



Množiny daných vlastností

Co je to množina daných
vlastností?

Zavedení pojmu množina

„S úsměvem jde všechno líp!“

Čím se budeme zabývat v této prezentaci?

Dozvíme se, co je to množina a co vše může být množinou a poté přejdeme na množinu dané vlastnosti.. 😊

PŘEDSTAVME SI MNOŽINU JAKO...

Skupinu dívek.

Skupinu chlapců.

Skupinu žáků třídy 8.B

Každou takovou skupinu
můžeme v matematice
nazvat MNOŽINOU..
Tedy máme množinu
dívek, množinu chlapců,
atd..

**Skupinu všech přirozených
čísel = 1; 2; 3; 4; 5; ... 82,**

...

**Skupinu všech přirozených
čísel menších než pět, tedy
1; 2; 3; 4; 5.**

Obyecně si množinu představit umíme, může to být například množina dívek ve třídě. Pojd' me se na množinu dané vlastnosti podívat z hlediska matematiky!

Množinu dané vlastnosti můžeme nazvat také jako množinu bodů dané vlastnosti nebo skupinu dané vlastnosti.

Danou vlastnost musí splňovat všechny body dané množiny.

Množina bodů dané vlastnosti je geometrický útvar, jehož body splňují určitou vlastnost.

Množinou bodů dané vlastnosti rozumíme takovou množinu, která splňuje dvě podmínky:

1. podmínka

Každý bod množiny má danou vlastnost.

2. podmínka

Každý bod, který má danou vlastnost, je bodem množiny.

Pojďme si ukázat příklad, který sice není z geometrie, ale pomůže nám lépe pochopit, co to ta množina dané vlastnosti je

Máme množinu přirozených čísel od 1 do 20, tedy máme čísla:

1; 2; 3; 4;; 20.

A teď chceme zapsat množinu všech sudých přirozených čísel, které jsou zároveň menší než 20.

Tyto dvě podmínky splňují čísla:

2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16 a 18, můžeme si také nejprve vypsát všechna čísla od 1 do 20 a pak z nich vybrat sudá.

Dalším příkladem může být ...

Máme skupinu osmi dětí: Klára, Lenka, Ota, Simona, Libor, Petr, Vítek a Miro.

Nyní chceme určit množinu všech dívek této skupiny: Vybereme tedy všechna děvčata a utvoříme z nich množinu:

Klára, Lenka, Simona.

Tato množina má tři prvky.

**Na závěr této prezentace Vás
čekají dva krátké úkoly,
vypracujte si je do sešitu a
ofocené/oskenované je zašlete na
e-mail: do dne**

**Dokument nazvěte ve formátu:
*prezentace1_vášejméno***

Dva krátké úkoly na závěr:

Úkol číslo 1

Zamyslete se a uveďte pět příkladů množin, které Vás napadnou.

Úkol číslo 2

Máme danou skupinu: javor, růže, lípa, jedle, slunečnice, kopretina, olše, osika, pampeliška.

Vypište prosím prvky množiny květin a prvky množiny stromů:

V další prezentaci se budeme zabývat množinami daných vlastností z geometrického hlediska..

KRUŽNICE

OSA ÚSEČKY

OSA ÚHLU



**Množiny daných
vlastností**

KRUŽNICE VS. KRUH

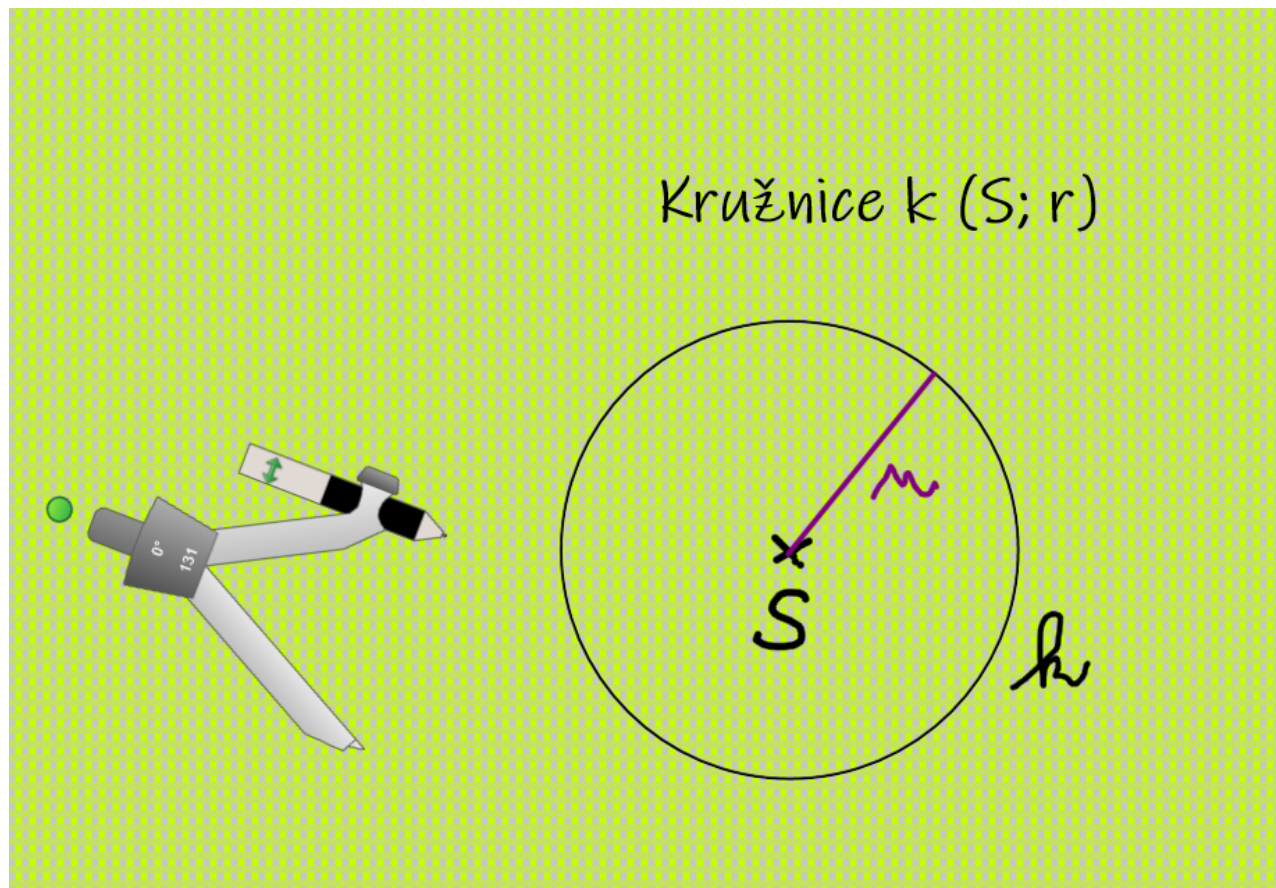
„S úsměvem jde všechno líp!“

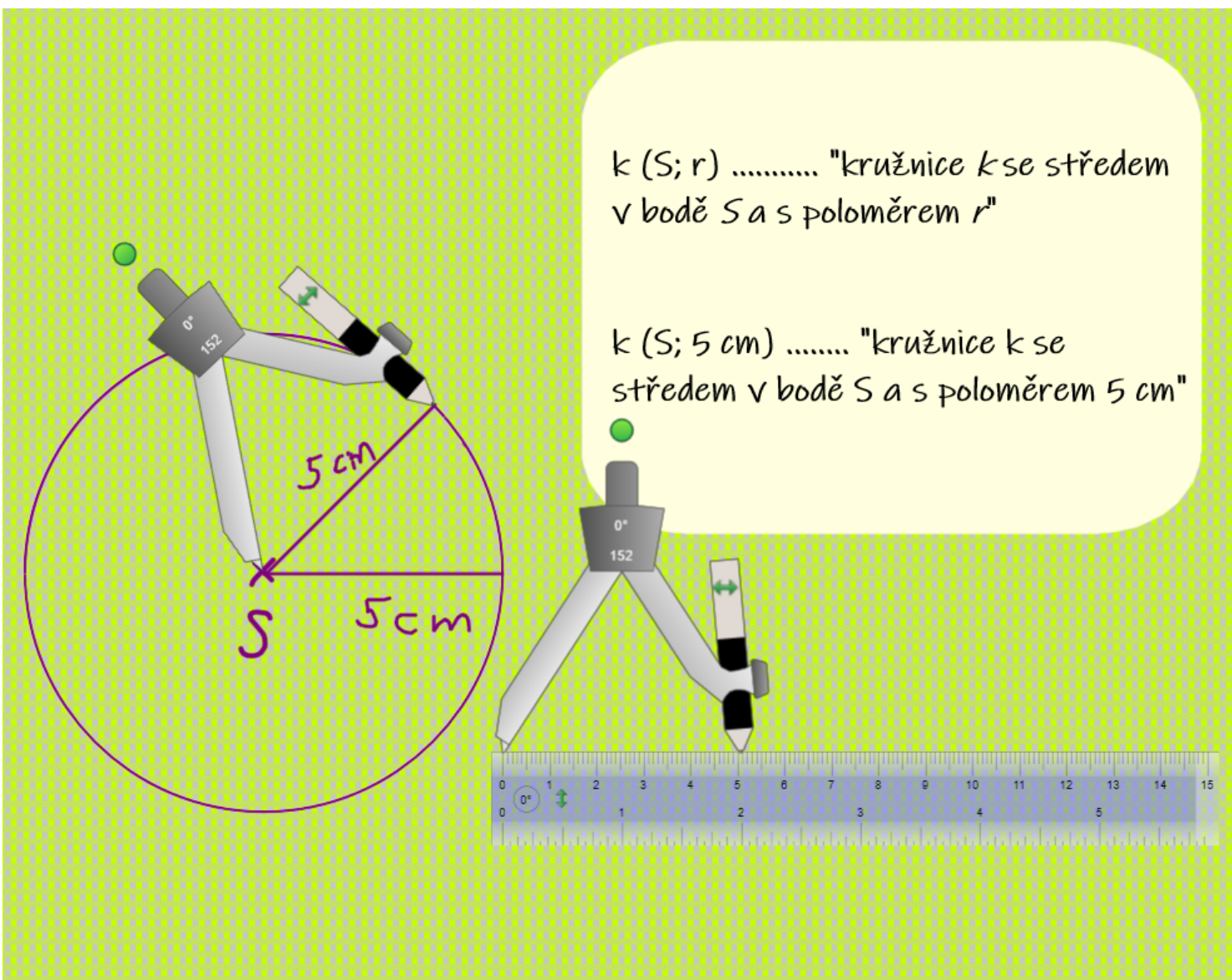
Co nás čeká v této prezentaci?

**Pokud se podíváme do geometrie,
nalezneme další množiny daných vlastností.
V této prezentaci si představíme kružnici,
kruh a rozdíl mezi nimi 😊**

Pojďme se podívat na
geometrický útvar,
který už určitě znáte!

Co je KRUŽNICE už víte
z nižších ročníků, nyní si
připomeneme, jak taková
kružnice vypadá a jak ji
správně narýsovat.

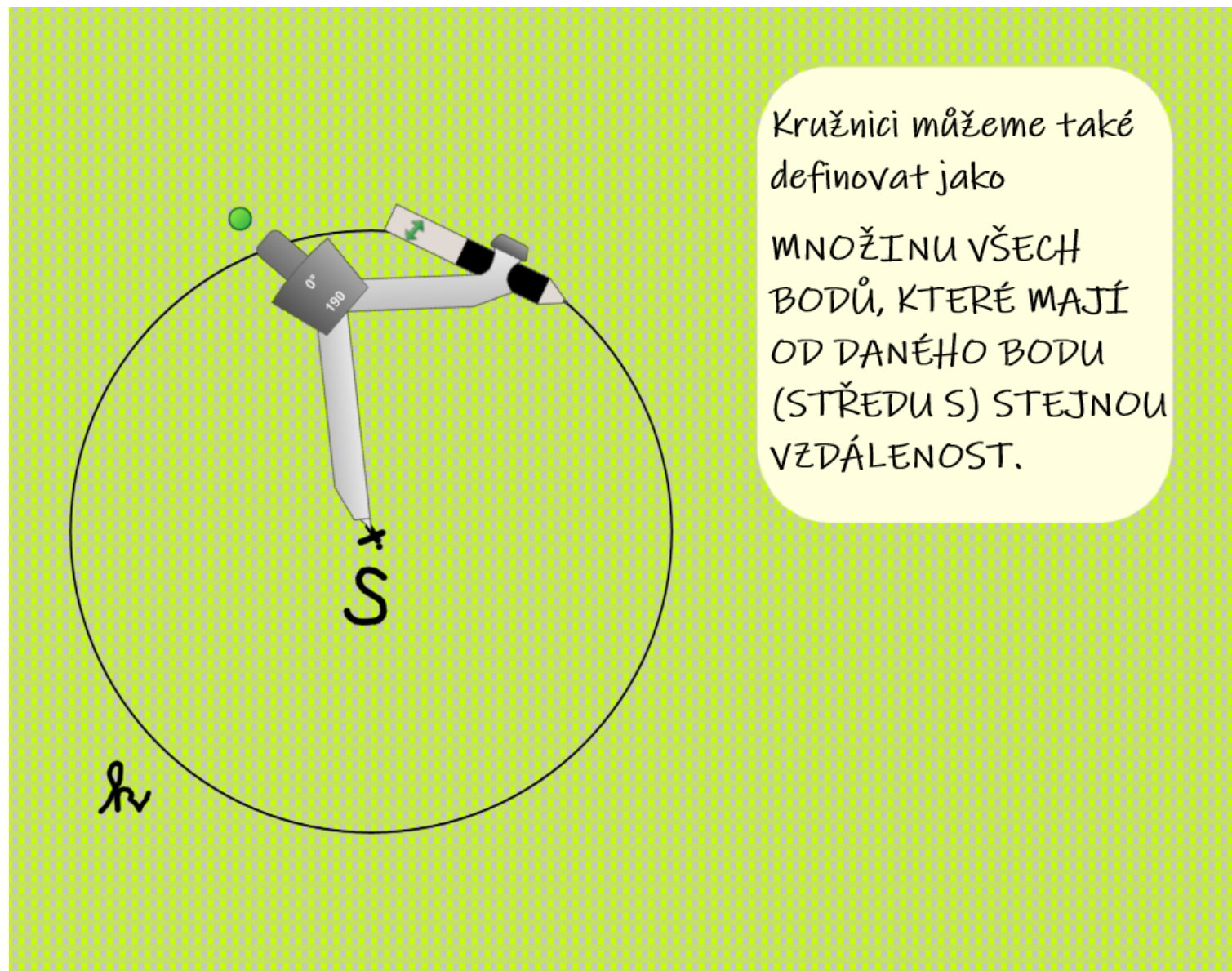




Na tomto obrázku vidíme, kružnici o poloměru 5 cm . Také vidíme, jak takovou kružnici narýsovat – „nabereme si“ do kružítka 5 cm podle pravítka a „zabodneme“ kružítko do středu S a narýsujeme kružnici.



NOVINKOU pro nás může ale být, že i taková kružnice je MNOŽINA BODŮ DANÉ VLASTNOSTI. JE TO VLASTNĚ MNOŽINA BODŮ, KTERÉ MAJÍ OD DANÉHO STŘEDU VZÁDLENOST 5 cm .



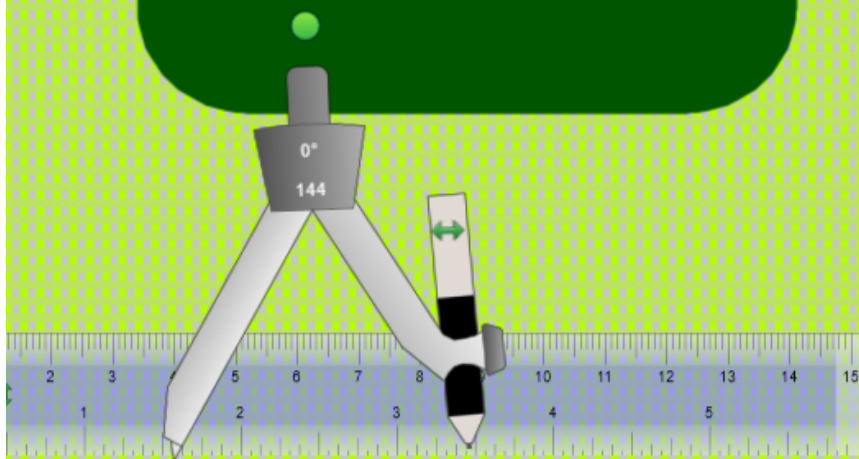
Kružnici můžeme také
definovat jako

MNOŽINU VŠECH
BODŮ, KTERÉ MAJÍ
OD DANÉHO BODU
(STŘEDU S) STEJNOU
VZDÁLENOST.

PRO
PŘIPOMENUTÍ!

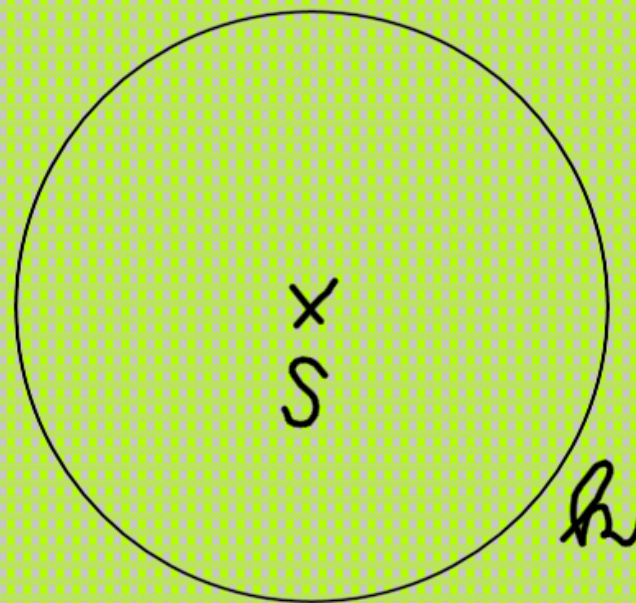
Pojďme se podívat, jak
narýsovat množinu všech
bodů, která má od daného
bodu S vzdálenost 5 cm.

Taková množina je $k(S; 5 \text{ cm})$.



Postup:

1. "nabereme" si do kružítka 5 cm
2. "zapíchneme" kružítko do bodu S
3. narýsujeme kružnici $k(S; 5 \text{ cm})$



PRO
PŘIPOMENUTÍ!

ÚKOL: Pozorujte předměty na obrázcích a podle vlastní úvahy v nich vyznačte kružnici a kruh. Rozhodnutí zdůvodněte a napište, jaký je rozdíl mezi kružnicí a kruhem.



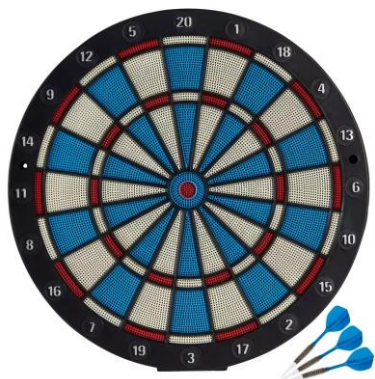
Obr. č. 1



Obr. č. 2



Obr. č. 3



Obr. č. 4



Obr. č. 5

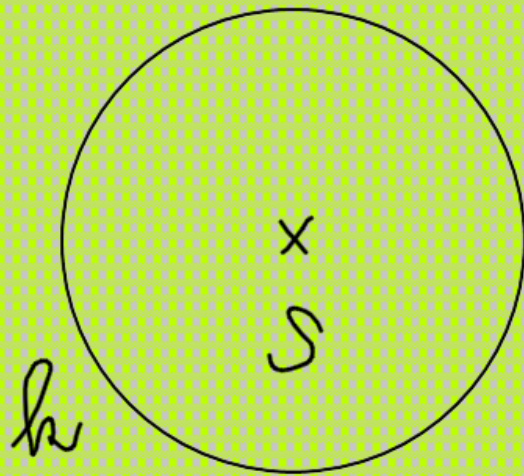


Obr. č. 6

Poznáte, který z obrázků představuje kruh a který kružnici?

Jaký je rozdíl mezi kružnicí a kruhem?

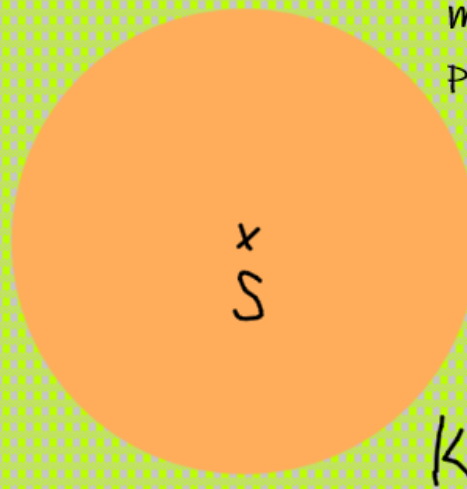
kružnice je množina bodů, které mají od daného bodu (středu S) stejnou vzdálenost (poloměr r)



KRUŽNICE



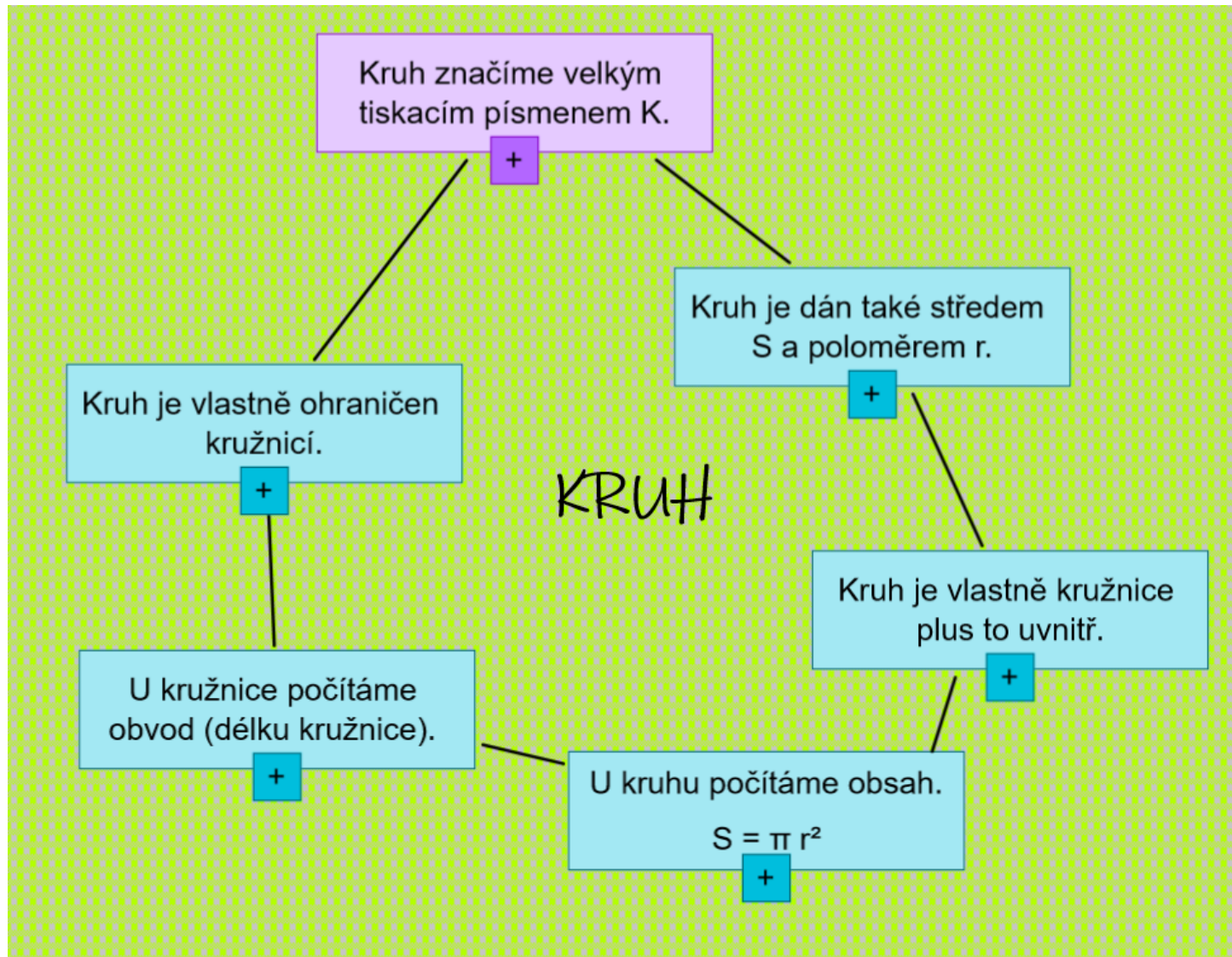
kruh je množina všech bodů, které mají od středu S vzdálenost menší nebo rovnou poloměru r



KRUH



CO BYSTE MĚLI VĚDĚT O KRUHU:



ZOPAKUJTE SI: Odpovědi si запиšte do sešitu a vyfocené nebo naskenované pošlete ke kontrole.

- 1) Co je to množina dané vlastnosti?**
- 2) Jaká je definice kružnice?**
- 3) Jak značíme kružnici a jak značíme kruh?**
- 4) Zkus si narýsovat kružnici se středem S a poloměrem 5,7 cm.**
- 5) Jaký je rozdíl mezi kružnicí a kruhem?**
- 6) Jak vypočítáme obsah kruhu?**
- 7) Dohledejte si, jak vypočítat obvod kruhu (nebo také délku kružnice).**

Zdroje obrázků:

Obr. č. 1 dostupný na: [Lifebuoys, 2.5 and 4.5 kg | Alf Lea & Co Brannvern.](#)

Obr. č. 2 dostupný na: [Fototapeta Basketbal míč na bílém - PIXERS.CZ.](#)

Obr. č. 3. dostupný na: [Arne Jacobsen Wanduhren 43633 Design-Wanduhr Station \(uhren4you.de\).](#)

Obr. č. 4 dostupný na: [TERČ NA ŠIPKY PLASTIP CANAVERAL – Decathlon.](#)

Obr. č. 5 dostupný na: [Impressions Vanity 18-Inch Dimmable LED Studio Ring Light.](#)

Obr. č. 6 dostupný na: [Kruhy v obilí \(taniassecret.cz\).](#)



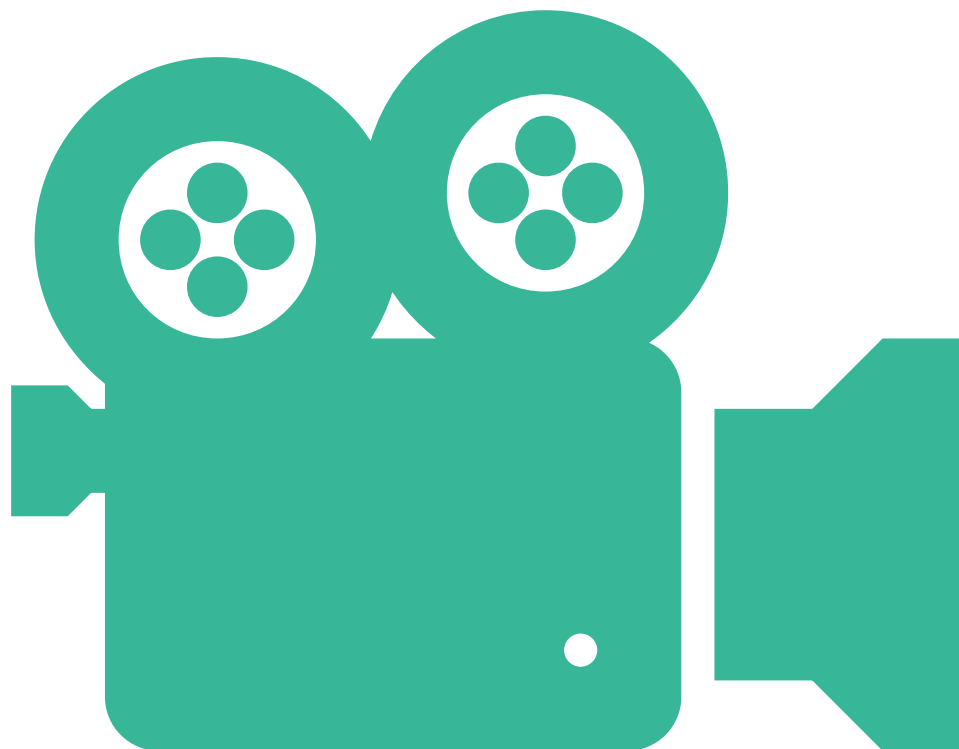
**Množiny daných
vlastností**

OSA ÚSEČKY

OSA ÚHLU

ROVNOBĚŽNÉ PŘÍMKY

„S úsměvem jde všechno líp!“



**V TÉTO PREZENTACI
NAJDETE TŘI
VÝUKOVÁ VIDEO..
PUŠŤTE SI JE A NAUČTE
SE, JAK NARÝSOVAT
OSU ÚSEČKY, OSU
ÚHLU A DVĚ
ROVNOBĚŽNÉ PŘÍMKY**

**Pod tímto odkazem najdete
video, jak narýsovat OSU
ÚSEČKY: [osa úsečky - YouTube](#)**

Shrnutí z videa:

- ❑ osa úsečky je množina všech bodů, které mají stejnou vzdálenost od dvou daných bodů
- ❑ osa úsečky je přímka, která je kolmá na danou úsečku a prochází jejím středem
- ❑ každý bod osy úsečky má stejnou vzdálenost od krajních bodů úsečky – tuto vlastnost uvidíš v tomto videu:

[bod na ose úsečky a jeho vzdálenost od krajních bodů úsečky - YouTube](#)

**Pod tímto odkazem, najdete video,
kde se naučíte narýsovat OSU ÚHLU:
[osa úhlu – YouTube](#)**

**Domluvme se, že pokud je ve videu zmíněno, že
„rýsujeme obloučky“ je tím myšleno, že
rýsujeme části kružnic.**

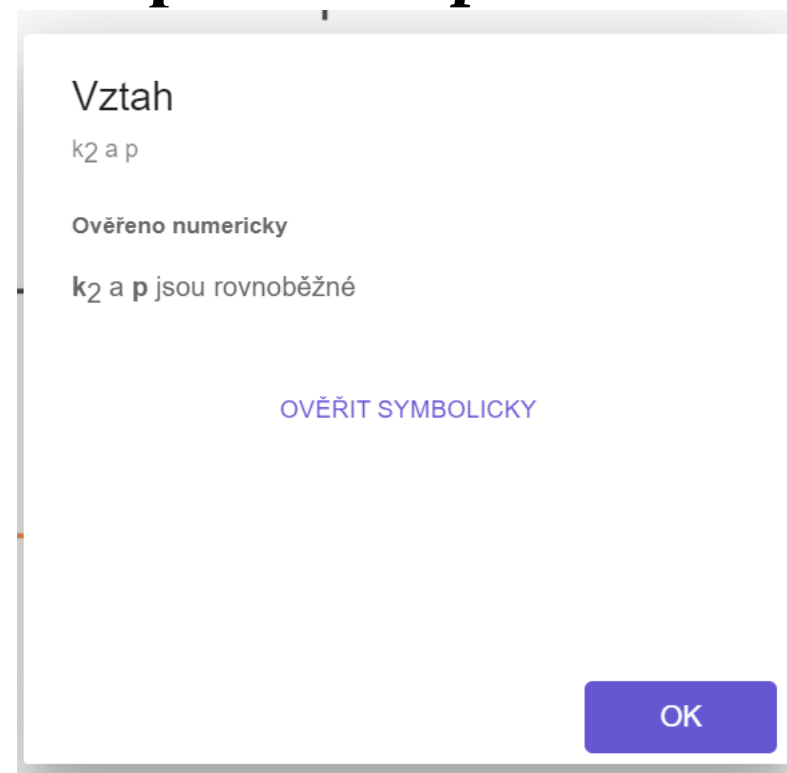
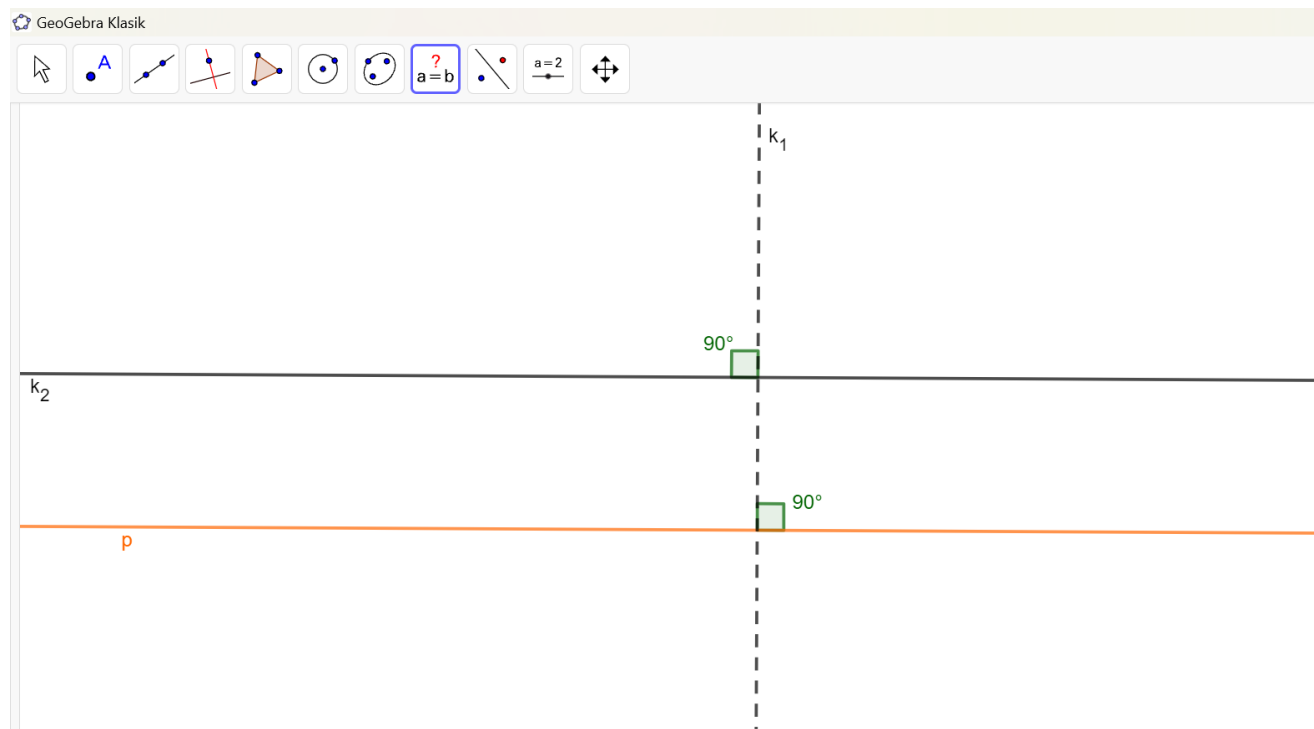
Shrnutí videa „osa úhlu“:

- ❑ osa úhlu pŕlÍ úhel na dvě stejné velké části (na dva stejně velké úhly)**
- ❑ každý bod osy úhlu má stejnou vzdálenost od obou ramen úhlu**

**Poslední video této prezentace je video,
kde uvidíte, jak najít množinu bodů, které
mají stejnou vzdálenost od dané přímky p :
[rovnoběžné přímky - YouTube](#)**

K videu „rovno běžné přímky“: Proč jsme rýsovali kolmici?

- ❑ jako první narýsujeme kolmici k dané přímce p – víme, že pokud pak uděláme další kolmici na tuto první kolmici, bude tato druhá kolmice rovnoběžná s původní přímkou p



K videu „rovnoběžné přímky“:

- poté jsme hledali množinu všech bodů, které mají od dané přímky p vzdálenost 3 cm – vyznačili jsme na kolmici bod, který byl ve vzdálenosti 3 cm od dané přímky p – PROČ? Protože VZDÁLENOST BODU OD PŘÍMKY je vždy KOLMICE z tohoto bodu na tu přímku!
- pak jsme narýsovali další dvě přímky, které byly kolmé na tuto první kolmici a byly ve vzdálenosti 3 cm, tyto dvě přímky jsou rovnoběžné s původní přímkou p – všechny body ležící na těchto dvou rovnoběžkách jsou stejně vzdálené od přímky p , tedy vzdálené 3 cm

Shrnutí videa „rovnoběžné přímky“:

- pokud chceme najít MNOŽINU VŠECH BODŮ, KTERÉ MAJÍ STEJNOU VZDÁLENOST OD DANÉ PŘÍMKY p , sestrojíme dvě rovnoběžné přímky k dané přímce p v určité vzdálenosti**

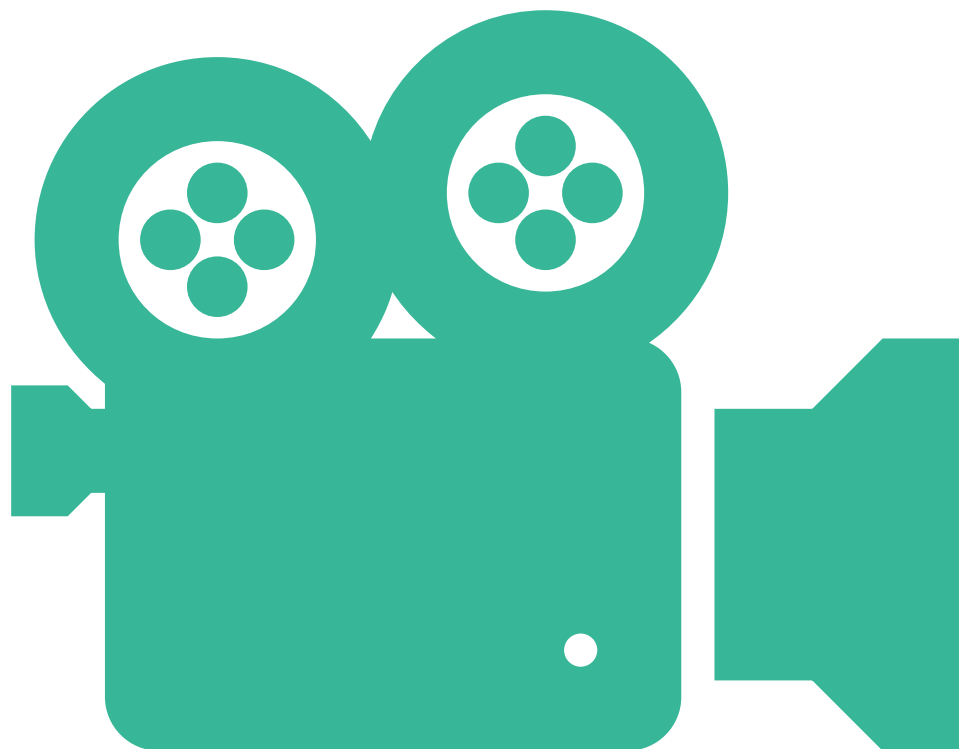
V této prezentaci jsme se dozvěděli, jak narýsovat osu úsečky, osu úhlu a dvě rovnoběžné přímky. Nyní si otevřete pracovní list, vyplňte úkoly a pošlete ho naskenovaný/ofocený na e-mail ke kontrole.



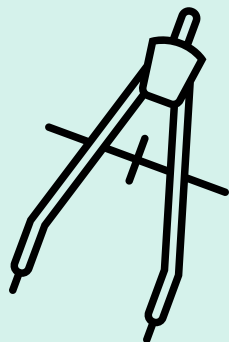
**Množiny daných
vlastností**

**KRUŽNNICE OPSANÁ
TROJÚHELNÍKU**

„S úsměvem jde všechno líp!“

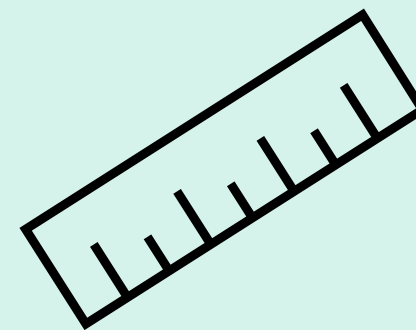


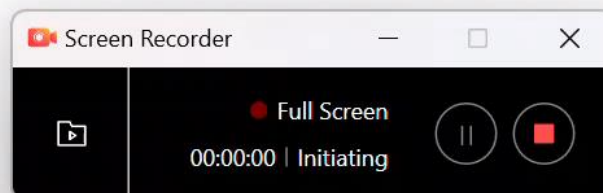
**V TÉTO PREZENTACI
SE NAUČÍTE, JAK
SESTROJIT
KRUŽNICI OPSANOU
TROJÚHELNÍKU!**



**Na dalším slidu se
podívejte na video
konstrukce v programu
GeoGebra.**

**KONSTRUKCE
KRUŽNICE OPSANÉ
TROJÚEHLNÍKU**





- ☐ Krok 1: Máme trojúhelník ABC.
- ☐ Krok 2: Sestrojíme kružnice k_1 (A, $r>|AS_b|$) a kružnici k_2 (B, $r>|BS_b|$)
- ☐ Krok 3: Vznikly nám průsečíky kružnic X a Y. Tyto průsečíky spojíme a máme přímku o_b , což je osa strany AC.
- ☐ Krok 4: Průsečík osy o_b a strany b je střed strany b.
- ☐ Krok 5: Postup zopakujeme u strany a, čili najdeme osu strany a.
- ☐ Krok 6: Vznikne průsečík os o_b a o_a . Tento průsečík je střed S kružnice opsané trojúhelníku ABC.
- ☐ Krok 7: Narýsujeme kružnici opsanou se středem S a poloměrem SA



Konstrukci si můžete projít také přímo v programu GeoGebra i několikrát, tempem, jaké vám vyhovuje!

Na dalším slidu také uvidíte shrnutí..

Kružnice opsaná trojúhelníku – GeoGebra

Odkaz otevřete zmáčknutím „ctrl“ na klávesnici a kliknutím na odkaz. Poté si můžete „odklikat“ všechny kroky 1-7 a naklikat je postupně, uvidíte tak celý postup konstrukce.

Shrnutí

KRUŽNICE OPSANÁ TROJÚHELNÍKU

- ❑ Kružnice opsaná trojúhelníku je taková kružnice, která prochází všemi jeho vrcholy, pokud tedy máme trojúhelník ABC , kružnice opsaná tomuto trojúhelníku musí procházet vrcholy A, B a C .
- ❑ Kružnici opsanou trojúhelníku sestrojíme tak, že nalezneme osy stran a tam, kde se tyto osy stran protnou, vznikne střed kružnice opsané.
- ❑ Po nalezení středu sestrojíme kružnici opsanou v tomto středu procházející body A, B, C .



V další prezentaci najdete video, jak sestavit kružnici **VEPSANOU TROJÚHELNÍKU.**

Následovat bude pracovní list s konstrukčními úkoly.

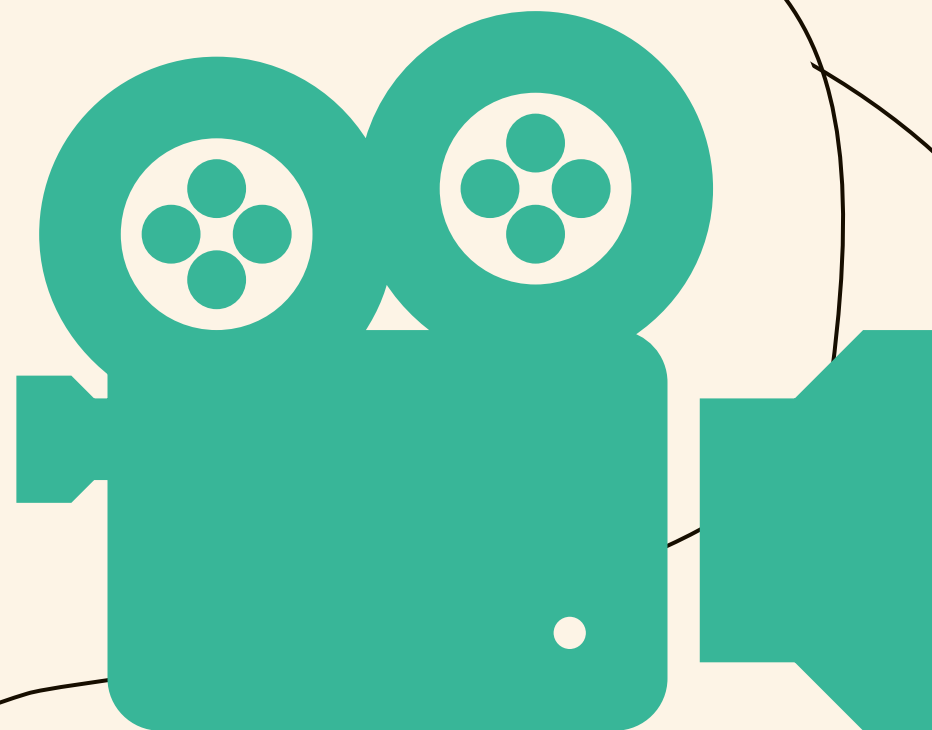


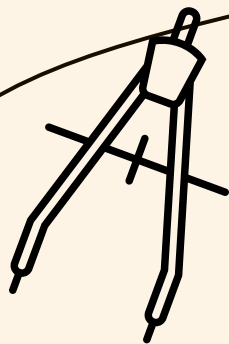
MNOŽINY DANÝCH
VLASTNOSTÍ

**KRUŽNNICE VEPSANÁ
TROJÚHELNÍKU**

„S úsměvem jde všechno líp!“

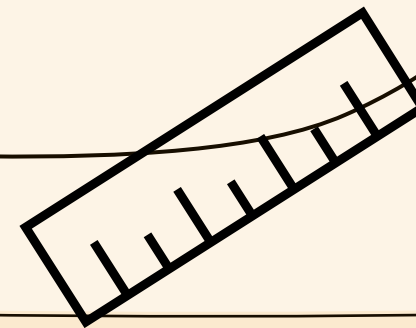
**V TÉTO PREZENTACI
SE NAUČÍŠ, JAK
SESTROJIT KRUŽNICI
VEPSANOU
TROJÚHELNÍKU!**

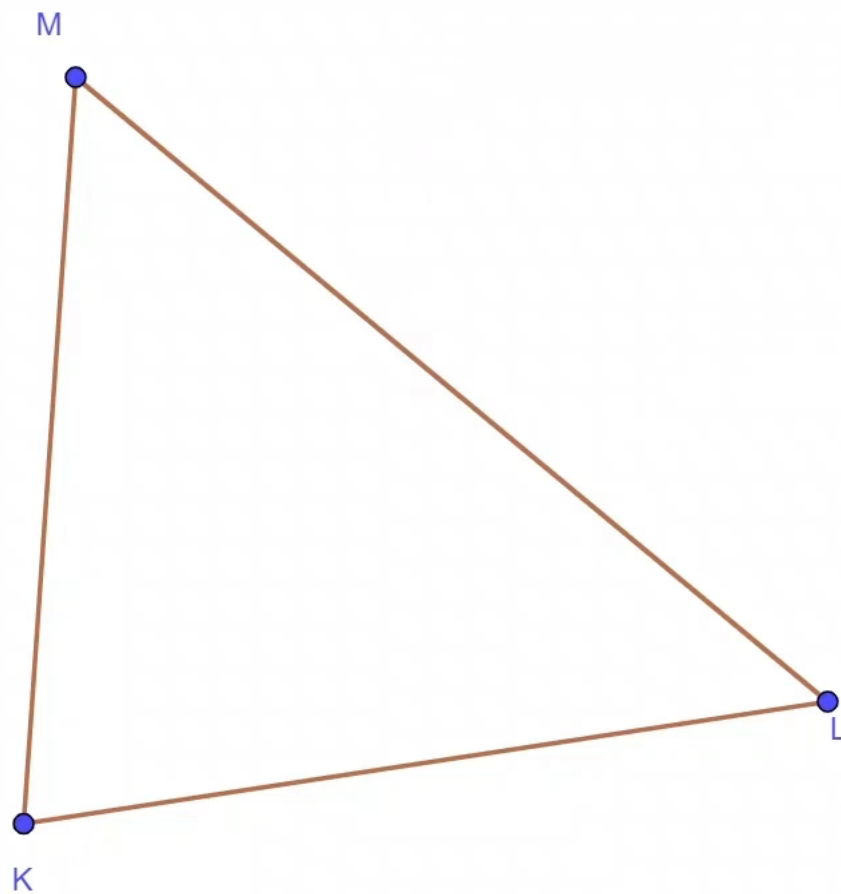




**Na dalším slidu se
podívej na video
konstrukce v programu
GeoGebra.**

**KONSTRUKCE
KRUŽNICE VEPSANÉ
TROJÚEHLNÍKU**





	Název	Popisek	Me
1	Trojúhelník t1		
2	Kružnice d		
3	Bod A		
4	Bod B		
5	Kružnice e		
6	Kružnice f		
7	Bod C		
7	Bod D		
8	Polopřímka g		
9	Kružnice h		
10	Bod E		
11	Bod F		
12	Kružnice k		
13	Kružnice p		
14	Bod G		
14	Bod H		
15	Polopřímka i		
16	Polopřímka		



Shrnutí

KRUŽNICE VEPSANÁ TROJÚHELNÍKU

- ❑ Kružnice vepsaná trojúhelníku je taková kružnice, která se dotýká všech stran trojúhelníku.
- ❑ Kružnici vepsanou trojúhelníku sestrojíme tak, že nalezneme osy úhlů daného trojúhelníku. Tam kde se osy úhlů protnou, vznikne střed kružnice vepsané.
- ❑ Pokud si nepamatuješ, jak sestrojit osu úhlu, koukni na tohle video: [osa úhlu – YouTube](#).



**V další prezentaci najdeš různé
konstrukční úlohy a jejich řešení,
následovat bude pracovní list.**



**Množiny daných
vlastností
Konstrukční
úlohy – množiny dané
vlastností**

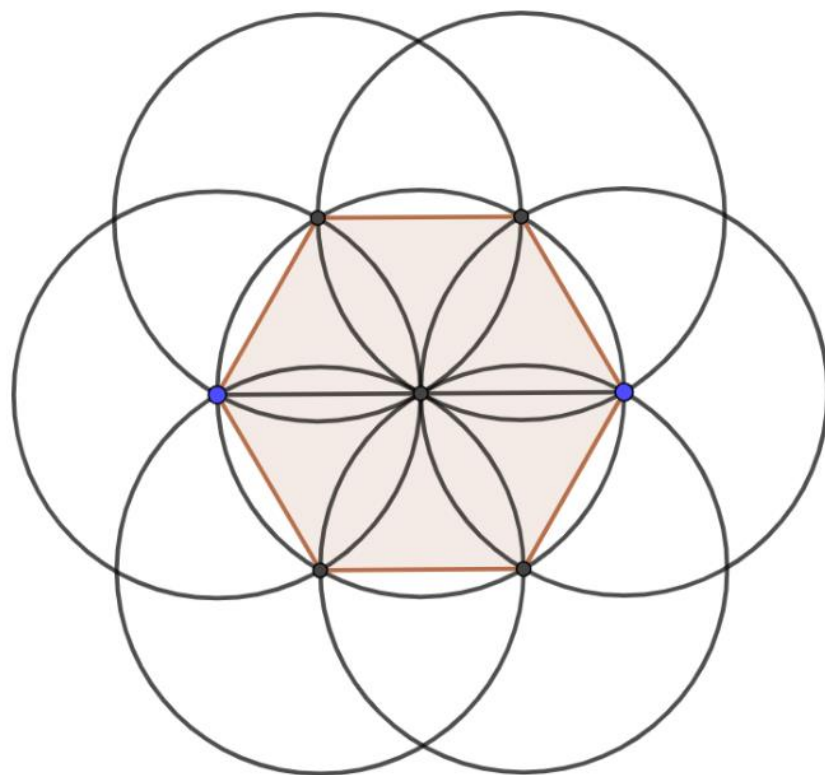
„S úsměvem jde všechno líp!“

V této prezentaci si ukážeme několik příkladů a jejich řešení.. Nejdříve si můžete zkusit přijít na řešení sami a poté si to zkontrolovat s řešením v prezentaci. Projděte si vše a poté vyplňte pracovní list. Nezapomeňte, že si video můžete pustit víckrát nebo si ho podle potřeb zastavit tak, jak vám vyhovuje 😊

Pro větší zobrazení, klikněte v horní liště na sekci „prezentace“ a poté spust’te „od začátku“ či „od aktuálního snímku.“

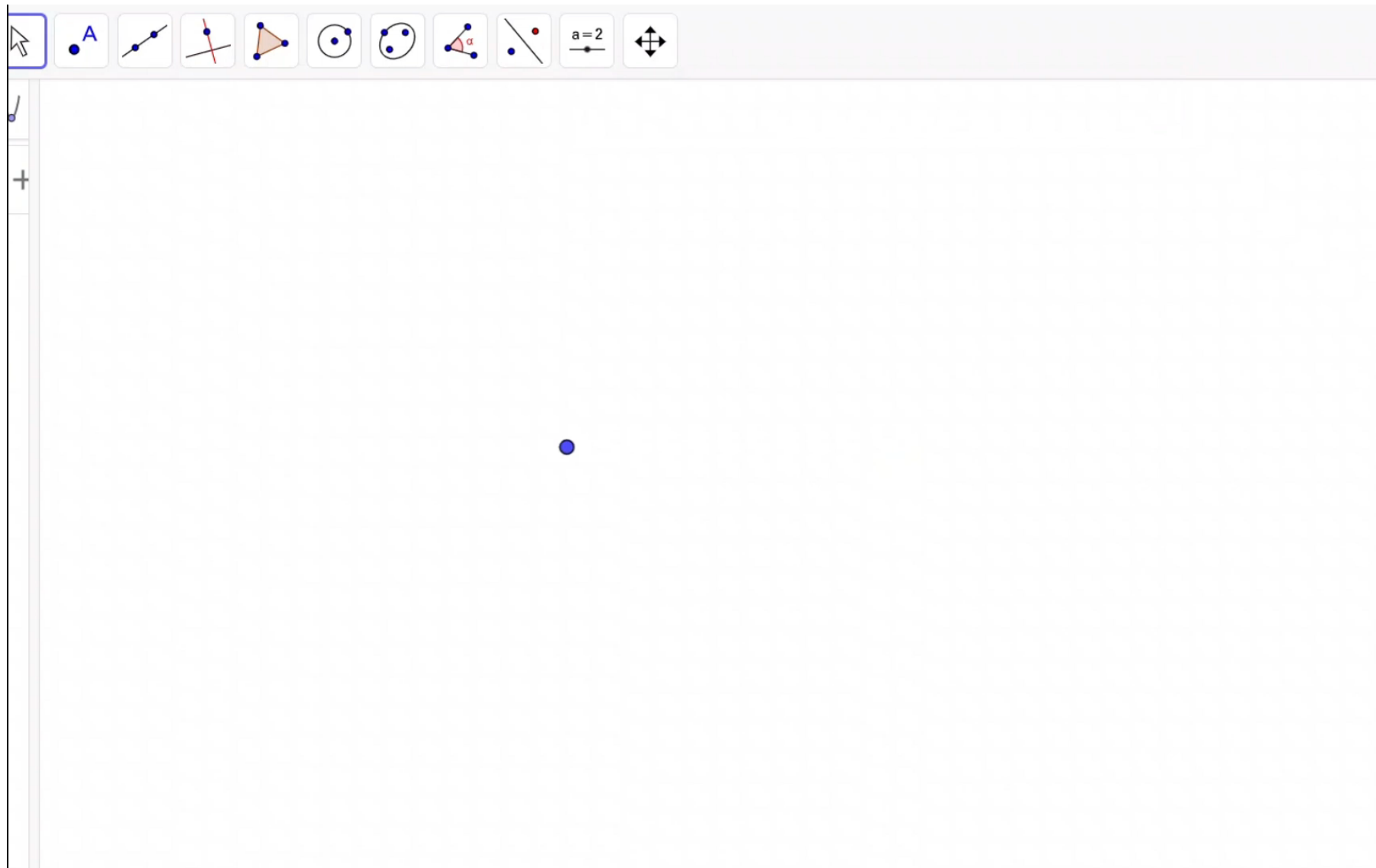
ÚKOL ČÍSLO 1

Prohlédněte si obrázek níže. Vidíte na něm pravidelný šestiúhelník. Popište postup a konstrukci tohoto pravidelného šestiúhelníku. Poté sestrojte takový šestiúhelník sami do sešitu.



Zdroj obrázku: autorka prezentace
(inspirace příkladu: *Matematika 8, geometrie – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*
(Binterová, Fuchs a Tlustý, 2009, s. 64, př. 4)

ŘEŠENÍ ÚKOLU 1 - video



ÚKOL ČÍSLO 2

Nyní se podíváme na 6 typů úloh, v kterých využijeme znalosti z předchozích prezentací a videí. Narýsujte MNOŽINU STŘEDŮ VŠECH KRUŽNIC, které

- a) se dotýkají přímky p v jejím bodě A ;
- b) procházejí dvěma různými body A, B ;
- c) se dotýkají dané kružnice v jejím bodě C ;
- d) se dotýkají dvou soustředných kružnic;
- e) se dotýkají dvou různoběžných přímek;
- f) se dotýkají dvou rovnoběžných přímek

Inspirace příkladu: *Matematika 8, geometrie – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia* (Binterová, Fuchs a Tlustý, 2009, s. 53, př. 2.15)

ÚKOL ČÍSLO 2

Co bude naší hledanou množinou v příkladu 2 (zadání a-f)? Zkuste přiřadit správné odpovědi. Pro lepší představu si můžete zkusit řešení načrtnout. Na dalších slidech najdete komentovaná videa s řešením – zkuste si poté příklady narýsovat do sešitu podle těchto videí.

Narýsujte MNOŽINU STŘEDŮ VŠECH KRUŽNIC, které

- a) se dotýkají přímky p v jejím bodě A ;
- b) procházejí dvěma různými body A, B ;
- c) se dotýkají dané kružnice v jejím bodě C ;
- d) se dotýkají dvou soustředných kružnic;
- e) se dotýkají dvou různoběžných přímek;
- f) se dotýkají dvou rovnoběžných přímek

Zkuste přiřadit odpovědi 1.-6. k zadání a)-f).

- 1. Osa úsečky
- 2. Kružnice
- 3. Přímka
- 4. Kolmice na přímku
- 5. Přímka procházející středem kružnice
- 6. Osa úhlu

ŘEŠENÍ ÚKOLU 2 a) – komentované video v odkazu

Řešení příkladu 2 z prezentace č. 6 - zadání a) - YouTube

ŘEŠENÍ ÚKOLU 2 b) – komentované video v odkazu

Řešení příkladu 2 z prezentace č. 6 - zadání b) - YouTube

ŘEŠENÍ ÚKOLU 2 c) – komentované video v odkazu

Řešení příkladu 2 z prezentace č. 6 - zadání c) - YouTube

ŘEŠENÍ ÚKOLU 2 d) – applet v programu GeoGebra s postupem krok za krokem v odkazu: [2 d\) - ppt č. 6 – GeoGebra](#)

! Soustředné kružnice jsou takové kružnice, které mají společný střed !

Postupně zaškrtněte kroky 1 až 6.
Projděte si tak postup řešení příkladu 2 d).

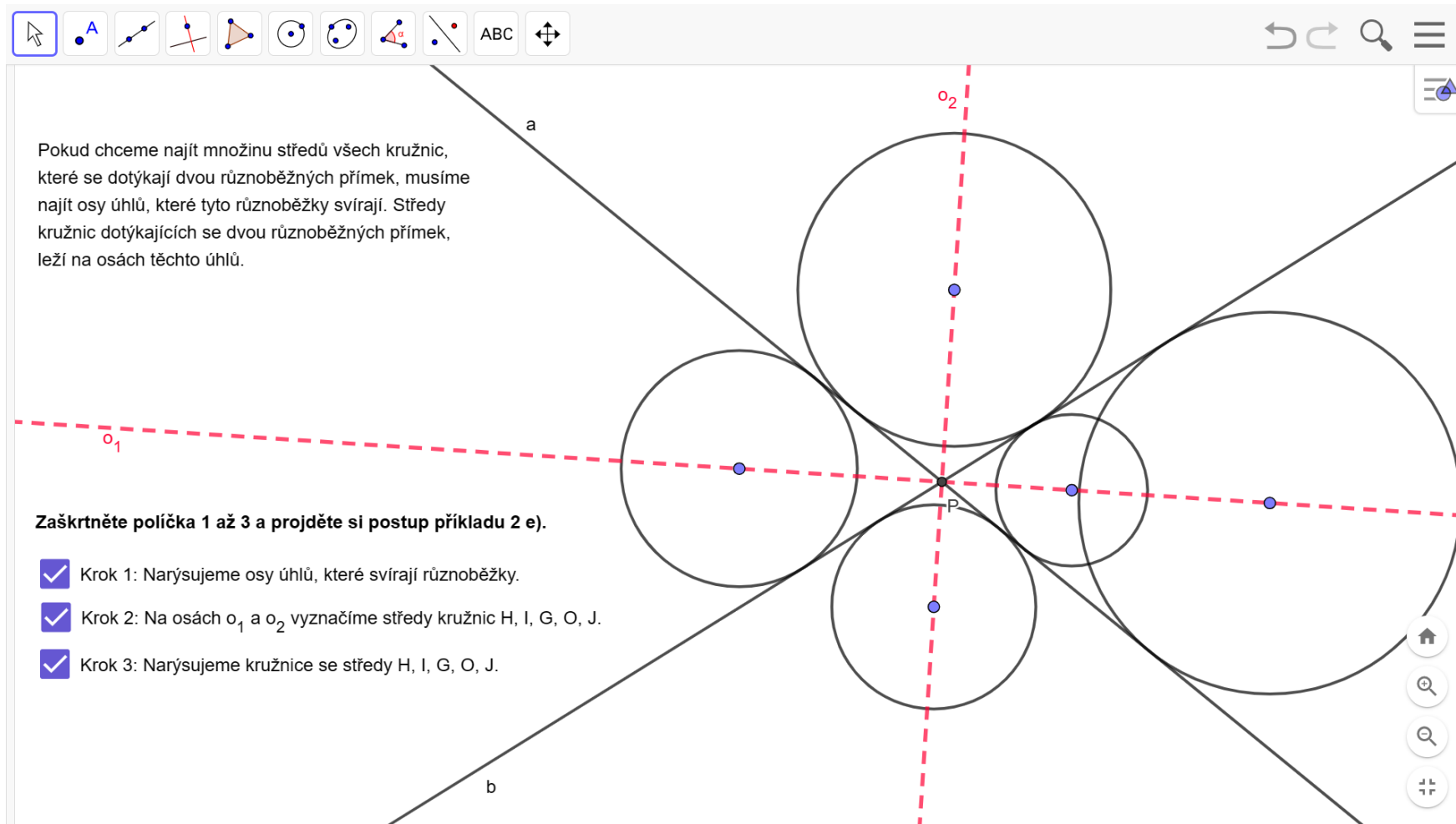
- ☒ Krok 1: narýsujeme dvě soustředné kružnice k , l se středem S
- ☒ Krok 2: spojíme střed S s bodem na vnější kružnici l
- ☒ Krok 3: najdeme střed úsečky DC a HG , vzniknou body I a F
- ☒ Krok 4: narýsujeme kružnici se středem S , která prochází bodem I či F
- ☒ Krok 5: kružnice se středem S procházející bodem I či F je naše hledaná množina.
- ☒ Krok 6: Pro ověření narýsujeme dvě kružnice, které budou mít střed na kružnici d) a budou se dotýkat kružnic k , l

2 d)

Dovysvětlení:

- Množinou středů všech kružnic, které se dotýkají dvou soustředných kružnic (kružnice, které mají společný střed), je kružnice, jejíž střed má stejnou vzdálenost od obou soustředných kružnic. Proto je tato kružnice přesně „mezi“ danými dvěma soustřednými kružnicemi.

ŘEŠENÍ ÚKOLU 2 e) – applet s postupem řešení v programu GeoGebra v odkazu: [2. e\) – GeoGebra](#)



2 e)

Dovysvětlení:

- ❑ Množinou středů všech kružnic, které se dotýkají dvou různoběžných přímek jsou kružnice, které mají střed na osách úhlů, které svírají dané různoběžky.
- ❑ Opět hledáme středy, které budou mít stejnou vzdálenost od obou ramen úhlu (od obou různoběžek).
- ❑ Již víme, že body osy úhlů mají stejnou vzdálenost od obou ramen úhlu. Tuto vlastnost jsme využili v řešení 2 e).

ŘEŠENÍ ÚKOLU 2 f) – applet v programu GeoGebra v odkazu:

2 f) – GeoGebra

Projděte si postup konstrukce pomocí šipek v pravém dolním rohu (kroky 1-13).

The diagram shows a construction in GeoGebra. A vertical line f and a horizontal line g intersect at point A . Point B is on line f below A . A red dashed line o_{AB} passes through point S_{AB} on line f . Two circles, k and l , are centered at S_k and S_l respectively, both on line o_{AB} . A green square at point B indicates a 90° angle between line f and a horizontal line passing through B .

	Popis	Mez.
1	Přímka bodem A rovnoběžně k t	☒
2	Přímka bodem A kolmo k f	☒
3	Úsečka $[E_3, F_3]$	☒
4	Průsečík h a f	☒
5	Střed A, B	☒
6	Přímka bodem S_{AB} kolmo k h	☒
7	Bod na o_{AB}	☒
8	Přímka bodem S_k kolmo k g	☒
9	Průsečík j a f	☒
10	Kružnice bodem G se středem S_k	☒
11	Bod na o_{AB}	☒
12	Průsečík k_1 a f	☒
13	Kružnice bodem J se středem S_l	☒

13 / 13

2 f)

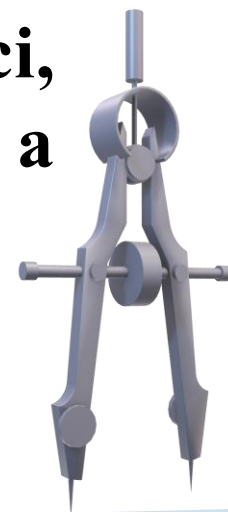
Dovysvětlení:

- ❑ Množinou středů všech kružnic, které se dotýkají dvou rovnoběžných přímek je přímka, která leží přesně „mezi“ danými dvěma přímkami. Tato přímka je rovnoběžná s oběma rovnoběžkami.
- ❑ Kružnice budou mít středy na této přímce, body této přímky musí mít opět stejnou vzdálenost od obou rovnoběžek. Proto sestrojíme kolmici k daným rovnoběžkám a tam, kde se nám kolmice s rovnoběžkami protne, vzniknou body, které spojíme úsečkou – najdeme střed vzniklé úsečky a narýsujeme kolmici procházející tímto bodem. Vzniklá úsečka nám také udává vzdálenost těch dvou rovnoběžek.

Správné řešení přiřazovačky v úkolu 2 (slide č. 6):

- a) 4. kolmice na přímku**
- b) 1. osa úsečky**
- c) 5. přímka procházející středem kružnice**
- d) 2. kružnice**
- e) 6. osa úhlu**
- f) 3. přímka**

- ❑ **V předešlých příkladech jsme si procvičili základní konstrukční úlohy s množinami daných vlastností.**
- ❑ **Následuje pracovní list, který vyplňte a ofocený/naskenovaný pošlete na e-mail do tohoto data:**
- ❑ **V pracovním listu jsou obdobné úlohy jako v této prezentaci, pokud si nebudete vědět s něčím rady, můžete se sem vrátit a podívat se na videa znovu.**





Množiny daných vlastností

Thaletova věta
ÚVOD

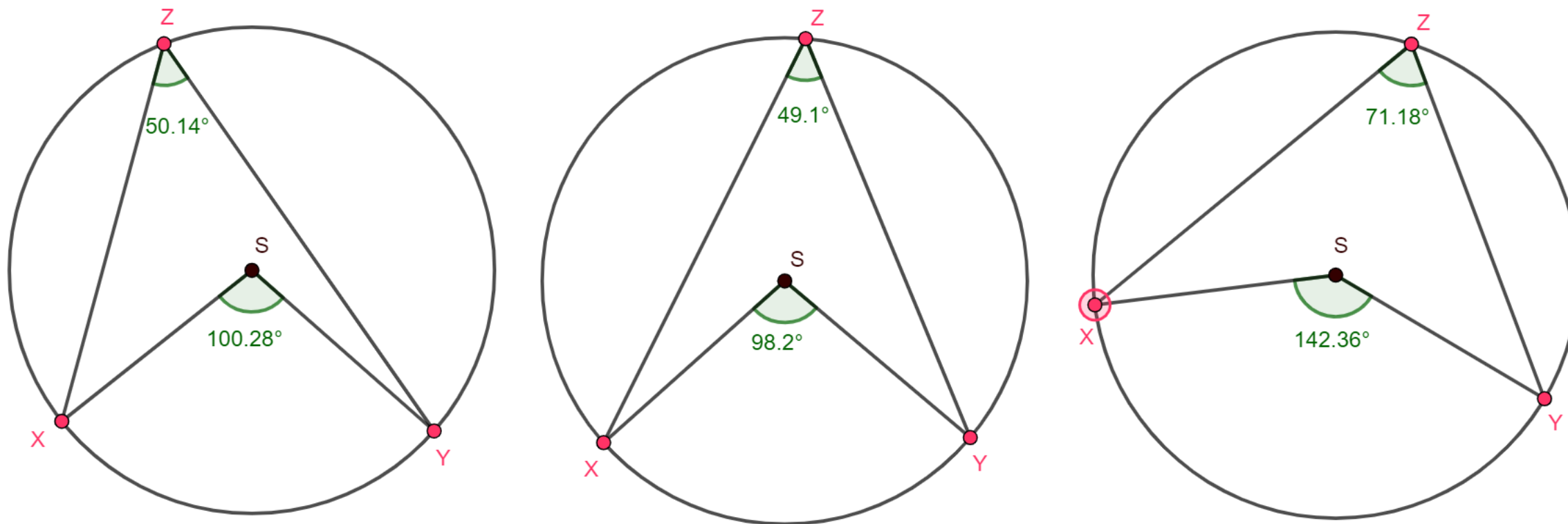
„S úsměvem jde všechno líp!“

Nyní se seznámíme s velmi významnou množinou bodů,
které říkáme **Thaletova kružnice**!



Řekneme si znění **Thaletovy věty** a ukážeme si, v čem
nám tato množina bodů pomůže a kde ji využijeme.

ÚKOL 1: Pozorujte obrázky. Napište, jakou vlastnost úhlů v kružnici pozorujete, a pokuste se tuto vlastnost co nejpřesněji popsat. Poté si rozklikněte odkaz na applet v programu GeoGebra a pohybujte body X , Y a Z a sledujte, úhly v kružnici. Odhadněte, jakou velikost by měl úhel XZY , kdyby úhel XSZ byl přímý.



Zdroj obrázku: autorka prezentace (inspirace příkladu: *Matematika 8, geometrie – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia* (Binterová, Fuchs a Tlustý, 2009, s. 55, př. 3.1))

ÚKOL 1: Pozorujte obrázky. Napište, jakou vlastnost úhlů v kružnici pozorujete, a pokuste se tuto vlastnost co nejpřesněji popsat. Poté si rozklikněte odkaz na applet v programu GeoGebra a pohybujte body X, Y a Z a sledujte, úhly v kružnici. Odhadněte, jakou velikost by měl úhel XZY, kdyby úhel XSY byl přímý.

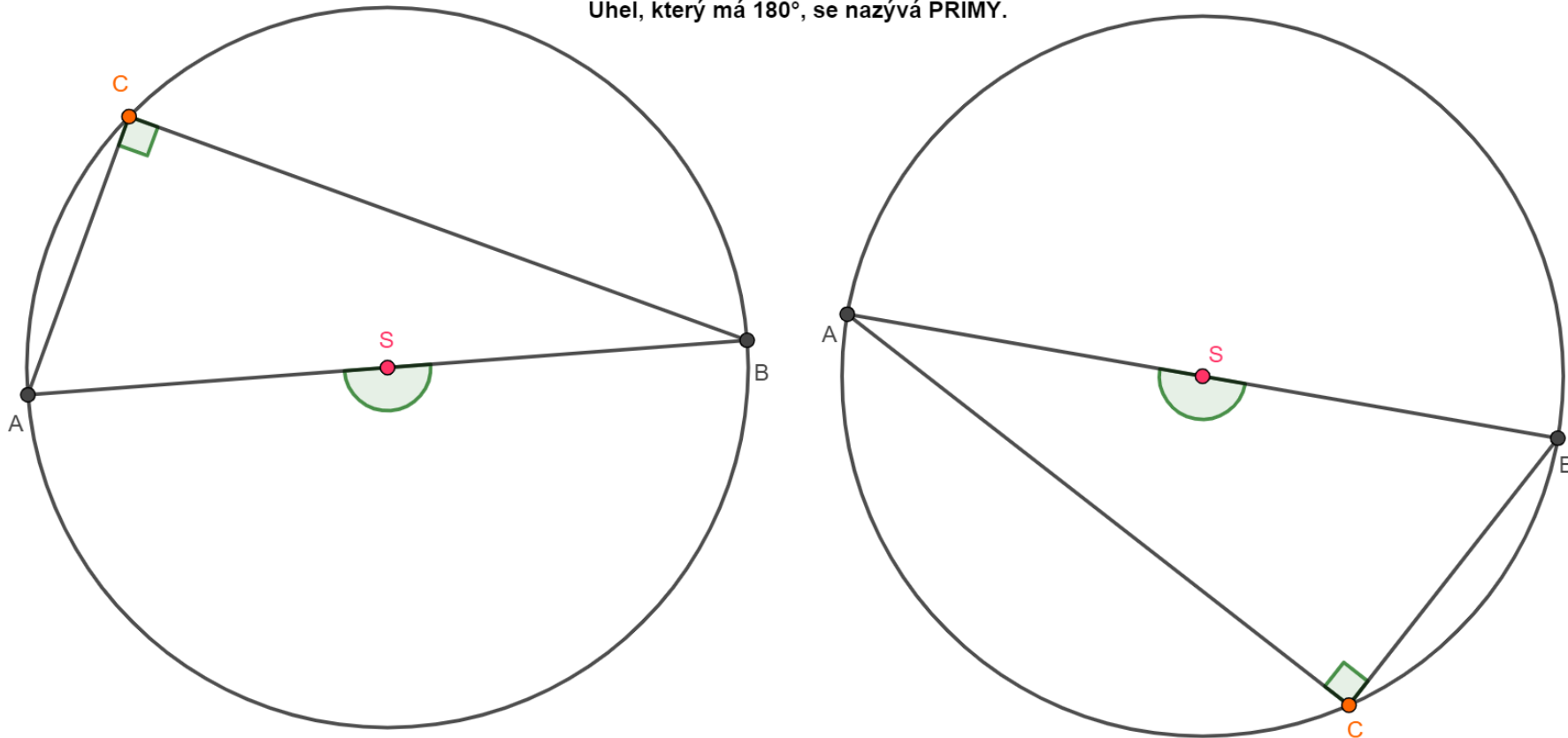
Rozklikněte odkazy na applety v GeoGebra programu a zkuste hýbat body na kružnicích a pozorovat úhly XZY a XSY:

ppt 7 - úkol č. 1 – GeoGebra

Thaletova věta – GeoGebra

ÚKOL 2: Shrňte vše, co jste pozorovali v předchozím příkladu. Napište si do sešitu, co platí pro velikost úhlu při vrcholu C na obrázku, a svou odpověď zdůvodněte. Narýsujte podobné obrázky, zvolte libovolně velikost poloměru a změřte úhel při vrcholu C .

Úhel, který má 180° , se nazývá PŘÍMÝ.



Zdroj obrázku: autorka prezentace (inspirace příkladu: *Matematika 8, geometrie – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia* (Binterová, Fuchs a Tlustý, 2009, s. 56, př. 3.3))

ÚKOL 2: Shrňte vše, co jste pozorovali v předchozím příkladu. Napište si do sešitu, co platí pro velikost úhlu při vrcholu C na obrázku, a svou odpověď zdůvodněte. Narýsujte podobné obrázky, zvolte libovolně velikost poloměru a změřte úhel při vrcholu C.

Rozklikněte odkaz a podívejte se na applet v GeoGebra programu, kde najdete i řešení úkolu 2:

[ppt 7 - úkol 2 - přímý úhel – GeoGebra](#)

Úhel při vrcholu C je PRAVÝ (má 90°). Úhel při vrcholu S je PŘÍMÝ (tedy 180°).

Pokud máme přeponu procházející středem S, tak všechny trojúhelníky sestavené s vrcholem C nad touto přeponou, jsou pravé a mají 90° . Tuto vlastnost můžeme využít v konstrukčních úlohách.

ÚKOL 3: Podle závěrů z úlohy č. 2 rozhodněte, jestli je množina vrcholů C pravoúhlého trojúhelníka ABC s pravým úhlem při vrcholu C :

- a) Úsečka AB
- b) Kružnice
- c) Úsečka AC

Inspirace příkladu: *Matematika 8, geometrie – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*
(Binterová, Fuchs a Tlustý, 2009, s. 56, př. 3.4).

ÚKOL 3: Podle závěrů z úlohy č. 2 rozhodněte, jestli je množina vrcholů C pravoúhlého trojúhelníka ABC s pravým úhlem při vrcholu C :

a) Úsečka AB

b) Kružnice – správná odpověď

c) Úsečka AC

Inspirace příkladu: *Matematika 8, geometrie – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*
(Binterová, Fuchs a Tlustý, 2009, s. 56, př. 3.4).

**ÚKOL 4: Sestrojte aspoň dva libovolné pravoúhlé trojúhelníky ABC.
Sestrojte kružnice opsané těmto trojúhelníkům.**

Řešení najdeš pod tímto odkazem:

[ppt 7 - úkol 4 – GeoGebra](#)

Víme, že pro libovolné tři body X, Y, Z na kružnici platí $|\sphericalangle XSY| = 2 \cdot |\sphericalangle XZY|$

Ve speciálním případě, je-li úhel XSY přímý (180°), je úhel XZY pravý (90°). Takže sestrojíme-li nad úsečkou XY kružnici (XY je průměrem kružnice), pak z libovolného bodu této kružnice „vidíme“ úsečku XY pod úhlem 90° . Tato vlastnost se nám může někdy hodit v konstrukčních úlohách.

Jak můžeme tuto skutečnost formulovat?

Všechny úhly sestrojené nad průměrem kružnice a s vrcholem na této kružnici jsou pravé. Všechny trojúhelníky, jejichž střed kružnice opsané je středem nejdelší strany, jsou pravoúhlé!

TATO VĚTA SE NAZÝVÁ **THALETOVA**, podle řeckého matematika, který tuto větu dokázal jako první.

SHRNUTÍ



Zdroje

Matematika 8, geometrie – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia (Binterová H., Fuchs E., Tlustý, P., 2009, s. 25), Nakladatelství Fraus, Plzeň (1. vydání), ISBN 978-80-7238-686-4.

Obrázek na slidu 2: GC6VPZX Point d'interrogation! (Unknown Cache) in Auvergne-Rhône-Alpes, France created by dedef (geocaching.com).

Obrázek na slidu 9: Diferencias entre la verdad y la validez – Sooluciona



**Množiny daných
vlastností**

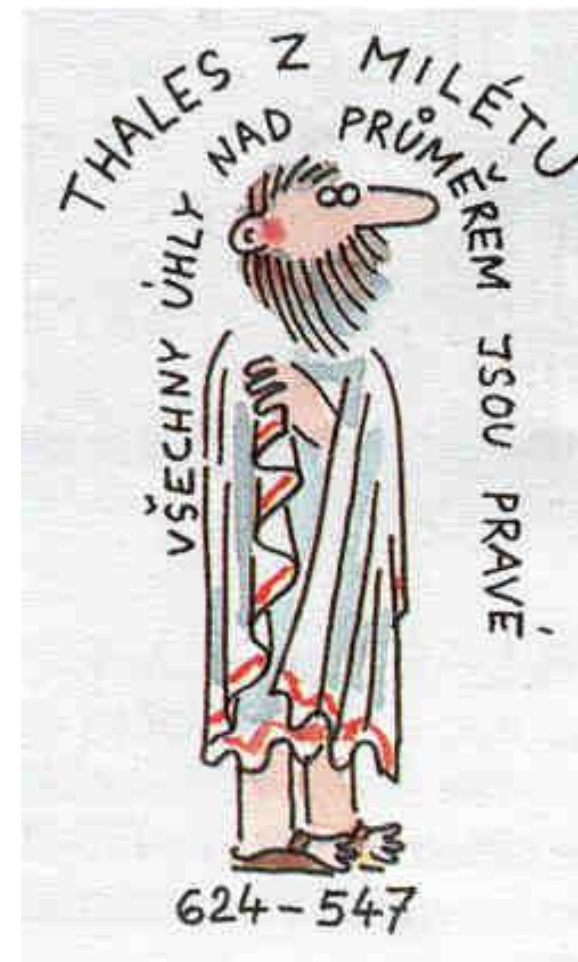
Thaletova věta

Tečna z bodu ke kružnici

„S úsměvem jde všechno líp!“

**Nyní se seznámíme s velmi významnou množinou bodů, které říkáme
Thaletova kružnice!**

**Řekneme si znění Thaletovy věty
a ukážeme si, v čem nám tato množina bodů pomůže a kde ji
využijeme.**



Obr. č. 1

ÚKOL 1: Narýsuj kružnici k s poloměrem 5 cm a sestroj jeden její průměr. Krajní body průměru označ A , B .

Na kružnici zvol třetí bod C a narýsuj úsečky AC , BC .

Změř velikost úhlu ACB .

Tvrzení: „Všechny úhly nad průměrem jsou pravé.“

Platí toto tvrzení vždy? Platilo by i kdybychom narýsovali kružnici s poloměrem 2 kilometry?

Inspirace příkladu: *Matematika pro 8. ročník základní školy 3. díl – Kruh, kružnice, válec, konstrukční úlohy* (Odvárko – Kadleček, 2014, s. 17, př. 1.4 A a B).

V předchozí prezentaci (číslo 7) jsme si začali vysvětlovat Thaletovu větu a Thaletovu kružnici.

Nyní si zopakujeme základy a podíváme se na další úlohy, kde tuto množinu dané vlastnosti můžeme využít.

Podívejte se na úkol č. 1. Zkuste si cvičení do sešitu. Na dalším slidu si můžete svoje řešení zkontrolovat.

Podívej se na řešení úkolu 1 z předchozího slidu:

Řešení najdeš zde: [ppt 8 - úkol 1 – GeoGebra](#)

Konstrukci můžeš projít šipkami v pravém dolním rohu.

Tvrzení platí! Pokud sestrojíme kružnici s poloměrem 2 km, tvrzení bude stále platné. Všechny úhly sestrojené nad průměrem jsou pravé.



POZORNĚ SI PŘEČTĚTE SLOVNÍČEK NÍŽE, TOTO JE ZÁKLAD,
KTERÝ MUSÍTE ZNÁT:

THALETOVA VĚTA:

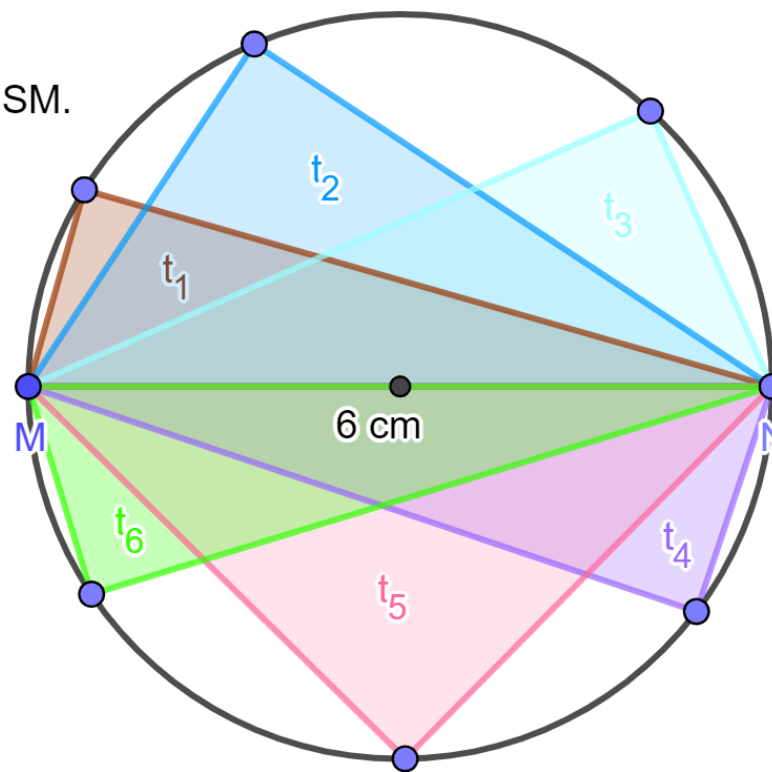
Sestrojíme-li kružnici s průměrem AB a zvolíme-li na ní libovolný bod C , je trojúhelník ABC pravoúhlý, s pravým úhlem při vrcholu C .

Kružnice se nazývá Thaletova kružnice.

Je-li trojúhelník ABC pravoúhlý s přeponou AB , leží vrchol C na Thaletově kružnici s průměrem AB .

ÚKOL 2: Sestrojte úsečku MN , $|MN| = 6\text{ cm}$. Sestrojte šest pravoúhlých trojúhelníků s přeponou MN . Kolik lze sestrojit pravoúhlých trojúhelníků s přeponou MN ?

- ✓ Krok 1: Sestrojíme úsečku MN s délkou 6 cm .
- ✓ Krok 2: Sestrojíme střed úsečky MN .
- ✓ Krok 3: Sestrojíme kružnici se středem S a poloměrem SM .
- ✓ Krok 4: Sestrojíme 6 bodů na kružnici.
- ✓ Krok 6: Sestrojíme 6 pravoúhlých trojúhelníků.

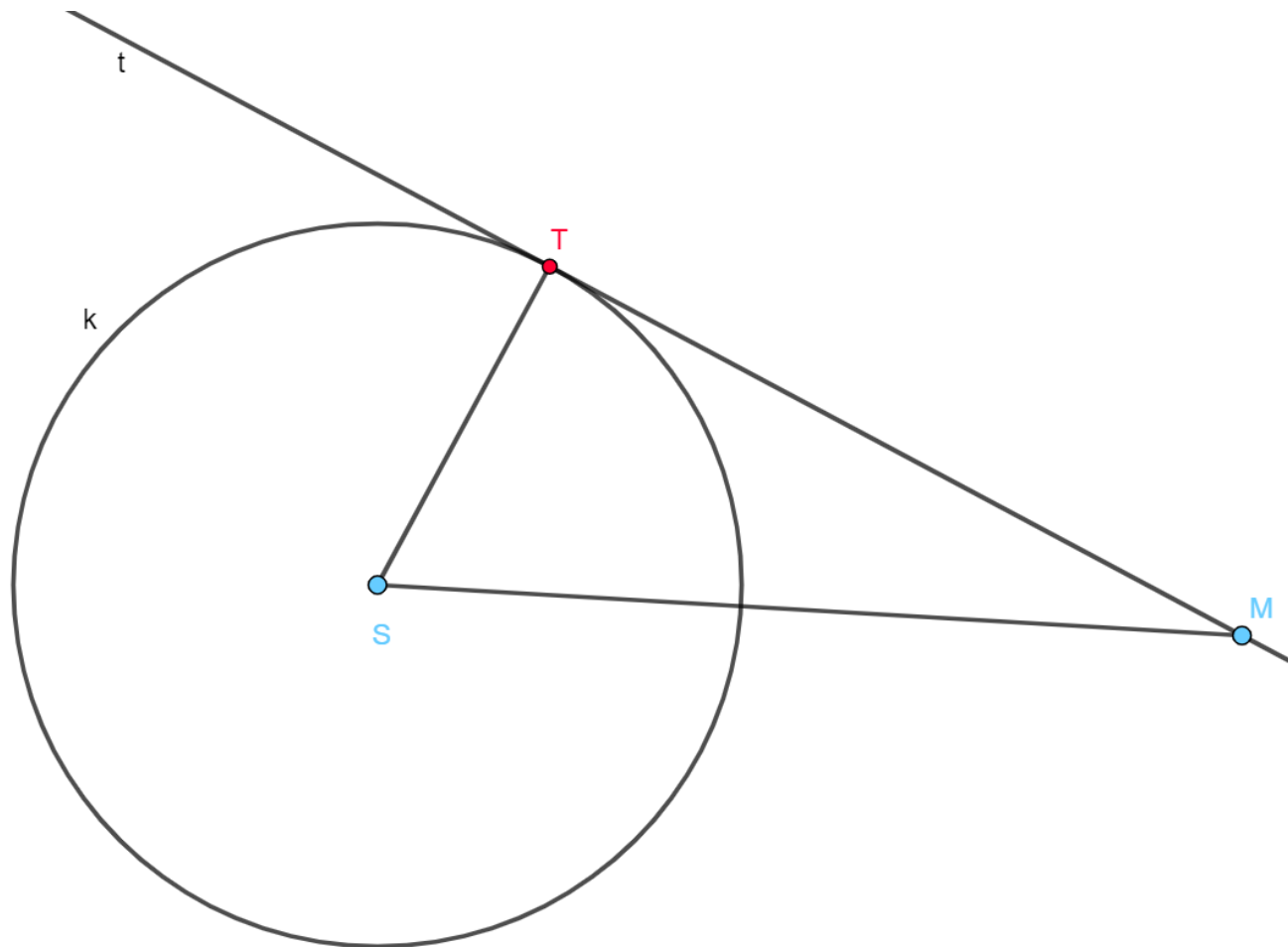


Inspirace příkladu: *Matematika 8, geometrie – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia* (Binterová H., Fuchs E., Tlustý, P., 2009, s. 57, př. 3.8).



DŮLEŽITÁ ÚLOHA

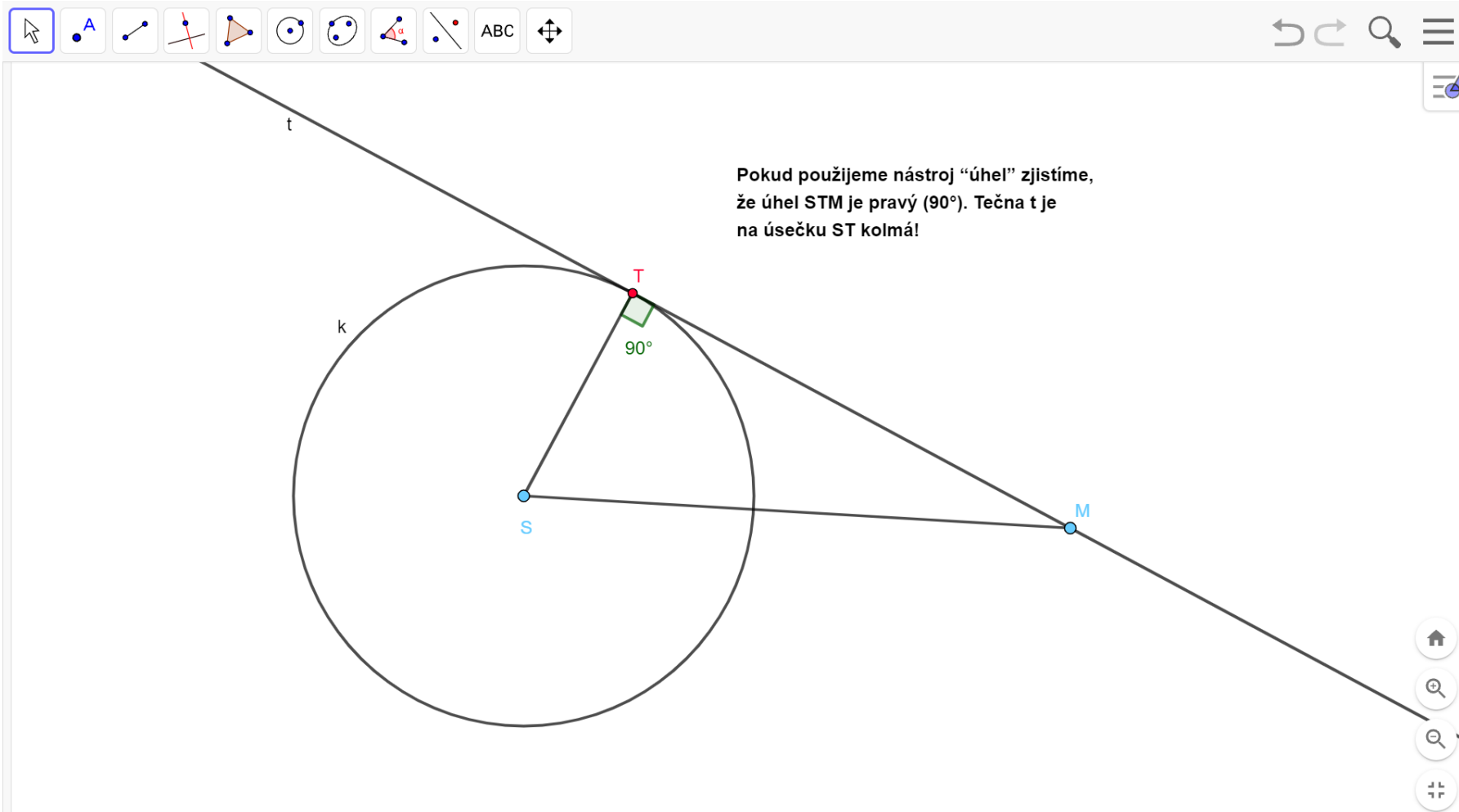
ÚKOL 3: Podívejte se na obrázek a vyznačte, jaký úhel svírá tečna t s úsečkou ST . T je bod dotyku. Kolik tečen z bodu M ke kružnici k můžeme narýsovat?





DŮLEŽITÁ ÚLOHA

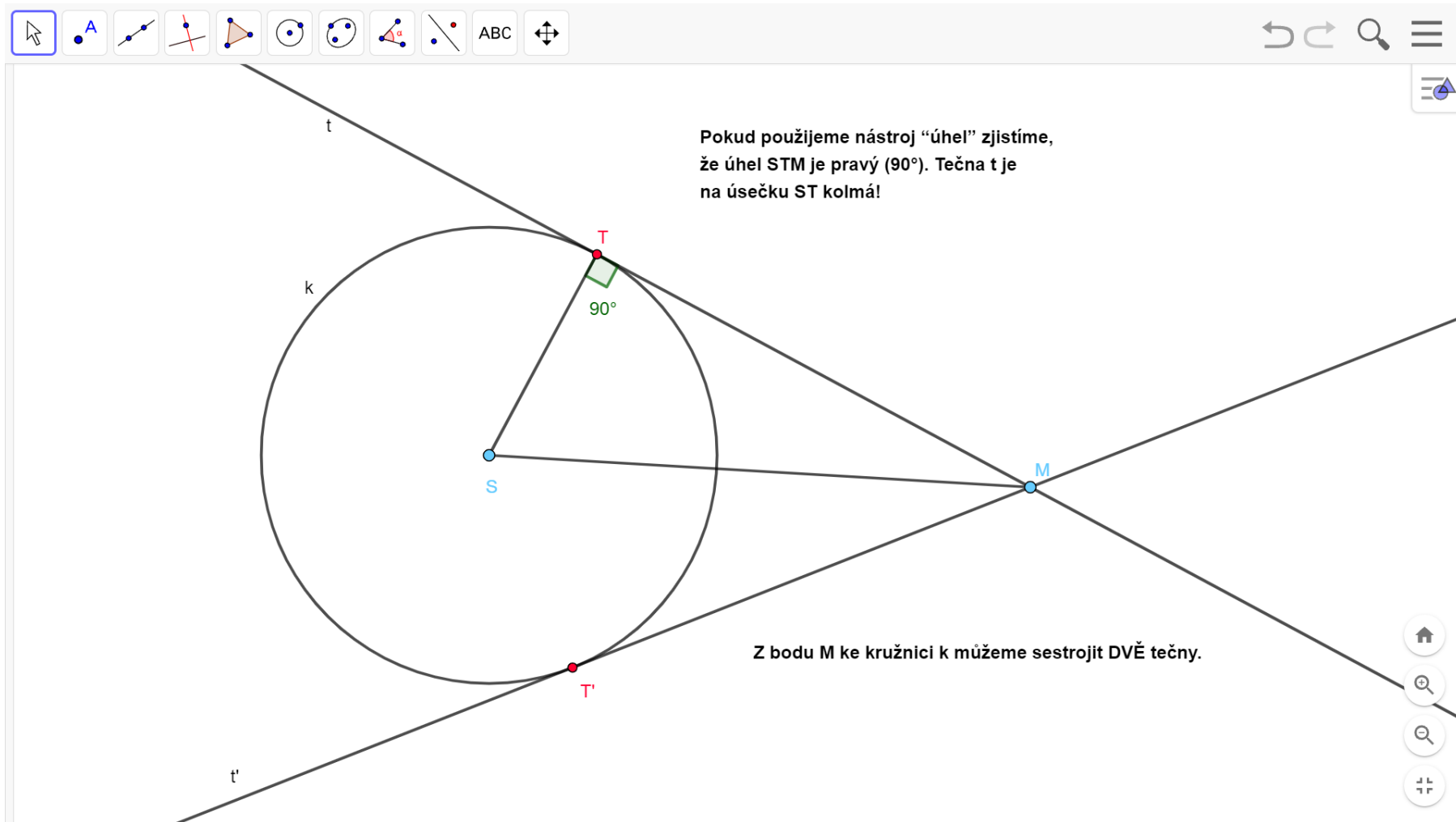
ÚKOL 3: Podívejte se na obrázek a vyznačte, jaký úhel svírá tečna t s úsečkou ST . T je bod dotyku. Kolik tečen z bodu M ke kružnici k můžeme narýsovat?





DŮLEŽITÁ ÚLOHA

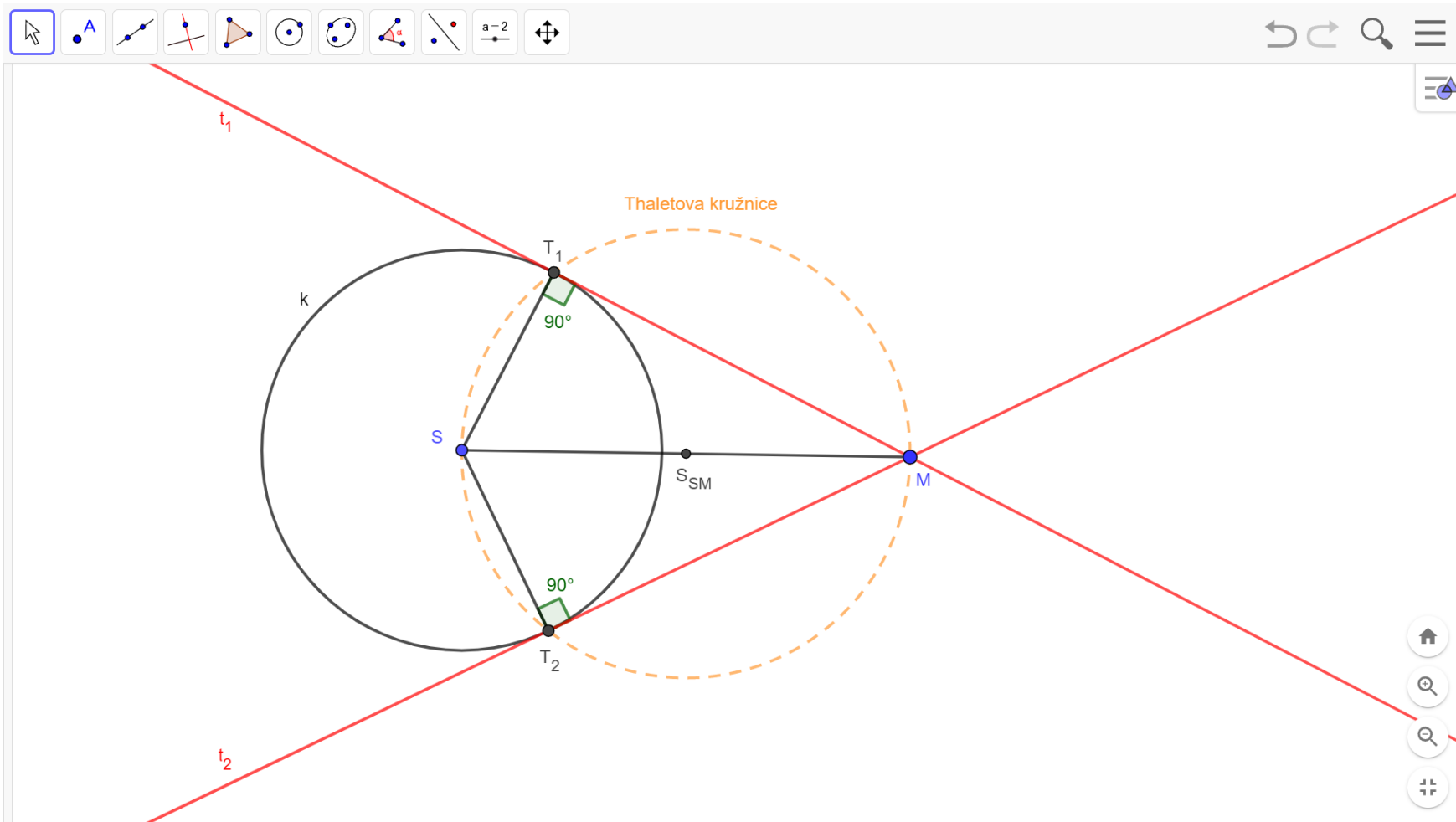
ÚKOL 3: Podívejte se na obrázek a vyznačte, jaký úhel svírá tečna t s úsečkou ST . T je bod dotyku. Kolik tečen z bodu M ke kružnici k můžeme narýsovat?





DŮLEŽITÁ ÚLOHA

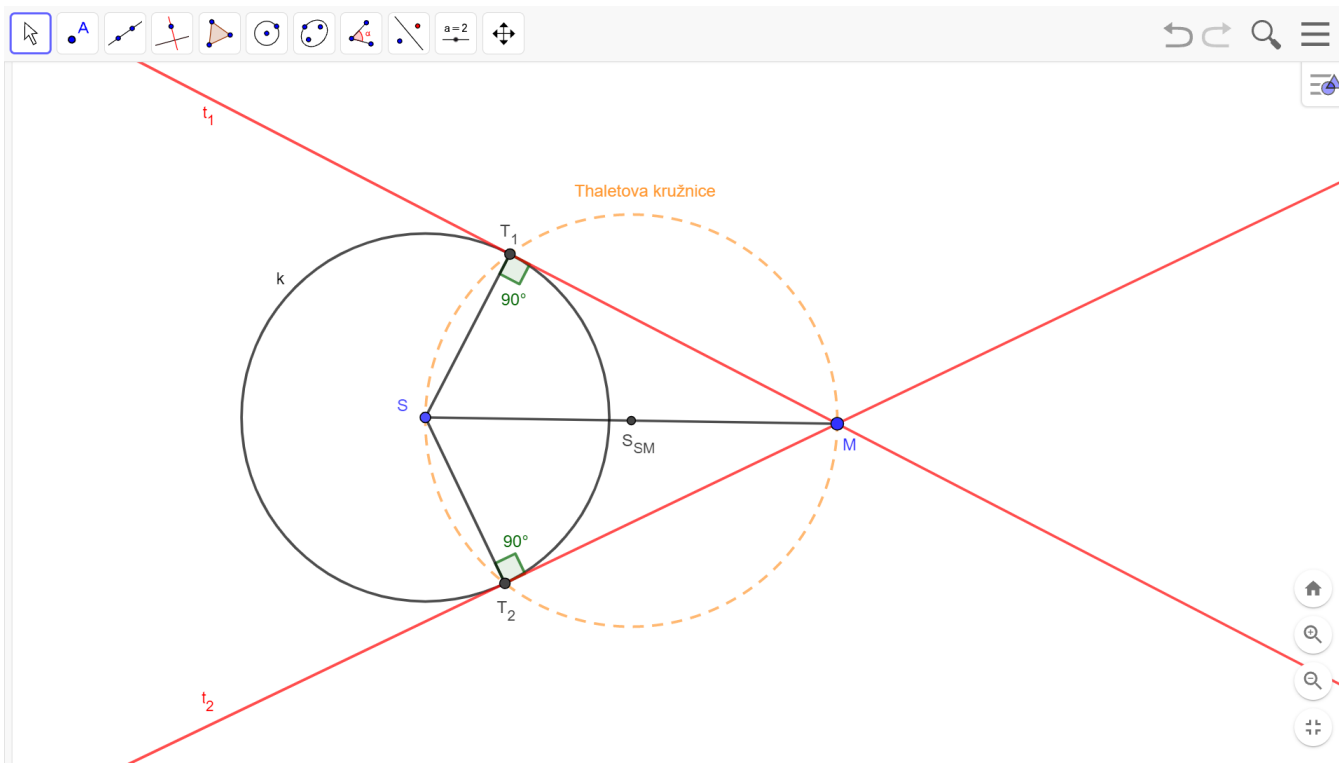
ÚKOL 4: Jak sestrojíme tečnu z bodu M ke kružnici k ? Víme, že úhel STM je 90° . Pokud sestrojíme na úsečce SX kružnici, musí tato kružnice podle Thaletovy věty procházet bodem T . Sestrojte bod dotyku T a sestrojte tečnu z bodu M ke kružnici k .





DŮLEŽITÁ ÚLOHA

ÚKOL 4: Jak sestrojíme tečnu z bodu M ke kružnici k ? Víme, že úhel STM je 90° . Pokud sestrojíme na úsečce SX kružnici, musí tato kružnice podle Thaletovy věty procházet bodem T . Sestrojte bod dotyku T a sestrojte tečnu z bodu M ke kružnici k .



Postup konstrukce:

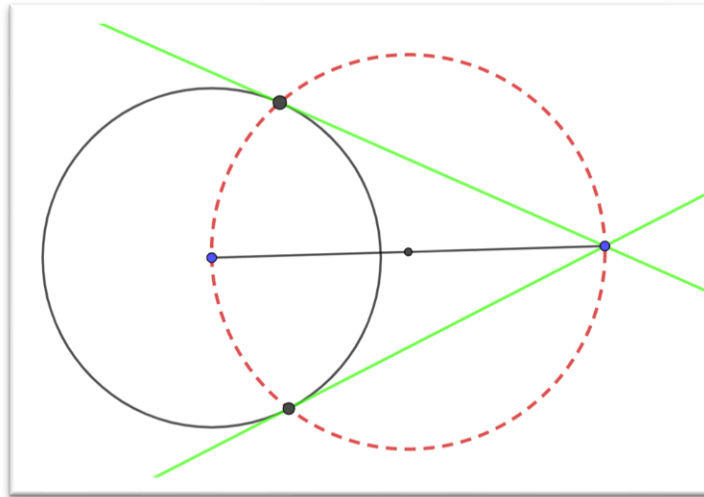
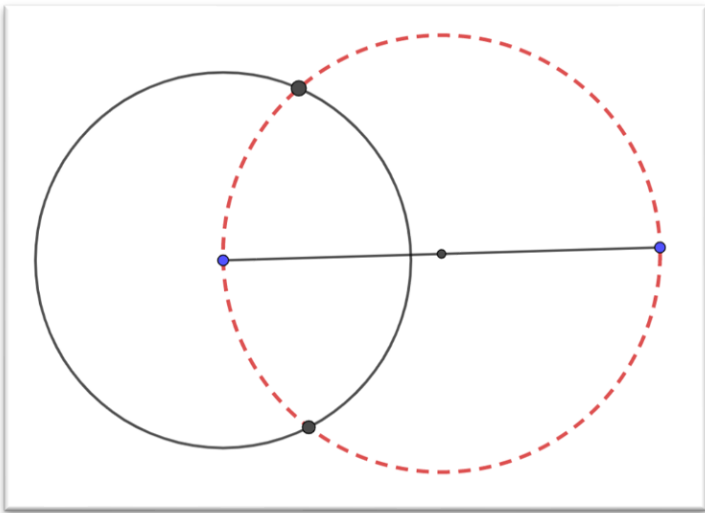
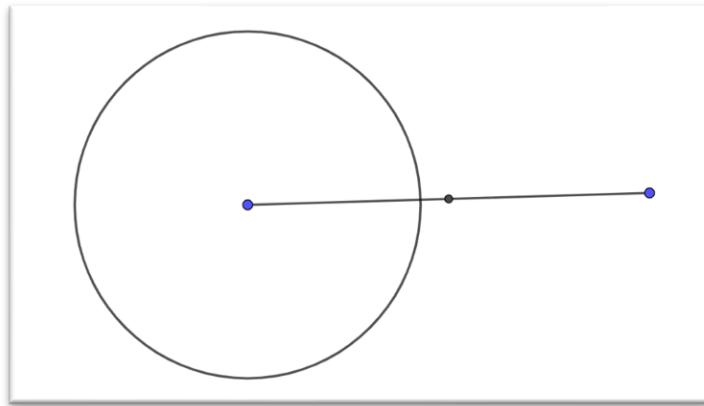
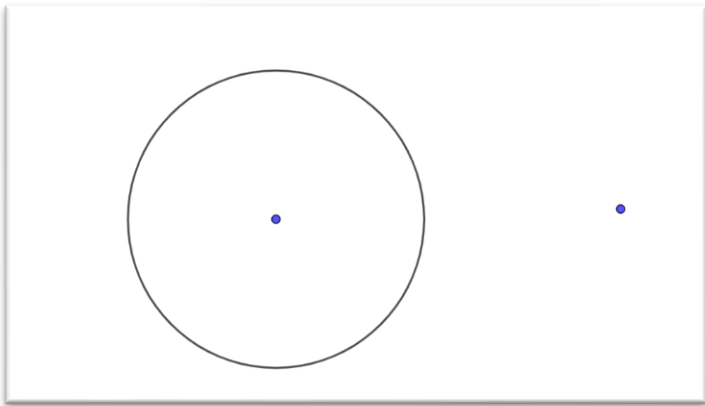
1. Spojíme S a T . Vznikne úsečka ST .
2. Najdeme střed úsečky ST .
3. Narýsujeme Thaletovu kružnici se středem S_{ST} a poloměrem $S_{ST}M$.
4. Průsečíky Thaletovy kružnice s kružnicí k jsou body dotyku T_1 a T_2 .
5. Narýsujeme težnice t_1 a t_2 .

**Jak sestrojíme tečnu ke kružnici z daného bodu?
Pomůže nám Thaletova věta!**

Ve videu v odkazu níže je vysvětleno, jak využít Thaletovu kružnici k sestrojení tečen z bodu ke kružnici. Podívejte se na video a pokud budete potřebovat, pust'te si ho víckrát.

[Tečny kružnice s pomocí Thaletovy kružnice | Matematika | Khan Academy – YouTube](#)
(Video vytvořila Khan Academy Czech)

Shrnutí: Jak sestrojít TEČNU z BODU ke KRUŽNICI?



**Nyní vyplňte pracovní list k prezentaci č. 8,
který jste obdrželi společně s tou prezentací.**

Ofocený/oskenovaný ho zašlete ke kontrole.

Zdroje

Matematika 8, geometrie – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia (Binterová H., Fuchs E., Tlustý, P., 2009), Nakladatelství Fraus, Plzeň (1. vydání), ISBN 978-80-7238-686-4.

Matematika pro 8. ročník základní školy 3. díl – Kruh, kružnice, válec, konstrukční úlohy (Odvárko – Kadleček, 2014), Nakladatelství Prometheus, Praha. ISBN 978-80-7196-436-0.

Khan Academy (online, 19.3. 2023): Tečny kružnice s pomocí Thaletovy kružnice (video) | Khan Academy.

Obr. č. 1 dostupný na Antický svět (antickysvet.cz).

PRACOVNÍ LIST K PREZENTACI ČÍSLO 3.
PRACOVNÍ LIST SI VYTISKNI A VYPLŇ A
OSKENOVANÝ/OFOCENÝ POŠLI NA E-
MAIL: DO DOKUMENT
NAZVI VE FORMÁTU
„PŘÍJMENÍ_PRACOVNÍ LIST“



ÚKOL ČÍSLO 1: Narýsuj kružnici k se středem S a poloměrem $r = 4,6 \text{ cm}$.

ÚKOL ČÍSLO 2: Uveď 3 příklady předmětů, které v životě připomínají kružnici a 3 předměty, které připomínají kruh. Můžeš se inspirovat obrázkem z prezentace číslo 2.

KRUŽNICE:

- 1)
- 2)
- 3)

KRUH:

- 1)
- 2)
- 3)

ÚKOL ČÍSLO 3: Doplň chybějící slovo:

..... je množina všech bodů v rovině, které mají od bodu S vzdálenost rovnou r .

ÚKOL ČÍSLO 4: Popiš rozdíl mezi kružnicí a kruhem:

ÚKOL ČÍSLO 5:



- a) narýsuj úsečku AB s délkou 6 cm.
- b) najdi střed úsečky
- c) narýsuj osu úsečky AB

ÚKOL ČÍSLO 6: pokud budeš potřebovat, můžeš se znovu podívat na návodné video zde [osa úsečky - YouTube](#) .

- a) narýsuj úsečku EF s délkou 7,7 cm.
- b) najdi množinu všech bodů, které budou mít od krajních bodů úsečky E, F stejnou vzdálenost

ÚKOL ČÍSLO 7: zde si můžeš připomenout, jak sestrojít osu úhlu [osa úhlu - YouTube](#)

- a) narýsuj úhel α o velikosti 53°
- b) najdi osu tohoto úhlu α

ÚKOL ČÍSLO 8: Najdi množinu všech bodů, které mají vzdálenost 2 cm od dané přímky p : (zde si můžeš znovu přehrát pomocné video [rovnoběžné přímky - YouTube](#))

p



ÚKOL ČÍSLO 9: Krátce popiš, s kterým úkolem jsi měl největší potíže a naopak, který pro tebe byl nejjednodušší.

PRACOVNÍ LIST K PREZENTACI ČÍSLO 6. PRACOVNÍ LIST SI VYTISKNI A VYPLŇ A OSKENOVANÝ/OFOCENÝ POŠLI NA E-MAIL: DO DOKUMENT NAZVI VE FORMÁTU „PŘÍJMENÍ_PRACOVNÍ LIST“ (Pokud nemáš možnost si pracovní list vytisknout, přepiš si na obyčejný papír čísla úkolů a řešení a naskenuj/ofot’ vlastní papíry.)

ÚKOL ČÍSLO 1:



- a) Narýsuj dvě rovnoběžné přímky f, g .
- b) Najdi množinu středů všech kružnic, které se budou dotýkat obou rovnoběžných přímek f, g .

ÚKOL ČÍSLO 2: Pomocí kružítko sestroj pravidelný šestiúhelník.

ÚKOL ČÍSLO 3:

- a) Narýsuj dvě různoběžné přímky x, y .
- b) Narýsuj 2 kružnice k, l , které se budou dotýkat obou různoběžných přímek x, y .

ÚKOL ČÍSLO 4:



- a) Narýsuj dvě soustředné kružnice r, t . (Soustředné kružnice mají společný střed S .)
- b) Najdi množinu středů všech kružnic, které se budou dotýkat obou kružnic r, t .
- c) Narýsuj 2 kružnice, které se dotýkají obou kružnic r, t a označ je k, l .



ÚKOL ČÍSLO 5: Je něco, co tě v tomto pracovním listu zaskočilo, s čím sis nevěděl/a rady? Vracel/a jsi se k nějakému videu z prezentací? Popř. k jakému?

PRACOVNÍ LIST K PREZENTACI ČÍSLO 7 a 8. PRACOVNÍ LIST SI VYTISKNI A VYPLŇ A OSKENOVANÝ/OFOCENÝ POŠLI NA E-MAIL: DO DOKUMENT NAZVI VE FORMÁTU „PŘÍJMENÍ_PRACOVNÍ LIST“

(Pokud nemáš možnost si pracovní list vytisknout, přepiš si na obyčejný papír čísla úkolů a řešení a naskenuj/ofot' vlastní papíry.)

ÚKOL ČÍSLO 1: Napiš znění Thaletovy věty.



.....

.....

.....

.....

ÚKOL ČÍSLO 2: Sestroj tři pravoúhlé trojúhelníky. Sestroj kružnice opsané těmto trojúhelníkům. (Pokud si nevíš rady, podívej se znovu na tento odkaz: [ppt 7 - úkol 4 – GeoGebra](#)).

ÚKOL ČÍSLO 3: (Pokud si nevíš rady s tímto úkolem, projdi si znovu prezentaci číslo 8.)

- a) Narýsuj kružnici m (S ; $r = 4$ cm).
- b) Mimo kružnici vyznač bod X .
- c) Narýsuj tečny z bodu X ke kružnici m .