



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Bakalářská práce

Počítačový průvodce bakalářskou matematikou

Vypracovala: Iva Sochorová
Vedoucí práce: Mgr. Roman Hašek, Ph.D.

České Budějovice, 2015

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci na téma Počítačový průvodce bakalářskou matematikou jsem vypracoval(a) samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích, 2015

.....

Poděkování

Tímto bych velmi ráda poděkovala panu Mgr. Romanu Haškovi, Ph.D. za jeho odborné vedení, trpělivost, ochotu, vstřícnost, podporu a veškeré cenné připomínky, které mi v průběhu zpracování bakalářské práce věnoval.

Anotace

Tato bakalářská práce s názvem Počítačový průvodce bakalářskou matematikou je zaměřená na tvorbu výukových materiálů, které mají pomoci nově příchozím studentům bakalářské matematiky k snadnějšímu pochopení a osvojení učiva prvních dvou semestrů studia. Z důvodu snadné dostupnosti je „Počítačový průvodce“ zpracován ve formě webových stránek zveřejňujících výukové materiály vybraných okruhů z lineární algebry a matematické analýzy, jež mají uživatelé k dispozici online, ve formátu PDF nebo ve formě výukových videí.

Klíčová slova

bakalářská matematika, výukový server, výukové materiály, výuková videa, matematická analýza, lineární algebra, řešené příklady

Abstract

This bachelor's thesis titled Computer guide of Bachelor mathematics is focused on creating educational materials designed to help newly arrived students of bachelor mathematics to facilitate an understanding and mastery of subject matter. Due to the easy accessibility "Computer guide" prepared in the form of websites making public educational materials from selected topics of linear algebra and mathematical analysis, which are available to users online in PDF format or in the form of educational videos.

Keywords

bachelor mathematics, courseware server, learning resources, educational videos, mathematical analysis, linear algebra, solved examples

Obsah

Úvod.....	1
1 Výukové servery	2
1.1 Výuková videa.....	3
1.2 ČR vs. svět.....	4
1.3 Světové výukové servery.....	6
1.3.1 Khan Academy.....	7
1.3.2 Cosmo Learning.....	11
1.3.3 TED a TED-Ed.....	12
1.3.4 YouTube EDU	13
1.3.5 Neo K-12.....	15
1.4 České výukové servery.....	16
1.4.1 Aristoteles.Cz	16
1.4.2 Matematika.cz	17
1.4.3 e-MATEMATIKA.CZ	19
1.4.4 Prikklady.eu	20
1.4.5 Khanova škola.....	21
2 Počítačový průvodce jako výukový server	23
2.1 Zpracování výukového serveru	24
2.2 Úvodní stránka	25
2.3 Ostatní odkazy.....	25
2.3.1 Vertikální menu.....	26
2.4 Výuková videa.....	27
2.5 Výukové materiály	27
3 Témata a okruhy výukového serveru	29
3.1 Lineární algebra.....	29

3.1.1	Maticové operace	30
3.1.2	Gaussova eliminace.....	30
3.1.3	Soustavy lineárních rovnic	31
3.1.4	Determinant matice	32
3.1.5	Inverzní matice.....	33
3.1.6	Ukázka výukových materiálů.....	34
3.2	Matematická analýza	38
3.2.1	Přehled funkcí	38
3.2.2	Limita funkce	39
3.2.3	Derivace funkce	40
3.2.4	Integrál	41
3.2.5	Průběh funkce.....	42
Závěr		44
Seznam literatury		45
Seznam obrázků		47

Úvod

Hlavní myšlenkou Počítačového průvodce bakalářskou matematikou bylo vytvořit výukové materiály pro nově příchozí studenty bakalářské matematiky, jejichž základní matematické znalosti z lineární algebry a matematické analýzy nejsou dostačující. Kvůli snadné dostupnosti k výukovým materiálům se tato prvotní myšlenka rozšířila o zpracování webových stránek, na nichž jsou tyto materiály k dispozici nejen online, ale také v PDF formátu či ve formě výukových videí.

Téma této bakalářské práce jsem si vybrala především z důvodu vlastní zkušenosti, kdy jsem po přijetí na vysokou školu jako absolventka střední školy s ekonomickým zaměřením zjistila, že mé matematické znalosti jsou na velmi nízké úrovni. Toto nepříjemné prozření mě přimělo k samostudiu, což zahrnovalo nejen individuální doučování, ale také hledání informací na internetu. Díky této zkušenosti jsem si uvědomila, že bych mohla pomoci jiným studentům, kteří se ocitnou v podobné situaci, tím, že vytvořím výukové materiály obsahující úvodní hodiny 1. roku studia lineární algebry a matematické analýzy a umístím je na internet.

V první kapitole této práce se věnuji světovým a českým výukovým serverům, které zveřejňují výukové materiály středoškolské a vysokoškolské matematiky. Porovnávám zde tvorbu a využití výukových videí ve světě a v České republice. Z velké části je tato kapitola zaměřená na jednotlivé vybrané výukové servery z České republiky a z cizích zemí.

Zpracování „Počítačového průvodce“ popisují v druhé kapitole. Začátek této kapitoly tvoří krátké informace o účelu a obsahu webových stránek. Následuje text zaměřující se především na využití programy a software použitý při tvorbě webových stránek. Dále se věnuji vzhledu a struktuře výukového serveru, popisují jednotlivé výukové materiály a výuková videa.

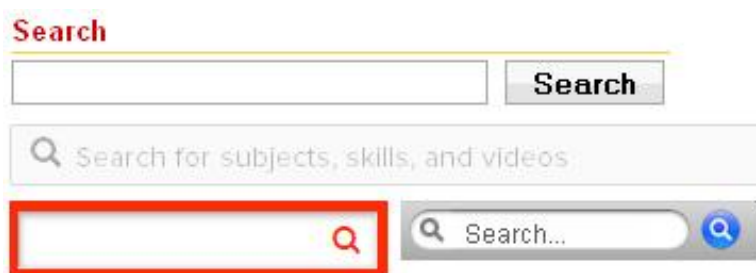
Třetí kapitola se zabývá jednotlivými okruhy a tématy serveru Matematikasivou.cz. Část této kapitoly je věnovaná lineární algebře a jejím vybraným tématům, druhá část této kapitoly se zaměřuje na témata matematické analýzy. U jednotlivých témat jsou zveřejněny příklady, jejichž zadání i řešení je dostupné na serveru online.

1 Výukové servery

Vzhledem k dnešní vyspělé době informačních technologií a snadné dostupnosti k internetu je poměrně jednoduché se dozvědět, cokoliv nás zajímá. Každý den na internetu přibude nějaká zajímavost, zpráva, služba, video, zkrátka nová informace, která je zpravidla dostupná většině populace a ke kterým má člověk přístup ve chvíli, kdy navštíví stránku nějakého portálu, webu nebo serveru.

Výukové servery zveřejňují různě tematicky zaměřené výukové materiály, jako například články, knihy, výklady učiva či výuková videa, které jsou vytvářeny pro celou řadu kategorií čtenářů a posluchačů, od dětí z mateřských škol, přes studenty vysokých škol až po jejich učitele a rodiče. Ve většině případů jsou tvůrci výukových serverů organizace zabývající se vzděláváním, jejichž záměrem je zprostředkovávat výukové materiály a inspirovat ostatní k tvorbě vlastních výukových materiálů a videí. Prostřednictvím výukových serverů poskytují nejen již zmíněné výukové materiály, ale také informace a rady k využití nových technologií a nových forem učení. Kladou důraz na zaujetí žáka, na jeho motivaci a inspiraci k učení.

Výukové servery jsou přehledné, s čímž také souvisí jednoduchá orientace a snadné vyhledávání materiálů, například prostřednictvím zveřejněné miniaplikace pro rychlé vyhledávání (viz Obr. 1), kam návštěvník zadá hledaný výraz, tj. klíčové slovo, téma, název předmětu, název výukového materiálu či videa. Miniaplikace rychlého vyhledávání na těchto serverech jsou naprogramované tak, aby vyhledaly zadaný výraz přímo na stránkách serveru.

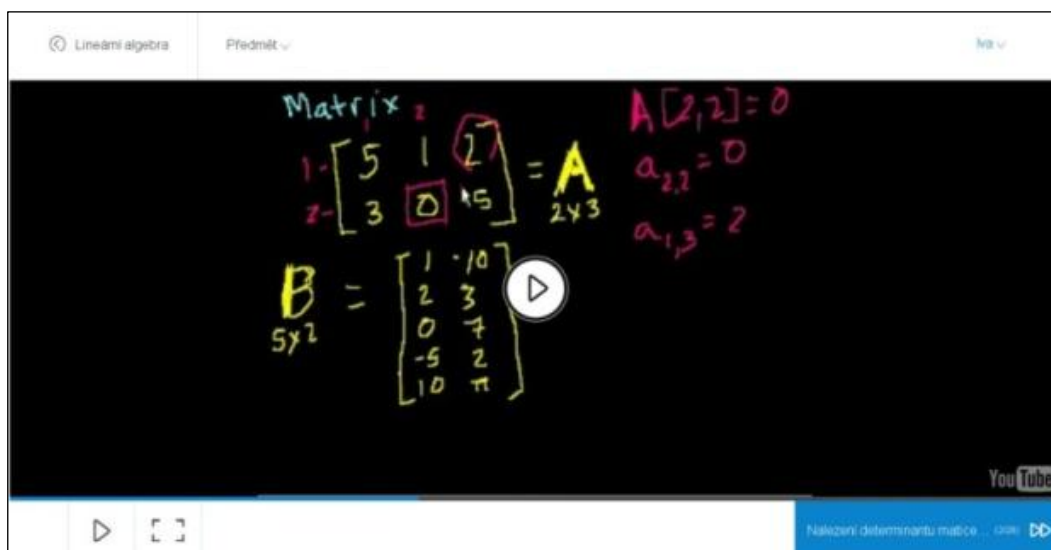


Obr. 1: Ukázky miniaplikací pro rychlé vyhledávání

1.1 Výuková videa

Jak je již výše zmíněno, výukové materiály a tedy i výuková videa jsou zaměřená na různorodá témata a připravovaná pro různé kategorie posluchačů. Zásadou profesionálně vytvořeného výukového videa má divák jistotu správnosti informací. Mezi výhody výukového videa se také řadí možnost si učivo kdykoliv zopakovat, popřípadě video pozastavit či znovu přehrát určitý úsek. Využitím výukových videí si může být učitel jist totožností informací. Další výhodou výukových videí je jejich využití při samostudiu v případě rozdílných schopností a rychlosti vnímání učiva žáků při vyučování. Na rozdíl od textu je velice pravděpodobné, že bude video s doprovodným komentářem pro žáky zajímavější, zábavnější a učivo si lépe a rychleji osvojí.

Na níže vybraných výukových serverech mají uživatelé k dispozici několik typů videí lišících se formou zpracování a věrohodností autorů. Uživatel má tedy na výběr z animovaných videí zpracovaných pomocí grafických technologií za doprovodu komentáře (viz Obr. 2) nebo z videí v podobě výstupu lektorů či jejich přednášek.



Obr. 2: Ukázka vzhledu animovaného výukového videa [1]

Videa s výstupy lektorů jsou zaměřená spíše na vzdělávání obecně. Některá videa jsou připravovaná kombinovanou formou, tedy výstupem lektora doplněná grafickou prezentací. Dalším důvodem pro rozdělení videí výše zmíněná věrohodnost autorů. Videa, u kterých si mohou být učitelé, žáci, studenti i rodiče jistí kvalitou informací a zpracováním, jsou tvořena ve spolupráci s profesionály, pedagogy, scénáristy a animátory. Videa zpracovaná samotnými uživateli jsou početněji zastoupená, nicméně

jejich nevýhodou může být nevhodné zpracování, někdy i nesprávné informace. Některé organizace¹ se nechávají inspirovat návrhy návštěvníků a dobrovolníkům nabízejí spolupráci v podobě překládání videí.

Uživatel má tedy k dispozici výukové servery publikující materiály tvořené profesionály, jako jsou například Khan Academy, Cosmo Learning, TED-Ed a naopak servery, vůči jejichž obsahu musí být uživatel obezřetnější, například server YouTube.

1.2 ČR vs. svět

Množství výukových serverů a využití výukových videí ve světě je v porovnání s Českou republikou na mnohem vyšší úrovni. Nicméně i v České republice existují jedinci a organizace zabývající se tvorbou a zveřejňováním výukových videí. Tyto organizace podporují tvorbu výukových videí zprostředkováváním rozličných projektů.

Jednou z nejznámějších organizací v České republice je Khanova škola². Zaměřuje se na překlad, titulkování, dabování a samotnou tvorbu videí. Pořádá projekty pro podporu produkce výukových videí. Jeden z projektů Khanovy školy, jenž probíhal v letech 2013 až 2014, se nazýval „Umíš učit? Ukaž to!“. Úkolem tvůrce bylo vytvořit dvě 2-10 minut dlouhá, přesvědčivá a kvalitní výuková videa na jakémkoliv téma. Další akcí pořádanou Khanovou školou je tzv. překladatelský maraton, jehož účelem je překlad a titulkování výukových videí ze serveru Khan Academy.

Již druhý ročník projektu „Vím proč“ probíhal v letech 2014 až 2015. Byl založen na produkci videí s fyzikálními informacemi a experimenty. Autoři projektu ČEZ ve spolupráci s Jobs.cz vyzývali studenty, aby touto cestou spoluvytvářeli novou užitečnou fyzikální učebnici. [3]

V roce 2012 nabízel Dům zahraničních služeb učitelům základních a středních škol, aby vyzkoušeli výuku v tzv. třídě budoucnosti, tedy třídě, ve které pedagog doposud vyučoval, ale s tím rozdílem, že budou ve výuce využity moderní technologie. Výuka probíhala podle předem připraveného scénáře. Jeden scénář byl zaměřen na práci v terénu, s čímž souvisel záznam informací v dané lokalitě. Další ze scénářů byl založen na samostatnosti žáků při vyhledávání informací, formulování otázek a vyhodnocování faktů. *„Učitelé si scénáře přetvořili podle vyučovaného předmětu, věku, schopností žáků*

¹ Ted-ED

² viz Khanova škola

a technologií, které měli žáci ve škole a doma k dispozici.“ [4] Pedagog zaujal místo pozorovatele nebo instruktora, a to především v případě používání nějakého softwaru. Závěry bádání žáci shrnuli do videa s doprovodným komentářem, poté výsledný produkt vložili na internet. „Na konci experimentu učitelé z různých evropských zemí informují tvůrce projektu iTEC, jakou měli se scénářem zkušenost, co fungovalo a co nikoli. Z osvědčených postupů pak vznikne vize školy budoucnosti.“ [5]

Podle výše uvedených informací je očividné, že se v České republice zájem o výuková videa, minimálně za poslední tři roky, zvýšil, ale s využitím výukových videí při vyučování Česká republika stále zaostává. Například ve Spojených státech existují školy, které využívají Khanova výuková videa v rámci takzvané převrácené třídy. [6] Převrácená třída známá jako flipped classroom/learning funguje tak, že žák doma zhlédne výukové video, připraví si otázky, načež ve škole o věci diskutuje a procvičuje s vyučujícím.

Přístup převrácené třídy aplikuje i středoškolská učitelka P. Humm působící na Bellerbys College v Anglii. *„Po roce praktických zkušeností nabízí své poznatky a doporučení. Uvádí, že zahraničním studentům převrácené učení vyhovuje kromě jiného i proto, že ne vždy dostatečně ovládají jazyk výuky a výukový materiál si mohou přehrávat podle svých potřeb. Rovněž poukazuje na to, že přístup převrácené třídy přiměl učitele ke změně jejich práce a vedení výuky.“ [7]*

Zkušenost s aplikací výukových videí a převrácených tříd je hlavně ve Spojených státech velice známá a využívána. V cizině je o formu této výuky čím dál tím větší zájem. Ačkoliv se v České republice vyskytují učitelé, kteří zapojují výuková videa do průběhu vyučování nebo poskytují videa pro samostudium, v tuto chvíli je zavedení systému převrácených tříd do českých škol velice nepravděpodobné.

1.3 Světové výukové servery

Na internetu je mnoho výukových serverů a zúžit výběr na nejznámější, nejnavštěvovanější nebo nejoblíbenější by bylo velmi náročné, kdyby na portálu Mediacore³ nezveřejnili 10 nejznámějších serverů z celého světa. Výpis těchto serverů:

1. Khan Academy,
2. TED,
3. TED-Ed,
4. YouTube EDU,
5. Edutopia,
6. Edudemic,
7. Neo K-12,
8. Teachers TV,
9. Cosmo learning,
10. Vimeo,

byl sestaven pro pedagogy žádajícími o radu, „*kde najít videa, která by mohla přidat do své knihovny výukových videí.*“ [2]

Z výše uvedených deseti serverů jsem zúžila výběr na pět takových, které jsou pro žáky, učitele a samouky matematiky základních, středních a vysokých škol, podle mého názoru, nejvhodnější. Rozhodovala jsem se podle následujících kritérií:

- nabídky matematických témat,
- množství a kvality výukových videí zaměřených především na řešení a postupy matematických úloh,
- formy a zpracování videí.

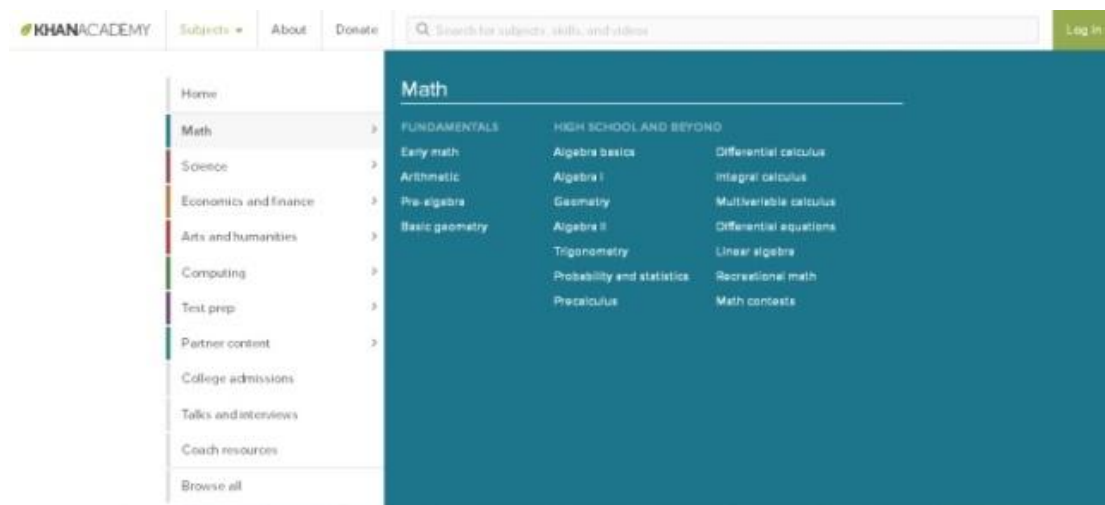
³ <http://www.mediacore.com>

1.3.1 Khan Academy

První místo ve výběru nejvhodnějších světových výukových serverů obsadila Khan Academy⁴. Důvodem tohoto rozhodnutí bylo nejen splnění výše uvedených kritérií, ale také jedinečnost, profesionalita, rozšíření serveru, s čímž souvisí i mnohojazyčnost serveru a videí.

Khan Academy byla založena roku 2006 Salmanem Khanem. V tuto chvíli tvoří tým Khanovy akademie 80 členů spolu s mnoha dalšími, například stážisty, dobrovolníky, správci. Videá, která Khanova akademie zveřejňuje, jsou tvořena profesionály, což zapříčiňuje rozsáhlé využívání výukových videí Khanovy akademie při vyučování v zahraničí.

Khan Academy nabízí videa z chemie, fyziky, biologie, ekonomie, umění a humanitních věd, programování a dalších oblastí, ale zaměřuje se především na matematiku a zveřejňování videí s řešením matematických úloh a příkladů. Matematická témata jsou rozdělena na *fundamentals*⁵ a *high school and beyond*⁶ (viz Obr. 3).



Obr. 3: Nabídka matematických témat na serveru Khan Academy [13]

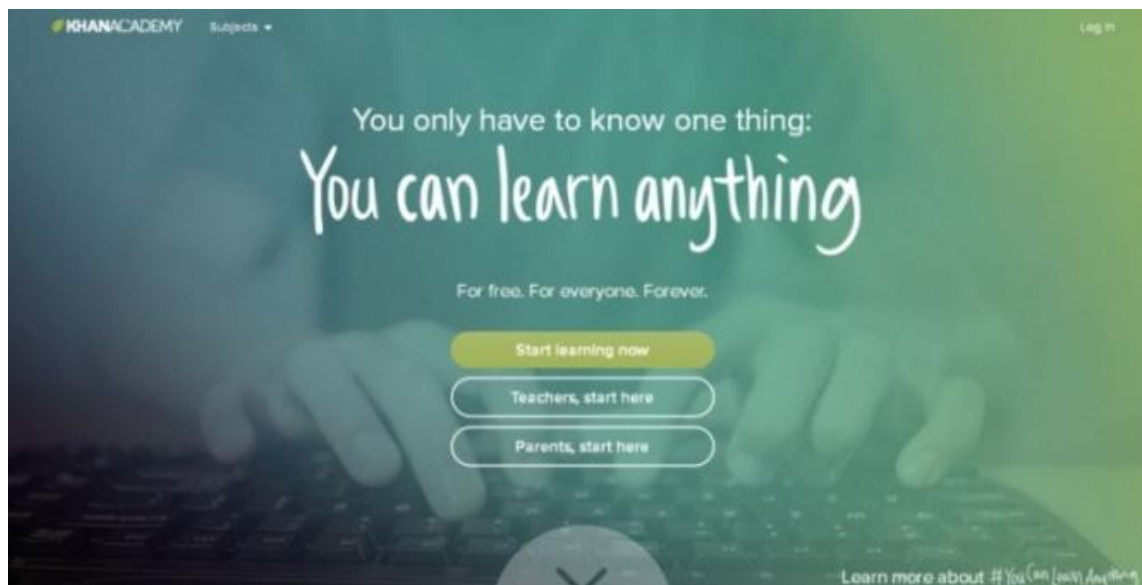
K videím na výukovém serveru Khanovy akademie má přístup každý uživatel, aniž by se musel přihlašovat. Registrace na Khan Academy je výhodná především pro učitele a žáky, popřípadě rodiče žáků, jejichž účty se následně po přijetí požadavku propojí (viz níže). Registrace a výběr statusu přihlášeného, tj. student, učitel, rodič, ovlivňuje další

⁴ <https://www.khanacademy.org>

⁵ základy

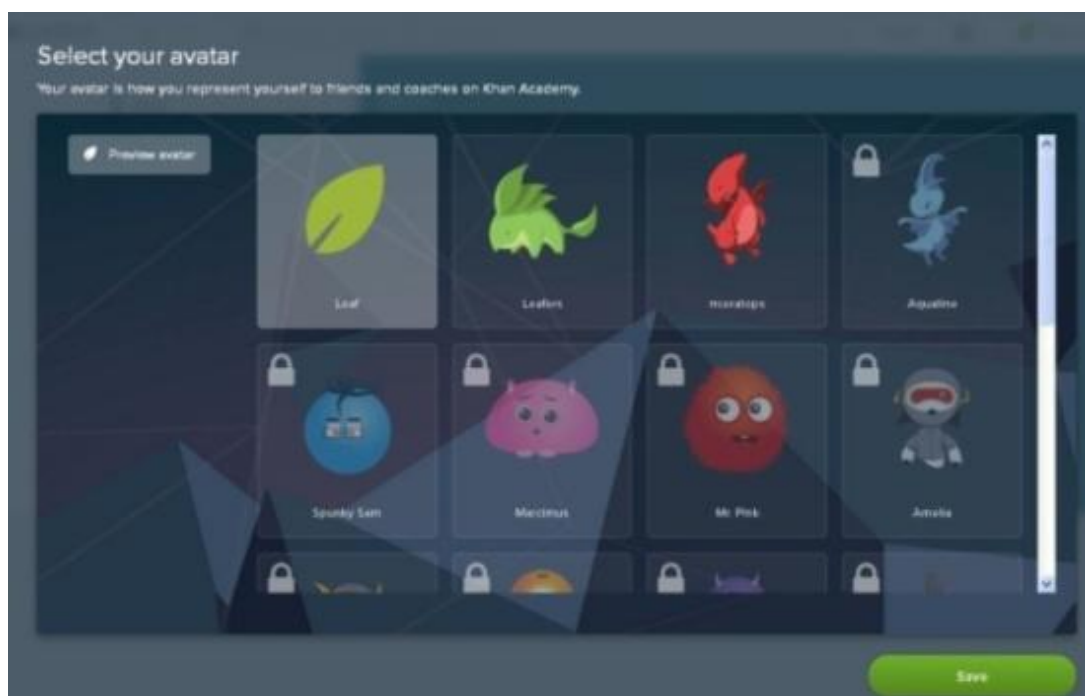
⁶ střední škola a výš

možnosti a nabídku služeb. Status si jedinec vybere při registraci na server (viz Obr. 4) a přihlásí se prostřednictvím Facebooku, Googlu či vlastních přihlašovacích údajů. Následně obdrží potvrzující email a vyplní základní údaje.



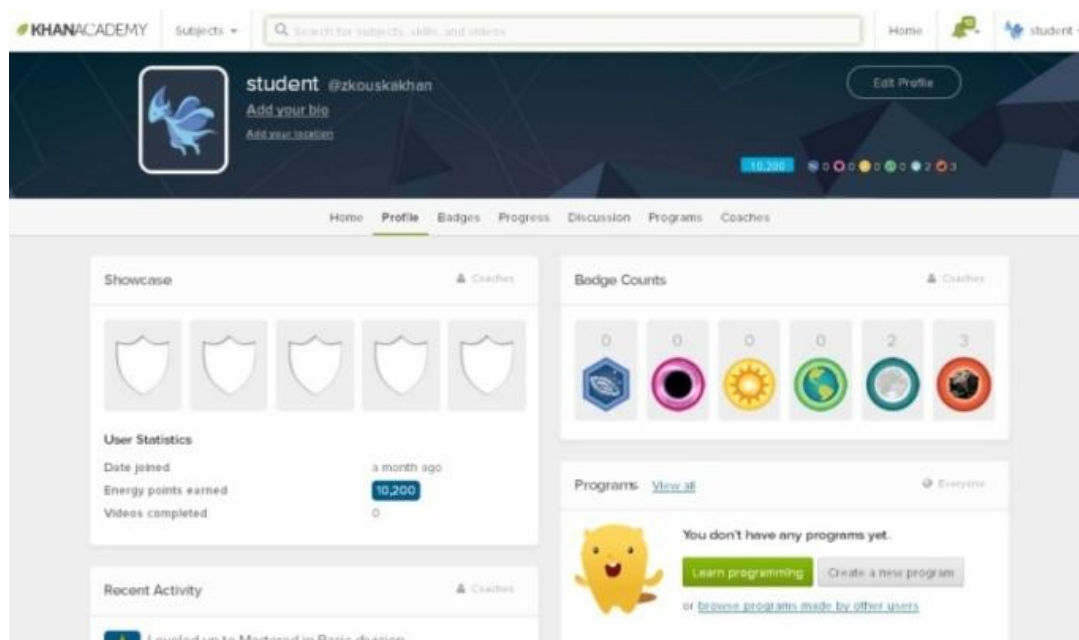
Obr. 4: Úvodní stránka Khan Academy [13]

V případě registrace studenta se objeví, po potvrzení emailu a vyplnění základních údajů, nabídka kreslených postaviček (viz Obr. 5), která žáka následně reprezentuje.



Obr. 5: Nabídka kreslených postaviček na výukovém serveru Khan Academy [13]

Množství „avatarů“, jak jsou postavičky nazývány, je ze začátku malé, ale zásluhou nasbíraných bodů se jejich počet zvyšuje a student má poté možnost je dle vlastního uvážení měnit. Plněním úloh žák získává body a odznaky, jejichž počet se zobrazuje na profilu studenta (viz Obr. 6).



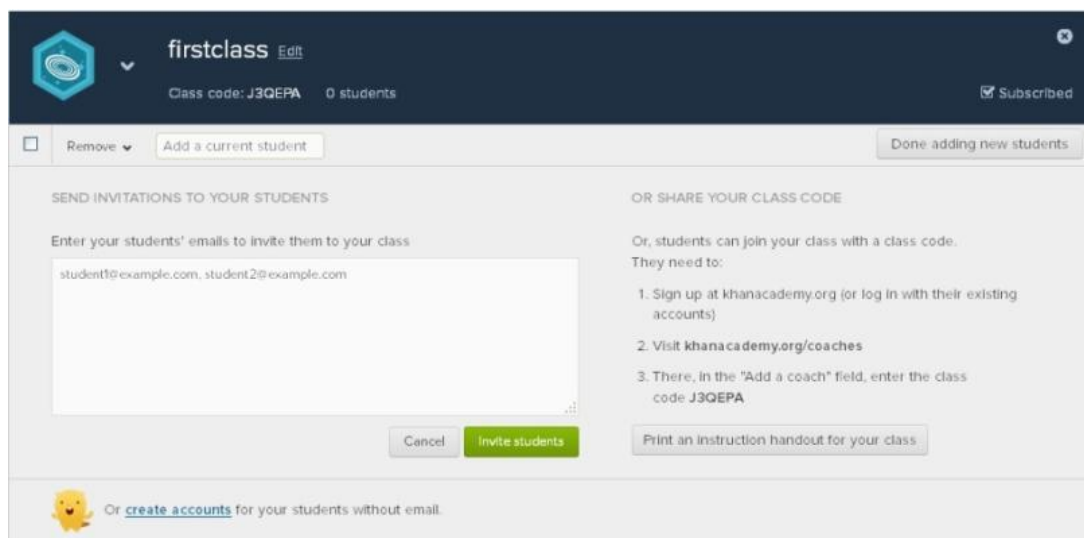
Obr. 6: Profil studenta na výukovém serveru Khan Academy [13]

Žák si jednotlivá témata a úlohy vybírá podle vlastního rozhodnutí nebo plní úlohy zadané učitelem či rodičem (viz níže). Khan Academy také žákům umožňuje jejich znalosti otestovat na testech. V případě, kdy si žák neví rady s vyřešením příkladu, může si nechat poradit pomocí dostupných nápověd.

Informace o výsledcích testů a řešených příkladech i vyžití nápověd systém zaznamenává do grafů a statistik, které jsou k dispozici jak žákům, tak učitelům i rodičům. Prostřednictvím tohoto přehledu je možné zjistit, kde žák neuspěl, s čím měl největší problém, kdy využil nápovědu a datum aktivity. [9]

Pedagog, po prvním přihlášení, založí vlastní třídu, kam zaeviduje své žáky. Má dvě možnosti, jak žáky pozvat do kurzu (viz Obr. 7):

- zaslat pozvánku na email žáka, kterou žák odsouhlasí,
- sdílet kód třídy.



Obr. 7: Zápis žáků do vytvořené třídy na serveru Khan Academy [13]

Kód třídy je generován automaticky při založení nové třídy. Jak mají žáci postupovat, se dozví prostřednictvím „letáku“, který si učitel stáhne ze serveru, pouze doplní kód třídy a následně rozešle. Obsahem letáku jsou tyto body:

1. přihlásit se na server pod svým jménem,
2. navštívit stránku khanacademy.org/coaches,
3. do pole „Add a coach“ zadat třídní kód.

Výhodou založení třídy na serveru Khan Academy je přehled o aktivitách zapsaných žáků, dovednostech, pokrocích či nedostatcích v jednotlivých oblastech učiva. Učitel má také možnost vytvořit žákům tzv. seznam doporučených videí.

Rodič prostřednictvím účtu na Khan Academy získává přehled o průběhu individuálního vzdělávání vlastního dítěte. Výhodou rodičovské registrace je možnost založení nového účtu dítěti, přehled o aktivitách dítěte, schopnostech, jednotlivých potížích při výpočtu příkladů či řešení testů.

1.3.2 Cosmo Learning

Výukový server Cosmo Learning⁷ nabízí sbírku bezplatných video lekcí napříč K-12, tj. výraz pro vzdělávání dětí z mateřských škol po žáky středních škol, a vyšším vzděláváním. Tvůrci výukových videí zveřejněných na serveru Cosmo Learning jsou odborníci a učitelé z vysokých škol. Většina videí je zpracována ve formě výstupu lektora u tabule, který řeší a vysvětluje postup vybrané úlohy.

Obsahem serveru Cosmo Learning (viz Obr. 8) jsou nejen výuková videa, ale i knihy online a dokumenty. Nabídku knih uživatel nalezne na stránce odkazu „Books“, na kterou se přesune kliknutím na odkazy „Education“ a dále „Books“. Dokumenty jsou na tomto serveru umístěné na stránce odkazu „Documentaries“, který je umístěn přímo na úvodní stránce v hlavním horizontálním menu.

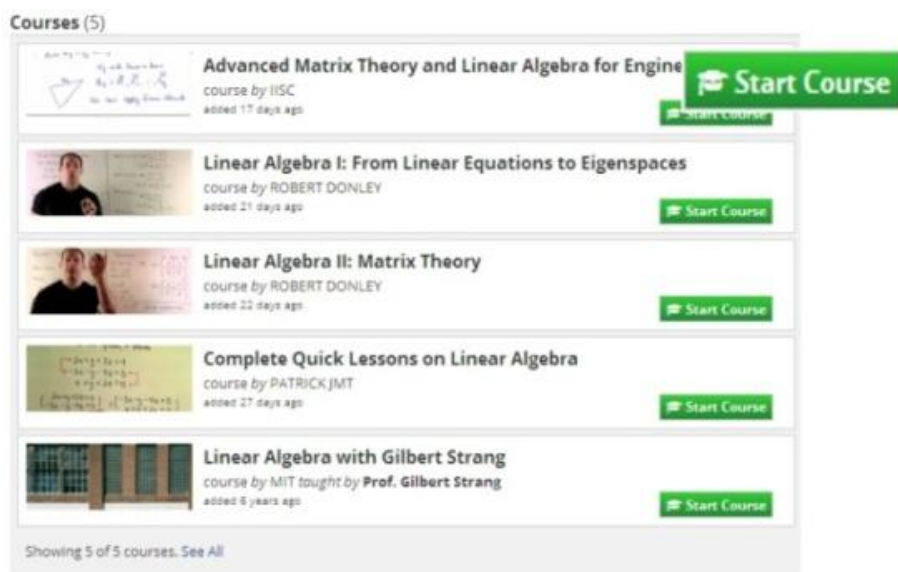


Obr. 8: Úvodní stránka výukového serveru Cosmo Learning [14]

V levé části Cosmo Learning je umístěno vertikální menu s odkazy na jednotlivé akademické předměty, neboli „Academic Subjects“, kterými se tento server zabývá. Kliknutím na jakéhokoliv předmět se uživatel přesune na stránku s výukovými materiály zvoleného předmětu. Výuková videa však může uživatel dohledat i přes odkaz „Education“ a dále „Videos“. Videá, knihy a dokumenty se dají filtrovat podle data vložení, oblíbenosti, počtu zhlédnutí, tématu, přispěvatele a tak dále.

⁷ <http://cosmolearning.org/>

Cosmo Learning také poskytuje tzv. kurzy, neboli „Courses“. Výhodou kurzů je jedinečný seznam odkazů na videa zaměřená na danou oblast. Na zmíněné kurzy se uživatel přesune přímo prostřednictvím odkazu „Courses“ nebo přes nabídku akademických předmětů tak, že zvolí předmět a dále oblast vybraného předmětu, díky čemuž se objeví odkazy na jednotlivé kurzy. Kliknutím na „Start course“ (viz Obr. 9) se uživateli zobrazí stránka vybraného kurzu s odkazy na jednotlivá výuková videa.



Obr. 9: Ukázka nabídky kurzů na serveru Cosmo Learning [14]

1.3.3 TED a TED-Ed

TED⁸ je server poskytující rozhovory s lektory, pedagogy a vědci, kteří se zabývají různorodými tématy, jež se vztahují ke K-12 a vyššímu vzdělávání. Server TED navíc spravuje výukový server TED-Ed⁹ (viz Obr.), který se rovněž zaměřuje na K-12 a vyšší vzdělávání a poskytuje základní platformu pro vkládání poznámek a dotazů k videím. Všechna videa na TED a TED-Ed jsou zveřejněná i na serveru YouTube.

Výuková videa na TED-Ed spíše řeší filosofické otázky. Kliknutím na odkaz „Lessons“¹⁰ se zobrazí jednotlivá témata. Výběr videí přiřazených k tématům lze zúžit prostřednictvím filtru obsahu, věku a doby trvání videa. Na TED-Ed (viz Obr. 10) je možné se zaregistrovat.

⁸ <http://www.ted.com/>

⁹ <http://ed.ted.com/>

¹⁰ lekce



Obr. 10: Úvodní stránka výukového serveru TED-Ed [15]

Při registraci uživatel vybírá status, tj. žák, učitel, ostatní, oblast zájmu a věk. S vytvořením účtu na výukovém serveru TED-Ed uživatel získává možnost založit si vlastní lekce sestavené z vybraných videí. Postup pro vytvoření lekce je na TED-Ed popsán takto:

1. Najdi video - do vyhledávacího pole zadej URL či termín pro vyhledání videa zveřejněného na YouTube.
2. Vyber video, které bude jakýmsi středobodem celé lekce.
3. Začni - vytvoř svou lekci tím, že přidáš vlastní otázky, poznámky a zdroje.

Každá lekce může obsahovat jen jedno video. Výhodami lekcí jsou stálý přístup k dříve vybraným videím a možnost psaní vlastních poznámek, které uživatel může kdykoliv změnit či doplnit. Počet lekcí je neomezený.

1.3.4 YouTube EDU

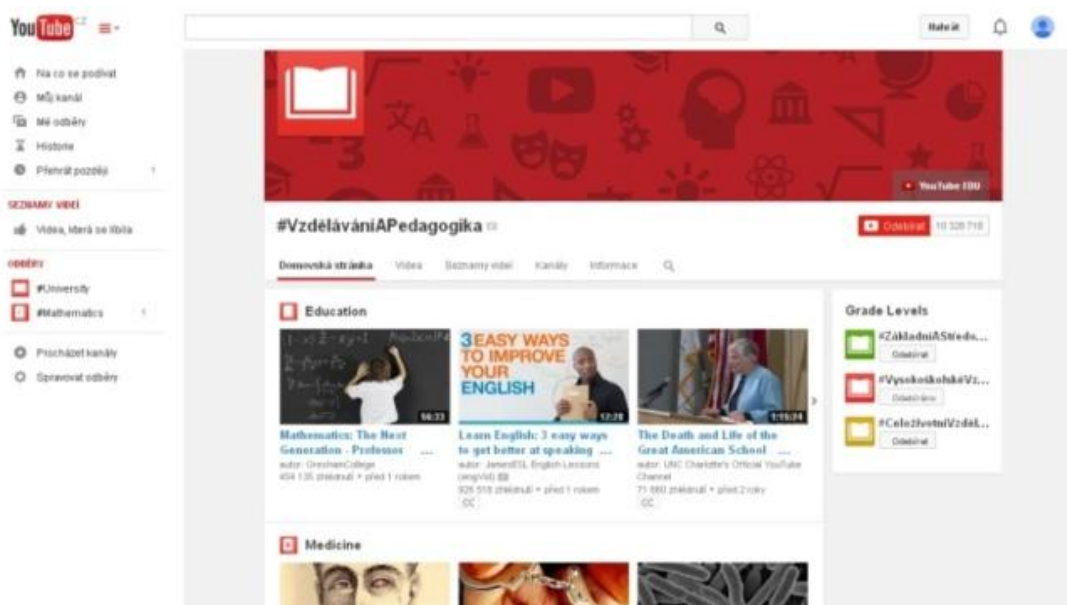
Server YouTube¹¹ je velice známý po celém světě. „Funguje jako platforma pro distribuci originálního obsahu malých i velkých autorů a inzerentů.“ [8] Uživatelé mají možnost nahrávat, sledovat a sdílet videa. Většina videí na YouTube jsou nahrávána jednotlivci, zbylá videa mediálními korporacemi¹² a organizacemi¹³, které spravují jiné

¹¹ <https://www.youtube.com/>

¹² BBC, Vevo, CBS

¹³ Khan Academy, Cosmo Learning, TED, TED-Ed, ...

výukové servery. Výukový server YouTube EDU¹⁴ (viz Obr. 11) je součástí serveru YouTube a zahrnuje všechna výuková videa umístěná na YouTube.



Obr. 11: Úvodní stránka výukového serveru YouTube EDU [18]

Jednou z výhod serveru YouTube EDU je možnost zúžení výběru výukových videí. Uživatel vybere úroveň vzdělávání, neboli „Grade levels“, tj. základní a středoškolské, vysokoškolské nebo celoživotní vzdělávání. Kliknutím na úroveň vzdělávání se uživateli objeví nabídka oblastí vzdělávání, neboli „Subject areas“, zahrnující například matematiku, vědu, historii, jazyky a další. Vyhnout se výše uvedenému postupu při každé návštěvě může uživatel tím, že u vybrané úrovně i oblasti vzdělávání klikne na „odebírat“. Tímto způsobem se vybraná úroveň i oblast zařadí k tzv. odběrům uživatele a zajistí tak uživateli rychlejší přístup k dříve vybraným oblastem.

Mezi další výhody serveru YouTube a tedy i výukového serveru YouTube EDU patří možnost vytvořit si vlastní seznam tzv. oblíbených videí. Uživatel zařadí video do seznamu tím, že pod videem klikne na obrázek ruky se vztyčeným palcem nahoru (viz Obr. 9), na tzv. Like, neboli „To se mi líbí“, čímž video získá status „oblíbené“. Tato funkce uživateli usnadní hledání již zhlédnutých videí, které bude chtít ještě zhlédnout. Jakékoliv video může posluchač ze seznamu kdykoliv odstranit.

¹⁴ <https://www.youtube.com/education>

1.3.5 Neo K-12

Výukový server Neo K-12 (viz Obr. 12) poskytuje výuková videa, lekce a hry speciálně pro kategorii návštěvníků K-12, tedy dětí z mateřských škol po žáky středních škol.



Obr. 12: Úvodní stránka výukového serveru Neo K-12 [16]

Návštěvníci serveru Neo K-12 mají k dispozici animovaná videa s doprovodným komentářem i videa s výstupy učitelů u tabule. Většina videí z Neo K-12 je zveřejněná na serveru YouTube.

1.4 České výukové servery

Jak je již zmíněno v kapitole „ČR vs. svět“, zastoupení českých výukových serverů na internetu, které zveřejňují výuková videa, není tak početné, jako v jiných zemích. Vzhledem k této skutečnosti, bylo nutné alespoň v menší míře změnit kritéria pro výběr českých serverů, oproti kritériím pro výběr světových serverů, tzn. byly vybírány české servery bez ohledu na počet zveřejněných výukových videí. Z tohoto důvodu jsou první čtyři kapitoly věnovány takovým čtyřem serverům, které jsou zaměřené na témata středoškolské a vysokoškolské matematiky a na ukázky řešených příkladů v psané formě. Dalším důvodem pro jejich výběr byla míra využití při samostudiu.

Ačkoliv v tuto chvíli nemají čeští uživatelé k dispozici takové množství serverů s matematickými výukovými videi, ze kterého by se dalo vybírat, bylo by téměř troufalé nevěnovat alespoň jednu kapitolu, podle mého názoru, tomu nejznámějšímu českému výukovému serveru zaměřenému výhradně na výuková videa, na jejich zveřejňování a podporu jejich tvorby.

1.4.1 Aristoteles.Cz

Dalším výukovým serverem zprostředkovávajícím učivo středoškolské a vysokoškolské matematiky je Aristoteles.Cz¹⁵ (viz Obr. 13).



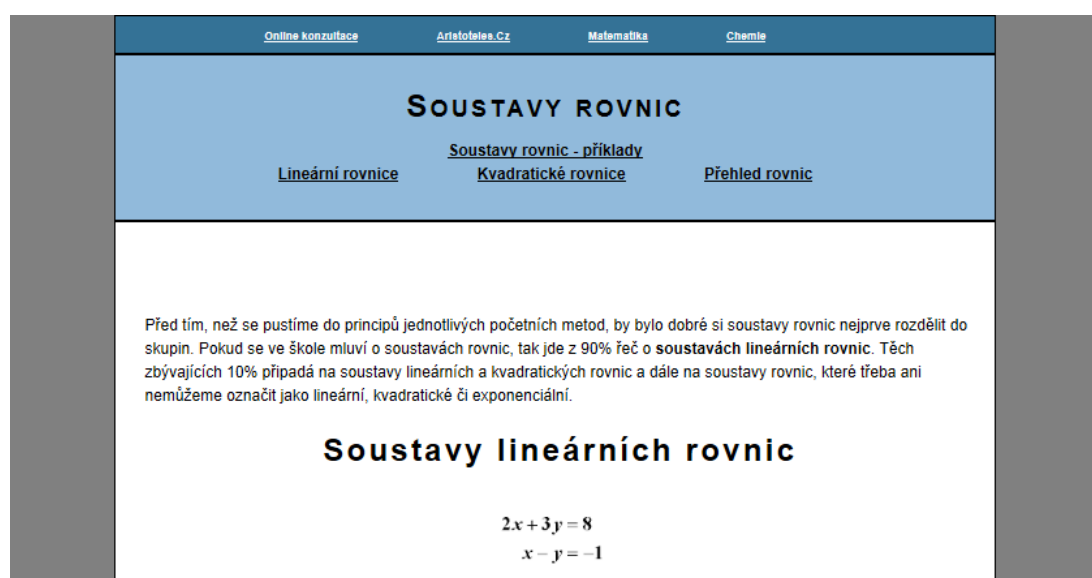
Obr. 13: Úvodní stránka serveru Aristoteles.cz [11]

Tento server byl založen v roce 2006. „Od té doby se kontinuálně rozrůstá. Těžištěm webu je matematická část. Vedoucím projektu je Ing. Petr Schuhmeier.“ [11] Na

¹⁵ <http://www.aristoteles.cz/>

stránkách odkazu „O nás“ uživatel nalezne informaci: „Od začátku školního roku 2007/2008 je část služeb zpoplatněna.“ Bez poplatku má uživatel přístup pouze na stránky dvou odkazů „Rovnice“ a „Funkce“. Pokud si uživatel zaplatí plný přístup, má k dispozici řešené příklady i teorii všech témat středoškolské matematiky zveřejněných na serveru.

Vstupem na stránku jakéhokoliv okruhu se uživateli zobrazí nejprve stránka odkazu (viz Obr. 14), jejíž horní část tvoří lišta se čtyřmi stálými odkazy, pod níž je umístěn prostor určený pro název tématu a jeho rozšiřující odkazy. Následuje hlavní prostor s odkazy na jednotlivá podtémata nebo přímo na teorii se vzorci a řešenými příklady.



Obr. 14: Ukázka webové stránky matematického okruhu na Arisoteles.cz [11]

1.4.2 Matematika.cz

Jedním mnou nejčastěji navštěvovaným českým matematickým serverem zaměřeným na základní, středoškolskou a vysokoškolskou matematiku je server Matematika.cz¹⁶. „Počátky webu sahají do roku 2005, kdy začal vznikat jako soukromý blog Lukáše Havrlanta.“ [10] V tuto chvíli se tento server rozvíjí ve spolupráci pana Havrlanta a vydavatelství Nová média, s. r. o. Přístup na server a k výukovým materiálům je zcela zdarma. Obsahem serveru Matematika.cz (viz Obr. 15) je, jak je již výše zmíněno, učivo matematiky od základní školy po vysokou školu.

¹⁶ viz <http://www.matematika.cz/>



Obr. 15: Úvodní stránka serveru Matematika.cz [10]

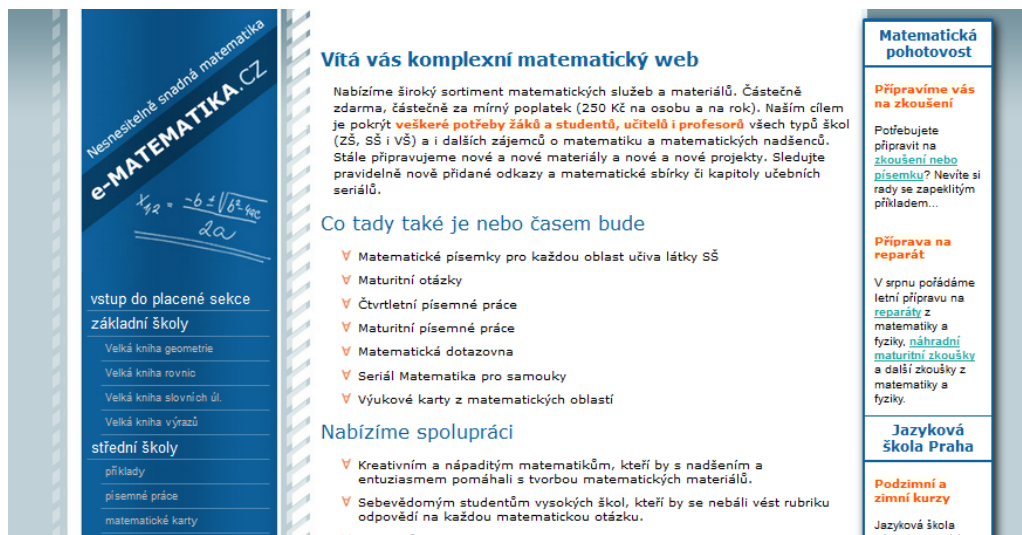
Uživatel si v horizontálním menu může vybrat ze tří odkazů podle úrovně vzdělání, tedy „ZŠ“, „SŠ“ a „VŠ“. Vedle zmíněných odkazů se nachází ještě jeden odkaz „fórum“, vedle kterého je umístěn příkazový řádek pro vyhledávání. Kliknutím na „ZŠ“, „SŠ“ nebo „VŠ“ se v levé části stránky zvoleného odkazu zobrazí seznam kategorií vztahujících se k vybrané úrovni vzdělání. Pod každou kategorií má uživatel k dispozici seznam odkazů, které se k dané kategorii vztahují.

V pravé části stránek je umístěno vertikální menu, jehož obsahem jsou odkazy na jednotlivé kategorie serveru. Odkazy ve vertikálním menu se zvolením jiné vzdělávací úrovně nemění. Kliknutím na jakýkoliv odkaz (kategorii) se menu rozšíří o další odkazy, které se vztahují k právě vybrané kategorii. Tyto rozšiřující odkazy mají za úkol rozdělit kategorie na jakési podkategorie (okruhy), čímž uživatel získá přehled o veškerém učivu, na které je právě vybraná kategorie zaměřená.

Na stránkách jednotlivých kategorií a jejich odkazů je zveřejněn text s teorií zahrnující vzorce, obrázky s grafy a ukázky příkladů. V textu se často objevují slova či slovní spojení, která se vztahují k jinému matematickému okruhu, tudíž jsou naprogramována jako odkazy, jejichž zvolením se uživatel přesune na jejich stránku. Podle mého názoru je odkazování v textu na jiné kategorie velice dobrý nápad, jedinou nevýhodou týkající se této problematiky je naprogramování těchto odkazů, a to především proto, že se stránka těchto odkazů zobrazí ve stejném okně a tudíž uživatel ztrácí přehled nad stránkou, kterou původně prohlížel.

1.4.3 e-MATEMATIKA.CZ

Výukový server e-MATEMATIKA.CZ¹⁷ (viz Obr. 16) se obdobně jako většina výše zmíněných serverů zaměřuje na studenty základních, středních i vysokých škol.



Obr. 16: Úvodní stránka serveru e-MATEMATIKA.CZ [12]

Poskytuje jak bezplatnou, tak placenou sekci. Vzhledem k tomu, že jsou uživateli dostupné téměř veškeré výklady témat a zadání příkladů, může se na první pohled zdát zbytečné plný přístup zakoupit, ale opak je pravdou. Aby se uživateli zobrazila řešení zadaných příkladů, je nucen tento mírný poplatek uhradit.

V levé části stránek je umístěn sloupec s názvem serveru, pod nímž se nachází vertikální menu, mezi jehož odkazy patří také „střední školy“ a „vysoké školy“ s rozšiřujícími odkazy „Šedivá matematika“ a „kurz na VŠE“. Pojem „Šedivá matematika“ je na serveru popisován jako: „Srozumitelný výklad vysokoškolské matematiky, který je poněkud odlišný od učebnic, které znáte. Zkrátka snadno, rychle, přehledně a s řešenými příklady. Základní pojmy, techniky a triky.“ [12]

¹⁷ viz <http://www.e-matematika.cz/>

1.4.4 Příklady.eu

Dalším serverem jsou Příklady.eu¹⁸ (viz Obr. 17). Obsahem tohoto serveru, na rozdíl od Matematika.cz nebo Aristoteles.cz není vysvětlování teorie jednotlivých matematických témat, ale zveřejňování řešených příkladů a úloh středoškolské matematiky.



Obr. 17: Úvodní stránka serveru Příklady.eu [17]

Z informací na úvodní stránce se uživatel dozví, že příklady zveřejněné na tomto serveru sestavil Mgr. Roman Hestic, který několik let působil jako učitel matematiky a fyziky na střední škole. Výukový server Příklady.eu poskytuje přístup zdarma již od roku 2008.

Zvolením odkazu „Matematika“ v horizontálním menu tohoto serveru se uživatel přesune na stránku tohoto odkazu, v jejíž levé části je umístěno vertikální menu. Toto vertikální menu je tvořeno cca. 42 odkazy na jednotlivá matematická témata, jako například algebraické výrazy, odmocniny, lineární rovnice, parametrické rovnice a další, na které je výukový server zaměřen. Některé odkazy zahrnují ještě několik rozšiřujících odkazů, jejichž úkolem je rozdělit vybrané téma na několik podtémat. Kliknutím na jakýkoliv odkaz vertikálního menu se uživateli zobrazí stránka s několika úlohami, jejichž obsahem je zadání, jako například *Vypočtěte*, *Řešte nerovnici*, atd. a jeden nebo více příkladů. Pod každou úlohou jsou umístěny dva odkazy oddělené lomítkem „Ukaž řešení“ a „Ukaž všechna řešení“. „Ukaž řešení“ slouží pro zobrazení postupu při výpočtu jednotlivých příkladů jedné úlohy, „Ukaž všechna řešení“ odkryje

¹⁸ <http://www.priklady.eu/>

postupy příkladů všech úloh na stránce vybraného odkazu. V případě výběru jednoho z těchto dvou výše zmíněných odkazů se slovo „Ukaž“ změní na „Skryj“, díky němuž můžeme dříve znázorněné postupy znovu, jak je již z názvu zřejmé, skrýt.

1.4.5 Khanova škola

Jelikož z velkého množství světových výukových serverů byly vybrány především ty, jež zveřejňují matematická výuková videa a vzhledem k tomu, že českých výukových serverů s výukovými videi je jen velmi malé množství, rozhodla jsem představit alespoň jeden a zároveň ten nejznámější výukový server zaměřený především na výuková videa, kterým je Khanova škola¹⁹ (viz Obr. 18).



Obr. 18: Úvodní stránka výukového serveru Khanova škola [1]

Khanova škola je serverem překládajícím videa Khan Academy²⁰, která následně zveřejňuje na svých webových stránkách pod odkazy jednotlivých nejen matematických témat. V tuto chvíli obsahují stránky Khanovy školy 2260 videí z matematiky, fyziky, dějepisu a dalších oborů. S oficiální podporou Khan Academy překládá tým českých nadšenců výuková videa, spolupracují se zahraničními překladatelskými skupinami i dalšími organizacemi, přispívají k rozšíření metody vyučování „flipped teaching“ propagovanou právě Khanovou akademií.

¹⁹ <https://khanovaskola.cz/>

²⁰ viz <https://www.khanacademy.org>

Jak je již výše v kapitole ČR vs. svět podrobněji zmíněno, Česká Khanova škola pořádá různé projekty. Jedním z takových projektů byl „Umíš učit? Ukaž se!“ (viz Obr.) konající se v roce 2013. Dalším z projektů je překladatelský maraton, pořádaný každý semestr. Překládá se buď z anglických titulků, nebo z poslechu.

Nyní se Khanova škola skládá ze šesti stálých členů, kteří se snaží zlepšit možnosti vzdělávání. „Jako nadšenci se shromáždili okolo úspěšného a bezplatného vzdělávacího projektu Khan Academy.“ [6] Video ze serveru Khan Academy překládají, některá i dabují. Nutno dodat, že je Khanova škola, o. s. nezisková.

2 Počítačový průvodce jako výukový server

Počítačový průvodce bakalářskou matematikou je zpracován ve formě webových stránek nazvaných Matematikasivou.cz (viz Obr. 19).



Obr. 19: Výukový server Matematikasivou.cz

Důvodem umístění Počítačového průvodce na internet je především snadný přístup k materiálům online. Vzhledem k obsahu je tento server označován jako výukový server, tedy server zveřejňující výukové materiály. Tento výukový server se zaměřuje v první řadě na nové studenty bakalářské matematiky, kteří nemají dostatečné základní znalosti učiva lineární algebry a matematické analýzy.

Výukový server Matematikasivou.cz (dále jen výukový server) se zabývá teorií a řešenými příklady vybraných okruhů z matematické analýzy a lineární algebry. Cílem tohoto serveru je stručně a jednoduše vysvětlit základní pojmy, principy a postupy výpočtů jednotlivých vybraných okruhů. Ke každému okruhu je uveden alespoň jeden řešený příklad, který je dostupný ve formátu PDF a ve formě výukového videa s doprovodným komentářem. Výsledky řešených příkladů, které jsou vypracované ve volně dostupném matematickém programu wxMaxima²¹, si uživatel může překontrolovat kliknutím na odkaz s názvem „Řešení ve wxMaxima“.

V horní části výukového serveru je umístěn tzv. banner serveru (obrázek) obsahující název serveru. V pravé spodní části banneru má uživatel k dispozici miniaplikaci pro vyhledávání, jejíž funkcí je vyhledat zadaný výraz na serveru google.com a výsledky

²¹ viz <http://wxmaxima.sourceforge.net/>

vyhledávání zobrazit v novém panelu. Pod bannerem se nachází hlavní odkazová lišta se čtyřmi horizontálními odkazy:

- Úvod,
- Lineární algebra,
- Matematická analýza,
- Archiv.

Tělo výukového serveru je na stránkách většiny hlavních odkazů a jejich okruhů rozděleno do tří sloupců (viz Zpracování výukového serveru). Ve spodní části severu je umístěna tzv. patička serveru, která obsahuje datum poslední aktualizace, jméno autora webových stránek a rok vytvoření těchto stránek. Výše zmíněné rozvržení se přesunem na jakýkoliv odkaz nemění.

2.1 Zpracování výukového serveru

Pro zpracování výukového serveru a výukových materiálů, které jsou na serveru zveřejněny, byly využity především volně dostupné programy, editory a systémy. Výhodou využití volně dostupného softwaru je nejen finanční nenáročnost, ale také, například v případě matematického programu wxMaxima, dostupnost pro návštěvníky serveru, kteří by měli zájem o využívání tohoto programu.

Webové stránky výukového serveru byly vytvořeny prostřednictvím značkovacího jazyka HTML (Hypertext Markup Language) a kaskádových stylů (Cascading Style Sheets). Pro vkládání HTML tagů a jejich atributů byl použit volně dostupný textový editor PSPad²², k formátování kaskádovými styly volně dostupný editor zdrojových kódů Notepad++²³. Pro kontrolu výsledků řešených příkladů byl použit volně dostupný matematický program wxMaxima²⁴. Výuková videa s doprovodným komentářem byla zpracována pomocí grafického tabletu Wacom One By Small, volně dostupného grafického editoru SmoothDraw²⁵ a volně dostupného programu CamStudio 2.5 Beta 1²⁶, který je určen pro zachycení činnosti na monitoru.

²² viz <http://www.pspad.com/cz/>

²³ viz <http://notepad-plus-plus.org/>

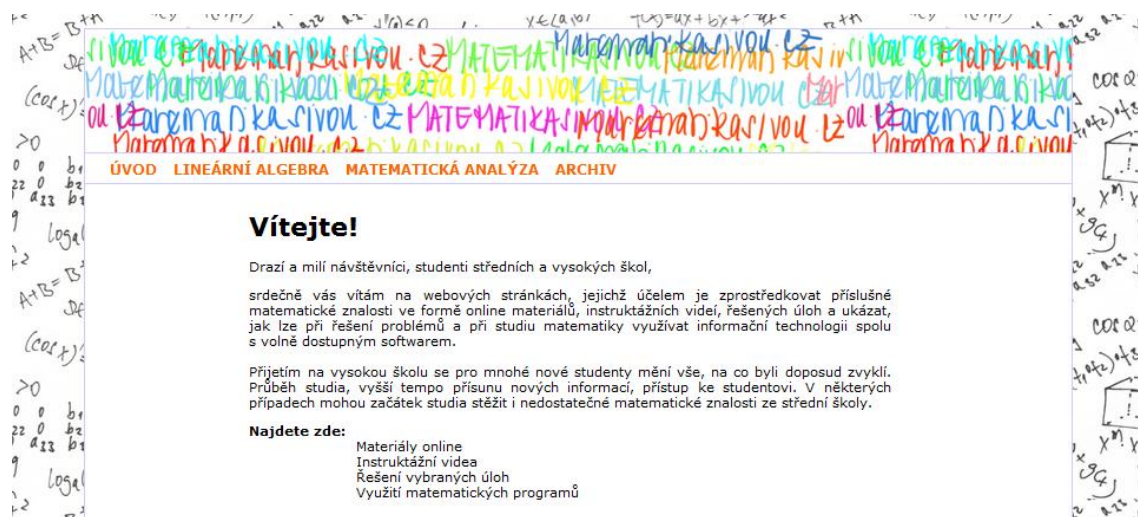
²⁴ viz <http://wxmaxima.sourceforge.net/>

²⁵ viz <http://www.smoothdraw.com/>

²⁶ viz <http://camstudio.org/>

2.2 Úvodní stránka

Zadáním adresy <http://www.matematikasivou.cz> do uživatelského prohlížeče se zobrazí úvodní stránka (viz Obr. 20) výukového serveru.



Obr. 20: Úvodní stránka výukového serveru Matematikasivou.cz

V horní části stránky se nalézá banner s názvem serveru, miniaplikace pro vyhledávání, která přesměruje hledaný výraz na stránky vyhledávače Google, a hlavní odkazová lišta. Pod hlavní odkazovou lištou se vyskytuje prostor vyhrazený pro krátký uvítací text zahrnující informace o účelu a obsahu tohoto výukového serveru. Dále zde uživatel najde krátký seznam použité literatury, ze které jsem vycházela při zpracovávání teorie a příkladů. Text úvodní stránky je umístěn ve střední části výše zmíněného prostoru. Pod textem se nalézá patička serveru. Pro návrat na úvodní stránku výukového serveru slouží odkaz s názvem „Úvod“, který je umístěn v hlavní odkazové liště.

2.3 Ostatní odkazy

Hlavní odkazová lišta, jak je již výše zmíněno (viz Počítačový průvodce jako výukový server), obsahuje nejen odkaz na úvodní stránku serveru, tj. „Úvod“, ale také na tři další odkazy „Lineární algebra“, „Matematická analýza“ a „Archiv“. Zvolením odkazu „Lineární algebra“ se uživatel přesune přímo na stránku prvního okruhu lineární algebry, kterým jsou maticové operace. Odkaz „Matematická analýza“ uživateli umožní přístup na stránku prvního okruhu z matematické analýzy. Tělo stránek jednotlivých odkazů (okruhů) je rozvrženo do tří sloupců. Odkaz „Archiv“ slouží jako úložiště veškerých výukových materiálů dostupných na tomto serveru. Stránka archivu se skládá

ze dvou sloupců. V levém sloupci archivu se nalézá vertikální menu, do druhého sloupce jsou vloženy výukové materiály. Šířka druhého sloupce archivu se rovná velikosti sloučeného druhého a třetího sloupce, které jsou součástí 3sloupcové struktury.

Vzhledem ke skutečnosti, že lineární algebra a matematická analýza zahrnují několik podtémat (okruhů), bylo nutné vytvořit nabídku dalších odkazů ve formě vertikálního menu, které je umístěno v levém sloupci stránek jednotlivých okruhů. V hlavním sloupci, tedy druhém, je zveřejněný stručný a výstižný text týkající se teorie jednotlivých okruhů. Pravý sloupec je určen pro příklady, jejich zadání a řešení. Pod zadáním příkladu jsou umístěny odkazy „Řešení v PDF“ a „Řešení ve wxMaxima“.

2.3.1 Vertikální menu

Protože se výukový server zabývá dvěma matematickými tématy, která zahrnují různé okruhy, bylo nutné vytvořit menu skládající se z odkazů, prostřednictvím nichž se uživatel přesune na stránky jednotlivých okruhů. Odkazy ve vertikálním menu jsou nazvané podle okruhu, na který jsou zaměřené. Vertikální menu lineární algebry zahrnuje pět okruhů z lineární algebry, na stránce matematické analýzy má uživatel k dispozici vertikální menu s pěti odkazy na okruhy matematické analýzy. Nabídka odkazů, jak na stránkách lineární algebry, tak matematické analýzy, zůstává stejná a pořadí odkazů se nemění.

Zvolením jakéhokoliv odkazu (okruhu), který je umístěný ve vertikálním menu, se vybraný odkaz rozšíří o několik dalších odkazů. Tyto rozšiřující odkazy se objevují těsně pod vybraným okruhem a umožňují uživateli se snadno a rychle přesunout na vybranou část okruhu, tudíž nemusí rolovat celou stránkou.

V případě, že uživatel vybere jiný z okruhů ve vertikálním menu, předchozí rozšiřující odkazy se skryjí. Nutno podotknout, že rozšířením některého z okruhů o výše zmíněné rozšiřující odkazy se následující okruh posune směrem dolů, tudíž následující okruh zůstává uživateli stále dostupný.

2.4 Výuková videa

Výuková videa zveřejněná na tomto serveru jsou zaměřená na postupy a řešení příkladů jednotlivých okruhů z lineární algebry a matematické analýzy. Ke každému okruhu je uveden minimálně jeden příklad dostupný ve formě animovaného videa s doprovodným komentářem. Důvodem pro zveřejnění výukových videí s doprovodným komentářem je prezentace jednotlivých kroků výpočtu tak, aby uživatel daný postup snadněji pochopil a následně byl schopen tento postup vhodně a korektně použít. V porovnání s psanými postupy (viz Výukové materiály) jsou, podle mého názoru a zkušenosti, výuková videa mnohem efektivnější při osvojování jednotlivých kroků výpočtu.

Jak je již výše zmíněno (viz Zpracování výukového serveru), k vytvoření těchto videí byl použit grafický tablet Wacom One By Small, volně dostupný grafický editor SmoothDraw a volně dostupný program CamStudio 2.5 Beta 1, který je určen pro zachycení činnosti na monitoru. Doprovodný komentář k videu byl nahrán a zpracován pomocí volně dostupného programu Audacity a stolního mikrofonu.

Výuková videa na serveru Matematikasivou.cz mohou uživatelé nalézt buď jednotlivě přímo na stránkách okruhů, ke kterým se vztahují, nebo na stránce odkazu „Archiv“, kde jsou uložena všechna videa.

2.5 Výukové materiály

Mezi zveřejněné výukové materiály tohoto serveru patří nejen výuková videa, ale také řešené příklady dostupné ve formě PDF dokumentů. Tyto PDF dokumenty je možné stáhnout zvolením odkazu „Řešení v PDF“ umístěným v pravém sloupci výukového serveru, pod zadáním příkladu. Kliknutím na výše zmíněný odkaz se uživateli otevře nové okno menších rozměrů, jehož obsahem je vybraný PDF dokument. V každém z těchto PDF dokumentů je zveřejněn postup a řešení příkladu. Postupy zahrnují jednotlivé kroky a mezikroky výpočtu, doplněné psaným doprovodným komentářem. Pro lepší orientaci v postupu výpočtu jsou využívány barvy a tučnost písma. Řešení příkladu znázorňuje obvyklý způsob výpočtu v černobílé formě, bez užití komentáře.

Výsledky řešených příkladů z lineární algebry, které jsou zpracované pomocí matematického programu wxMaxima, si uživatelé mohou zkontrolovat zvolením odkazů „Řešení ve wxMaxima“, které se nalézají v pravém sloupci webové stránky pod zadáním příkladu. Výhodou těchto materiálů je nejen již zmíněná kontrola výsledků, ale

také zveřejnění použitých příkazů, které matematický program wxMaxima vyžaduje pro jednotlivé výpočty. Uživateli může být zveřejnění těchto příkazů velice nápomocné především v případě, kdy si stáhne tento volně dostupný matematický program a bude ho dále využívat.

Grafy jednotlivých funkcí vyskytujících se u okruhů matematické analýzy jsou konstruovány pomocí volně dostupného matematického programu Geogebra. Výhodou využití tohoto programu je nejen funkce, spolehlivost, možnosti a přesnost programu, ale také snadná dostupnost pro uživatele. Odkaz na graf v Geogebře je pojmenován „Graf - Geogebra“. Grafy funkcí mají uživatelé k dispozici v pravém sloupci jednotlivých okruhů matematické analýzy nebo na stránkách odkazu „Archiv“.

Mezi výukové materiály se řadí také teorie jednotlivých okruhů z lineární algebry a matematické analýzy. Obsahem teorie jsou důležité pojmy a informace jednotlivých okruhů. Teorii je možné si prostudovat přímo na stránkách jednotlivých okruhů či stáhnout ve formě PDF dokumentu. Teorie v PDF dokumentu zahrnuje totožné informace, jako teorie zveřejněná přímo na stránkách okruhů. PDF dokument s teorií si uživatel může stáhnout kliknutím na odkaz „Teorie v PDF“, který se vyskytuje přímo na stránce okruhu, a to ve druhém sloupci pod textem teorie. Druhou možností pro stažení teorie v PDF je přesunutí na stránku odkazu „Archiv“ a kliknutí na odkaz „Teorie v PDF“ u vybraného okruhu.

3 Témata a okruhy výukového serveru

Hlavními tématy, na která je tento server zaměřen, jsou lineární algebra a matematická analýza. Vzhledem ke skutečnosti, že na učivo lineární algebry a matematické analýzy navazuje mnoho dalších vysokoškolských matematických předmětů, bylo vybráno po pěti okruzích z lineární algebry a matematické analýzy, které jsou považovány za jakési základy, které je nutné znát pro další, složitější výpočty příkladů, nejen v těchto dvou odvětvích matematiky.

3.1 *Lineární algebra*

Prvním hlavním tématem, na které je tento výukový server zaměřený, je lineární algebra. Obecně je lineární algebra velice rozsáhlé matematické odvětví zabývající se například vektory, vektorovými prostory, dimenzemi a bázemi vektorového prostoru, soustavami lineárních rovnic, maticemi, determinanty a mnoha dalšími tématy. Z velkého množství témat, která lineární algebra zahrnuje, bylo vybráno pět základních okruhů týkajících se především počítání s maticemi a determinanty, které se řadí mezi hlavní témata probíraná v 1. semestru bakalářské matematiky.

Kliknutím na odkaz „Lineární algebra“ v hlavní odkazové liště se uživatel přesune přímo na první vybraný okruh lineární algebry, kterým jsou maticové operace. Jak je již v menší míře zmíněno v kapitole Ostatní odkazy, struktura stránek jednotlivých okruhů z lineární algebry je 3sloupcová. V levém sloupci je umístěno vertikální menu obsahující pět odkazů z lineární algebry, které jsou zveřejněné v tomto pořadí:

- Maticové operace,
- Gaussova eliminace,
- Soustavy lineárních rovnic,
- Determinant matice,
- Inverzní matice.

Každý z odkazů vertikálního menu obsahuje několik rozšiřujících odkazů vztahujících se k jednotlivým okruhům. V druhém sloupci je umístěna stručná teorie vztahující se k vybranému okruhu. Obsahem třetího sloupce jsou řešené příklady daného tématu, dostupné ve formě PDF dokumentu, videa a odkazu na řešení úlohy v programu wxMaxima.

3.1.1 Maticové operace

Maticové operace jsou prvním z pěti témat (okruhů) z lineární algebry, kterým se tento server zabývá. Toto téma zahrnuje sčítání, odčítání a násobení matic. Teorie v druhém sloupci stručně popisuje obecný postup výpočtu a vlastnosti jednotlivých operací.

Vertikální menu v levém sloupci obsahuje pět hlavních odkazů na okruhy lineární algebry. Vzhledem k navštívení stránky maticových operací se přímo pod odkazem „Maticové operace“ objeví čtyři rozšiřující odkazy (viz Obr.), kterými jsou „Sčítání a odčítání“, „Vlastnosti sčítání a odčítání“, „Násobení“, „Vlastnosti násobení“.

Prostřednictvím rozšiřujících odkazů se uživatel přesune přímo na zvolenou část teorie, tudíž nemusí rolovat celou stránkou. V druhém sloupci má uživatel k dispozici již zmíněnou teorii. Ve třetím sloupci jsou umístěny dva příklady (viz Obr.) se zadáním, pod nimiž mají uživatelé k dispozici odkazy „Řešení v PDF“, „Řešení ve wxMaxima“.

Příklad číslo 1 je zaměřen na sčítání a odčítání matic, kdy jsou dány tři matice A, B, C .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Uživatel má podle zadání za úkol sečíst matice $A + C$, $B + A$ a odečíst matice $C - A$. Pod zadáním, jak je již výše zmíněno, jsou umístěny dva odkazy. První odkaz „Řešení v PDF“ je určen pro kontrolu postupu a druhý odkaz „Řešení ve wxMaxima“ pro kontrolu výsledků zprostředkovaných matematickým programem wxMaxima.

V druhém příkladu má návštěvník za úkol matice A, B, C vynásobit, a to v pořadí $A \cdot C$, $B \cdot A$ a $C \cdot A$. Matice A, B, C jsou ve stejném tvaru jako v prvním příkladu. Stejně jako u prvního příkladu má uživatel pod zadáním druhého příkladu k dispozici odkaz na řešení příkladu ve formátu PDF a odkaz na řešení v matematickém programu wxMaxima.

3.1.2 Gaussova eliminace

Druhým z okruhů lineární algebry je Gaussova eliminace a tedy převedení matice na Gaussův tvar. Gaussova eliminace je klíčová metoda pro řešení soustav rovnic, výpočet hodnoty matice a determinantu matic.

Zvolením odkazu „Gaussova eliminace“ a přesunem na stránku tohoto odkazu se rozšiřující odkazy maticových operací skryjí a zobrazí se odkazy Gaussovy eliminace:

- Pravidla pro úpravu matic,
- Gaussův tvar,
- Hodnost matice,
- Gauss-Jordan.

Jak je již z názvu odkazu „Pravidla pro úpravu matic“ zřejmé, tato část teorie prezentuje pravidla, jejichž znalost, dodržování a použití slouží k převedení matic na Gaussův tvar. Odkazem „Gaussův tvar“ se uživatel posune na část teorie popisující Gaussův tvar včetně symbolického zápisu, dále pak stručně vysvětluje význam slova „pivot“. „Hodnost matice“ odkazuje na text věnující se značení, významu a určení hodnosti matice. K vysvětlení Gauss-Jordanovy eliminace a rozšířené matice včetně jejího symbolického zápisu slouží odkaz „Gauss-Jordan“, jehož zvolením se uživatel přesune na část teorie, která se právě těmito tématy zabývá.

V pravém sloupci je uveden příklad se zadáním: *Určete hodnost matic A a B .*

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ačkoliv se na první pohled může zdát, že jsou matice A , B podobné a tudíž bude postup při výpočtu identický, uživatel při výpočtu hodnosti matice B zjistí, že je výpočet v jisté míře komplikovanější. Řešení v dokumentu PDF a v programu wxMaxima je dostupné pod zadáním příkladu.

3.1.3 Soustavy lineárních rovnic

Třetím vybraným okruhem z lineární algebry jsou soustavy lineárních rovnic, na jejichž stránku se uživatel přesune prostřednictvím odkazu „Soustavy rovnic“. Vedlejší odkazy Gaussovy eliminace se skryjí. Odkaz vztahující se k soustavám lineárních rovnic není doplněn o žádný rozšiřující odkaz. Teorie se věnuje především zápisu soustav lineárních rovnic pomocí rozšířených matic. Součástí teorie je symbolický zápis rozšířené matice.

Zadáním příkladu je lineární soustava tří rovnic o třech neznámých x, y, z .

$$\begin{aligned}x + 2y + z &= 8 \\x + y + z &= 5 \\4x + y + 2z &= 9\end{aligned}$$

Od uživatele se očekává převedení soustavy lineárních rovnic do rozšířené matice, využití Gaussovy eliminace a určení hodnot neznámých. Záleží na uživateli, jaký způsob zvolí pro určení hodnot neznámých, tedy zda tyto hodnoty určí užitím Gauss-Jordanovy eliminace nebo zda po Gaussově eliminaci přejde zpět do soustavy rovnic a neznámé dopočítá. Řešení se uživateli objeví v případě kliknutí na odkaz „Řešení v PDF“ nebo „Řešení ve wxMaxima“.

3.1.4 Determinant matice

Determinant matice je čtvrtým z vybraných okruhů lineární algebry, kterému se výukový server matematikasivou.cz věnuje. Vzhledem k rozsáhlosti tohoto tématu, tedy pravidlům a množstvím metod výpočtů, je odkaz „Determinant matice“ rozšířen o tyto odkazy:

- Pravidla,
- Křížové pravidlo,
- Sarrusovo pravidlo,
- Rozvoj determinantu,
- Cramerovo pravidlo.

Kliknutím na odkaz „Pravidla“ se stránka posune na jakýsi seznam pravidel pro počítání s determinanty. Tato obecná pravidla je nutné znát a dodržovat k dosažení správného výsledku. Teorie vztahující se k odkazům „Křížové pravidlo“, „Sarrusovo pravidlo“, „Rozvoj determinantu“ a „Cramerovo pravidlo“ stručně popisuje užití jednotlivých pravidel.

Příklad na výpočet determinantů je zadáný tímto způsobem: *Vypočítejte determinanty matic.*

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}.$$

Uživatel má v této úloze za úkol vybrat a následně použít jedno z pravidel pro výpočet determinantu matice. Řešení, postupy a výsledky jsou dostupné pod zadáním příkladu ve formě odkazů „Řešení v PDF - detA“, „Řešení v PDF - detB“, „Řešení v PDF - detC“ a „Řešení ve wxMaxima“.

3.1.5 Inverzní matice

Posledním tématem lineární algebry, kterým se zabývá tento výukový server, je výpočet inverzní matice. Vertikální menu v levém sloupci se pod odkazem „Inverzní matice“ rozšíří o odkazy:

- Metody výpočtu,
- Adjungovaná matice.

Odkaz „Metody výpočtu“ poukazuje na teorii popisující dva způsoby výpočtu inverzní matice. První metodou pro výpočet inverzní matice je rozšíření matice o jednotkovou matici a následné užití eliminace. Druhá zveřejněná metoda je užití adjungované matice. Zvolením „Adjungovaná matice“ se uživatel přesune na část textu věnovanou adjungované matici, jejímu výpočtu a symbolickému zápisu.

Obsahem pravého sloupce jsou dva příklady. Zadání prvního příkladu zní: *Vypočítejte inverzní matici A^{-1} k matici A :*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

V druhém příkladu má uživatel za úkol užitím adjungované matice vypočítat inverzní matici B^{-1} k matici B :

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

3.1.6 Ukázka výukových materiálů

Na stránkách serveru je zveřejněno několik výukových materiálů v PDF, jejichž obsahem je řešení příkladů či stručný popis jednotlivých témat. Okruhy lineární algebry zahrnují celkem pět PDF dokumentů s teorií a devět dokumentů s postupy a řešeními příkladů. Na ukázkou jsou do této kapitoly zahrnuty dva dokumenty (viz níže), z nichž první znázorňuje teorii maticových operací (viz Teorie v PDF – Maticové operace, str. 36), která je v této formě dostupná online nebo ke stažení ve formátu PDF. Obsahem druhého dokumentu (viz Řešení příkladu v PDF – Sčítání a odčítání matic, str. 37) jsou postupy a řešení příkladů, které si uživatel může stáhnout také ve formátu PDF.

Maticové operace

Sčítání a odčítání matic

Výsledkem sčítání respektive odčítání matic A a B je matice C , u níž se díky součtu či rozdílu změnila hodnota vzájemně si odpovídajících prvků.

$$\begin{aligned}A + B &= C \\ a_{ij} + b_{ij} &= c_{ij}\end{aligned}$$

Sčítat či odčítat lze pouze matice stejného typu!

Vlastnosti sčítání a odčítání matic

Komutativnost:	$A + B = B + A$
Asociativnost:	$(A + B) + C = A + (B + C)$
Nulová matice:	$A + 0 = 0 + A = A$
Opačná matice:	$A + (-A) = 0$

Násobení matic

Před samotným násobením porovnáváme typy matic, tedy počet řádků m a počet sloupců n v pořadí zadaného součinu. Počet sloupců n první matice se musí rovnat počtu řádků m druhé matice, tedy $A(n) = B(m)$.

Vlastnosti násobení matic

Asociativnost:	$(AB) \cdot C = A \cdot (BC)$
Komutativnost:	$A \cdot (B + C) = AB + AC$
Nulová matice:	$A \cdot 0 = 0 \cdot A = 0$
Jednotková matice:	$I \cdot A = A \cdot I = A$

Vlastnosti násobení matic skalárem

Asociativnost:	$c \cdot (dA) = (cd) \cdot A$
Distributivnost:	$c \cdot (A + B) = cA + cB$
Distributivnost:	$A \cdot (c + d) = Ac + Ad$
Opačná matice:	$A \cdot (-1) = -A$
Jednotková/Nulová matice:	$I \cdot A = A; 0 \cdot A = 0$

3.1.6.2 Řešení příkladu v PDF – Sčítání a odčítání matic

Jsou dány matice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Vypočítejte dle zadání:

1. $A + C$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Postup součtu matic $A + C$:

První prvek prvního řádku a_{11} matice A sečteme s prvním prvkem c_{11} matice C . Druhý prvek a_{12} matice A sečteme s druhým prvkem c_{12} matice C . Třetí prvek a_{13} matice A sečteme s třetím prvkem c_{13} matice C . Tímto způsobem budeme pokračovat při sčítání ostatních prvků matice.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1+2 & 4+1 & 5+4 \\ 2+1 & 1+2 & 4+1 \\ 3+3 & 2+0 & 2+2 \end{bmatrix} \Leftarrow \begin{bmatrix} 3 & 5 & 9 \\ 3 & 3 & 5 \\ 6 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Řešení součtu matic $A + C$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 9 \\ 3 & 3 & 5 \\ 6 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

2. $B + A$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Řešení součtu matic $B + A$:

Vzhledem k tomu, že lze sčítat či odčítat pouze matice stejného typu, tento příklad nemá řešení.

3. $C - A$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Postup odčítání matic $C - A$:

První prvek prvního řádku c_{11} matice C odečteme od prvního prvku a_{11} matice A . Druhý prvek c_{12} matice C odečteme od druhého prvku a_{12} matice A . Třetí prvek c_{13} matice C odečteme od třetího prvku a_{13} matice A . Tímto způsobem budeme pokračovat při odčítání ostatních prvků matice.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-1 & 1-4 & 4-5 \\ 1-2 & 2-1 & 1-4 \\ 3-3 & 0-2 & 2-2 \end{bmatrix} \Leftarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -1 & 1 & -3 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Řešení odčítání matic $C - A$:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -1 & 1 & -3 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

3.2 Matematická analýza

Druhým hlavním tématem, na který je výukový server zaměřen, je matematická analýza. Ačkoliv je matematická analýza velice rozsáhlé matematické odvětví, v prvních dvou semestrech bakalářské matematiky se učivo matematické analýzy zaměřuje především na vyšetřování funkcí, což vyžaduje znalost základních funkcí, derivací, integrálního počtu a počítání s limitami.

3.2.1 Přehled funkcí

Jak je již z názvu odkazu „Přehled funkcí“ zřejmé, přesunem na stránku tohoto odkazu se uživateli zobrazí jednotlivé základní funkce. Pod názvem každé funkce (viz Obr. 23) je v rámečku zveřejněn symbolický zápis, definiční obor, obor hodnot a pro představu menší obrázek s grafem funkce ve formátu PNG.

Základní funkce a grafy

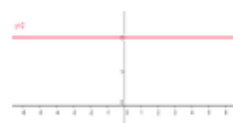
Konstantní funkce

Symbolický zápis:

$$f(x) = c$$

$$Df = \mathbb{R}; Hf = \{c\}; c \in \mathbb{R}$$

Grafem je přímka rovnoběžná s osou x .



Identická funkce

Symbolický zápis:

$$f(x) = x$$

$$Df = \mathbb{R}; Hf = \mathbb{R}$$

Grafem je přímka v I. a III. kvadrantu (popř. II. a IV. kvadrantu), tzn. že pólí osy.



Obr. 21: Ukázka zápisu funkce v přehledu funkcí

Výpis těchto funkcí má uživatel k dispozici ve vertikálním menu levého sloupce, pod odkazem „Přehled funkcí“, ve formě rozšiřujících odkazů:

- Konstantní funkce,
- Identická funkce,
- Absolutní funkce,

- Lineární funkce
- Lineární lomená funkce,
- Kvadratická funkce,
- Mocninná funkce,
- Odmocninná funkce,
- Nepřímá úměrnost,
- Exponenciální funkce,
- Logaritmická funkce,
- Goniometrická funkce.

Prostřednictvím výše zmíněných rozšiřujících odkazů se uživatel přesune na část stránky věnující se vybrané funkci. Pravý sloupec stránky tentokrát není určen pro prezentaci příkladů a výukových videí, ale pro umístění odkazů na grafy jednotlivých funkcí, které byly vytvořeny v matematickém programu Geogebra²⁷. Hlavním důvodem pro použití tohoto matematického programu byla funkce „posuvník“ (viz Obr). Zvolením jakéhokoliv odkazu v pravém sloupci se uživateli v novém okně zobrazí soubor *.ggb, ve kterém má uživatel možnost posouvat posuvníkem a tím si prohlédnout, jak se daná funkce mění v případě sebemenší změny hodnot parametru.

3.2.2 Limita funkce

Druhým vybraným okruhem matematické analýzy jsou limity funkcí, jejich rozdělení, pravidla pro výpočet limit. Vertikální menu limit je rozšířeno o odkazy:

- Druhy limit,
- Postup výpočtu,
- Základní pravidla,
- Počítání s ∞ ,
- Důležité limity,
- L'Hospital.

Název odkazu „Druhy limit“ uživateli napovídá, kam se po jeho zvolení přesune. Jedná se o tabulku se dvěma sloupci, jejíž levý sloupec je tvořen názvy jednotlivých druhů limit a pravý sloupec jejich symbolickými zápisy. Postup výpočtu popisuje obecné

²⁷ <http://geogebra.com>

kroky pro výpočet limity funkce. Teorie limit funkcí prezentuje také základní pravidla pro výpočet limit, jež jsou dostupná v obdobné formě jako část teorie věnující se druhým limit, tedy ve formě tabulky s názvy pravidel vlevo, jako například Limita součtu funkcí, Limita součinu funkcí, Limita podílu funkcí, atd., a symbolickými zápisy vpravo. Kliknutím na odkaz „Počítání s ∞ “ se uživatel přesune na pravidla sčítání, odčítání, násobení a dělení nekonečna a konečného čísla. Část teorie odkazu „Důležité limity“ zahrnuje symbolické zápisy limit funkcí, jejichž zapamatování usnadní výpočty některých limit. Teorie limit se také věnuje L'Hospitalovu pravidlu, na kterou se uživatel posune prostřednictvím odkazu „L'Hospital“.

Pravý sloupec je tvořen dvěma příklady po čtyřech limitách. V prvním příkladu je zadáno: *Vypočtěte tyto limity bez užití L'Hospitalova pravidla.*

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x - \sqrt{x^2 + 1},$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 5}{x^4 - 2x + 3},$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg}^2 x + 3 \operatorname{tg} x - 4}{\operatorname{tg}^2 x + 4 \operatorname{tg} x - 5},$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 5}{x^2 - 2x + 3}.$$

Druhý příklad vyžaduje pro výpočet limit užití L'Hospitalova pravidla.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 3x},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{arccotg} x,$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}},$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 8)}{x^2 - 3x}.$$

Pod zadáním prvního i druhého příkladu je umístěn odkaz na řešení v PDF. Oba tyto dokumenty zahrnují řešení čtyř limit, pod kterými se vyskytují.

3.2.3 Derivace funkce

Třetí okruh výukového serveru je zaměřený na derivace. Teorie umístěná ve druhém sloupci vysvětluje pojmy 1. a 2. derivace, jejich využití, dále zahrnuje základní vzorce pro výpočet derivací, jako například derivaci konstanty, derivaci součtu funkcí, součinu funkcí a další vzorce. Odkaz „Derivace funkce“ ve vertikálním menu je rozšířen o tři odkazy:

- Základní vzorce,
- Pravidla derivací,
- Speciální derivace.

V prvním příkladu zveřejněném v pravém sloupci mají uživatelé za úkol vypočítat první derivací těchto osmi funkcí:

$$f(x) = 6x^3 - 2x,$$

$$f(x) = 2x^2 \cdot \sqrt{x-2},$$

$$f(x) = \sqrt[4]{x} + \frac{2}{x^2},$$

$$f(x) = \sin^3(3x),$$

$$f(x) = \cos(\ln x^2),$$

$$f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{x^2 + 1},$$

$$f(x) = x^{\frac{x}{2}},$$

$$f(x) = x \cdot \ln x.$$

Následuje druhý příklad: *Vypočtete první a druhou derivaci funkcí:*

$$f(x) = 5x^4 + 3x^2 - 2,$$

$$f(x) = \ln^2 x,$$

$$f(x) = \sin 2x,$$

$$f(x) = e^x \cdot \cos x.$$

Pod zadáním prvního příkladu má uživatel k dispozici odkaz na jeden PDF dokument, jehož obsahem je řešení derivací všech zadaných funkcí. Řešení první a druhé derivace funkcí v druhém příkladu je dostupné pod zadáním druhého příkladu také ve formě odkazu na jediný PDF dokument. Video, zveřejněné v pravém sloupci řeší první a druhou derivaci jedné funkce.

3.2.4 Integrál

Dalším z okruhů matematické analýzy vyučovaným v 1. ročníku bakalářské matematiky je integrální počet. Teorie na stránce odkazu „Integrál“ stručně popisuje druhy integrálu včetně jejich symbolických zápisů, postupy při výpočtu a využití integrálu při vyšetřování funkce. Do teorie jsou také zahrnuty základní vzorce. Vertikální menu je rozšířeno o odkazy:

- Druhy integrálu,
- Základní vzorce,
- Základní postup,
- Per Partes,
- Substituce,
- Parciální zlomky.

V pravém sloupci je zveřejněno 11 integrálů se zadáním: *Vypočtěte.*

- | | | |
|--|---|--|
| 1. $\int \frac{x^2}{6} - x^5 dx,$ | 4. $\int \ln x dx,$ | 8. $\int x \cdot \operatorname{arctg} x dx,$ |
| 2. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin 2x}{\cos x} dx,$ | 5. $\int \sin(\pi - x) dx,$ | 9. $\int \frac{2x+1}{x^3+2x^2} dx,$ |
| 3. $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx,$ | 6. $\int e^x \cdot \cos x dx,$ | 10. $\int \sqrt{5x-2} dx,$ |
| | 7. $\int \frac{3x}{(x^2+x+1)(x-1)} dx,$ | 11. $\int \frac{x^2+1}{x^3-x} dx.$ |

Uživatel, podle vlastního uvážení, vybere metodu, kterou využije pro výpočet integrálu. Pod zadáním příkladů jsou zveřejněny odkazy s řešením v PDF ve tvaru „Řešení v PDF – číslo příkladu“, které jsou seřazeny pod sebe do tří sloupců obdobně jako integrály v zadání. Výuková videa vztahující se k jednotlivým metodám výpočtu integrálu lze nalézt pod zadáním příkladů. Každé metodě je věnováno jedno video s postupem výpočtu jednoho příkladu, tudíž mají uživatelé k dispozici čtyři výuková videa.

3.2.5 Průběh funkce

Posledním okruhem a jakýmsi souhrnem předchozích okruhů je průběh funkce neboli vyšetření funkce. Vertikální menu odkazu „Průběh funkce“ je rozšířeno o odkazy:

- Definiční obor funkce,
- Obor hodnot funkce,
- Průsečíky s osami,
- Sudost a lichost funkce,
- Monotonie funkce,
- Extrémy funkce,
- Inflexní body,
- Konvexnost, konkávnost.

Z výše zmíněných rozšiřujících odkazů je jistě zřejmé, čemu se jednotlivé části zveřejněné teorie věnují. Obsahem textu odkazů je nejen vysvětlení pojmu, ale také například značení a vzorce pro výpočet. U některých částí je zveřejněný i krátký příklad pro lepší představu uživatele.

V pravém sloupci: Jsou dány dvě funkce:

$$f: f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2},$$

$$g: g(x) = x + \ln x.$$

Určete:

- a) definiční obor funkce, sudost, lichost funkce, limity v krajních bodech D_f ,
- b) 1. derivaci, maximální intervaly monotonie, lokální extrémy,
- c) 2. derivaci, maximální intervaly konkávnosti, resp. konvexnosti, inflexní body,
- d) načrtněte graf.

Řešení jednotlivých funkcí lze nalézt pod zadáním příkladu ve formě odkazů „Řešení v PDF – f“, „Řešení v PDF – g“.

Závěr

Zadáním této bakalářské práce jsem byla velmi nadšená, a to především kvůli možnosti zapojení své kreativity. Až při samotném zpracovávání výukových materiálů a webových stránek jsem si uvědomila, že tato práce bude vyžadovat velkou dávku trpělivosti, času a péle. I toto zjištění mě utvrzuje o tom, že pro mne byla tato zkušenost velkým přínosem. Nejen, že jsem se naučila novým věcem, ale zjistila jsem, co mě baví, zajímá a čemu bych se chtěla věnovat.

Při vypracovávání první kapitoly, s čímž souviselo procházení jednotlivých cizích i českých výukových serverů a čtení několika článků zaměřujících se na využití výukových videí při vyučování, jsem byla překvapená značným rozdílem v množství výukových serverů s výukovými videi dostupných v České republice a v cizích zemích. (viz ČR vs. svět). Snad i kvůli tomu, jsem taková videa vytvořila a tím přispěla k tomu, aby dostupnost výukových videí na českém webu alespoň o malé množství stoupla.

Vzhledem k úsilí a času věnovanému tvorbě výukového serveru Matematikasivou.cz je v mém vlastním zájmu stránky stále aktualizovat, rozvíjet a zlepšovat. Ačkoliv je v tuto chvíli výukový server zaměřen na dvě matematická témata, mým záměrem je postupem času oba tyto okruhy rozšířit o další témata a přidat těmto dvěma okruhům ještě geometrii. Vzhledem ke zveřejnění mého emailu na stránkách očekávám připomínky návštěvníků, jimiž se budu zabírat a následně řešit.

Závěrem této práce bych chtěla výukovému serveru Matematikasivou.cz popřát spokojené návštěvníky, kteří díky zveřejněným materiálům pozvednou úroveň svých matematických znalostí a zpříjemní tak hodiny matematiky nejen sobě, ale také vyučujícím.

Seznam literatury

- [1] *Khanova škola* [online]. 2014 [cit. 2015-06-25]. Dostupné z WWW: <<https://www.khanovaskola.cz>>
- [2] 10 great sources of educational video to support digital learning. In: *Mediacore* [online]. 2014 [cit. 2015-04-06]. Dostupné z WWW: <<http://www.mediacore.com/blog/10-great-sources-of-educational-video-to-support-digital-learning>>
- [3] *Vím proč* [online]. 2014 [cit. 2015-02-27]. Dostupné z WWW: <<https://vimproc.cz>>
- [4] Vyzkoušejte si výuku budoucnosti s projektem iTEC!. *eTwinning* [online]. 2013 [cit. 2015-02-27]. Dostupné z WWW: <http://www.etwinning.cz/itec_vyzva/>
- [5] Škola budoucnosti. Česká televize [online]. 2012 [cit. 2015-04-02]. Dostupné z WWW: <<http://www.ceskatelevize.cz/porady/10121359557-port/783-skola-budoucnosti/>>
- [6] *Vedle překladů chce Khanova škola iniciovat i vznik původních českých výukových videí* [online]. 2013 [cit. 2015-02-27]. Dostupné z WWW: <<http://www.eduin.cz/clanky/vedle-prekladu-chce-khanova-skola-iniciovat-i-vznik-puvodnich-ceskych-vyukovych-videi/>>
- [7] Výběr ze zpráv, novinek a zajímavostí ve vzdělávání z anglicky psaných zdrojů k datu 27. ledna 2014. *Scio* [online]. 2014 [cit. 2015-02-27]. Dostupné z WWW: <https://www.scio.cz/o-vzdelavani/trendy-ve-vzdelavani/vyber_ze_zahranici_20140127.asp>
- [8] O YouTube. *YouTube* [online]. 2010 [cit. 2015-03-05]. Dostupné z WWW: <<https://youtube.com/yt/about/cs/>>
- [9] *Škola budoucnosti: interaktivita a žádání učitelé*. In: *VTM.cz* [online]. 2014 [cit. 2015-04-07]. Dostupné z WWW: <<http://vtm.e15.cz/aktuality/skola-budoucnosti-interaktivita-a-zadni-ucitele>>
- [10] *Matematika.cz* [online]. 2006 [cit. 2015-06-25]. Dostupné z WWW: <<http://matematika.cz/o-webu>>

- [11] *Aristoteles.cz* [online]. 2006 [cit. 2015-06-25]. Dostupné z WWW:
<<http://www.aristoteles.cz/index.php?pageid=onas>>
- [12] *e-MATEMATIKA.CZ* [online]. 2014 [cit. 2015-06-25]. Dostupné z WWW:
<<http://www.e-matematika.cz/vysoke-skoly/>>
- [13] *Khan Academy* [online]. 2014 [cit. 2015-06-25]. Dostupné z WWW:
<<https://www.khanacademy.org>>
- [14] *Cosmo Learning* [online]. 2014 [cit. 2015-06-25]. Dostupné z WWW:
<<https://www.khanacademy.org>>
- [15] *Ted-ed* [online]. 2014 [cit. 2015-06-25]. Dostupné z WWW:
<<https://www.khanacademy.org>>
- [16] *Neo K-12* [online]. 2014 [cit. 2015-06-25]. Dostupné z WWW:
<<https://www.khanacademy.org>>
- [17] *Priklady.eu* [online]. 2014 [cit. 2015-06-25]. Dostupné z WWW:
<<https://www.priklady.eu>>

Seznam obrázků

Obr. 1: Ukázky miniaplikací pro rychlé vyhledávání	2
Obr. 2: Ukázka vzhledu animovaného výukového videa [1]	3
Obr. 3: Nabídka matematických témat na serveru Khan Academy [13]	7
Obr. 4: Úvodní stránka Khan Academy [13]	8
Obr. 5: Nabídka kreslených postaviček na výukovém serveru Khan Academy [13]	8
Obr. 6: Profil studenta na výukovém serveru Khan Academy [13]	9
Obr. 7: Zápis žáků do vytvořené třídy na serveru Khan Academy [13]	10
Obr. 8: Úvodní stránka výukového serveru Cosmo Learning [14]	11
Obr. 9: Ukázka nabídky kurzů na serveru Cosmo Learning [14]	12
Obr. 10: Úvodní stránka výukového serveru TED-Ed [15]	13
Obr. 11: Úvodní stránka výukového serveru YouTube EDU [18]	14
Obr. 12: Úvodní stránka výukového serveru Neo K-12 [16]	15
Obr. 13: Úvodní stránka serveru Aristoteles.cz [11]	16
Obr. 14: Ukázka webové stránky matematického okruhu na Arisoteles.cz [11]	17
Obr. 15: Úvodní stránka serveru Matematika.cz [10]	18
Obr. 16: Úvodní stránka serveru e-MATEMATIKA.CZ [12]	19
Obr. 17: Úvodní stránka serveru Prikklady.eu [17]	20
Obr. 18: Úvodní stránka výukového serveru Khanova škola [1]	21
Obr. 19: Výukový server Matematikasivou.cz	23
Obr. 20: Úvodní stránka výukového serveru Matematikasivou.cz	25
Obr. 21: Ukázka zápisu funkce v přehledu funkcí	38