



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Bakalářská práce

Slovní úlohy ze základů aritmetiky

Vypracovala: Barbora Malá
Vedoucí práce: RNDr. Libuše Samková, Ph.D.
České Budějovice 2015



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

University of South Bomemia in České Budějovice
Faculty of Education
Department of Mathematics

Bakalářská práce

Word problems on basic aritmetics

Author: Barbora Malá

Supervisor: RNDr. Libuše Samková, Ph.D.

České Budějovice 2015

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci na téma Slovní úlohy ze základu aritmetiky jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích 20. 4. 2015

.....

Podpis

Poděkování:

Chtěla bych touto cestou poděkovat paní RNDr. Libuši Samkové, Ph.D., která byla vedoucí mé bakalářské práce za její pomoc, cenné rady, připomínky a odborný dohled. Také za její laskavý a vlídný přístup. Dále bych chtěla poděkovat rodině, která mě vždy podporovala.

Anotace:

Tato bakalářská práce s názvem Slovní úlohy ze základů aritmetiky se zabývá učivem páté a šesté třídy základních škol. Hlavní důraz je zde kladen na správnou formulaci zadání úlohy, toho je docíleno ukázkou, jak drobné obměny v zadání mohou mít vliv na průběh řešení dané úlohy. Práce je dělena podle jednotlivých tematických celků, přičemž jednotlivé příklady jsou řazeny podle příslušných ročníků. Práce je od začátku stylizována tak, aby mohla samostatně fungovat jako učební pomůcka. Pro větší pochopení je zde doplnění o množství grafických znázornění a obrázků.

Abstract:

This bachelor thesis with the title Word tasks in arithmetic bases deals with the curriculum of the fifth and sixth grade of the primary schools. The main emphasis is put on the right exercise assignment which is achieved with the demonstration of the fact how small assignment modification can have influence on the solving of particular exercise. The thesis is divided according to particular thematic units and at the same time the exercise are ordered according to the relevant grade. The thesis stylization is composed from the beginning in the way that it can function as a teaching tool individually. There is an addition of many graphic illustration and pictures for better understanding in the thesis.

Obsah

Úvod.....	7
Číselné obory	8
1.1 Přirozená čísla.....	8
1.1.1 Sčítání a odčítání	8
1.1.2 Násobení	9
1.1.3 Dělení.....	9
1.2 Celá čísla.....	9
1.2.1 Sčítání a odčítání.....	10
1.2.2 Násobení	11
1.2.3 Dělení	12
1.3 Desetinná čísla	12
1.3.1 Sčítání a odčítání.....	13
1.3.2 Násobení	13
1.3.3 Dělení.....	14
1.4 Zlomky.....	15
1.4.1 Složení zlomku.....	15
1.4.2 Krácení.....	16
1.4.3 Sčítání a odčítání.....	16
1.4.4 Násobení	17
1.4.5 Dělení.....	17
1.4.6 Zlomky a desetinná čísla.....	17
1.4.7 Porovnávání zlomků	18
2 Slovní úlohy	19
2.1 Definice.....	19
2.2 Druhy slovních úloh.....	19
2.2.1 Jednoduché slovní úlohy.....	19

2.2.2	Složené slovní úlohy	23
2.3	Postup při řešení slovních úloh	26
2.3.1	Základní postup řešení slovních úloh.....	26
3	Příklady	28
3.1	5. třída	28
3.2	6. třída	50
4	Závěr	63
5	Seznam použité literatury.....	64

Úvod

S matematikou se setkáváme už od nepaměti v každodenním životě. Vždyť už staří Egypťané měli svou tabulku s čísly, pořádali trhy a směňovali zboží. Proto jsem se rozhodla zabývat ve své bakalářské práci slovními úlohami ze základů aritmetiky. Bakalářská práce je řazená do kapitol, v nichž se zaměřuji na číselné obory, slovní úlohy a správnou formulaci zadaných slovních úloh pro pátý a šestý ročník základních škol. Inspiraci čerpám z různých učebnic pro pátý a šestý ročník, které se ve většině škol stále používají k výuce, například učebnice od nakladatelství Nová škola a Alter. Rovněž vyhledávám slovní úlohy z učebnic, které jsou již vyřazeny z osnov, jako je například Sběrka úloh z matematiky pro pátý ročník základních škol Praha a také Sběrka úloh z matematiky pro šestý ročník základní školy od Státního pedagogického nakladatelství.

V těchto učebnicích se snažím najít takové slovní úlohy, které jsou nejednoznačně zadány nebo mají více řešení. K úlohám, které si žák může vyložit více způsoby, uvedu všechny postupy řešení, též v úlohách, které mají více řešení, doplňuji všechna tato řešení, pokud je to nezbytně nutné. Slovní úlohy jsou také doplněny o grafické znázornění, pokud je třeba.

V úvodu jsou připomenuty číselné obory a početní operace. Ve druhé kapitole objasňuji slovní úlohy, jejich definice, druhy a postupy řešení. V poslední kapitole uvádím soubor řešených slovních úloh, které mají více řešení nebo více možností interpretace zadání. Slovní úlohy jsou diferencovány podle ročníků.

Číselné obory

1.1 Přirozená čísla

Přirozená čísla slouží k vyjádření počtu prvků konečných neprázdných množin (počtu osob, zvířat, předmětů apod.) nebo pořadí prvků.[4]

Zobrazení přirozených čísel:[7]

Stamiliardy	Desetimiliard	Miliardy	stamilióny	desetimilióny	Milióny	statisíce	desetitisíce	tisíce	stovky	desítky	jednotky
									2	9	1
								1	5	2	6
					2	4	3	2	7	8	9
		5	0	2	3	5	7	6	1	2	0

10 jednotek nižšího řádu = 1 jednotka vyššího řádu

Například:

10 jednotek = 1 desítka

10 desítek = 1 stovka

10 stovek = 1 tisíc

10 tisíců = 1 desetitisíc

1.1.1 Sčítání a odčítání

Operace sčítání přirozených čísel vždy chápeme jako vnitřní operaci v množině všech přirozených čísel.[2]

U sčítání nám nezáleží na pořadí, to znamená, že můžeme napsat $4 + 5 = 9$ nebo $5 + 4 = 9$, výsledek bude vždy stejný.

$$\begin{array}{ccccccc} 4 & + & 5 & = & 9 \\ \text{sčítanec} & + & \text{sčítanec} & = & \text{součet} \end{array}$$

Operace odčítání je definováno jako inverzní neboli opačná operace k operaci sčítání.[2]

U odčítání nám naopak na pořadí záleží.

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & - & 4 & = & 1 \\ \text{menšenec} & - & \text{menšitel} & = & \text{rozdíl} \end{array}$$

1.1.2 Násobení

U násobení, tak jako u sčítání nám nezáleží na pořadí, nezáleží tedy na tom, zda napíšeme $6 \cdot 7$ nebo $7 \cdot 6$, výsledek bude vždy stejný.

$$\begin{array}{ccccccc} 6 & \cdot & 7 & = & 42 \\ \text{\textcolor{red}{činitel}} & \cdot & \text{\textcolor{red}{činitel}} & = & \text{\textcolor{red}{součin}} \end{array}$$

1.1.3 Dělení

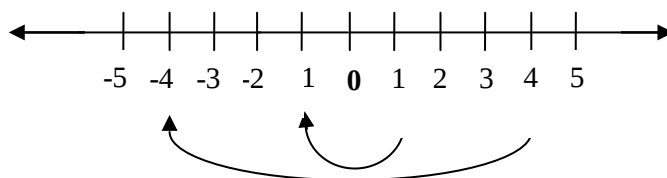
Dělení je inverzní neboli opačná operace k operaci násobení. U dělení, tak jako u odčítání nám na pořadí záleží. Výsledek se nám změní, pokud přehodíme pořadí.

$$\begin{array}{ccccccc} 10 & : & 5 & = & 2 \\ \text{\textcolor{red}{dělenec}} & : & \text{\textcolor{red}{dělitel}} & = & \text{\textcolor{red}{podíl}} \end{array}$$

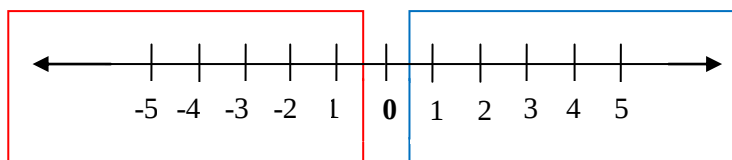
1.2 Celá čísla

Celá čísla se většinou učí v šesté třídě nebo na začátku sedmé třídy základní školy. Skládají se z přirozených celých čísel (1, 2, 3,...), nuly a také ze záporných celých čísel (-1, -2, -3,...).

K obrazu každého přirozeného čísla na číselné ose existuje obraz souměrný podle obrazu čísla nula. Ke každému přirozenému číslu přiřazujeme číslo opačné.[4]



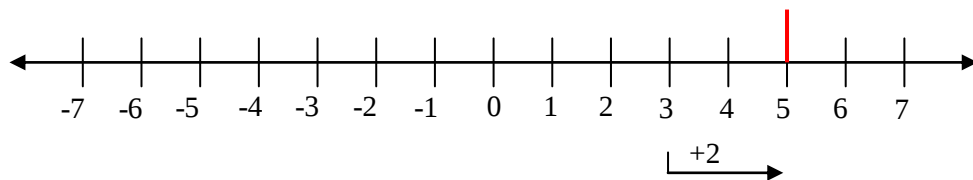
Čísla na číselné ose vpravo od nuly se nazývají **celá kladná čísla**, vlevo od nuly jsou **celá záporná čísla**. [4]



Celá čísla slouží k vyjádření změny počtu prvků a jejich porovnávání. Například změny stavu hladin řek, změny teplot vzduchu, změny výše konta v bance apod. [4]

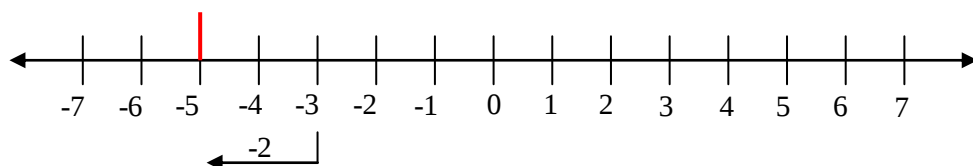
1.2.1 Sčítání a odčítání

1. Čísla, která mají stejná znaménka



$$+3 + 2 = 5$$

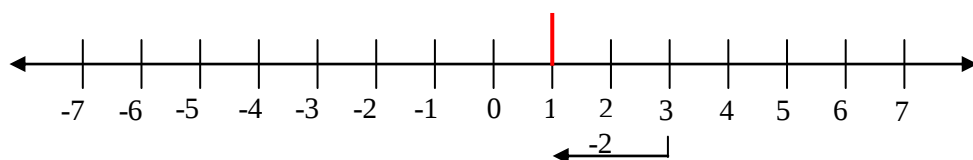
Je-li na začátku příkladu kladné číslo, znaménko + obvykle nepíšeme.



$$-3 - 2 = -5$$

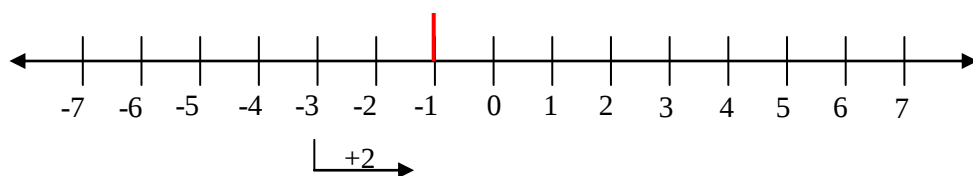
Mají-li dvě čísla stejná znaménka, určíme výsledek tím způsobem, že znaménko opíšeme a sečteme absolutní hodnoty čísel.

2. Čísla, která mají různá znaménka



$$+3 - 2 = +1$$

Je-li na začátku příkladu kladné číslo, znaménko + obvykle nepíšeme.



$$-3 + 2 = -1$$

Mají-li dvě čísla různá znaménka, určíme výsledek, že odečteme absolutní hodnoty čísel (od větší menší) a ve výsledku napíšeme znaménko, které je před číslem s větší absolutní hodnotou.[4]

1.2.2 Násobení

Podle [5]: Je-li na začátku příkladu či závorky kladné číslo, znaménko + obvykle nepíšeme.

- Násobíme-li dvě čísla kladná, výsledek je kladný.

$$+3 \cdot 2 = 6 \rightarrow 3 \cdot 2 = 6$$

- Násobíme-li číslo kladné a číslo záporné nezávisle na pořadí, je výsledek záporný.

$$+3 \cdot (-2) = -6$$

$$-3 \cdot (+2) = -6$$

- Násobíme-li dvě čísla záporná, výsledek je kladný.

$$-3 \cdot (-2) = 6$$

Stejná znaménka „dávají“ + (plus).

Opačná znaménka „dávají“ – (mínus).

$$- \cdot - = +$$

$$+ \cdot + = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

Pomůcka: Taky si můžete spočítat čárky, plus má dvě čárky a mínus jednu. Vyjde-li vám číslo liché, je výsledek záporný. A naopak, vyjde-li vám číslo sudé, je výsledek kladný.

1.2.3 Dělení

Podle [6]: Je-li na začátku příkladu či závorky kladné číslo, znaménko + obvykle nepíšeme.

Dělíme- li dvě čísla, která jsou kladná, výsledek je kladný.

$$+6 : 2 = 3 \rightarrow 6 : 2 = 3$$

Dělíme-li číslo kladné a číslo záporné, nezávisle na pořadí, je výsledek záporný.

$$+6 : (-2) = -3$$

$$-6 : (+2) = -3$$

Dělíme-li dvě čísla záporná, výsledek je kladný.

$$-6 : (-2) = 3$$

Stejná znaménka „dávají“ + (plus).

Opačná znaménka „dávají“ – (mínus).

$$- : - = +$$

$$+ : + = +$$

$$+ : - = -$$

$$- : + = -$$

1.3 Desetinná čísla

Podle [9]: Desetinná čísla se na základních školách objevují v osnovách ve druhé polovině páté třídy, anebo na začátku šesté třídy. Skládají se z celé části, desetinné čárky, desetin, setin, tisícín atd. Zapisujeme je pomocí číslic oddělených desetinnou čárkou.

desetinná čárka

1 5 , 7 5 1 6 2

celá část desetiny
setiny
tisíciny
desetitísíciny
stotisíciny

1.3.1 Sčítání a odčítání

Desetinná čísla sčítáme či odečítáme podobně jako čísla přirozená. Napíšeme si je pod sebe tak, aby desetinné čárky byly přesně pod sebou, a sečteme či odečteme je, jako kdybychom sčítali či odečítali čísla přirozená. Číslice sčítáme či odčítáme stejného řádu, dále sčítáme či odčítáme desetiny s desetinami atd. Desetinné čárky napíšeme do výsledku tak, aby všechny byly pod sebou.

Co ale sčítání či odečítání čísel $12,35 + 535,8$ či $713,55 - 433,8$?

Ty si můžeme napsat pod sebe, ovšem musíme doplnit na stejný počet desetinných míst. Pak je to takto:

$$\begin{array}{r} 12,35 \\ + 535,80 \\ \hline 548,15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 713,55 \\ - 433,80 \\ \hline 279,75 \end{array}$$

1.3.2 Násobení

Když násobíme desetinná čísla deseti, stem, tisícem atd., posouvá se desetinná čárka vždy o jedno, dvě, tři atd. místa vpravo.

$$456,87 \cdot 10 = 4568,7$$


Desetinná čísla násobíme přirozeným číslem tak, že čísla vynásobíme, jako by tam žádné desetinné čárky nebyly. A ve výsledku oddělíme tolik desetinných míst, kolik jich má desetinné číslo!

$$92,87 \cdot 7 = ??$$

$$9\ 265 \cdot 7 = 64\ 855 \quad \text{a dvě desetinná místa oddělíme!}$$

$$92,65 \cdot 7 = 648,55$$

Když násobíme dvě desetinná čísla, násobíme je bez desetinných čárek. A pak ve výsledku oddělíme tolik desetinných míst, kolik desetinných míst mají činitelé dohromady.

$$22,8 \cdot 8,12 = ??$$

$$228 \cdot 812 = 185\ 136 \quad \text{a tři desetinná místa oddělíme!}$$

$$22,8 \cdot 8,12 = 185,136$$

1.3.3 Dělení

Když dělíme desetinná čísla deseti, stem, tisícem atd., posouvá se desetinná čárka vždy o jedno, dvě, tři atd. místa vlevo.

$$564,78 : 10 = 56,478$$



$$1,5 : 1000 = 0,0015 \quad (\text{Můžeme doplnit tolik nul, kolik potřebujeme})$$

Desetinná čísla dělíme přirozeným číslem tak, že nejdříve vydělíme celky. Jakmile se při dělení dostaneme za desetinou čárku, napíšeme jí do podílu!

$$3,15 : 5 = 0$$

vydělili jsme celky a pokračujeme za desetinnou

$$3,15 : 5 = 0,63$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15} \\ 15 \\ \hline \end{array}$$

Pokud máme dělit dvě desetinná čísla, musíme se zbavit desetinné čárky v děliteli. Obě čísla proto vynásobíme číslem 10, 100, 1000, ... a to podle počtu desetinných míst v děliteli.

$$150,4 : 1,5 = \quad \text{odhad – dělíme celky – 33 a něco.}$$

$$504 : 15 = 33 \quad \text{musíme napsat desetinnou čárku, protože jsme sepsali poslední}$$

$$\begin{array}{r} 54 \overline{) 54} \\ 54 \\ \hline \end{array}$$

$$504 : 15 = 33,6 \quad (\text{zbytek 0})$$

$$\begin{array}{r} 54 \overline{) 54} \\ 54 \\ \hline \end{array}$$

$$90$$

připíšeme nulu, protože zápis čísla můžeme doplnit na 50,40000...

Zlomky

podle [11]: Zlomky se většinou začínají vyučovat na konci páté třídy základní školy.

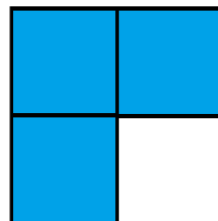
1.4.1 Složení zlomku

Zlomek se skládá ze tří částí:

- 1) *Čítec – vyjadřuje počet dílů*
- 2) *Zlomková čára*
- 3) *Jmenovatel – vyjadřuje na kolik dílů je celek rozdělen*

$$\begin{array}{rcl} & \nearrow \text{čítatel} & \\ 3 & & \\ \hline & \rightarrow \text{zlomková čára} & \\ 4 & \searrow \text{jmenovatel} & \end{array}$$

Znázornění:



Vysvětlení:

Čtverec je rozdělen na 4 stejné díly.

Jeden díl = jedna čtvrtina čtverce

Tři (stejně) díly ze čtyř (stejných) dílů také jinak tři čtvrtiny.

Pozor na zlomek typu:

$\frac{6}{0}$ Takový zlomek nemá smysl, neboť jmenovatel nesmí být nula. (Jmenovatel vyjadřuje celkový počet dílů, na které je celek rozdělen, a rozdělit celek na nula dílů je nesmysl!)

Zlomek dále rozlišujeme:

- 1) *Pravý zlomek – čítec je menší než jmenovatel*

$$\frac{5}{9}$$

- 2) *Nepravý zlomek – čítec je větší než jmenovatel*

$$\frac{7}{3}$$

V základním tvaru – v čitateli a jmenovateli jsou nesoudělná čísla

1.4.2 Krácení

Hodnota zlomku se nezmění, pokud čitatele i jmenovatele zlomku vydělíme stejným číslem různým od nuly.

$$\begin{array}{c} \overleftarrow{:4} \overrightarrow{} \\ \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \\ \overleftarrow{:4} \overrightarrow{} \end{array}$$

Zlomku, který už nelze krátit žádným jiným číslem, než číslem jedna říkáme, že je zlomek v základním tvaru.

1.4.3 Sčítání a odčítání

Sčítání či odčítání zlomků znamená hledání celkového množství daného několika částmi celků či celých celků.

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = ?$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = ?$$

Nemají-li sčítané či odečítané zlomky stejné jmenovatele, tak postupujeme následujícím způsobem.

Postup při sčítání či odčítání zlomků:

Nejdříve určíme společného jmenovatele, to znamená číslo, které umístíme pod zlomkovou čáru obou zlomků. Toto číslo musí být násobkem jmenovatele prvního zlomku i jmenovatele druhého zlomku. Nejlépe je najít přímo nejmenší společný násobek obou jmenovatelů – nejmenšího společného jmenovatele.

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{}{20} + \frac{}{20} = \qquad \qquad \frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{}{20} - \frac{}{20} =$$

Dále se ptáme, čím jsme vynásobili jmenovatele prvního zlomku (číslo 4), abychom dostali společného jmenovatele (číslo 20). Násobili jsme číslem pět, a tudíž pětkou násobíme i čísel prvního zlomku (číslo 3). To samé uděláme i u druhého zlomku. Jmenovatele opíšeme a čísla v čitateli sečteme či odečteme.

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{23}{20} \qquad \frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{15}{20} - \frac{8}{20} = \frac{7}{20}$$

Obdobně jako u příkladu dvou zlomků postupujeme i v případě sčítání či odečítání většího počtu zlomků.

1.4.4 Násobení

Při násobení zlomků postupujeme tak, že vynásobíme zvlášť čitatele s čitatelem a jmenovatele se jmenovatelem.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

1.4.5 Dělení

Dělení dvou zlomků odpovídá násobení prvního zlomku převráceným druhým zlomkem. První krok, který při dělení provedeme, je přepsání znaménka dělení na znaménko násobení a převrácení druhého zlomku.

$$\frac{4}{7} : \frac{2}{3} = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{7}$$

Nyní jako při násobení dvou zlomků zkoumáme soudělnost, tudíž možnost krácení, a pokud to jde, krátíme. Po zkrácení, či pokud krátit nelze vynásobíme čitatele s čitatelem a jmenovatele se jmenovatelem.

1.4.6 Zlomky a desetinná čísla

Zlomky i desetinná čísla slouží k vyjádření části celku. Ne každá část zlomku se dá vyjádřit (přesně, bez zaokrouhlení) pomocí desetinného čísla. Pomocí zlomku, však ano!



Vybarvenou část celku umíme již zapsat jak zlomkem, tak desetinným číslem.

Platí tedy, že:

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

Zlomková čára, je jiná forma zápisu dělení. Můžeme ji tedy nahradit znakem operace dělení.

$$\downarrow \frac{1}{2} = \overset{\longrightarrow}{1:2} = 0,5 \quad \begin{array}{l} \text{Zlomek převádíme na desetinné číslo tak, že čitatele dělíme} \\ \text{jmenovatelem.} \end{array}$$

Každý zlomek se dá zapsat jako dělení a po vydělení tedy jako desetinné číslo. Ale ne každé dělení však má ukončený desetinný rozvoj, tzn., že má nulový zbytek.

1.4.7 Porovnávání zlomků

Při porovnávání zlomků určujeme, který z nich vyjadřuje větší část celku, větší množství.

Jak zjistíme, který ze zlomků je větší, když mají rozdílného jmenovatele? Nejprve si zlomky převedeme na stejného jmenovatele. Zlomek, který po převedení na stejného jmenovatele má většího čitatele, ten je větší!

$$\frac{3}{8} ? \frac{4}{9} \longrightarrow \frac{27}{72} > \frac{24}{72}$$

Pokud máme dva zlomky se stejným nenulovým čitatelem je větší ten, který má menšího jmenovatele.

$$\frac{3}{2} > \frac{3}{4}$$

Při porovnávání zlomků mohou nastat tři možnosti:

1. První zlomek je větší než druhý.

$$\frac{3}{8} > \frac{4}{9}$$

2. První zlomek je menší než druhý.

$$\frac{5}{6} < \frac{8}{6}$$

3. První zlomek se rovná druhému.

$$\frac{2}{10} = \frac{5}{25}$$

Pokud je základní tvar stejný, vyjadřují zlomky stejnou část celku, tzn., rovnají se.

2 Slovní úlohy

2.1 Definice

Slovní úlohy ve své knize [2] definoval Divíšek takto: „*Slovní úlohou rozumíme obvykle úlohu z praxe, ve které je popsána určitá reálná situace, která vyúsťuje v problém. Předložený problém je možno řešit buď, v realitě nebo matematicky. Cílem učiva o slovních úlohách je naučit žáky řešit tyto úlohy matematicky. To ovšem předpokládá nejprve daný reálný problém umět formulovat jako aritmetickou nebo algebraickou úlohu a tu pak matematicky řešit.*“

Blažková v [1] definuje: „*Úlohy, v nichž je souvislost mezi danými a hledanými údaji vyjádřena formulací a v nichž je třeba na základě vhodného uvažování zjistit, jaké operace je třeba provést s danými údaji, abychom došli k údajům, které máme zjistit, nazýváme slovní úlohy.*“

Dále Melichar, Svoboda v [3] vyjádřili slovní úlohy jako: „*Početní úlohy, ve kterých je souvislost mezi danými a hledanými čísly vyjádřena slovní formulací a v nichž je třeba na základě vhodné úvahy zjistit, jaké početní výkony je třeba provést s danými čísly, abychom došli k číslům, které máme vypočítat.*“

Pozn.: Pokud bude úloha zadána například takto: „*Vynásob číslo 6 s číslem 8*“. Tak se nejedná o slovní úlohu, je v ní totiž udáno jaké početní výkony máme s danými čísly provést, i když je úloha formulována slovně.[3]

2.2 Druhy slovních úloh

2.2.1 Jednoduché slovní úlohy

Jednoduché slovní úlohy jsou takové slovní úlohy, k jejichž řešení stačí právě jeden početní výkon. Jejich typy jsou určeny dle početní operace sčítání, odčítání, násobení a dělení v množině přirozených čísel a nuly N_0 . Tyto typy popisuje Hruša [3]. Je důležité tyto typy znát, neboť vedou žáky 1. stupně základní školy metodickou řadou k lepšímu pochopení početní operace.

Divíšek v [2] uvádí, že jednoduché slovní úlohy se dají rozdělit celkem na čtyři druhy a to následovně:

a) *Aditivní úlohy 1. typu (A1) jsou úlohy řešené operací sčítání nebo odčítání, v nichž matematizace problému se opírá o sjednocení dvou disjunktních množin. Tyto úlohy snadno poznáme podle toho, že dvě z nich jsou disjunktní a třetí je jejich sjednocení.* ([2] str. 127, 128)

Příklad 1:

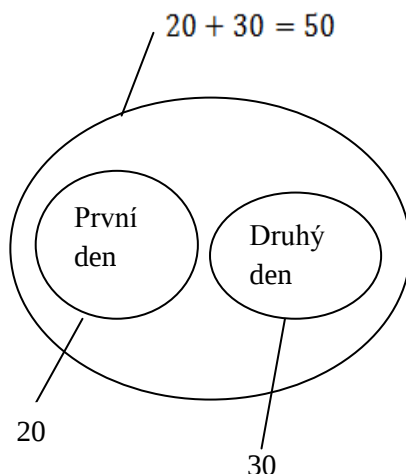
Na dětský tábor měly ve dvou dnech přijet děti.
První den přijelo 20 dětí a druhý den 30 dětí.
Kolik celkem přijelo dětí?

První den.....20 dětí

Druhý den.....30 dětí

Celkem.....? dětí

$$20 + 30 = 50$$



Celkem přijelo na dětský tábor 50 dětí.

Příklad 2:

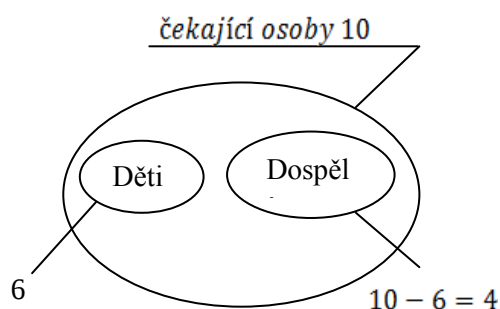
Před branami hradu čekalo 10 osob. Z těch deseti osob tam bylo 6 dětí. Kolik dospělých čekalo před branami hradu?

Osoby.....10

Dospělí.....6

Děti.....?

$$10 - 6 = 4$$



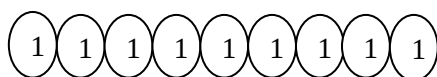
Před branami hradu čekaly 4 dospělé osoby.

b) *Aditivní úlohy 2. typu (A2) jsou úlohy řešené operací sčítání nebo odčítání, v nichž matematizace problému se opírá o zobrazení z množiny na množinu nebo o zobrazení množiny do množiny. Tyto úlohy také poznáme podle toho, že v nich lze eliminovat pouze dvě množiny disjunktní, jejichž kardinální čísla jsou vázána vztahem „o několik více“ nebo „o několik méně“.* ([2] str. 128, 129)

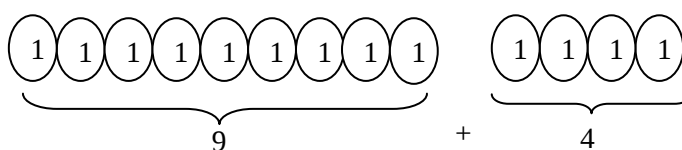
Příklad 3:

Marta má 9 Kč. Lenka má o 4 Kč více. Kolik korun má Lenka? Inspirace [2]

Marta:



Lenka:



Výpočet:

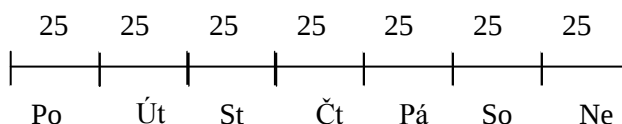
$$9 + 4 = 13$$

Lenka má 13Kč.

c) *Multiplikativní úlohy 1. typu (M1) jsou úlohy řešené operací násobení nebo dělení, v nichž matematizace problému se opírá o sjednocení několika stejně početních množin (disjunktních) nebo o kartézský součin dvou množin. Tyto úlohy jsou charakteristické tím, že všechny číselné údaje (dané i hledané) lze chápat jako kardinální čísla množin, o nichž se v úloze hovoří, i když jeden z nich pak můžeme při matematizaci chápat jako operátor.* ([2] str. 128, 132)

Příklad 4:

V uzenářství prodají denně asi 25 špekáčků. Kolik špekáčků prodají asi za týden, když mají otevřeno i v neděli?



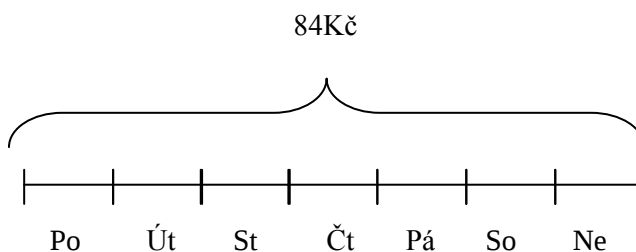
Výpočet:

$$25 \cdot 7 = 175$$

Za týden prodají asi 175 špekáčků.

Příklad 5:

Anička dostala od maminky na týden 84 Kč. Každý den v týdnu (pondělí až neděle) utratila stejnou částku. Kolik korun Anička utratila za jeden den?

**Výpočet:**

$$84 : 7 = 12$$

Za jeden den Anička utratila 12 Kč.

d) *Multiplikativní úlohy 2. typu (M2) jsou úlohy řešené operací násobení nebo dělení, v nichž matematizace problému se opírá o porovnávání množiny a jeho přirozeného násobku. Od předchozího typu M1 odlišují především tím, že jeden z údajů nelze dost dobře modelovat množinou reálných objektů, nelze ho chápat jako kardinální číslo, a proto ho chápeme jako operátor. Proto také u těchto úloh selhává znázornění pomocí kartézského součinu dvou množin. Údaje, které v těchto úlohách lze modelovat množinami, jsou vázány vztahem „několikrát více“ nebo „několikrát méně“. ([2] str. 128, 133)*

Příklad:

Martin dostal od babičky 3 bonbóny a Anička dostala 6 bonbónů. Kolikrát více bonbonů má Anička než Martin?

Martin3 bonbóny

Anička6 bonbónů

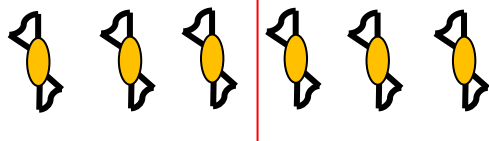
Anička má kolikrát více než _____



Martin:



Anička:



Výpočet:

$$6 : 3 = 2$$

Odpověď: Anička má dvakrát více bonbónů než Martin.

2.2.2 Složené slovní úlohy

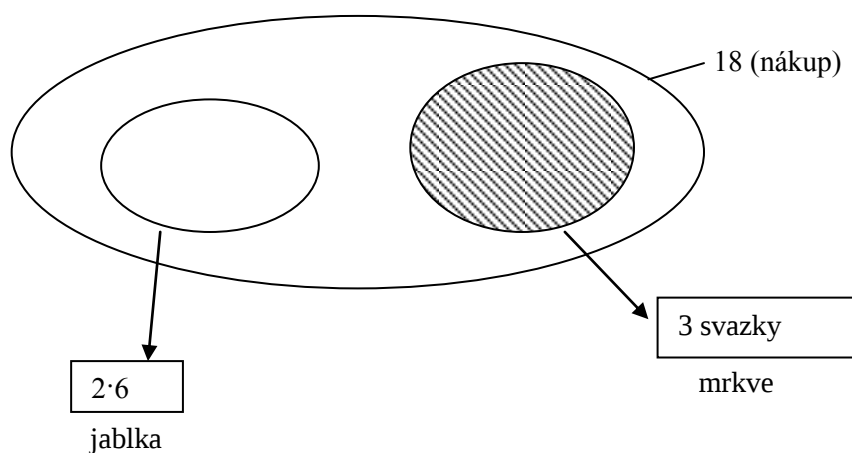
Za složenou úlohu obvykle považujeme takovou slovní úlohu, k jejímuž řešení žák potřebuje použít alespoň dvou početních výkonů. Již z názvu složená slovní úloha vyplývá, že je složena z několika dílčích jednoduchých slovních úloh, které je třeba vyřešit, abychom mohli odpovědět na otázku úlohy složené.

***Analytický** postup v řešení slovní úlohy znamená, že vyjdeme z otázky a sestavíme jednoduchou slovní úlohu, pomocí níž lze na otázku odpovědět. Přitom však aspoň jeden potřebný údaj k řešení této úlohy není znám. K určení tohoto údaje sestavíme další jednoduchou slovní úlohu, a tak pokračujeme, dokud všechny údaje ještě neznáme. Tvoření těchto obecných dílčích úloh s neznámými údaji je velice náročné a je nutné je cvičit na řadě příkladů typu „Co potřebuješ znát, aby mohl vypočítat...“.*

*Při **syntetickém** postupu vycházíme naopak z daných údajů a ze dvou z nich vhodně zvolených vypočteme v jednoduché slovní úloze další potřebný údaj. Z tohoto nového údaje a dalšího údaje z textu úlohy sestavíme pak další úlohu, a tak pokračujeme, dokud nezískáme údaj potřebný k odpovědi na otázku celé úlohy.([2], str. 137, 143)*

Příklad analytického postupu:

Ivan šel nakupovat. Koupil 2kg jablek po 6 Kčs a 3 svazky mrkve. Celý nákup stál 18 Kčs. Kolik stál 1 svazek mrkve?[2]



Výpočet:

1. dílčí úloha:

$$2 \cdot 6 = 12$$

Kolik stáli jablka?

Jablka stáli 12 Kčs.

2. dílčí úloha:

$$18 - 12 = 6$$

Kolik stál nákup bez jablek?

Nákup bez jablek stál 6 Kčs.

Hlavní úloha:

$$6 : 3 = 2$$

Kolik stál jeden svazek mrkve?

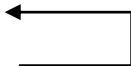
Hlavní odpověď: Jeden svazek mrkve stál 2 Kčs.

Příklad syntetického postupu:

V cukrářství mají ve výloze čokolády a lízátká. Čokolád je 5 a lízátek je o 3 více než čokolád. Kolik je ve výloze těchto cukrovinek?

Čokolád..... 5

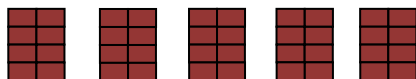
Lízátek o 3 více než



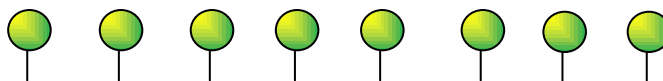
Všech těchto cukrovinek x

Dílčí úloha

Čokoláda:



Lízátká:



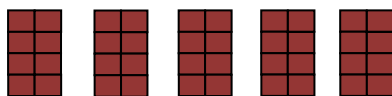
Výpočet dílčí úlohy:

$$5 + 3 = 8$$

V cukrářství ve výloze je 8 lízátek.

Hlavní úloha

Čokoláda:



Lízátká:



Výpočet hlavní úlohy:

$$x = 5 + (5 + 3)$$

$$x = 5 + 8$$

$$x = 13$$

Odpověď: Ve výloze je 13 cukrovinek.

2.3 **Postup při řešení slovních úloh**

2.3.1 **Základní postup řešení slovních úloh**

podle ([2])

- 1) *Rozbor úlohy*
- 2) *Matematizace problému úlohy*
- 3) *Řešení*
- 4) *Zkouška*
- 5) *Odpověď*
- 6) *Grafické znázornění*

Rozbor úlohy:

Spočívá v dokonalém pochopení textu nebo demonstrované situace, ujasněná si toho, co známe a toho co máme počítat. Pokud je situace popsána jen slovně, provádíme v průběhu rozboru i její znázornění. ([2], str. 125)

Matematizace problému úlohy

Je logickým vyústěním rozboru. Slovní úlohu vyjádříme pomocí matematické symboliky, tj. že text úlohy zapíšeme pomocí matematického výrazu. Proto si musíme co nejvhodněji označit údaje, které budeme počítat. Matematizace úlohy může být provedena i graficky. ([2], str. 125)

Řešení

Řešení úlohy bychom měli provádět po krocích. K jednotlivým krokům si zapsat krátké poznámky, jak jsme to v ten daný moment mysleli. Všechny pomocné výpočty jsou součástí řešení a proto je velice důležité je neškrtnat. Některé slovní úlohy mohou mít údaje, které jsou zadány fyzikálními veličinami. Při provádění výpočtu se jednotky nezapisují. Matematické zápisy se provádějí jen s čísly. Jednotky se vždy zapisují až v odpovědi. ([2], str. 125)

Zkouška

Ne každé nalezené číslo musí být výsledek řešení dané úlohy, i když je vypočítán správně. Zkouška, že číslo, které jsme našli je opravdu řešením dané úlohy, zjistíme tak, že zkontrolujeme výpočty, posoudíme reálnost a zjistíme, zda řešení odpovídá podmínkám slovní úlohy. Zkoušku obvykle provádíme dosazením do textu slovní úlohy. ([2], str. 125)

Odpověď

Odpověď nutí žáka konfrontovat výsledek s realitou a pomáhá vytvářet pocit odpovědnosti za správné vyřešení úlohy. Odpověď vždy zformulujeme podle zadání slovní úlohy.([2], str. 125)

Grafické znázornění

Obvykle doprovází rozbor slovní úlohy a pomáhá matematizovat problém úlohy, která je zadána jen slovně. Nahrazuje tak konkrétně reálnou situaci, je mnohem schematictější, znázornění by mělo být oporou při řešení a řešení by mělo z něho vycházet.([2], str. 125)

3 Příklady

Příklady, které se vyskytují v této kapitole, jsou řazeny podle ročníků. Jsou zde uvedeny příklady, které byly nejednoznačně zadány, či měli více řešení. Úlohy, které jsou, nejednoznačně zadány si žák může vyložit několika způsoby a všechny tyto způsoby jsou správné.

3.1 5. třída

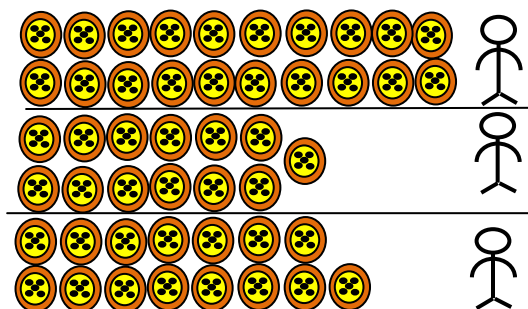
Příklad 1 [6, str. 16]:

Babička upekla pro své 3 vnuky 48 koláčů. Kolik jich dostane každý?

Úloha má více řešení, libovolné trojice čísel, jestliže součet je 48, celkem existuje 38 možností, jak tímto způsobem vyřešit úlohu, dále úlohu můžeme zpestřit například informací, že babička koláče spravedlivě rozdělila nebo udáním vztahu mezi jednotlivými počty.

1. **varianta:** (Žák si může zvolit tři různé číslice, ale jejich součet musí být 48)

Znázornění:



Výpočet:

$$20 + 13 + 15 = 48$$

Odpověď: První vnuk dostane 20 koláčů, druhý vnuk 13 koláčů a třetí vnuk dostane 15 koláčů.

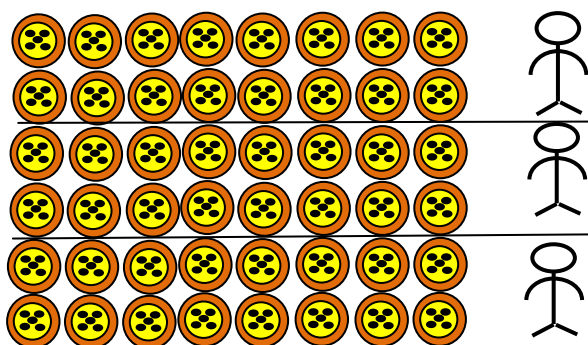
2. **varianta** (každý dostane stejný počet koláčů)

Upravené zadání: Babička upekla pro své 3 vnuky 48 koláčů a spravedlivě je rozdělila. Kolik jich každý dostal?

Zápis:

Tři vnuci
Každý ze tří vnuků dostane stejný počet koláčů.
Celkem48 koláčů

Znázornění:



Výpočet:

$$48 : 3 = 16$$

Odpověď: Každý vnuk dostal od babičky 16 koláčů.

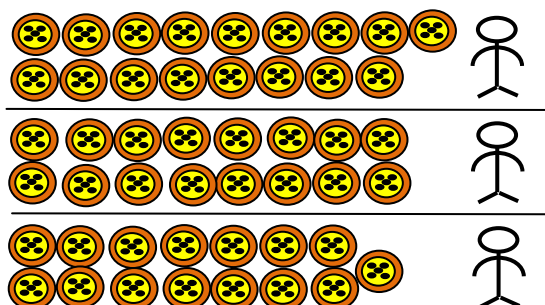
3. varianta: (každý dostane jiný počet koláčů, je dán vztah jednotlivými počty)

Babička upekla pro své 3 vnuky 48 koláčů. Kolik jich každý dostal, když první vnuk dostane 17 koláčů, druhý vnuk dostane o 1 koláč méně než první vnuk a třetí vnuk dostane zbytek koláčů?

Zápis:

Každý ze tří vnuků dostane jiný počet koláčů.
První vnuk dostane 17 koláčů
Druhý vnuk dostane o 1 koláč méně než první vnuk
Třetí vnuk dostanex koláčů

Znázornění:



Výpočet:

Druhý vnuk dostane o 1 koláč méně než první vnuk.

$$17 - 1 = 16$$

Odpověď: Druhý vnuk dostane 16 koláčů.

Třetí vnuk dostane zbytek koláčů.

Mezivýpočet: Kolik koláčů mají dohromady první a druhý vnuk?

$$17 + 16 = 33$$

Hlavní výpočet:

$$x = 48 - 33$$

$$x = 15$$

Třetí vnuk dostane 15 koláčů.

Hlavní odpověď: První vnuk dostane 17 koláčů, druhý vnuk 16 koláčů a třetí vnuk dostane 15 koláčů.

Příklad 2:

Zelinář má na poli 3 záhony mrkve. Na každém ze tří záhonů je 5 řad se 30 sazenicemi. Kolik mrkve celkem vypěstuje?

Úloha není jasně zadána. Nevím, jestli je celkem 30 sazenic nebo jestli je 5 řad po 30 sazenicích. Úloha má tedy dvě řešení.

1. možnost

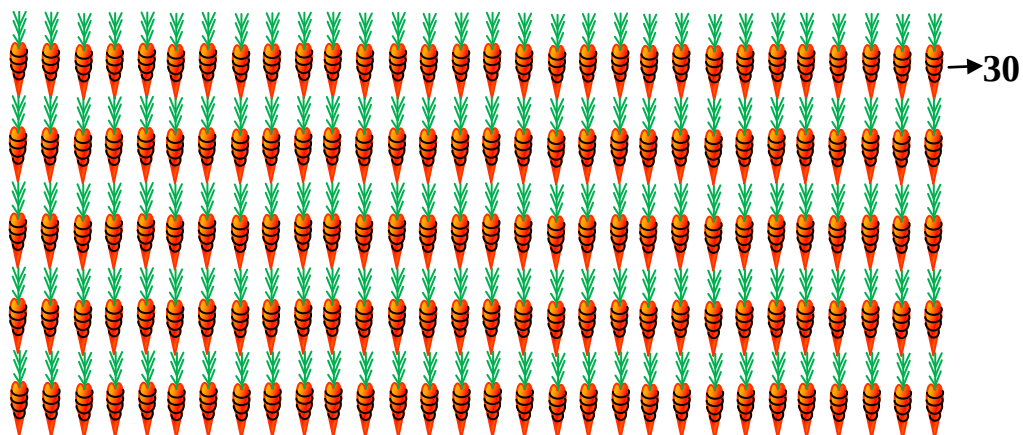
Upravené zadání: Zelinář má na poli 3 záhony sazenic mrkve. Na každém záhonu je 5 řad. V každé řadě je 30 sazenic. Kolik sazenic mrkve má souseď?

Zápis:

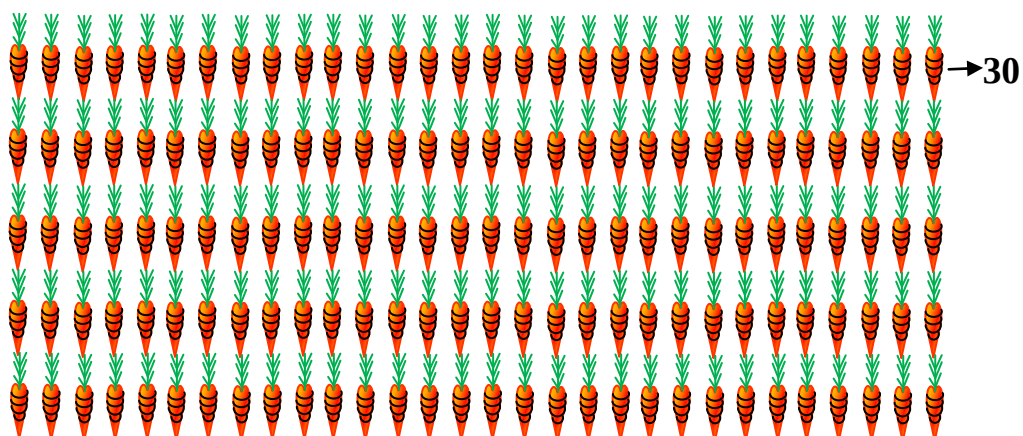
Záhony.....	3
Řady.....	5
V každé řadě 30 sazenic	
Celkem.....	x sazenic

Znázornění:

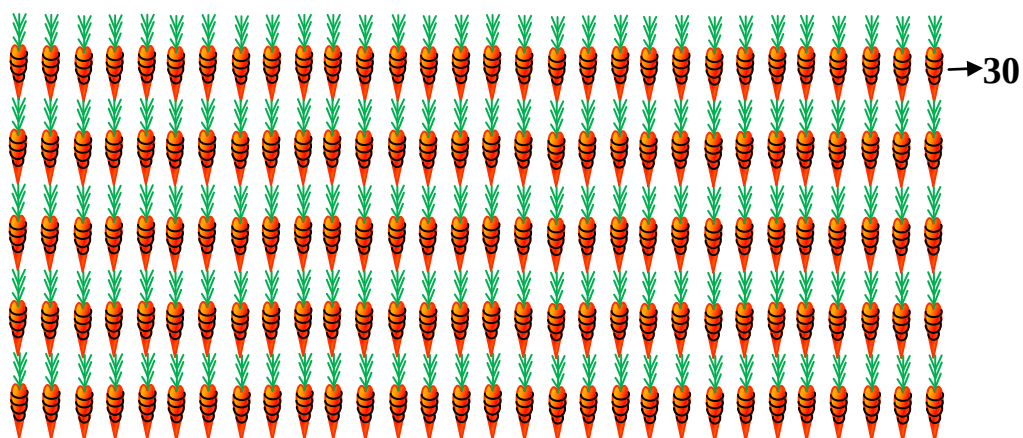
1. záhon



2. záhon



3. záhon



Výpočet:

Mezivýpočet: Kolik sazenic mrkve je na jednom záhonu.

$$30 \cdot 5 = 150$$

Na jednom záhonu je 150 sazenic mrkve.

Hlavní výpočet:

$$150 \cdot 3 = 450$$

Odpověď: Zelinář má celkem na poli 450 sazenic mrkve.

1. možnost

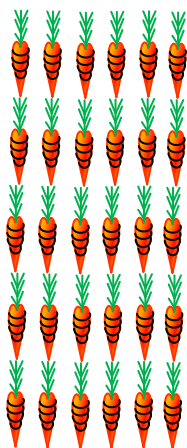
Zelinář má na poli 3 záhony sazenic mrkve. Na každém záhonu je celkem 30 sazenic v 5 řadách. Kolik sazenic mrkve má soused?

Zápis:

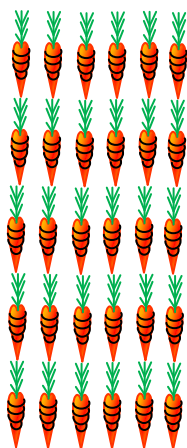
Záhony.....	3
Na jednom záhonu.....	30 sazenic
Celkem.....	x sazenic

Znázornění:

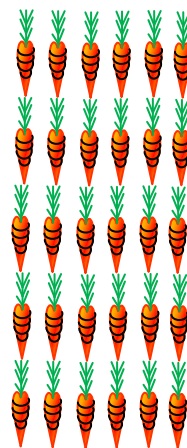
1. záhon



2. záhon



3. záhon



Výpočet:

$$30 \cdot 3 = 90$$

Odpověď: Zelinář má celkem na poli 90 sazenic mrkve.

Příklad 3 [8, str. 37;18] :

Kolik koní jste okoval? Ptá se Ondra kováře., „Měl jsem 59 podkov a zůstaly mi tři,“ odpověděl kovář.

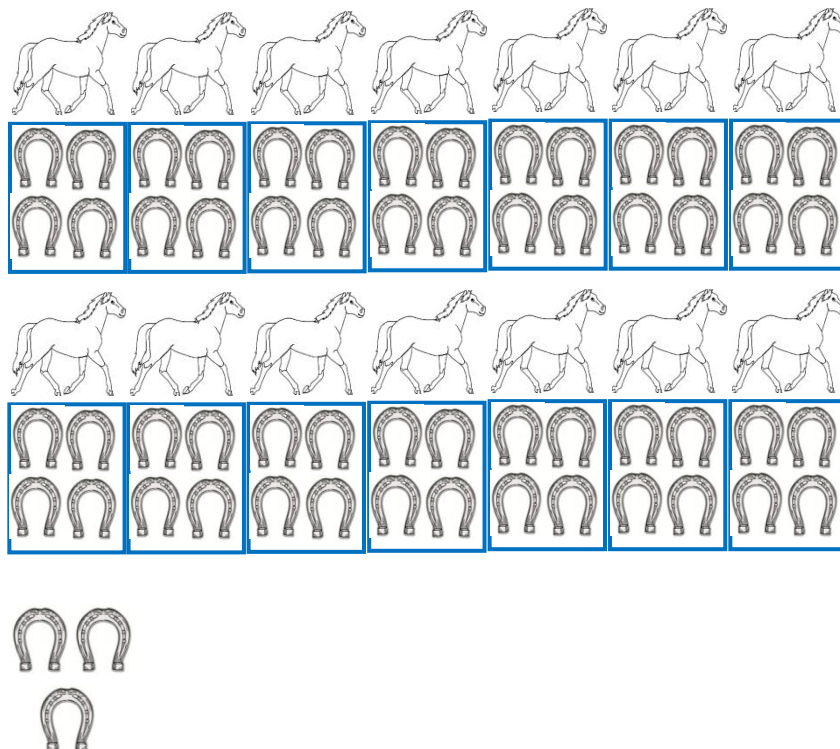
Úloha není jednoznačně zadaná, protože v zadání není řečeno, zda kovář měnil každému koni stejné množství podkov. Úloha má tedy mnoho řešení. Nyní spočteme varianty, v nichž kovář okove každému koni stejný počet podkov.

Upravené zadání:

První varianta:

Kolik koní jste okoval? Ptá se Ondra kováře. „Měl jsem 59 podkov a zůstaly mi tři,“ odpověděl kovář.(Kovář vyměnil každému koni všechny podkovy)

Znázornění:



Výpočet:

$$(59 - 3) : 4 =$$

$$56 : 4 = 14$$

Odpověď: Kovář celkem okoval 14 koní.

Druhá varianta:

Kolik koní jste okoval? Ptá se Ondra kováře. „Měl jsem 59 podkov a zůstaly mi tři,“ odpověděl kovář. (Kovář vyměnil každému koni pouze jednu podkovu)

Znázornění:



Výpočet:

$$59 - 3 = 56$$

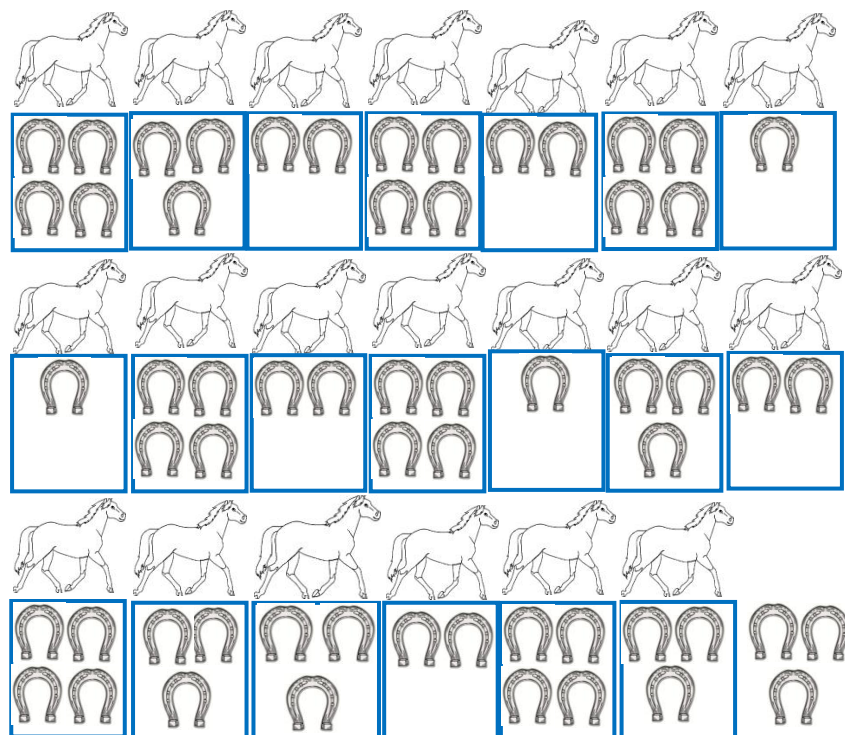
Odpověď: Kovář okoval celkem 56 koní.

Třetí varianta:

Zvolíme si, kolik koní budeme chtít okovat a to mezi 14 – 56 koňmi. Například okováme 20 koní.

Kolik koní jste okoval? Ptá se Ondra kováře. „Měl jsem 59 podkov a zůstaly mi tři,“ odpověděl kovář. (Počty vyměněných podkov byly různé)

Znázornění:



Výpočet: Sedmi koním vyměním všechny podkovy.

$$7 \cdot 4 = 28$$

Ještě mi jich zbývá:

$$56 - 28 = 28$$

Dalším pěti vyměním tři podkovy.

$$5 \cdot 3 = 15$$

Zbude mi podkov:

$$28 - 15 = 13$$

Dalším pěti vyměním dvě podkovy:

$$5 \cdot 2 = 10$$

Zbude mi podkov:

$$13 - 10 = 3$$

Posledním třem koním, vyměním po jedné podkově

Odpověď: Dvaceti koním jsme libovolně vyměnili 56 podkov.

Příklad 4 ([7, str. 37;13])

Školní penál ušije šička za 24 minut.

Kolik penálů ušije za 1 směnu (osmihodinovou)?

Ze zadání není jasné, zda jedna směna trvá osm hodin čisté práce, anebo je to včetně pauzy. Zaměstnanec má totiž půl hodiny ze zákona pauzu na oběd a odečítá se zaměstnanci z odpracované doby.

Upravené zadání: Školní penál ušije šička za 24 minut.

1. varianta: Kolik penálů ušije za 8 hodin čisté práce?

Zápis:

1 penál..... 24 minut
1 směna.....8 hodin
Celkověx penálů

Znázornění:



Výpočet:

Mezivýpočet:

Nejprve si převedeme 8 h na minuty tím, že 8 h vynásobíme 60.

$$8 \cdot 60 = 480$$

Hlavní výpočet:

$$480 : 24 = 20$$

Odpověď: Šička ušije za 8 hodin čisté práce 20 penálů.

2. varianta: Kolik penálů ušije za 8 hodin má-li v tomto čase započnou 0,5 hodinovou pauzu?

Zápis:

1 penál..... 24 minut

1 směna.....8 hodin včetně 0,5 hod pauzy

Celkověx penálů

Znázornění:



Výpočet:

Nejprve si spočteme, kolik pracovala šička čistých hodin. A poté si je převedeme na minuty.

$$8 - 0,5 = 7,5$$

$$7,5 \cdot 60 = 450$$

Hlavní výpočet: Kolik penálů ušila šička za 8 hodin má-li v tomto čase započtenou 0,5 hodinovou pauzu?

$$450 : 24 = 18,75$$

Odpověď: Šička ušila za 7,5 hodiny 18 penálů a jeden nedodělaný.

Příklad 5 ([6, str. 13])**Zadání:**

Na prohlídku zámku přišlo v červnu 2 425, v červenci 4 250 a v srpnu 5 370 lidí. Kolik lidí navštívilo zámek za tyto tři měsíce? Kolik zaplatili za vstupné, jestliže v červnu stál lístek 50 Kč, pak byl zdražen na dvojnásobek?

1. varianta: podle zadání

Zápis:

V červnu.....2 425 lidí	Lístek v červnu50 Kč
V červenci.....4 250 lidí	Lístek v červenci a srpnu
V srpnu.....5 370 lidí	zdražen na dvojnásobek
Kolik lidí navštívilo zámek?	Kolik zaplatili za vstupné?

Výpočet: Kolik lidí navštívilo zámek?

$$2\,425 + 4\,250 + 5\,370 = 12\,045$$

Kolik zaplatili za vstupné?

Červen:

$$2\,425 \cdot 50 = 121\,250$$

Červenec:

$$4\,250 \cdot 100 = 425\,000$$

Srpen:

$$5\,370 \cdot 100 = 537\,000$$

Celkem:

$$121\,250 + 425\,000 + 537\,000 = 1\,083\,250$$

Odpověď: Celkem zámek navštívilo 12 045 lidí a za vstupné zaplatili 1 083 250 Kč.

2. varianta:

Ve skutečnosti každý zámek umožňuje slevy pro děti, pro studenty, pro důchodce.

Pro větší přehlednost si tyto slevy přepíšeme do tabulky.

Upravené zadání: Na prohlídku zámku přišlo, v červnu 2 425 lidí z toho bylo 1200 dospělých, 300 rodin a 925 byli studenti, děti, důchodci a ZTP. V červenci navštívilo zámek, 4 250 lidí z toho bylo 2 125 dospělých, 300 dětí do 3 let, 1000 studentů, děti do 15 let, důchodci, ZTP a 825 rodin. A v srpnu navštívilo zámek, 5 370 lidí z toho bylo 370 ZTP, 500 studentů, 250 dětí do 15 let, 200 dětí do 3 let, 2000 rodin a 2050 dospělých. Kolik lidí navštívilo zámek za tyto tři měsíce? Kolik zaplatili za vstupné za tyto měsíce, jestliže v červnu stál běžný lístek 50 Kč a poté byl zdražen na dvojnásobek běžného lístku?

Věková kategorie	Červen	Červenec	Srpen
Děti 3-15 let, studenti, důchodci, ZTP	40 Kč	65 Kč	50 Kč
Rodiny (2 dospělí+2 děti)	150 Kč	250 Kč	200 Kč
Děti 0-3 roky	zdarma	zdarma	zdarma

Při takto zadáných úloh postupujeme, tak že si všechny údaje, které známe, přepíšeme do tabulky pro větší přehlednost.

Zápis:

	Běžný lístek	Děti do 15 let, studenti, důchodci, ZTP	Rodiny	Děti 0-3 roky
Červen	1200	925	300	0
Červenec	2125	1000	825	300
Srpen	2050	250+500+370=1120	2000	200

1. otázka

2. otázka

Červen..... 2 425 návštěvníků	Červen – lístek za 50 Kč
Červenec..... 4 250 návštěvníků	Červenec a srpen lístek zdražen na dvojnásobek
Srpen..... 5370 návštěvníků	
Celkem..... x návštěvníků	Celkem za vstupné..... x Kč

Výpočet:

$$\begin{array}{r} 2425 \\ 4250 \\ 5370 \\ \hline 12045 \end{array}$$

Odpověď: Celkově za tyto tři měsíce zámek navštívilo 12 045 návštěvníků.

Měsíc	Cena v Kč
červen	50
Červenec	$2 \cdot 50$
Srpen	$2 \cdot 50$

Výpočet:

Mezivýpočet 1:

$$50 \cdot 2 = 100$$

Meziodpověď: Cena lístku v měsících červenec a srpen činila 100 Kč.

Mezivýpočet 2: Zaplacené vstupné za červen

za běžný lístek

děti do 15 let, studenti, důchodci, ZTP

Rodiny

$$\begin{array}{r} 1200 \\ \cdot 50 \\ \hline 60000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 925 \\ \cdot 40 \\ \hline 37000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 300 \\ \cdot 150 \\ \hline 45000 \end{array}$$

Celkově za červen:

$$\begin{array}{r} 60\,000 \\ 37\,000 \\ 45\,000 \\ \hline 142\,000 \end{array}$$

Celkově návštěvníci za červen zaplatili 142 000 Kč.

Mezivýpočet 3: Zaplacené vstupné za červenec

za běžný lístek

Děti do 15let, studenti, důchodci, ZTP

Rodiny

$$\begin{array}{r} 2125 \\ \cdot 100 \\ \hline 212500 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1000 \\ \cdot 65 \\ \hline 65000 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 825 \\ \cdot 250 \\ \hline 206250 \end{array}$$

Celkově za červenec:

$$\begin{array}{r} 212500 \\ 65000 \\ 206250 \\ \hline 483750 \end{array}$$

Celkově návštěvníci za červenec zaplatili 483 750 Kč.

Mezivýpočet 4: Zaplacené vstupné za srpen

běžný lístek

děti do 15let, studenti, důchodci, ZTP

Rodiny

$$\begin{array}{r} 2050 \\ \cdot 100 \\ \hline 205000 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1120 \\ \cdot 50 \\ \hline 56000 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2000 \\ \cdot 200 \\ \hline 400000 \end{array}$$

Celkově za srpen:

$$\begin{array}{r} 205000 \\ 56000 \\ 400000 \\ \hline 661000 \end{array}$$

Celkově návštěvníci za srpen zaplatili 661 000 Kč.

Hlavní výpočet: Zaplacené vstupné celkem

$$\begin{array}{r} 142000 \\ 483750 \\ 661000 \\ \hline 1286750 \end{array}$$

Hlavní odpověď: Za vstupné celkem návštěvníci zaplatili 1 286 750 Kč.

Příklad 6 ([16, str. 16])

Zadání:

Kuřák vykouří denně 20 cigaret v ceně 14 Kčs. Vypočítejte, kolik korun tento návyk stojí a) za rok, b) za 5 let. Až tuto částku zjistíte, uvažujte, co zajímavého byste za ni mohli koupit.

a) Za rok

Rok má totiž buď 365 dní, anebo 366 dní. V úloze za b by mělo být zadáno, které roky se myslí.

Upravené zadání: Kuřák vykouří denně 20 cigaret v ceně 14 Kčs. Vypočítejte, kolik korun tento návyk stojí za rok, který má 365 dní.

Zápis:

Cena za 20 ks cigaret.... 14 Kčs
Cena celkem za rok..... x Kčs

Výpočet:

$$365 \cdot 14 = 5\,110 \text{ Kčs}$$

Odpověď: Za jeden rok kuřák utratí za cigarety 5 110 Kčs.

Pozn.: Pokud by v zadání byl zadán přestupný rok, částka by byla o 14 korun vyšší.

b) Za 5 let

Dnešní gregoriánský kalendář vkládá přestupný den v každý rok, který je dělitelný čtyřmi s výjimkou celých století, která nejsou dělitelná 400 [21]. Gregoriánský kalendář vyrovnává rozdíl přesněji vynecháním tří přestupných roků během každých 400 let [22]. Nejčastěji se v intervalu 5 let objevuje jeden přestupný rok.

1. varianta: 2 přestupné roky za 5 let

Opravené zadání: Kuřák vykouří denně 20 cigaret v ceně 14 Kčs. Vypočítejte, kolik korun tento návyk stojí za 5 let.

Zápis:

	365 dní	366 dní
Roky		2016
	2017	
	2018	
	2019	
		2020

Výpočet:

Mezivýpočet 1: 2 přestupné roky.

$$(366 \cdot 14) \cdot 2 = 10\,248$$

Za 2 přestupné roky kuřák utratí 10 248 Kčs.

Mezivýpočet 2: Ostatní roky.

$$(365 \cdot 14) \cdot 3 = 15\,372$$

Za ostatní roky kuřák utratí 15 372 Kčs.

Hlavní výpočet:

$$10\,248 + 15\,372 = 25\,620$$

Odpověď: Kuřák za pět let utratí za cigarety 25 620 Kčs.

2. varianta: 1 přestupný rok za 5 let

Zápis:

	365 dní	366 dní
Roky	2021	
	2022	
	2023	
		2024
	2025	

Výpočet:

Mezivýpočet 1: 1 přestupný rok.

$$366 \cdot 14 = 5\,124$$

Za 1 přestupný rok kuřák utratí 5 124 Kčs.

Mezivýpočet 2: Ostatní roky.

$$(365 \cdot 14) \cdot 4 = 20\,440$$

Za ostatní roky kuřák utratí 20 440 Kčs.

Hlavní výpočet:

$$5124 + 20440 = 25564$$

Odpověď: Kuřák za pět let utratí za cigarety 25 564 Kčs.

3. varianta: žádný přestupný rok

Zápis:

	365 dní	366 dní
Roky	2097	
	2098	
	2099	
	2100	
	2101	

Výpočet:

Hlavní výpočet:

$$(365 \cdot 14) \cdot 5 = 25550$$

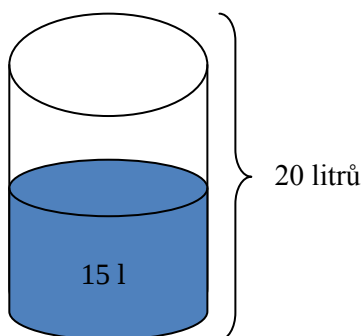
Odpověď: Kuřák za pět let utratí za cigarety 25 550 Kčs.

Příklad 7 ([17], str. 14)

Ve dvacetilitrové nádobě bylo 15 litrů vody. Kolik litrů v ní bude, když do ní nalijeme ještě 10 litrů vody?

Pozor tato slovní úloha je chyták. Žák si musí uvědomit, že více jak dvacet litrů vody se do nádoby nevejde, protože máme dvacetilitrovou nádobu. Učitel u této úlohy zjistí, zdali žák pozorně čte nebo jen opíše potřebné údaje, které jsou psané číslicemi.

Znázornění:



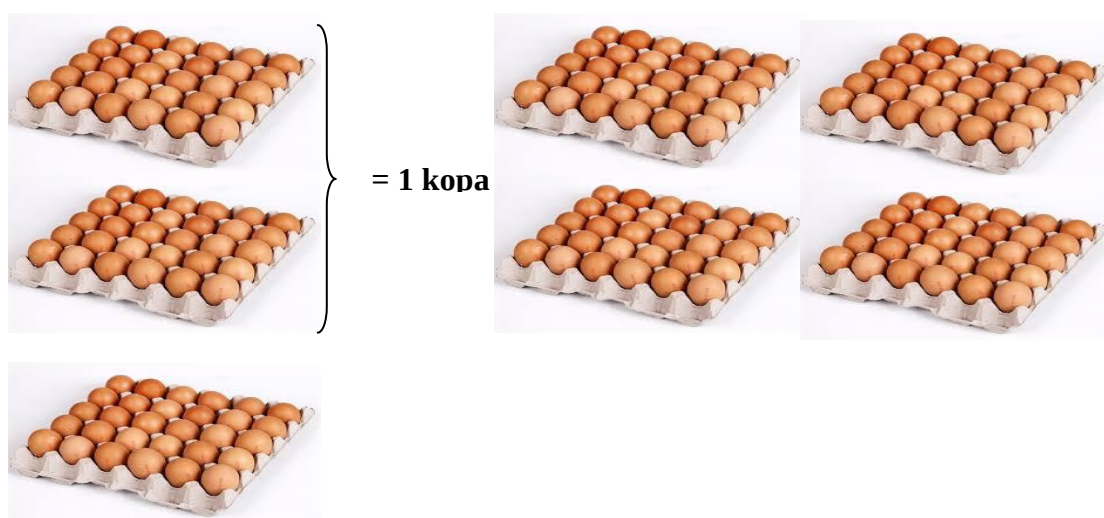
Odpověď: V nádobě bude 20 litrů vody.

Příklad 8 ([8],[23], str. 37)

„Kolik vajec máte na prodej?“ ptá se Ondra selky. „Tři a půl kopy, synku,“ odpověděla paní.

V zadání není řečeno, kolik má jedna kopa. A bez této informace, žák není schopen tuto slovní úlohu vypočítat.

Upravené zadání: „Kolik vajec máte na prodej?“ ptá se Ondra selky. „Tři a půl kopy, synku,“ odpověděla paní. (1 kopa = 60 kusů)

Znázornění:**Výpočet:**

Mezivýpočet: Kolik jsou tři kopy?

$$60 \cdot 3 = 180$$

Tři kopy je 180 vajec.

Kolik je půl kopy?

$$60 : 2 = 30$$

Půl kopy je 30 vajec.

Hlavní výpočet:

$$180 + 30 = 210$$

Odpověď: Tři a půl kopy je celkem 210 vajec.

Příklad 9

V řeznictví za týden prodali celkem 90 kg vepřového masa, 125 kg hovězího masa a 250 kg drůbežího masa. Kolik kg každého masa prodali za den?

V zadání není uvedeno, zda mají žáci počítat, že týden má 7 dní, 5 dní, anebo půl dne v sobotu. Na otázku kolik kg každého masa prodali za den nelze přesně odpovědět. K výpočtu bychom potřebovali přesné informace s počty kilogramů masa, které se v daný den prodali.

1. varianta:

Upravené zadání:

V řeznictví se za pět dní prodali celkem 90 kg vepřového masa, 125 kg hovězího masa a 250 kg drůbežího masa. Kolik kg každého masa prodali průměrně za den?

Zápis:

Za pět dní prodali.....90 kg vepřového masa
125 kg hovězího masa
250 kg drůbežího masa
Kolik kg každého masa prodali průměrně za den?

Výpočet:

1. Kolik kg vepřového masa prodali průměrně za den?

$$90 : 5 = 18$$

2. Kolik kg hovězího masa prodali průměrně za den?

$$125 : 5 = 25$$

3. Kolik kg drůbežího masa prodali průměrně za den?

$$250 : 5 = 50$$

Odpověď: Řeznictví průměrně prodalo za den 18 kg vepřového masa, 25 kg hovězího masa a 50 kg drůbežího masa.

2. varianta:

V řeznictví se za pět a půl dne prodali celkem 90 kg vepřového masa, 125 kg hovězího masa a 250 kg drůbežího masa. Kolik kg každého masa prodali průměrně za den?

Zápis:

Za pět a půl dne prodali.....90 kg vepřového masa
125 kg hovězího masa
250 kg drůbežího masa
Kolik kg každého masa prodali průměrně za den?

Výpočet:

1. Kolik kg vepřového masa prodali průměrně za den?

$$90 : 5,5 = 16,36$$

2. Kolik kg hovězího masa prodali průměrně za den?

$$125 : 5,5 = 22,72$$

3. Kolik kg drůbežího masa prodali průměrně za den?

$$250 : 5,5 = 45,45$$

Odpověď: Řeznictví průměrně prodalo za den 16,36 kg vepřového masa, 22,72 kg hovězího masa a 45,45 kg drůbežího masa.

3. varianta:

V řeznictví se za sedm dní prodali celkem 90 kg vepřového masa, 125 kg hovězího masa a 250 kg drůbežího masa. Kolik kg každého masa prodali průměrně za den?

Zápis:

Za sedm dní prodali.....90 kg vepřového masa
125 kg hovězího masa
250 kg drůbežího masa
Kolik kg každého masa prodali průměrně za den?

Výpočet:

1. Kolik kg vepřového masa prodali průměrně za den?

$$90 : 7 = 12,86$$

2. Kolik kg hovězího masa prodali průměrně za den?

$$125 : 7 = 17,86$$

3. Kolik kg drůbežího masa prodali průměrně za den?

$$250 : 7 = 35,71$$

Odpověď: Řeznictví průměrně prodalo za den 12,86 kg vepřového masa, 17,86 kg hovězího masa a 35,71 kg drůbežího masa.

3.2 6. třída

Příklad 1 ([15, str. 33])

Zadání:

Časopis stojí 26,50 Kč a vychází jednou měsíčně. Kolik bude stát jeho předplatné na půl roku?

1. koupený jednotlivě

Kolik se za časopis utratí za půl roku?

Zápis:

	Cena
1 Časopis	26,40 Kč
Časopis stojí na půl roku	x Kč

Výpočet:

$$\begin{array}{r} 26,40 \\ \cdot 6 \\ \hline 158,40 \end{array}$$

Odpověď: Celkem bychom utratili za časopis 158,40 Kč.

2. možnost.

Pokud si objednáme předplatné na půl roku, bývá to levnější varianta, než kdybychom si časopis kupovali jednotlivě po dobu 6 měsíců.

Upravené zadání: Časopis stojí 26,50 Kč a vychází jednou měsíčně. Předplatné na půl roku je zlevněno o jednu třetinu ceny z časopisu koupeného po dobu šesti měsíců. Kolik stojí předplatné a kolik stojí časopis kupovaný jednotlivě po dobu šesti měsíců?

Zápis:

	Cena
1 Časopis	26,40 Kč
Časopis kupovaný dobu šesti měsíců	x Kč
Půl roční předplatné	zlevněno o jednu třetinu

Výpočet 1. otázky: Časopis zakoupený jednotlivě po dobu 6 měsíců.

$$26,40 \cdot 6 = 158,40 \text{ Kč}$$

Odpověď: Časopis kupovaný jednotlivě po dobu 6 měsíců bude stát 158,40 Kč.

Výpočet 2. otázky: Cena předplatného na 6 měsíců

Mezivýpočet: Sleva na předplatném

$$158,40 \cdot \frac{1}{3} = 52,8$$

Hlavní výpočet:

$$158,40 - 52,8 = 105,6$$

Odpověď: Cena předplatného stojí 105,6 Kč.

3. možnost - poštovné

Časopis stojí 26,50 Kč a vychází jednou měsíčně. Předplatné na půl roku je zlevněno o jednu třetinu ceny z časopisu koupeného po dobu šesti měsíců. Kolik stojí předplatné, jestliže poštovné stojí 21 Kč a kolik stojí časopis kupovaný jednotlivě po dobu šesti měsíců?

Výpočet 1. otázky: Časopis zakoupený jednotlivě po dobu 6 měsíců.

$$26,40 \cdot 6 = 158,40 \text{ Kč}$$

Odpověď: Časopis kupovaný jednotlivě po dobu 6 měsíců bude stát 158,40 Kč.

Výpočet 2. otázky: Cena předplatného na 6 měsíců

Mezivýpočet: Sleva na předplatném

$$158,40 \cdot \frac{1}{3} = 52,8$$

Mezivýpočet: Poštovní za 6 měsíců

$$21 \cdot 6 = 126$$

Hlavní výpočet: Cena předplatného i s poštovným

$$158,40 - 52,8 = 105,6$$

$$105,6 + 126 = 231,6$$

Odpověď: Cena předplatného i s poštovným stojí 231,6 Kč.

Příklad 2 ([19] str. 62)

Zadání:

V mateřské škole je 45 dětí. Každé dítě vypije denně jednu pětinu litru mléka dopoledne a jednu osminu litru mléka odpoledne. Kolik mléka spotřebují denně v mateřské škole?

Počet dětí dopoledne i odpoledne nemusí být stejný.

A otázce by také mělo být, kolik mléka spotřebují děti denně v mateřské škole. Protože když vezmeme původní otázku, tak není zřejmé, jestli jenom spotřebují mléko děti, vychovatelky či jídelna.

1. varianta

Upravené zadání:

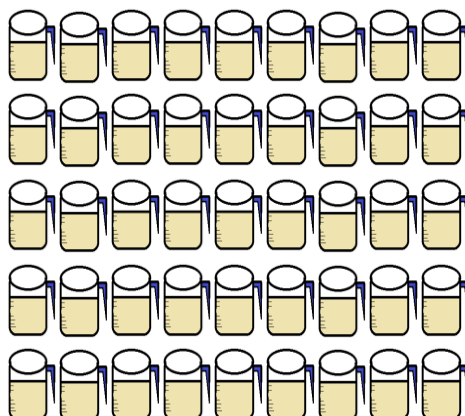
V mateřské škole je 45 dětí. Každé dítě vypije denně jednu pětinu litru mléka dopoledne a jednu osminu litru mléka odpoledne. Kolik mléka spotřebují děti za jeden den v mateřské škole? V mateřské škole jsou všechny děti jak dopoledne, tak odpoledne.

Zápis:

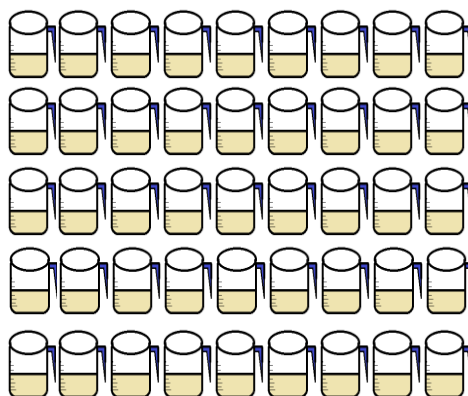
Celkem dětí.....	45
Mléko dopoledne/1 dítě.....	$\frac{1}{5}l$
Mléko odpoledne/1 dítě.....	$\frac{1}{8}l$
Kolik mléka spotřebují děti za den?	

Znázornění:

Dopoledne: $\frac{1}{5}l$



Odpoledne: $\frac{1}{8}l$



Výpočet:

Nejprve si spočítáme, kolik litrů vypije jedno dítě.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{8} = \frac{8 + 5}{40} = \frac{13}{40}$$

Jedno dítě vypije $\frac{13}{40}l$ mléka.

Hlavní výpočet:

$$45 \cdot \frac{13}{40} = \frac{585}{40} = \frac{117}{8} = 14,625$$

Odpověď: Děti denně spotřebují $14,625l$ mléka.

2. varianta

V mateřské škole je 45 dětí. Každé dítě vypije denně jednu pětinu litru mléka dopoledne a jednu osminu litru mléka odpoledne. Kolik mléka spotřebují děti za jeden den v mateřské škole? V mateřské škole je odpoledne průměrně jen 20 dětí.

Zápis:

Dopoledne dětí.....	45
Odpoledne dětí.....	20
Mléko dopoledne/1 dítě.....	$\frac{1}{5}l$
Mléko odpoledne/1 dítě.....	$\frac{1}{8}l$
Kolik mléka spotřebují děti za den?	

Výpočet:

Nejprve si spočítáme, kolik mléka děti spotřebují za dopoledne.

$$\frac{1}{5} \cdot 45 = \frac{45}{5} = 9$$

Děti za dopoledne spotřebují 9 litrů mléka.

Nyní si spočítáme, kolik mléka děti spotřebují za odpoledne.

$$\frac{1}{8} \cdot 20 = \frac{20}{8} = 2,5$$

Hlavní výpočet:

$$9 + 2,5 = 11,5$$

Děti denně spotřebují 11,5 l mléka.

Příklad 3 ([20], str. 73)

Zadání:

Při tělesné výchově cvičili žáci chvíli ve trojicích, ale jeden žák zbýval. Další cvičení prováděli žáci ve čtveřicích a zase jeden žák zbýval. Poslední cvičení prováděli žáci v pěticích a tentokrát žádný žák nezbyl. Kolik žáků se účastnilo tělesné výchovy?

Zápis:

Žáci cvičili: ve trojicích + jeden žák zbyl
ve čtveřicích + jeden žák zbyl
v pěticích, nikdo nezbyl

Výpočet:

Napišeme si násobky trojky, čtyřky a pětky:

3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33,36,39,42,45,48,51,54,57,60,63,66,69,72,75,78,81,84,87
4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80, 84, 88
5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95

Hledáme takové násobky čísla 3 a 4, ke kterému když přičteme, jedničku bude dělitelné pěti. Protože víme, že když se žáci rozdělili do pětic, tak nikdo nezbyl.

Jak vidíme, úloha má nekonečně mnoho řešení. Nyní si stanovíme kapacitu tělocvičny a tím omezíme další možnosti řešení.

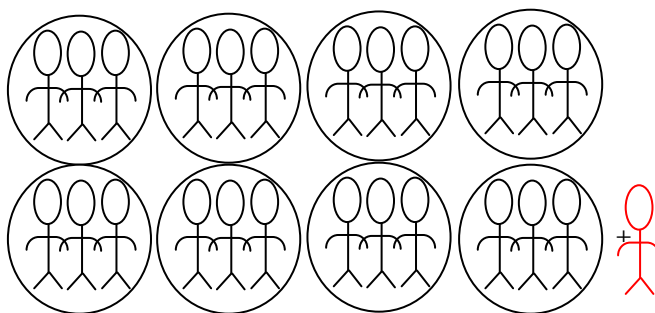
Upravené zadání: Při tělesné výchově cvičili žáci chvíli ve trojicích, ale jeden žák zbýval. Další cvičení prováděli žáci ve čtveřicích a zase jeden žák zbýval. Poslední cvičení prováděli žáci v pěticích a tentokrát žádný žák nezbyl. Kolik žáků se účastnilo tělesné výchovy? Kapacita tělocvičny je 40 žáků.

Zápis:

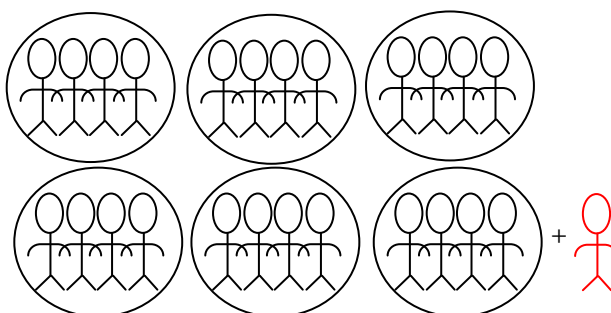
Žáci cvičili: ve trojicích + jeden žák zbyl
ve čtveřicích + jeden žák zbyl
v pěticích, nikdo nezbyl
Kapacita tělocvičny je 40 žáků

Znázornění:

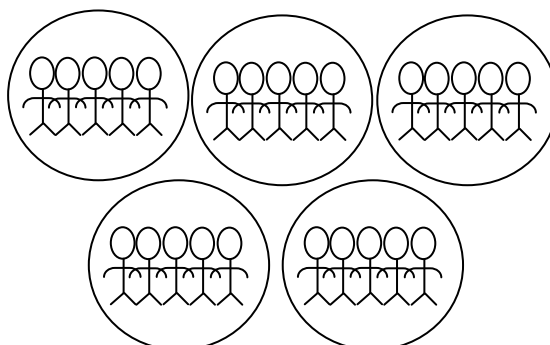
Cvičení ve trojicích:



Cvičení ve čtveřicích:



Cvičení v pěticích:



Výpočet:

Napišeme si násobky trojky, čtyřky a pětky:

3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33,36,39

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45

Odpověď: Tělesné výchovy se zúčastnilo 25 žáků.

Příklad 4

V třídě 7.A je 26 žáků, z toho polovina žáků navštěvuje kroužek volejbalu, 19 žáků navštěvuje plavecký oddíl. Kolik žáků navštěvuje oba kroužky?

V zadání je uvedeno, že většina žáků chodí na sportovní kroužek. Není však, zde řečeno, kolik žáků se nevěnuje žádnému sportovnímu kroužku.

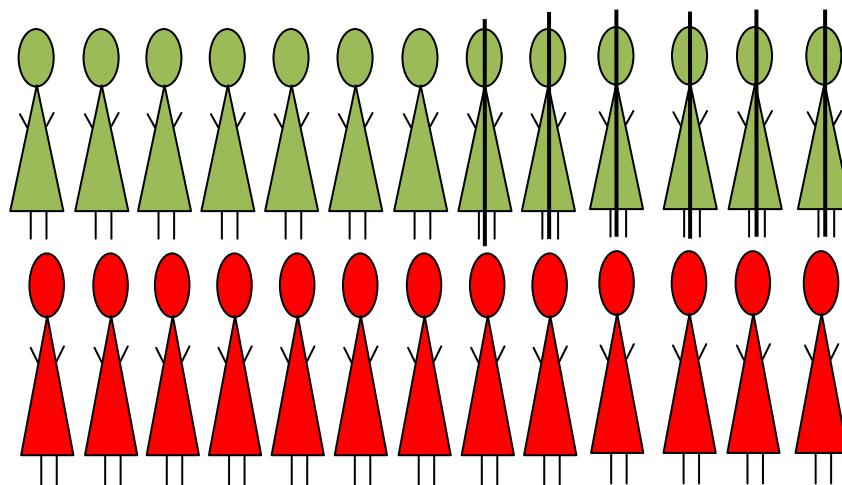
1. varianta**Upravené zadání:**

V třídě 7.A je 26 žáků, z toho polovina žáků navštěvuje kroužek volejbalu, 19 žáků navštěvuje plavecký oddíl. Kolik žáků navštěvuje oba kroužky, když víme, že všichni žáci chodí na nějaký sportovní kroužek?

Zápis:

Celkem.....	26 žáků
Volejbal.....	polovina žáků
Plavecký oddíl.....	19 žáků
Všichni žáci chodí na nějaký sportovní kroužek	
Kolik žáků navštěvuje oba kroužky?	

Znázornění:



Výpočet:

kroužek volejbal

$$26 \cdot \frac{1}{2} = 13$$

Víme, že 19 žáků chodí do plaveckého oddílu.

$$19 - 13 = 6$$

Odpověď: Oba kroužky navštěvuje 6 žáků.

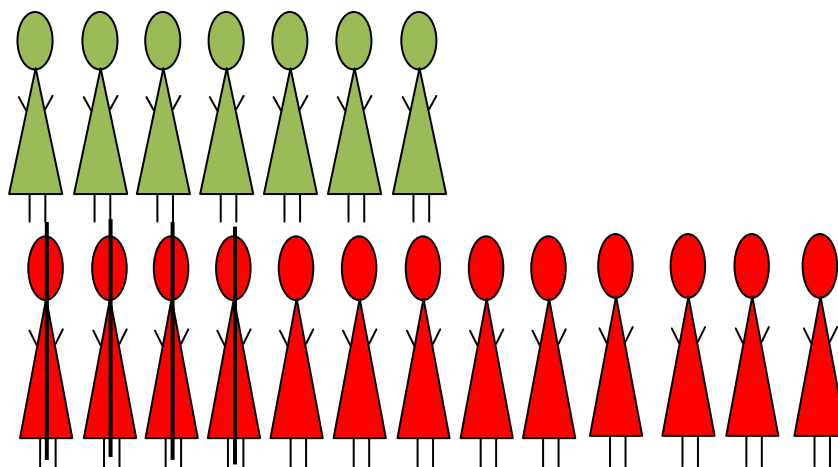
2. varianta

Upravené zadání : V třídě 7.A je 26 žáků, z toho polovina žáků navštěvuje kroužek volejbalu, 18 žáků navštěvuje plavecký oddíl a 6 žáků nenavštěvuje žádný sportovní kroužek. Kolik žáků navštěvuje oba kroužky?

Zápis:

Celkem.....	26 žáků
Volejbal.....	polovina žáků
Plavecký oddíl.....	18 žáků
žádný kroužek.....	6 žáků
Kolik žáků navštěvuje oba kroužky?	

Znázornění:



Výpočet:

$$26 - 6 = 20 \quad \text{žáci, kteří chodí na sportovní kroužek}$$

$$20 \cdot \frac{1}{2} = 10 \quad \text{žáci, kteří chodí na volejbal}$$

$$18 - 10 = 8 \quad \text{rozdíl zbylých žáků a žáků, kteří navštěvují plavecký oddíl}$$

Odpověď: Oba sportovní kroužky navštěvuje 8 žáků.

Příklad 5

Pan Malý pojede do Ameriky a potřebuje si v bance koupit 125 dolarů. Celkově za výměnu peněz zaplatí 1960. Jaký byl kurz dolaru?

V úloze není uvedeno, jestli pan Malý bude platit poplatek za výměnu peněz.

1. možnost – výměna peněz bez poplatku

Pan Malý pojede do Ameriky a potřebuje si v bance koupit 125 dolarů. Celkově za výměnu peněz zaplatí 1 960 Kč. Jaký byl kurz dolaru?

Zápis:

Za 100 dolarů zaplatí.....1 960Kč
Jaký byl kurz dolaru?

Výpočet:

$$1960 : 125 = 15,68$$

Odpověď: Kurz dolaru byl 15,68 Kč.

2. možnost – výměna peněz s poplatkem

Pan Malý pojede do Ameriky a potřebuje si v bance koupit 125 dolarů. Banka si účtuje poplatek 50 Kč. Za výměnu zaplatí 1960 Kč. Jaký byl kurz dolaru, jestliže celková částka obsahuje nákup 125 dolarů včetně poplatku?

Zápis:

Poplatek50 Kč
za 100 dolarů zaplatí.....1 960Kč
Jaký byl kurz dolaru?

Výpočet:

Mezivýpočet: Kolik zaplatí celkem i s poplatkem?

$$1960 - 50 = 1910$$

Hlavní výpočet:

$$1910 : 125 = 15,28$$

Odpověď: Kurz dolaru byl 15,28 Kč

Příklad 6

Maminka bude mít narozeniny a tak jí chce Anežka koupit kytici. V květinářství mají gerbery za 15,50 Kč a slunečnice za 23 Kč. Anežce má v peněžence 100 Kč. Kolik může od každého druhu koupit, jestliže chce celkem utratit 100 Kč?

Tato úloha je časově náročná, protože má několik možných řešení.

Zápis:

Gerbery za15,50 Kč
Slunečnice za23 Kč
Kolik může od každého druhu koupit, když chce Anežka celkem utratit 100 Kč?

Výpočet:

1. možnost

jedna gerbera za 15,50 Kč

$$100 - 15,50 = 84,5$$

84,5 není dělitelné 23 beze zbytku – nemá řešení

2. možnost

dvě gerbera za 15,50 Kč

$$100 - 31 = 69$$

69 je dělitelné 23

$$69 : 23 = 3$$

3. možnost

tři gerbera za 15,50 Kč

$$100 - 46,5 = 53,5$$

53,5 není dělitelné 23 beze zbytku – nemá řešení

4. možnost

čtyři gerbera za 15,50Kč

$$100 - 62 = 38$$

38 není dělitelné 23 beze zbytku – nemá řešení

Odpověď: Anežka aby utratila celkem 100Kč, tak může koupit dvě gerbera a tři slunečnice.

Upravené zadání:

Maminka bude mít narozeniny a tak jí chce Anežka koupit kytici. V květinářství mají gerbera za 15,50 Kč a slunečnice za 23 Kč. Anežce má v peněžence 100 Kč. Anežka koupí 3 gerbera a 2 slunečnice. Kolik korun celkem utratí a kolik jí v peněžence zbude?

Zápis:

3 gerbera po..... 15,50 Kč

2 slunečnice po..... 23 Kč

Kolik utratí celkem ?

Kolik jí v peněžence zbude?

Výpočet:

$$15,5 \cdot 3 = 46,5$$

$$23 \cdot 2 = 46$$

Kolik utratí celkem?

$$46,5 + 46 = 92,5$$

Kolik jí v peněženke zbude?

$$100 - 93 = 7$$

Odpověď: Anežka celkem utratí 93 Kč a zbude jí v peněženke 7 Kč.

Příklad 7

Na hokejový zápas se první den prodala polovina míst ke stání než třetí den, druhý den o čtvrtinu míst ke stání více než první den a třetí den 2000 míst. Na tribuně je celkem 6000 míst ke stání. Kolik míst je ještě k prodeji?

V zadání není uvedeno, zda místa, která se již prodala, jsou k sezení či stání.

Upravené zadání:

Na hokejový zápas se první den prodala polovina míst ke stání než třetí den, druhý den o čtvrtinu míst ke stání více než první den a třetí den 2000 míst ke stání. Na tribuně je celkem 6000 míst ke stání. Kolik míst je ještě v prodeji?

Zápis:

První den.....polovina míst než třetí den

Druhý deno čtvrtinu míst více než první den

Třetí den2000 míst ke stání

Celkem míst ke stání 6000

Výpočet:

Mezivýpočet 1: Kolik míst se prodalo první den?

$$2000 \cdot \frac{1}{2} = 1000$$

První den se prodalo 1000 míst.

Mezivýpočet 2: Kolik míst se prodalo druhý den?

$$1000 \cdot \frac{1}{4} = 250$$

$$1000 + 250 = 1250$$

Druhý den se prodalo 1250 míst.

Hlavní výpočet:

Kolik míst je ještě v prodeji?

$$6000 - (1000 + 1250 + 2000) = 1750$$

Odpověď: V prodeji je ještě 1750 míst.

4 Závěr

Ve své bakalářské práci jsem se zabývala slovními úlohami ze základů aritmetiky. Inspiraci jsem čerpala z učebnic pro pátý a šestý ročník základních škol. Pracovala jsem s učebnicemi, které se stále k výuce používají, ale také s těmi, které jsou z osnov základních škol již vyřazené. V těchto učebnicích jsem vyhledala takové slovní úlohy, které byly nejednoznačně zadány či vedly k více řešením. Vypracovala jsem některá jejich řešení, která by mohla nastat.

K těmto úlohám jsem uvedla původní znění včetně důvodu úpravy, upravené zadání a grafické znázornění pokud to bylo nezbytně nutné.

5 Seznam použité literatury

- [1] BLAŽKOVÁ, R., a kol.: *Texty k didaktice matematiky pro studium učitelství 1.stupně základní školy*. Brno, Masarykova univerzita, 1996. ISBN 80-210-0468-1
- [2] DIVÍŠEK, J.: *Didaktika matematiky pro učitelství 1.stupně ZŠ*. Praha, SPN, 1989. ISBN 80-04-20433-3.
- [3] MELICHAR, Jan a Josef SVOBODA. *Slovní úlohy v učivu matematiky 1. Stupně základní školy: Poznámky k didaktice matematiky*. Katedra matematiky Pedagogické fakulty Univerzity J. E. Purkyně v Ústí nad Labem, 2002 k nalezení na http://pf.ujep.cz/files/KMA_poznamkydidamat07.pdf, citováno 12. 12. 2014.
- [4] MACHAŇ R.: Celá čísla sčítání-odčítání. Dostupné z Metodického portálu www.rvp.cz, ISSN: 1802-4785, financovaného z ESF a státního rozpočtu ČR. Provozováno Výzkumným ústavem pedagogickým v Praze. <http://dum.rvp.cz/materialy/cela-cisla-scitani-a-odcitani.html>, citováno 4. 3. 2015
- [5] MACHAŇ R.: Celá čísla násobení. Dostupné z Metodického portálu www.rvp.cz, ISSN: 1802-4785, financovaného z ESF a státního rozpočtu ČR. Provozováno Výzkumným ústavem pedagogickým v Praze. <http://dum.rvp.cz/materialy/cela-cisla-nasobeni.html>, citováno 4. 3. 2015
- [6] MACHAŇ R.: Celá čísla dělení. Dostupné z Metodického portálu www.rvp.cz, ISSN: 1802-4785, financovaného z ESF a státního rozpočtu ČR. Provozováno Výzkumným ústavem pedagogickým v Praze. <http://dum.rvp.cz/materialy/cela-cisla-deleni.html>, citováno 4. 3. 2015
- [7] JUSTOVÁ, J.: *Matematika pro 5. Ročník základních škol 1.díl*. Praha, ISBN 978-80-7245-212-5.
- [8] ROSECKÁ, Z., RŮŽIČKA, J.: *Uvažuj, odhaduj, počítej učebnice matematiky pro 5. ročník*. Nová škola Brno, ISBN 80-85607-36-0.
- [9] Binterová H., Fuchs, Tlustý P.: *Matematika 6 Aritmetika učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*. Nakladatelství Fraus, Plzeň 2007, ISBN 978-80-7238-654-3
- [10] <http://auto-samolepky.eu/news/samolepka-motorka-bike01>
- [11] MACHAŇ R.: Zlomky. Dostupné z Metodického portálu www.rvp.cz, ISSN: 1802-4785, financovaného z ESF a státního rozpočtu ČR. Provozováno Výzkumným ústavem pedagogickým v Praze. <http://dum.rvp.cz/materialy/zlomky-6-scitani.html>

<http://dum.rvp.cz/materialy/zlomky-7-nasobeni.html>

<http://dum.rvp.cz/materialy/zlomky-8-deleni.html>

<http://dum.rvp.cz/materialy/zlomky-5-porovnavani.html>

<http://dum.rvp.cz/materialy/zlomky-4-zlomky-a-smisena-cisla.html>

<http://dum.rvp.cz/materialy/zlomky-3-zlomky-a-smisena-cisla.html>

<http://dum.rvp.cz/materialy/zlomky-2-zlomky-a-smisena-cisla.html>

<http://dum.rvp.cz/materialy/zlomky-1-zlomky-a-smisena-cisla.html>

[15] http://www.zlate-mince.cz/CRO_10_Kc.htm

[16] JUSTOVÁ, J.: *Matematika pro 5. Ročník základních škol 3.díl.* Praha, ISBN 978-80-7245-136-4.

[17] ČESENĚK J., FLOREKOVÁ Š., FRANEK A., HRDINA Ľ, a KAVANOVÁ M.: *Sbírka úloh z matematiky pro 5. Ročník ZŠ.* Praha, ISBN 80-04-24408-4.

[18] <http://www.coloriage.tv/cheval-coloriage>

[19]] ČESENĚK J., FLOREKOVÁ Š., RNDr. FRANEK A., RNDr. HRDINA Ľ, CSc. a KAVANOVÁ M.: *Sbírka úloh z matematiky pro 6. Ročník ZŠ.* Praha, ISBN 80-04-25118-8.

[20] PŮLPÁN Z., ČIHÁK M.: *Matematika 6 pro základní školy.* Praha, ISBN 978-80-7235-364-4

[21] <http://www.rozhlas.cz/zpravy/veda/ zprava/1025117>

[22] <http://cs.wikipedia.org/wiki/Rok>