloh jsme vycházeli z osvědčených materiálů, kde byly úlohy zadány srozumitelně a neobsahovaly dlouhá a komplikovaná souvětí. Studenti tím pádem uplatňovali pouze matematické znalosti, nikoliv čtenářskou gramotnost. Tímto jsme zajistili i *konstruktovou (pojmovou či teoretickou) validitu*. Na základě zvládnutí či nezvládnutí testových témat získal student také informaci o míře zvládnutí učiva. V této souvislosti můžeme uvažovat o *prediktivní validitě*. Dá se předpovídat, že student, který zvládl vyřešit úlohy při formativním testování, bude mít vyšší šanci na úspěšné zvládnutí testu i při sumativním testování.

Reliabilita

Reliabilita nám říká, do jaké míry při opakovaném testování dostaneme podobné výsledky. Reliabilita nabývá hodnot od 0 do 1 a spočtená hodnota představuje míru potlačení náhodných chyb během testování. Test s vyšší hodnotou reliabilitou je spolehlivější a přesnější. Jeho výsledky jsou méně ovlivněny náhodnými vlivy.

Chráska (1999, s. 59) uvádí dva modely výpočtu koeficientu reliability. Metodu půlení (half-split method) nemůžeme v našem případě použít, protože nemáme úlohy seřazené od nejjednodušší po nejobtížnější, ale dle probíraných témat. Použili jsme druhou doporučenou metodu – pomocí Kuderova-Richardsonova vzorce:

$$r_{kr} = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum pq}{s^2}\right),$$

kde:

k – počet úloh v testu (v našem případě počet sad úloh v testu),

s – směrodatná odchylka,

p – podíl studentů, kteří řešili určitou úlohu v testu správně,

q – podíl studentů, kteří neřešili určitou úlohu v testu správně (*q* = 1 – *p*).

Pro výpočet reliability musíme vzít v úvahu pouze studenty, kteří řešili všechny sady úloh, abychom měli přesně stanovený počet sad úloh v testu u všech studentů. Takových studentů bylo 108. Dílčí hodnoty pro výpočet koeficientu reliability jsou uvedené v následujících vzorcích a tabulkách. Pomocí Kuderova-Richardsonova vzorce nám vyšla hodnota reliability poměrně vysoká, konkrétně 0,911. Test tedy můžeme považovat za reliabilní. Podrobné výpočty reliability uvádíme v následujících dvou tabulkách, kde $x_i$je počet správně zodpovězených sad úloh a n_ičetnost.

Aritmetický průměr: $\bar{X} = \frac{1135}{108} = 10{,}509$

Rozptyl: $s^2 = \frac{5040{,}991}{108-1} = 47{,}112$

Směrodatná odchylka: $s = 6{,}864$

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$	$n_i \cdot (x_i - \bar{X})^2$
0	2	0	-10,509	110,445	220,889
1	5	5	-9,509	90,426	452,130
2	6	12	-8,509	72,407	434,445
3	4	12	-7,509	56,389	225,556
4	7	28	-6,509	42,370	296,593
5	4	20	-5,509	30,352	121,408
6	11	66	-4,509	20,333	223,668
7	5	35	-3,509	12,315	61,575
8	2	16	-2,509	6,296	12,593
9	8	72	-1,509	2,278	18,223
10	5	50	-0,509	0,259	1,297
11	7	77	0,491	0,241	1,686
12	8	96	1,491	2,222	17,778
13	2	26	2,491	6,204	12,408
14	2	28	3,491	12,185	24,371
15	2	30	4,491	20,167	40,334
16	3	48	5,491	30,148	90,445
17	6	102	6,491	42,130	252,778
18	3	54	7,491	56,111	168,334
19	2	38	8,491	72,093	144,185
20	3	60	9,491	90,074	270,222
21	3	63	10,491	110,056	330,167
22	1	22	11,491	132,037	132,037
23	2	46	12,491	156,019	312,037
24	1	24	13,491	182,000	182,000
25	1	25	14,491	209,982	209,982
26	1	26	15,491	239,963	239,963
27	2	54	16,491	271,945	543,889
∑	108	1135			5040,991

Tabulka 30 – Výpočet aritmetického průměru a směrodatné odchylky pro Kuderův-Richardsonův vzorec

Koeficient reliability dle Kuderova-Richardsonova vzorce:

$$\boldsymbol{r_{kr}} = \frac{\mathbf{27}}{\mathbf{27-1}}\left(\mathbf{1}-\frac{\mathbf{5,766}}{\mathbf{47,112}}\right) = \mathbf{0,911}$$

Reliabilita 0,911 znamená, že variabilita pozorovaného skóre je z 91,1 % tvořena variabilitou skutečné schopnosti a 8,9 % tvoří chyby.

SADA	POČET SPRÁVNÝCH ODPOVĚDÍ	*p*	*q*	*p·q*
SP1	31	0,29	0,71	0,205
SP2	82	0,76	0,24	0,183
SP3	25	0,23	0,77	0,178
LM1	47	0,44	0,56	0,246
LM2	66	0,61	0,39	0,238
LM3	50	0,46	0,54	0,249
LM4	50	0,46	0,54	0,249
LM5	33	0,31	0,69	0,212
LM6	32	0,30	0,70	0,209
LM7	84	0,78	0,22	0,173
LM8	36	0,33	0,67	0,222
LM9	21	0,19	0,81	0,157
LM10	28	0,26	0,74	0,192
LP1	38	0,35	0,65	0,228
LP2	54	0,50	0,50	0,250
PR1	37	0,34	0,66	0,225
PR2	29	0,27	0,73	0,196
PR3	20	0,19	0,81	0,151
PR4	42	0,39	0,61	0,238
PR5	41	0,38	0,62	0,236
PR6	41	0,38	0,62	0,236
PR7	29	0,27	0,73	0,196
PR8	53	0,49	0,51	0,250
PR9	47	0,44	0,56	0,246
PR10	27	0,25	0,75	0,188
PR11	23	0,21	0,79	0,168
PR12	58	0,54	0,46	0,249
∑				5,766

Tabulka 31 – Výpočet hodnot *p* a *q* pro Kuderův-Richardsonův vzorec

Praktičnost

Chráska a Kočvarová (2014, s. 25) pod společný název *„praktičnost měření“* řadí i takové vlastnosti jako *„jednoduchost, hospodárnost, úspornost, snadná proveditelnost, malá časová náročnost či malé nároky na kvalifikaci osoby, která měření realizuje“*.

Vzhledem k charakteru našeho testování můžeme z výše uvedených vlastností zmínit jednoduchost testu jako celku, neboť test obsahoval dva typy úloh, konkrétně *Multiple Choice Questions* a produkční úlohy. Dále musíme zmínit snadnou proveditelnost, protože k provedení testu nebylo třeba žádných instalačních programů. Vzhledem k formativnímu testování můžeme mluvit i o úspornosti. Dalo se předpokládat, že v zájmu studentů bude látce porozumět a nedopouštět se podvodných jednání. Z tohoto důvodu jsme mohli jeden vytvořený test zadat všem studentům.

Obtížnost

Obtížnost jednotlivých testových úloh můžeme jednoduše posoudit podle toho, kolik žáků je dokáže správně vyřešit. Didaktický test v našem výzkumu byl zadán jako nástroj na měření znalostí a dovedností, které si studenti osvojili při přípravě na vyučování. Jednotlivé testové úlohy odpovídaly výstupům, které musí student v rámci druhé části základního kurzu inženýrské matematiky znát. Vzhledem k tomu, že v našich testových úlohách se objevovalo více proměnných (použitý počet nápověd, chybovost a čas), bylo nutné stanovit potřebná kritéria jednotlivých proměnných ke splnění testu. Jelikož jednotlivé testové úlohy odpovídaly běžným zápočtovým úlohám, vycházeli jsme z kritérií, která stanovil garant předmětu. Jednalo se o tato kritéria:

- student nepoužil při řešení úloh žádnou nápovědu,
- čas jedné dílčí úlohy byl maximálně 5 min,
- v rámci jedné sady úloh mohl student jedenkrát chybovat.

V následující tabulce uvádíme *index obtížnosti* (P) a *hodnotu obtížnosti* (Q). Index obtížnosti udává procento studentů, kteří danou úlohu odpověděli správně. Hodnota obtížnosti je procento studentů, kteří úlohu zodpověděli nesprávně nebo ji nevyřešili. Index i hodnotu obtížnosti jsme počítali ze všech studentů, proto se hodnoty u některých sad úloh liší oproti hodnotám p a q v tabulce 31. Rozdíly nemají vliv při vyhodnocení obtížnosti testu.

SADA	POČET VŠECH ODPOVĚDÍ	POČET SPRÁVNÝCH ODPOVĚDÍ	*P*	*Q*
SP1	132	38	29	71
SP2	134	98	73	27
SP3	132	32	24	76
LM1	132	55	42	58
LM2	132	79	60	40
LM3	132	61	46	54
LM4	132	61	46	54
LM5	132	43	33	67
LM6	132	40	30	70
LM7	134	104	78	22
LM8	133	39	29	71
LM9	132	27	20	80
LM10	133	32	24	76
LP1	127	43	34	66
LP2	127	61	48	52
PR1	145	44	30	70
PR2	145	38	26	74
PR3	142	27	19	81
PR4	145	50	34	66
PR5	145	50	34	66
PR6	145	51	35	65
PR7	145	36	25	75
PR8	144	67	47	53
PR9	144	58	40	60
PR10	127	30	24	76
PR11	126	26	21	79
PR12	127	64	50	50

Tabulka 32 – Hodnoty obtížnosti a indexy obtížnosti testových úloh

Vypočtené hodnoty *P* a *Q* jsme porovnali s doporučením dle Chráska (2007). Dle autora hodnota *Q* vyšší než 80 pokládá testové úlohy za velmi obtížné a nemělo by jich být v testu příliš mnoho. Naopak hodnoty *Q* nižší než 20 představují velmi snadné úlohy, které doporučuje z psychologických důvodů dát na začátek testu. V našem případě není žádná úloha velmi snadná, jedna úloha je těsně za hranicí velmi těžkých úloh a jedna na hranici velmi těžkých úloh.

Citlivost

Dle Štuka a Vejražka (2021, s. 87) se citlivostí myslí *„míra, s níž test nebo položka rozlišují mezi lépe a hůře připravenými studenty“*. Vysokou citlivost má taková úloha, kterou studenti s lepšími vědomostmi vyřeší lépe. Jedná s o ukazatel, který dle Chráska (1999, s. 49) *„vyjadřuje, jak dalece daná úloha zvýhodňuje žáky, mající lepší vědomosti, před žáky, kteří mají vědomosti horší“*.

K posouzení citlivosti jednotlivých úloh lze použít několik metod. Nejjednodušší metodou je výpočet koeficientu *ULI* (*upper-lower-index*), který vychází z rozdílu mezi obtížností úlohy ve skupině lepších a horších studentů. Dle Chráska (1999, s. 50) je poněkud pracnější, ale většinou spolehlivější metoda výpočtu tzv. *tetrachorického koeficientu citlivosti.* Pro výpočet tohoto koeficientu je třeba každou testovou úlohu zaznamenat do čtyřpolní tabulky. Jednotlivá políčka tabulky představují kombinace „lepších“ a „horších“ studentů (dle celkového výsledku testu) a správně či špatně zodpovězenou úlohu.

SKUPINA	POČET SPRÁVNÝCH ODPOVĚDÍ	POČET ŠPATNÝCH ODPOVĚDÍ
Lepší student	*a*	*b*
Horší student	*c*	*d*

Tabulka 33 – Schéma čtyřpolní tabulky

Tetrachorický koeficient citlivosti se pak vypočítává pro každou úlohu ze vztahu:

$$r_{tet} = \cos(180\frac{\sqrt{bc}}{\sqrt{bc}+\sqrt{ad}}).$$

Pro výpočet koeficientu citlivosti jsme opět vzali studenty, kteří řešili všechny úlohy. Jak jsme již uvedli, bylo jich 108. Pro výpočet potřebujeme studenty rozdělit na dvě poloviny, tím získáme skupinu 54 „lepších“ a 54 „horších“ studentů. V následujícím vzorci ukážeme výpočet tetrachorického koeficientu citlivosti úlohy SP1, pro který jsme použili hodnoty z níže uvedené čtyřpolní tabulky.

SKUPINA	POČET SPRÁVNÝCH ODPOVĚDÍ	POČET ŠPATNÝCH ODPOVĚDÍ
Lepší studenti	25	29
Horší student	6	48

Tabulka 34 – Čtyřpolní tabulka pro výpočet tetrachorického koeficientu citlivosti úlohy SP1

$$r_{tet\_SP1} = \cos(180\frac{\sqrt{29\cdot 6}}{\sqrt{29\cdot 6}+\sqrt{25\cdot 48}}) = 0{,}648$$

SADA	*a*	*b*	*c*	*d*	r_{tet}
SP1	25	29	6	48	0,648
SP2	51	3	31	23	0,771
SP3	23	31	3	51	0,771
LM1	38	16	9	45	0,761
LM2	47	7	19	35	0,768
LM3	39	15	12	42	0,709
LM4	37	17	13	41	0,646
LM5	28	26	5	49	0,739
LM6	28	26	4	50	0,782
LM7	52	2	33	21	0,814
LM8	28	26	8	46	0,621
LM9	20	34	2	52	0,802
LM10	23	31	5	49	0,660
LP1	31	23	7	47	0,708
LP2	38	16	16	38	0,597
PR1	30	24	7	47	0,692
PR2	28	26	1	53	0,933
PR3	21	33	0	54	1,000
PR4	34	20	9	45	0,695
PR5	33	21	8	46	0,708
PR6	33	21	8	46	0,708
PR7	25	29	5	49	0,694
PR8	42	12	12	42	0,766
PR9	38	16	10	44	0,737
PR10	19	35	8	46	0,422
PR11	19	35	5	49	0,582
PR12	39	15	20	34	0,530

Tabulka 35 – Tetrachorický koeficient citlivosti úloh

Pokud bychom shrnuli koeficienty citlivosti všech sad úloh, vychází nám všechny nad doporučenou hranicí 0,25. Nejnižší hodnotu jsme získali u PR10. U této sady úloh jsme naměřili i nejnižší hodnotu pomocí koeficientu ULI, kde nám hodnota vyšla 0,20. Vzhledem k tomu, že hodnoty koeficientu ULI je třeba vždy porovnat s indexem obtížností, je naměřená hodnota v pořádku. Vycházíme zde z doporučení dle Chráska (1999, s. 50), že úlohám s indexem obtížnosti 20 – 30 stačí hodnota koeficientu ULI 0,15. Výpočet citlivosti všech sad úloh pomocí koeficientu ULI nalezne čtenář v příloze 8.

Analýza nenormovaných odpovědí

SADA	POČET ŘEŠENÝCH ÚLOH	POČET VYŘEŠENÝCH ÚLOH	% VYŘEŠENÝCH ÚLOH	% NEVYŘEŠENÝCH ÚLOH
SP1	132	128	97	3
SP2	134	132	99	1
SP3	132	123	93	7
LM1	132	131	99	1
LM2	132	129	98	2
LM3	132	125	95	5
LM4	132	124	94	6
LM5	132	124	94	6
LM6	132	125	95	5
LM7	134	134	100	0
LM8	133	119	89	11
LM9	132	123	93	7
LM10	133	127	95	5
LP1	127	120	94	6
LP2	127	123	97	3
PR1	145	134	92	8
PR2	145	141	97	3
PR3	142	120	85	15
PR4	145	141	97	3
PR5	145	139	96	4
PR6	145	133	92	8
PR7	145	129	89	11
PR8	144	143	99	1
PR9	144	138	96	4
PR10	127	121	95	5
PR11	126	118	94	6
PR12	127	123	97	3

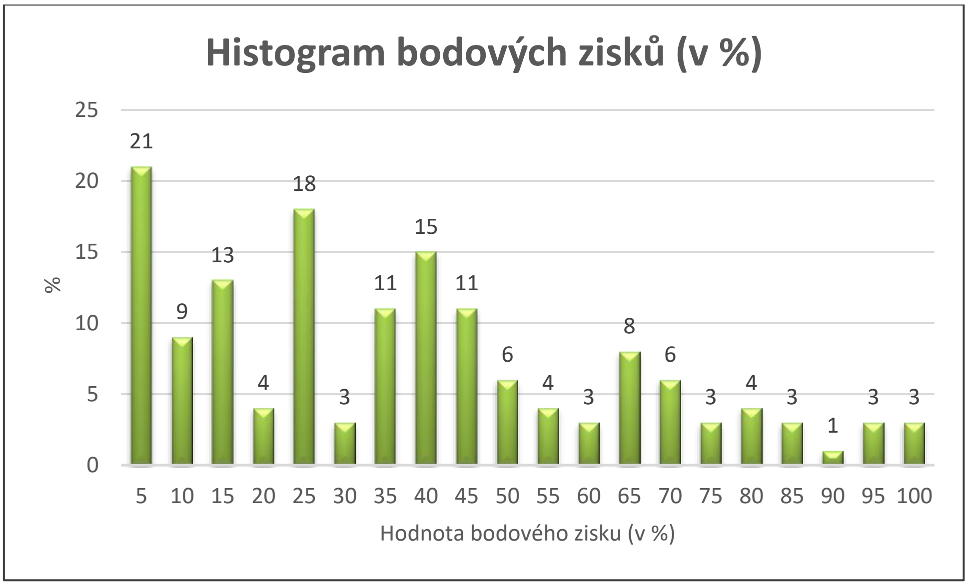
Tabulka 36 – Analýza nenormovaných odpovědí

Při vyhodnocení testu je třeba věnovat pozornost i úlohám, na které studenti vůbec neodpověděli. Dle Chráska (1999, s. 54) je třeba u uzavřených úloh věnovat zvýšenou pozornost úlohám, kde neodpovědělo více než 20 % studentů. U otevřených úloh je doporučené procento vyšší, jedná se o 30–40 % vynechaných otázek. Problémem nevyřešení úloh nebylo nepochopení zadání, ale nesplněná kritéria pro splnění testu. Na základě analýzy nenormovaných odpovědí můžeme říct, že žádnou takovou problematickou úlohu v testu nemáme.

Popisné statistiky a histogram bodových zisků

POPISNÉ STATISTIKY	
Počet účastníků testu (počet správně vyplněných dotazníků)	149
Počet mužů	63
Počet žen	86
Počet sad úloh	27
Počet testových otázek	111
Dosažené minimum (úspěšnost v %)	0
Dosažené maximum (úspěšnost v %)	100
Průměr (úspěšnost v %)	36
Medián (úspěšnost v %)	33
Směrodatná odchylka (úspěšnost v %)	26

Tabulka 37 – Tabulka popisných statistik



Graf 1 – Histogram bodových zisků (v %)

Shrnutí

Na základě provedené analýzy vlastností testu jako celku a analýzy vlastností jednotlivých testových sad úloh můžeme říct, že námi zadaný test splňuje vlastnosti dobrého měření a je vhodným nástrojem pro kvantitativní zpracování dat.

5.5.4 VYHODNOCENÍ TESTU VZHLEDEM K VARIANTĚ UČEBNICE

V této kapitole shrneme, jakou variantu učebnice si studenti při uplatnění zásady individuálního přístupu u jednotlivých sad úloh vybrali. Při zadávání úloh jsme se domnívali, že si studenti vyberou tištěnou či interaktivní variantu učebnice a na základě svého výběru vyplní formulář pro zaznamenávání výsledků. Při vyhodnocování vyplněných formulářů jsme ale zjistili další možné přístupy k práci s výukovými materiály. Někteří studenti kombinovali obě varianty učebnice. Z nich někteří studenti preferovali tištěnou variantu, ale z různých důvodů nakonec použili i interaktivní variantu. Část studentů preferovala také tištěnou variantu, ale nestačily jim k pochopení látky nápovědy, tak použili videa přiložená k interaktivní variantě učebnice. Podrobněji se jednotlivým skupinám studentů dle jejich preferencí výběru budeme zabývat v kapitole „Doplňujících výzkumných otázek“. Preference studentů jsme rozdělili následovných skupin:

- T – tištěná učebnice
- I – I-učebnice
- T + V – tištěná učebnice + video
- O – obě varianty učebnice

Nyní je třeba zdůvodnit, proč změna nezávislé proměnné („varianta učebnice“) neovlivní formulaci vědeckých výzkumných otázek a hypotéz. Ke statistickému ověření hypotéz používáme logistickou regresi, Random mixed model, jednovýběrový a dvouvýběrový t-test. V případě logistické regrese a jednovýběrového t-testu použijeme všechny sady úloh, kde studenti pracovali pouze s tištěnou či interaktivní variantou učebnice (přesný počet studentů znázorňuje sloupec T a I v následující tabulce). Sady úloh, při kterých studenti používali obě varianty učebnice či používali tištěnou variantu v kombinaci s videi, jsme kvůli nízkému výskytu v těchto statistikách nezpracovávali. V případě použití Random mixed modelu můžeme použít pouze studenty, kteří neměnili v průběhu celého testování variantu učebnice. Jednalo se o 119 studentů, z toho 69 studentů používalo tištěnou učebnici a 50 studentů I-učebnici. V případě použití dvouvýběrového t-testu můžeme použít pouze studenty, kteří neměnili v průběhu celého testování variantu učebnice, dostali zápočet a pokusili se o zvládnutí zkoušky. Z tohoto důvodu zůstávají hlavní a vedlejší otázky včetně stanovených hypotéz beze změn. V následující tabulce shrneme u všech sad úloh počty studentů zařazených do jednotlivých skupin dle preferencí.

SADA	POČET ŘEŠENÝCH ÚLOH	T	T + V	I	O
SP1	132	70	2	53	7
SP2	134	75	5	51	3
SP3	132	74	4	51	3
LM1	132	70	2	53	7
LM2	132	70	2	53	7
LM3	132	70	2	53	7
LM4	132	70	2	53	7
LM5	132	70	2	53	7
LM6	132	70	2	53	7
LM7	134	75	5	51	3
LM8	133	75	4	51	3
LM9	132	75	3	51	3
LM10	133	74	5	51	3
LP1	127	80	2	44	1
LP2	127	80	2	44	1
PR1	145	83	5	55	2
PR2	145	83	5	55	2
PR3	142	81	5	54	2
PR4	145	83	5	55	2
PR5	145	83	5	55	2
PR6	145	83	5	55	2
PR7	145	83	5	55	2
PR8	144	83	5	54	2
PR9	144	83	5	54	2
PR10	127	80	2	44	1
PR11	126	79	2	44	1
PR12	127	80	2	44	1

Tabulka 38 – Preference výběru varianty učebnice

5.6 VYHODNOCENÍ VÝZKUMNÝCH OTÁZEK

5.6.1 HLAVNÍ VÝZKUMNÉ OTÁZKY

5.6.1.1 Hlavní výzkumná otázka č. 1

Prvním sledovaným hlediskem byl **použitý počet nápověd.** Počítáme zde s hodnotou, kterou jsme získali podílem použitého počtu nápověd k maximálnímu počtu nápověd v každé sadě. Jednotlivé hodnoty použitého počtu nápověd mohou nabývat hodnot z intervalu od nuly do jedné, přičemž nula znamená výpočet úloh bez použití jakékoliv nápovědy, naopak hodnota jedna znamená použití všech dostupných nápověd v rámci sady úloh.

Nejdříve jsme vyplněné dotazníky zpracovali v Excelu. Shrnutí všech správně vyplněných dotazníků udává následující tabulka. Ve sloupci „Počet nápověd celkem" je uvedena průměrná hodnota použitého počtu nápověd, ve sloupcích „Počet nápověd T" a „Počet nápověd I" jsou uvedeny průměrné hodnoty použitého počtu nápověd tištěné učebnice a I-učebnice. Ve sloupcích „Rozdíl T" a „Rozdíl I" uvádíme rozdíl mezi průměrnou hodnotou celkového použitého počtu nápověd a průměrnou hodnotou počtu nápověd tištěné učebnice a I-učebnice.

Sada	Počet nápověd celkem	Počet nápověd T	Počet nápověd I	Rozdíl T	Rozdíl I
SP1	0,151	0,198	0,088	0,047	-0,063
SP2	0,048	0,064	0,023	0,016	-0,025
SP3	0,223	0,284	0,126	0,061	-0,097
LM1	0,129	0,148	0,102	0,019	-0,027
LM2	0,083	0,104	0,056	0,021	-0,027
⋮			⋮		
PR8	0,173	0,190	0,146	0,017	-0,027
PR9	0,156	0,173	0,129	0,017	-0,027
PR10	0,223	0,268	0,134	0,045	-0,089
PR11	0,150	0,162	0,127	0,012	-0,023
PR12	0,126	0,151	0,079	0,025	-0,047

Tabulka 39 – Průměrná hodnota použitého počtu nápověd a rozdíly variant T a I

Kladné hodnoty znamenají vyšší použitý počet nápověd oproti celkovému použitému počtu nápověd, záporné hodnoty naopak nižší. Ve všech 27 sadách úloh bylo zjištěno, že průměrná hodnota použitého počtu nápověd je pro I-učebnici nižší. Znamená to, že studenti využívající I-učebnici nevyužívají tolik nápověd při řešení úloh a snaží se úlohy vyřešit sami. Statistická hypotéza bude stanovena stejně jako hypotéza vědecká. V tabulce 39 jsme uvedli jen část hodnot, přehled všech sad úloh nalezne čtenář v příloze 9. Výsledky zjištěné v Excelu je potřeba ověřit statisticky.

První hypotéza

$H1_0$: Studenti pracující s I-učebnicí potřebují k vyřešení úloh stejný počet nápověd jako studenti pracující s tištěnou učebnicí.

K nulové hypotéze $H1_0$ jsme si formulovali jednostrannou alternativní hypotézu $H1_1$.

$H1_1$: Studenti pracující s I-učebnicí potřebují k vyřešení úloh nižší počet nápověd než studenti pracující s tištěnou učebnicí.

Pro statistické ověření, zda varianta učebnice ovlivňuje použitý počet nápověd, jsme použili normální rozdělení a použili jsme dva statistické přístupy: Bonferroniho korekci a Random mixed model.

Bonferroniho korekce

V následující tabulce jsou uvedeny součty čtverců, *p*-value a *p*-value po provedení Bonferroniho korekce, a to pouze pro sady statisticky významné. Takových sad máme osm, žádná ale není významná po provedení Bonferroniho korekce. Podrobnější přehled výpočtů shrnujeme v příloze 13, kde kromě *p*-value a *p*-value po provedení Bonferroniho korekce uvádíme tyto dílčí proměnné:

S_A – skupinový součet čtverců, který charakterizuje variabilitu mezi jednotlivými výběry;

f_A – počet stupňů volnosti;

S_E – reziduální součet čtverců, který charakterizuje variabilitu uvnitř výběrů;

f_E – počet stupňů volnosti chyby;

F – poměr průměrů čtverců, který spočítáme: $F = \frac{S_A/f_A}{S_E/f_E}$.

Sada	Součet čtverců S_A	*P*-value	*P*-value Bonferroniho korekce
SP1	0,310	0,009	0,234
SP3	0,505	0,010	0,277
LM5	0,353	0,003	0,072
LM6	0,215	0,035	0,936
LM9	0,267	0,030	0,803
PR1	0,215	0,035	0,936
PR5	0,210	0,043	1,151
PR10	0,466	0,013	0,358

Tabulka 40 – Normální rozdělení a Bonferroniho korekce – hledisko „použitý počet nápověd“ (sady statisticky významné)

Random mixed model

Pro zjištění, zda typ učebnice ovlivňuje použitý počet nápověd, je třeba v Random mixed modelu stanovit pevné a náhodné efekty. Náhodnými efekty jsou jedna ze sad úloh („SADA“) a student („STUDENT“), pevným efektem je použitá varianta učebnice („TYP“). Tím říkáme, že v každé z 27 sad úloh mohou být úlohy s nižším a vyšším počtem použitých nápověd a stejně tak každý student může mít nižší či vyšší počet použitých nápověd. Díky náhodnému efektu dáváme posunu počtu použitých nápověd v rámci sady úloh a posunu počtu použitých nápověd v rámci studenta náhodný vliv. Některá sada úloh totiž může být jednodušší a některá obtížnější, zrovna tak máme lepší a slabší studenty. Pokud pro modelování dat použijeme Random mixed model, prokazujeme významnost skrze náhodný posun v rámci sady úloh i v rámci studenta.

Sestavený model „*model.glmer*1“ je popsán níže. Z následující tabulky můžeme vyčíst rozptyl a směrodatnou odchylku vzhledem ke studentovi či k sadě úloh. Jak již jsme uvedli, každá sada úloh má nějaký level obtížnosti. Rozdíly mezi levely mohou modelovat náhodnou veličinou, jejíž směrodatná odchylka je 0,044. Rozdíly mezi studenty jsou větší, směrodatná odchylka nám vyšla 0,167.

Protože pomocí modelu „*model.glmer*1“ spočítáme pouze rozptyl a směrodatnou odchylku, nikoliv *p*-value. Sestavili jsme tedy ještě model „*model.glmer*11“ a pomocí *F*-testu porovnáváme tyto dva modely. Spočtené *p*-value v další tabulce nám říká, že rozdíl použitých nápověd mezi tištěnou učebnicí a I-učebnicí je statisticky významný.

$$> model.glmer1 < -lmer(NAP \sim 1 + TYP + (1|SADA) + (1|STUDENT), +data = M)$$

$$> summary(model.glmer1)$$

$$> model.glmer11 < -lmer(NAP \sim 1 + (1|SADA) + (1|STUDENT), +data = M)$$

$$> anova(model.glmer1, model.glmer11)$$

Náhodný efekt	Rozptyl	Směrodatná odchylka
SADA	0,002	0,044
STUDENT	0,028	0,167

Tabulka 41 – Random mixed model, náhodné efekty – hledisko „použitý počet nápověd“

Pevný efekt	*P*-value
TYP	0,0238*

Tabulka 42 – Random mixed model, pevný efekt – hledisko „použitý počet nápověd“

Ověření první hypotézy

V případě vyhodnocení první hypotézy, zda studenti pracující s I-učebnicí použijí k vyřešení úloh nižší počet nápověd než studenti pracující s tištěnou učebnicí, nám běžnější postup přes Bonferroniho korekci statistickou významnost nenalezl. Vhodnější model (Random mixed model) statistickou významnost mezi použitým počtem nápověd nalezl.

Na základě spočteného *p*-value přes Random mixed model **zamítáme nulovou hypotézu $H1_0$** ve prospěch alternativní hypotézy $H1_1$ na hladině významnosti $\alpha = 0{,}05$ (značení * u hodnoty *p*-value v tabulce 42).

5.6.1.2 Hlavní výzkumná otázka č. 2

Druhým sledovaným hlediskem byla **chybovost**. Myslíme tím, že studenti v zásadě znali postup řešení a nepotřebovali žádnou potřebnou nápovědu, ale úlohu vyřešili špatně, neboť se při výpočtu dopustili nějaké chyby. V následující tabulce je uvedena ve sloupci „Chybovost celkem“ průměrná hodnota celkového počtu chyb všech studentů dané sady úloh. Ve sloupcích „Chybovost T“ a „Chybovost I“ jsou spočteny průměrné hodnoty celkové chybovosti tištěné učebnice a I-učebnice. Ve sloupcích „Rozdíl T“ a „Rozdíl I“ jsou uvedeny rozdíly mezi průměrnou hodnotou celkové chybovosti a průměrnou hodnotou tištěné učebnice a I-učebnice.

Sada	Chybovost celkem	Chybovost T	Chybovost I	Rozdíl T	Rozdíl I
SP1	0,798	0,657	0,981	-0,141	0,183
SP2	0,226	0,200	0,265	-0,026	0,039
SP3	0,462	0,353	0,612	-0,109	0,150
LM1	0,430	0,294	0,604	-0,136	0,174
LM2	0,392	0,239	0,585	-0,153	0,193
⋮			⋮		
PR8	0,478	0,458	0,509	-0,020	0,031
PR9	0,481	0,410	0,585	-0,071	0,104
PR10	0,729	0,605	0,952	-0,124	0,223
PR11	0,600	0,452	0,857	-0,148	0,257
PR12	0,400	0,312	0,558	-0,088	0,158

Tabulka 43 – Průměrná hodnota chybovosti a rozdíly variant T a I

Pokud vychází hodnota v těchto sloupcích kladná, znamená to vyšší chybovost proti celkové chybovosti. Naopak záporné hodnoty představují nižší chybovost oproti celkové chybovosti. Z tabulky je patrné, že chybovost studentů, používajících I-učebnici, je vyšší. Celkově tomu tak bylo ve 26 z 27 úloh. Statistická hypotéza zde také odpovídá hypotéze vědecké. V příloze 10 shrnujeme přehled všech sad úloh. Zjištěné výsledky opět ověříme statisticky.

Druhá hypotéza

$H2_0$: Studenti pracující s I-učebnicí se dopustí při řešení úloh stejné chybovosti jako studenti pracující s tištěnou učebnicí.

K nulové hypotéze $H2_0$ jsme si formulovali jednostrannou alternativní hypotézu $H2_1$.

$H2_1$: Studenti pracující s I-učebnicí se dopustí při řešení úloh vyšší chybovosti než studenti pracující s tištěnou učebnicí.

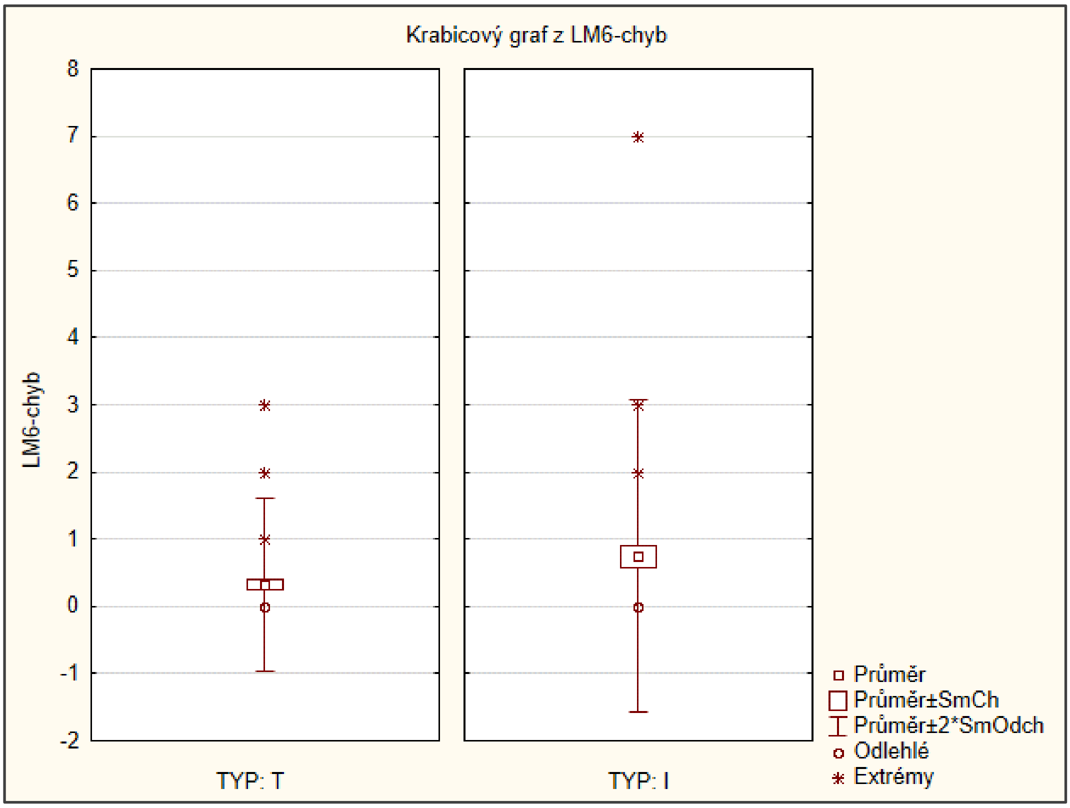
Pro statistické ověření, zda nám varianta učebnice ovlivňuje chybovost, jsme použili Poissonovo rozdělení. Poissonovo rozdělení je nazýváno též rozdělení řídkých jevů a popisuje náhodnou veličinu, která udává počet výskytů sledovaného jevu v určitém časovém intervalu. Závislá proměnná, představující počet chyb, kterých se studenti dopustí v průběhu testování, splňuje podmínky Poissonova rozdělení. Použili jsme opět dva statistické přístupy: Bonferroniho korekci a Random mixed model.

Bonferroniho korekce

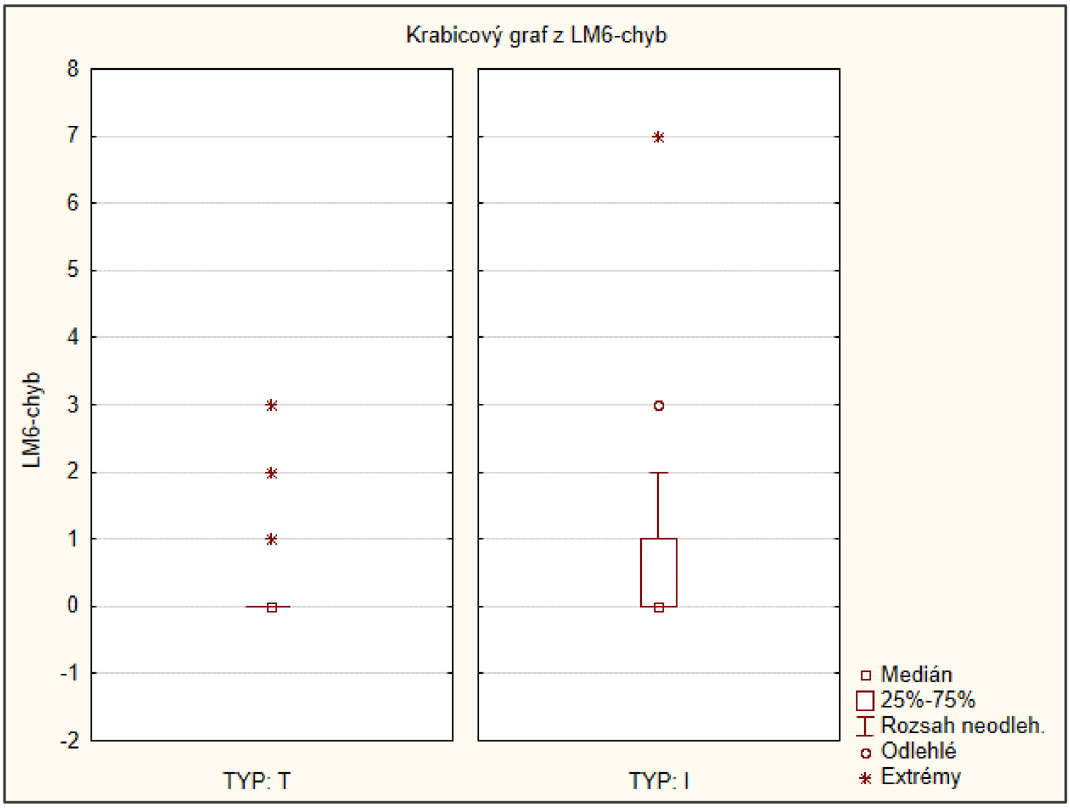
V následující tabulce máme spočítaný logaritmus funkce věrohodnosti, *p*-value pomocí Poissonova rozdělení a výpočet *p*-value po provedení Bonferroniho korekce. Uvádíme zde pouze sady úloh, kde vychází *p*-value menší než 0,05. Červeně jsou zvýrazněné statisticky významné sady úloh i po provedení Bonferroniho korekce. Výpočet všech sad úloh včetně spočteného chí-kvadrátu uvádíme v příloze 14. Vidíme, že statisticky významné po provedení Bonferroniho korekce jsou dvě sady úloh. Kategorizované krabicové grafy těchto úloh jsou znázorněny na následujících stranách. Z důvodu lepší vizualizace hodnot jsou grafy znázorněny na bázi kvartilů. Jedná se o sady úloh: LM6 (limity v nevlastních bodech – grafická úloha) a PR4 (hledání intervalů, na kterých funkce roste či klesá – algebraická úloha).

Sada	Ln funkce věrohodnosti	*P*-value	*P*-value Bonferroniho korekce
SP3	-104,931	0,018	0,485
LM1	-108,986	0,011	0,285
LM2	-108,305	0,010	0,257
LM5	-135,072	0,003	0,079
LM6	-116,529	0,002	0,042
LM7	-68,578	0,040	1,092
LM8	-114,882	0,017	0,455
LP1	-114,242	0,006	0,158
PR2	-135,762	0,038	1,021
PR4	-124,024	0,001	0,039
PR5	-126,532	0,002	0,060
PR10	-143,007	0,040	1,089
PR11	-123,608	0,010	0,262

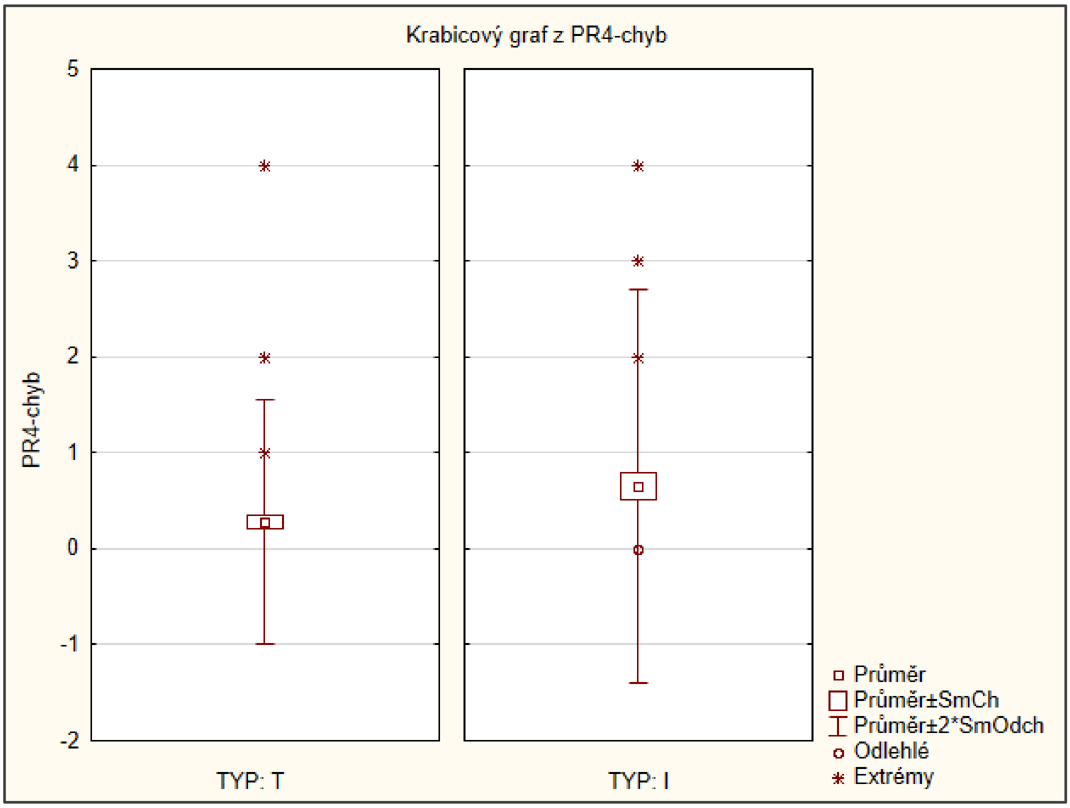
Tabulka 44 – Poissonovo rozdělení a Bonferroniho korekce – hledisko „chybovost“ (sady statisticky významné)



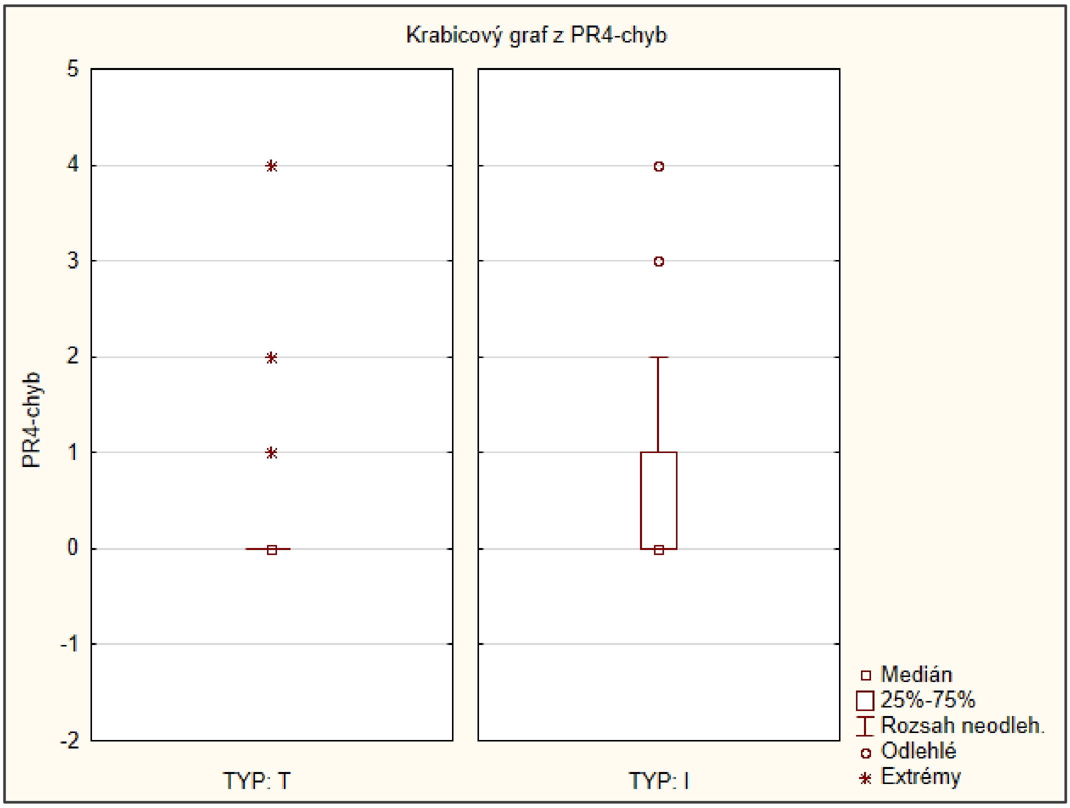
Graf 2 – Krabicový graf z LM6, hledisko chybovost, střední hodnota průměr



Graf 3 – Krabicový graf z LM6, hledisko chybovost, střední hodnota medián



Graf 4 – Krabicový graf z PR4, hledisko chybovost, střední hodnota průměr



Graf 5 – Krabicový graf z PR4, hledisko chybovost, střední hodnota medián

Random mixed model

V případě Random mixed modelu jsou náhodnými efekty jedna ze sad úloh („SADA“) a student („STUDENT“). Pevným efektem je použitá varianta učebnice („TYP“). Tím říkáme, že v každé z 27 sad úloh mohou být úlohy s nižší a vyšší chybovostí a stejně tak každý student může mít nižší či vyšší chybovost. Díky náhodnému efektu dáváme posunu chybovosti v rámci sady úloh a posunu chybovosti v rámci studenta náhodný vliv. Některá sada úloh totiž může být jednodušší a některá obtížnější, zrovna tak máme lepší a slabší studenty. Pokud pro modelování dat použijeme Random mixed model, prokazujeme významnost skrze náhodný posun v rámci sady úloh i v rámci studenta.

Sestavený model *„model.glmer2“* je popsán níže. Z následující tabulky můžeme opět vyčíst rozptyl a směrodatnou odchylku. Rozdíly mezi levely zde mohu modelovat náhodnou veličinou, jejíž směrodatná odchylka je 0,269. Rozdíly mezi studenty mohu modelovat náhodnou veličinou, jejíž směrodatná odchylka je 1,444.

V další tabulce vidíme spočtené *p*-value, které nám říká, že rozdíl chybovosti vzhledem k variantě učebnice je statisticky významný, a to dokonce s velmi nízkou hladinou významnosti. Potvrdilo se, že studenti používající I-učebnici mají výrazně vyšší chybovost než studenti používající tištěnou učebnici.

$$> model.glmer2 <-glmer\big(CHYB\sim 1 + TYP + (1|SADA) + (1|STUDENT), +data = M, family = poisson(link = \text{"log"})\big)$$

$$> summary(model.glmer2)$$

Náhodný efekt	Rozptyl	Směrodatná odchylka
SADA	0,072	0,269
STUDENT	2,085	1,444

Tabulka 45 – Random mixed model, náhodné efekty – hledisko „chybovost“

Pevný efekt	*P*-value
TYP	$<2\cdot10^{-16}$ ***

Tabulka 46 – Random mixed model, pevný efekt – hledisko „chybovost“

Ověření druhé hypotézy

V případě vyhodnocení druhé hypotézy, zda studenti pracující s I-učebnicí se dopustí při řešení úloh vyšší chybovosti než studenti pracující s tištěnou učebnicí, nám statistickou významnost nalezly oba dva statistické přístupy. V případě Random mixed modelu byla statistická významnost nalezena dokonce na hladině významnosti α = 0,00 (značení *** v tabulce 46).

Na základě spočteného *p*-value přes Random mixed model **zamítáme nulovou hypotézu $H2_0$** ve prospěch alternativní hypotézy $H2_1$ na hladině významnosti α = 0,00.

5.6.1.3 Hlavní výzkumná otázka č. 3

Třetím sledovaným hlediskem byl **čas** potřebný k vyřešení úloh. Čas byl měřený v sekundách. V následující tabulce vidíme průměrné hodnoty času potřebného k vyřešení sady úloh („Čas celkem“) a průměrné hodnoty času potřebného k vyřešení sady úloh pro tištěnou učebnici a pro I-učebnici („Čas T“ a „Čas I“). Analogicky, jako v předchozím testování, sloupce „Rozdíl T“ a „Rozdíl I“ představují rozdíly časů jednotlivých variant a celkového času potřebného k vyřešení jednotlivých sad úloh. Přehled všech sad úloh nalezne čtenář opět v příloze práce (příloha 11).

Sada	Čas celkem	Čas T	Čas I	Rozdíl T	Rozdíl I
SP1	350	423	257	73	-94
SP2	173	208	119	35	-54
SP3	519	563	458	44	-61
LM1	239	242	235	3	-4
LM2	192	219	157	28	-35
⋮			⋮		
PR8	242	258	217	16	-25
PR9	493	520	454	27	-39
PR10	397	397	395	0	-2
PR11	516	534	485	18	-31
PR12	555	600	475	45	-80

Tabulka 47 – Průměrná hodnota času potřebného k vyřešení úloh a rozdíly variant T a I

Ve 23 sadách úloh bylo zjištěno, že studentům používajícím I-učebnici stačí k vyřešení sad úloh méně času než studentům pracujícím s tištěnou učebnicí. Opět statistická hypotéza odpovídá vědecké hypotéze.

Třetí hypotéza

$H3_0$: Studenti pracující s I-učebnicí potřebují k vyřešení úloh stejný čas jako studenti pracující s tištěnou učebnicí.

K nulové hypotéze $H3_0$ jsme si formulovali jednostrannou alternativní hypotézu $H3_1$.

$H3_1$: Studentům pracujícím s I-učebnicí stačí nižší čas k vyřešení úloh než studentům pracujícím s tištěnou učebnicí.

Pro statistické ověření, zda nám varianta učebnice ovlivňuje čas potřebný k vyřešení úloh, jsme použili normální rozdělení a opět stejné statistické přístupy.

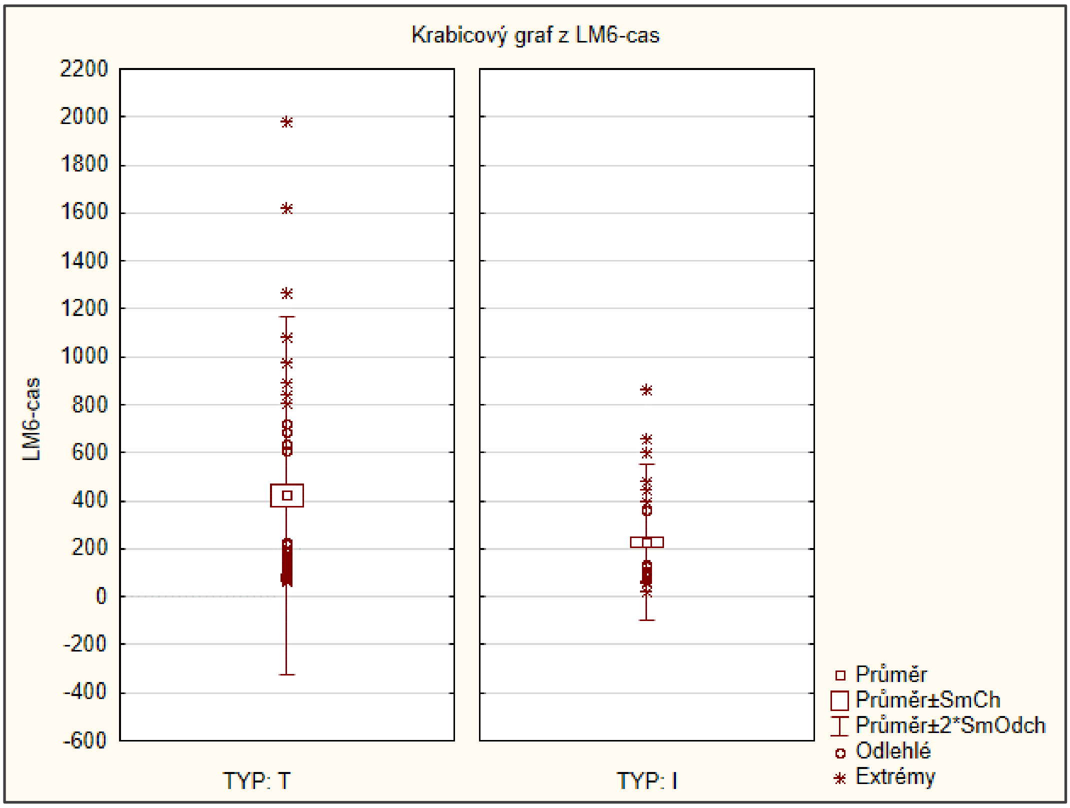
Bonferroniho korekce

V následující tabulce jsou opět uvedeny součty čtverců, *p*-value a *p*-value po provedení Bonferroniho korekce, a to pouze pro sady statisticky významné. Statistický významná sada po provedení Bonferroniho korekce je jedna. Jedná se o úlohu LM6 (limity v nevlastních bodech – grafická úloha). Seznam všech sad nalezne čtenář v příloze 15.

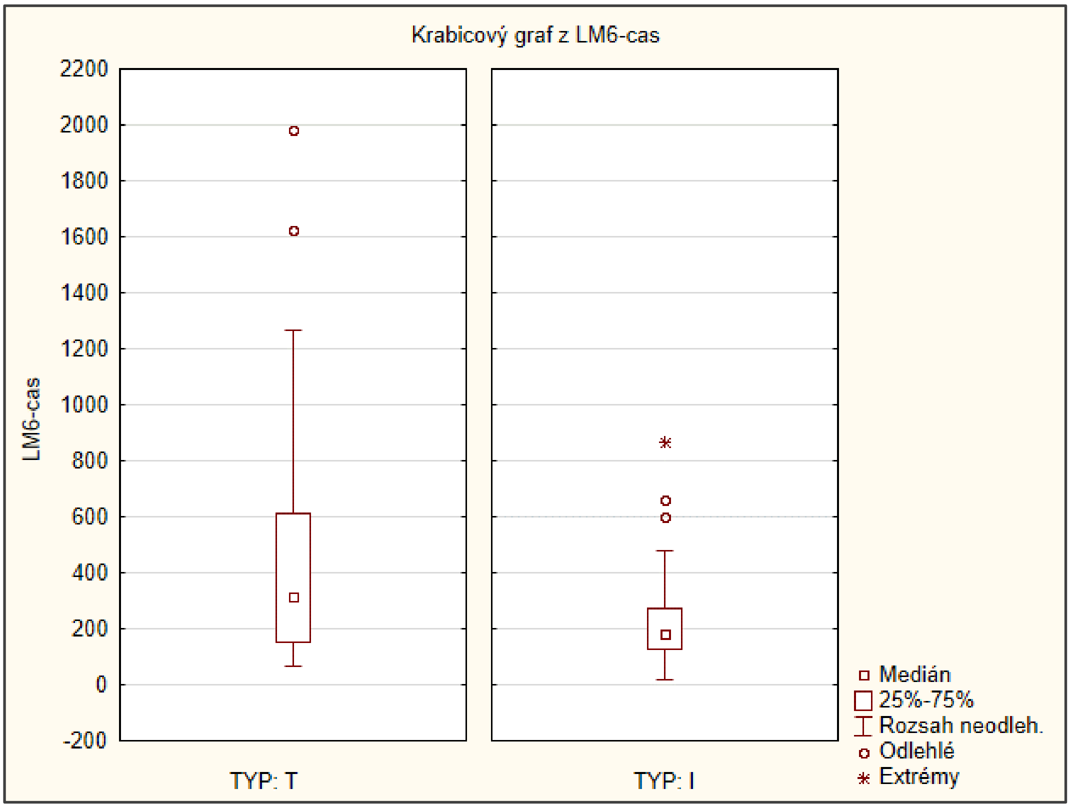
Sada	Součet čtverců S_A	*P*-value	*P*-value Bonferroniho korekce
SP1	770430	0,009	0,240
SP2	240267	0,017	0,458
LM3	411363	0,003	0,080
LM4	548998	0,016	0,435
LM5	408754	0,023	0,612
LM6	1137909	0,001	0,015
LM10	2066570	0,042	1,127

Tabulka 48 – Normální rozdělení a Bonferroniho korekce – hledisko „čas“ (sady statisticky významné)

Kategorizovaný krabicový graf statisticky významné sady úloh LM6 znázorníme na následující straně.



Graf 6 – Krabicový graf z LM6, hledisko čas, střední hodnota průměr



Graf 7 – Krabicový graf z LM6, hledisko čas, střední hodnota medián

Random mixed model

V Random mixed modelu jsme porovnávali opět náhodný efekt (STUDENT a SADA) i pevný efekt (TYP). Modely jsme sestavili stejným způsobem.

$$> model.glmer3 < -lmer(CAS{\sim}1 + TYP + (1|SADA) + (1|STUDENT), +data = M)$$

$$> summary(model.glmer3)$$

$$> model.glmer31 < -lmer(CAS{\sim}1 + (1|SADA) + (1|STUDENT), +data = M)$$

$$> anova(model.glmer3, model.glmer31)$$

V následující tabulce máme spočítaný rozptyl a směrodatnou odchylku, v další tabulce *p*-value. Vidíme, že spočtené *p*-value zde není statisticky významné.

Náhodný efekt	Rozptyl	Směrodatná odchylka
SADA	19802	140,7
STUDENT	73171	270,5

Tabulka 49 – Random mixed model, náhodné efekty – hledisko „čas"

Pevný efekt	*P*-value
TYP	0,1367

Tabulka 50 – Random mixed model, pevný efekt – hledisko „čas"

I když se při ověření H1 ukázalo, že Random mixed model je vhodnějším modelem, tak v tomto případě byla přes Bonferroniho korekci statistická významnost nalezena a přes Random mixed model nikoliv. Důvodem rozdílného výsledku bude, že při ověření hypotézy pomocí Random mixed modelu pracujeme pouze se souborem dat, kdy studenti v průběhu celého testování neměnili variantu učebnice.

Ověření třetí hypotézy

Závěrem testování hypotézy H3 můžeme říct, že na základě spočteného *p*-value u Bonferroniho korekce **zamítáme nulovou hypotézu $H3_0$** ve prospěch alternativní hypotézy $H3_1$ na hladině významnosti $\alpha = 0{,}05$.

5.6.2 VEDLEJŠÍ VÝZKUMNÉ OTÁZKY

5.6.2.1 Vedlejší výzkumná otázka č. 1

První vedlejší výzkumná otázka má ověřit **preference studentů** při výběru varianty učebnice. Z hodnot v tabulce 52 vidíme, že statistická hypotéza bude stejná jako vědecká.

Čtvrtá hypotéza

$H4_0$: Studenti budou při uplatnění zásady individuálního přístupu při výběru varianty učebnice preferovat obě dvě varianty učebnic stejně.

K nulové hypotéze $H4_0$ jsme si formulovali jednostrannou alternativní hypotézu $H4_1$.

$H4_1$: Studenti budou při uplatnění zásady individuálního přístupu při výběru varianty učebnice více preferovat tištěnou učebnici.

Pro statistické ověření, zda studenti při výběru varianty učebnice budou preferovat tištěnou učebnici, jsme použili jednovýběrový t-test. K ověření hypotézy nám poslouží měření, kde nezávislými objekty budou jednotliví studenti. Porovnávaným údajem bude procento použití tištěné učebnice ze všech sad spočítaných úloh. Sady úloh, při kterých studenti používali obě varianty učebnice či používali tištěnou učebnici v kombinaci s videem, jsme kvůli nízkému výskytu v této statistice nezpracovávali.

Na základě podkladů pro statistické vyhodnocení čtvrté hypotézy (tabulka 52 na následující straně) můžeme pro jednostrannou alternativní hypotézu spočítat kritický obor, testové kritérium (T) a p-value.

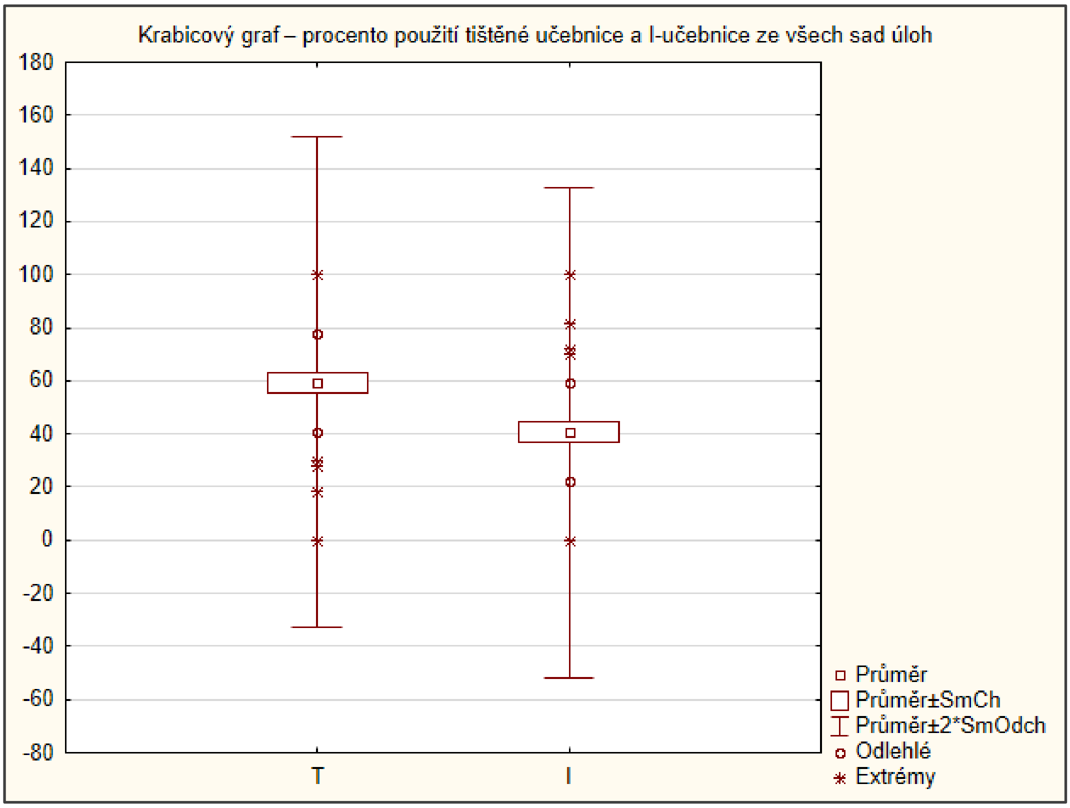
$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S_X}\sqrt{n} = \frac{59{,}517 - 50}{46{,}270}\sqrt{145} = 2{,}477$$

Kritický obor pro α = 0,05	$(1{,}656; +\infty)$
Kritický obor pro α = 0,01	$(2{,}353; +\infty)$
Testové kritérium – T	2,477
p-value	0,0072

Tabulka 51 – Kritický obor, testové kritérium a p-value pro H4

Student	Použití T (%)	Student	Použití T (%)	Student	Použití T (%)	Student	Použití T (%)	Student	Použití T (%)
1	0	30	100	59	100	88	0	117	0
2	100	31	100	60	100	89	0	118	100
3	100	32	100	61	52	90	100	119	100
4	100	33	52	62	28	91	100	120	74
5	100	34	0	63	100	92	0	121	0
6	0	35	100	64	100	93	100	122	0
7	100	36	0	65	100	94	0	123	0
8	100	37	100	66	100	95	100	124	100
9	100	38	100	67	0	96	19	125	41
10	100	39	100	68	67	97	48	126	0
11	74	40	100	69	100	98	0	127	0
12	0	41	0	70	0	99	0	128	100
13	100	42	48	71	0	100	0	129	100
14	100	43	28	72	100	101	100	130	100
15	100	44	0	73	0	102	100	131	100
16	100	45	100	74	0	103	0	132	0
17	100	46	100	75	100	104	0	133	52
18	100	47	100	76	0	105	100	134	0
19	100	48	100	77	100	106	0	135	0
20	0	49	100	78	0	107	100	136	0
21	100	50	0	79	41	108	0	137	100
22	78	51	100	80	0	109	74	138	100
23	30	52	0	81	100	110	48	139	100
24	100	53	100	82	100	111	0	140	100
25	0	54	0	83	0	112	100	141	100
26	100	55	100	84	100	113	100	142	100
27	100	56	100	85	0	114	100	143	0
28	100	57	100	86	100	115	59	144	0
29	100	58	0	87	0	116	19	145	0
Aritmetický průměr použití tištěné učebnice (v %) – $\bar{X}$						59,517			
Výběrová směrodatná odchylka – S_X						46,270			
Referenční konstanta – μ						50			
Počet objektů – n						145			

Tabulka 52 – Podklady pro vyhodnocení H4



Graf 8 – Krabicový graf – procento použití tištěné učebnice a I-učebnice ze všech sad úloh

Ověření čtvrté hypotézy

V případě čtvrté hypotézy, zda studenti při uplatnění zásady individuálního přístupu při výběru varianty učebnice více preferují tištěnou učebnici než I-učebnici, jsme jednovýběrovým t-testem prokázali statistickou významnost. Vyšší zájem o tištěnou učebnici, patrný i z grafu 8, je statisticky významný.

Na základě spočteného *p*-value můžeme **zamítnout nulovou hypotézu $H4_0$** ve prospěch alternativní hypotézy $H4_1$ na hladině významnosti $\alpha = 0{,}01$.

5.6.2.2 Vedlejší výzkumná otázka č. 2

Druhou vedlejší výzkumnou otázkou chceme zjistit, zda vybraná varianta učebnice má vliv na **výsledné hodnocení**. Při stanovení vědecké hypotézy jsme uvedli, že jsme nedohledali žádný relevantní výzkum týkající se testování algoritmického, algebraického či vizuálního textu v souvislosti s výsledným hodnocením. Nalezené výzkumy se vesměs týkaly porozumění souvislých informativních textů, kde porozumění bylo testováno dodatečným dotazníkovým šetřením či rozhovory. Takové výzkumy prokázaly souvislost mezi tištěným médiem a hlubším porozuměním textu. V příloze 12 vidíme průměry závěrečného hodnocení všech studentů („Hodnocení celkem“) a studentů používající tištěnou učebnici a I-učebnici („Hodnocení T“ a „Hodnocení I“). Sloupce „Rozdíl T“ a „Rozdíl I“ představují opět rozdíly průměrného hodnocení příslušných variant a průměrného celkového hodnocení. Ve 20 sadách z 27 bylo zjištěno, že studenti používající I-učebnici mají lepší průměrné výsledné hodnocení než studenti pracující s tištěnou učebnicí. Protože jsou závěry dohledaných výzkumů odlišné oproti výsledkům testování v našem výzkumu, stanovíme alternativní statistickou hypotézu jako oboustrannou.

Pátá hypotéza

$H5_0$: Studenti preferující I-učebnici budou mít stejné výsledné hodnocení jako studenti preferující tištěnou učebnici.

K nulové hypotéze $H5_0$ jsme si formulovali oboustrannou alternativní hypotézu $H5_1$.

$H5_1$: Studenti preferující I-učebnici nebudou mít stejné výsledné hodnocení jako studenti preferující tištěnou učebnici.

Pro statistické ověření, zda studenti při výběru varianty učebnice budou preferovat tištěnou učebnici, jsme použili dvouvýběrový t-test. Sady úloh, při kterých studenti používali obě varianty učebnice či používali tištěnou variantu v kombinaci s videi, jsme kvůli nízkému výskytu v této statistice nezpracovávali. Pro ověření H5 můžeme použít pouze studenty, kteří se pokusili o zvládnutí zkoušky. Nemůžeme zde použít studenty, kteří nedostali zápočet. Zrovna tak nezohledňujeme studenty, kteří sice zápočet získali, ale na zkoušku se z různých důvodů již nezapsali. Celkem jsme zpracovávali data od 102 studentů.

Na základě podkladů pro statistické vyhodnocení hypotézy H5 (tabulka 52) můžeme pro oboustrannou alternativní hypotézu spočítat kritický obor, testové kritérium (T) a p-value.

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - \Delta}{\sqrt{(n-1)S^2{}_X + (m-1)S^2{}_Y}} \sqrt{\frac{nm(n+m-2)}{n+m}} = 1{,}4029$$

Kritický obor pro $\alpha = 0{,}05$	$(-\infty; -1{,}9840) \cup (1{,}9840; +\infty)$
Testové kritérium – T	1,4029
p-value	0,1638

Tabulka 53 – Kritický obor, testové kritérium a p-value pro H5

Známka	Typ učebnice	Známka	Typ učebnice	Známka	Typ učebnice	Známka	Typ učebnice
4	I	2	T	3	T	3	T
4	T	2	T	2-	I	4	I
4	T	2	I	2	I	2-	I
3	T	4	T	4	T	4	T
4	I	3	T	3	I	4	T
1	T	1	T	4	T	3	I
3	T	1	I	3	I	4	T
4	T	2	I	2	I	4	I
4	T	2	T	1-	T	3	I
2	I	4	T	4	T	2-	T
4	T	2-	T	2-	I	4	I
4	T	2	T	2-	T	4	T
4	T	4	I	4	T	4	T
2-	T	4	I	3	I	3	I
4	T	4	I	2-	I	3	I
4	T	3	T	3	I	2	I
2-	I	2-	T	4	I	2	T
3	T	4	I	4	T	4	T
4	T	4	T	2-	I	3	T
4	T	4	T	2	T	4	T
4	I	1-	T	2	I	4	T
4	T	2	T	2-	T	4	I
2	T	3	I	2-	I	3	I
4	T	4	T	4	I	2	I
4	T	2	I	4	T		
4	T	4	I	4	I		

Známka 1- a známka 2-	1,5 a 2,5
Aritmetický průměr T – $\bar{X}$	3,2667
Výběrová směrodatná odchylka T – S_X	0,9364
Počet objektů T – n	60
Aritmetický průměr I – $\bar{Y}$	3,0119
Výběrová směrodatná odchylka I – S_Y	0,8517
Počet objektů I – m	42
Referenční konstanta – Δ	0

Tabulka 54 – Podklady pro vyhodnocení H5

Ověření páté hypotézy

V případě testování páté hypotézy se nepodařilo statisticky prokázat, že výsledné hodnocení je ovlivněno volbou učebnice. Na základě spočteného *p*-value **nezamítáme nulovou hypotézu $H5_0$**, neboť jeho hodnota je příliš vysoká.

5.6.3 DOPLŇUJÍCÍ VÝZKUMNÉ OTÁZKY

První doplňující otázkou našeho výzkumu bylo zjistit důvody výběru varianty učebnice. Studentům byla nabídnuta k procvičování úloh tištěná učebnice nebo I-učebnice a uplatňovali při výběru varianty učebnice zásadu individuálního přístupu. Tištěná varianta učebnice obsahovala tři PDF soubory: zadání, nápovědy a výsledky. Studenti pracující s interaktivní variantou učebnice obdrželi odkaz na webovou stránku, kde měli zadání, krokované nápovědy, mezivýpočty, videa i kontrolu výsledků na jedné stránce. Pro výpočet mohli použít i přiloženou kalkulačku.

5.6.3.1 Doplňující výzkumná otázka č. 1

DO1: Jaké jsou důvody výběru varianty učebnice?

Po podrobné analýze odpovědí jsme preference studentů rozdělili do těchto skupin:

- T – tištěná učebnice
- I – I-učebnice
- T + V – tištěná učebnice + video
- O – obě varianty učebnice

Nyní si uvedeme odůvodnění studentů, proč se rozhodli pracovat s vybranou učebnicí. Každý student napsal svůj osobní názor, přičemž mohl uvést i více důvodů. V následující tabulce shrnujeme důvody výběru tištěné varianty učebnice, které jsou seřazeny sestupně dle počtu výskytů. V tabulce 56 pak uvádíme konkrétní komentáře studentů.

Nejvíce studenti jako důvod výběru učebnice uváděli lepší orientaci v učebnici a přehlednost. Druhým nejčastějším důvodem byla možnost si do vytištěných materiálů rozepsat dle potřeby podrobněji postup, dopisovat si vlastní poznámky a zvýrazňovat je.

Třetím nejčastějším důvodem jsou osobní preference pracovat s papírem či tištěným materiálem. Z důvodu, že byl předmět, v kterém probíhalo testování, ukončen zkouškou, poměrně velká část studentů myslela i na dobře připravené materiály kvůli opakování látky před zkouškou.

Důvody výběru tištěné učebnice	Počet
Lepší orientace, přehlednost	28
Rozepsaný postup, možnost dopisování poznámek	24
Osobní preference – práce s papírem	14
Tištěný materiál poslouží jako materiál k učení, ke zkoušce	8
Zadání všech příkladů vidím před sebou	4
Nemusím si zadání příkladů přepisovat	4
Nepotřebuji připojení k internetu, neřeším technické problémy	2
Zvyk ze školy	1
Nevím	4

Tabulka 55 – Důvody výběru tištěné učebnice

Důvody výběru	Komentáře studentů
Přehlednost	*„Lepší orientace ve výpočtech a tak."*
Poznámky	*„Tištěnou variantu jsem zvolila z důvodu, že mám raději si daný materiál vytisknout a vpisovat si do něj své poznámky a poznatky z výpočtů, které si následně mohu barevně zvýraznit."*
Osobní preference	*„Lépe se mi učí z tištěných materiálů a raději s nimi pracuji v tištěné formě."*
Materiál ke zkoušce	*„Až si budu chtít látku zopakovat před testem či zkouškou, budu mít dobře zpracované a přehledné poznámky."*
Zadání před sebou	*„U tištěné varianty vím příklady dopředu a vidím, co je přede mnou a za mnou za cvičení."*
Není třeba nic přepisovat	*„Tištěnou variantu jsem si vybrala, jelikož si ráda vše píšu. Je to pro mě lepší na počítání a nemusím si to opisovat."*
Technika	*„Z důvodů možných problémů s připojením k internetu jsem si vybrala tištěnou variantu."*
Zvyk	*„Na univerzitě také počítáme v tištěné formě."*
Nevím	*„Nevím, bylo to první."*

Tabulka 56 – Komentáře studentů k výběru tištěné učebnice

Podíváme-li se na následující tabulku, ve které jsou shrnuty důvody výběru I-učebnice, vidíme, že studenti nejvíce preferují tuto variantu z důvodu snazší manipulace, lepší přehlednosti a z důvodu, že je vše na jednom místě. Dostupnost videí a odkazů k dalším materiálům je na druhém místě, na třetím pak výhoda jednoduchého způsobu korekce díky automatickému vyhodnocování testů. Poměrně velká část studentů uvádí, že je práce s interaktivním médiem rychlejší, což potvrdily i výsledky výzkumu. Za zmínku stojí i zbytečné plýtvání papírem a stejně jako v případě tištěné varianty učebnice část studentů volí interaktivní variantu z důvodu osobních preferencí.

Důvody výběru I-učebnice	**Počet**
Přehlednější, vše na jednom místě, snazší manipulace	19
Dostupné odkazy k dalším materiálům, k videím	18
Jednodušší, jednoduchý způsob korekce	14
Rychlejší	12
Šetření papírem	8
Osobní preference – práce s PC	8
Dostupnější, nepotřebuji tiskárnu	4
Nemusím nic psát	2
Nemám možnost se předem dívat do výsledků	1

Tabulka 57 – Důvody výběru I-učebnice

Důvody výběru	**Komentáře studentů**
Přehlednost	*„Elektronická varianta je pro mě mnohem lepší z důvodu, že nemusím mít u sebe mnoho papírů a mám vše uložené v jedné složce a vždy to najdu.“*
Odkazy + videa	*„Hned poté, co jsem si pustila odkazy na Moodle, všimla jsem si, že jsou také na stránce jiná cvičení, videa a spousty dalších pomůcek k pochopení látky. Rovnou jsem tedy u elektronické varianty zůstala a neměla důvod použít tištěnou variantu.“*
Kontrola výsledků	*„Jednodušší. Líbí se mi, že každé cvičení vyhodnotí sám program.“*
Rychlost	*„Vybral jsem si elektronickou variantu z důvodu rychlejšího přístupu k videím a nápovědám.“*
Úspora papíru	*„Nechci zbytečně tiskat papíry, když můžu mít materiál elektronicky.“*
Osobní preference	*„Raději pracuji v online prostředí než na papíře, je to pro mě pohodlnější.“*
Dostupnost	*„Nemám momentálně přístup k tištěné verzi.“*
Není nutné psát	*„Použití elektronické varianty je pro mě lepší, protože nemusím nic psát.“*
Poctivost v počítání	*„Nemám možnost se dívat do výsledků předem, takže musím pracovat poctivě.“*

Tabulka 58 – Komentáře studentů k výběru I-učebnice

Další skupinkou jsou studenti, kteří preferovali tištěné médium, ale použili nakonec obě varianty učebnice. Důvodem použití zároveň I-učebnice byly dostupná videa.

Důvod výběru	Komentář studenta
Tištěná + video	*„Používám tištěnou variantu, protože je mi tento způsob příjemnější. Avšak pokud mi i přes nápovědy není příklad jasný, použiji odkaz na přiložené video.“*

Tabulka 59 – Komentáře studentů k výběru tištěné učebnice + videa

Poslední skupinou studentů dle přístupu k učení byli studenti, kteří používali obě varianty učebnice. Používali je ale z jiné příčiny než pouze kvůli dostupným videím. V tabulce shrnujeme důvody, proč studenti pracovali zároveň s tištěnou učebnicí i I-učebnicí. Nejčastější odpovědí bylo zdůvodnění, že I-učebnice je velmi dobře zpracovaná, snadno se v ní orientuje, ale neposlouží jako materiál k závěrečné zkoušce. Právě kvůli opakování si tito studenti materiály vytiskli a vyplnili. Tři studenti uvádí nedostatečnou čitelnost znamének v případě jednostranných limit.

Důvody používání obou variant učebnice	Počet
Testy jsou lepší elektronicky, tištěný materiál poslouží k učení	4
U kapitoly limit jsou čitelnější znaménka	3
Čím více opakování, tím lépe	2
Zvědavost	2

Tabulka 60 – Důvody používání obou variant učebnice

Důvody výběru	Komentáře studentů
Výhoda obou variant	*„Elektronická varianta je velmi dobře zpracovaná a dobře se mi v ní orientuje. Tištěnou verzi jsem si také vyplnila a založila, abych měla studijní materiál pro zkoušku.“*
Nečitelnost	*„Preferuji tištěnou verzi, ale musela jsem použít i elektronickou kvůli znaménkům v indexech (zleva, zprava). V tištěné verzi jsou rozpoznat hůře.“*
Více opakování	*„Používám obojí pro lepší procvičení.“*
Zvědavost	*„Chtěl jsem vyzkoušet obě varianty.“*

Tabulka 61 – Komentáře studentů k výběru obou variant učebnice

5.6.3.2 Doplňující výzkumná otázka č. 2

DO2:

- *Využívají studenti při řešení úloh přiložená videa (multimediální interaktivní strukturní komponent „Pokročilé interaktivní aktivity“)?*
- *Využívají studenti při řešení úloh přiložené mezivýpočty (verbální interaktivní strukturní komponent „Krokované nápovědy a mezivýpočty“)?*
- *Využívají studenti při řešení úloh přiloženou kalkulačku (multimediální interaktivní strukturní komponent „Kalkulačka“)?*

Shrnutí

- Videa, která mohli studenti zhlédnout při nejasném výpočtu, byla důvodem, proč někteří používali I-učebnici, i když preferovali tištěnou učebnici. Počty studentů, kteří se tak rozhodli u jednotlivých sad úloh, jsme shrnuli v tabulce 38. Celkově studenti použili videa ve 139 případech.
- Přiložené mezivýpočty pomohly k vyřešení úloh pouze čtyřem studentům. Z některých komentářů je ale patrné, že studenti očekávali od zpracovaného PDF souboru „nápovědy“ možnost odkazu na další materiál.
    - *„U tištěné varianty nelze rozkliknout odkaz na další nápovědy.“*
    - *„U tištěné varianty v nápovědách nešlo rozkliknout: prosím ukažte mi toto zjednodušení.“*
    - *„Nejde mi rozkliknout odkaz na zjednodušení výrazu.“*
- Přiloženou kalkulačku u interaktivní varianty učebnice, na jejíž použití jsme se ve formuláři pro zaznamenání výsledků také dotazovali, použili studenti ze všech sad úloh ve 43 případech.

Celkově se nejedná o zanedbatelná čísla a je vidět, že dostupnost všech studijních materiálů na jednom místě má u studentů své využití.

5.6.3.3 Doplňující výzkumná otázka č. 3

Jak jsme již uvedli, čas je další výukovou doménou, která může být zahrnuta do specifikační tabulky. Vzhledem k tomu, že *Khanova matematika* má již stanovené doporučené časy na vyřešení úloh, nabízí se ověřit následující doplňující otázku.

DO3: Splňují studenti doporučené časy ze stránek Khanovy matematiky?

26 sad testových úloh obsahovalo 4 úkoly, 1 sada obsahovala 7 úloh. Doporučený čas uvedený na stránkách *Khan Academy* ke spočtení úloh je 4–6 minut na sadu úloh se čtyřmi otázkami, 7–11 minut na sadu úloh sedmi otázek. Následující tabulka uvádí, kolik procent studentů splnilo doporučené časy u jednotlivých sad úloh.

Sada	Splnili čas dle KA (v %)	Sada	Splnili čas dle KA (v %)	Sada	Splnili čas dle KA (v %)
SP1	72	LM7	91	PR4	46
SP2	92	LM8	45	PR5	45
SP3	42	LM9	35	PR6	38
LM1	86	LM10	69	PR7	36
LM2	88	LP1	67	PR8	85
LM3	83	LP2	63	PR9	42
LM4	80	PR1	81	PR10	68
LM5	75	PR2	85	PR11	45
LM6	72	PR3	42	PR12	38

Tabulka 62 – Studenti, kteří splnili doporučené časy dle Khan Academy (v %)

6 DISKUSE

V době masivního šíření elektronických médií do škol jsme si mohli položit otázku, zda klasická učebnice, tabule a křída nebudou potlačeny nástupem nových technologií. Od doby, kdy se objevily první elektronické materiály, uběhlo již několik let. Přesto tištěné učebnice i nadále neodmyslitelně patří do vyučovacího procesu. Svědčí o tom i široká nabídka učebnic na českém trhu. Situace v zahraničí je obdobná. Otázkou nyní není, zda tištená učebnice na edukační trh patří či nikoliv, ale hlavní a klíčovou otázkou stále zůstává, jak má taková učebnice vypadat. Tvorba a tisk učebnic jsou v současné době v České republice komerční záležitostí a existuje obrovské množství dostupných materiálů pro různé typy škol. V posledních letech k tištěným učebnicím přibývají i I-učebnice, a tudíž je rozhodování, jaká učebnice je vhodná pro daný věk nebo typ školy, ještě o něco složitější. Pro učitele či ředitele škol, kteří rozhodují o výběru učebnic, je to nelehký úkol. Současně s učebnicemi poskytuje edukační trh rozsáhlou škálu digitálních výukových portálů, které nabízejí celou řadu dalších materiálů, včetně počítačem podporovaného hodnocení. Díky okamžité zpětné vazbě a možnostem opakovaného procvičování z pohledu studentů či díky rychlému vyhodnocení a snadné variabilnosti při vytváření úloh z pohledu učitelů je počítačem podporované hodnocení stále více aktuální. Počítačem podporované hodnocení však představuje oproti testování na papíře složitější systém. Vždy je třeba zajistit technologickou vybavenost, mnohdy instalaci podpůrných programů a dostatečné internetové připojení. Učitelé musí dále v matematice skloubit přesnost a jednoduchost při zadávání úloh a požadovat jednoznačnou syntaxi. Pokud chceme počítačem podporované hodnocení využít zároveň k testování na známky a nikoliv jen k samotnému procvičování úloh, musíme přizpůsobit testu správný časový rámec.

Problematikou týkající se srovnání tištěného a elektronického nebo interaktivního média se zabývala celá řada autorů. Tyto výzkumy jsme shrnuli v kapitole „Formulace problému“. Je vidět, že platformou pro čtení z obrazovky a porozumění textu se zabývá celá řada odborníků a výsledky nejsou konzistentní. Je třeba ale zmínit, že vstupní parametry jednotlivých výzkumů jsou vždy odlišné. V některých studiích si studenti například vybírali formát, s kterým chtěli pracovat. V jiných studiích byli studenti náhodně rozděleni do dvou skupin, tudíž mohli pracovat s formátem, který jim nevyhovoval. Dále je třeba zmínit délku textu. Ve většině výzkumů jde o čtení narativních či delších studijních textů, což je velký rozdíl oproti našemu výzkumu, kde jsme pracovali s krátkými texty, se vzorci či s grafy. Výrazný rozdíl oproti našemu výzkumu vidíme také v tom, že většina výzkumů byla provedena na pasivním čtení textu, kdy studenti obdrželi různé formáty textu v různých prostředích a na různých zařízeních. Porozumění textu bylo testováno většinou doprovodným dotazníkem či pohovorem. Matematickou gramotností se ve svém výzkumu zabývali Dostal a Robinson (2018). Dle nich je její součástí také čtení a psaní různých typů matematických textů, které rozdělují na kontrolní, algoritmický, algebraický (symbolický) a vizuální text. Většinou byly námi uvedené výzkumy, které se zabývaly porozuměním a rychlostí čtení, provedeny na čtení klasického, tzn. kontrolního textu. Testové sady úloh v našem výzkumu obsahovaly spíše text algebraický a vizuální, kontrolní text byl pouze částí jednotlivých úloh.

Námi realizovaný výzkum navázal na předešlé výzkumy, ale byl proveden ve variabilních podmínkách a přizpůsoben struktuře matematického textu, v kterém se vyskytují typické strukturní matematické komponenty. Nejdříve jsme na skupince šesti studentů provedli průzkum, zda výsledky vzhledem k času a k míře chybovosti budou konzistentní s předešlými výzkumy. Práci studentů s digitálním formátem jsme sledovali pomocí programu *NETOP Vision*. Průzkum prokázal, že studenti, pracující se zadáním na internetu, zvládli příklady vždy spočítat rychleji, ale s větší chybovostí. Závěry tohoto našeho pedagogického průzkumu nám pomohly designovat hlavní výzkum. Hlavní výzkum byl realizován v rámci druhé části základního kurzu inženýrské matematiky a respondenty byli studenti Ekonomické fakulty Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích, kterým bylo pro účely testování zadáno několik sad úloh k osvojování učiva. Testování bylo přizpůsobeno podmínkám distančního vzdělávání a tematicky pokrývalo kapitoly diferenciálního počtu jedné proměnné dle sylabu předmětu. Při sestavování testu byla použita technika specifikační tabulky a vzhledem k délce testu použito jednodušší schéma vycházející z cílů Bloomovy taxonomie: znalost a zapamatování ⟶ pochopení ⟶ aplikace. Na základě takto naplánovaného testu a při zohlednění našich kritérií na tvorbu testu byla vybrána *Khanova matematika*, vybrány úlohy typu *Multiple Choice Questions* a produkční testové úlohy. Jednotlivé úlohy byly ze stránek *Khanovy matematiky* převzaty včetně krokovaných nápověd a mezivýpočtů. Studenti v případě I-učebnice obdrželi odkaz na webovou stránku, na které kromě zadání byly dostupné krokované nápovědy a mezivýpočty, odkazy na doporučená videa a možnost kontroly výsledků. Z takto zpracované I-učebnice byly výukové materiály překlopeny do tištěné varianty učebnice, kdy studenti obdrželi zadání, nápovědy a výsledky ve třech samostatných souborech. Při výběru používaného média uplatňovali studenti zásadu individuálního přístupu při výběru média.

Obecně cvičné testy a jejich zpětná vazba mají velký vliv na výsledky učení. Ukazuje se, že studenti, kteří se účastní procvičovacích testů, často dosahují lepších výsledků. Štuka a Vejražka (2021) uvádí, že podle studií jsou cvičné testy prospěšnější než opakování učiva a všechny ostatní metody, které se srovnávaly. Hlavního výzkumného šetření se zúčastnilo 149 respondentů a bylo jim zadáno 111 testových úloh, rozdělených do 27 tematických sad. Cvičné testy sloužily v našem případě k osvojování učiva a nebyly klasifikovány. Součástí testu byla pochopitelně subjektivní a objektivní zpětná vazba. Subjektivní zpětná vazba probíhala v rámci online hodin v prostředí *MS Teams*, kde byly problematické úlohy diskutovány a znovu vysvětlovány. V průběhu distanční výuky také probíhalo diskusní fórum v prostředí *LMS Moodle*. Závěry objektivní zpětné vazby dávají podnět k úpravě testu či modifikaci testových úloh. V našem případě analýza testu potvrdila vlastnosti dobrého měření, tudíž testové otázky modifikovány nebyly. Hlavní a vedlejší výzkumné otázky tak mohly být kvantitativně zpracovány a hypotézy verifikovány.

Provedený výzkum odhalil, že **studentům pracujícím s I-učebnicí stačí k vyřešení úloh nižší počet nápověd**, což statisticky potvrdil i Random mixed model. Jak již bylo v práci zmíněno, studenti využívající I-učebnici musí před zobrazením nápovědy odkliknout „Nevíš jak dál? Použij nápovědu." a následně ještě „Pořád nevíš jak dál?". Teprve poté se jim zobrazí první nápověda. Celá aplikace je na stránkách *Khanovy matematiky* nastavena tak, že pokud student požádá, byť jen o jedinou nápovědu v rámci celé sady úloh, nemůže sadu úloh splnit již na sto procent. Naše I-učebnice je strukturním komponentem „Prostředky k sebehodnocení", jenž kromě automaticky vyhodnocených testů obsahuje i přehled výkonu (Krotký, 2015), který na stránkách *Khanovy matematiky* zůstává zaznamenán, pokud je student přihlášen například pomocí *Google* účtu. Pokud by chtěl mít student ve svém přehledu výkonu stoprocentní výsledek, musel by úlohy plnit znovu bezchybně. Nabízí se zde otázka, zda se student před použitím nápověd raději předem pořádně zamyslí.

Dalším sledovaným hlediskem byla chybovost. Zde jsme zjistili, že **studenti, kteří pracují s I-učebnicí, mají statisticky výrazně vyšší chybovost než studenti**, kteří pracují s tištěnou verzí. Výsledek potvrdily dokonce obě statistické metody a vyvolává několik otázek. Rozptylují interaktivní výukové materiály koncentraci a pozornost studentů? Čtou studenti úkoly v interaktivních materiálech méně opatrně, což vede k vyšší chybovosti?

Dalším sledovaným hlediskem byl čas nutný k vyřešení předložených matematických úloh. I když dle průměrných hodnot potřebného času k vyřešení úloh se potvrdilo ve 23 sadách, že **studentům používajícím I-učebnici stačí k vyřešení úloh méně času**, statisticky se nám tento rozdíl potvrdil pouze v případě Bonferroniho korekce. Zde se pochopitelně nabízí otázka, zda méně času potřebného k vyřešení úloh u I-učebnice nejde ruku v ruce s vyšší chybovostí a menším počtem používaných nápověd, kterou jsme právě u I-učebnice prokázali.

Závěrem můžeme říct, že studenti používající digitální výukové materiály pracují rychleji, ale na úrok chybovosti. Tento závěr zapadá do závěrů předešlých výzkumů (Green et al., 2010; Lenhard et al., 2017; Ackerman a Goldsmith, 2011; Eden a Eshet-Alkalai, 2013; Daniel a Woody, 2013; Najjar,1996), i když náš výzkum byl proveden v jiných vstupních podmínkách.

První vedlejší výzkumná otázka se zabývala problematikou preferencí výběru učebnice. Z výsledků výzkumu je patrné, že nepřevažuje zájem o I-učebnici. Naopak **statisticky jsme prokázali větší zájem o tištěné médium**. Tento závěr potvrdil výzkumnou hypotézu a navazuje tak na výsledky několika dalších výzkumů (Sharma, 2020; Ackerman & Goldsmith, 2011; Baron, Calixte & Havewala, 2017). Otázkou může být, zda důvodem většího zájmu o tištěné médium může být skutečnost, že je předmět zakončen zkouškou, takže studenti využijí poznámky z řešení úloh coby nástroj k zopakování před zkouškou (Axtell a Curran, 2011).

Druhá vedlejší výzkumná otázka, zda studenti preferující I-učebnici mají lepší výsledné hodnocení, se neprokázala jako statisticky významná. K zamyšlení stojí i celkové průměrné hodnocení, jež je nutno považovat za neuspokojivé. Tuto problematiku, související s neznalostí středoškolských základů, můžeme spatřit i v objektivní zpětné vazbě testových úloh, kterou shrnujeme v závěru diskuse.

Pokud jsme se v rámci doplňujících otázek ptali na důvody výběru učebnice, tak tištěnou variantu volili studenti hlavně z důvodu, aby si mohli materiál vytisknout, vpisovat si do něj poznámky z výpočtů, barevně ho zvýrazňovat, a tím pádem si vytvářet vhodný materiál jako přípravu pro následnou zkoušku. Hlavní důvody výběru I-učebnice byly přehlednost, dostupnost k dalším materiálům, jednoduchost a rychlost. To, že práci s I-učebnicí označují studenti jako rychlejší, se nám v případě Bonferroniho korekce potvrdilo i statisticky. V doplňujících otázkách jsme se zabývali, proč právě studenti volili tu či onu variantu. Došli jsme k závěru, že tištěná učebnice a I-učebnice jsou dvě neoddělitelné složky, a proto by měla být větší podpora pro tvorbu hybridních materiálů nebo hybridních sbírek. Velká část studentů, kteří pracovali s I-učebnicí, si tištěnou učebnici vytiskla k následnému procvičování. Naopak celá řada studentů volila tištěnou učebnici, ale zároveň používala dostupná videa.

Celý výzkum probíhal po dobu nutného distančního vzdělávání, studenti pracovali doma bez jakéhokoliv dohledu. Nemůžeme zaručit, že v průběhu hlavního výzkumu zaznamenali všechny požadované položky. Naše zjištění jsou založena čistě na důkazech poskytnutých našimi studenty, nicméně zjištěné závěry navazují na náš pedagogický průzkum a na empirické výsledky některých výzkumů, které jsme zmínili při formulaci problému. Námi uvedené závěry zapadají co již prozkoumané problematiky související s chybovostí, rychlostí a preferencemi výběru média.

Další praktické závěry

Analýza testových položek přinesla i zajímavé praktické závěry. Potvrzují se problémy související z neznalostí již odučené látky, čemuž odpovídá dle Bloomovy taxonomie chybějící „Vybavení si znalostí“ v jiných typech příkladů. Vybavení si znalostí je součástí nejjednodušší dimenze „Znalost a zapamatování“. S tímto souvisí náš názor, že studenti nemají vesměs problém s vyřešením úloh vysokoškolské matematiky, pokud mají dostatečné základy ze středoškolské matematiky. Tento fakt potvrzuje analýza testu a jeho položek.

Z vypočtené hodnoty obtížnosti nám na hranici obtížnosti vyšly úloha LM9 (určení limity usměrněním výrazu) a úloha PR3 (hledání stacionárních bodů). Spočtená citlivost těchto úloh pomocí tzv. tetrachorického koeficientu citlivosti vychází u LM9 0,80 a u PR3 dokonce 1. Z výpočtu citlivosti jednoznačně vyplývá, že se jedná o dvě zadané úlohy, které zvýhodňují žáky mající lepší vědomosti, v našem případě lepší základy středoškolské matematiky. Přitom úlohu LM9 spočítalo celkem 93 % studentů a úlohu PR3 85 % studentů. Z tohoto výsledku zase vyplývá, že student dokáže tyto příklady nakonec spočítat, ale nedokáže je zvládnout dle nastavených kritérií, neboť potřebuje při řešení úloh nápovědy. Důvodem je absence již dříve naučené znalosti, kterou je třeba si vyvolat z paměti při řešení jakýchkoliv příkladů. Úlohu LM9 zvládlo dle požadovaných kritérií vyřešit jen 35 % studentů. Jedná se o nejnižší procento ze všech testových sad úloh. Konkrétně se úlohy LM9 jednalo o usměrnění výrazu a u úlohy PR3 se vyskytly problémy s vytýkáním, řešením exponenciální či kvadratické rovnice.

7 MOŽNÉ SMĚRY DALŠÍHO VÝZKUMU

I když od prvních výzkumů učebnic, které se zabývaly komparací tištěného či digitálního média, uběhlo několik let, stále se naskýtá celá řada výzkumných otázek. Domníváme se, že je zcela namístě zabývat se problematikou metodologie výzkumu učebnic, neboť se zde neustále objevuje množství otázek týkajících se objektivnosti, spolehlivosti a variability dat, které vznikají s rozvojem informačních a komunikačních technologií a rozšiřují se se zaváděním moderních trendů do vyučovacího procesu. Je třeba empiricky navazovat na výsledky proběhlých výzkumů ve variabilních podmínkách a zjišťovat kdy, kde, pro koho a za jakých podmínek jsou jednotlivá média či jejich kombinace vhodné. Domníváme se, že je svým pojetím náš výzkum úplně prvním výzkumem, kde byly zároveň testovány tři odlišná hlediska, tudíž by bylo třeba jednotlivé dílčí výsledky ověřit dalšími výzkumy. Z jedné strany bychom si měli položit otázky vztahující se k závěrům našeho výzkumu a ze strany druhé se zamyslet nad tím, zda existují nějaké limity rozhodující o výběru varianty učebnice.

Počítačem podporované hodnocení jsme v našem výzkumu využili k formativnímu testování, které bylo zcela dobrovolné a nebylo klasifikované. Otázkou je, zda by studenti v případě sumativního testování nevyužili nastaveného časového rámce, počítali soustředěněji a s nižší chybovostí.

V případě I-učebnice jsou testy s automatickým vyhodnocením většinou rozšířeny o „Přehled výkonů“ a o multimediální audio komponent „Doprovodný zvuk“. Otázkou může být, do jaké míry motivují tyto dva strukturní komponenty v nově vznikajících médiích studenty k nižšímu využití nápověd.

Při formativním testování jsme uplatnili zásadu individuálního přístupu při výběru učebnice. Zamyslet se můžeme také nad tím, zda by student dosahoval stejných výsledků, kdyby mu bylo na začátku výzkumu určeno médium, s kterým bude pracovat. Otázkou může být, do jaké míry má vlastní výběr média vliv na úspěšnost v testu a na porovnávaná hlediska.

V našem výzkumu jsme věnovali minimální pozornost aparátu orientace. Z komentářů studentů ale vyplývá, že stejný interaktivní výukový materiál je pro někoho přehlednější a pro někoho není přehledný vůbec. Z některých komentářů je dokonce patrné, že studenti otevřeli interaktivní variantu učebnice, ale protože hned neviděli nápovědy, přešli na tištěnou variantu učebnice. Uvádíme několik komentářů:

- *„Elektronická je jednodušší, dobře přehledná (ačkoliv jsem se musel orientovat).“*
- *„Vybrala jsem si tištěnou variantu, protože mi přišla přehlednější, lépe jsem se orientovala ve správných odpovědích.“*
- *„Vybrala jsem si tuto variantu, protože jsem mohla využít nápovědy. Dle nich jsem pak viděla, jak se má postupovat u některých příkladů.“*
- *„Tištěná varianta mi více vyhovuje, ohledně nápověd atd.“*
- *„V tištěné variantě jsou nápovědy.“*
- *„Lépe se mi pracuje, když mám nápovědy.“*
- *„Tištěnou variantu jsem vybrala z důvodu, že k ní jsou i nápovědy, ve kterých jsem se hezky vyznala, a hodně mi pomohly, když jsem nevěděla, jak dál.“*

Otázkou je, co způsobuje nepřehlednost interaktivních materiálů. Souvisí nepřehlednost interaktivních výukových materiálů s počítačovou gramotností studentů? Otázkou také je, zda počítačová gramotnost může být jeden z rozhodujících faktorů při výběru tištěné či interaktivní varianty učebnice. Dá se ale předpokládat, že po roční distanční výuce pomocí informačních technologií bude počítačová gramotnost studentů výrazně vyšší než v době našeho výzkumu. Celá řada interaktivních výukových materiálů je připravena vícejazyčně. Hraje roli při výběru materiálů a při orientaci ve výukových digitálních materiálech i jazyková vybavenost?

ZÁVĚR

Disertační práce se zabývala problematikou práce s tištěnou učebnicí a I-učebnicí, přičemž hlavním cílem bylo najít rozdílná hlediska při práci s vybraným médiem v matematice v terciálním vzdělávání při osvojování učiva. Rešerše odborné literatury a studium výzkumů ukázaly, že problematice se autoři věnují, a to převážně v zahraničí.

Teoretická část práce je věnována kapitolám, o které se následně opírá empirická část práce. V úvodu jsme shrnuli přehled o systematickém výzkumu učebnic u nás i ve světě a o oblastech výzkumu, což nám umožnilo nahlížet na problematiku výzkumu učebnic v širším kontextu. Dále byla podrobně popsána teorie funkce a struktury učebnice, jakožto dvou vzájemně propojených oblastí, provedena struktura matematického textu a vytvořena kategorizace strukturních komponent pro tištěné učebnice a I-učebnice. Vytvořením kategorizace strukturních komponent matematického textu jsme také splnili dílčí cíl práce, což nám umožnilo v empirické části práce ve výukových materiálech správně definovat strukturní komponenty aparátu řídící učení.

Empirická část práce popisuje metodologii kvalitativně orientovaného pedagogického výzkumu, v němž byly stanoveny výzkumné otázky a na základě prostudované problematiky a provedeného předvýzkumu formulovány vědecké hypotézy. Respondenty výzkumu byli studenti terciálního vzdělávání, jimž bylo v rámci osvojování si učiva předloženo k formativnímu testování 111 úloh z kapitol diferenciálního počtu jedné proměnné. Studenti při výběru výukového média uplatňovali didaktickou zásadu individuálního přístupu. Počet zapojených studentů do výzkumu splnil požadavky základního výběrového souboru a analýza testových úloh potvrdila vlastnosti dobrého měření. Sledovanými hledisky byly čtyři důležité faktory při testování v matematice: počet použitých nápověd potřebných k vyřešení úloh, chybovost při řešení úloh, čas potřebný k vyřešení úloh a výsledné hodnocení. Další výzkumné otázky směřovaly do problematiky preferencí výběru učebnice a využitelnosti interaktivních prvků v nových médiích.

Provedený výzkum odhalil několik statistických významností. Bylo zjištěno, že studentům pracujícím s I-učebnicí stačí k vyřešení úloh nižší počet nápověd, při řešení úloh se dopouští vyšší chybovosti a stačí jim k vyřešení úloh méně času než studentům, kteří pracují s tištěnou učebnicí. Dále byl statisticky prokázán větší zájem o tištěné médium, což bychom vzhledem k současnému digitálnímu světu neočekávali. Hlavními důvody byly dle studentů lepší orientace v učebnici a možnost si do vytištěných materiálů psát poznámky, které budou využity při přípravě na zkoušku. Statistická významnost mezi zvoleným médiem a výsledným hodnocením prokázána nebyla. Doplňující otázky poukázaly na smysl a využitelnost nových strukturních komponent v interaktivních výukových materiálech a navodily možné směry dalšího výzkumu.

Závěry výzkumu zapadají do již probádané problematiky práce s tištěným a interaktivním médiem, i když byl výzkum proveden v odlišných vstupních podmínkách a doplněn testováním matematických strukturních komponent. Disertační práce též nabízí shrnutí dostupných výukových materiálů v terciálním vzdělávání a poukazuje na problematiku související s výběrem výukového média dle vlastních preferencí a nedostatek hybridních materiálů. Praktické závěry přináší i analýza testových položek.

LITERATURA

Abedi, J., & Lord, C. (2001). The Language Factor in Mathematics Tests. *Applied Measurement in Education*, *14*(3), 219–234. Dostupné z: https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1207/s15324818ame1403_2

Ackerman, R., & Goldsmith, M. (2011). Metacognitive regulation of text learning: On screen versus on paper. *Journal of Experimental Psychology: Applied*, *17*(1), 18–32. Dostupné z: https://iipdm.haifa.ac.il/images/publications/Morre_Goldsmith/Ackerman%20&%20Goldsmith%20(2011%20JEP%20Applied)Metacognitive%20Regulation%20of%20Text%20Learning%20on%20Screen%20vs%20on%20Paper.pdf

Allison, K. J. (2003). *Rhetoric and Hypermedia in Electronic Textbooks.* A PhD dissertation. Texas Woman's University. Dostupné z: https://www.learntechlib.org/p/123488/

Anděl, J. (2003). *Statistické metody*. Praha: MATFYZPRESS.

Axtell, M.; & Curran, E. (2011) The effects of online homework in a university finite mathematics course. In: *Proceedings of the 14th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education*, *1,* 16–25. Dostupné z: http://sigmaa.maa.org/rume/RUME_XIV_Proceedings_Volume_1.pdf

Baron, N. S., Calixte, R. M., & Havewala, M. (2017). The persistence of print among university students: An exploratory study. *Telematics and Informatics*, *34*(5), 590–604. Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736585316305378

Bednařík, M. (1981). *Problematika informační struktury učebnice fyziky.* Olomouc: Acta Universitatis Palackianae Olomucensis.

Burch, K. J., & Kuo, Y. J. (2010). Traditional vs. online homework in college algebra. *Mathematics and Computer education*, *44*(1), 53–63. Dostupné z: http://media.web.britannica.com/ebsco/pdf/058/48082058.pdf

Byčkovský, P. (1982). *Základy měření výsledků výuky. Tvorba didaktického testu.* Praha: ČVUT.

Council on Higher Education (2013). *The Aims of Higher Education*, 9. Dostupné z: https://www.che.ac.za/sites/default/files/publications/kagisano9.pdf

Çınar, M., Doğan, D., & Seferoğlu, S. S. (2019). The effects of reading on pixel vs. paper: a comparative study. *Behaviour & Information Technology*. Dostupné z: https://www.researchgate.net/profile/Dilek_Dogan2/publication/337021348_The_effects_of_reading_on_pixel_vs_paper_a_comparative_study/links/5dc10b704585151435e91216/The-effects-of-reading-on-pixel-vs-paper-a-comparative-study.pdf

Crestani, F., Landoni, M., & Melucci, M. (2006). Appearance and functionality of electronic books*. International Journal on Digital Libraries*, *6*(2), 192–209. Dostupné z: https://doc.rero.ch/record/21815/files/creatani_IJDL_2006.pdf

Cull, B. (2011). Reading revolutios: Online digital text and implications for reading in academe. *First Monday*, *16*(6). Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/220166872_Reading_revolutions_Online_digital_text_and_implications_for_reading_in_academe

Červenková, I. (2011). *Užívání učebnic v činnostech žáků na 2. stupni základních škol.* Disertační práce. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci. Dostupné z: http://theses.cz/id/sreuts/Disertan_prce_Iva_ervenkov.pdf

Daniel, D. B., & Woody, W. D. (2013). E-textbooks at what cost? Performance and use of electronic v. print texts. *Computers & Education*, *62*, 18–23. Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360131512002448?casa_token=5pro83NMyRoAAAAA:q-CRdNPAf3HRtP2umeVyuiHDJA9z7WfyN_IjaYREgH3jee8tiKN7SfMaQua8pp-8BChz-FK8Ezg

Davy, T. (2007). E-textbooks: Opportunities, innovations, distractions, and dilemmas. *Serials, 20*(2), 98–102. Dostupné z: https://www.researchgate.net/profile/Jason-Price/publication/250061024_How_Many_Journals_Do_We_Have_An_Alternative_Approach_to_Journal_Collection_Evaluation_through_Local_Cited_Article_Analysis/links/57214c6a08aea92aff8b29bb/How-Many-Journals-Do-We-Have-An-Alternative-Approach-to-Journal-Collection-Evaluation-through-Local-Cited-Article-Analysis.pdf

Delgado, P., Vargas, C., Ackerman, R., & Salmerón, L. (2018). Don't throw away your printed books: A meta-analysis on the effects of reading media on reading comprehension. *Educational Research Review*, *25*(11), 23–38. Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1747938X18300101

Doleček, J., Řešátko, M., & Skoupil, Z. (1975). *Teorie tvorby a hodnocení učebnic pro odborné školství.* Praha: Výzkumný ústav odborného školství.

Dostal, H. M., & Robinson, R. (2018). Doing Mathematics with Purpose: Mathematical Text Types. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas*, *91*(1), 21–28. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/319499932_Doing_Mathematics_with_Purpose_Mathematical_Text_Types

Dostál, J. (2009). Interaktivní tabule ve výuce. *Journal of Technology and Information Education*, *1*(3). Olomouc: Univerzita Palackého. Dostupné z: https://jtie.upol.cz/pdfs/jti/2009/03/02.pdf

Durant, D. M., & Horava, T. (2015). The future of reading and academic libraries. *Libraries and the Academy*, *15*(1), 5–27. Dostupné z: https://thescholarship.ecu.edu/bitstream/handle/10342/4594/15.1.durant.pdf?sequence=6&isAllowed=y

Eden, S., & Eshet-Alkalai, Y. (2013). The effect of format on performance: Editing text in print versus digital formats. *British Journal of Educational Technology*, *44*(5), 846–856. Dostupné z: https://www.openu.ac.il/innovation/chais2012/downloads/c-Eden-Eshet-Alkalai-63_eng.pdf

Fang, Z., & Schleppegrell, M. (2010). Disciplinary literacies Across content areas: Supporting secondary reading through functional language analysis. *Journal of Adolescent & Adult Literacy*, *53*(7), 587–597. Dostupné z: https://deepblue.lib.umich.edu/bitstream/handle/2027.42/88105/JAAL.53.7.6.pdf?sequence=1

Gavora, P. (2010). *Úvod do pedagogického výzkumu.* Brno: Paido.

Gilbert, J., & Fister, B. (2015). The perceived impact of e-books on student reading practices: A local study. *College and Research Libraries*, *76*(4), 469–489. Dostupné z: https://crl.acrl.org/index.php/crl/article/viewFile/16438/17884

Green, T. D., Perera, R. A., Dance, L. A., & Myers, E. A. (2010). Impact of presentation mode on recall of written text and numerical information: Hard copy versus electronic. *North American Journal of Psychology, 12*, 233–242. Dostupné z: http://arturo.ozunaeducators.com/wp-content/uploads/2011/10/50614008.pdf

Greger, D. (2006). Přehled výzkumů učebnic v zahraničí. In *Učebnice pod Lupou,* 23–32. Brno: Paido.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, *71*, 199–218. Dostupné z: https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-008-9159-8

Chesser, W. D. (2011). The E-textbook Revolution. *ALA TechSource*, *47*(8), 28–40. Dostupné z: http://journals.ala.org/ltr/article/view/4426/5143

Chráska, M. (1999). *Didaktické testy_příručka pro učitele a student učitelství.* Brno: Paido.

Chráska, M. (2007). *Metody pedagogického výzkumu.* Praha: Grada Publishing.

Chráska, M., & Kočvarová, I. (2014). *Kvantitativní design v pedagogických výzkumech začínajících akademických pracovníků.* Zlín: Univerzita Tomáši Bati ve Zlíně.

Chvál, M., Procházková, I., & Straková, J. (2015). *Hodnocení výsledků vzdělávání didaktickými testy.* Praha: Univerzita Karlova.

Hyhlík, F., & Knězů, V. (1971). *Základy pedagogiky dospělých.* Praha: SPN

Jahodová Berková, A. (2017). *Přínos systému počítačem podporovaného hodnocení pro výuku vysokoškolské matematiky.* Disertační práce. Hradec Králové: Univerzita Hradec Králové, Pedagogická fakulta. Dostupné z: https://theses.cz/id/pubo3m/

Janík, T., Janíková, M., Najvar, P., & Najvarová, V. (2008). Pohledy na výuku fyziky na 2. stupni základní školy: souhrnné výsledky CPV videostudie fyziky. *Orbis scholae, 2*(1), 29–52. Dostupné z: http://www.orbisscholae.cz/archiv/2008/2008_1_02.pdf

Janík, T., Knecht, P., Najvar, P., Píšová, M., & Šebestová, S. (2011). *Institut výzkumu školního vzdělávání Pedagogické fakulty Masarykovy univerzity*. Brno: Masarykova univerzita. Dostupné z: http://www.ped.muni.cz/weduresearch/texty/publikaceivsv/0_celapublikace.pdf.

Kerlinger, F. N. (1972). *Základy výzkumu chování.* Praha: Academia.

Knecht, P., & Janík, T. (2008). *Učebnice z pohledu pedagogického výzkumu*. Brno: Paido.

Komenský, J. A. (1948). *Didaktika velká.* Brno: Komenium.

Krotký, J. (2015). *Nové formy tvorby multimediálních učebnic.* Disertační práce. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni. Dostupné z: https://dspace5.zcu.cz/handle/11025/20694

Kurelová, M., Kantorková, H., Kozelská, Z., Malach, J., & Jurdin, R. (2001). *Pedagogika II. Kapitoly z obecné didaktiky.* Ostrava: Ostravská univerzita. Pedagogická fakulta.

Kurelová, M. (2009). Didaktické zásady. In *Školní didaktika,*268–272. Praha: Portál.

Kuřina, F. (1986). O jazycích školské matematiky. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, *31*(5), 277–281. Dostupné z: http://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/138960/PokrokyMFA_31-1986-5_7.pdf

Lam, P., Lam, S. L., Lam J., & McNaught, C. (2009). Usability and usefulness of eBooks on PPCs: How students' opinions vary over time. *Australasian Journal of Educational Technology*, *25*(1), 30–44. Dostupné z: https://ajet.org.au/index.php/AJET/article/view/1179/407

Lenhard, W., Schroeders, U., & Lenhard, A. (2017). Equivalence of Screen Versus Print Reading Comprehension Depends on Task Complexity and Proficiency. *Discourse Processes*, *54*(5–6), 427–445, Dostupné z: https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/0163853X.2017.1319653

Loučková, I. (2010). *Integrovaný přístup v sociálně vědním výzkumu.* Praha: SLON.

Mangen, A., Walgermo, B. R., & Brønnick, K. (2013). Reading linear texts on paper versus computer screen: Effects on reading comprehension. *International Journal of Educational Research*, *58*, 61–68. Dostupné z: https://educacion.udd.cl/files/2017/05/MI_MAngen-et-al-2012-Reading-linear-texts-on-paper-versus-computer-screen-effects-on-reading.pdf

Maňák, J., & Klapko, D. (2006). *Učebnice pod lupou*. Brno: Paido.

Maňák, J., & Knecht, P. (2007). *Hodnocení učebnic.* Brno: Paido.

Maňák, J. (2008). Funkce učebnice v moderní škole. In *Učebnice z pohledu pedagogického výzkumu,* 19–26. Brno: Paido.

Maňák, J., Janík, T., & Švec, V. (2008). *Kurikulum v současné škole*. Brno: Paido.

McLean, R. A., Sanders, W. L., & Stroup, W. W. (1991). Unified Approach to Mixed Linear Models. The American Statistician. American Statistical Association, *45*(1), 54–64. doi: https://doi.org/10.2307/2685241

McLure, M., & Hoseth, A. (2012). Patron-driven e-book use and users' e-book perceptions: A snapshot. *Collection Building*, *31*(4), 136–147. Dostupné z: https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/01604951211274043/full/html

Michovský, V. (1981). *Nový model učebnice dějepisu. Tvorba učebnic 3.* Praha: SPN.

Mikk, J. (2007). Učebnice: budoucnost národa. In *Hodnocení učebnic*, 11–23. Brno: Paido.

Mrkvička, T., & Petrášková, V. (2006). *Úvod do statistiky.* České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích.

Najjar, L. J. (1996). Multimedia information and learning. *Journal of Educational Multimedia and Hypermedia*, *5*, 129–150. Dostupné z: http://www.lawrence-najjar.com/papers/Multimedia_information_and_learning.html

Nebeský, L. (1982). O jazyce matematického textu. *Slovo a slovesnost*, *43*(2), 88–92. Dostupné z: http://sas.ujc.cas.cz/archiv.php?art=2815#_ftnref1

Nielsen, J. (2006). F-Shaped Pattern for Reading Web Content. *Jakob Nielsen's Alertbox*, April 16. Dostupné z: https://www.nngroup.com/articles/f-shaped-pattern-reading-web-content-discovered/

Noyes, J. M., & Garland, K. J. (2008). Computer vs. paper-based tasks: Are they equivalent? *Ergonomics*, *51*(9), 1352–1375. Dostupné z: https://www.notis-consulting.net/wp-content/uploads/2015/04/computer-vs-paper.pdf

Pluskal, M. (1996). Zdokonalení metody pro měření obtížnosti didaktických textů. *Pedagogika*, *46*(1), 62–76.

Průcha, J. (1998). *Učebnice teorie a analýzy edukačního média: příručka pro studenty, učitele, autory a výzkumné pracovníky*. Brno: Paido.

Průcha, J. (2006). Učebnice: Teorie, výzkum a potřeby praxe. In *Učebnice pod lupou*, 9–22. Brno: Paido.

Průcha, J., Walterová, E., & Mareš, J. (2013). *Pedagogický slovník.* Praha: Portál.

Rockinson-Szapkiw, A., Courduff, J., Carter, K., & Bennett, D. (2013). Electronic versus traditional print textbooks: A comparison study on the influence of university students' learning. *Computers and Education*, *63*, 259–266. Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360131512002953?casa_token=R_CXwj9951kAAAAA:Lqk1In0E92INAcvPQCPGbr3B1BWPHWfIiaHXgMXJY_SxSEPd1QiWiRtX6r9DmrSxV2D6vUhqFDY

Sangwin, Ch. J. (2013). *Computer aided assessment of mathematics*. Oxford University Press.

Sangwin, Ch. J., & Köcher, N. (2016). Automation of mathematics examinations. *Computers & Education*, *94*, 215–227. Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360131515300865

Shanahan, C., Shanahan, T., & Misischia, C. (2011). Analysis of expert readers in three disciplines history, mathematics, and chemistry. *Journal of Literacy Research*, *43*(4), 393–429. Dostupné z: https://journals.sagepub.com/doi/full/10.1177/1086296X11424071

Sharma, L. R. (2020). Examining Education Students' Preference for Reading Medium, Resource and Time. *International Research Journal of MMC*, *1*(1), 2717–4980. Dostupné z: https://mmchetauda.edu.np/wp-content/uploads/2020/08/Lok-Raj-Sharma.pdf

Schwartz, M. (2013). Academy: The Illusion of Understanding. *Online Learning Journal, 17*(4). Dostupné z: https://www.learntechlib.org/p/183760/.

Sidi, Y., Shpigelman, M., Zalmanov, H., & Ackerman, R. (2017). Understanding metacognitive inferiority on screen by exposing cues for depth of processing. *Learning and Instruction*, *51*(11), 61–73, Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959475217300178

Sikorová, Z. (2007). *Hodnocení a výběr učebnic v praxi*. Ostrava: Ostravská univerzita v Ostravě. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/40363171_Hodnoceni_a_vyber_ucebnic_v_praxi

Singer, L. M., & Alexander, P. A. (2017). Reading across mediums: Effects of reading digital and print texts on comprehension and calibration. *The Journal of Experimental Education*, *85*(1), 155–172, Dostupné z: https://www.researchgate.net/profile/Patricia-Alexander-6/publication/297716778_Reading_Across_Mediums_Effects_of_Reading_Digital_and_Print_Texts_on_Comprehension_and_Calibration/links/5a01e94faca2720df3c6893a/Reading-Across-Mediums-Effects-of-Reading-Digital-and-Print-Texts-on-Comprehension-and-Calibration.pdf

Skalková, J. (2007). *Obecná didaktika.* Praha: Grada Publishing.

Stacey, K., & Wiliam, D. (2012). Technology and assessment in mathematic, In *Springer International Handbooks of Education, 27*, 721–751, New York: Springer.

Stoop, J., Kreutzer, P., & Kircz, J. (2013a). Reading and learning from screen versus print: A study in changing habits. Part 1 – Reading long information rich texts. *New Library World, 114*, 284–300. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/263378070_Reading_and_learning_from_screens_versus_print_A_study_in_changing_habits_Part_1_-_reading_long_information_rich_texts

Stoop, J., Kreutzer, P., & Kircz, J. (2013b). Reading and learning from screen versus print: A study in changing habits. Part 2 – Comparing different text structures on paper and on screen. *New Library World*, *114*, 371–383. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/262918447_Reading_and_learning_from_screens_versus_print_a_study_in_changing_habits

Stuchlíková, I., Janík, T., et al. (2015). *Oborové didaktiky: vývoj – stav – perspektivy*. Brno: Masarykova univerzita.

Sun, S. Y., Shien, Ch. J., & Huang, K. P. (2013). A research on comprehension differences between print and screen reading. *South African Journal of Economic and Management Sciences*, *16*(5), 87–101. Dostupné z: https://sajems.org/index.php/sajems/article/view/640/286

Štuka, Č., & Vejražka, M. (2021). *Testování a hodnocení studentů na VŠ.* Praha: Univerzita Karlova.

Švec, V., Filová, H., & Šimoník, O. (1996). *Praktikum didaktických dovedností.* Brno: Masarykova univerzita.

Švec, V. (Ed.). (2002). *Cesty k učitelské profesi: utváření a rozvíjení pedagogických dovedností.* Brno: Paido.

Vocetková, K. (2017). Využití strukturních komponent interaktivních učebnic v hodinách matematiky na základě videostudií. In *Sborník příspěvků 8. konference Užití počítačů ve výuce matematiky*, 159–166. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích.

Vocetková, K., & Šulista, M. (2021). Differences in the use of electronic and printed versions of a university mathematics workbook. *Mathematics in Education, Research and Applications, 7*(1), 33–49. Dostupné z: http://meraa.uniag.sk/docs/2021-01/vocetkova-sulista.pdf

Vocetková, K. (2021). Počítačem podporované hodnocení v matematice. In *Sborník příspěvků 10. konference Užití počítačů ve výuce matematiky*, 188–198. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích.

Wahla, A. (1983). *Strukturní složky učebnic geografie*. Praha: SPN.

Weinhöfer, M. (2011). *Metoda tvorby učebnic zeměpisu pomocí analýzy učebnic zeměpisu a RVP ZV.* Disertační práce. Brno: Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta. Dostupné z: https://is.muni.cz/th/wilye/Dis._Weinhofer_1.pdf

Wolf, M. (2010). Our ‘deep reading’ brain: Its digital evolution poses questions. *Nieman Reports*, *64*(2), 7–8. Dostupné z: https://niemanreports.org/wp-content/uploads/2014/03/summer2010.pdf

Woody, W. D., Daniel, D. B., & Baker, C. A. (2010). E-books or textbooks: Students prefer textbooks. *Computers & Education*, *55*, 945–948. Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0360131510001120

Zormanová, L. (2017). *Didaktika dospělých*. Praha: Grada Publishing.

Zujev, D. D. (1986). *Ako tvoriť učebnice.* Bratislava: SPN.

SEZNAM TABULEK

SEZNAM GRAFŮ

PŘÍLOHY

Příloha 1 – Komparace míry didaktické vybavenosti vybraných matematických učebnic podle Průcha (1998)

Strukturní komponent/učebnice	Planimetrie Prometheus	Planimetrie SOŠ Prometheus	Planimetrie Didaktis	Planimetrie Fraus	Funkce Prometheus	Funkce Didaktis	Funkce Fraus
Aparát prezentace učiva (celkem 14 komponent)							
A) Verbální (celkem 9 komponent)							
Výkladový text prostý	1	1	1	1	1	1	1
Výkladový text zpřehledněný	1	1	1	1	1	1	1
Doplňující text	1	1	1	1	1	1	1
Shrnutí učiva k tématům	0	0	0	0	0	0	0
Shrnutí učiva k celému ročníku	0	0	0	0	0	0	0
Shrnutí učiva k předchozímu ročníku	0	0	0	0	0	0	0
Poznámky a vysvětlivky	1	1	1	1	1	1	1
Podtexty k vyobrazením	1	1	1	1	1	1	1
Slovníčky pojmů, cizích slov	0	0	0	1	0	0	1
Aparát prezentace – celkem verbálních komponent	5	5	5	6	5	5	6
B) Neverbální (celkem 5 komponent)							
Umělecké ilustrace	0	1	1	1	0	1	1
Naukové ilustrace	1	1	1	1	1	1	1
Obrazová prezentace barevná	0	1	1	1	0	1	1
Fotografie	0	1	1	1	0	1	1
Mapy, kartogramy, plánky, grafy, diagramy aj.	0	1	1	1	1	1	1
Aparát prezentace – celkem neverbálních komponent	1	5	5	5	2	5	5
Aparát řídící učení (celkem 18 komponent)							
A) Verbální (celkem 14 komponent)							
Předmluva	1	1	1	1	1	1	1
Návod pro práci s učebnicí	0	0	1	1	0	1	1
Simulace celková	0	0	1	1	0	1	1
Simulace detailní	0	1	1	1	0	1	1
Odlišení úrovně učiva	1	1	1	1	1	1	1
Otázky a úkoly za tématy, lekcemi	1	1	1	1	1	1	1
Otázky a úkoly k celému ročníku	0	0	0	0	0	0	0
Otázky a úkoly k předchozímu ročníku	0	0	0	0	0	0	0
Instrukce k úkolům komplexnější povahy	0	1	1	1	0	1	1

Náměty pro mimoškolní činnost	0	1	1	1	0	1	1
Explicitní vyjádření cílů učení	1	0	1	1	1	1	1
Prostředky k sebehodnocení	0	0	0	0	0	0	0
Výsledky úkolů a cvičení	1	1	1	1	1	1	1
Odkazy na jiné zdroje informací	1	1	1	1	1	1	1
Aparát řídící učení – celkem verbálních komponent	6	8	11	11	6	11	11
B) Neverbální (celkem 4 komponenty)							
Grafické symboly vyznačující určité části textu	1	1	1	1	1	1	1
Užití zvláštní barvy pro určité části textu	0	1	1	1	0	1	1
Užití zvláštního písma	1	1	1	1	1	1	1
Využití přední nebo zadní obálky	1	1	1	1	1	1	1
Aparát řídící – celkem neverbálních komponent	3	4	4	4	3	4	4
Aparát orientační (celkem 4 komponenty)							
A) Verbální							
Obsah učebnice	1	1	1	1	1	1	1
Členění učebnice na tematické bloky, kapitoly aj.	1	1	1	1	1	1	1
Marginálie, živá záhlaví aj.	0	1	1	1	0	1	1
Rejstřík	1	1	1	1	1	1	1
Aparát orientační – celkem verbálních komponent	3	4	4	4	3	4	4
SHRNUTÍ							
Aparát prezentace – celkem komponent z 14	**6**	**10**	**10**	**11**	**7**	**10**	**11**
E_I – koeficient využití aparátu prezentace učiva	**42,9**	**71,4**	**71,4**	**78,6**	**50**	**71,4**	**78,6**
Aparát řídící učení – celkem komponent 18	**9**	**12**	**15**	**15**	**9**	**15**	**15**
E_{II} – koeficient využití aparátu řídící učení	**50**	**66,7**	**83,3**	**83,3**	**50**	**83,3**	**83,3**
Aparát orientační – celkem komponent ze 4	**3**	**4**	**4**	**4**	**3**	**4**	**4**
E_{III} – koeficient využití aparátu orientačního	**75**	**100**	**100**	**100**	**75**	**100**	**100**
Verbální komponenty – celkem z 27	**14**	**17**	**20**	**21**	**14**	**20**	**21**
E_v – koeficient využití verbálních komponent	**51,9**	**63**	**74,1**	**77,8**	**51,9**	**74,1**	**77,8**
Neverbální komponenty – celkem z 9	**4**	**9**	**9**	**9**	**5**	**9**	**9**
E_n – koeficient využití neverbálních komponent	**44,4**	**100**	**100**	**100**	**55,6**	**100**	**100**
Strukturní komponenty – celkem z 36	**18**	**26**	**29**	**30**	**19**	**29**	**30**
E – míra didaktické vybavenosti	**50**	**72,2**	**80,6**	**83,3**	**52,8**	**80,6**	**83,3**

Příloha 2 – Komparace míry didaktické vybavenosti vybraných matematických učebnic podle Vocetková

Strukturní komponent/učebnice	Planimetrie Prometheus	Planimetrie SOŠ Prometheus	Planimetrie Didaktis	Planimetrie Fraus	Funkce Prometheus	Funkce Didaktis	Funkce Fraus
Aparát prezentace učiva (celkem 13 komponent)							
A) Verbální (celkem 8 komponent)							
Výkladový text prostý	1	1	1	1	1	1	1
Výkladový text nedefiniční	1	1	1	1	1	1	1
Výkladový text definiční	1	1	1	1	1	1	1
Doplňující text	1	1	1	1	1	1	1
Vzorově řešené příklady	1	1	1	1	1	1	1
Poznámky a vysvětlivky	1	1	1	1	1	1	1
Podtexty k vyobrazením	1	1	1	1	1	1	1
Slovníčky pojmů, cizích slov	0	0	0	1	0	0	1
Aparát prezentace – celkem verbálních komponent	7	7	7	8	7	7	8
B) Neverbální (celkem 5 komponent)							
Umělecké ilustrace	0	1	1	1	0	1	1
Naukové ilustrace, důkazy z naukové ilustrace	1	1	1	1	1	1	1
Obrazová prezentace barevná	0	1	1	1	0	1	1
Fotografie	0	1	1	1	0	1	1
Mapy, kartogramy, diagramy	0	1	1	1	1	1	1
Aparát prezentace – celkem neverbálních komponent	1	5	5	5	2	5	5
Aparát řídící učení (celkem 16 komponent)							
A) Verbální (celkem 12 komponent)							
Předmluva	1	1	1	1	1	1	1
Návod k práci s učebnicí	0	0	1	1	0	1	1
Simulace celková	0	0	1	1	0	1	1
Simulace detailní	0	1	1	1	0	1	1
Odlišení úrovně učiva	1	1	1	1	1	1	1
Otázky a úkoly za tématy, lekcemi	1	1	1	1	1	1	1
Instrukce k úkolům komplexnější povahy	0	1	1	1	0	1	1
Náměty pro mimoškolní činnost	0	1	1	1	0	1	1
Explicitní vyjádření cílů učení	1	1	1	1	1	1	1
Prostředky k sebehodnocení	0	0	0	0	0	0	0

Výsledky úkolů a cvičení	1	1	1	1	1	1	1
Odkazy na jiné zdroje informací	1	1	1	1	1	1	1
Aparát řídící – celkem verbálních komponent	6	9	11	11	6	11	11
B) neverbální (celkem 4 komponenty)							
Grafické symboly vyznačující určité části textu	1	1	1	1	1	1	1
Užití zvláštní barvy pro text	0	1	1	1	0	1	1
Užití zvláštního písma pro text	1	1	1	1	1	1	1
Využití přední nebo zadní obálky	1	1	1	1	1	1	1
Aparát řídící učení – celkem neverbálních komponent	3	4	4	4	3	4	4
Aparát orientační (celkem 5 komponent)							
A) Verbální							
Obsah	1	1	1	1	1	1	1
Členění kapitol	1	1	1	1	1	1	1
Marginálie, živá záhlaví	0	1	1	1	0	1	1
Rejstřík	1	1	1	1	1	1	1
Přehled použitých symbolů a značek	1	1	0	0	1	0	0
Aparát orientační – celkem verbálních komponent	4	5	4	4	4	4	4
SHRNUTÍ							
Aparát prezentace – celkem komponent z 13	**8**	**12**	**12**	**13**	**9**	**12**	**13**
E_I – koeficient využití aparátu prezentace učiva	**61,5**	**92,3**	**92,3**	**100**	**69,2**	**92,3**	**100**
Aparát řídící učení – celkem komponent z 16	**9**	**13**	**15**	**15**	**9**	**15**	**15**
E_{II} – koeficient využití aparátu řídící učení	**56,3**	**81,3**	**93,8**	**93,8**	**56,3**	**93,8**	**93,8**
Aparát orientační – celkem komponent z 5	**4**	**5**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**
E_{III} – koeficient využití aparátu orientačního	**80**	**100**	**80**	**80**	**80**	**80**	**80**
Verbální komponenty – celkem z 25	**17**	**21**	**22**	**23**	**17**	**22**	**23**
E_v – koeficient využití verbálních komponent	**68**	**84**	**88**	**92**	**68**	**88**	**92**
Neverbální komponenty – celkem z 9	**4**	**9**	**9**	**9**	**5**	**9**	**9**
E_n – koeficient využití neverbálních komponent	**44,4**	**100**	**100**	**100**	**55,6**	**100**	**100**
Strukturní komponenty – celkem z 34	**21**	**30**	**31**	**32**	**22**	**31**	**32**
E – míra didaktické vybavenosti	**61,8**	**88,2**	**91,2**	**94,1**	**64,7**	**91,2**	**94,1**

Příloha 3 – Strukturní komponenty I-učebnice (funkce)

Kapitola učebnice/ strukturní komponent I-učebnice	**Učebnice** funkce 1 (F1), funkce 2 (F2)	**Poznámky a vysvětlivky** aparát prezentace verbální	**Překlad AJ** aparát prezentace verbální	**Obrázek, fotografie** aparát prezentace neverbální	**Videoanimace** aparát prezentace neverbální	**Mapy, grafy, diagramy** aparát prezentace neverbální	**Odkaz teorie stejná učebnice** aparát řídící verbální	**Odkaz teorie jiná matematika** aparát řídící verbální	**Odkaz řešené úlohy** aparát řídící verbální	**Odkaz cvičení** aparát řídící verbální	**Odkaz výsledek/řešení** aparát řídící verbální	**Mezipředmětový odkaz** aparát řídící verbální	**Odkaz na web** aparát řídící verbální	**Krokované řešení** aparát řídící verbální	**Mezivýpočet** aparát řídící verbální	**Prostředky k sebehodnocení** aparát řídící verbální	**Krokované konstrukce, obrázek** aparát řídící neverbální	**Celkem**
Teorie	F1	0	0	0	0	0	30	5	10	2	0	0	0	0	0	0	0	**47**
Teorie	F2	0	0	0	0	0	16	1	13	4	0	0	8	0	0	0	0	**42**
Řešené úlohy	F1	0	0	0	0	0	14	8	0	0	0	0	2	30	3	0	0	**57**
Řešené úlohy	F2	0	0	0	0	0	14	2	0	0	0	1	0	31	0	0	0	**48**
Cvičení	F1	0	0	0	0	0	6	9	3	0	35	0	0	0	0	0	0	**53**
Cvičení	F2	0	0	0	0	0	6	2	1	0	31	0	0	0	0	0	0	**40**
Testy	F1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	**10**
Testy	F2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	**8**
Příručka pro učitele	F1	0	5	0	0	0	11	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**18**
Příručka pro učitele	F2	0	4	0	0	0	0	3	4	1	0	0	0	0	0	0	0	**12**
Celkem		**0**	**9**	**0**	**0**	**0**	**97**	**32**	**31**	**7**	**66**	**1**	**10**	**61**	**3**	**18**	**0**	**335**

Příloha 4 – Strukturní komponenty I-učebnice (planimetrie)

Kapitola učebnice/ strukturní komponent I-učebnice	**Učebnice** funkce 1 (F1), funkce 2 (F2)	**Poznámky a vysvětlivky** aparát prezentace verbální	**Překlad AJ** aparát prezentace verbální	**Obrázek, fotografie** aparát prezentace neverbální	**Videoanimace** aparát prezentace neverbální	**Mapy, grafy, diagramy** aparát prezentace neverbální	**Odkaz teorie stejná učebnice** aparát řídící verbální	**Odkaz teorie jiná matematika** aparát řídící verbální	**Odkaz řešené úlohy** aparát řídící verbální	**Odkaz cvičení** aparát řídící verbální	**Odkaz výsledek/řešení** aparát řídící verbální	**Mezipředmětový odkaz** aparát řídící verbální	**Odkaz na web** aparát řídící verbální	**Krokované řešení** aparát řídící verbální	**Mezivýpočet** aparát řídící verbální	**Prostředky k sebehodnocení** aparát řídící verbální	**Krokované konstrukce, obrázek** aparát řídící neverbální	**Celkem**
Teorie	P1	1	0	4	2	0	9	4	33	0	0	0	13	0	0	0	6	**72**
Teorie	P2	2	0	0	0	0	34	0	58	0	0	0	16	0	0	0	16	**126**
Teorie	P3	0	0	0	0	0	20	0	76	0	0	0	10	1	0	0	1	**108**
Řešené úlohy	P1	0	0	0	0	0	4	6	0	0	0	0	0	34	0	0	6	**50**
Řešené úlohy	P2	0	0	0	0	0	6	1	0	0	0	0	0	52	0	0	2	**61**
Řešené úlohy	P3	0	0	0	0	0	13	0	3	3	0	0	0	75	0	0	3	**97**
Cvičení	P1	0	0	3	0	1	10	3	1	0	67	0	1	0	0	0	4	**90**
Cvičení	P2	0	0	1	0	0	10	0	2	0	78	0	0	0	0	0	4	**95**
Cvičení	P3	0	0	0	0	0	17	0	2	1	105	1	0	0	0	0	0	**126**
Testy	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0	**12**
Testy	P2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	**10**
Testy	P3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0	**12**
Příručka pro učitele	P1	0	4	0	0	0	1	1	0	4	0	0	0	0	0	0	0	**10**
Příručka pro učitele	P2	0	4	0	0	0	12	1	0	0	0	0	5	0	0	0	0	**22**
Příručka pro učitele	P3	0	6	0	0	0	5	0	5	1	0	0	0	0	1	0	0	**18**
Celkem		**3**	**14**	**8**	**2**	**1**	**141**	**16**	**180**	**9**	**250**	**1**	**45**	**162**	**1**	**34**	**42**	**909**

Příloha 5 – Nové strukturní komponenty matematických tištěných učebnic a I-učebnic

TIŠTĚNÁ UČEBNICE	
Aparát prezentace učiva	
Výkladový test nedefiniční	Verbální komponent
Výkladový text definiční	Verbální komponent
Vzorově řešené příklady	Verbální komponent
Důkazy z naukové ilustrace	Neverbální komponent
Aparát orientační	
Přehled použitých symbolů a značek	Verbální komponent
I-UČEBNICE	
Aparát řídící učení	
Krokované nápovědy a mezivýpočty	Interaktivní verbální komponent
Krokované konstrukce	Obrazový multimediální komponent
Kalkulačka	Interaktivní multimediální komponent

Ukázky strukturních komponent matematických učebnic

Výkladový text nedefiniční, zdroj: I-učebnice nakladatelství Fraus

Pokud se tedy funkční hodnoty dvou funkcí shodují ve všech bodech nějakého intervalu s výjimkou bodu a, a pokud jedna z nich má v tomto bodě limitu, má druhá funkce v tomto bodě tutéž limitu.

Například funkce $f\colon y=\frac{x}{x}$ není v bodě 0 definována, funkce $g\colon y=1$ ano, je v tomto bodě spojitá, a proto má v bodě 0 limitu rovnou funkční hodnotě $L=g(0)=1$. Dále platí pro všechna x z prstencového okolí $(-\delta,0)\cup(0,\delta)$, tj. z prstencového okolí bodu 0, $f(x)=g(x)$, resp. $\frac{x}{x}=1$. Na základě výše uvedené věty má proto funkce f v bodě 0 rovněž limitu $L=1$.

Výkladový text definiční, zdroj: I-učebnice nakladatelství Fraus

Věta o limitě dvou funkcí
Jestliže pro všechna x z prstencového okolí $(a-\delta,a)\cup(a,a+\delta)$ platí $f(x)=g(x)$ a současně $\lim_{x\to a} g(x)=L$, potom má v bodě a limitu i funkce f a platí: $\lim_{x\to a} f(x)=\lim_{x\to a} g(x)=L$.

Vzorově řešený příklad, zdroj: I-učebnice nakladatelství Fraus

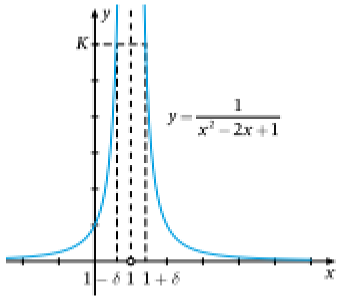
Příklad 2

Funkce $f\colon y = \dfrac{1}{x^2 - 2x + 1}$ není definována v bodě $a = 1$, $D(f) = \mathbb{R} - \{1\}$, $H(f) = \mathbb{R}^+$.

Zvolíme-li libovolné reálné číslo K, vždy dovedeme najít takové $\delta > 0$, že pro všechna x prstencového okolí $(1-\delta, 1) \cup (1, 1+\delta)$ bude $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 2x + 1} > K$.

V takovém případě řekneme, že funkce $f\colon y = \dfrac{1}{x^2 - 2x + 1}$ má v bodě 1 limitu $+\infty$

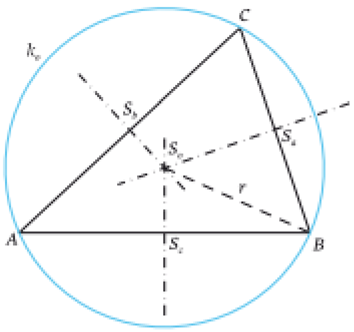
a píšeme: $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1}{x^2 - 2x + 1} = +\infty$.



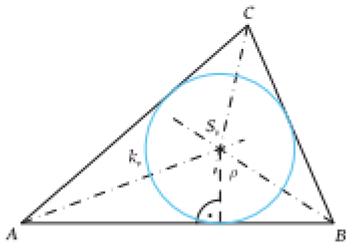
Důkaz z naukové ilustrace, zdroj: I-učebnice nakladatelství Fraus

Osy stran trojúhelníku se protínají v jednom bodě, který je středem **kružnice trojúhelníku opsané** (obr. 6).

Osy vnitřních úhlů trojúhelníku se protínají v jednom bodě, který je středem **kružnice trojúhelníku vepsané** (obr. 7).



obr. 6



obr. 7

Přehled použitých symbolů a značek, zdroj: I-učebnice nakladatelství Fraus

symbol	význam
$x \to a$	x se blíží k a
$x \to a^+$	x se blíží k a zprava
$x \to a^-$	x se blíží k a zleva
$x \to +\infty$	x se blíží k plus nekonečnu
$x \to -\infty$	x se blíží k minus nekonečnu

Krokované nápovědy a mezivýpočty, zdroj: I-učebnice nakladatelství Fraus

Příklad 2

Vypočtěte $\lim\limits_{x \to 1}(x^2 - 3x + 5)$.

řešení

1. krok

Funkce $f\colon y = x^2 - 3x + 5$ je polynomická funkce, která je spojitá v množině $\mathbb{R}$, tedy i v bodě $a = 1$.
Limita funkce v bodě 1 je proto rovna funkční hodnotě $f(1)$.

2. krok

$\lim\limits_{x \to 1}(x^2 - 3x + 5) = (1^2 - 3 \cdot 1 + 5) = 3$

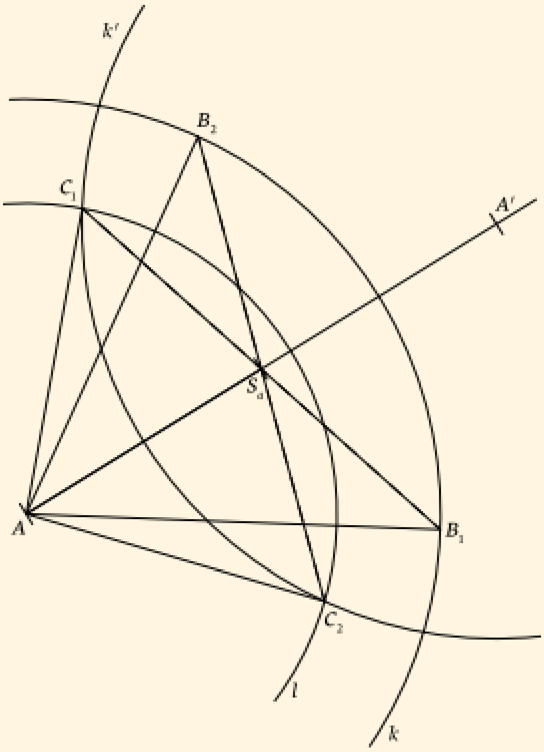
Krokované konstrukce, zdroj: I-učebnice nakladatelství Fraus

6. krok

Zápis konstrukce

1. $AS_a, |AS_a| = 4$ cm
2. k; $k(A; c = 6 \text{ cm})$
3. l; $l(A; b = 4{,}5 \text{ cm})$
4. A'; $\mathbf{S}(S_a)\colon A \to A'$
5. k'; $\mathbf{S}(S_a)\colon k \to k'$, $k'(A'; c = 6 \text{ cm})$
6. C; $C \in l \cap k'$
7. B; $\mathbf{S}(S_a)\colon C \to B$, $B \in k$
8. $\triangle ABC$

Konstrukce



Kalkulačka, zdroj: Khanova matematika

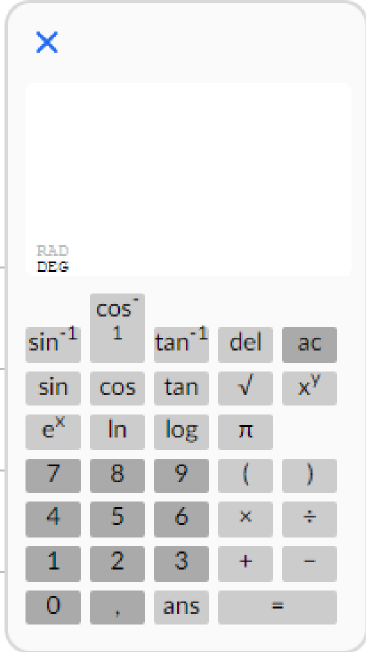
P udává počet lvů v jisté rezervaci t roků po jejím založení.

Která z interpretací následujícího tvrzení je nejlepší?

Hodnota derivace P v bodě $t = 6$ se rovná 12.

Vyber 1 odpověď:

- Po 6 letech počet lvů v rezervaci rostl rychlostí 12 lvů.
- Po 6 letech počet lvů v rezervaci rostl rychlostí 12 lvů za rok.
- Počet lvů v rezervaci roste rychlostí 12 lvů za 6 let.
- Po 6 letech bylo v rezervaci 12 lvů.



Skrýt kalkulačku

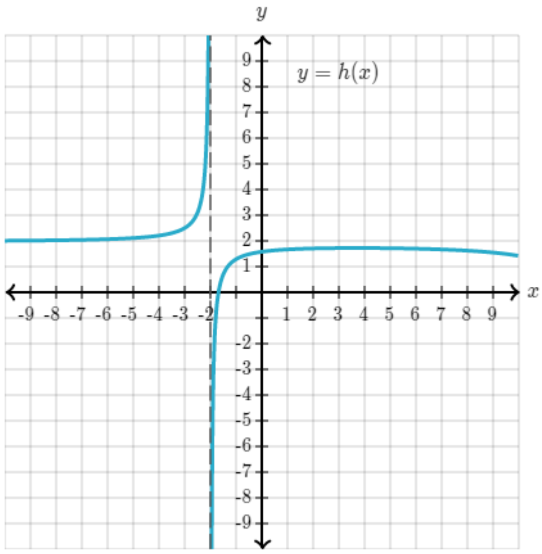
Příloha 6 – Testové úlohy

TÉMA: SPOJITOST FUNKCE	
SP1	Spojitost funkce v bodě (grafická úloha)
SP2	Spojitost běžných funkcí (algebraická úloha)
SP3	Odstraňování nespojistoti (algebraická úloha)
TÉMA: LIMITA FUNKCE	
LM1	Úvod do limit (grafická úloha)
LM2	Odhadování limit (grafická úloha)
LM3	Určování jednostranných limit (grafická úloha)
LM4	Limita a graf funkce (grafická úloha)
LM5	Nevlastní limity (grafická úloha)
LM6	Limity v nevlastních bodech (grafická úloha)
LM7	Určení hodnoty přímým dosazením hodnota (algebraická úloha)
LM8	Určení limity rozkladem na součin (algebraická úloha)
LM9	Určení limity usměrněním výrazu (algebraická úloha)
LM10	Limity v nevlastních bodech racionálních funkcí (algebraická úloha)
TÉMA: L´HOSPITALOVO PRAVIDLO	
LP1	L´Hospitalovo pravidlo: typ 0/0 (algebraická úloha)
LP2	L´Hospitalovo pravidlo: typ ∞/∞ (algebraická úloha)
TÉMA: PRŮBĚH FUNKCE SE VŠEMI ASPEKTY	
PR1	Derivace jako sklon křivky (grafická úloha)
PR2	Diferencovatelnost v bodě (grafická úloha)
PR3	Hledání stacionárních bodů (algebraická úloha)
PR4	Hledání intervalů, na kterých funkce roste či klesá (algebraická úloha)
PR5	Lokální maxima a minima funkce (algebraická úloha)
PR6	Úvod do konvexity funkce (grafická úloha)
PR7	Určování konvexity funkce (algebraická úloha)
PR8	Úvod do inflexních bodů funkce (grafická úloha)
PR9	Hledání inflexních bodů funkce (algebraická úloha)
PR10	Pochopení významu derivace v praktických úlohách (aplikační úloha)
PR11	Rychlost změny funkční hodnoty v praktických úlohách (aplikační úloha)
PR12	Globální maxima a minima funkce na uzavřeném intervalu (aplikační úloha)

Na následujících stranách nalezne čtenář zadání jednotlivých úloh, krokované nápovědy, teoretické nápovědy a mezivýpočty (pokud byly u úloh k dispozici).

Testová úloha SP1

Funkce h je zadána grafem.



Vyber všechna pravdivá tvrzení o funkci h v bodě $x = -2$.

Vyber všechny správné odpovědi.

- $\lim\limits_{x \to -2^+} h(x)$ i $\lim\limits_{x \to -2^-} h(x)$ existují
- $\lim\limits_{x \to -2} h(x)$ existuje
- h je v bodě $x = -2$ definovaná
- h je v bodě $x = -2$ spojitá
- Žádná z uvedených možností.

1 / 5

Na zadaná tvrzení se postupně podíváme jedno po druhém.

$\lim\limits_{x \to -2^+} h(x)$ **i** $\lim\limits_{x \to -2^-} h(x)$ **existují**

Podle grafu vidíme, že:

- $\lim\limits_{x \to -2^+} h(x)$ je nevlastní,
- $\lim\limits_{x \to -2^-} h(x)$ je nevlastní.

Takže **toto tvrzení je nepravdivé.**

2 / 5

$\lim\limits_{x \to -2} h(x)$ **existuje**

Aby $\lim\limits_{x \to -2} h(x)$ existovala, musí platit následující rovnost:

$$\lim_{x \to -2^+} h(x) = \lim_{x \to -2^-} h(x).$$

Protože $\lim\limits_{x \to -2^-} h(x)$ je kladné nekonečno a $\lim\limits_{x \to -2^+} h(x)$ je záporné nekonečno, $\lim\limits_{x \to -2} h(x)$ neexistuje.

Toto tvrzení je nepravdivé.

3 / 5

h **je v bodě** $x = -2$ **definovaná**

Podle grafu není pro $x = -2$ přiřazená žádná hodnota funkce h.

Toto tvrzení je nepravdivé.

4 / 5

h **je v bodě** $x = -2$ **spojitá**

Aby byla h v bodě $x = -2$ spojitá, musí platit následující:

$$\lim_{x \to -2} h(x) = h(-2).$$

Aby platila tato rovnost, $\lim\limits_{x \to -2} h(x)$ a $h(-2)$ musí existovat.

Už dříve jsme nahlédli, že $\lim\limits_{x \to -2} h(x)$ ani $h(-2)$ neexistují, takže h v bodě $x = -2$ není spojitá.

Toto tvrzení je nepravdivé.

5 / 5

Shrnutí

Ani jedno ze zadaných tvrzení není pravdivé!

Testová úloha SP2

Které z následujících funkcí jsou spojité v bodě $x = 0$?

$g(x) = \cot(x)$

$h(x) = \dfrac{1}{x^2}$

Vyber 1 odpověď:

- Pouze g
- Pouze h
- Jak g, tak h
- Ani g, ani h

1 / 4

Obě funkce $g(x) = \cot(x)$ a $h(x) = \dfrac{1}{x^2}$ jsou spojité pro všechna čísla x v jejich definičním oboru.

Leží $x = 0$ v definičních oborech funkcí g a h?

2 / 4

Funkce $g(x) = \cot(x) = \dfrac{\cos(x)}{\sin(x)}$ je definovaná pro všechna reálná čísla, pro která je $\sin(x)$ nenulový, takže jejím definičním oborem jsou všechna čísla x, pro která platí $x \neq k\pi$, kde k je celé číslo.

Pro $x = 0$ můžeme x napsat jako $k\pi$, kde $k = 0$. Číslo 0 tak v definičním oboru funkce $\cot(x)$ neleží.

Z toho důvodu funkce g v bodě $x = 0$ *není* spojitá.

3 / 4

Funkce $h(x) = \dfrac{1}{x^2}$ je definovaná pro všechna čísla x, pro která platí $x^2 \neq 0$. Jinými slovy, h je definovaná pro všechna čísla x, pro která platí $x \neq 0$.

Z toho důvodu funkce h v bodě $x = 0$ *není* spojitá.

4 / 4

V bodě $x = 0$ není spojitá ani jedna ze zadaných funkcí.

Testová úloha SP3

Označme $g(x) = \dfrac{x-5}{\sqrt{x-4}-1}$ pro $x \neq 5$.

Víme, že funkce g je spojitá pro všechna čísla $x > 4$.

Urči $g(5)$.

Vyber 1 odpověď:

- 2
- 8
- 5
- 10

1 / 3

Výraz $\dfrac{x-5}{\sqrt{x-4}-1}$ je spojitý pro všechna čísla $x > 4$ kromě $x = 5$, takže g je určitě spojitá pro všechna čísla $x > 4$ kromě $x = 5$.

Aby byla g spojitá i v bodě $x = 5$, musí platit následující:

$\lim\limits_{x \to 5} g(x) = g(5)$.

Výše uvedená rovnost tedy bude platit pro $g(5) = \lim\limits_{x \to 5} g(x)$.

Stačí nám tudíž určit $\lim\limits_{x \to 5} g(x)$. Jdeme na to!

2 / 3

$$\lim_{x \to 5} g(x)$$

$$= \lim_{x \to 5} \frac{x-5}{\sqrt{x-4}-1} \qquad \text{Toto je předpis pro } x \neq 5$$

$$= \lim_{x \to 5} \frac{x-5}{\sqrt{x-4}-1} \cdot \frac{\sqrt{x-4}+1}{\sqrt{x-4}+1} \qquad \text{Usměrníme výraz}$$

$$= \lim_{x \to 5} \frac{(x-5)(\sqrt{x-4}+1)}{x-4-1^2} \qquad \text{Zjednodušíme}$$

$$= \lim_{x \to 5} \frac{\cancel{(x-5)}(\sqrt{x-4}+1)}{\cancel{x-5}} \qquad \text{Vykrátíme}$$

$$= \lim_{x \to 5} (\sqrt{x-4}+1)$$

$(\text{To můžeme udělat, protože } x \neq 5)$

$$= \sqrt{5-4}+1 \qquad \text{Přímo dosadíme hodnotu}$$

$$= 2$$

Dostáváme, že když bude $g(5) = 2$, pak bude platit $\lim\limits_{x \to 5} g(x) = g(5)$, neboli g bude spojitá i v bodě $x = 5$.

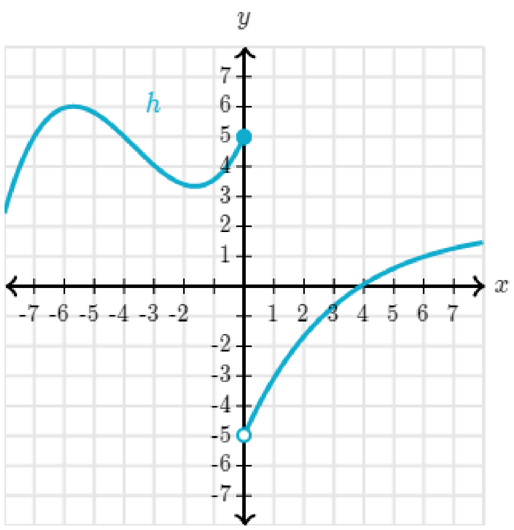
Protože už jsme dříve nahlédli, že g je spojitá pro všechna ostatní čísla $x > 4$, můžeme nyní říci, že už je spojitá pro všechna čísla $x > 4$.

3 / 3

Celkem: $k = 2$.

Testová úloha LM1

Funkce h je definovaná pro všechna reálná čísla.



Která z následujících možností je nejlepším odhadem $\lim\limits_{x\to 0} h(x)$?

Vyber 1 odpověď:

- -5
- 4
- 5
- Tato limita neexi

1 / 3

Limitou funkce je číslo, ke kterému se hodnota funkce "blíží", když se x blíží k nějakému číslu.

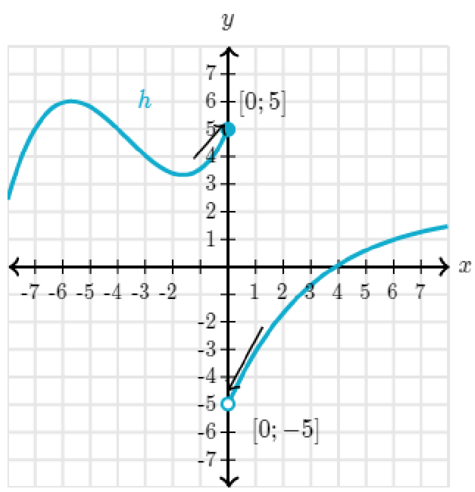
$\lim\limits_{x\to 0} h(x)$ je limita funkčních hodnot $h(x)$ pro x blížící se k 0.

Pohledem na graf zjistíme, zda se pro x blížící k 0 hodnoty y blíží k jednomu konkrétnímu číslu.

2 / 3

Když se k $x = 0$ blížíme zleva, y je čím dál tím blíže k číslu 5. Když se k $x = 0$ blížíme zprava, y je čím dál tím blíž k číslu -5.

Když se blížíme z obou stran, funkce se neblíží ke stejné hodnotě.

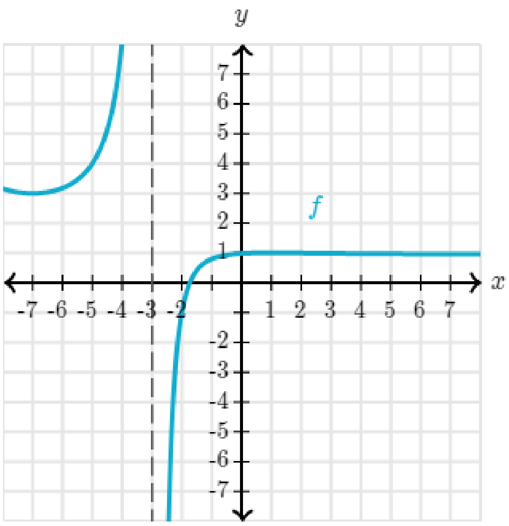


3 / 3

Limita $\lim\limits_{x\to 0} h(x)$ neexistuje.

Testová úloha LM2

Funkce f je definovaná pro všechna reálná čísla kromě $x = -3$.



Které z čísel je nejlepším odhadem $\lim_{x \to -3} f(x)$?

Vyber 1 odpověď:

- -3
- 1
- 0
- Tato limita neexistuje.

1 / 3 $\lim_{x \to -3} f(x)$ je limita hodnot funkce f pro x blížící se k -3.

Bodem $x = -3$ prochází *svislá asymptota* funkce f.

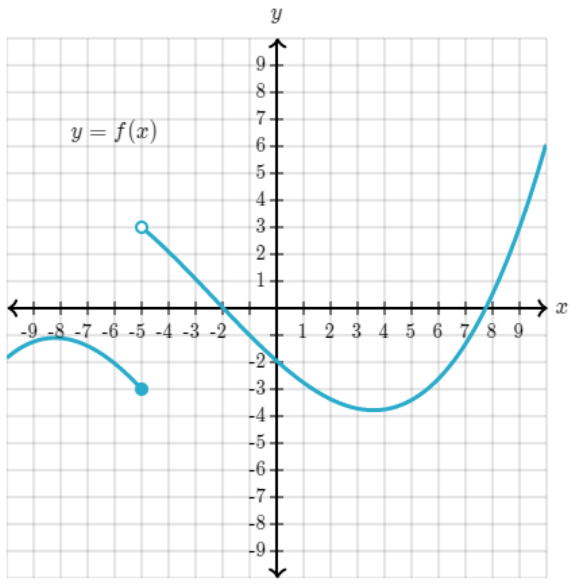
2 / 3 Když se k $x = -3$ blížíme zleva, y je čím dál tím blíže k ∞, zatímco když se k $x = -3$ blížíme zprava, y je čím dál tím blíž k $-\infty$.

Takže když se k $x = -3$ blížíme z obou stran, funkce se neblíží ke stejné hodnotě.

3 / 3 **Limita $\lim_{x \to -3} f(x)$ neexistuje.**

Testová úloha LM3

Funkce f je zadána grafem.



Kterému z čísel se nejspíše rovná $\lim\limits_{x \to -5^+} f(x)$?

Vyber 1 odpověď:

- -3
- 3
- -5
- Limita je nevlastní.

1 / 3

Nejprve si všimni, že podle grafu platí $f(-5) = -3$. To ale ještě neznamená, že limita se rovná tomu samému číslu!

Funkční hodnota v daném bodě a jednostranná limita v tomto bodě se sobě ve skutečnosti vůbec nemusí rovnat.

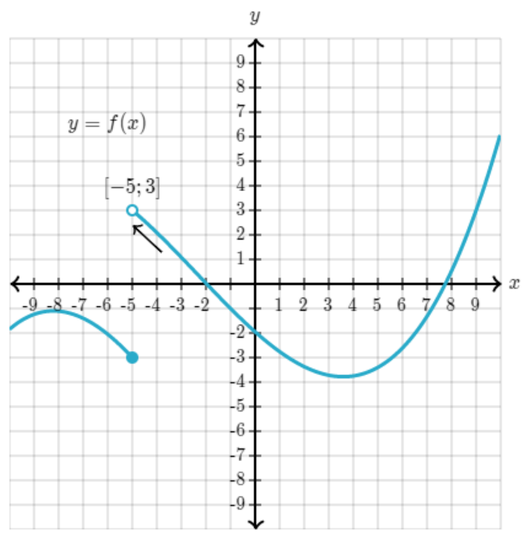
$\lim\limits_{x \to -5^+} f(x)$ představuje číslo, ke kterému se blíží funkční hodnoty $f(x)$, když se x blíží k -5 ***zprava*** (to, že se blížíme zprava, nám říká znaménko *plus* nahoře u čísla -5 pod symbolem $\lim$).

K jaké hodnotě se v tomto případě podle grafu blíží funkční hodnoty?

2 / 3

Vypadá to, že hodnoty $f(x)$ se blíží ke 3.

Jinak řečeno, když se zprava blížíme k $x = -5$, graf funkce se blíží k bodu $[-5; 3]$.

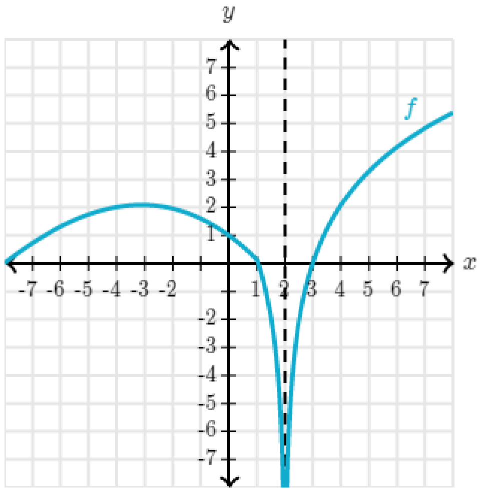


3 / 3

$\lim\limits_{x \to -5^+} f(x)$ **se nejspíše rovná** 3.

Testová úloha LM4

Je zadán graf funkce f. Přerušované čáry představují asymptoty.



Která tvrzení o limitách odpovídají zadanému grafu?

Vyber všechny správné odpovědi.

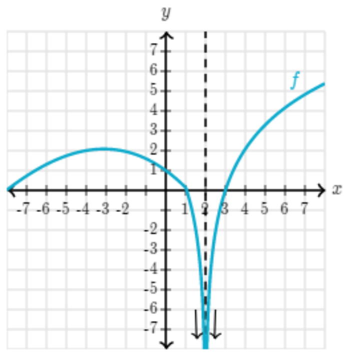
- ◯ $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ je nevlastní.
- ◯ $\lim\limits_{x\to -4^+} f(x) = 2$
- ◯ $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ je nevlastní.
- ◯ Žádná z uvedených možností.

1 / 4

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ je limita hodnot funkce f pro x blížící se ke 2 zleva, zatímco $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ představuje limitu hodnot f pro x blížící se ke 2 zprava.

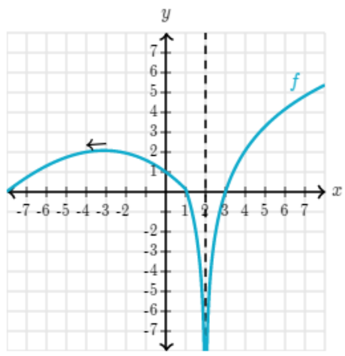
Existuje nějaká z těchto limit?

2 / 4



$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ i $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ podle grafu vypadají jako záporné nekonečno, takže obě limity jsou nevlastní.

3 / 4



$\lim\limits_{x\to -4^+} f(x)$ se skutečně zdá být rovna 2.

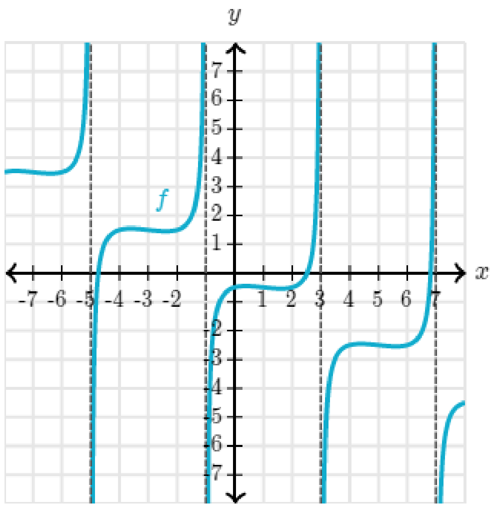
4 / 4

Zadanému grafu odpovídají tato tvrzení o limitách:

- $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ **je nevlastní.**
- $\lim\limits_{x\to -4^+} f(x) = 2$
- $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ **je nevlastní.**

Testová úloha LM5

Je zadán graf funkce f. Přerušované čáry představují asymptoty.



Která tvrzení o limitách odpovídají zadanému grafu?

Vyber všechny správné odpovědi.

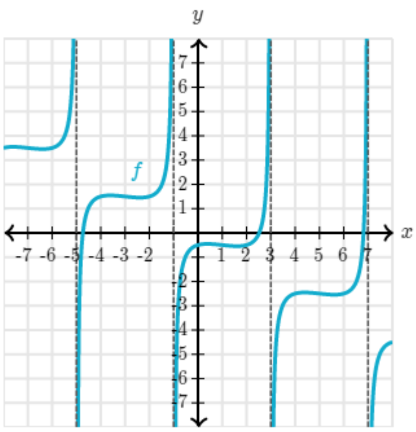
- $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to -5^-} f(x) = -\infty$

1 / 5

$\lim\limits_{x \to -1} f(x)$ je číslo, ke kterému se blíží funkční hodnoty $f(x)$ pro x blížící se k -1.

Blíží se v tomto případě funkční hodnoty k zápornému nekonečnu?

2 / 5



Vidíme, že v bodě $x = -1$ se hodnoty $f(x)$ blíží k nekonečnu, ale při blížení se zleva a zprava jde o různá nekonečna.

$\lim\limits_{x \to -1} f(x)$ tudíž neexistuje.

3 / 5

$\lim\limits_{x \to 3^+} f(x)$ je číslo, ke kterému se blíží funkční hodnoty $f(x)$ pro x blížící se ke 3 zprava.

Podle grafu to vypadá, že $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x)$ je skutečně záporné nekonečno.

4 / 5

$\lim\limits_{x \to -5^-} f(x)$ je číslo, ke kterému se blíží funkční hodnoty $f(x)$ pro x blížící se k -5 zleva.

Podle grafu to vypadá, že $\lim\limits_{x \to -5^-} f(x)$ je kladné nekonečno, ne záporné nekonečno.

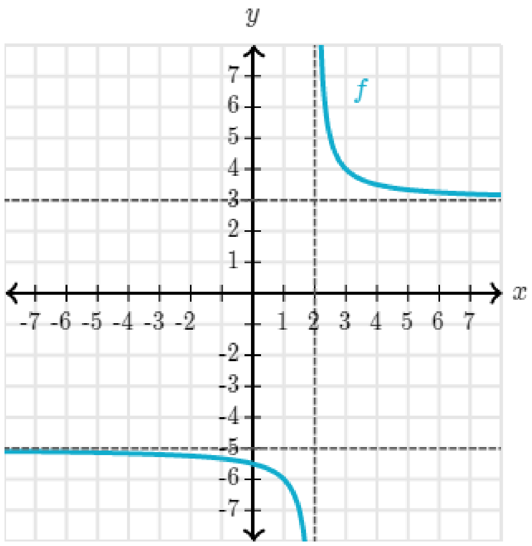
5 / 5

Zadanému grafu odpovídá pouze následující tvrzení:

$\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = -\infty.$

Testová úloha LM6

Funkce f je zadána grafem. Přerušované čáry představují asymptoty.



Urči limitu funkce f, když se blížíme ke kladnému a zápornému nekonečnu.

$\lim_{x \to -\infty} f(x) =$ ☐

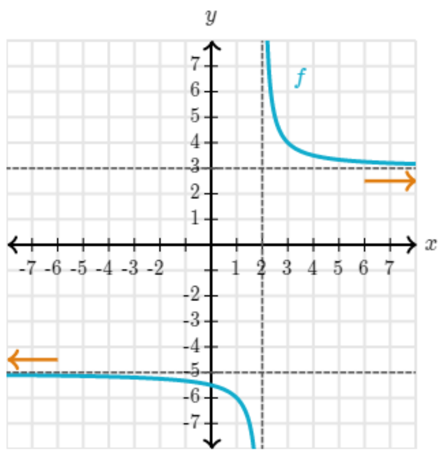
$\lim_{x \to \infty} f(x) =$ ☐

1 / 3

$\lim_{x \to -\infty} f(x)$ je číslo, ke kterému se blíží hodnoty funkce f, když je x nekonečně záporné (to znamená, že v grafu jdeme nekonečně doleva).

$\lim_{x \to \infty} f(x)$ představuje hodnotu, ke které se blíží hodnoty funkce f, když je x nekonečně kladné (to znamená, že v grafu jdeme nekonečně doprava).

2 / 3



Vypadá to, že $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ se rovná -5 a $\lim_{x \to \infty} f(x)$ je 3.

3 / 3

Limity funkce f pro x blížící se ke kladnému a zápornému nekonečnu vypadají takto:

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -5,$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = 3.$

Testová úloha LM7

Spočítej $\lim_{x \to 0} g(x)$, kde $g(x) = \dfrac{4x^2 - 15}{4x + 3}$.

1 / 3

g je racionální funkce.

Racionální funkce jsou spojité na celém svém definičním oboru, jímž jsou všechna reálná čísla, pro která je jmenovatel nenulový.

Jinak řečeno, pro každou racionální funkci r a libovolné číslo c z jejího definičního oboru platí:

$$\lim_{x \to c} r(x) = r(c).$$

Číslo $x = 0$ je v definičním oboru funkce g.

Limitu $\lim_{x \to 0} g(x)$ tak stačí určit jednoduchým vyčíslením předpisu funkce g pro $x = 0$.

2 / 3

$$\begin{aligned}
& g(x) \\
&= \frac{4x^2 - 15}{4x + 3} \\
&= \frac{4(0)^2 - 15}{4(0) + 3} \qquad \text{Dosazení } x = 0 \\
&= \frac{-15}{3} \\
&= -5
\end{aligned}$$

3 / 3

Celkem: $\lim_{x \to 0} g(x) = -5$.

Testová úloha LM8

$$\lim_{x \to 4} \frac{-5x^2 + 20x}{x^3 - 3x^2 - 4x} = \square$$

1 / 4

Když do výrazu $\dfrac{-5x^2 + 20x}{x^3 - 3x^2 - 4x}$ dosadíme $x = 4$, dostaneme neurčitý výraz $\dfrac{0}{0}$. To ale nutně neznamená, že limita neexistuje. Znamená to pouze, že abychom ji našli, budeme na tom muset ještě trochu zapracovat.

Jelikož se jedná o racionální výraz, můžeme se jej pokusit zjednodušit.

2 / 4

$\dfrac{-5x^2 + 20x}{x^3 - 3x^2 - 4x}$ můžeme zjednodušit na $\dfrac{-5}{x+1}$, a to pro $x \neq 0, 4$.

[Prosím, ukažte mi toto zjednodušení.]

To znamená, že tyto dva výrazy nabývají stejných hodnot pro všechna x (ze svých definičních oborů) kromě 0 a 4.

Nyní můžeme použít následující větu:

Pokud pro všechna x v daném intervalu kromě $x = c$ platí $f(x) = g(x)$, pak $\lim\limits_{x \to c} f(x) = \lim\limits_{x \to c} g(x)$.

3 / 4

V našem případě je $\dfrac{-5x^2 + 20x}{x^3 - 3x^2 - 4x} = \dfrac{-5}{x+1}$ pro všechna x v intervalu $(3, 5)$ kromě $x = 4$.

Proto $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{-5x^2 + 20x}{x^3 - 3x^2 - 4x} = \lim\limits_{x \to 4} \dfrac{-5}{x+1} = -1$.

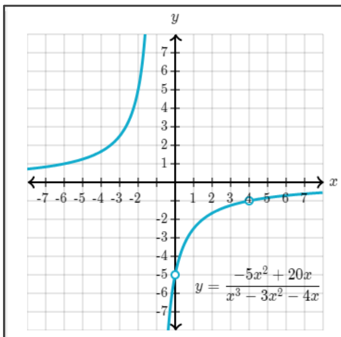
(Poslední limitu jsme vypočítali přímým dosazením hodnoty za x.)

[Chci se podívat, jak to vypadá graficky!]

4 / 4

Shrneme-li to, $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{-5x^2 + 20x}{x^3 - 3x^2 - 4x} = -1$.

$$\begin{aligned}
&\frac{-5x^2 + 20x}{x^3 - 3x^2 - 4x} \\
&= \frac{-5x(x-4)}{x(x-4)(x+1)} && \text{Vytkni z čitatele a jmenovatele} \\
&= \frac{-5\cancel{x}\cancel{(x-4)}}{\cancel{x}\cancel{(x-4)}(x+1)} && \text{Vykrať společným výrazem} \\
&= \frac{-5}{x+1}, \ \text{pro } x \neq 0, 4
\end{aligned}$$



$\dfrac{-5x^2 + 20x}{x^3 - 3x^2 - 4x}$ se chová jako výraz $\dfrac{-5}{x+1}$ a má odstranitelnou nespojitost v bodech $x = 4$ a $x = 0$.

Proto můžeme jednoduše říci, že $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{-5x^2 + 20x}{x^3 - 3x^2 - 4x} = -1$.

Testová úloha LM9

$$\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{1-\sqrt{3x-5}} = \boxed{}$$

1 / 4

Když do $\frac{x-2}{1-\sqrt{3x-5}}$ dosadíme $x = 2$, dostaneme neurčitý výraz $\frac{0}{0}$. To ale nutně neznamená, že limita neexistuje. Znamená to pouze, že abychom ji našli, budeme na tom muset ještě trochu zapracovat.

Jelikož pracujeme s lomeným výrazem obsahujícím odmocninu, pokusíme se výraz přepsat pomocí metody *usměrňování zlomků.*

2 / 4

$$\frac{x-2}{1-\sqrt{3x-5}}$$

$$= \frac{x-2}{1-\sqrt{3x-5}}\cdot\frac{1+\sqrt{3x-5}}{1+\sqrt{3x-5}} \qquad \text{Usměrni zlomek}$$

$$= \frac{(x-2)(1+\sqrt{3x-5})}{1^2-(3x-5)}$$

$$= \frac{\cancel{(x-2)}(1+\sqrt{3x-5})}{-3\cancel{(x-2)}} \qquad \text{Vykrať společným výrazem}$$

$$= \frac{1+\sqrt{3x-5}}{-3}, \text{ pro } x \neq 2$$

To znamená, že tyto dva výrazy nabývají stejných hodnot pro všechna x (ze svých definičních oborů) kromě 2.

Nyní můžeme použít následující větu:

Pokud pro všechna x v daném intervalu kromě $x = c$ platí $f(x) = g(x)$, pak $\lim\limits_{x\to c} f(x) = \lim\limits_{x\to c} g(x)$.

3 / 4

V našem případě je $\frac{x-2}{1-\sqrt{3x-5}} = \frac{1+\sqrt{3x-5}}{-3}$ pro všechna x v intervalu $(1{,}5, 2{,}5)$ kromě $x = 2$.

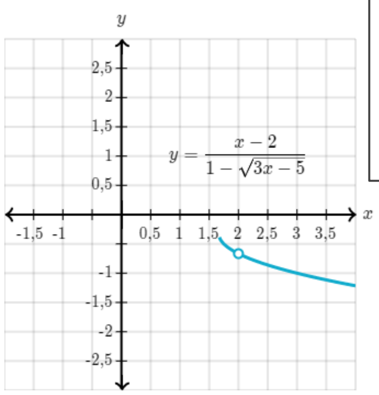
Proto $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x-2}{1-\sqrt{3x-5}} = \lim\limits_{x\to 2}\frac{1+\sqrt{3x-5}}{-3} = -\frac{2}{3}$.

(Poslední limitu jsme vypočítali přímým dosazením hodnoty za x.)

[Chci se podívat, jak to vypadá graficky!]

4 / 4

Shrneme-li to, $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x-2}{1-\sqrt{3x-5}} = -\frac{2}{3}$.



$\frac{x-2}{1-\sqrt{3x-5}}$ se chová jako výraz $\frac{1+\sqrt{3x-5}}{-3}$ a má odstranitelnou nespojitost v bodě $x = 2$.

Proto můžeme jednoduše říci, že $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x-2}{1-\sqrt{3x-5}} = -\frac{2}{3}$.

Testová úloha LM10

Urči $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5x^4 + x^2}{2x^4 - x^3 - 4}$.

Vyber 1 odpověď:

- $\dfrac{5}{2}$
- 0
- $-\dfrac{1}{4}$
- Tato limita je nevlastní.

1 / 4

U limit racionálních funkcí mohou nastat tyto tři případy:

1. Pokud je nejvyšší stupeň v čitateli *menší než* nejvyšší stupeň ve jmenovateli, limita se rovná 0.
2. Pokud je nejvyšší stupeň v čitateli *stejný jako* nejvyšší stupeň ve jmenovateli, limita se rovná podílu jejich koeficientů.
3. Pokud je nejvyšší stupeň v čitateli *větší než* nejvyšší stupeň ve jmenovateli, limita je nevlastní.

2 / 4

V případě $\dfrac{5x^4 + x^2}{2x^4 - x^3 - 4}$ je nejvyšší stupeň v čitateli (4) *stejný* jako nejvyšší stupeň ve jmenovateli (4).

Limita se tak rovná podílu koeficientů před nimi, které jsou 5 a 2. Jinak řečeno, $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5x^4 + x^2}{2x^4 - x^3 - 4} = \dfrac{5}{2}$.

3 / 4

Limitu ale můžeme spočítat i přímo bez znalosti těchto tří případů, což si hned ukážeme.

Během výpočtu využijeme to, že pro libovolné nenulové číslo k a kladnou mocninu n je limita $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{k}{x^n}$ rovna 0.

$$\begin{aligned}
&\lim_{x\to\infty} \frac{5x^4 + x^2}{2x^4 - x^3 - 4} \\
&= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{5x^4 + x^2}{x^4}}{\frac{2x^4 - x^3 - 4}{x^4}} && \text{Čitatele i jmenovatele vydělíme výrazem } x^4 \\
&= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{5\cancel{x^4}}{\cancel{x^4}} + \frac{\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}\cdot x^2}}{\frac{2\cancel{x^4}}{\cancel{x^4}} - \frac{\cancel{x^3}}{x\cdot\cancel{x^3}} - \frac{4}{x^4}} \\
&= \lim_{x\to\infty} \frac{5 + \frac{1}{x^2}}{2 - \frac{1}{x} - \frac{4}{x^4}} \\
&= \frac{5+0}{2-0-0} && \lim_{x\to\infty} \frac{k}{x^n} = 0 \\
&= \frac{5}{2}
\end{aligned}$$

4 / 4

Zjistili jsme, že $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5x^4 + x^2}{2x^4 - x^3 - 4} = \dfrac{5}{2}$.

Testová úloha LP1

Spočítej $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \dfrac{-\cos(x)}{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$.

Vyber 1 odpověď:

- -2π
- -1
- 1
- Tato limita neexistuje.

Mějme funkce u a v takové, že $\lim\limits_{x \to c} u(x) = \lim\limits_{x \to c} v(x) = 0$ nebo $\pm\infty$ pro nějakou hodnotu c, a předpokládejme, že chceme spočítat limitu $\lim\limits_{x \to c} \dfrac{u(x)}{v(x)}$.

L'Hospitalovo pravidlo v zásadě říká, že *pokud* limita $\lim\limits_{x \to c} \dfrac{u'(x)}{v'(x)}$ *existuje* nebo je *nevlastní*, tak jsou si tyto dvě limity rovny:

$$\lim_{x \to c} \frac{u(x)}{v(x)} = \lim_{x \to c} \frac{u'(x)}{v'(x)}.$$

1 / 3

Když do výrazu $\dfrac{-\cos(x)}{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$ dosadíme $x = \dfrac{\pi}{2}$, dostaneme neurčitý výraz $\dfrac{0}{0}$.

Protože zadaný výraz obsahuje různé typy funkcí, nemůžeme ho nijak algebraicky upravit tak, aby se nám limita lépe počítala.

Měli bychom tedy použít L'Hopitalovo pravidlo. [Připomeň mi, co je L'Hopitalovo pravidlo.]

2 / 3

$$\begin{aligned}
&\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{-\cos(x)}{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} \\
&= \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\frac{d}{dx}[-\cos(x)]}{\frac{d}{dx}\left[x - \frac{\pi}{2}\right]} && \text{L'Hopitalovo pravidlo} \\
&= \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{1} \\
&= \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{1} && \text{Dosazení hodnoty} \\
&= 1
\end{aligned}$$

Všimni si, že L'Hopitalovo pravidlo jsme mohli použít jedině proto, že limita $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\frac{d}{dx}[-\cos(x)]}{\frac{d}{dx}\left[x - \frac{\pi}{2}\right]}$ skutečně existuje.

3 / 3

Celkem jsme spočítali, že $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \dfrac{-\cos(x)}{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} = 1.$

Testová úloha LP2

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^4}{3x^2-7x} = ?$$

Vyber 1 odpověď:

- 0
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{2}{3}$
- ∞

Mějme funkce u a v takové, že $\lim_{x\to c} u(x) = \lim_{x\to c} v(x) = 0$ nebo $\pm\infty$ pro nějakou hodnotu c, a předpokládejme, že chceme spočítat limitu $\lim_{x\to c} \frac{u(x)}{v(x)}$.

L'Hospitalovo pravidlo v zásadě říká, že *pokud* limita $\lim_{x\to c} \frac{u'(x)}{v'(x)}$ *existuje* nebo je *nevlastní*, tak jsou si tyto dvě limity rovny:

$$\lim_{x\to c} \frac{u(x)}{v(x)} = \lim_{x\to c} \frac{u'(x)}{v'(x)}.$$

1 / 3

$\lim_{x\to\infty} x^4 = \infty$ a $\lim_{x\to\infty} 3x^2 - 7x = \infty$, takže $\lim_{x\to\infty} \frac{x^4}{3x^2-7x}$ nám vyjde jako neurčitý výraz $\frac{\infty}{\infty}$.

Měli bychom použít l'Hospitalovo pravidlo. [Připomeň mi, co je l'Hospitalovo pravidlo.]

2 / 3

$$\begin{aligned}
&\lim_{x\to\infty} \frac{x^4}{3x^2-7x} \\
&= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{d}{dx}\left[x^4\right]}{\frac{d}{dx}\left[3x^2-7x\right]} && \text{l'Hospitalovo pravidlo} \\
&= \lim_{x\to\infty} \frac{4x^3}{6x-7} \\
&= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{d}{dx}\left[4x^3\right]}{\frac{d}{dx}\left[6x-7\right]} && \text{l'Hospitalovo pravidlo} \\
&= \lim_{x\to\infty} \frac{12x^2}{6} \\
&= \infty
\end{aligned}$$

Všimni si, že l'Hospitalovo pravidlo jsme použili *dvakrát*, protože po jeho prvním použití nám opět vyšel neurčitý výraz $\frac{\infty}{\infty}$.

Dále si všimni, že l'Hospitalovo pravidlo jsme mohli použít jedině proto, že limitu $\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{d}{dx}\left[4x^3\right]}{\frac{d}{dx}\left[6x-7\right]}$ lze skutečně určit.

3 / 3

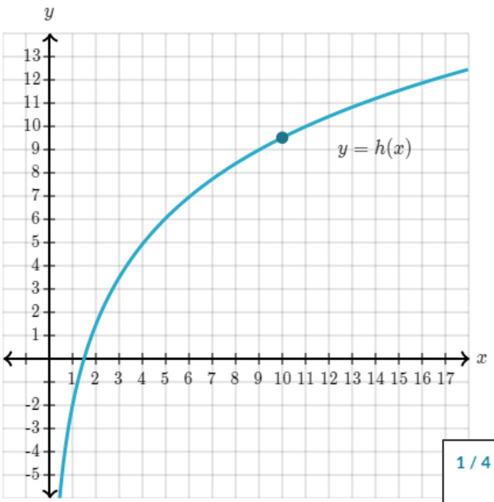
Celkem jsme spočítali, že $\lim_{x\to\infty} \frac{x^4}{3x^2-7x} = \infty$.

Testová úloha PR1

Vyber nejlepší odhad pro $h'(10)$.

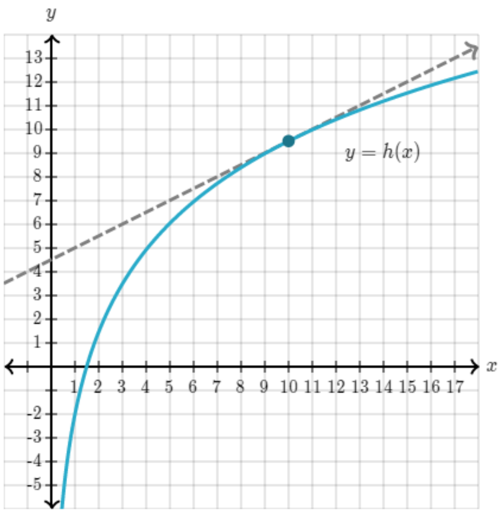
Vyber 1 odpověď:

- -10
- 0
- 10
- $-0{,}5$
- $0{,}5$



1 / 4 Na derivaci $h'(x)$ funkce h v bodě x se můžeme dívat jako na strmost a směr neboli sklon grafu funkce v daném bodě.

2 / 4 Zde vidíme strmost a směr grafu funkce h v bodě $x = 10$:



3 / 4 Vidíme, že graf je v bodě $x = 10$ rostoucí, což znamená, že sklon musí být větší než 0.

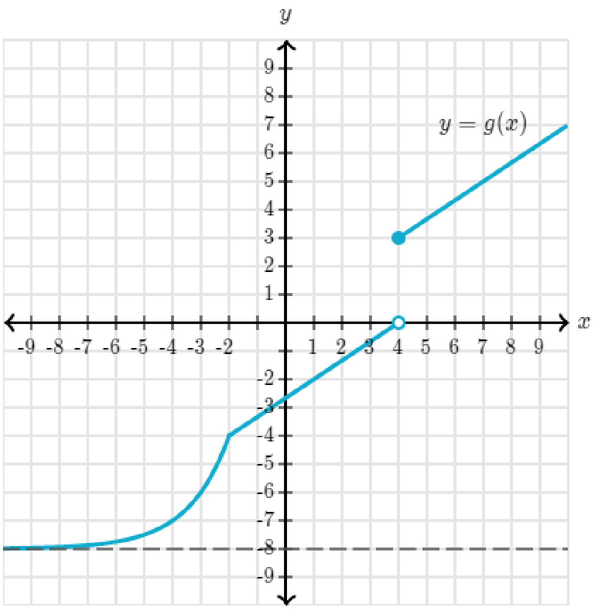
Navíc sklon je méně strmý než sklon 1.

4 / 4 **Z nabízených možností je jedinou vhodnou hodnotou $h'(10)$ číslo $0{,}5$.**

Takže $h'(10) = 0{,}5$.

Testová úloha PR2

Zde je nakreslena funkce g. Čárkované přímky znázorňují asymptoty.



Najdi všechny body x, ve kterých funkce g nemá derivaci (není diferencovatelná).

Vyber všechny správné odpovědi.

- -8
- -2
- 3
- 4

1 / 5 Jsou tři případy, kdy funkce není diferencovatelná:

1. Kdykoli funkce není spojitá.
2. Kdykoli má graf funkce *svislou* tečnu.
3. Kdykoli má graf funkce ostrou změnu/špičku.

2 / 5 Vidíme, že v bodě $x = 4$ dochází v grafu ke skoku, což znamená, že funkce zde není spojitá a tudíž ani diferencovatelná.

3 / 5 Vidíme, že graf má v bodě $x = -2$ ostrou špičku, takže funkce v tomto bodě nemá derivaci.

4 / 5 V ostatních bodech je graf spojitý a nemá žádné ostré špičky ani svislé tečny.

5 / 5 **Zadaná funkce není diferencovatelná (nemá derivaci) v těchto bodech x:**

- $x = -2,$
- $x = 4.$

Testová úloha PR3

$h(x) = \frac{e^x}{x-1}$

Které z následujících bodů jsou stacionárními body funkce h?

Vyber všechny správné odpovědi.

- $x = 0$
- $x = 1$
- $x = 2$
- Funkce h nemá žádné stacionární body.

1 / 4

Stacionární bod funkce h je bod ležící v jejím definičním oboru, ve kterém je derivace funkce h buď rovna nule, nebo v něm derivace není definovaná.

Abychom tedy našli stacionární body funkce h, musíme tuto funkci nejprve zderivovat.

2 / 4

$$h'(x) = \frac{d}{dx}\left[\frac{e^x}{x-1}\right]$$

$$= \frac{\frac{d}{dx}[e^x](x-1) - (e^x)\frac{d}{dx}[x-1]}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{e^x(x-1) - e^x(1)}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$$

Nyní pojďme najít ta čísla x, pro která je h' buď nulová, nebo nedefinovaná.

3 / 4

$\frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2} = 0$ pro $x = 2$.

$\frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$ není definováno pro $x = 1$.

Funkce $h(x) = \frac{e^x}{x-1}$ však pro $x = 1$ také není definovaná, takže nejde o stacionární bod.

4 / 4

Závěrem je, že funkce h má pouze jeden stacionární bod, a to:

$x = 2$

Testová úloha PR4

Funkce h je definovaná pro všechna reálná čísla kromě -1.

Derivace funkce h, tedy h', je definovaná předpisem $h'(x) = \dfrac{(x+5)}{(x+1)}$.

Na kterých intervalech funkce h roste?

Vyber 1 odpověď:

- ◯ $(-\infty; -5)$ a $(-1; \infty)$
- ◯ $(-5; -1)$ a $(-1; \infty)$
- ◯ Pouze $(-5; -1)$
- ◯ Pouze $(-\infty; -5)$
- ◯ Celý definiční obor funkce h

Stacionární body funkce h jsou taková x ležící uvnitř definičního oboru funkce h, pro která platí, že buď $h'(x) = 0$, nebo že pro ně h' není definovaná.

1 / 4 Když chceme zjistit, na kterých intervalech funkce h roste/klesá, tak se musíme podívat, na kterých intervalech je její derivace h' kladná/záporná.

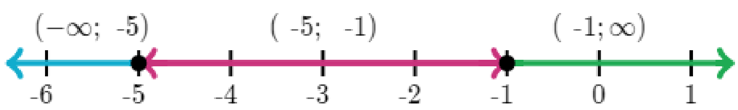
Funkce se může změnit z rostoucí na klesající nebo naopak pouze v bodech, kterým říkáme stacionární body, a v bodech, kde samotná funkce není definovaná.

2 / 4 Ze zadání víme, že $h'(x) = \dfrac{(x+5)}{(x+1)}$ a že h není definovaná pro $x = -1$.

- $h'(x) = 0$ pro $x = -5$.

Jediným stacionárním bodem je tedy bod $x = -5$. V potaz bychom měli vzít také bod $x = -1$.

3 / 4 Naše body rozdělují číselnou osu na tři intervaly.



Z každého intervalu do h' dosadíme jedno číslo, čímž zjistíme, zda je h' na daném intervalu kladná nebo záporná.

Interval	Dosazovaná hodnota x	$h'(x)$	Závěr
$(-\infty; -5)$	$x = -6$	$h'(-6) = \dfrac{1}{5} > 0$	h roste ↗
$(-5; -1)$	$x = -2$	$h'(-2) = -3 < 0$	h klesá ↘
$(-1; \infty)$	$x = 0$	$h'(0) = 5 > 0$	h roste ↗

4 / 4 **Závěrem je, že funkce h roste na intervalech $(-\infty; -5)$ a $(-1; \infty)$.**

Testová úloha PR5

h je polynomiální funkce, jejíž **derivace** h' je definovaná předpisem $h'(x) = (x+2)(x+1)(x-3)$.

V kolika bodech má funkce h lokální *minimum*?

Vyber 1 odpověď:

- Žádný
- Jeden
- Dva
- Tři

Stacionární body funkce h jsou taková x ležící uvnitř definičního oboru funkce h, pro která platí, že buď $h'(x) = 0$, nebo že pro ně h' není definovaná.

1 / 5

Lokální extrémy (tedy lokální minima a maxima) funkce h najdeme tak, že zjistíme, na kterých intervalech je její derivace h' kladná/záporná.

Funkce se může změnit z klesající na rostoucí nebo naopak pouze v bodech, kterým říkáme stacionární body, a v bodech, kde samotná funkce není definovaná.

2 / 5

Ze zadání víme, že $h'(x) = (x+2)(x+1)(x-3)$.

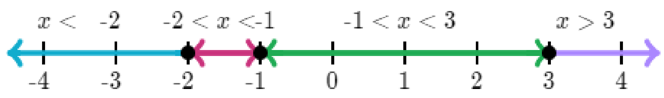
- $h'(x) = 0$ pro $x = -2$, $x = -1$ a $x = 3$.
- h' je polynom, takže je definovaná pro všechna reálná čísla.

Stacionárními body jsou tudíž body $x = -2$, $x = -1$ a $x = 3$.

h je definovaná pro všechna reálná čísla, takže stačí vzít v potaz pouze stacionární body.

3 / 5

Naše stacionární body rozdělují číselnou osu na čtyři intervaly.



Z každého intervalu do h' dosadíme jedno číslo, čímž zjistíme, zda je h' na daném intervalu kladná nebo záporná.

Interval	Dosazovaná hodnota x	$h'(x)$	Závěr
$x < -2$	$x = -3$	$h'(-3) = -12 < 0$	h klesá ↘
$-2 < x < -1$	$x = -\frac{3}{2}$	$h'\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{8} > 0$	h roste ↗
$-1 < x < 3$	$x = 0$	$h'(0) = -6 < 0$	h klesá ↘
$x > 3$	$x = 4$	$h'(4) = 30 > 0$	h roste ↗

4 / 5

Nyní se podívejme na stacionární body.

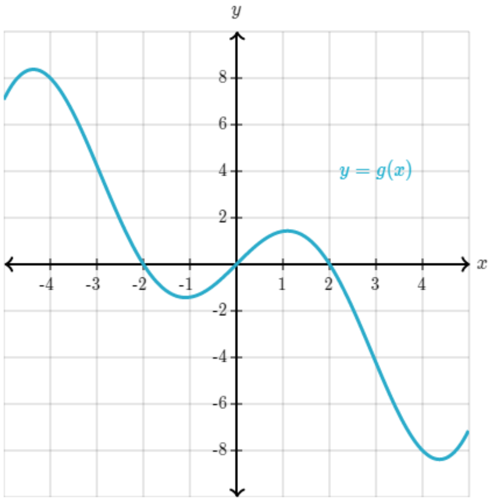
x	Před	Po	Závěr
-2	↘	↗	Minimum
-1	↗	↘	Maximum
3	↘	↗	Minimum

5 / 5

Vidíme, že funkce h má *dvě* lokální minima.

Testová úloha PR6

Níže je nakreslený graf funkce g.



Vyber všechny intervaly, na kterých platí $g'(x) < 0$ a $g''(x) < 0$.

Vyber všechny správné odpovědi.

- ◯ $-4 < x < -3$
- ◯ $1{,}5 < x < 2$
- ◯ $2 < x < 3$
- ◯ Žádná z uvedených možností.

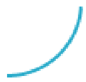
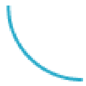
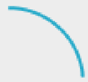
1 / 3

$g'(x) > 0$ znamená, že g je **rostoucí**.

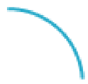
$g'(x) < 0$ znamená, že g je **klesající**.

$g''(x) > 0$ znamená, že sklon funkce g roste (g je **konvexní**).

$g''(x) < 0$ znamená, že sklon funkce g klesá (g je **konkávní**).

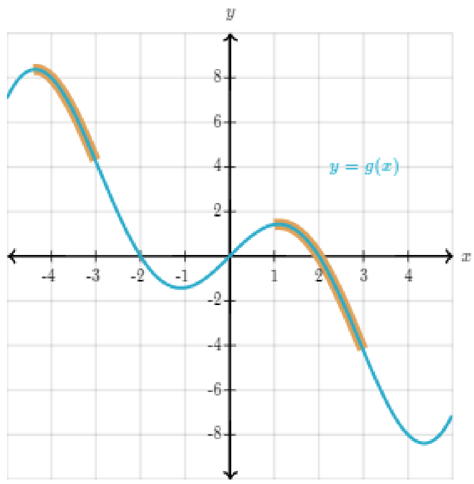
		$g'(x) > 0$	$g'(x) < 0$
		g je **rostoucí**	g je **klesající**
$g''(x) > 0$	g je **konvexní**		
$g''(x) < 0$	g je **konkávní**		

Naším úkolem je vybrat intervaly, na kterých platí $g'(x) < 0$ a $g''(x) < 0$, takže půjde o intervaly, na kterých bude mít graf funkce g obecně tento tvar:



2 / 3

Vidíme, že $g'(x) < 0$ a $g''(x) < 0$ platí tady.



3 / 3

Nyní se podíváme na intervaly v zadání.

Interval	Tvar grafu	Platí $g'(x) < 0$ a $g''(x) < 0$?
$-4 < x < -3$		Ano!
$1{,}5 < x < 2$		Ano!
$2 < x < 3$		Ano!

Testová úloha PR7

$g(x) = \dfrac{3}{x+2}$.

Na kterých intervalech je funkce g konvexní?

Vyber 1 odpověď:

- Pouze $(-2; \infty)$
- Pouze $(0; \infty)$
- Pouze $(-\infty; -2)$
- Pouze $(2; \infty)$

Nejprve zderivujeme g, abychom našli předpis pro g':

$$g'(x)$$
$$= \frac{d}{dx}\left(\frac{3}{x+2}\right)$$
$$= 3\frac{d}{dx}[(x+2)^{-1}]$$
$$= 3[-(x+2)^{-2}]$$
$$= -3(x+2)^{-2}$$

Nyní zderivujeme g', čímž dostaneme g'':

$$g''(x)$$
$$= \frac{d}{dx}[-3(x+2)^{-2}]$$
$$= -3[-2(x+2)^{-3}]$$
$$= \frac{6}{(x+2)^3}$$

1 / 4 Intervaly, na kterých je funkce g konvexní/konkávní, nalezneme tak, že zjistíme, kde je *druhá* derivace g'' kladná/záporná.

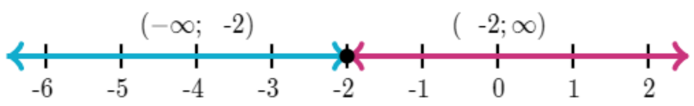
Toto se velmi podobá hledání intervalů, na kterých je funkce rostoucí/klesající, pouze místo g' pracujeme s g''.

2 / 4 Druhá derivace funkce g je $g''(x) = \dfrac{6}{(x+2)^3}$. [Ukaž mi celý postup.]

- g'' se nikdy nerovná 0.
- g'' není definovaná pro $x = -2$.

Bude nás tedy zajímat bod $x = -2$.

3 / 4 Tento bod rozděluje definiční obor funkce g (což jsou všechna čísla kromě -2) na dva intervaly.



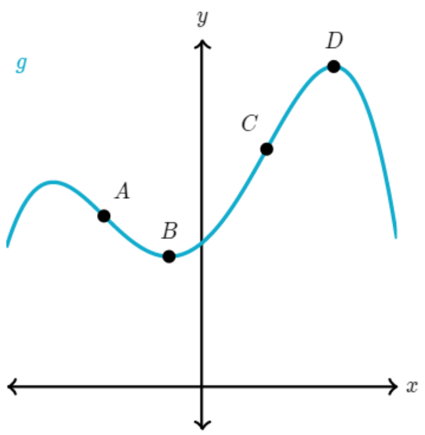
Z každého intervalu do g'' dosadíme jedno číslo, čímž zjistíme, zda je g'' na daném intervalu kladná nebo záporná.

Interval	Dosazovaná hodnota x	$g''(x)$	Závěr
$(-\infty; -2)$	$x = 1$	$g''(-3) = -6 < 0$	g je konkávní $\cap$
$(-2; \infty)$	$x = 3$	$g''(-1) = 6 > 0$	g je konvexní $\cup$

4 / 4 **Závěrem je, že funkce g je konvexní pouze na intervalu $(-2; \infty)$.**

Testová úloha PR8

g je dvakrát diferencovatelná funkce.



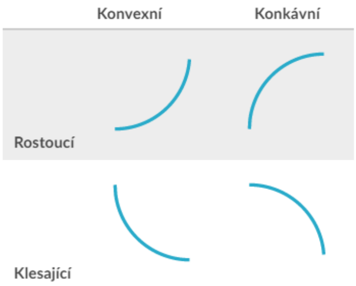
Které z vyznačených bodů jsou inflexními body funkce g?

Vyber všechny správné odpovědi.

- A
- B
- C
- D
- Funkce nemá žádné inflexní body.

Funkce je konvexní tehdy, když její derivace roste, a konkávní tehdy, když její derivace klesá. Konvexita funkce nijak neovlivňuje to, zda funkce samotná roste nebo klesá, ale ovlivňuje tvar jejího grafu.

V této tabulce se můžeš podívat, jaký tvar má graf rostoucí/klesající funkce, která je konvexní/konkávní:

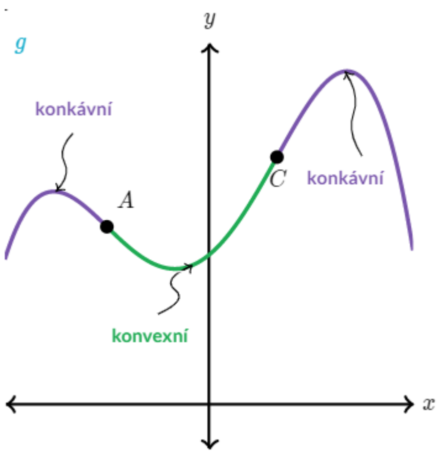


1 / 2 Inflexní bod funkce je bod, ve kterém funkce mění svou konvexitu (z konvexní na konkávní nebo naopak).

Obecně platí, že grafy konvexních funkcí mají tvar údolí ∪, zatímco grafy konkávních funkcí mají tvar kopce ∩.

[Připomeň mi, co je to konvexita funkce.]

2 / 2 **Funkce g svou konvexitu mění v bodech A a C.**



Testová úloha PR9

$g(x) = 3x^5 - 30x^4$.

Které z následujících bodů x jsou inflexními body funkce g?

Vyber všechny správné odpovědi.

- $x = 0$
- $x = 6$
- $x = 10$
- g nemá žádný inflexní bod.

Nejdříve zderivujme g, abychom našli předpis pro g'.

$$g'(x)$$
$$= \frac{d}{dx}(3x^5 - 30x^4)$$
$$= 3\frac{d}{dx}(x^5) - 30\frac{d}{dx}(x^4)$$
$$= 3(5x^4) - 30(4x^3)$$
$$= 15x^4 - 120x^3$$

Teď zderivujme g', čímž dostaneme g''.

$$g''(x)$$
$$= \frac{d}{dx}(15x^4 - 120x^3)$$
$$= 15\frac{d}{dx}(x^4) - 120\frac{d}{dx}(x^3)$$
$$= 15(4x^3) - 120(3x^2)$$
$$= 60x^3 - 360x^2$$
$$= 60(x^3 - 6x^2)$$
$$= 60x^2(x - 6)$$

1 / 4

Inflexní body funkce g najdeme tak, že zjistíme, na kterých intervalech je její *druhá derivace* g'' kladná/záporná.

To se velmi podobá hledání bodů lokálního minima/maxima, jen místo g' pracujeme s g''.

2 / 4

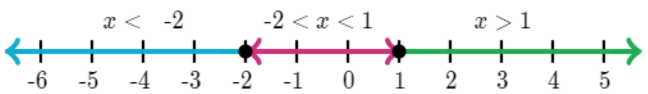
Druhá derivace funkce g je $g''(x) = 60x^2(x - 6)$. [Ukaž mi celý postup.]

- $g''(x) = 0$ pro $x = 0$ a $x = 6$.
- g'' je polynom, takže je definovaná pro všechna reálná čísla.

Možnými inflexními body jsou tedy body $x = 0$ a $x = 6$.

3 / 4

Naše možné inflexní body rozdělují číselnou osu na tři intervaly.



Z každého intervalu do g'' dosadíme jedno číslo, čímž zjistíme, zda je g'' na daném intervalu kladná nebo záporná.

Interval	Dosazovaná hodnota x	$g''(x)$	Závěr
$x < 0$	$x = -1$	$g''(-1) = -420 < 0$	g je konkávní $\cap$
$0 < x < 6$	$x = 1$	$g''(1) = -300 < 0$	g je konkávní $\cap$
$x > 6$	$x = 7$	$g''(7) = 2940 > 0$	g je konvexní $\cup$

Vidíme, že konvexita funkce g se mění v bodě $x = 6$.

4 / 4

Závěrem je, že jediným inflexním bodem funkce g je bod $x = 6$.

Testová úloha PR10

P udává počet lvů v jisté rezervaci t roků po jejím založení.

Která z interpretací následujícího tvrzení je nejlepší?

Hodnota derivace P *v bodě* $t = 6$ *se rovná* 12.

Vyber 1 odpověď:

- Po 6 letech počet lvů v rezervaci rostl rychlostí 12 lvů.
- Po 6 letech počet lvů v rezervaci rostl rychlostí 12 lvů za rok.
- Počet lvů v rezervaci roste rychlostí 12 lvů za 6 let.
- Po 6 letech bylo v rezervaci 12 lvů.

1 / 3 "Hodnota derivace P v bodě $t = 6$ se rovná 12" můžeme symbolicky zapsat jako $P'(6) = 12$.

2 / 3 P udává počet lvů v rezervaci po uplynutí určitého počtu roků, takže P' udává rychlost změny hodnoty P ve lvech za rok. Konkrétně $P'(6)$ udává rychlost změny počtu lvů v rezervaci po $t = 6$ letech od jejího založení.

3 / 3 Nejlepší interpretací zadaného tvrzení je to, že **po 6 letech počet lvů v rezervaci rostl tempem 12 lvů za rok.**

Testová úloha PR11

Nikola šla na bungee jumping. Následující funkce udává její výšku nad zemí v metrech t sekund po seskoku:

$$E(t) = \frac{80\sin(0{,}6t)}{t} + 15$$

Jaká byla okamžitá rychlost změny výšky Nikoly nad zemí 5 sekund po jejím seskoku?

Vyber 1 odpověď:

- $-9{,}96$ metrů za sekundu
- $-9{,}96$ sekund za metr
- $17{,}26$ metrů za sekundu
- $17{,}26$ sekund za metr

$$E'(t) = \frac{d}{dt}\left[\frac{80\sin(0{,}6t)}{t} + 15\right]$$

$$= \frac{\frac{d}{dt}[80\sin(0{,}6t)] \cdot t - \frac{d}{dt}[t] \cdot 80\sin(0{,}6t)}{t^2} + \frac{d}{dt}[15]$$

$$= \frac{[48\cos(0{,}6t)] \cdot t - [1] \cdot 80\sin(0{,}6t)}{t^2} + 0$$

$$= \frac{48t\cos(0{,}6t) - 80\sin(0{,}6t)}{t^2}$$

1 / 4 **Porozumění zadání**

Funkcí představující okamžitou rychlost změny hodnoty funkce $E(t)$ je její derivace, tedy $E'(t)$.

Okamžitá rychlost změny výšky Nikoly nad zemí 5 sekund po jejím seskoku je tedy $E'(5)$.

Nyní stačí nalézt předpis pro $E'(t)$ a dosadit do něj $t = 5$.

2 / 4 **Výpočet $E'(t)$**

$$E'(t) = \frac{48t\cos(0{,}6t) - 80\sin(0{,}6t)}{t^2}$$

[Ukaž mi celý postup.]

Výpočet $E'(5)$

$$E'(5) = \frac{48(5)\cos(0{,}6(5)) - 80\sin(0{,}6(5))}{(5)^2}$$

$$= \frac{240\cos(3) - 80\sin(3)}{25}$$

$$\approx -9{,}96$$

3 / 4 **Použité jednotky**

$E(t)$ udává v metrech výšku, v níž se Nikola nacházela t sekund po svém seskoku.

Rychlost, s jakou se tato výška mění, tak budeme měřit v metrech za sekundu.

4 / 4 **Okamžitá rychlost změny výšky Nikoly nad zemí 5 sekund po jejím seskoku byla $-9{,}96$ metrů za sekundu.**

Rychlost změny je záporná, protože Nikola v danou chvíli padala dolů.

Testová úloha PR12

$h(x) = -2x^3 - 7.$

Ve kterém bodě x nabývá funkce h svého globálního ***maxima*** na uzavřeném intervalu $\langle -3; 2\rangle$?

Vyber 1 odpověď:

- 2
- -3
- 1
- -2

Stacionární body funkce u jsou takové body x, pro které platí buď $u'(x) = 0$, nebo pro které není u' definována.

1 / 5

h je spojitá pro všechna reálná čísla. Podle věty o nabývání extrémů tak musí na libovolném uzavřeném intervalu mít své globální maximum a minimum.

Nalezněme nejprve lokální extrémy funkce h a pak je porovnejme s hodnotami funkce v krajních bodech intervalu. Největší z těchto hodnot bude globální maximum funkce.

2 / 5

Jako první najdeme stacionární body funkce h. [Připomeň mi, co jsou stacionární body.]

Derivace funkce h je $h'(x) = -6x^2$. [Ukaž mi, jak na to přijít.]

- $h'(x) = 0$ pro $x = 0$.
- h' je polynom, takže je definovaná pro všechna reálná čísla.

Jediným stacionárním bodem je tudíž bod $x = 0$, který leží v uzavřeném intervalu $\langle -3; 2\rangle$.

$$h'(x) = \frac{d}{dx}(-2x^3 - 7)$$
$$= -2\frac{d}{dx}(x^3) - \frac{d}{dx}(7)$$
$$= -2(3x^2) - (0)$$
$$= -6x^2$$

3 / 5

Stacionární bod rozdělil uzavřený interval na dva podintervaly.

Vypočítejme h' v každém intervalu, abychom zjistili, jestli tam je derivace kladná, nebo záporná.

Interval	x-ová hodnota	$h'(x)$	Výsledek
$(-3; 0)$	$x = -2$	$h'(-2) = -24 < 0$	h klesá ↘
$(0; 2)$	$x = 1$	$h'(1) = -6 < 0$	h klesá ↘

4 / 5

Nyní se podívejme na stacionární body a na krajní body našeho intervalu.

x	$h(x)$	Předtím	Potom	Závěr
-3	47	–	↘	Maximum
0	-7	↘	↘	Není extrém
2	-23	↘	–	Minimum

Vidíme, že bodem globálního maxima funkce h je bod $[-3; 47]$, což znamená, že funkce h nabývá svého globálního maxima v bodě $x = -3$.

[Ukaž mi podrobný rozbor všech těchto bodů.]

5 / 5

Závěrem je, že funkce h svého globálního maxima na intervalu $\langle -3; 2\rangle$ nabývá v bodě $x = -3$.

Podle naší tabulky je bod $[-3; 47]$ lokálním maximem, bod $[2; -23]$ je lokálním minimem a bod $[0; -7]$ není lokálním extrémem naší funkce na uzavřeném intervalu $\langle -3; 2\rangle$.

Bod $[-3; 47]$ je tudíž bodem globálního maxima naší funkce a bod $[2; -23]$ je bodem jejího globálního minima.

Příloha 7 – Pokyny k vyplňování záznamového archu

Vážení studenti,

v předložené sadě jsou pro Vás připraveny čtyři příklady. Doporučená časová dotace na sadu 4 příkladů je vždy 4–6 minut. Zajímalo by nás, kolik času zabere počítání Vám. Dále by nás zajímalo, zda příklad vyřešíte sami či s nápovědou. Posledním parametrem, který nás zajímá, zda příklad počítáte bezchybně nebo se dopouštíte v průběhu počítání nějakých chyb.

Ke každému dílčímu příkladu napište, kolik sekund jste daný příklad počítali.

Do kolonky nápověda napište: číslo před lomítkem je vždy použitý počet nápověd a číslo za lomítkem je počet chyb, kterých jste se v průběhu počítání dopustili.

0 – Vyřešeno bez nápovědy napoprvé.

0/1 – Vyřešeno bez nápovědy, ale s jednou chybou. (0/3 znamená počítání bez nápovědy s třemi chybami, 2/1 znamená počítání s dvěma nápovědami a jednou chybou).

V případě použití nápovědy napište číslo nápovědy takové, jak jsou u jednotlivých příkladů nápovědy číslovány. Zapište až číslo nápovědy, které Vám opravdu pomohlo. V případě, že u jednotlivých nápověd používáte ještě odkazy na mezivýpočty (týká se pouze interaktivní varianty učebnice), uveďte k číslu nápovědy ještě „MEZIVÝPOČET“. V případě, že Vám nápovědy nepomohou a pomůže Vám až video, napište místo čísla nápovědy „VIDEO“ (opět se týká pouze internetové varianty učebnice).

888 – Napište v případě, že jste úlohu nevyřešili (nebo Vám nebyla jasná) ani po všech nápovědách (včetně mezivýpočtů a videa). Z důvodu konzultací můžete připsat i konkrétněji, co Vám není jasné.

JMÉNO:

VARIANTA: tištěná nebo interaktivní (zakroužkujte Vámi použitou variantu)

DŮVOD VÝBĚRU tištěné nebo interaktivní varianty (Váš názor):

V případě interaktivní varianty napište, zda používáte přiloženou kalkukačku? Ano Ne

Kapitola: **Spojitost funkce v bodě**

PŘÍKLAD	ČAS	NÁPOVĚDA / CHYBOVOST
1		
2		
3		
4		

Děkujeme za vyplnění záznamového archu.

Příloha 8 – Výpočet citlivosti testu pomocí koeficientu ULI

Koeficient citlivosti ULI (značí se *d*) se vypočítává ze vzorce: $d = \frac{n_L - n_H}{0{,}5 \cdot n}$, kde

n je počet studentů (*n* = 108); n_L je počet lepších studentů, kteří danou sadu úloh vyřešili správně; n_H je počet horších studentů, kteří danou sadu úloh vyřešili správně.

Sada	n_L	n_H	$n_L - n_H$	*P*	Koeficient ULI
SP1	25	6	19	29	0,352
SP2	51	31	20	76	0,370
SP3	23	3	20	23	0,370
LM1	38	9	29	44	0,537
LM2	47	19	28	61	0,519
LM3	39	12	27	46	0,500
LM4	37	13	24	46	0,444
LM5	28	5	23	31	0,426
LM6	28	4	24	30	0,444
LM7	52	33	19	78	0,352
LM8	28	8	20	33	0,370
LM9	20	2	18	19	0,333
LM10	23	5	18	26	0,333
LP1	31	7	24	35	0,444
LP2	38	16	22	50	0,407
PR1	30	7	23	34	0,426
PR2	28	1	27	27	0,500
PR3	21	0	21	19	0,389
PR4	34	9	25	39	0,463
PR5	33	8	25	38	0,463
PR6	33	8	25	38	0,463
PR7	25	5	20	27	0,370
PR8	42	12	30	49	0,556
PR9	38	10	28	44	0,519
PR10	19	8	11	25	0,204
PR11	19	5	14	21	0,259
PR12	39	20	19	54	0,352

Příloha 9 – Průměrná hodnota použitého počtu nápověd a rozdíly variant T a I

Sada	Počet nápověd celkem	Počet nápověd T	Počet nápověd I	Rozdíl T	Rozdíl I
SP1	0,151	0,198	0,088	0,047	-0,063
SP2	0,048	0,064	0,023	0,016	-0,025
SP3	0,223	0,284	0,126	0,061	-0,097
LM1	0,129	0,148	0,102	0,019	-0,027
LM2	0,083	0,104	0,056	0,021	-0,027
LM3	0,121	0,148	0,085	0,027	-0,036
LM4	0,109	0,134	0,074	0,025	-0,035
LM5	0,142	0,190	0,075	0,048	-0,067
LM6	0,228	0,283	0,151	0,055	-0,077
LM7	0,050	0,068	0,024	0,018	-0,026
LM8	0,188	0,204	0,164	0,016	-0,024
LM9	0,221	0,263	0,158	0,042	-0,063
LM10	0,122	0,143	0,090	0,021	-0,032
LP1	0,173	0,187	0,146	0,014	-0,027
LP2	0,133	0,142	0,118	0,009	-0,015
PR1	0,183	0,220	0,123	0,037	-0,060
PR2	0,160	0,183	0,125	0,023	-0,035
PR3	0,231	0,257	0,194	0,026	-0,037
PR4	0,160	0,171	0,142	0,011	-0,018
PR5	0,156	0,186	0,107	0,030	-0,049
PR6	0,152	0,163	0,136	0,011	-0,016
PR7	0,192	0,204	0,175	0,012	-0,017
PR8	0,173	0,190	0,146	0,017	-0,027
PR9	0,156	0,173	0,129	0,017	-0,027
PR10	0,223	0,268	0,134	0,045	-0,089
PR11	0,150	0,162	0,127	0,012	-0,023
PR12	0,126	0,151	0,079	0,025	-0,047

Příloha 10 – Průměrná hodnota chybovosti a rozdíly variant T a I

Sada	Chybovost celkem	Chybovost T	Chybovost I	Rozdíl T	Rozdíl I
SP1	0,798	0,657	0,981	-0,141	0,183
SP2	0,226	0,200	0,265	-0,026	0,039
SP3	0,462	0,353	0,612	-0,109	0,150
LM1	0,430	0,294	0,604	-0,136	0,174
LM2	0,392	0,239	0,585	-0,153	0,193
LM3	0,345	0,250	0,462	-0,095	0,117
LM4	0,670	0,600	0,760	-0,070	0,090
LM5	0,661	0,453	0,922	-0,208	0,261
LM6	0,509	0,323	0,745	-0,186	0,236
LM7	0,190	0,107	0,314	-0,083	0,124
LM8	0,509	0,359	0,708	-0,150	0,199
LM9	0,444	0,362	0,563	-0,082	0,119
LM10	0,773	0,714	0,857	-0,059	0,084
LP1	0,521	0,370	0,773	-0,151	0,252
LP2	0,425	0,403	0,465	-0,022	0,040
PR1	0,480	0,453	0,519	-0,027	0,039
PR2	0,500	0,392	0,655	-0,108	0,155
PR3	0,469	0,381	0,580	-0,088	0,111
PR4	0,433	0,278	0,655	-0,155	0,222
PR5	0,500	0,338	0,750	-0,162	0,250
PR6	0,508	0,563	0,436	0,055	-0,072
PR7	0,520	0,443	0,623	-0,077	0,103
PR8	0,478	0,458	0,509	-0,020	0,031
PR9	0,481	0,410	0,585	-0,071	0,104
PR10	0,729	0,605	0,952	-0,124	0,223
PR11	0,600	0,452	0,857	-0,148	0,257
PR12	0,400	0,312	0,558	-0,088	0,158

Příloha 11 – Průměrná hodnota času potřebného k vyřešení úloh a rozdíly variant T a I

Sada	Čas celkem	Čas T	Čas I	Rozdíl T	Rozdíl I
SP1	350	423	257	73	-94
SP2	173	208	119	35	-54
SP3	519	563	458	44	-61
LM1	239	242	235	3	-4
LM2	192	219	157	28	-35
LM3	216	269	150	53	-66
LM4	310	371	230	61	-80
LM5	313	365	247	52	-66
LM6	337	424	226	87	-111
LM7	179	190	162	11	-17
LM8	508	521	491	13	-17
LM9	599	645	534	46	-65
LM10	616	730	452	114	-164
LP1	389	388	392	-1	3
LP2	400	422	362	22	-38
PR1	289	296	278	8	-11
PR2	278	287	264	9	-13
PR3	500	486	518	-14	17
PR4	521	512	535	-9	13
PR5	489	525	434	36	-56
PR6	541	535	549	-6	8
PR7	605	613	595	8	-10
PR8	242	258	217	16	-25
PR9	493	520	454	27	-39
PR10	397	397	395	0	-2
PR11	516	534	485	18	-31
PR12	555	600	475	45	-80

Příloha 12 – Průměrné výsledné hodnocení a rozdíly variant T a I

Sada	Hodnocení celkem	Hodnocení T	Hodnocení I	Rozdíl T	Rozdíl I
SP1	3,183	3,158	3,216	-0,025	0,033
SP2	3,163	3,227	3,063	0,063	-0,101
SP3	3,179	3,246	3,085	0,067	-0,093
LM1	3,157	3,112	3,216	-0,045	0,059
LM2	3,183	3,158	3,216	-0,025	0,033
LM3	3,149	3,111	3,198	-0,038	0,048
LM4	3,124	3,082	3,179	-0,042	0,055
LM5	3,170	3,148	3,198	-0,022	0,028
LM6	3,163	3,136	3,198	-0,027	0,034
LM7	3,179	3,227	3,107	0,047	-0,072
LM8	3,134	3,142	3,125	0,007	-0,009
LM9	3,194	3,259	3,100	0,065	-0,094
LM10	3,150	3,195	3,085	0,045	-0,065
LP1	3,173	3,242	3,054	0,069	-0,119
LP2	3,192	3,279	3,028	0,087	-0,165
PR1	3,205	3,357	2,976	0,152	-0,229
PR2	3,179	3,306	2,989	0,127	-0,190
PR3	3,099	3,284	2,863	0,185	-0,236
PR4	3,147	3,254	2,989	0,106	-0,158
PR5	3,149	3,265	2,965	0,116	-0,184
PR6	3,149	3,271	2,989	0,122	-0,160
PR7	3,157	3,302	2,966	0,145	-0,191
PR8	3,183	3,296	3,000	0,113	-0,183
PR9	3,186	3,311	3,000	0,124	-0,186
PR10	3,186	3,273	3,028	0,086	-0,158
PR11	3,187	3,278	3,028	0,091	-0,159
PR12	3,175	3,239	3,056	0,064	-0,119

Příloha 13 – Normální rozdělení a Bonferroniho korekce – hledisko „počet nápověd“

Sada	Součet čtverců S_A	Stupně volnosti f_A	Součet čtverců S_E	Stupně volnosti f_E	*F*	*P*-value	*P*-value Bonferroniho korekce
SP1	0,310	1	4,954	114	7,135	0,009	0,234
SP2	0,063	1	2,064	120	3,671	0,058	1,559
SP3	0,505	1	7,991	108	6,830	0,010	0,277
LM1	0,086	1	3,660	113	2,641	0,107	2,887
LM2	0,084	1	3,572	116	2,721	0,102	2,747
LM3	0,128	1	4,203	109	3,312	0,072	1,931
LM4	0,104	1	3,694	110	3,086	0,082	2,207
LM5	0,353	1	3,992	107	9,456	0,003	0,072
LM6	0,215	1	5,545	118	4,566	0,035	0,936
LM7	0,066	1	2,429	121	3,291	0,072	1,947
LM8	0,029	1	6,501	103	0,456	0,501	13,529
LM9	0,267	1	6,172	112	4,847	0,030	0,803
LM10	0,064	1	4,366	111	1,634	0,204	5,503
LP1	0,033	1	5,217	110	0,695	0,406	10,968
LP2	0,014	1	4,708	115	0,343	0,559	15,101
PR1	0,215	1	5,545	118	4,566	0,035	0,936
PR2	0,095	1	5,400	127	2,234	0,137	3,712
PR3	0,101	1	6,628	106	1,618	0,206	5,564
PR4	0,029	1	6,319	125	0,583	0,447	12,062
PR5	0,210	1	6,294	126	4,194	0,043	1,151
PR6	0,018	1	5,912	119	0,355	0,552	14,915
PR7	0,021	1	6,770	119	0,369	0,545	14,708
PR8	0,052	1	9,517	133	0,732	0,394	10,635
PR9	0,081	1	7,249	126	1,413	0,237	6,393
PR10	0,466	1	8,163	111	6,337	0,013	0,358
PR11	0,032	1	3,231	106	1,051	0,308	8,303
PR12	0,133	1	4,830	116	3,205	0,076	2,053

Příloha 14 – Poissonovo rozdělení a Bonferroniho korekce – hledisko „chybovost“

Sada	Ln funkce věrohodnosti	Chí-kvadrát	*P*-value	*P*-value Bonferroniho korekce
SP1	-157,589	3,145	0,076	2,056
SP2	-78,020	0,248	0,619	16,705
SP3	-104,931	5,598	0,018	0,485
LM1	-108,986	6,537	0,011	0,285
LM2	-108,305	6,722	0,010	0,257
LM3	-91,300	2,516	0,113	3,042
LM4	-133,764	1,183	0,277	7,473
LM5	-135,072	8,854	0,003	0,079
LM6	-116,529	10,012	0,002	0,042
LM7	-68,578	4,198	0,040	1,092
LM8	-114,882	5,710	0,017	0,455
LM9	-109,074	2,316	0,128	3,457
LM10	-161,712	0,098	0,754	20,353
LP1	-114,242	7,596	0,006	0,158
LP2	-103,767	0,257	0,612	16,528
PR1	-135,609	0,156	0,693	18,708
PR2	-135,762	4,314	0,038	1,021
PR3	-110,142	3,134	0,077	2,070
PR4	-124,024	10,156	0,001	0,039
PR5	-126,532	9,369	0,002	0,060
PR6	-127,076	1,081	0,298	8,058
PR7	-122,873	2,623	0,105	2,843
PR8	-123,587	0,463	0,496	13,398
PR9	-127,577	1,750	0,186	5,018
PR10	-143,007	4,203	0,040	1,089
PR11	-123,608	6,688	0,010	0,262
PR12	-98,683	3,648	0,056	1,515

Příloha 15 – Normální rozdělení a Bonferroniho korekce – hledisko „čas“

Sada	Součet čtverců S_A	Stupně volnosti f_A	Součet čtverců S_E	Stupně volnosti f_E	F	*P*-value	*P*-value Bonferroniho korekce
SP1	770430	1	12621351	116	7,081	0,009	0,240
SP2	240267	1	4959999	121	5,861	0,017	0,458
SP3	236422	1	13083243	114	2,060	0,154	4,156
LM1	412	1	15637837	118	0,003	0,956	25,802
LM2	132900	1	5693810	117	2,731	0,101	2,730
LM3	411363	1	5041718	113	9,220	0,003	0,080
LM4	548998	1	10300212	112	5,970	0,016	0,435
LM5	408754	1	8572397	112	5,340	0,023	0,612
LM6	1137909	1	10235866	113	12,562	0,001	0,015
LM7	36319	1	4722150	123	0,946	0,333	8,981
LM8	33906	1	22326253	109	0,166	0,685	18,493
LM9	256256	1	31447422	114	0,929	0,337	9,104
LM10	2066570	1	56557528	116	4,239	0,042	1,127
LP1	2008	1	11795505	114	0,019	0,889	24,015
LP2	86693	1	15633706	117	0,649	0,422	11,399
PR1	16404	1	24128968	124	0,084	0,772	20,845
PR2	21826	1	17062126	131	0,168	0,683	18,439
PR3	23236	1	17010103	110	0,150	0,699	18,874
PR4	21161	1	25598204	131	0,108	0,743	20,051
PR5	261535	1	10489265	129	3,216	0,075	2,032
PR6	8317	1	14887974	123	0,069	0,794	21,429
PR7	227	1	20265750	120	0,001	0,971	26,212
PR8	44838	1	10562605	133	0,565	0,454	12,251
PR9	108657	1	12338899	128	1,127	0,290	7,840
PR10	1109	1	24027718	115	0,005	0,942	25,436
PR11	61472	1	20187710	112	0,341	0,560	15,131
PR12	367088	1	17775500	117	2,416	0,123	3,315