

**Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích**  
**Ekonomická fakulta**

---

Katedra účetnictví a financí

Studijní program: N6208 Ekonomika a management

Studijní obor: Účetnictví a finanční řízení podniku

## **Optimalizace sběrných cest ve vybraném regionu**

Vedoucí diplomové práce  
Doc. Mgr. Marek Biskup, Dr.

Autor  
Bc. Vít Siebenbruner

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „Optimalizace sběrných cest ve vybraném regionu“ vypracoval samostatně za pomoci programů vytvořených společně s vedoucím diplomové práce, a na základě vlastních zjištění za použití literatury uvedené v seznamu použité literatury.

V Českých Budějovicích dne 14. května 2010

Vít Siebenbruner

.....

Děkuji Doc. Mgr. Marku Biskupovi, Dr. za odborné vedení, pomoc při psaní používaných programů a za cenné rady, které mi poskytl při vyhotovování mé diplomové práce. Dále děkuji Ing. Ludvíku Friebelovi, Ph.D. za cenné rady a pomoc při zpracování dat.

# Obsah

Úvod.....	8
1. Vymezení základních pojmů.....	10
1.1 A.S.A.....	10
1.1.1 Historie a současnost společnosti.....	10
1.1.2 A.S.A. v Českých Budějovicích.....	11
1.1.3 Poskytované služby.....	12
1.1.4 Používané zařízení a technologie.....	13
1.2 Geografické souřadnice.....	14
1.2.1 Sférické souřadnice.....	14
1.2.2 Souřadnicové systémy používané v ČR.....	15
1.2.3 GPS (Global Positioning System).....	17
1.3 Teorie grafů.....	17
1.3.1 Definice grafu.....	18
Základní rozdělení grafů:.....	18
1.3.2 Typy běžných grafů.....	19
1.3.4 Prohledávání grafů.....	21
1.3.5 Výpočetní složitost.....	25
1.4 Problém obchodního cestujícího.....	27
1.4.1 Historie.....	28
1.4.2 TSP – obecný popis.....	28
1.4.3 Způsoby řešení.....	30
2. Metodika.....	32
2.1 Cíl práce.....	32
2.2 Metodický postup.....	32
3. Sběr dat.....	36
3.1 Svoz odpadu a podobné úlohy.....	36
3.2 Sběr dat z oblasti separovaného odpadu.....	37
3.3 Počet sběrných míst a kontejnerů.....	37
3.4 Složitosti týkající se sběru odpadů.....	39
3.5 Postup sběru odpadů.....	40
3.6 Postup sběru dat.....	41
3.7 Četnost vyprázdnění vozidel na skládce.....	41
3.8 Dílčí závěr části „Sběr dat“.....	42
4. Zpracování dat.....	42
4.1 Stažení dat z GPS a zpracování v aplikaci EasyGps.....	43
4.2 Převod dat a jejich přepočet.....	44
4.3 Vynesení sběrných míst do mapy.....	45
4.4 Zjištění vzdáleností mezi jednotlivými body.....	47
4.5 Dílčí závěr části „Sběr dat“.....	52
5. Nalezení sběrných cest.....	53
5.1 Rozdělení do klastrů.....	53
5.2 Hledání optimální trasy.....	55
5.3 Úprava nově nalezených cest.....	58
5.4 Dílčí závěr části „Nalezení sběrných cest“.....	62
6. Porovnání nově nalezených a stávajících cest.....	63
6.1 Stávající cesty.....	63
6.2 Nově nalezené cesty.....	64
6.3 Porovnání stávajících a nově nalezených tras.....	64

6.4 Dílčí závěr části „Porovnání stávajících a nalezených cest“ .....	65
Závěr .....	66
Summary .....	68
Key Words .....	68
Seznam použité literatury a pramenů .....	69
Seznam tabulek a obrázků.....	70

## Úvod

Diplomová práce se zabývá problematikou svozu odpadu prováděného firmou A.S.A. Nadnárodní společnost A.S.A., která působí v mnoha evropských zemích, nemá vypracovaný žádný systém sběrných cest. Vozidla pro svoz odpadu mají často vymezené pouze území, které mají na starosti, ale jakým způsobem se postarají o konkrétní svoz odpadu je zcela na řidičích vozidel.

Cílem práce je vypracovat pilotní studii, která by měla řešit problém optimálních cest svozu odpadu. Pilotní studie se bude zabývat pouze sběrem separovaného odpadu v Českých Budějovicích. Úkolem je vypracovat algoritmus pro hledání optimálních cest, který bude univerzální a bude ho možno aplikovat na svoz všech druhů odpadů v jakémkoli městě.

Separovaný odpad tvoří snadno oddělitelnou část z celého sběru odpadů, které společnost provádí. Byl vybrán především z důvodu menší náročnosti na zaznamenání přesné polohy sběrných míst a také z důvodu menšího počtu sběrných míst. Algoritmus bude tedy vypracován nejprve na menším vzorku dat s následnou možností aplikovat vypracovanou metody na větší vzorky dat. Větším vzorkem máme na mysli především svoz komunálního odpadu, kde sběrných míst je velké množství a místa jsou od sebe navzájem vzdálena pouze několik metrů.

Pokud by se nám podařilo vypracovat algoritmus, který by byl schopen naléznout efektivnější cesty pro svoz odpadu, doufáme, že se nám podaří získat zájem společnosti A.S.A. o tuto metodu a v budoucnu její zavedení do skutečného svozu odpadu.

Důležitým úkolem diplomové práce je zjištění všech komplikací, které se při vypracovávání celého algoritmu vyskytnou. Daný problém se dá řešit mnoha způsoby a naším úkolem je nalézt mezi nimi ten nejlepší a následně ho aplikovat.

Problém svozu odpadu se v podstatě podobá známému problému obchodního cestujícího, kdy sběrná místa představují města a okružní jízda představuje jednotlivé trasy, po kterých je nutno sběrná místa objet. Problém je navíc rozšířen o nutnost odjezdů na skládku, kde se vozidlo pro svoz odpadu musí po určitém počtu navštívených míst vždy vyprázdnit.

Hledání optimálních cest se netýká pouze svozu odpadu, ale problém lze aplikovat i na mnoho jiných praktických úloh. Jedná se například o roznášení pošty, rozvoz denního tisku, zásobování obchodů a mnoha dalších.

V prvních kapitole budou vymezeny základní pojmy, z teorie grafů, geografických souřadnic a problému obchodního cestujícího, které budou používány při vypracování praktické části diplomové práce. V druhé kapitole bude popsán metodický postup. V kapitolách 3 a 4 bude popsán samotný sběr dat, jejich úprava a vynesení do mapy. Budou také popsány postupy a metody, podle kterých byly zjišťovány vzdálenosti mezi jednotlivými sběrnými místy. Zbývající část práce (kapitoly 5 a 6) se bude zabývat vytvořením algoritmu pro nalezení nových cest svozu odpadu. Nově nalezené cesty budou následně porovnány s cestami stávajícími.

# 1. Vymezení základních pojmů

V následujících kapitolách jsou popsány základní pojmy a skutečnosti, které byly použity při vypracování diplomové práce. Čtenář se dozví důležité informace o společnosti A.S.A. a jejím působení na českém trhu. V dalších kapitolách budou vymezeny základní pojmy týkající se geografických souřadnic a teorie grafů, které jsou nezbytné pro správné pochopení postupů a způsobů řešení, které jsou používány v praktické části diplomové práce.

## 1.1 A.S.A.

Společnost A.S.A. je jednou z nejvýznamnějších firem v Evropě, které se zabývají sběrem, zpracováním odpadů a poskytováním komunálních služeb. V České Republice působí od roku 1992 a v současnosti je považována za jednu z největších firem na evropském trhu zabývajících se odpadovým hospodářstvím.

### 1.1.1 Historie a současnost společnosti<sup>1</sup>

Společnost A.S.A. holding byla založena roku 1988 v Rakousku. Od roku 1991 začala společnost pronikat na evropské trhy a poprvé se objevila i v České republice, kde byla založena první konzultační pobočka v Brně. V následujících letech vznikaly v ČR nové pobočky a zahajovaly se provozy skládek. Za zmínku stojí i rok 1993, kdy se stala novým majitelem společnosti A.S.A. Group francouzská EDF. Významným krokem pro ČR byla fúze z července 1996, kdy se spojily tři firmy A.S.A. Praha, A.S.A. Brno a A.S.A. Industrieservis a vznikla nová společnost A.S.A., spol. s r.o. se sídlem v Praze a s aktivitami po celé ČR.

Roku 1999 společnost získala certifikáty ISO norem (ISO 9001 a ISO 14001) týkající se environmentálního managementu a systému řízení. Novým majitelem společnosti A.S.A. Group se stala roku 2006 španělská společnost FCC (Fomento de construcciones y contratadas), která je vlastníkem společnosti i v současnosti.

---

<sup>1</sup> *Asa-group.com* [online]. 2009 [cit. 2010-05-05]. Dostupné z WWW: <<http://www.asa-group.com/cs/Ceska-republika.asa>>.



FCC se zabývá poskytováním komunálních služeb pro města a obce a má více než 93 000 zaměstnanců po celém světě. Hlavní náplní podnikatelské činnosti společnosti FCC je tvorba a výstavba infrastruktur, komunální služby a alternativní zdroje energií. Hlavní sídlo společnosti A.S.A. je v Rakousku. Dceřiné společnosti firmy A.S.A. můžeme najít v mnoha evropských zemích. Jedná se o Českou republiku, Slovensko, Maďarsko, Polsko, Rumunsko, Srbsko a Lotyšsko.

V České Republice má A.S.A. dominantní postavení na trhu v oblasti poskytování komplexních služeb týkajících se odpadového hospodářství a komunálních služeb. Téměř 1 200 000 obyvatel a 18 600 firem a živnostníků využívá služeb společnosti A.S.A. V ČR zaměstnává A.S.A. okolo 1500 zaměstnanců, kteří se starají o poskytování služeb a obsluhu techniky a zařízení.

#### **Technika a zařízení:**

- více než 490 ks nákladních a speciálních vozidel,
- 1 900 ks velkoobjemových kontejnerů,
- 10 skládek odpadů,
- 4 biodegradační a dekontaminační plochy,
- 3 kompostovací zařízení,
- 2 solidifikační linky,
- 2 linky na výrobu tuhého alternativního paliva.

#### **1.1.2 A.S.A. v Českých Budějovicích**

A.S.A. České Budějovice, s.r.o., se zabývá svozem, nakládání s odpady a poskytováním dalších komunálních služeb, jako je údržba zeleně a komunikací na katastrálním území Českých Budějovic. Zároveň provozuje sběrné dvory v Českých Budějovicích a skládku komunálního odpadu v Lišově.

Skládka je samostatná provozovna, která kromě skladování a zpracování odpadů zajišťuje pronájem velkoobjemových kontejnerů. V areálu skládky se nachází hala pro dotřídění a zpracování separovaných odpadů, sběrný dvůr a sklad nebezpečného odpadu.

Další provozovna se nachází ve Frymburku. Ta zajišťuje svoz komunálních a separovaných odpadů z oblasti Lipenska a také provozuje samostatný sběrný dvůr.

Specifickou dceřinou společností je QUAIL s.r.o., která zabývá odborným zpracováním odpadů. Zaměřuje se na ekologické odstranění nebezpečných odpadů, sanace starých skládek a horninového prostředí.

Jediným konkurentem firmy A.S.A. v Českých Budějovicích je dánská společnost Marius Pedersen, která se také zabývá odpadovým hospodářstvím. Marius Pedersen působí na českém trhu již od 20. let. V Českých Budějovicích provádí především svoz odpadů pro velká obchodní centra a větší firmy.

### **1.1.3 Poskytované služby<sup>2</sup>**

#### ***Služby pro města a obce***

Hlavní náplní společnosti A.S.A. je poskytování kompletních komunálních služeb pro města a obce. Jedná se především o svoz běžných komunálních odpadů, sběr a svoz separovaných odpadů a svoz odpadkových košů města. Další práce týkající se odpadů zahrnují přistavování velkoobjemových kontejnerů, sběr a následné odstranění nebezpečných odpadů.

Mimo odpadů se A.S.A. stará o zimní i letní údržbu komunikací, čištění komunikací, údržbu městské zeleně a podle potřeb konkrétního města i o další komunální činnosti.

#### ***Služby pro společnosti***

Pro společnosti nabízí kompletní servis od sběru odpadů, jejich odvoz a třídění, až po jejich likvidaci případně další využití. Navíc nabízí tzv. službu KOH. Jedná se o služby komplexního odpadového hospodářství, které zajišťují organizační, technické, legislativní a v mnoha případech i personální zabezpečení odpadového hospodářství přímo v jednotlivých společnostech.

#### ***Služby pro soukromíky***

Pro soukromíky A.S.A. poskytuje především pronájem kontejnerů, sběr a svoz různých druhů odpadů, odstraňování a nakládání se stavebními odpady, čištění jímek a septiků a popřípadě i čištění a údržbu komunikací.

---

<sup>2</sup> *Asa-group.com* [online]. 2009 [cit. 2010-05-05]. Dostupné z WWW: <<http://www.asa-group.com/cs/Ceska-republika.asa>>.

### 1.1.4 Používané zařízení a technologie<sup>3</sup>

Pro sběr a svoz odpadů používá A.S.A. mnoho druhů vozidel. Zvláštní vozidla využívá při svozu komunálních odpadů, separovaných odpadů, průmyslových odpadů, nebezpečných odpadů a mnoha dalších. V České Republice funguje více než 490 nákladních a speciálních vozidel. Mimo vozidel poskytuje A.S.A. celou řadu kontejnerů, které jsou vhodné pro sběr odlišných druhů odpadů.

V souladu s životním prostředím, a následně pro jednodušší pozdější zpracování, využívá A.S.A. barevně odlišných kontejnerů na separovaný odpad. Jedná se o kontejnery na plasty, papír a sklo. Po svozu separovaných odpadů na skládku probíhá jejich další dotřídění, které provádějí zaměstnanci přímo na skládce. Hlavním důvodem dalšího třídění je nutnost toho, aby byl odpad dokonale oddělen předtím, než proběhne jeho další zpracování. Důvodem je běžná přítomnost nesprávných druhů odpadů v kontejnerech na separovaný odpad. Roztříděný odpad je následovně lisován, skladován a popřípadě dále využíván.

Lisování probíhá přímo na skládce za pomoci lisovacího zařízení. Slisované odpady se následně přímo v místě skládky ponechávají a nebo jsou odeslány k dalšímu zpracování. Z odpadů je možné vyrábět alternativní palivo. Jedná se o drť skládající se především ze směsi kartonů, papíru, plastu, dřeva a jiných druhů odpadů, které mají určitou výhřevnost. K tomu slouží tzv. linka TAP pro výrobu tuhých alternativních paliv.

Další používaná technologie zpracování odpadů je tzv. solidifikace. Jedná se o stabilizaci odpadů přidáním vhodných přísad, které zamezí možnosti vyluhování nebezpečných chemických látek při procesu skladování. Tento proces probíhá automaticky na speciálních solidifikačních stanovištích.

Neroztříděný, nebo dále nepoužitelný odpad je shromažďován na skládkách. V České Republice je odpadových skládek celkem deset. Pro sběr komunálního a separovaného odpadu v Českých Budějovicích je určena skládka v Lišově.

---

<sup>3</sup> *Asa-group.com* [online]. 2009 [cit. 2010-05-05]. Dostupné z WWW: <<http://www.asa-group.com/cs/Ceska-republika.asa>>.

## 1.2 Geografické souřadnice<sup>4</sup>

Podstatnou částí předložené diplomové práce je sběr geografických dat, jehož účelem je přesné určení polohy sběrných míst. Pro zpracování dat je třeba si uvědomit některá základní fakta ze sférické geometrie, souřadnicových systémů a systémů GPS.

### 1.2.1 Sféricke souřadnice

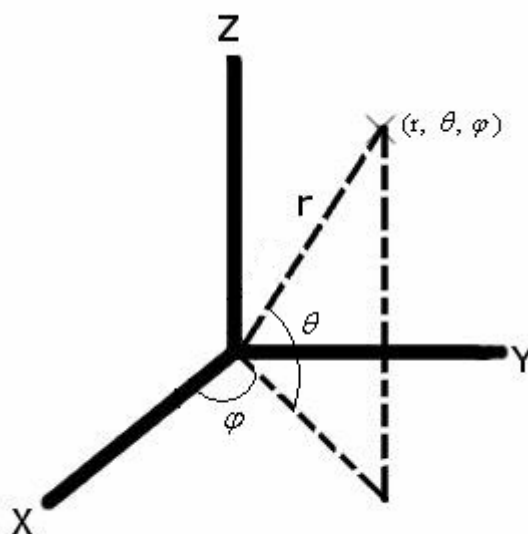
Sféricke souřadnice se používají k určení polohy na povrchu Země. Jedná se o prostorové souřadnice, kdy první souřadnice označovaná  $r$ , udává vzdálenost ze středu zeměkoule. Druhá souřadnice označovaná jako  $\varphi$ , udává úhel mezi osou  $x$  a pomocným vektorem. Poslední souřadnice označovaná  $\theta$  udává úhel mezi  $r$  a pomocnou osou jak je patrné s z obrázku 1.

Úhel  $\varphi$  se označuje jako zeměpisná délka, která představuje úhlovou vzdálenost od nultého poledníku, který prochází Greenwichem ve Velké Británii. Zeměpisnou šířku představuje úhel  $\theta$ , který představuje úhlovou vzdálenost od rovníku. Označení východní délka se používá pro východní a západní polokouli. Označení severní šířka se používá pro polokouli severní a jižní šířka se používá pro polokouli jižní. Pro většinu Evropy se geografická poloha vyjadřuje v termínech severní šířky a východní délky.

---

<sup>4</sup> BARTSCH, Hans-Jochen . *Matematické vzorce*. Vyd. 4. [s.l.] : ACADEMIA, 2006. 831 s. ISBN 80-200-1448-9.

Obrázek 1: Zobrazení sférických souřadnic



Pokud známe sférické souřadnice, není problém jejich převedení na kartézské souřadnice:

$$x = r \cos(\theta) \cos(\varphi)$$

$$y = r \cos(\theta) \sin(\varphi)$$

$$z = r \sin(\theta)$$

Východní délku (longitude) představuje úhel  $\varphi$  ( $0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$ ).

Severní šířku (latitude) představuje úhel  $\theta$  ( $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ).

### 1.2.2 Souřadnicové systémy používané v ČR<sup>5</sup>

Aby bylo možno body na povrchu Země, jež je geometricky sférou, vynést do mapy, která je geometricky součástí roviny, je nutno zavést další souřadnicové systémy. Jejich volba závisí na zvolené referenční ploše a jejich parametrech. Každý stát používá trochu jiný souřadnicový systém, který se obvykle liší volbou referenční

<sup>5</sup> Toulky-gps [online]. 2009 [cit. 2010-05-05]. Souřadnicové systémy. Dostupné z WWW: <<http://www.alena.ilcik.cz/gps/souradnice.php>>.

plochy, která pro danou oblast nejlépe vyhovuje. Referenční plocha může být kužel, válec a nebo rovina.

V bývalé Československé republice bylo používáno více souřadnicových systémů. Různé systémy byly používány v závislosti na období a politických změnách. Lišily se od sebe kvalitou a přesností zobrazovaných bodů. V současné době se v ČR nejvíce používá dvou souřadnicových systémů a to *S – JTSK* a *S – 42*.

### **S-JTSK**

Souřadnicový systém jednotné trigonometrické sítě katastrální se používá pro civilní účely. Poprvé byl použit při budování jednotné katastrální mapy v roce 1927. Pro zobrazení polohy bylo použito Křovákovo kuželové zobrazení. Za osu *X* byl zvolen poledník o zeměpisné délce  $42^{\circ}30'$ . Osa *X* je orientována směrem k jihu. Osa *Y* je kolmice k ose *X* a prochází vrcholem zobrazovacího kužele. Osa *Y* je orientovaná na západ.

### **S-42**

Systém se využívá výhradně pro vojenské účely. Poprvé byl použit roku 1953 a ve vojenském sektoru se využívá dodnes. Systém S-42 se začal používat po uzavření Varšavské smlouvy, kdy bylo Československo začleněno do jednotné geodetické sítě, jejíž základem byla síť Sovětského svazu.

### **WGS**

V současnosti je snaha souřadnicové systémy celosvětově sjednotit. WGS (World Geodetic System) se používá především z důvodů snadnějšího využití globálních pozičních systémů (GPS). Moderních zařízení pro určení polohy se v posledních letech staly komerčně dostupnou záležitostí a dá se očekávat jejich široké užití v blízké budoucnosti. Jednou z nezbytných podmínek pro další rozvoj této technologie je vytvoření univerzálního souřadnicového systému.

### 1.2.3 GPS (Global Positioning System)<sup>6</sup>

Jedná se o celosvětový polohový systém, který byl zpočátku vyvíjen hlavně pro vojenské účely Spojených států amerických. V současné době je využíván i pro účely civilní.

Střed souřadnicové soustavy je umístěn ve středu země. Okolo země obíhají satelity, jejichž pomocí lze přesně určit polohu a nadmořskou výšku v jakémkoli místě na povrchu země (případně nad povrchem země). K určení polohy je zapotřebí nejméně tří satelitů. Přesnost systému je v desítkách metrů, ale při použití specifických metod se dá přesnost zvýšit až na centimetry (obvykle pouze ve vojenských systémech).

Původní název systému byl NAVSTAR GPS (Navigation Signal Timing and Ranging Global Positioning System), jehož vývoj byl zahájen v roce 1973 z důvodu přesného určení nejen polohy, ale i času. Dnes jsou známá zařízení na určení polohy především z dopravy a cestování. Do budoucna se dá předpokládat, že většina dopravních prostředků bude využívat zařízení GPS, která budou navíc obsahovat mapy měst a poskytovat uživatelům užitečné funkce, jako např. hledání nejvhodnější trasy, vzdálenosti mezi určitými místy, dopravní situaci, rychlost jízdy a mnoho dalších.

### 1.3 Teorie grafů<sup>7</sup>

Jedním z výstupů této práce je konstrukce optimalizovaných sběrných cest, v níž je využíváno metod řešení problému obchodního cestujícího. Tento problém vychází z teorie grafů, a proto je důležité si objasnit některé pojmy z této teorie.

Diskrétní matematika, která formálně obsahuje teorii grafů, je moderní a rychle se rozvíjející oblast matematiky. Začátky diskrétní matematiky jsou spojeny s velkými matematiky 18. a 19. století. Za zmínku stojí především Leonard Euler, který provedl mnoho objevů v oblasti teorie grafů a diferenciálního počtu. Rozvoj informatiky a nástup počítačových technologií přinesl nový pohled na problematiku

---

<sup>6</sup> *Gps.gov* [online]. 2009 [cit. 2010-05-05]. Global Positioning System. Dostupné z WWW: <<http://www.gps.gov/>>.

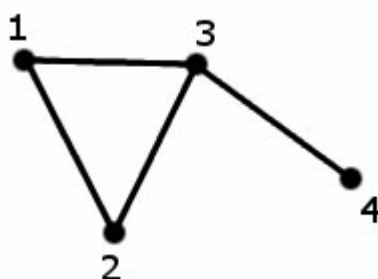
<sup>7</sup> DIESTEL, Reinhard. *Graph Theory*. 2. vydání. Berlin : Springer-Verlag, 2000. 312 s. ISBN 0-387-98976-5.

grafů a také mnoho nových způsobů řešení. Počítače značně urychlily výpočty a umožnily řešit i více komplikované problémy.

### 1.3.1 Definice grafu

Graf je uspořádaná dvojice  $G = (V, E)$ , kde  $V$  představuje množinu všech vrcholů a  $E$  představuje množinu všech hran. Jako vrcholy si můžeme představit jednotlivé body grafu. Spojením dvou bodů dostáváme hrany grafu. Graf se dá vyjádřit výčtem vrcholů a hran grafu nebo, v jednodušších případech, přímo obrázkem.

Obrázek 2: Graf se čtyřmi vrcholy



**Výčet vrcholů a hran:**

$$V = \{1,2,3,4\} \quad E = \{(1,2),(1,3),(2,3),(3,4)\}$$

**Základní rozdělení grafů:**

#### Neorientované a orientované grafy

Neorientovaný graf je tvořen množinou vrcholů a hran. Většinou se zobrazuje jako body pospojované přímkami. V neorientovaném grafu je hrana  $(v,u)$  totožná s hranou  $(u,v)$ .

Pokud potřebujeme u každé hrany vyjádřit její směr, mluvíme o orientovaném grafu. Orientované hrany se obvykle značí šipkami. Na rozdíl od neorientovaného grafu, kde nezáleží, zda procházíme graf z uzlu  $u$  do  $v$  nebo naopak, v orientovaném grafu na pořadí procházení jednotlivých uzlů záleží.



### Vážené grafy

U některých grafů je vhodné označit hrany čísly, které představují kapacitu, vzdálenost nebo cenu v praktickém kontextu, k němuž se graf vztahuje. To je vhodné například u silniční sítě, kde takto ohodnocené hrany představují skutečnou délku silnic, nebo pokud chceme vyjádřit náklady, které vzniknou přemístěním se z jednoho vrcholu grafu do druhého. O takových grafech pak mluvíme jako o vážených, kde ohodnocené hrany představují *váhy*.

### Souvislé a nesouvislé grafy

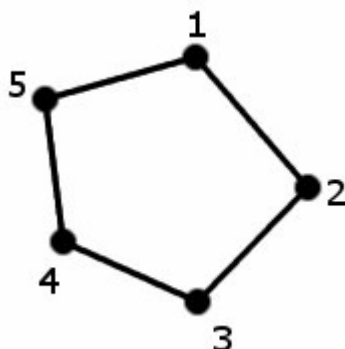
U grafu nás často zajímá, zda je možno dostat se z výchozího vrcholu do každého z ostatních. Pokud takové cesty pro každé dva vrcholy existují, graf nazýváme souvislým. Naopak pro nesouvislé grafy jsou tyto cesty v některém místě přerušeny. To znamená, že neexistuje cesta z výchozího vrcholu do všech ostatních vrcholů. Nesouvislý graf se přirozeným způsobem dělí na více grafů souvislých.

### 1.3.2 Typy běžných grafů

#### *Kružnice délky $n$*

Má nejméně tři vrcholy, které jsou spojeny  $n$  hranami. Spojením všech bodů dostáváme uzavřený cyklus, neboli kružnici, která vychází z počátečního bodu a zase se do něj vrací.

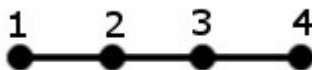
Obrázek 3: Kružnice délky 5



### *Cesta délky $n$*

Graf, jenž má  $n$  vrcholů, které jsou spojeny za sebou  $n-1$  hranami, se nazývá cestou.

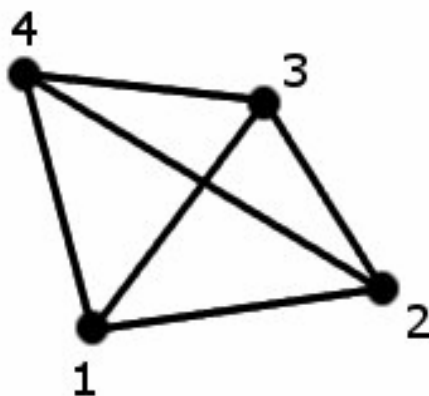
Obrázek 4: Cesta délky 4



### *Úplný graf*

Neorientovaný graf na  $n$  vrcholech, které jsou navzájem propojené celkem  $\binom{n}{2}$  hranami, se nazývá grafem úplným.

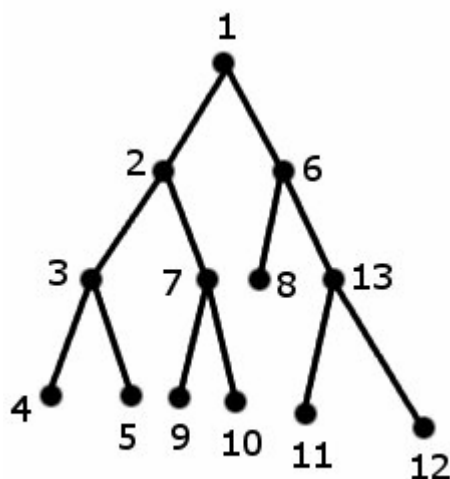
Obrázek 5: Úplný graf o čtyřech vrcholech



## ***Stromový graf***

Jedná se o neorientovaný graf, který je souvislý a neobsahuje žádnou kružnici.

Obrázek 6: Stromový graf



### **1.3.4 Prohledávání grafů<sup>8</sup>**

U grafů je častou otázkou, jak se co nejefektivněji dostat z vrcholu  $u$  do vrcholu  $v$ , tj., zajímá nás jak vypadá nejkratší spojení mezi dvěma zvolenými body. Toto spojení si definuje vzdálenost mezi  $u$  a  $v$ , která představuje počet hran, nebo sumu jejich vah, pro nejkratší cestu z  $u$  do  $v$ . Pro hledání nejkratší cesty se využívá datová struktura zvaná *sled*. Sled si můžeme definovat jako posloupnost hran a vrcholů grafu. Sled je tedy procházka po grafu, kde se vrcholy a hrany mohou opakovat. Délku sledu měříme počtem hran, případně součtem vah hran. *Cesta* grafem je sled, kde se neopakují ani vrcholy ani hrany. Z předchozího vyplývá, že pokud existuje sled z vrcholu  $u$  do vrcholu  $v$ , existuje také cesta, kterou můžeme získat postupným vypouštěním opakujících se vrcholů. Existuje celá řada algoritmů pro hledání nejkratších cest v grafu. My si uvedeme některé nejznámější jako je prohledávání do šířky, prohledávání do hloubky a Dijkstrův algoritmus.

---

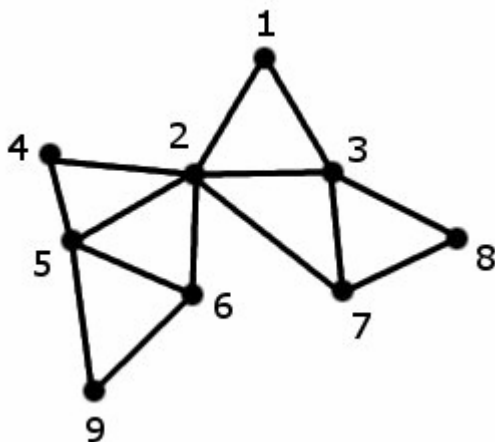
<sup>8</sup> KLEINBERG, Jon; TARDOS, Éva. *Algorithm Design*. 1st edition. USA : Pearson Education, Inc, 2006. 838 s. ISBN 0-321-29535-8.

### Prohledávání do šířky (Breath-First Search)

Prohledávání grafů do šířky pracuje s úrovněmi. Začínáme u počátečního vrcholu, který si označíme písmenem  $s$ , a hledáme všechna spojení hranami do sousedních vrcholů. Tím dostaneme množinu všech sousedních vrcholů, kterou si můžeme označit jako první úroveň prohledávání. Poté pokračujeme hledáním sousedních vrcholů k první úrovni prohledávání. Po nalezení všech sousedních vrcholů dostaneme opět množinu bodů, kterou označíme jako druhou úroveň. Proces se neustále opakuje dokud nevyčerpáme všechny vrcholy grafu.

Úroveň jedna obsahuje všechny vrcholy se vzdáleností jedna od počátečního bodu. Úroveň dva obsahuje všechny vrcholy se vzdáleností dva z výchozího bodu atd. Pokud hledáme nejkratší cestu z vrcholu  $s$  do některého z ostatních vrcholů, bude délka cesty vždy rovna číslu úrovně, ve které se daný vrchol nachází.

Obrázek 7: Prohledávání do šířky



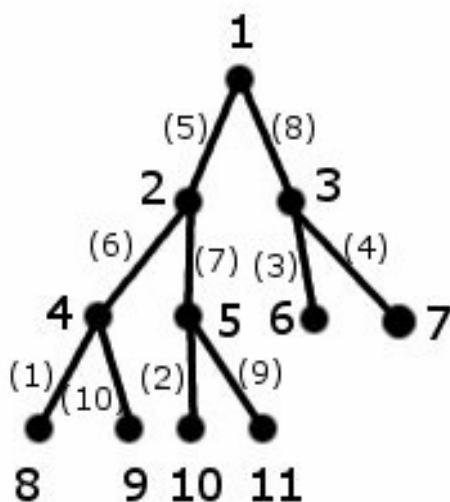
Jako příklad je uveden předchozí graf na obrázku 7, kde máme počáteční vrchol 1. První úroveň obsahuje všechny sousedy výchozího vrcholu, tedy body 2 a 3. Do druhé úrovně přiřadíme body sousedící s body obsaženými v první úrovni, tedy body 4, 5, 6 a 7 jako sousedy bodu 2 a body 7 a 8 jako sousedy bodu 3. V druhé úrovni prohledání jsme tedy našli body (4, 5, 6, 7, 8). Poslední úroveň bude

obsahovat pouze bod 9. Pokud chceme najít nejkratší cestu z bodu 1 do bodu 9, bude tato nejkratší cesta mít délku právě 3.

### Prohledávání do hloubky (Depth-First Search)

Dalším způsobem prohledávání grafů je tzv. prohledávání do hloubky. Opět máme daný počáteční vrchol a ostatní vrcholy jsou očíslovány čísly 2, 3, 4 atd. Pro určení pořadí procházení grafu je vhodné očíslovat i hrany. Nalezneme hranu číslo 1 s nejnižším číslem - v našem případě hrana 5 -, která vede z vrcholu číslo 1. Dostaneme se do dalšího vrcholu a hledáme opět hranu s nejnižším číslem, která z daného vrcholu vede k dalšímu vrcholu. Tímto způsobem pokračujeme, dokud nenarazíme na slepou ulici, tedy na vrchol, ze kterého žádná doposud neprozkoumaná hrana nevede. Poté se vracíme zpátky stejnou cestou, dokud nenarazíme na vrchol se zatím neprozkoumaným sousedem a pokračujeme v prohledávání. Pro zobrazení algoritmu prohledávání do hloubky se často používá stromových struktur.

Obrázek 8: Prohledávání do hloubky



Postup procházení grafem si ukážeme na obrázku 8: Vycházíme z vrcholu 1, který má dva nejbližší sousedy 2 a 3. Přesuneme se tedy do vrcholu 2, po hraně s číslem 5, a pokračujeme stejným způsobem, až se přes vrchol 4 dostaneme do

vrcholu 8. Z tohoto vrcholu již žádná nová hrana nevede. Jedná se tedy o slepou ulici. Vracíme se do vrcholu 4 a pokračujeme prohledáváním dosud neprohledané hrany do vrcholu 9, z kterého se vracíme zpět do vrcholu 4. Žádná neprohledaná hrana už neexistuje, a proto se vracíme do vrcholu 2 atd. Tento celý proces se opakuje, dokud nejsou objeveny všechny vrcholy grafu.

### **Dijkstrův algoritmus**

Dijkstrův algoritmus je jedním nejpoužívanějších způsobů prohledávání grafů. Lze ho použít i v případě různých vah hran grafů. Dijkstrův algoritmus pracuje s datovou strukturou zvanou „halda“, proto si nejdříve popíšeme ji.

*Halda* je datová struktura pro uchovávání množiny čísel. Halda obsahuje  $n$  prvků a jednotlivé prvky jsou uloženy na pozici 0 až  $n-1$ . Podstatou haldy je, že pro každou dvojici prvků umíme říct, který je ten menší. Jedná se tedy o množinu s úplným uspořádáním.

Přidávání prvků probíhá tak, že nový prvek nejdříve umístíme na poslední pozici s indexem  $n-1$ . Nyní porovnáme tento prvek s jeho předchůdcem na pozici  $n-2$ . V případě, že je předchůdce prvku menší než nový prvek, nic se nestane. V opačném případě nový prvek přesouváme na pozici jeho předchůdce a předchůdce se posune na pozici nového prvku. Pokud by si prvky vyměnily pozice, pokračujeme srovnáváním prvku v pozicích  $n-1$ ,  $n-2$ , atd. Proces se opakuje až do doby, kdy je nový prvek větší než jeho předchůdce v haldě popřípadě je na nulté pozici.

Účelem Dijkstrova algoritmu je nalezení nejkratší cesty mezi dvěmi zadanými vrcholy grafu. Jedná se podobný systém prohledávání jako je prohledávání do hloubky. Zvolíme si vrchol  $v_0$ , ze kterého chceme naleznout délky nejkratších cest do všech ostatních vrcholů. Pro zapisování délek všech možných cest se používá právě výše zmíněná halda. Do haldy si zapíšeme pole délek zatím nalezených cest do všech ostatních vrcholů. U některých vrcholů budeme mít poznamenáno, že cesta nalezená do nich je ta nejkratší možná. Takové vrcholy se nazývají trvale ohodnocené. Na začátku se inicializují všechny hodnoty v haldě na  $\infty$  s výjimkou hodnoty odpovídající vrcholu  $v_0$ , která bude rovna 0 (délka trasy z vrcholu  $v_0$  do  $v_0$  je samozřejmě 0).

Základní postup Dijkstrova algoritmu je následující: vybereme vrchol  $v_n$ , který není trvale ohodnocený. Délka cesty z vrcholu  $v_0$  do vrcholu  $v_n$  je pro zatím

nalezené trasy vyjádřena aktuální hodnotou vrcholu  $v_n$ . Dále budeme testovat, zda nevede do vrcholu  $v_n$  kratší cesta přes jiný trvale ohodnocený vrchol. Pokud neexistuje, vrchol  $v_n$  pokládáme za trvale ohodnocený. Nalezneme-li kratší cestu, změníme délku zatím nalezené cesty do  $v_n$  a v haldě hodnotu přepíšeme. Toto provedeme pro všechny vrcholy. Celý algoritmus skončí ve chvíli, kdy jsou všechny vrcholy trvale ohodnocené.

### 1.3.5 Výpočetní složitost<sup>9</sup>

Výpočetní složitost je velkým problémem při řešení různých praktických otázek na počítači. Předložená práce v tomto ohledu není výjimkou a proto si musíme uvědomit některá základní fakta z této oblasti. Na první pohled se může zdát, že při současné rychlosti výpočetní techniky hraje faktor času pouze zanedbatelnou roli, ale opak je pravdou. Naším hlavním úkolem je vytvořit algoritmus, který bude prohledávat grafy a optimalizovat cesty na nich. Z hlediska časové náročnosti bude doba potřebná k výpočtu záviset na více faktorech.

Principiálním faktorem je rozsah vstupních dat, který se obvykle měří počtem paměťových jednotek (např. bitů) nutných k jejich uchování. Tento rozsah si označíme  $n$ . S rostoucím  $n$  se pochopitelně zvyšuje i časová náročnost výpočtu. Jak rychle časová náročnost s rostoucím počtem vstupů narůstá závisí na počtu elementárních příkazů algoritmu, a také závisí na formátu vstupních dat. Pokud máme již data setříděná v určitém formátu bude časová náročnost nižší, než v případě datového souboru nesetříděných dat.

Z teoretického hlediska je základní rozlišení složitosti na:

- Polynomiální P (lineární, logaritmické a mocninné funkce)
- Nepolynomiální NP (exponenciální funkce a faktoriál)

Zkratka NP označuje třídu problémů, které se dají jeden na druhý přenést tak, že čas běhu algoritmu pro jeden problém je nejvýše mocninou času běhu algoritmu pro problém druhý. Problém řešený algoritmem, jehož počet úkonů lze vyjádřit

---

<sup>9</sup> KLEINBERG, Jon; TARDOS, Éva. *Algorithm Design*. 1st edition. USA : Pearson Education, Inc, 2006. 838 s. ISBN 0-321-29535-8.

polynomem v  $n$ , spadá do třídy problémů P řešitelných v polynomiálním čase. Dosud nevyřešenou otázkou je, zda se úlohy spadající do NP dají řešit v polynomiálním čase (i když se předpokládá, že tomu tak není). Zatím nebylo prokázáno zda  $NP \neq P$ . Nicméně jde o tak důležitý problém, že Clayův matematický institut vypsal odměnu jednoho miliónu USD za vyřešení této otázky. Pokud by se dokázalo, že všechny NP úlohy se dají vyřešit v P, mohlo by to v principu znamenat ohrožení bezpečnosti internetu, bankovních systémů a mnoha dalších. Rozšifrování mnoha klíčů a kódů totiž spadá do NP úloh. Pokud by se daly řešit v P, musela by se nalézt jiná metoda zabezpečení.

Z praktického hlediska je ovšem často podstatnější rozdělení algoritmů na lineární a na algoritmy obtížnější. Pokud u lineárních algoritmů zdvojnásobíme počet vstupních dat, potřebný čas na zpracování se prodlouží na dvojnásobek původní hodnoty. U složitějších algoritmů ovšem vzroste potřebný čas výpočtu mnohem více. U kvadratických algoritmů zdvojnásobení vstupu zvýší čas běhu 4-krát a u exponenciálních algoritmů se čas dokonce umocní na 2!

Následující tabulka uvádí pro ilustraci časovou náročnost algoritmů pro různá  $n$  a rozdílné druhy výpočetních složitostí na počítači, který jednu elementární operaci vykoná za jednu mikrosekundu.



**Tabulka 1: Příklady výpočetní složitosti pro různé n**

	<b>n</b>	<b>n log n</b>	<b>n<sup>2</sup></b>	<b>n<sup>3</sup></b>	<b>2<sup>n</sup></b>	<b>n!</b>
<b>10</b>	<1 s	<1 s	<1 s	<1 s	<1 s	4 s
<b>30</b>	<1 s	<1 s	<1 s	<1 s	18 min	10 <sup>25</sup> let
<b>50</b>	<1 s	<1 s	<1 s	1 s	36 let	velmi dlouho
<b>100</b>	<1 s	<1 s	1 s	18 min	10 <sup>17</sup> let	velmi dlouho
<b>1 000</b>	<1 s	<1 s	2 min	12 dní	velmi dlouho	velmi dlouho
<b>10 000</b>	<1 s	2 s	3 hodiny	32 let	velmi dlouho	velmi dlouho
<b>1 000 000</b>	1 s	20 s	12 dní	31710 let	velmi dlouho	velmi dlouho

Z tabulky vyplývá, že algoritmy se složitostí  $n$ ,  $n \log n$ ,  $n^2$  a  $n^3$  (polynomiální) se pro rozsah vstupních hodnot od 10 do 50 nijak výrazně neodlišují. Algoritmy se složitostí  $2^n$  a  $n!$  (nepolynomiální) jsou nepoužitelné pro větší soubory dat. Už při pouhé hodnotě 100 vstupních dat v dané situaci, bychom čekali mnoho let na konečný výsledek. Pro větší počet vstupních dat se osvědčují jako nejrychlejší algoritmy s  $n$  a  $n \log n$  složitostí. Za přijatelnou je považována složitost  $n^2$ . I když pro rozsah vstupních dat 1 milion by v daném kontextu výpočet trval celých 12 dní!

## 1.4 Problém obchodního cestujícího<sup>10</sup>

Hledání optimálních cest pro svoz odpadu v principu vychází z problému obchodního cestujícího. Proto je důležité uvědomit si základní fakta z této problematiky.

Problém obchodního cestujícího (zkráceně TSP z anglického „Travelling Salesman Problem“) byl poprvé formulován jako matematický problém v roce 1930.

<sup>10</sup> APPLGATE, David L.; BIXBY, Robert E. ; CHVÁTAL, Vašek.; COOK, William J. *The Travelling Salesman Problem : A Computational Study* . USA : Princeton University Press, 2006. 606 s.

V současnosti je TSP jeden ze základních studovaných problémů jak v teoretických, tak v praktických aplikacích. Základní definice problému obchodního cestujícího je následující: obchodní cestující má za úkol navštívit daný počet měst a vrátit se do domovského města, tak aby navštívil každé město právě jednou a celková cesta byla nejkratší možná. Jedná se o matematickou optimalizační úlohu.

### **1.4.1 Historie**

Podobný problém jako TSP popisuje William Rowan Hamilton, který v roce 1857 vymyslel matematickou hru zvanou „icosian game“. Jedná se o propojení několika uzlů pomocí spojů, kdy každý uzel smí být navštíven pouze jednou. Přes žádný spoj nesmí trasa proběhnout dvakrát a cesta končí v počátečním uzlu. Pokud taková cesta existuje, říká se jí Hamiltonův cyklus.

Podobnou úlohou je hledání Eulerova cyklu, jenž je cestou v grafu, která použije každou hranu právě jednou. Poprvé popsal matematicky problém obchodního cestujícího Karl Menger. Zabýval se prohledáváním grafů pomocí metody nejbližšího souseda. Od té doby se mnoho matematiků zabývá TSP a snaží se pracovat stále s větším počtem měst. V 50. a 60. letech 20. století se problém obchodního cestujícího stal velmi populární. Tři významní matematici vymysleli tzv. metodu cutting plane, podle které řešili cestu pro 49 měst a dokázali, že žádná jiná cesta není kratší. Richard M. Karp dokázal, že problém obchodního cestujícího patří mezi problémy spadající do NP. Roku 2004 byl TSP vyřešen pro specifickou situaci obsahující pro 24 978 měst a zároveň bylo dokázáno, že neexistuje kratší cesta, než tato nalezená.

### **1.4.2 TSP – obecný popis**

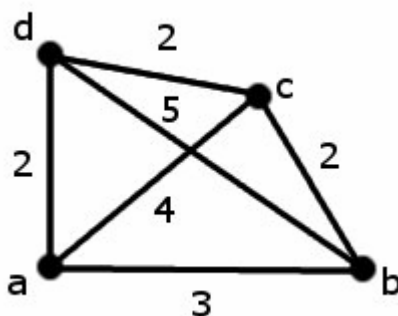
Problém obchodního cestujícího můžeme interpretovat jako hledání nejkratší cesty v grafu, kdy města představují uzly grafu a vzdálenosti mezi městy představují hrany grafu. TSP označujeme jako symetrický, pokud pracujeme s neorientovaným grafem, nebo jako nesymetrický, pokud pracujeme s grafem orientovaným. Hrany v orientovaném grafu znázorňují například jednosměrné ulice.

Problém obchodního cestujícího se řadí mezi problémy s velkou výpočetní složitostí. Jako nejjednodušší řešení by se mohlo zdát zjištění všech možných cest mezi zadanými městy a označení nejkratší jako optimální. Tento postup řešení se

nazývá prohledávání hrubou silou (z anglického „*Brute Force Search*“). Prohledávání hrubou silou ovšem znamená použití permutací a počet všech možných cest je roven počtu permutací, tj.  $n!$ . Použití metody prohledávání hrubou silou funguje tedy jen pro omezený počet měst. Z našich numerických experimentů vyplývá, že tento postup je ve standardním počítači řešitelný pro 10 měst a méně. Pro více jak 10 měst se stává velmi časově náročným a pro více jak 12 měst téměř neřešitelným.

Obrázek číslo 9 ukazuje konkrétní případ řešení problému obchodního cestujícího pro 4 města.

Obrázek 9: Příklad řešení TSP



Budeme uvažovat výchozí město  $a$  a tři další města  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , která je nutno navštívit a vrátit se zpět do výchozího města. Při metodě prohledávání hrubou silou bychom nejdříve zjistili všechny možné cesty, kterými se dá cesta uskutečnit. Poté bychom zjistili délky těchto cest a našli tu nejkratší.

Tabulka 2: Výpočet nejkratší cesty prohledáváním hrubou silou

Kombinace	Délka cesty
a-b-c-d-a	$3 + 2 + 2 + 2 = 9$
a-b-d-c-a	$3 + 5 + 2 + 4 = 14$
a-c-b-d-a	$4 + 2 + 5 + 2 = 13$
a-c-d-b-a	$4 + 2 + 5 + 3 = 14$
a-d-b-c-a	$2 + 3 + 2 + 4 = 11$
a-d-c-b-a	$2 + 2 + 2 + 3 = 9$

Z předchozí tabulky vyplývá, že nejkratší cesta je  $a-b-c-d-a$  a zároveň cesta  $a-d-c-b-a$  s délkou 9. Jedná se o cesty totožné, jednotlivá města procházíme pouze v obráceném pořadí.

### **1.4.3 Způsoby řešení**

Existují dvě skupiny metod, které se zabývají řešením problému obchodního cestujícího. První skupinou jsou tzv. exaktní metody, které ze všech možných cest vyberou skutečně nejkratší. Druhou skupinou jsou metody heuristické, které jsou sice méně časově náročné, ale nutně neprozkoumávají všechny možné cesty. Pro tyto metody není tedy zaručeno, že nalezená cesta bude opravdu ta nejkratší.

#### **1.4.3.1 Exaktní metody**

##### *Lineární programování*

Jedná se o hledání optimálních hodnot pro lineární funkci za pomoci daných podmínek. Používá se většinou pro malé počty měst, jelikož se jedná většinou o exponenciální nebo mocninou funkci, kdy doba řešení s přibývajícím počtem měst velmi rychle narůstá.

##### *Dynamické programování*

Využívá ve svých algoritmech tzv. rekurzivní volání. Velký problém je rozdělen na několik menších problémů stejného charakteru. Výsledky dílčích problémů jsou používány v celkovém problému a tím se jeho řešení značně zjednodušuje. Metodu rekurzivního volání lze aplikovat i na větší počty měst.

##### *Metoda větví a mezí*

Metoda spočívá v náhodném prohledávání okružních cest a následnému dělení těchto cest do větví podle předem zvolených vlastností. Je vytvářen strom, kdy jeho větve můžeme buď úplně vyloučit z přípustných řešení, dále rozvětvit, nebo zařadit do možných řešení.

### 1.4.3.2 Heuristické metody

#### *Nejbližší soused*

Jedná se o velmi jednoduchou metodu. Začínáme ve výchozím městě a hledáme nejbližší sousední město. Do nejbližšího města se přesuneme a hledáme opět nejbližšího souseda, který doposud nebyl navštíven. Celý proces se neustále opakuje, dokud nenavštívíme všechna města. Metoda není příliš spolehlivá, jelikož se zvyšujícím se počtem navštívených měst se zvyšuje i pravděpodobnost, že se bude nutné přesunout do příliš vzdáleného města, které v dřívějším prohledávání nebylo do stávající trasy zahrnuto.

#### *k-OPT metoda*

Metoda spočívá ve zvolení libovolné okružní cesty. Poté jsou hrany v nalezené cestě obměňovány tak, aby byla nalezena cesta kratší. Tento proces se několikrát opakuje až do doby, než se nám zdá, že nalezená cesta je skutečně ta nejkratší. Jedná se o pouhou optimalizaci na základě zlepšování náhodně vybrané varianty.

## 2. Metodika

### 2.1 Cíl práce

Cílem práce je vypracovat metodu, která umožní zhodnocení efektivity stávajících tras a případně návrh nových cest sběru separovaného odpadu prováděného firmou A.S.A. v Českých Budějovicích.

### 2.2 Metodický postup

V diplomové práci „Optimalizace sběrných cest ve vybraném regionu,“ byly využívány metodické postupy, které objasňují základní problémy související se svozem odpadů. Jedná se o pilotní studii, která byla z důvodu zjednodušení celého problému aplikována pouze na problém svozu separovaného odpadu v Českých Budějovicích. Sběr separovaného odpadu je méně náročný na detailní zaznamenání polohy a kapacity jednotlivých kontejnerů a přitom představuje specifickou a snadno oddělitelnou část sběrných aktivit. Účelem této studie je zjištění základních problémů, které se při optimalizaci sběrných cest vyskytují, a navrhnutí řešení zjištěných problémů. Algoritmus, který bude výstupem diplomové práce, by měl být škálovatelný. To znamená jeho použitelnost jak pro separovaný, tak pro komunální odpad v jakémkoli městě.

#### ***Diplomová práce je rozdělena do čtyř hlavních částí:***

První část diplomové práce se zabývá sběrem dat. Tato část práce podává základní informace o počtech a rozmístění jednotlivých sběrných míst v Českých Budějovicích.

Druhá část diplomové práce se zabývá zpracováním a úpravou dat získaných v první části práce. Výstupem bude vážený úplný graf, ve kterém vrcholy představují jednotlivá sběrná místa s jejich kapacitou a hrany grafu představují vzdálenosti mezi sběrnými místy.

Třetí částí práce je vypracování algoritmu pro hledání optimálních cest mezi jednotlivými sběrnými místy. V této části práce budou nalezeny nové trasy.

Finální částí diplomové práce bude porovnání nově nalezených tras s trasami stávajícími. V této části již bude možné určit, zda jsou nově nalezené trasy efektivnější než trasy stávající.

### **Sběr dat**

Úkolem první části diplomové práce byl sběr dat o přesné geografické poloze jednotlivých sběrných míst a zaznamenání kapacity těchto míst. Sběr dat byl zaměřen na veškerý separovaný odpad v Českých Budějovicích a bezprostředním okolí.

Sběr dat byl prováděn pomocí zařízení GPS, do kterého byla zaznamenávána všechna sběrná místa v Českých Budějovicích. Sběr dat vyžadoval fyzickou přítomnost řešitele ve vozidle pro sběr plastových odpadů, se kterým byla během jednoho týdne obježděna všechna sběrná místa separovaného odpadu. Při zastavení vozidla z důvodu vyprázdnění kontejneru byla zaznamenána poloha místa do zařízení GPS a do předem připraveného formuláře byl zapsán počet jednotlivých kontejnerů a jejich objem. Zařízení GPS zároveň automaticky zaznamenávalo čas, ve kterém byla jednotlivá sběrná místa navštívena, a trasy mezi sběrnými místy. Zaznamenání tras bylo podstatné pro finální část práce, ve které probíhalo srovnání stávajících tras a tras nově nalezených.

Fyzickou přítomností ve vozidle byly zároveň zjištěny určité těžkosti, které souvisí se svozem separovaných odpadů. Tyto těžkosti jsou popsány v praktické části.

### **Zpracování dat**

Cílem této části práce bylo převedení dat ze zařízení GPS do počítače, následná úprava dat do potřebných formátů a jejich zpracování.

Data byla nejprve stažena do počítače pomocí aplikace EasyGps, která umožňuje komunikaci s většinou GPS zařízení. V aplikaci byla provedena kontrola správnosti získaných souřadnic sběrných míst a úprava chybných dat, která se při sběru vyskytla. Dalším krokem bylo převedení dat z aplikace EasyGps do formátů, ve kterých je možno data dále upravovat.

Převedení probíhalo v aplikaci „*Itinerary Converter and Planner*,“ která umožňuje převod do různých formátů. Jako výstupní formát byl zvolen csv (Comma-

separated values), který bylo možno otevřít v aplikaci Microsoft Excel, ve kterém byl proveden následný přepoččet dat. Souřadnice byly přepočítány z desetinných čísel do formátu stupně, minuty a vteřiny.

Pro vynesení získaných bodů do mapy Českých Budějovic bylo použito softwarového balíku GIS a jeho aplikaci ArcView. Data byla nejdříve převedena z formátu xls do formátu mbd, který využívá Microsoft Access a následně převedena do tabulkového formátu dbf, se kterým bylo již možno pracovat v aplikaci Arcview. Jednotlivá sběrná místa byla vynesena do katastrální mapy Českých Budějovic, která nám byla poskytnuta magistrátem města České Budějovice.

Nejdůležitějším úkolem této části práce bylo zjištění dojezdových vzdáleností mezi jednotlivými sběrnými místy. Vzdálenosti byly zjišťovány pomocí internetových stránek <http://maps.google.cz/>, kde je možno pomocí vyhledávače tras zjišťovat vzdálenosti mezi zadanými body. Jednotlivé body byly nejdříve rozčleněny do klastrů. Rozdělení do klastrů značně usnadnilo zjišťování vzdáleností, jelikož stačilo vždy spočítat vzdálenosti pouze v jednotlivých klastrech.

Vzdálenosti byly zjišťovány vždy mezi dvěma body, které se do vyhledávače tras zadávaly ve formátu stupně, minuty a vteřiny. Následně byl v každém klastru vybrán jeden bod, který byl označen jako referenční. Vzdálenosti referenčních bodů byly použity jako definice vzdálenosti jednotlivých klastrů. Vzdálenosti dvou bodů v odlišných klastrech se zjišťovaly jako vzdálenost prvního bodu a referenčního bodu v aktuálním klastru, vzdálenost druhého bodu a referenčního bodu ve druhém klastru, ke kterým se přičetla vzdálenost klastrů. Tímto způsobem bylo možno určit vzájemné vzdálenosti všech bodů. Jako zvláštní klastr byla zvolena skládka a dvě samostatná sběrná místa v Třebotovicích a Kališti, která byla také zařazena do samostatného klastru.

### **Hledání sběrných cest**

Nejdůležitější částí diplomové práce bylo vypracování algoritmu pro hledání optimálních cest mezi jednotlivými sběrnými místy. Algoritmus byl aplikován na vážený graf vytvořený v předchozí části diplomové práce.

Sběrná místa byla rozdělena do klastrů pomocí metody nejbližšího souseda. Metodou nejbližšího souseda byly vytvořeny klastry po dvaceti bodech, které v průměru odpovídají jednomu naplnění sběrného vozidla, a následně byla ke každému klastru přidána skládka jako výchozí stanoviště. Na prvních deset bodů v



klastrech byla poté aplikována metoda prohledávání hrubou silou a zbývající body byly postupně přidány do zjištěné trasy tak, aby přírůstky vzdáleností byly co nejmenší. Tato metoda byla použita na všechny klastry a tímto způsobem byly navrženy nové trasy, které musí vozidlo během jednoho týdne objet.

### **Porovnání stávajících a nově nalezených tras**

V poslední části práce byly porovnány stávající trasy, které byly zjištěny při sběru dat, s nově nalezenými trasami. Bylo posouzeno, jak podstatně ovlivňuje užitá metoda výpočtu vzdáleností nalezenou celkovou délku tras.

### 3. Sběr dat

V této kapitole si přiblížíme problematiku svozu a poté probereme detaily sběru dat pro problém řešený v této diplomové práci. V oddíle 3.4 navíc zmíníme praktické těžkosti, které byly zjištěny při účasti řešitele na jízdách sběrného vozidla firmy A.S.A.

#### 3.1 Svoz odpadu a podobné úlohy

Diplomová práce se zabývá svozem separovaného odpadu. Cílem je vypracování algoritmu pro nalezení efektivních cest, které by znamenaly zkrácení délky stávajících tras. Obecně lze říci, že svoz odpadu je úloha podobná problému obchodního cestujícího. Sběrná místa odpadu představují jednotlivá města a vzdálenosti mezi sběrnými místy představují jednotlivé trasy. Úloha je navíc komplikovanější omezenou kapacitou sběrných vozidel. Ta způsobuje poměrně časté odjezdy vozidel na skládku k vyprázdnění. Pokud by byla kapacita vozidla neomezená a bylo by možno posbírat všechny kontejnery během jedné cesty, jednalo by se pouze o problém obchodního cestujícího.

Hledání efektivních cest se samozřejmě netýká pouze svozu odpadu, ale problém lze aplikovat i na jiné praktické úlohy. Například úkolem poštovního doručovatele je doručit poštu do domů v určité lokalitě. Poštovní doručovatel nemusí obcházet všechny domy, ale pouze ty, pro které má poštovní zásilku. Pokud by poštovní doručovatel znal nejkratší možnou cestu mezi domy, uspořil by nejen kroky, ale i čas. Podobným problémem jsou rozvozy obědů starším lidem.

Jako další si můžeme uvést logistický problém rozvozu zboží, kde hledáme nejkratší cestu pro obsluhu všech odběratelů a zákazníků. Jedná se například o rozvoz denního tisku do novinových stánků, nebo zásobování obchodů čerstvými potravinami a mnoho dalších. Opět se v podstatě jedná o problém obchodního cestujícího, který je složitější kvůli omezené kapacitě zásobovacího vozidla. Pokud se vozidlo vyprázdí, musí se vrátit zpět do skladu pro zásoby a poté pokračovat v nedokončené trase.

Všechny výše uvedené úlohy mají jedno společné. Jedná se o hledání nejefektivnější trasy a to nejen z hlediska vzdáleností, ale i času, popřípadě jiných veličin spojených se svozem a rozvozem. Z uvedeného vyplývá, že problém obchodního cestujícího je podproblémem mnoha praktických úloh.

Naším cílem je vypracovat metodu, která se dá aplikovat nejen na svoz separovaných odpadů a odpadů komunálních, ale s drobnými úpravami i na ostatní podobné úlohy, které se zabývají svozem či rozvozem.

### **3.2 Sběr dat z oblasti separovaného odpadu**

Úkolem první části práce je sběr dat o přesné geografické poloze jednotlivých sběrných míst a zaznamenání kapacity těchto míst. Sběr dat je zaměřen na veškerý separovaný odpad v Českých Budějovicích a bezprostředním okolí. Separovaný odpad se skládá ze tří základních komodit: plastu, papíru a skla. Sklo se dále dělí na bílé sklo, které je poměrně málo frekventované, a sklo ostatní.

Sběr dat byl prováděn pomocí zařízení GPS, do kterého byla zaznamenávána všechna sběrná místa v Českých Budějovicích. Data se zaznamenávala do GPS značky Garmin, která umožňuje zaznamenání až 500 bodů. Zároveň byly zaznamenávány i stávající trasy, podle kterých jsou jednotlivá sběrná místa objížďena. Sběr dat byl prováděn ve spolupráci s firmou A.S.A., která řešiteli této práce umožnila objet za pomoci jejich vlastních sběrných vozidel všechna sběrná místa a trasy. Na každý druh separovaného odpadu má A.S.A. zvláštní vozidlo, které všechna sběrná místa v Českých Budějovicích objede v časovém intervalu jednoho týdne. Tři vozidla tak sesbírají veškerý separovaný odpad za jeden týden.

### **3.3 Počet sběrných míst a kontejnerů**

Počet sběrných míst pro separovaný odpad v Českých Budějovicích a bezprostředním okolí je 337. Každé sběrné místo obsahuje nejméně jeden kontejner na některý z druhů separovaného odpadu. Velmi často jedno sběrné místo obsahuje kontejnery na více druhů separovaného odpadu. To znamená, že na jednom sběrném místě můžeme nalézt například kontejner na plastové hmoty a zároveň kontejner na papír a sklo. Toto rozmístění se volí z důvodu snazšího užití sběrných míst občany města, protože obyvatelé nemusí z každým druhem separovaného odpadu chodit na jiné místo.

Některá místa obsahují i více kontejnerů stejného druhu. Tyto místa se nacházejí především v oblastech sídlišť, kde je velká potřeba těchto kontejnerů a tedy i jejich vyšší koncentrace. Jedná se například o sídliště Máj, Vltava apod., kde

můžeme nalézt kontejnery téměř na každých 100 metrech. Naopak nejmenší počet kontejnerů na separovaný odpad se nachází v centru města a to především v oblasti náměstí Přemysla Otakara II.

Následující tabulka ukazuje počet kontejnerů a počet sběrných míst, na kterých se dané kontejnery nachází.

**Tabulka 3: počet sběrných míst separovaného odpadu ke 20. listopadu 2009**

Druhy kontejnerů	Počet kontejnerů	Počet sběrných míst	Četnost výskytu
Papír - 2 m <sup>3</sup>	170	160	47,48%
Papír - 1 m <sup>3</sup>	226	183	54,30%
Plasty - 2 m <sup>3</sup>	332	317	94,07%
Plasty - 1 m <sup>3</sup>	20	20	5,93%
Sklo - 2 m <sup>3</sup>	1	1	0,30%
Sklo - 1 m <sup>3</sup>	268	256	75,96%
Bílé sklo - 1 m <sup>3</sup>	58	58	17,21%
<b>Součet</b>	<b>1075</b>		

Tabulka obsahuje druhy kontejnerů podle druhu separovaného odpadu a objemu těchto kontejnerů. U každého kontejneru je uveden počet výskytů celkem a počet výskytů na jednotlivých sběrných místech. Poslední sloupec tabulky ukazuje četnost výskytu jednotlivých druhů kontejnerů na celkovém počtu sběrných míst. Četnost byla počítána jako podíl počtu sběrných míst pro jednotlivé kontejnery k celkovému počtu sběrných míst v Českých Budějovicích, kterých bylo 337.

Z tabulky je patrné, že nejvíce jsou zastoupeny kontejnery na plasty s obsahem 2 m<sup>3</sup>. Druhé největší zastoupení mají kontejnery na sklo s obsahem 1 m<sup>3</sup>, které jsou následovány kontejnery na papír, jež mají přibližně stejné zastoupení malých i větších kontejnerů. Za zmínku také stojí kontejnery na bílé sklo. Vyskytují se pouze na 17% z celkového počtu sběrných míst. Z tabulky je zřejmý jeden extrém, kdy v celém městě se nachází pouze jeden kontejner na sklo s obsahem 2 m<sup>3</sup>.

### 3.4 Složitosti týkající se sběru odpadů

Jak již bylo řečeno, sběr separovaného odpadu obstarávají v Českých Budějovicích pouze tři vozidla, každé na jiný druh odpadu. Jelikož na sběrných místech jsou kontejnery na různé druhy odpadu obvykle uloženy těsně vedle sebe, je důležité, aby každé vozidlo mělo trochu jinou trasu nebo aby na daná sběrná místa jezdila vozidla v jiném čase. Trasy tedy musí být navrženy tak, aby se dvě vozidla nepotkala ve stejný čas na stejném místě.

Vyprázdnění kontejneru vyžaduje zastavení v bezprostřední blízkosti kontejneru. Poté musí řidič a jeho spolujezdec vystoupit z vozidla. Úkolem řidiče vozidla je ovládnutí hydraulické ruky. Po přiblížení hydraulické ruky ke kontejneru je povinností spolujezdce kontejner zavěsit na hák a zajistit, aby se nemohl vyháknout. Následně je kontejner vyzdvižen nad vozidlo a vyprázdněn. Nakonec je kontejner položen zpět na původní místo, hydraulická ruka se složí a vozidlo může pokračovat k dalšímu sběrnému místu. Celý proces trvá přibližně pět minut. Pokud se tedy dvě vozidla potkají na stejném místě, jedno vozidlo musí počkat, nebo vyrazit na jiné sběrné místo, a později se na dané místo vrátit. Pokud vozidlo počká, znamená to pro něj ztrátu času, a pokud odjede na jiné místo, znamená to prodloužení trasy.

Jedním ze zjevných problémů je nedostatečné technické vybavení vozidel na separovaný odpad. Běžná vozidla pro sběr komunálního odpadu obsahují lis, který zajišťuje, aby objem odpadu, který se do vozidla vměstná, byl co největší. Tím je dosaženo, že vozidlo nemusí jezdit tak často na poměrně vzdálenou skládku. Toto zařízení vozidla na separovaný odpad neobsahují. Proto je nezbytné odpad stlačovat a sešlapovat jinými dostupnými prostředky. Když je vozidlo ze tří čtvrtin naplněno, spolujezdec vyleze na korbu a odpad sešlapuje. Jako účinnější prostředek se jeví stlačování odpadu plným kontejnerem, těsně před jeho vyprázdněním. Výsledkem procesu je navýšení kapacity vozu řádově o dva až tři kontejnery. Lze očekávat, že nainstalování lisovacího zařízení do vozidel by mohlo značně snížit počet zajiždek vozidel na skládku.

Problém nastává i při vyprazdňování vozidla na skládce, které často vyžaduje více času než je nezbytně nutné. Týká se hlavně špatné organizace práce zaměstnanců, kteří provádějí dotřídění navezeného separovaného odpadu. Zaměstnanci se často nemohou s řidiči vozidla domluvit, kam chtějí příslušnou várku

odpadu vysypat, nebo v horším případě místo pro vysypání předem nepřipraví a osádka vozidla musí čekat, než to udělají.

Velkým problémem je také neohleduplnost parkujících řidičů, kteří často nechávají svá vozidla stát přímo před kontejnery, takže k nim znemožňují přístup, anebo blokují příjezdovou cestu ke kontejneru. Pokud tato situace nastane, nezbude nic jiného, než se pro kontejner vrátit později toho dne, v nejhorším případě až v některém s následujících dnů. To může vyžadovat, že následující den se musí udělat i několikakilometrová zajížďka pro jeden kontejner, ke kterému se předchozí den nedalo dostat.

### **3.5 Postup sběru odpadů**

Úkolem sběrného vozidla je během týdne vyprázdnit všechny kontejnery na odpovídající druh separovaného odpadu. Řidič vozidla dostane k dispozici seznam sběrných míst. Na seznamu je napsaná ulice s čísly jednotlivých kontejnerů v této ulici. Po navštívení daného místa řidič položku ze seznamu odškrtně a pokračuje k dalšímu sběrnému místu.

Nezáleží tedy na pořadí navštívení jednotlivých sběrných míst. Jde pouze o to jednou za týden každé sběrné místo navštívit a kontejnery na tomto místě vyprázdnit. Seznam ulic a popisných čísel kontejnerů může být náročný na zvládnutí pro řidiče začátečníky. Zkušenější řidiči již znají většinu sběrných míst nazpaměť a mají vytvořený systém svozu. Systém svozu spočívá v rozdělení města do jednotlivých destinací. Po svezení odpadu z jedné destinace se postupuje k destinaci další. Obvykle se také nezabývají jakou cestou se dostat z jednoho sběrného místa do druhého a kde jak zacouvat. Řidiči většinou vycházejí ze zkušeností, které získali dlouhodobým objížděním stále stejných sběrných míst.

Ještě do nedávné doby jezdila vozidla pro sběr separovaného odpadu na dvě směny, ranní a odpolední. V současné době se pobožce společnosti A.S.A. v Českých Budějovicích podařilo tyto dvě směny zkrátit na jednu směnu prodlouženou. Čas sběru separovaného odpadu byl zkrácen na každý den přibližně o pět hodin. Zkrácení času sběru se zdařilo hlavně díky získaným zkušenostem řidičů.

### 3.6 Postup sběru dat

Veškerá data byla zaznamenávána pomocí zařízení GPS a formuláře, do kterého byly zapisovány další potřebné údaje. Formulář obsahoval předem připravenou tabulku, ve které jednotlivé řádky představovaly čísla bodů a do sloupců se zapisovaly počty a druhy kontejnerů.

Samotný sběr dat probíhal tak, že na každém místě, kde vozidlo zastavilo kvůli vyprázdnění kontejneru, byla zaznamenána poloha tohoto bodu pomocí GPS. Zařízení GPS automaticky zaznamenalo číslo bodu, jeho geografické souřadnice a čas, ve kterém byl daný bod zaznamenán. Do formuláře pak bylo zaznamenáno k aktuálnímu číslu bodu kolik kontejnerů, s jakým objemem se v daném místě nacházelo. U každého desátého bodu byly poté zaznamenány geografické souřadnice přímo do formuláře, z důvodu následné kontroly zaznamenávaných bodů. Do formuláře se také zapisovalo, kdy byla naplněna kapacita vozu, po které následoval odjezd vozidla na skládku a jeho následné vyprázdnění. Tímto způsobem byla zaznamenána všechna sběrná místa v Českých Budějovicích.

### 3.7 Četnost vyprázdnění vozidel na skládce

Po naplnění kapacity vozidla následuje vždy odjezd a vyprázdnění vozidla na skládku. Počet kontejnerů, po kterém se vozidlo naplní, není vždy stejný a závisí na několika faktorech.

Prvním faktorem je, že všechny kontejnery nejsou naplněny do jejich plné kapacity. Například kontejnery na odlehlých místech byly v době sběru dat zcela prázdné. To ale neznamená, že prázdný kontejner může být z trasy vynechán. Vozidlo k němu vždy dojde a osádka se přesvědčí zda skutečně je prázdný, nebo zda nějaký odpad obsahuje.

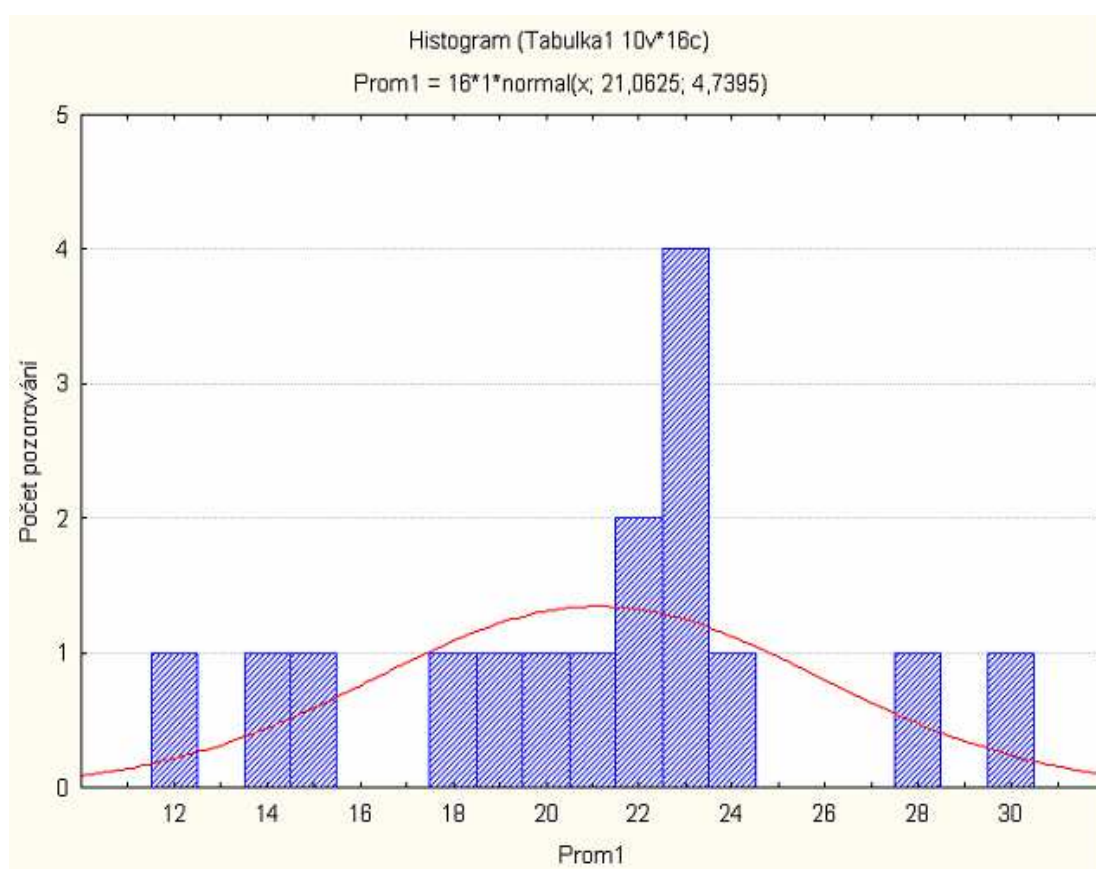
Dalším faktorem, a to především u plastů, je ne vždy stejná kvalita odpadu. Pokud jsou plastové lahve zbavené vzduchu, vozidlo těchto lahví uveze více a naopak. Z těchto důvodů nedochází k vyprázdnění vozidla vždy po stejném počtu sesbíraných kontejnerů.

Průměrná hodnotu kontejnerů, po které vozidla odjížděla na skládku se dá vypočítat jako aritmetický průměr. Na základě sesbíraných dat byla tato hodnota určena na 21 kontejnerů. K hodnotě dojdeme snadným výpočtem, kdy celkový počet kontejnerů vydělíme počtem odjezdů na skládku za celý týden, kterých bylo 16.

Otázkou zůstává zda průměrný počet kontejnerů odpovídá realitě. Poslední vývoz na skládku během dne obsahuje obvykle menší počet kontejnerů. Důvodem bývá většinou splnění plánu pro stávající den.

Z následujícího histogramu vyplývá, že nejčastější hodnota kontejnerů, po které bylo vozidlo zcela naplněno, byla 23 a druhá nejčastější hodnota byla 22 kontejnerů. Nízké hodnoty jsou spojeny obvykle s koncem pracovního dne, kdy kapacita vozu nebyla naplněna, ale z důvodu časového plánu již nebylo třeba naložit další kontejnery. Extrémně vysoké hodnoty jsou zapříčiněny tím, že některé z celkového počtu sesbíraných kontejnerů nebyly zcela naplněny.

**Obrázek10: Histogram naplnění vozidla**



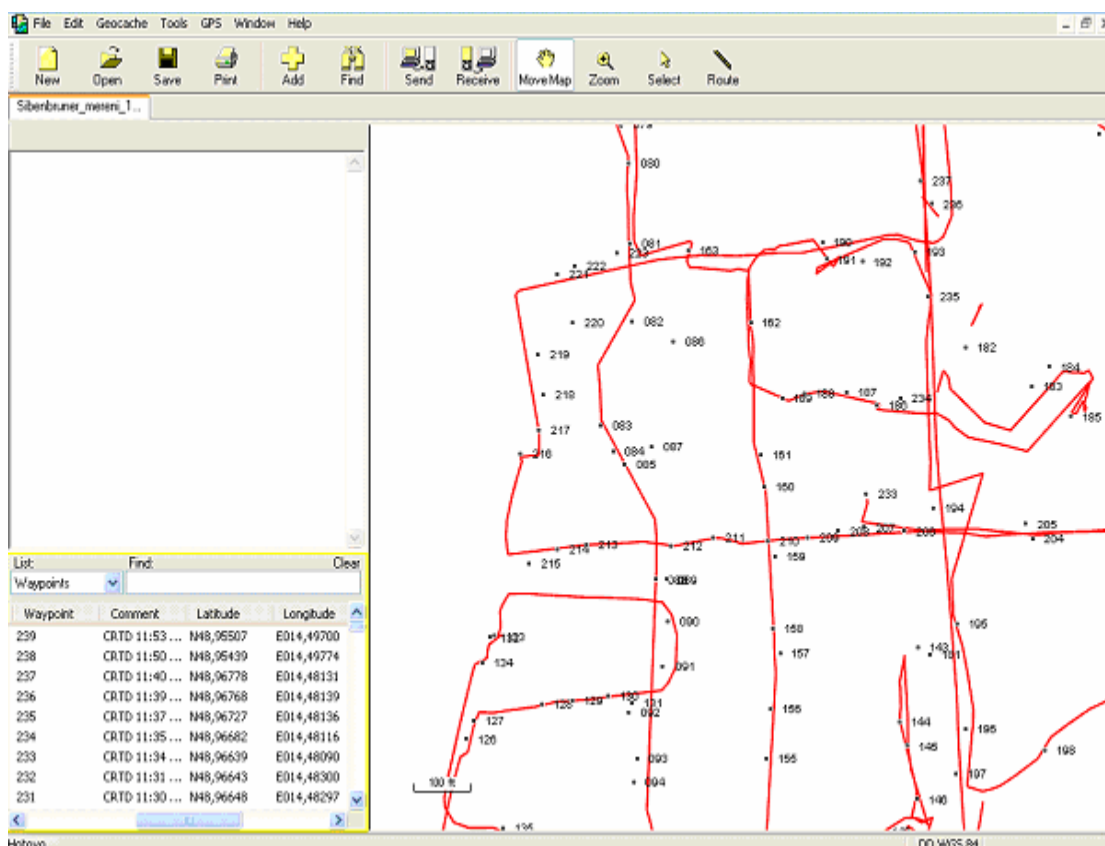
V kapitole zpracování dat je popsán postup, kterým byla převedena data ze zařízení GPS do počítače, dále úprava stažených dat do potřebných formátů, a jejich vynesení do mapy Českých Budějovic. Dále si vysvětlíme postupy při zjišťování skutečných vzdáleností mezi jednotlivými sběrnými místy a problémy, které se při zpracování dat vyskytly.



## 4.1 Stažení dat z GPS a zpracování v aplikaci EasyGps

Údaje o jednotlivých sběrných místech byly staženy do počítače ve formátu gpx, který je typický pro většinu značek GPS zařízení. Hlavní nevýhodou formátu gpx je nemožnost pracovat s tímto formátem v jiných aplikacích, než v těch, které byly vyvinuty přímo pro GPS zařízení. V našem případě bylo použito aplikace EasyGPS, ve které byly provedeny prvotní úpravy dat a zároveň kontrola o správnosti údajů o rozmístění jednotlivých sběrných míst.

Obrázek 11: Prostředí EasyGps



Obrázek číslo 11 ukazuje pracovní prostředí aplikace EasyGps. Jako ukázkový soubor byla použita část sesbíraných dat z oblasti komunálního odpadu v Českých Budějovicích z oblasti Nádraží, Haklových dvorů a blízkého okolí. Aplikace ukazuje vzájemné rozmístění jednotlivých sběrných míst a trasy po kterých byla daná místa objeta. Na levé straně dole můžeme vidět čísla jednotlivých bodů, které jsou označeny jako „Waypoints,“ dále čas ve kterém byly body zaznamenány a zeměpisnou šířku a délku označenou jako „Latitude, Longitude.“

Aplikace EasyGps umožňuje pouze základní operace s daty. Je možné přidávat nebo odebírat jednotlivé body, zobrazit zaznamenané trasy, po kterých byly

jednotlivé body objety a zjistit délku těchto tras. Další možností je kreslení nových tras pomocí funkce „Route.“ Výhodou této funkce je, že můžeme zjistit vzdálenosti mezi jednotlivými body pomocí nakreslení cest mezi nimi. Nevýhodou je, že takto zjištěná vzdálenost je pouze euklidovská, která nebere v úvahu nutnost pohybu sběrného vozidla pouze po skutečných silničních komunikacích. Další podstatnou nevýhodou programu EasyGps je nemožnost načíst skutečné mapy měst a s mapami dále pracovat.

## 4.2 Převod dat a jejich přepočítání

Dalším krokem bylo převedení dat z formátu gpx (GPS exchange) do jiného formátu, který by umožnil další úpravu a zpracování dat. Pro převod bylo použito programu *Itinerary Converter and Planner*, který slouží k převodům mezi různými datovými formáty. Jako výstupní formát byl zvolen csv (Comma-separated values), který je možno otevřít v aplikaci Microsoft Excel, ve kterém byl proveden následný přepočítání dat.

Bylo nutné přepočítat získaná data ze zeměpisné délky a šířky, která byla v desetinných číslech, na zeměpisnou šířku a délku ve stupních, minutách a vteřinách. Přepočítání se prováděl z důvodu načtení dat v programu ArcView. Každý stupeň obsahuje 60 minut a každá minuta má 60 vteřin. Přepočítání se tedy provede oddělením desetinné části čísla a desetinná část se vždy vynásobí 60.

### Příklad přepočítání:

Oddělíme část čísla za desetinou čárkou a vynásobíme ji 60. Tím dostaneme číslo, které nám udává zeměpisné minuty opět jako desetinné číslo. Pokud provedeme stejný proces s minutami dostaneme vteřiny. Poté můžeme složit všechny části dohromady a dostáváme požadovaný formát čísla.

**Tabulka 4: Přepočet souřadnic**

<b>longitude</b>		<b>minuty</b>		<b>vteřiny</b>	
14,448374	<b>14</b>		<b>26</b>		<b>54,1464</b>
	0,448374	26,90244	0,90244	54,1464	
E14°26'54,146"					

<b>latitude</b>		<b>minuty</b>		<b>vteřiny</b>	
48,979111	<b>48</b>		<b>58</b>		<b>44,7996</b>
	0,979111	58,74666	0,74666	44,7996	
N48°58'44,7996"					

### 4.3 Vynesení sběrných míst do mapy

Pro vynesení získaných bodů do mapy Českých Budějovic bylo použito softwarového balíku GIS a jeho aplikaci ArcView. Jedná se o profesionální aplikaci pro tvorbu map, zpráv a pro různé mapové analýzy. ArcView také nabízí možnost vynesení bodů pomocí geografických souřadnic do stávajících map. Práce v ArcView je poměrně komplikovaná.

Data byla nejdříve převedena z formátu xls do formátu mbd, který využívá Microsoft Access a následně převedena do tabulkového formátu dbf, se kterým už ArcView umí pracovat. V ArcView byla jednotlivá sběrná místa vynesena do mapy katastrálního území Českých Budějovic, které obsahuje všechny komunikace spadající pod správu města. Následující obrázek ukazuje všechna sběrná místa v Českých Budějovicích vynesena do katastrální mapy.

Obrázek 12: Vynesení sběrných míst do mapy



Z obrázku je zřejmé, že největší koncentrace sběrných míst se nachází na velkých sídlištích ČB, jako jsou sídliště Máj, Šumava a Vltava. Právě na sídlištích jsou nejmenší vzdálenosti jednotlivých kontejnerů od sebe navzájem. Je to především díky většímu počtu obyvatel v těchto městských částech a proto vyšší potřeby kontejnerů na separovaný odpad.

V ostatních městských částech jsou kontejnery rozmístěny téměř rovnoměrně. Jelikož A.S.A. v ČB působí již delší dobu, je patrné, že rozmístění kontejnerů na separovaný odpad odpovídá potřebám obyvatel. Nutno říci, že pozice některých kontejnerů a jejich počty se průběžně mění v závislosti na potřebách občanů Českých Budějovic. Dvě samostatná sběrná místa tvoří body jihovýchodně od ČB. Jedná se o kontejnery v Třebotovicích a Kališti, které také spadají pod správu města a proto má A.S.A. povinnost svážet odpad i z těchto míst. Komunikace na těchto odlehlých místech nejsou propojeny s komunikacemi Českých Budějovic, jak vyplývá z mapy získané od magistrátu města.

V tuto chvíli je nutné přiznat, že při analýze získaných souřadnic a jejich srovnání s ručně zapsanými daty jsme zjistili, že asi 15 bodů neodpovídá skutečným polohám kontejnerů. Některé body bylo tedy nutné vypustit z analyzovaných dat kvůli špatně zaznamenané poloze sběrných míst, která byla nejspíš způsobená chybou GPS zařízení. Většina vypuštěných bodů odpovídá místům kde se vyskytovalo několik kontejnerů zároveň.

V závěru diplomové práce budeme komentovat vliv těchto nedostatků na srovnání nových cest s těmi stávajícími.

#### **4.4 Zjištění vzdáleností mezi jednotlivými body**

Posledním úkolem této části práce bylo zjištění vzdáleností mezi všemi body. Ačkoli se tento úkol může zdát jednoduchým, při jeho zpracování se vyskytla celá řada problémů.

Nejjednodušší metodou pro zjištění vzdáleností mezi jednotlivými body je užití euklidovských vzdáleností. K výpočtu postačí pouze geografické souřadnice. Vzdálenost mezi dvěma body se spočítá geometricky ze souřadnic bodů, přepočtených do sférických souřadnic. Metoda euklidovských vzdáleností je na jednu stranu jednoduchá, ale na druhou stranu nepodává věrný obraz o skutečných vzdálenostech mezi body. Nepočítá s mosty, s místy, kde nevedou komunikace,

s řekou, která protéká Českými Budějovicemi, a s mnoha dalšími překážkami. Z tohoto důvodu jsme se rozhodli použít sofistikovanější metodu, která podá věrnější obraz o vzdálenostech.

Další možnost, která připadala v úvahu, bylo využití programu ArcView, ke zjištění reálných vzdáleností. Za reálnou vzdálenost považujeme trasu mezi dvěma sběrnými místy, po které je možno dojet běžným vozidlem z jednoho místa do druhého. Jedná se v podstatě o průjezdné ulice. Pro zjednodušení problému jsme při řešení nezohledňovali ulice jednosměrné. V programu ArcView došlo hned k více problémům. Prvním problémem bylo, že všechny kontejnery se nenacházejí na zmapovaných komunikacích. Pokud byl některý kontejner mimo komunikaci, než která byla na mapě, program nebyl schopen vzdálenosti ke kontejneru zjistit. Tento problém se dá vyřešit ručním dokreslením komunikací podle mapy Českých Budějovic, ale jelikož kontejnerů, které leží mimo komunikace, je mnoho, bylo by použití této metody velmi náročné. Dalším problémem je, že program ArcView umožňuje zjistit vzdálenosti pouze mezi dvěma zadanými body. To znamená, že pro větší počty bodů by zjištění vzdáleností mezi jednotlivými sběrnými místy bylo velmi pracné. V našem případě by to pro 338 bodů znamenalo  $\binom{338}{2}$  operací. To by znamenalo opakovat stejný proces celkem 56 953-krát.

Z důvodu výše uvedených komplikací byla ke zjištění skutečných vzdáleností mezi sběrnými místy použita metoda rozdělení jednotlivých bodů do klastrů. Jedná se o nesytemové řešení, ale výsledkem jsou vzdálenosti, které se více přibližují vzdálenostem reálným. Klastry byly vytvořeny podle získané mapy z aplikace ArcView, kde vždy nejbližší body byly ručně zařazeny do jednoho klastru. Zařazení bodů probíhalo podle mapy a znalosti Českých Budějovic. Velikost klastrů byla určena na deset bodů, z důvodu nižší časové náročnosti na zpracování.

Označíme-li si písmenem  $n$  počet klastrů a písmenem  $k$  jejich velikost, počet potřebných operací pro zjištění vzdáleností bude:

$$\binom{n}{2} + n \binom{k}{2}$$

Pro naši volbu  $k = 10$  a  $n = 32$  je toto číslo rovno 1844, což je podstatně menší než počet operací nutný pro zjištění vzdáleností mezi všemi dvojicemi bodů. Těch je

$$\binom{n \times k}{2}$$

což pro  $k = 10$  a  $n = 32$  je číslo přes 50 tisíc!

Vzdálenosti byly zjišťovány pomocí internetových stránek <http://maps.google.cz/> a vyhledávače tras, který řeší i sběrná místa, které se nenacházejí na komunikacích. Pokud nastane situace, kdy se sběrné místo nachází mimo komunikaci, program zjistí nejprve euklidovskou vzdálenost k nejbližší komunikaci a následovně hledá vzdálenost po komunikaci.

Nejdříve jsme se pokoušeli proces hledání automatizovat a napsat skript pro Google maps, který by jednotlivá místa zadával sám a tak zjišťoval vzdálenosti, které by se pak ukládaly. Tento skript se nám nepodařilo odladit, a proto jsme přistoupili k ručnímu zadávání. Byly vždy zjišťovány vzdálenosti mezi dvěma body, které se do vyhledávače tras zadávaly ve formátu stupně, minuty a vteřiny. Následně byly náhodně vybrány v jednotlivých klastrech referenční body, podle kterých byly zjišťovány vzdálenosti mezi jednotlivými klastry. Jako zvláštní klastr byla zvolena skládka a dvě samostatná sběrná místa v Třebotovicích a Kališti, která byla také zařazena do samostatného klastru. Skutečné vzdálenosti mezi dvěma body z různých klastrů byly zjišťovány následujícím způsobem.

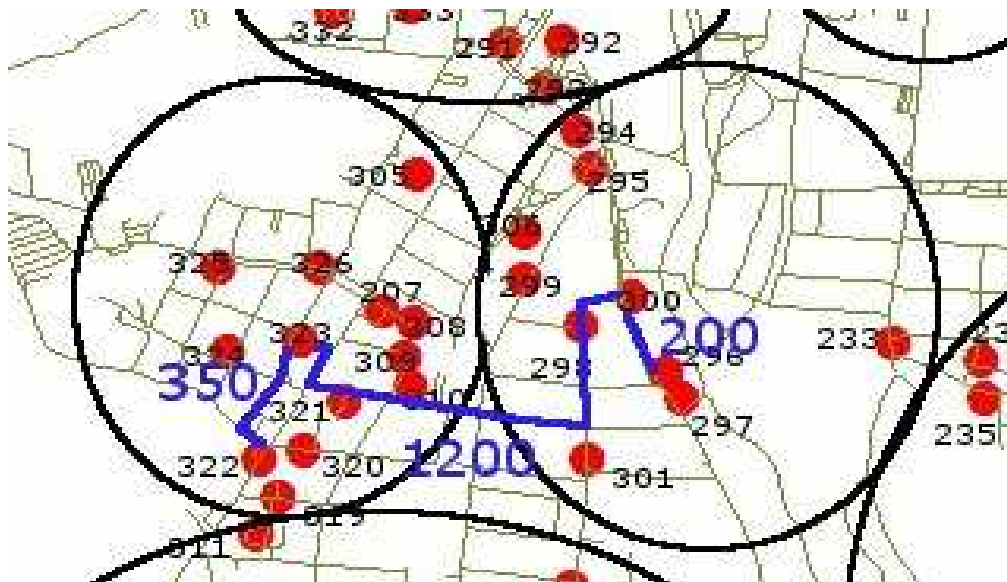
Nejdříve byla zjištěna vzdálenost prvního bodu od bodu referenčního v klastru, do kterého bod patřil. Stejným způsobem se zjistila i vzdálenost druhého bodu od referenčního bodu a nakonec vzdálenost mezi dvěma referenčními body klastru. Součtem těchto tří vzdáleností byla zjištěna reálná vzdálenost pro dva vybrané body. Tímto postupem se zjistily vzdálenosti všech bodů navzájem.

Příklad je uveden v následující obrázku. Chceme zjistit vzdálenost z bodu 322 do bodu 296. Referenčními body jsou 323 v levém klastru a 300 v klastru pravém. Zjistíme tedy vzdálenost bodu 322 od referenčního bodu, která je 350 metrů. Stejným způsobem zjistíme vzdálenost bodu 296 od referenčního bodu v příslušném klastru. Tato vzdálenost je 200 metrů. Jako poslední nás zajímá vzdálenost mezi referenčními body dvou klastrů, která je v tomto případě 1200 metrů. Po sečtení třech vzdáleností dostáváme konečnou vzdálenost mezi body 322 a 296, která je 1750 metrů.

Díky užití klastrů získané hodnoty představují pouze horní odhad skutečných vzdáleností, tudíž zjištěné vzdálenosti jsou delší než reálné. Euklidovské vzdálenosti

naopak představují dolní odhad vzdáleností, tj. představují vzdálenosti nejkratší možné.

Obrázek 13: Vzdálenost dvou bodů



Následující obrázek znázorňuje rozdělení všech sběrných míst v ČB do jednotlivých klastrů, s vynecháním klastru, který tvoří dvě sběrná místa v Kališti a Třebotovicích a s vynecháním skládky v Lišově. Na obrázku je zobrazeno 28 klastrů. Celkový počet klastrů je tedy 30.

Zjištěné vzdálenosti bylo ještě nutné mírně opravit z důvodů požadavku platnosti tzv. trojúhelníkové nerovnosti (která je jednou z definičních charakteristik pojmu metriky v matematice). Tato nerovnost vyjadřuje, že pokud známe vzdálenost mezi dvěma body, neexistuje kratší cesta mezi dvojicí bodů přes jiný bod. Pokud tedy  $d(a,b)$  označuje vzdálenost mezi bodem  $a$  a bodem  $b$ , požadujeme aby pro všechna  $a, b, c$  platilo

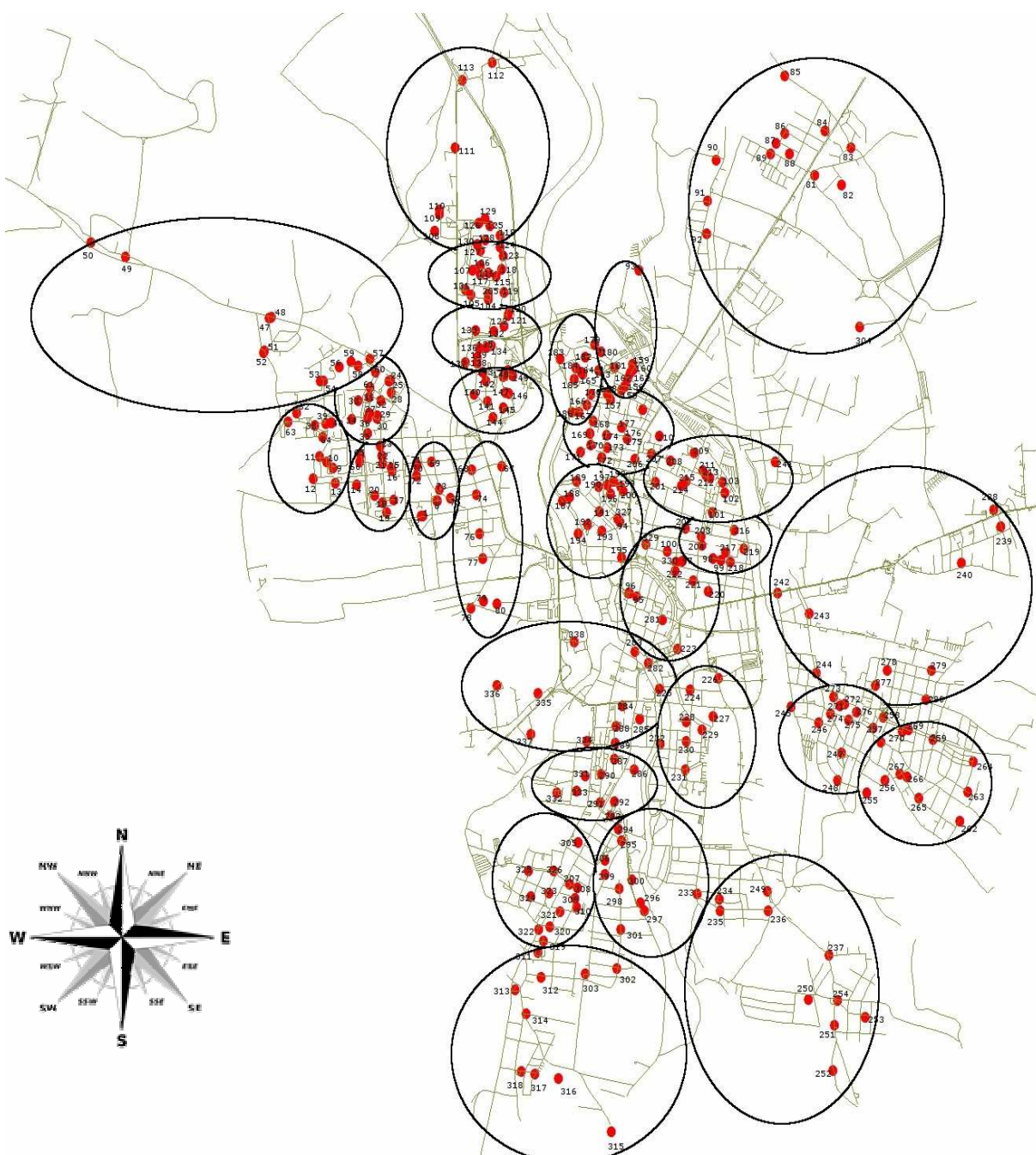
$$d(a,b) \leq d(a,c) + d(c,b)$$

Nutnost korekce na trojúhelníkovou nerovnost vznikla z důvodu zaokrouhlení vzdáleností v aplikaci Googlemaps na nejbližší stovky metrů. Korekce byla prováděna rekurzivním procházením všech trojic bodů. Pokud jsme našli trojici bodů  $a, b, c$  pro které nerovnost neplatila, nahradili jsme  $d(a,b)$  výrazem na pravé straně nerovnosti. Toto jsme opakovali tak dlouho, až trojúhelníková nerovnost



platila pro všechny trojice bodů (u našeho datového souboru stačilo prověřit a případně opravit každou trojici nejvýše čtyřikrát).

Obrázek 14: Vytvořené klastry



#### **4.5 Dílčí závěr části „Sběr dat“**

Hlavním cílem této části diplomové práce bylo zjištění vzdáleností mezi jednotlivými sběrnými místy za pomoci upravených dat. Souřadnice sběrných míst byly nejdříve přepočítány do formátu stupně, minuty a vteřiny. Následně byly vyneseny do katastrální mapy Českých Budějovic, podle které byly rozříděny do klastrů, jejichž pomocí byly zjištěny vzdálenosti mezi body. K výpočtu vzdáleností bylo použito vyhledávání tras na internetových stránkách <http://maps.google.cz/>. Použití metody rozdělení bodů do klastrů podává pouze horní odhad vzdálenosti mezi body, ale zjištěné vzdálenosti jsou blíže vzdálenostem reálným, než vzdálenosti euklidovské.

Zobrazená mapa Českých Budějovic, a naše další výpočty neobsahují všechna sběrná místa. 16 bodů bylo nutné vypustit z analyzovaných dat kvůli špatně zaznamenané poloze sběrných míst, která byla nejspíš způsobená chybou GPS zařízení.

## 5. Nalezení sběrných cest

V této části diplomové práce budou popsány postupy, kterými jsme řešili hledání efektivních tras mezi jednotlivými sběrnými místy. V algoritmu budou používány vzdálenosti mezi jednotlivými body, které byly zjištěny v předchozí části diplomové práce.

### 5.1 Rozdělení do klastrů

Z důvodu omezení výpočetní složitosti jsme při hledání nových sběrných cest zvolili následující postup: jednotlivá sběrná místa byla nejdříve rozdělena do skupin pomocí metody nejbližšího souseda. V jednotlivých klastrech potom hledáme co nejkratší okružní cestu. Jako zkušební velikost klastrů byla zvolena velikost 20 bodů na klastř, což přibližně odpovídá jednomu naplnění vozidla pro sběr separovaných odpadů.

Rozdělení bodů do jednotlivých klastrů bylo dosaženo dle následujícího algoritmu: nejdříve byl vybrán bod s nejmenším číslem. K tomuto bodu byl nalezen nejbližší sousední bod, který byl následně zařazen do klastru. Dalším krokem bylo opět hledání nejbližšího souseda, ale tentokrát již ke dvěma bodům, které již byly do klastru zařazen. Proces se neustále opakoval, dokud klastř neobsahoval 20 bodů. Vyjmutím těchto bodů se zmenší datový soubor a může být přistoupeno ke konstrukci dalšího klastru. Tímto způsobem bylo vytvořeno celkem 16 klastrů, kdy poslední obsahuje pouze 11 bodů. Tabulka číslo 5 ukazuje pro ilustraci vzdálenosti mezi jednotlivými body ve čtvrtém klastřu.

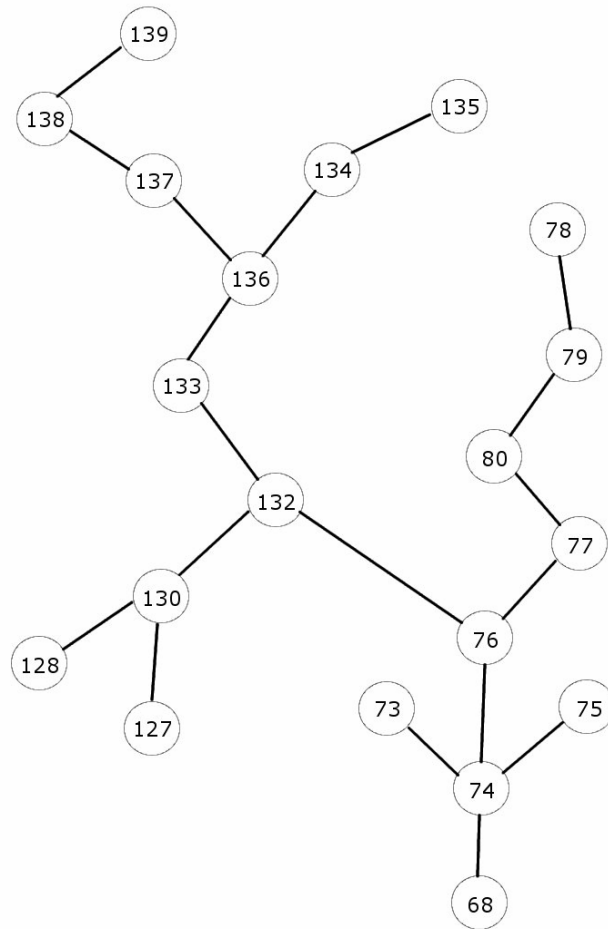
**Tabulka 5: Vzdálenost v klastru 4**

	68	74	75	76	77	73	80	79	78	132	133	136	134	135	137	138	139	130	127	128
68	0	180	400	500	650	400	1000	1100	1100	2400	2530	2750	3000	2900	2800	2900	2950	3100	3145	3177
74	180	0	220	300	500	350	800	850	1000	2200	2330	2550	2800	2700	2600	2700	2750	2900	2945	2977
75	400	220	0	550	700	600	1000	1100	1200	2450	2580	2800	3050	2950	2850	2950	3000	3150	3195	3227
76	500	300	550	0	200	700	550	600	700	1900	2030	2250	2500	2400	2300	2400	2450	2600	2645	2677
77	650	500	700	200	0	850	350	400	500	2100	2230	2450	2700	2600	2500	2600	2650	2800	2845	2877
73	400	350	600	700	850	0	1200	1200	1300	2600	2730	2950	3200	3100	3000	3100	3150	3300	3345	3377
80	1000	800	1000	550	350	1200	0	37	130	2450	2580	2800	3050	2950	2850	2950	3000	3150	3195	3227
79	1100	850	1100	600	400	1200	37	0	94	2500	2630	2850	3100	3000	2900	3000	3050	3200	3245	3277
78	1100	1000	1200	700	500	1300	130	94	0	2600	2730	2950	3200	3100	3000	3100	3150	3300	3345	3377
132	2400	2200	2450	1900	2100	2600	2450	2500	2600	0	130	350	600	500	400	500	550	1300	1345	1377
133	2530	2330	2580	2030	2230	2730	2580	2630	2730	130	0	230	450	400	260	400	450	1430	1475	1507
136	2750	2550	2800	2250	2450	2950	2800	2850	2950	350	230	0	160	250	190	300	350	1650	1695	1727
134	3000	2800	3050	2500	2700	3200	3050	3100	3200	600	450	160	0	98	350	450	500	1900	1945	1977
135	2900	2700	2950	2400	2600	3100	2950	3000	3100	500	400	250	98	0	450	550	600	1800	1845	1877
137	2800	2600	2850	2300	2500	3000	2850	2900	3000	400	260	190	350	450	0	130	180	1700	1745	1777
138	2900	2700	2950	2400	2600	3100	2950	3000	3100	500	400	300	450	550	130	0	46	1800	1845	1877
139	2950	2750	3000	2450	2650	3150	3000	3050	3150	550	450	350	500	600	180	46	0	1850	1895	1927
130	3100	2900	3150	2600	2800	3300	3150	3200	3300	1300	1430	1650	1900	1800	1700	1800	1850	0	45	77
127	3145	2945	3195	2645	2845	3345	3195	3245	3345	1345	1475	1695	1945	1845	1745	1845	1895	45	0	120
128	3177	2977	3227	2677	2877	3377	3227	3277	3377	1377	1507	1727	1977	1877	1777	1877	1927	77	120	0

Na následujícím stromovém grafu můžeme vidět, jak byly jednotlivé body přidávány do klastru pomocí nejbližších sousedů. Výchozí je bod 68 ke kterému byl přidán nejbližší soused číslo 74 (jak je patrné z tabulky číslo 5, bod 74 má nejmenší vzdálenost od 64, která je rovna 180). Jako další byl hledán bod s nejnižší vzdáleností již k těmto dvěma přidaným bodům. Byl nalezen bod 75 jako nejbližší soused 74. Tímto způsobem bylo do klastru číslo 4 přidáno všech 20 bodů v pořadí znázorněným stromovým grafem na obr. 15.

Posledním krokem bylo přidání skládky do každého klastru. Pro zjednodušení algoritmu předpokládáme, že vozidlo vždy vyjede ze skládky a po naplnění vozidla do jeho plné kapacity se opět na skládku vrací. Ve skutečnosti vozidlo ráno vyjíždí na trasu prázdné přímo z provozovny společnosti A.S.A. a po skončení dne se vyprázdňuje na skládce a do provozovny se vrací.

Obrázek 15: Vytvoření klastru



## 5.2 Hledání optimální trasy

Trasa byla hledána pomocí kombinace metody prohledávání hrubou silou a metody minimálního přírůstku, které byly aplikována na všech 16 klastrů. Z našich dřívějších pokusů s časovou náročností vyplynulo, že maximální počet bodů (zvládnutelný na osobním počítači) pro výčet všech permutací je 10. Metoda prohledávání hrubou silou byla tedy použita pouze na prvních deset bodů, mezi kterými byla nalezena nejkratší okružní cesta. Pro zbývající body byla použita metoda minimálního přírůstku. Jednotlivé body byly postupně přidávány do již zjištěné okružní cesty tak, aby přírůstek celkové délky trasy byl vždy co nejmenší. Tímto způsobem bylo přidáno zbývajících 11 bodů a byla vytvořena celková trasa v jednom klastru. Trasa

přirozeně zahrnuje příjezd ze skládky a po uskutečnění celé trasy opět odjezd na skládku. Konečný součet všech vzdáleností mezi zjištěným pořadím bodů nám dává délku jedné trasy, kterou musí vozidlo objet než se naplní.

Tabulka 6 udává pořadí sběrných míst pro jednotlivé cesty. Jedna cesta představuje okružní jízdu, která začíná vždy výjezdem ze skládky a končí jako odjezd na skládku (tj., např. první cesta začíná body 24, 23, 22 a končí body 71, 69, a 24). Celkový počet cest je 16; poslední trasa obsahuje pouze 12 zastávek.

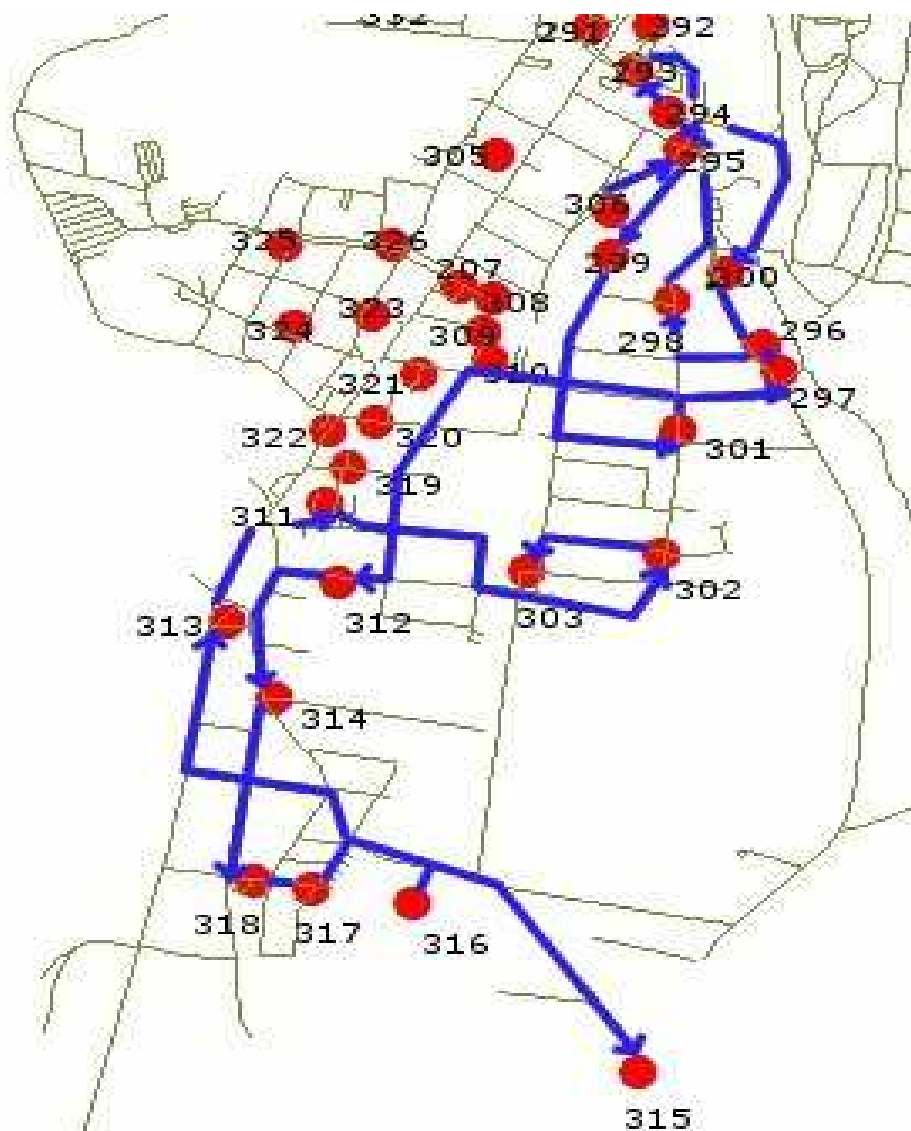
**Tabulka 6: Optimální cesty**

<b>1.cesta</b>	24	23	22	20	14	34	35	65	66	21	72
	1	2	19	18	17	15	16	70	71	69	24
<b>2.cesta</b>	24	11	10	9	63	62	40	39	38	64	13
	12	25	61	31	37	36	29	30	32	28	24
<b>3.cesta</b>	24	148	149	144	140	145	146	147	53	59	58
	51	52	50	49	48	54	56	57	60	33	24
<b>4.cesta</b>	24	76	77	78	79	80	75	74	73	68	128
	127	130	135	134	136	139	138	137	133	132	24
<b>5.cesta</b>	24	89	88	87	86	84	85	83	82	81	90
	91	92	155	179	180	181	162	161	160	159	24
<b>6.cesta</b>	24	206	210	207	175	173	169	172	171	170	174
	168	176	177	156	93	186	163	183	184	185	24
<b>7.cesta</b>	24	191	192	194	187	188	189	190	196	198	200
	199	197	327	94	195	193	101	98	204	203	24
<b>8.cesta</b>	24	214	211	213	212	217	218	219	216	202	99
	281	220	223	95	96	329	100	97	330	221	24
<b>9.cesta</b>	24	103	102	241	209	215	201	208	273	271	272
	275	274	246	279	280	278	277	244	242	243	24
<b>10.cesta</b>	24	123	124	107	205	104	105	131	119	115	117
	116	106	108	109	110	111	118	125	129	126	24
<b>11.cesta</b>	24	336	337	284	335	112	113	120	121	122	141
	142	143	158	157	166	167	178	165	164	182	24
<b>12.cesta</b>	24	228	229	231	230	285	225	224	226	227	305
	332	331	333	290	287	286	292	293	291	323	24
<b>13.cesta</b>	24	264	263	262	265	266	267	255	256	270	269
	259	248	247	276	257	258	268	245	236	232	24
<b>14.cesta</b>	24	306	295	299	301	297	296	298	294	233	300
	312	314	318	317	315	316	313	311	302	303	24
<b>15.cesta</b>	24	235	234	249	250	251	252	253	254	237	322
	319	320	321	310	309	308	326	325	324	334	24
<b>16.cesta</b>	24	304	288	289	283	338	240	239	238	261	260
	24										

V obrázku 16 je graficky znázorněna 14. cesta, která je vynesena do katastrální mapy Českých Budějovic. Cesta obsahuje celý cyklus kromě skládky, která byla kvůli přílišné vzdálenosti z obrázku vypuštěna. Cesta začíná příjezdem ze skládky do bodu 306. Z bodu 306 pokračuje do bodů 295, 299 atd. Tímto způsobem navštíví všechny body v pořadí, které je popsáno v Tabulce 6. Konečným bodem je 303, ve kterém předpokládáme naplnění vozidla a proto musí následovat odjezd na skládku.

Z Obrázku 16 je na první pohled patrná určitá neefektivita ve zjištěné cestě. Je očividné, že dvacet bodů v klastru vzniklo spojením dvou podskupin o deseti bodech. Vozidlo objede sběrná místa dle nalezené cesty nejdříve v jedné podskupině a pak přejíždí do dalšího shluku sběrných míst, který není první podskupině úplně nejbližší. Tato neefektivita vzniká ve způsobu výpočtu vzdáleností mezi jednotlivými body, které je popsáno v kapitole 5.4. Jedná se o zjišťování vzdáleností mezi ručně vytvořenými klastry pomocí referenčních bodů.

Obrázek 16: Nalezená optimální cesta



### 5.3 Skutečné délky nově nalezených tras

Nové cesty byly nalezeny pomocí námi vypracovaného algoritmu. Náš výpočet délek tras je pouze přibližný. Zjištění skutečné délky cest bylo následně provedeno pomocí vyhledávání trasy na internetových stránkách <http://maps.google.cz/>, kde byly vzdálenosti mezi jednotlivými body znovu přepočítány. Tímto způsobem jsme dostali skutečné vzdálenosti jednotlivých cest pro vytvořené klastry. Tímto způsobem bylo dosaženo úspory v délkách navržených cest v průměru 5%, jak ukazuje Tabulka 7. V této tabulce NT představuje délky vypočtené pomocí přibližných vzdáleností a ST vzdálenosti skutečné.



Tabulka 7: Délky cest

	1.cesta	2.cesta	3.cest	4.cesta	5.cesta	6.cesta	7.cesta	8.cesta	
NT	39110	41448	47794	41373	39106	39949	34412	36400	
ST	38960	41448	45713	40016	36672	38253	34011	35850	
	9.cesta	10.cest	11.cest	12.cest	13.cest	14.cest	15.cest	16.cest	celkem
NT	42584	41974	57828	40850	43122	52825	47754	61130	<b>707659</b>
ST	39799	39988	49231	40800	39282	47925	43154	45080	<b>656182</b>

Tabulky 8, 9, 10 a 11 ukazují detailní vzdálenosti mezi jednotlivými body pro nově nalezené trasy pro přibližné vzdálenosti (př.vz.) a skutečné vzdálenosti (sk.vz.).

Tabulka 8: Rozdíly vzdáleností 1

1.cesta			2.cesta			3.cesta			4.cesta		
č.bodu	př.vzd.	sk.vzd.	č.bodu	př.vzd.	sk.vzd.	č.bodu	př.vzd.	sk.vzd.	č.bodu	př.vzd.	sk.vzd.
24	17330	17330	11	74	74	53	800	800	76	200	200
23	66	66	10	500	500	59	56	56	77	480	480
22	350	350	9	800	800	58	1100	1100	78	94	94
20	550	400	63	150	150	51	12	12	79	37	37
14	650	650	62	400	400	52	1800	1800	80	1000	1000
34	220	220	40	100	99	50	350	350	75	220	220
35	300	300	39	78	78	49	1300	1300	74	350	350
65	50	50	38	130	130	48	1000	1000	73	400	400
66	200	200	64	850	850	54	140	140	68	3157	2100
21	400	400	13	220	220	56	2000	750	128	120	120
72	550	550	12	1300	1300	57	170	170	127	45	45
1	11	11	25	685	685	60	340	340	130	1800	1500
2	400	400	61	75	75	33	18030	18030	135	98	98
19	75	75	31	120	120	24	16720	16100	134	160	160
18	90	90	37	37	38	148	120	120	136	346	346
17	390	390	36	300	300	149	560	600	139	46	46
15	1	1	29	52	52	144	230	230	138	130	130
16	259	259	30	280	280	140	400	400	137	260	260
70	9	9	32	97	97	145	190	190	133	130	130
71	129	129	28	17400	17400	146	26	25	132	16100	16100
69	17080	17080	24	17800	17800	147	2450	2200	24	16200	16200
suma	39110	38960	suma	41448	41448	suma	47794	45713	suma	41373	40016
poměr	99,6%		poměr	100,0%		poměr	95,6%		poměr	96,7%	

První čtyři přepočtené cesty ukazují relativně malý rozdíl. U prvních dvou cest není rozdíl téměř žádný a u třetí a čtvrté cesty jsou skutečné vzdálenosti přibližně o 4% kratší.

Tabulka 9: Rozdíly vzdáleností 2

5.cesta			6.cesta			7.cesta			8.cesta		
č.bodu	př.vzd.	sk.vzd.	č.bodu	př.vzd.	sk.vzd.	č.bodu	př.vzd.	sk.vzd.	č.bodu	př.vzd.	sk.vzd.
<b>89</b>	350	350	<b>175</b>	230	230	<b>191</b>	140	140	<b>24</b>	14484	14484
<b>88</b>	130	130	<b>173</b>	210	210	<b>192</b>	83	82	<b>214</b>	180	180
<b>87</b>	120	120	<b>169</b>	260	260	<b>194</b>	290	290	<b>211</b>	39	39
<b>86</b>	450	450	<b>172</b>	289	289	<b>187</b>	64	64	<b>213</b>	15	15
<b>84</b>	650	650	<b>171</b>	99	99	<b>188</b>	160	160	<b>212</b>	800	750
<b>85</b>	800	800	<b>170</b>	190	190	<b>189</b>	300	300	<b>217</b>	98	98
<b>83</b>	450	450	<b>174</b>	200	200	<b>190</b>	500	500	<b>218</b>	350	350
<b>82</b>	350	350	<b>168</b>	240	240	<b>196</b>	110	110	<b>219</b>	290	290
<b>81</b>	1400	1400	<b>176</b>	3	3	<b>198</b>	79	79	<b>216</b>	650	500
<b>90</b>	400	400	<b>177</b>	1326	600	<b>200</b>	29	29	<b>202</b>	500	500
<b>91</b>	290	290	<b>156</b>	1418	1418	<b>199</b>	100	100	<b>99</b>	1250	900
<b>92</b>	2444	2000	<b>93</b>	2286	1700	<b>197</b>	290	290	<b>281</b>	650	650
<b>155</b>	818	818	<b>186</b>	884	700	<b>327</b>	34	34	<b>220</b>	700	700
<b>179</b>	77	77	<b>163</b>	700	600	<b>94</b>	300	300	<b>223</b>	800	800
<b>180</b>	210	210	<b>183</b>	260	260	<b>195</b>	350	350	<b>95</b>	72	72
<b>181</b>	160	160	<b>184</b>	84	84	<b>193</b>	1800	1400	<b>96</b>	622	622
<b>162</b>	41	41	<b>185</b>	15000	15000	<b>101</b>	550	550	<b>329</b>	200	200
<b>161</b>	40	40	<b>24</b>	15000	14900	<b>98</b>	260	260	<b>100</b>	130	130
<b>160</b>	36	36	<b>206</b>	600	600	<b>204</b>	73	73	<b>97</b>	120	120
<b>159</b>	14900	14900	<b>210</b>	120	120	<b>203</b>	13800	13800	<b>330</b>	450	450
<b>24</b>	14990	13000	<b>207</b>	550	550	<b>24</b>	15100	15100	<b>221</b>	14000	14000
suma	39106	36672	suma	39949	38253	suma	34412	34011	suma	36400	35850
poměr	<b>93,8%</b>		poměr	<b>95,8%</b>		poměr	<b>98,8%</b>		poměr	<b>98,5%</b>	

U druhé čtveřice tras můžeme pozorovat již větší rozdíl. U páté a šesté trasy se jedná přibližně o 5% a u sedmé a osmé trasy zhruba o 1%.

Z následující tabulky je patrný největší rozdíl u jedenácté cesty a to celých 15%. Pokud se podíváme na rozdíly mezi jednotlivými body u cest nalezených algoritmem a skutečnými vzdálenostmi, můžeme vidět značné rozdíly, které často dosahují i několika kilometrů. Jako příklad si můžeme uvést vzdálenost mezi body 113 a 120, která byla v našem odhadu 4,5 kilometru a ve skutečnosti je o 2,5 kilometru kratší.

**Tabulka 10: Rozdíly vzdáleností 3**

9.cesta			10.cesta			11.cesta			12.cesta		
č.bodu	př.vzd.	sk.vzd.	č.bodu	př.vzd.	sk.vzd.	č.bodu	př.vzd.	sk.vzd.	č.bodu	př.vzd.	sk.vzd.
<b>103</b>	400	170	<b>123</b>	74	74	<b>24</b>	16700	16700	<b>228</b>	190	190
<b>102</b>	2200	1300	<b>124</b>	800	800	<b>336</b>	800	800	<b>229</b>	500	500
<b>241</b>	1600	1500	<b>107</b>	400	400	<b>337</b>	1000	1000	<b>231</b>	230	230
<b>209</b>	270	270	<b>205</b>	42	42	<b>284</b>	1000	1000	<b>230</b>	700	700
<b>215</b>	300	300	<b>104</b>	150	150	<b>335</b>	6350	5800	<b>285</b>	700	700
<b>201</b>	300	300	<b>105</b>	99	99	<b>112</b>	2000	450	<b>225</b>	450	450
<b>208</b>	3115	2900	<b>131</b>	1300	1300	<b>113</b>	4500	2000	<b>224</b>	350	350
<b>273</b>	95	95	<b>119</b>	400	400	<b>120</b>	76	76	<b>226</b>	450	450
<b>271</b>	74	74	<b>115</b>	200	200	<b>121</b>	98	98	<b>227</b>	2150	2150
<b>272</b>	350	210	<b>117</b>	100	100	<b>122</b>	3496	2200	<b>305</b>	750	750
<b>275</b>	150	150	<b>116</b>	66	66	<b>141</b>	150	150	<b>332</b>	550	550
<b>274</b>	200	200	<b>106</b>	1750	1300	<b>142</b>	77	77	<b>331</b>	260	260
<b>246</b>	2800	1600	<b>108</b>	130	130	<b>143</b>	3966	2300	<b>333</b>	350	350
<b>279</b>	230	230	<b>109</b>	30	30	<b>158</b>	70	70	<b>290</b>	240	240
<b>280</b>	450	450	<b>110</b>	600	600	<b>157</b>	300	300	<b>287</b>	400	400
<b>278</b>	500	500	<b>111</b>	1200	1200	<b>166</b>	375	180	<b>286</b>	290	290
<b>277</b>	750	750	<b>118</b>	400	400	<b>167</b>	280	280	<b>292</b>	210	210
<b>244</b>	800	800	<b>125</b>	53	53	<b>178</b>	350	350	<b>293</b>	180	180
<b>242</b>	400	400	<b>129</b>	44	44	<b>165</b>	0	0	<b>291</b>	900	850
<b>243</b>	12800	12800	<b>126</b>	17350	16500	<b>164</b>	490	400	<b>323</b>	16500	16500
<b>24</b>	14800	14800	<b>24</b>	16786	16100	<b>182</b>	15750	15000	<b>24</b>	14500	14500
suma	42584	39799	suma	41974	39988	suma	57828	49231	suma	40850	40800
poměr	<b>93,5%</b>		poměr	<b>95,3%</b>		poměr	<b>85,1%</b>		poměr	<b>99,9%</b>	

Největší rozdíl je u poslední cesty, kde činí dokonce 25%. Tento rozdíl vzniká tím, že zatím nenavštívená sběrná místa tvoří zbytek bodů, který se nám nepodařilo zařadit do ostatních cest. Proto jsou vzdálenosti mezi těmito body podstatně delší, než vzdálenosti mezi body z jiných cest a dá se tedy také očekávat větší chyba způsobená nedokonalým určením vzdáleností. Z tohoto důvodu skutečné vzdálenosti mezi body jsou podstatně nižší než ty užívané v algoritmu.

Tabulka 11: Rozdíly vzdáleností 4

13.cesta			14.cesta			15.cesta			16.cesta		
č.bodu	př.vzd.	sk.vzd.	č.bodu	př.vzd.	sk.vzd.	č.bodu	př.vzd.	sk.vzd.	č.bodu	př.vzd.	sk.vzd.
<b>248</b>	270	270	<b>306</b>	280	280	<b>235</b>	130	130	<b>288</b>	130	130
<b>247</b>	350	350	<b>295</b>	350	350	<b>234</b>	600	600	<b>289</b>	2000	1100
<b>276</b>	400	300	<b>299</b>	550	550	<b>249</b>	1200	1200	<b>283</b>	2500	1500
<b>257</b>	300	250	<b>301</b>	400	400	<b>250</b>	400	400	<b>338</b>	6300	4400
<b>258</b>	190	190	<b>297</b>	69	69	<b>251</b>	350	350	<b>240</b>	800	750
<b>268</b>	800	800	<b>296</b>	190	190	<b>252</b>	700	700	<b>239</b>	100	100
<b>245</b>	2190	2100	<b>298</b>	400	400	<b>253</b>	350	350	<b>238</b>	11800	6200
<b>236</b>	4500	2100	<b>294</b>	2400	2400	<b>254</b>	350	350	<b>261</b>	2100	2100
<b>232</b>	15500	14900	<b>233</b>	3700	3300	<b>237</b>	4700	4300	<b>260</b>	10800	10800
<b>24</b>	13200	13200	<b>300</b>	1250	1200	<b>322</b>	200	200	<b>24</b>	15800	11900
<b>264</b>	260	260	<b>312</b>	450	450	<b>319</b>	300	300	<b>304</b>	8800	6100
<b>263</b>	600	600	<b>314</b>	500	500	<b>320</b>	300	300	suma	61130	45080
<b>262</b>	500	500	<b>318</b>	110	110	<b>321</b>	140	140	poměr	73,7%	
<b>265</b>	210	210	<b>317</b>	959	959	<b>310</b>	64	64			
<b>266</b>	55	55	<b>315</b>	757	757	<b>309</b>	450	450			
<b>267</b>	650	650	<b>316</b>	810	810	<b>308</b>	260	260			
<b>255</b>	600	600	<b>313</b>	600	600	<b>326</b>	280	280			
<b>256</b>	450	450	<b>311</b>	1100	1100	<b>325</b>	280	280			
<b>270</b>	77	77	<b>302</b>	350	300	<b>324</b>	4000	1400			
<b>269</b>	220	220	<b>303</b>	17100	17100	<b>334</b>	17100	15500			
<b>259</b>	1800	1200	<b>24</b>	20500	16100	<b>24</b>	15600	15600			
suma	43122	39282	suma	52825	47925	suma	47754	43154			
poměr	91,1%		poměr	90,7%		poměr	90,4%				

## 5.4 Dílčí závěr části „Nalezení sběrných cest“

V této části diplomové práce byl vypracován algoritmus pro nalezení optimálních cest, po kterých je možné jednotlivá sběrná místa objíždět. Sběrná místa byla nejdříve rozdělena do klastrů po dvaceti bodech. Ke každému klastru byla následně přidána ručně skládka. V klastrech pak probíhá algoritmus tak, že nejdříve mezi prvními deseti body nalezne nejkratší cestu. Poté postupně přidává do cesty zbývající body tak, aby přírůstek celkové délky cesty byl vždy co nejmenším.

Na nově nalezených trasách byl proveden výpočet jejich skutečné délky pomocí vyhledávání trasy na internetových stránkách <http://maps.google.cz/>.

Nalezené cesty nejsou nutně zcela optimální ze tří důvodů. Prvním důvodem je rozdělení bodů do klastrů, které pevně definují jednotlivé jízdy. Druhým důvodem je použití horního odhadu vzdáleností mezi jednotlivými body. Třetím důvodem je užití algoritmu pro hledání okružní cesty, který nevede nutně k optimálnímu výsledku. Všechny tyto aproximace byly užity za účelem omezení výpočetní složitosti a zjednodušení implementace programu na počítači.

## 6. Porovnání nově nalezených a stávajících cest

Poslední část diplomové práce se zabývá srovnáním nově nalezených cest s cestami stávajícími, podle kterých v současnosti vozidla společnosti A.S.A. jednotlivá sběrná místa objíždí. Po porovnání cest bude možno určit zda námi nově nalezené cesty jsou z hlediska celkových ujetých vzdáleností efektivnější než trasy stávající a pokud ano, určit úsporu, které by se nám podařilo dosáhnout zavedením nových cest.

### 6.1 Stávající cesty

Stávající cesty představují trasy, po kterých v současnosti vozidla pro separovaný odpad skutečně objíždějí jednotlivá místa. Stávající cesty byly zaznamenány při sběru dat do zařízení GPS a chybějící údaje (především dojezdy na skládku) byly ručně přidány pomocí vyhledávání trasy na internetových stránkách <http://maps.google.cz/>.

Následující tabulka ukazuje délku cest v metrech po jednotlivých dnech v týdnu.

Tabulka 12: Stávající trasy

Den	1	2	3	4	součet
pondělí	40540	41430	44624	55519	<b>182113</b>
úterý	43781	46180	54182		<b>144143</b>
středa	42760	30553	60160		<b>133473</b>
čtvrtek	36056	23616	38515		<b>98187</b>
pátek	47503	28612	49012		<b>125127</b>
<b>celkem</b>					<b>683043</b>

Cesty byly rozděleny po jednotlivých dnech a odjezdech na skládku. Z tabulky 12 je patrné, že v pondělí vozidlo na plast uskutečnilo celkem čtyři cesty (jednou cestou rozumíme příjezd ze skládky, naplnění vozidla do jeho plné kapacity a následný odjezd na skládku k vyprázdnění). Ve všech zbylých dnech už vozidlo provedlo pouze tři cesty.

Z tabulky vyplývá, že nejdelší trasu uskutečnilo vozidlo pro sběr separovaného odpadu v pondělí, což je způsobeno hlavně větším počtem svezných kontejnerů. Naopak nejkratší trasa byla uskutečněna ve čtvrtek. V ostatních dnech byla uskutečněná trasa přibližně stejná a pohybovala se od 125 do 144 kilometrů.

Celková suma vzdáleností naježděných cest (upravených tak, aby zahrnujely odjezdy a příjezdy na skládku) byla během jednoho týdne 683 kilometrů.

## 6.2 Nově nalezené cesty

Následující tabulka ukazuje rozdělení nově nalezených cest do jednotlivých dnů. Jak bylo popsáno v kapitole 5, jde o skutečné délky nově navržených cest.

Tabulka 13: Nově nalezené trasy

Den	1	2	3	4	součet
<b>pondělí</b>	38960	41448	45713	40016	<b>166137</b>
<b>úterý</b>	36672	38253	34001		<b>108936</b>
<b>středa</b>	35850	39799	39988		<b>115637</b>
<b>čtvrtek</b>	49231	40800	39282		<b>129313</b>
<b>pátek</b>	47925	43154	45080		<b>136159</b>
<b>celkem</b>					<b>656182</b>

## 6.3 Porovnání stávajících a nově nalezených tras

Nově nalezené trasy byly rozděleny podle pořadí jejich objížďení do jednotlivých dnů a porovnány s trasami stávajícími. Následující tabulka ukazuje toto porovnání.

Tabulka 14: Porovnání tras

Stávající cesty	1	2	3	4	součet	celkový součet
<b>pondělí</b>	40540	41430	44624	55519	<b>182113</b>	
<b>úterý</b>	43781	46180	54182		<b>144143</b>	
<b>středa</b>	42760	30553	60160		<b>133473</b>	
<b>čtvrtek</b>	36056	23616	38515		<b>98187</b>	
<b>pátek</b>	47503	28612	49012		<b>125127</b>	<b>683043</b>
Nové cesty					součet	
<b>pondělí</b>	38960	41448	45713	40016	<b>166137</b>	
<b>úterý</b>	36672	38253	34011		<b>108936</b>	
<b>středa</b>	35850	39799	39988		<b>115637</b>	
<b>čtvrtek</b>	49231	40800	39282		<b>129313</b>	
<b>pátek</b>	47925	43154	45080		<b>136159</b>	<b>656182</b>

Z tabulky 14 je patrné, že nově nalezené trasy jsou optimálnější celkem o 27 najetých kilometrů. Svoz odpadu po stávajících trasách vozidel společnosti A.S.A.

znamená ujetí celkem 683 kilometrů během jednoho týdne. Svoz odpadu po nově nalezených trasách byl znamenal ujetí 656 kilometrů, které tvoří pouze 96% z původní hodnoty. Úspora není příliš významná, ale pokud bereme v úvahu, že námi získané vzdálenosti jsou pouze horním odhadem skutečných vzdáleností, můžeme považovat zjištěnou úsporu kilometrů za úspěch. Pokud bychom vzali v úvahu trasy vozidel za celý rok, 27 km týdně by znamenalo roční úsporu pro jedno vozidlo na separovaný odpad přes 1400 kilometrů.

Pro poctivé srovnání námi navržených cest s cestami skutečnými, je třeba připomenout, že náš výpočet je založen na několika zjednodušujících předpokladech. Za prvé, nevzali jsme zatím v úvahu fakt, že naplnění kontejnerů, a tedy i množství kontejnerů, které naplnění sběrné vozidlo objedná, závisí na aktuálních okolnostech (na místě, kde je kontejner uložen, na sezónních vlivech, atd.).

Za druhé, náš datový soubor obsahuje asi o 15 bodů méně než je skutečný počet kontejnerů (příčiny jsou vysvětleny v závěru 4.kapitoly). Tento rozdíl ale považujeme za méně významný, protože vypuštěné body z větší části odpovídají místům s více kontejnery, takže jejich přidání do souboru by neovlivnilo ujetou vzdálenost, ale jen kapacitu vozidla. Oba zmíněné problémy jsme vyřešili mírným podhodnocením kapacity z 22-23 kontejnerů na 20 kontejnerů na vozidlo, tak aby počet cest za týden odpovídal zkušenosti z doby sběru dat.

#### **6.4 Dílčí závěr části „Porovnání stávajících a nalezených cest“**

V této části jsme srovnali skutečné délky nalezených cest s cestami zaznamenanými v době sběru. Získaná „úspora“ 27 km (z celkové vzdálenosti necelých 700 km) je pozitivním znamením, že detailnější optimalizace by mohla vést k dalšímu zlepšení. Na druhou stranu naše současná metoda nezahrnuje proměnlivost naplnění kontejnerů, což (jak očekáváme) by mohlo vést ke zhoršení efektivity námi navržených cest.

## Závěr

Cílem diplomové práce bylo nalezení optimálních tras pro svoz separovaného odpadu v Českých Budějovicích a bezprostředním okolí a následné porovnání nově nalezených tras s trasami stávajícími.

První část práce spočívala ve sběru údajů o přesné geografické poloze jednotlivých sběrných míst a jejich kapacitě. Ke 20. listopadu 2009 byl celkový počet sběrných míst v Českých Budějovicích 337 a počet kontejnerů na veškerý separovaný odpad činil 1075. Nejčastěji se vyskytovaly kontejnery na plast s objemem 2 m<sup>3</sup> a kontejnery na papír.

Ze zjištěných dat byl odhadnut počet kontejnerů, po kterém bylo vozidlo naplněno a muselo odjet na skládku. Tato odhadnutá hodnota činila v průměru 21 kontejnerů, ale nejčastější počet kontejnerů, které vozidlo bylo schopno pojmout, byl 23. Pro provedení statistické analýzy s lepší vypovídací schopností bychom potřebovali více dat, které jsme bohužel neměli k dispozici.

Ve druhé části práce bylo provedeno zpracování získaných dat a zjištění vzdáleností mezi jednotlivými sběrnými místy. Data byla vynesena do katastrální mapy Českých Budějovic pomocí aplikace ArcView. Poté byla jednotlivá sběrná místa rozdělena do klastrů, jejichž pomocí byly zjištěny vzdálenosti mezi body. K výpočtu vzdáleností bylo použito vyhledávání tras na internetových stránkách <http://maps.google.cz/>.

Použití metody rozdělení bodů do klastrů nepodává zcela věrný obraz o nejkratších vzdálenostech mezi body (jedná se pouze o horní odhad), ale zjištěné vzdálenosti jsou blíže vzdálenostem reálným, než vzdálenosti euklidovské, které jsme nepovažovali za použitelné.

Důležitou částí práce bylo vypracování algoritmu pro nalezení optimálních cest. Sběrná místa byla nejdříve rozdělena do klastrů, které v průměru odpovídaly jednomu naplnění vozidla pro sběr separovaného odpadu. Pomocí počítačového algoritmu byly nalezeny nové trasy, pro které jsme poté našli délky skutečné.

Finální částí práce bylo porovnání tras stávajících s trasami nově nalezenými. Délka stávajících tras, které vozidlo pro sběr separovaného odpadu ujede během jednoho týdne, byla 683 kilometrů. Nově nalezené trasy jsou po přepočtení na skutečné vzdálenosti dlouhé celkem 656 kilometrů. Podařilo se nám tedy najít trasy celkově kratší o 4% než jsou trasy stávající.



Naše výsledky samozřejmě poskytují prostor pro další zlepšení. Jednak je nutné vzít v úvahu proměnlivé naplnění kontejnerů. Dále by bylo možno přesněji zohlednit důsledky vypuštění 16 bodů z datového souboru (z důvodu chybných údajů o geografické poloze). Nicméně považujeme za úspěch, že se nám pomocí relativně jednoduchého postupu, jenž lze implementovat na běžném stolním počítači, podařilo alespoň zreprodukovat délku skutečných tras, které jsou výsledkem mnohaletých zkušeností řidičů sběrných vozidel.

## Summary

The aim of the diploma thesis „Optimization of collection routes in a selected region“ was to develop a method of evaluation of efficiency of current routes used for garbage collection in urban region and, if these are found inefficient, design more efficient ones. The analysis was performed on a data set pertaining to separated refuse in the city of České Budějovice.

The text of the thesis is divided into four main parts. The first part describes the way geographical positions of container locations were recorded using a GPS navigation system. The second part describes conversion of the obtained data into more workable formats and, particularly, its representation on a map. The third part describes the construction of an algorithm for finding efficient routes. In the final part of the thesis, the current routes are compared to the newly-constructed ones.

In the data-collection part of the work, altogether 337 collection points were recorded and current routes were charted. The collected data also permitted us to estimate the average number of containers that would fit into the garbage truck before it had to be emptied at a landfill. When the data was loaded into a computer, a number of problems of computational nature had to be overcome. First, we needed to find a sufficiently good approximation of the driving distance between every pair of containers. To reduce the computational complexity of this task, we accomplished this by dividing the points into clusters and evaluating only distances in and between the clusters. Using a computer algorithm we then constructed new collection routes. This was again performed by proper clustering of the data (using a neighbor-joining type of algorithm) and straightforward (approximate) construction of a route in each of the clusters. Finally, we computed the actual lengths of the new routes and compared them to the existing ones.

The results are not spectacular but they are quite satisfactory. Indeed, the total length of the current routes that the collection vehicle travels in a week is 683 km. Our algorithm found routes that (in actual driving distances) are only 656 km long. This represents a 4% reduction. Thus we can say that the current routes are, to the best of our present abilities, rather efficient although there is probably some room for improvement.

## Key Words

A.S.A., Algorithm, TSP, Garbage, Routes.

## Seznam použité literatury a pramenů

1. APPLGATE, David L.; BIXBY, Robert E.; CHVÁTAL, Vašek.; COOK , William J. *The Travelling Salesman Problem: A Computational Study* . USA : Princeton University Press, 2006. 606 s.
2. ARORA, Sanjeev; BARAK , Boaz. *Computational Complexity : A Modern Approach*. 1st edition. GB : Cambridge University Press, 2009. 594 s. ISBN 978-0521424264.
3. BARTSCH, Hans-Jochen. *Matematické vzorce*. 4.vydání. [s.l.] : ACADEMIA, 2006. 831 s. ISBN 80-200-1448-9.
4. CHARTRAND , G. *Introductory Graph Theory*. [s.l.] : Dover Publications Inc., 1985. 320 s. ISBN 978-0486247755.
5. DIESTEL, Reinhard. *Graph Theory*. 2nd edition. Berlin: Springer-Verlag, 2000. 312 s. ISBN 0-387-98976-5.
6. GIBBONS, Alan. *Algorithmic Graph Theory*. GB : Cambridge University Press , 1985. 272 s. ISBN 978-0521288811.
7. HEROUT, Pavel. *Učebnice jazyka C : 1. díl*. šesté vydání. České Budějovice : KOOP, 2009. 272 s. ISBN 978-80-7232-383-8.
8. KERNIGHAN, Brian W. ; RITCHIE, Dennis M. *C Programming Language*. 2nd edition. USA : Prentice Hall, 1988. 274 s. ISBN 978-0131103627.
9. KLEINBERG, Jon; TARDOS, Éva. *Algorithm Design*. 1st edition. USA : Pearson Education, Inc, 2006. 838 s. ISBN 0-321-29535-8.
10. LEWIS, Harry R.; PAPADIMITRIOU, Christos H. *Elements of the Theory of Computation*. 2nd edition. USA : Prentice Hall PTR , 1997. 361 s. ISBN 0132624788.
11. *Asa-group.com* [online]. 2009 [cit. 2010-05-05]. Dostupné z WWW: <<http://www.asa-group.com/cs/Ceska-republika.asa>>.
12. *Gps.gov* [online]. 2009 [cit. 2010-05-05]. Global Positioning System. Dostupné z WWW: <<http://www.gps.gov/>>.
13. *Maps.google.cz* [online]. 2009 [cit. 2010-05-14]. Mapy Google. Dostupné z WWW: <<http://maps.google.cz/>>.
14. *Toulky-gps* [online]. 2009 [cit. 2010-05-05]. Souřadnicové systémy. Dostupné z WWW: <<http://www.alena.ilcik.cz/gps/souradnice.php>>.

## Seznam tabulek a obrázků

### Seznam tabulek:

Tabulka 1: Příklady výpočetní složitosti pro různé $n$ .....	27
Tabulka 2: Výpočet nejkratší cesty prohledáváním hrubou silou.....	29
Tabulka 3: počet sběrných míst separovaného odpadu ke 20. listopadu 2009 .....	38
Tabulka 4: Přepočítání souřadnic .....	45
Tabulka 5: Vzdálenost v klastru 4.....	54
Tabulka 6: Optimální cesty .....	56
Tabulka 7: Délky cest.....	59
Tabulka 8: Rozdíly vzdáleností 1.....	59
Tabulka 9: Rozdíly vzdáleností 2.....	60
Tabulka 10: Rozdíly vzdáleností 3.....	61
Tabulka 11: Rozdíly vzdáleností 4.....	62
Tabulka 12: Stávající trasy.....	63
Tabulka 13: Nově nalezené trasy .....	64
Tabulka 14: Porovnání tras .....	64

### Seznam obrázků:

Obrázek 1: Zobrazení sférických souřadnic.....	15
Obrázek 2: Graf se čtyřmi vrcholy.....	18
Obrázek 3: Kružnice délky 5.....	19
Obrázek 4: Cesta délky 4 .....	20
Obrázek 5: Úplný graf o čtyřech vrcholech .....	20
Obrázek 6: Stromový graf.....	21
Obrázek 7: Prohledávání do šířky .....	22
Obrázek 8: Prohledávání do hloubky .....	23
Obrázek 9: Příklad řešení TSP .....	29
Obrázek 10: Histogram naplnění vozidla.....	42
Obrázek 11: Prostředí EasyGps .....	43
Obrázek 12: Vynesení sběrných míst do mapy.....	46
Obrázek 13: Vzdálenost dvou bodů .....	50
Obrázek 14: Vytvořené klastry .....	51
Obrázek 15: Vytvoření klastru .....	55
Obrázek 16: Nalezená optimální cesta.....	58