

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

Studijní obor: Finanční matematika

**SBÍRKA ÚLOH Z FINANČNÍ MATEMATIKY PRO
BAKALÁŘSKÉ STUDIUM**

Bakalářská práce

Vedoucí bakalářské práce:

RNDr. Vladimíra PETRÁŠKOVÁ

Katedra matematiky

Autor:

Jan ŠIMŮNEK

České Budějovice, duben 2006

Jméno a příjmení autora:	Jan Šimůnek
Název bakalářské práce:	Sbírka úloh z finanční matematiky pro bakalářské studium
Katedra:	Matematiky
Vedoucí bakalářské práce:	RNDr. Vladimíra Petrášková
Rok obhajoby:	2006

Anotace:

Cílem této bakalářské práce je sestavit sbírku úloh z finanční matematiky, která by svým rozsahem a obtížností dokázala pokrýt učivo bakalářského studia. Příklady se týkají jednoduchého a složeného úrokování, spoření, důchodů, směnek, dluhopisů a akcií.

Annotation:

The aim of this dissertation is to compile a collection of exercises in financial mathematics which would as far as the scope and difficulty is concerned cover the syllabus of Bachelor's Degree. The exercises deal with simple and composite interest, savings, pensions, bonds, debentures and shares.

Prohlášení

Prohlašuji, že bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně pod vedením paní RNDr. Vladimíry Petráškové a uvedl v seznamu literatury všechny použité literární a odborné zdroje.



V Českých Budějovicích dne 25. 04. 2006

Poděkování vedoucímu práce

Děkuji tímto RNDr. Vladimíře Petráškové za odborné vedení a pomoc při zpracování bakalářské práce.

Obsah

ÚVOD...	7
1. ÚROČENÍ JEDNODUCHÉ A SLOŽENÉ...	8
1.1 Jednoduché úročení...	12
1.2 Složené úročení...	15
1.2.1 Složené úročení polhůtní...	15
1.2.2 Kombinace jednoduchého a složeného úročení - smíšené úročení...	16
1.2.3 Výpočet doby splatnosti...	19
1.2.4 Současná hodnota při složeném úročení...	19
1.2.5 Výpočet výnosnosti (úrokové sazby)...	22
1.2.6 Výpočet úroku...	22
1.2.7 Efektivní úroková sazba...	22
1.2.8 Úroková intenzita – spojitě úročení...	23
1.2.9 Hrubý a čistý výnos...	25
2. SPOŘENÍ...	26
2.1 Spoření krátkodobé...	28
2.1.1 Spoření krátkodobé předlůtní...	28
2.1.2 Spoření krátkodobé polhůtní...	28
2.2 Dlouhodobé spoření...	30
2.2.1 Spoření dlouhodobé předlůtní...	30
2.2.2 Spoření dlouhodobé polhůtní...	31
2.3 Kombinace krátkodobého a dlouhodobého spoření...	32
2.3.1 Kombinace krátkodobého a dlouhodobého spoření při spoření předlůtním...	32
2.3.2 Kombinace krátkodobého a dlouhodobého spoření při spoření polhůtním...	33
2.4 Stavební spoření...	34
3. DŮCHODY (JAKO PRAVIDELNÉ PLATBY Z INVESTICE)...	36
3.1 Důchod bezprostřední...	37
3.1.1 Důchod bezprostřední polhůtní...	37

3.1.2 Důchod bezprostřední předlhůtní... ..	39
3.2 Důchod odložený... ..	41
3.2.1 Důchod odložený polhůtní... ..	41
3.2.2 Důchod odložený předlhůtní... ..	43
3.3 Důchod věčný... ..	43
3.3.1 Důchod věčný polhůtní... ..	43
3.3.2 Věčný důchod předlhůtní... ..	44
4. SMĚNKY... ..	46
4.1 Diskont a eskontní úvěr... ..	47
4.2 Eskont směnek na základě střední doby splatnosti... ..	50
4.3 Depozitní směňky... ..	52
5. DLUHOPISY... ..	54
5.1 Cena dluhopisu... ..	57
5.2 Rendita a běžná výnosnost... ..	59
5.3 Realizovaná výnosnost... ..	61
5.4 Durace... ..	62
6. AKCIE... ..	65
6.1 Operace s akciemi... ..	67
SOUHRN VZORCŮ Z FINANČNÍ MATEMATIKY... ..	74
ZÁVĚR... ..	89
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY... ..	90

1. Úročení jednoduché a složené

Použité vzorce a značení:

Jednoduché úročení	
<i>Slovní vyjádření</i>	<i>vzorec</i>
Výpočet úroku	$u = \frac{PV \cdot p \cdot d}{100 \cdot 360}$
Výpočet úroku pomocí úrokové sazby	$u = PV \cdot i \cdot t$
Výpočet úroku pomocí úrokových čísel a úrokových dělitelů	$u = \frac{UC}{UD} = \frac{\frac{PV \cdot d}{100}}{\frac{360}{p}}$
Výpočet úroku součtovým vzorcem	$u = \frac{\sum_{j=1}^n UC_j}{UD}$
Konečný kapitál při jednoduchém polhútním úročení	$FV = PV \cdot (1 + i \cdot t)$
Konečný kapitál – modifikovaná rovnice	$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{p \cdot d}{100 \cdot 360}\right)$
Počáteční kapitál při jednoduchém polhútním úročení	$PV = \frac{FV}{1 + i \cdot t}$
Doba splatnosti při jednoduchém polhútním úročení	$t = \frac{FV - PV}{PV \cdot i}$
Obchodní diskont pro jednoduché polhútní úročení	$D_{ob} = FV \cdot i_D \cdot t$
Obchodní kapitál při jednoduchém polhútním úročení	$FV_{ob} = FV \cdot (1 - i_D \cdot t)$
Současná hodnota při jednoduchém polhútním úročení	$PV = \frac{FV}{1 + i_D \cdot t}$

Matematický diskont	$D_{mat} = PV \cdot i_D \cdot t$
Matematický diskont při jednoduchém polhůtním úročení	$D_{mat} = \frac{FV \cdot i_D \cdot t}{1 + i_D \cdot t}$
Matematický diskont pomocí obchodního diskontu	$D_{mat} = \frac{D_{ob}}{1 + i_D \cdot t}$
Konečný kapitál při jednoduchém předlhůtním úročení	$FV_t = PV \cdot \left(1 + \frac{I}{1 - I} \cdot t\right)$
Vztah mezi předlhůtní a polhůtní úrokovou sazbou	$I = \frac{i}{1 + i}$
Vztah mezi polhůtní a předlhůtní úrokovou sazbou	$i = \frac{I}{1 - I}$
Doba splatnosti při jednoduchém předlhůtním úročení	$t = \frac{FV - PV}{PV} \cdot \frac{1 - I}{I}$

Složené úročení	
<i>Slovní vyjádření</i>	<i>vzorec</i>
Základní rovnice při složeném polhůtním úročení Konečný kapitál, $t \in N$, úročení p.a.	$FV = PV \cdot (1 + i)^t$
Konečný kapitál, $t \in N$, úročení je m-krát za rok	$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{t \cdot m}$
Konečný kapitál, $t \notin N$, úročení p.a.	$FV = PV \cdot (1 + i)^n \cdot (1 + R \cdot i)$
Konečný kapitál, $t \notin N$, úročení je m-krát za rok	$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n_0 \cdot m} \cdot (1 + R \cdot i)$
Výpočet doby splatnosti pro $t \in N$, úročení p.a.	$t = \frac{\ln FV - \ln PV}{\ln(1 + i)}$
Výpočet zbytku doby splatnosti pro $t \notin N$, úročení p.a.	$R = \frac{\frac{FV}{PV} - (1 + i)^n}{i \cdot (1 + i)^n}$

Výpočet zbytku doby splatnosti pro $t \notin N$, úročení je m-krát za rok	$R = \frac{\frac{FV}{PV} - \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n_0}}{i \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n_0}}$
Výpočet současné hodnoty pro $t \in N$, úročení p.a.	$PV = \frac{FV}{(1+i)^t}$
Výpočet současné hodnoty pro $t \in N$, úročení je m-krát za rok	$PV = \frac{FV}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{t-m}}$
Výpočet současné hodnoty pro $t \notin N$, úročení p.a.	$PV = \frac{FV}{(1+i)^n \cdot (1+i \cdot R)}$
Výpočet současné hodnoty pro $t \notin N$, úročení je m-krát za rok	$PV = \frac{FV}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n_0} \cdot (1+i \cdot R)}$
Výpočet úrokové sazby pro $t \in N$, úročení p.a.	$i = \sqrt[t]{\frac{FV}{PV}} - 1$
Výpočet úrokové sazby pro $t \in N$, úročení je m-krát za rok	$i = m \cdot \left(\sqrt[t-m]{\frac{FV}{PV}} - 1 \right)$
Výpočet úrokové sazby pro $t \notin N$, úročení je m-krát za rok	$i = m \cdot \left(\sqrt[(n_0+R)m]{\frac{FV}{PV}} - 1 \right)$
Výpočet úroku pro $t \in N$, úročení p.a.	$u = PV \cdot \left[(1+i)^t - 1 \right]$
Výpočet úroku pro $t \in N$, úročení je m-krát za rok	$u = PV \cdot \left[\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{t-m} - 1 \right]$
Výpočet úroku pro $t \notin N$, úročení p.a.	$u = PV \cdot \left[(1+i)^n \cdot (1+R \cdot i) - 1 \right]$
Výpočet úroku pro $t \in N$, úročení je m-krát za rok	$u = PV \cdot \left[\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n_0} \cdot (1+R \cdot i) - 1 \right]$
Efektivní úroková sazba	$i_{\text{efekt}} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$
Úroková intenzita	$f = \ln(1 + i_{\text{efekt}})$
Konečný kapitál při spojitém úročení	$FV = PV \cdot e^f$

Počáteční kapitál při spojitém úročení	$PV = FV \cdot e^{-ft}$
Reálná výše kapitálu na konci úrokovacího období	$RV = PV \cdot \frac{1+i}{1+i_{inf}}$
Reálná úroková sazba	$i_r = \frac{RV}{PV} - 1$ nebo $i_r = \frac{i - i_{inf}}{1 + i_{inf}}$

u ... úrok v Kč

PV ... počáteční kapitál, peněžní částka v Kč

FV ... konečný kapitál, peněžní částka v Kč

RV ... reálná výše kapitálu, peněžní částka v Kč

p ... procentní sazba v procentech

d ... doba splatnosti kapitálu ve dnech

i ... úroková sazba (procentní sazba/100)

t ... doba splatnosti vyjádřená v letech

UC ... úrokové číslo

UD ... úrokový dělitel

D_{ob} ... obchodní diskont

D_{mat} ... matematický diskont

i_D ... diskontní sazba v setinách

I ... úroková sazba předlůžtní (anticipativní)

m ... počet úročení za rok

R ... číslo, udávající neukončené úrokovací období (část roku – je menší než 1)

i_{efekt} ... efektivní úroková sazba

e ... Eulerovo číslo

f ... úroková intenzita

i_r ... reálná úroková sazba v setinách

i_{inf} ... míra inflace

Příklady:

1.1 Jednoduché úročení

Řešený příklad: *Výpočet úroků podle různých standardů*

Vypočítejte velikost úroků pro vklady ve výši 100 000 Kč, uložené při úrokové sazbě 2% p.a. na dobu uvedenou v tabulce podle standardů ACT/365, ACT/360, 30E/360.

Vklad v Kč	Úroková sazba	Den vkladu	Den výběru
100 000	2%	15. 1. 2005	7. 9. 2005
100 000	2%	10. 1. 2005	3. 3. 2005
100 000	2%	15. 11. 2004	1. 3. 2005

Řešení:

Pro výpočet úroku použijeme vztah: $u = K \cdot i \cdot n$.

Dosadíme $K = 100\,000$, $i = 0,02$

Za n dosadíme hodnoty podle níže uvedené tabulky.

Datum		Počet dní		Doba uložení n jako zlomek roku			Úrok podle standardů		
vkladu	výběru	ACT	30E	ACT/360	ACT/365	30E/360	ACT/360	ACT/365	30E/360
15.1.2005	7.9.2005	235	232	0,653	0,644	0,644	1305,56	1287,67	1288,89
10.1.2005	3.3.2005	52	53	0,144	0,142	0,147	288,89	284,93	294,44
15.11.2004	1.3.2005	106	106	0,294	0,290	0,294	588,89	580,82	588,89

Př. 1.1.6: *Výpočet počáteční výše úvěru při jednoduchém úročení*

Jakou sumu se splatností čtyři měsíce si můžeme půjčit, máme-li možnost po této době použít na splacení úvěru a úroků 100 000 Kč? Úroková sazba činí 7% p.a..

[97 719 Kč]

Př. 1.1.7: *Rozhodování o investičních variantách pomocí metody časové hodnoty peněz*

Co je pro nás výhodnější při koupi daru: dát za něj nyní hotově 48 500 Kč, nebo zaplatit za rok 51 000 Kč? Uvedenou hotovost máme možnost investovat při úrokové míře 4,2% p.a..

[zaplatit ihned 48 500 Kč]

Př. 1.1.8: *Výnosnost pokladniční poukázky*

Dne 17. 2. 2005 se konala holandská aukce státních pokladničních poukázek o jmenovité hodnotě 1 000 000 Kč.

Den emise	Den splatnosti	Objem aukce	Požadováno	Emitent odkoupil	Průměrná cena (Kč)
18. 2. 2005	20. 5. 2005	8 mld. Kč	27,83 mld. Kč	10 mld. Kč	994 694,7

Jaká je roční výnosnost této pokladniční poukázky?

[2,11 %]

Př. 1.1.9: Kolik dní zbývá do splatnosti směnky znějící na částku 100 000 Kč, za kterou banka vyplatila 97 250 Kč při 5% p.a. (konvence ACT/360)?

[zbývá 66 dní]

Př. 1.1.10: Půjčili jste si peníze (1 700 Kč). Věřitel Vám nabídne 3 možnosti splacení:

a) za 11 měsíců 2 000 Kč

b) za 8 měsíců 1 900 Kč

c) za 2 měsíce 200 Kč a za 12 měsíců 1 800 Kč

Kterou možnost zvolíte, činí-li běžná úroková sazba 16% p.a.?

[Zvolíme variantu b)]

Př. 1.1.11: Za kolik dnů vzroste vklad 500 000 Kč na 505 000 Kč při úrokové sazbě 12% p.a. a použitém standardu ACT/360? Úroky podléhají srážkové dani 15%.

[35,29 dne]

1.2 Složené úročení

1.2.1 Složené úročení polhůtní

Řešený příklad: *Budoucí hodnota kapitálu při ročním připisování úroků*

Uložili jsme částku 120 000 Kč. Jaká bude výše kapitálu za tři roky při složeném úročení polhůtním, jestliže úrokové období je roční a úroková sazba činí 1,5% p.a.?

Řešení:

Jedná se o výpočet budoucí hodnoty kapitálu FV. Po dosazení $PV = 120\,000$, $i = 0,015$, $n = 3$ platí:

$$FV = PV \cdot (1+i)^n = 120000 \cdot (1,015)^3 = 125481,41$$

Stav kapitálu po třech letech bude 125 481,41 Kč.

Př. 1.2.1.1: Kolik naspořím za 6 let, pokud budu ukládat začátkem roku 12 000 Kč při úrokové míře 7% p.a. s ročním připisováním úroků, které daníme 15%?

[88 573 Kč]

Př. 1.2.1.2: *Budoucí hodnota kapitálu při pololetním připisování úroků*

Uložili jsme částku 120 000 Kč. Jaká bude konečná výše vkladu za tři roky při složeném úročení polhůtním, jestliže úrokové období je pololetní a úroková sazba činí 1,5% p.a.?

[125 502,27 Kč]

Př. 1.2.1.3: Budeme spořit každý čtvrtrok částku 3 000 Kč při $i = 7\%$ p.a. s pololetním připisováním úroků. Úroky jsou zdaněny 15%. Kolik naspořím za 8 let?

[121 600,76 Kč]

Př. 1.2.1.4: Jakou částku jsme museli mít na účtu k 1.1.1999, pokud chceme na konci roku 2004 disponovat částkou 750 000 Kč při $i = 10\%$ p.a. s ročním připisováním úroků, pokud ukládám koncem každého měsíce částku 3 000 Kč?

[259 379,88 Kč]

Př. 1.2.1.5: *Splatná částka dluhu*

Za pět let máme zaplatit částku 8 000 Kč. Je však možné dluh splácet i v průběhu dané doby. Využijeme této možnosti a 1 000 Kč zaplatíme ihned, 2 000 Kč za rok a zbytek až po uplynutí lhůty. Kolik bude činit tento zbytek při úrokové sazbě 8% p.a. a ročním připisování úroků?

[3 809,69 Kč]

1.2.2 Kombinace jednoduchého a složeného úročení - smíšené úročení

Řešený příklad: *Budoucí hodnota při smíšeném úročení a ročním úrokovém období*

Na kolik Kč vzroste vklad 150 000 Kč, uložený na tři roky a pět měsíců při úrokové sazbě 1,5% p.a.? Úroky jsou připisovány ročně a dále pak úročeny s vkladem.

Řešení:

Dosadíme: $PV = 150\,000$, $i = 0,015$, $n = 3 + 5/12 = 3,4166$

$$FV = PV \cdot (1+i)^n = 150000 \cdot 1,015^{3,4166} = 157827,82$$

Konečná výše zúročeného vkladu je 157 827,82 Kč

Př. 1.2.2.1: Jaký bude stav vkladu 3 000 Kč po 2 letech a 7 měsících při úročení 10% p.a. se čtvrtletním připisováním úroků?

[3872,26 Kč]

Př. 1.2.2.2: *Budoucí hodnota při smíšeném úročení a úrokovém období kratším než jeden rok*

Př. 1.2.2.3: Na kolik Kč vzroste vklad 150 000 Kč uložený tři roky a pět měsíců při 1,5% p.a. s:

- a) pololetním,
- b) čtvrtletním,
- c) měsíčním připisováním úroků?

[a) 157 858,32 Kč b) 157 873,01 Kč c) 157 882,85 Kč]

Př. 1.2.2.4: Jaký je celkový úrok termínovaného vkladu 100.000 Kč po

- a) 10 letech při úročení 2,5% p.a. a při připisování úroků p.q.
- b) 108 dnech při úroku 4% p.a.?

[a) 28 302,70 Kč b) 1200 Kč]

Př. 1.2.2.5: Klient si založil u bankovního ústavu dne 1. ledna účet. Účet je úročen 3 % p.a. Na účtu došlo k následujícím změnám v Kč:

Datum	Vklad	Výběr
1.1.	5 000	
13.1.		1 520
5.2.		2 600
26.2.	3 760	
17.3.		4 000
3.4.	2 390	
30.4.	3 470	
15.5.		3 350
21.5.		1 260
5.6.	4 680	
29.6.		2 830
10.7.		1 940
31.7.	2 660	
8.8.		3 420
24.8.	2 530	
11.9.	1 520	
27.9.		4 910
6.10.	3 780	
18.10.		2 160
2.11.		1 560
29.11.	4 590	
15.12.		2 830

Určete, jaký bude zůstatek na účtu k 31. 12.

[1 908,30 Kč]

Př. 1.2.2.6: Jaká doba splatnosti , vypočtená přesně na dny, je potřebná pro zúročení částky 200 000 Kč při smíšeném úročení s roční úrokovou sazbou 7% p.a. a ročním připisování úroků.

[8 let a 96 dnů]

Př. 1.2.2.7: Určete konečnou hodnotu 100 Kč při 5% p.a. složeného úročení čtvrtletně, za 2 roky a 11 měsíců.

[115,60 Kč]

1.2.3 Výpočet doby splatnosti

Př. 1.2.3.1: *Doba splatnosti při složeném úročení*

Určete dobu splatnosti (uložení) kapitálu 10 000 Kč, jestliže bylo v době splatnosti vyplaceno 11 000 Kč při úrokové sazbě 2% p.a. a pololetním polhútním úročení.

[4,789 roku]

Př. 1.2.3.2: *Srovnání délky splatnosti při různé délce úrokového období*

Za jak dlouho se zdvojnásobí počáteční kapitál při úrokové sazbě 6% p.a. při

a) ročním připsování úroků,

b) pololetním připsování úroků?

[a) 11,9 roku b) 11,72 roku]

1.2.4 Současná hodnota při složeném úročení

Př. 1.2.4.1: *Současná hodnota při smíšeném úročení*

Kolik musíme uložit, abychom za pět let a tři měsíce měli 100 000 Kč při úrokové sazbě 1,6% p.a.? Úroky jsou připsovány jednou za rok, ponechávány na účtu a dále úročeny.

[92 002,10 Kč]

Př. 1.2.4.2: *Současná hodnota při složeném úročení s ročním připisováním úroků*

Rozhodli jste se založit svému právě narozenému dítěti termínovaný bankovní účet, spojený s pevnou úrokovou sazbou 2,5% p.a., a uložit dnes na tento účet takovou částku, aby si dítě mohlo v den svých osmnáctých narozenin vyzvednout z tohoto účtu celý milion korun. Kolik musíte uložit dnes do banky, předpokládáme-li roční úrokové období, úroky budou připisovány k vkladu a dále úročeny stejnou sazbou?

[641 165,90 Kč]

Př. 1.2.4.3: *Výpočet úrokové sazby a současné hodnoty*

Jaký byl počáteční kapitál a úroková sazba, při které byl uložen, víme-li, že po roce byl jeho stav 50 000 Kč a po dvou letech 52 500 Kč při ročním úrokovém období? Úroky byly připisovány k vkladu a dále úročeny spolu s ním stejnou sazbou.

[úroková sazba 5%, počáteční vklad 47 619,05 Kč]

Př. 1.2.4.4: *Rozhodování o investici pomocí současné hodnoty*

Máme možnost koupit za 4 700 Kč investici, která nám umožní získat za dva roky částku 5 000 Kč. Je to výhodná investice, uvažujeme-li úrokovou sazbou 3% p.a. a roční připisování úroků?

[ano, je výhodná]

Př. 1.2.4.5: *Srovnání investičních variant na základě současné hodnoty*

Máme možnost koupit ojetý automobil. Je pro nás výhodnější hotově zaplatit 240 000 Kč, nebo dát zálohu 120 000 Kč a za tři roky doplatit 140 000 Kč? Co je pro nás výhodnější, máme-li možnost uložit peníze při 4% úrokové sazbě p.a. (úroky jsou připisovány pololetně, ponechávány na účtu a dále úročeny stejnou sazbou).

[výhodnější je zaplatit v hotovosti]

Př. 1.2.4.6: *Čistá současná hodnota*

Jako ekonomický ředitel malé společnosti zvažujete dvě možné alternativní investice na dobu šesti let, přičemž se můžete rozhodnout pouze pro jednu z nich. Očekávané peněžní toky, které jsou s nimi spojené jsou následující (uváděné částky jsou v Kč):

	Vložený kapitál	Peněžní toky v jednotlivých letech
Investice 1	100 000	25 000 ročně
Investice 2	100 000	24 000; 25 000; 27 000; 27 000; 26 000; 22 000

Uvažujeme úrokovou sazbu (výnosnost) 3%. Která z investic je výhodnější?

[investice 2]

Př. 1.2.4.7: Co je výhodnější? Zaplatit hotově 240 000 Kč nebo dát nyní zálohu 120 000 Kč a za 3 roky dát 160 000 Kč. Úroková míra je 8% p.a. s pololetním připisováním úroků.

[Zaplatit hotově]

Př. 1.2.4.8: Jaká varianta bude pro dlužníka výhodnější?

a) Zaplatit za 1 měsíc 100 000 Kč,

b) za 2 měsíce 50 000 Kč a za 5 měsíců 60 000 Kč ?

Úroková míra je 12% p.a..

[Varianta a)]

Př. 1.2.4.9: *Vnitřní výnosové procento*

Jako ekonomický ředitel malé společnosti zvažujete dvě možné alternativní investice na dobu šesti let, přičemž se můžete rozhodnout pouze pro jednu z nich. Očekávané peněžní toky, které jsou s nimi spojené jsou následující (uváděné částky jsou v Kč):

	Vložený kapitál	Peněžní toky v jednotlivých letech
Investice 1	100 000	25 000 ročně
Investice 2	100 000	24 000; 25 000; 27 000; 27 000; 26 000; 22 000

Př. 1.2.7.1: *Výpočet efektivní úrokové sazby*

Najděte efektivní úrokovou sazbu, která odpovídá úrokové sazbě 4% p.a., jsou-li úroky připisovány:

- a) pololetně,
- b) čtvrtletně,
- c) měsíčně.

[a) 4,04 % b) 4,06 % c) 4,07 %]

Př. 1.2.7.2: *Srovnání investičních variant pomocí efektivní úrokové sazby*

Rozhodli jste se založit termínový účet u banky, která nabízí dva následující typy účtů:

- a) účet s 3% roční úrokovou sazbou a s denním připisováním úroků,
- b) účet s 3,1% roční úrokovou sazbou a s pololetním připisováním úroků.

Kterému účtu dáte přednost?

[a) 3,04 % b) 3,12 %. Dáme přednost účtu b)]

Př. 1.2.7.3: Chcete si uložit 248 500 Kč na 18 měsíců. Máte následující možnosti:

- a) systém šestiměsíčních vkladů při úrokové sazbě 7,67% p.a.,
- b) systém jednoměsíčních vkladů při úrokové sazbě 7,59% p.a..

Co je pro Vás výhodnější z hlediska maximalizace budoucí hodnoty kapitálu?

[varianta b]

Př. 1.2.7.4: Vkladatel, který chce uložit 100 000 Kč, se může rozhodnout mezi vkladem na vkladní knížku, která vynáší 2% p.a. při složeném úročení měsíčním, a nákupem obligace, která vynáší 2,5% p.a. ve 2 stejných pololetních splátkách. Která z těchto variant nabízí vyšší výnos?

[obligace – 2,52%]

1.2.8 Úroková intenzita – spojité úročení

Př. 1.2.8.1: Výpočet úrokové sazby při spojitém úročení

Jaká úroková sazba odpovídá efektivní úrokové sazbě při spojitém úročení (úrokové intenzitě) 3% p.a.?

[2,95 %]

Př. 1.2.8.2: Budoucí hodnota při spojitém úročení

Na kolik vzroste kapitál 10 000 Kč za pět let při spojitém úročení a sazbě 2,5%

[11 331,48 Kč]

Př. 1.2.8.3: Současná hodnota při spojitém úročení

Jaká je současná hodnota kapitálu, který za tři roky vzroste na 25 000 Kč při 2,5% úrokové sazbě a spojitým úročením?

[23 193,59 Kč]

Př. 1.2.8.4: Za jak dlouho bude na mém účtu 150 000 Kč s úrokem 3% p.a. při vkladu 100 000 Kč při:

- a) složeném úročení,
- b) spojitým úročením.

[a) 13,72 roku b) 13,51 roku]

Př. 1.2.8.5: Kterou banku si vybereme, pokud mají tyto podmínky?

- a) $i = 12\%$ p.a. s půlročním připsováním úroků,
- b) $i = 11,8\%$ p.a. se čtvrtletním připsováním úroků,
- c) $i = 11,3\%$ p.a. se spojitým připsováním úroků.

[vybereme si banku a)]

Př. 1.2.8.6: Máme částku úročenou 10% p.a. s pololetním splácením úroků. Jaká bude spojitá úroková míra, abych měl stejný výnos?

[9,76%]

Př. 1.2.8.7: Vklad v hodnotě 1 236 € vzroste během 4 let na 1 652 €. Jaká je roční úroková míra:

- a) s ročním připisováním úroků,
- b) s měsíčním připisováním úroků,
- c) se spojitým připisováním úroků.

[a) 7,52%, b) 7,28%, c) 7,25%]

Př. 1.2.8.8: Na jakou částku se zúročí vklad 100 000 Kč za 1 rok a 6 měsíců při spojitém úročení s úrokovou sazbou $i = 5\%$ p.a.?

[107 788,40 Kč]

1.2.9 Hrubý a čistý výnos

Př. 1.2.9.1: *Čistá výnosnost*

Jaké čisté roční výnosnosti dosáhne klient, jestliže uložil na počátku roku částku 100 000 Kč na šestiměsíční termínový vklad při 2% úrokové sazbě p.a. a v polovině roku kapitál včetně vyplacených úroků znovu okamžitě uložil na šestiměsíční termínový vklad při 2,5% úrokové sazbě p.a.? Úroky z vkladů podléhají dani z příjmů vybírané srážkou ve výši 15%.

[1,92 % p.a.]

Př. 1.2.9.2: *Hrubá výnosnost*

Při jaké úrokové sazbě byl uložen vklad 2 mil. Kč, jestliže za dva roky jeho hodnota vzrostla na částku 2 103 300,50 Kč (po zdanění)? Úroky byly připisovány jednou ročně,

ponechány na účtu a dále úročeny stejnou úrokovou sazbou. Při připisování úroku je okamžitě srážena daň z úroku ve výši 15%.

[3 %]

2. Spoření

Využité vzorce a značení:

<i>Slovní vyjádření</i>	<i>vzorec</i>
Spoření krátkodobé předlhůtní	$S_x = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right)$
Spoření krátkodobé polhůtní	$S'_x = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right)$
Výpočet výšky vkladu – krátkodobé předlhůtní	$x = \frac{S_x}{m \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right)}$
Výpočet výšky vkladu – krátkodobé polhůtní	$x = \frac{S'_x}{m \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right)}$
Spoření dlouhodobé předlhůtní	$S = a \cdot (1+i) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
Spoření dlouhodobé polhůtní $S' = FVA_z$	$S' = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
Výpočet výšky vkladu – dlouhodobé předlhůtní	$a = \frac{S \cdot i}{(1+i) \cdot [(1+i)^n - 1]}$
Výpočet výšky vkladu – dlouhodobé polhůtní	$a = \frac{S' \cdot i}{(1+i)^n - 1}$
Výpočet doby spoření – dlouhodobé předlhůtní	$n = \frac{\ln \left[1 + \frac{S \cdot i}{a \cdot (1+i)} \right]}{\ln(1+i)}$

Výpočet doby spoření – dlouhodobé polhůtní	$n = \frac{\ln\left(1 + \frac{S' \cdot i}{a}\right)}{\ln(1+i)}$
Kombinované spoření předlhůtní	$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
Kombinované spoření polhůtní	$S' = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
Výpočet výšky vkladu – kombinované předlhůtní	$x = \frac{S}{m \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}}$
Výpočet výšky vkladu – kombinované polhůtní	$x = \frac{S'}{m \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}}$
Výpočet doby spoření – kombinované předlhůtní	$n = \frac{\ln\left[1 + \frac{S \cdot i}{m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right)}\right]}{\ln(1+i)}$
Výpočet doby spoření – kombinované polhůtní	$n = \frac{\ln\left[1 + \frac{S' \cdot i}{m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right)}\right]}{\ln(1+i)}$

m ... počet úložek za rok

i ... úroková sazba (procentní sazba/100)

x ... výše vkladu (krátkodobé spoření)

S_x ... celková naspořená částka (předlhůtní spoření krátkodobé)

S'_x ... celková naspořená částka (polhůtní spoření krátkodobé)

S ... celková naspořená částka (předlhůtní spoření dlouhodobé)

S' ... celková naspořená částka (polhůtní spoření dlouhodobé)

n ... doba spoření

a ... výše vkladu (dlouhodobé spoření)

Příklady:

2.1 Spoření krátkodobé

2.1.1 Spoření krátkodobé předlhuční

Řešený příklad: *Naspořená částka za jedno úrokové období*

Kolik uspoříme včetně úroků do konce roku, ukládáme-li počátkem každého měsíce 1700 Kč při úrokové sazbě 2% p.a.?

Řešení:

Do vzorce dosadíme: $m = 12$; $i = 0,02$; $x = 1\,700$ a vypočítáme naspořenou částku:

$$S_x = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) = 12 \cdot 1700 \cdot \left(1 + \frac{13}{24} \cdot 0,02\right) = 20621$$

Do konce roku uspoříme 20 621 Kč.

Př. 2.1.1.1: *Výše úložky při spoření v rámci jednoho úrokového období*

Kolik musíme spořit na počátku každého měsíce, abychom za rok našetřili 20 000 Kč při úrokové sazbě 2% p.a.?

[1 648,80 Kč]

Př. 2.1.1.2: Kolik uspoříme za 1 rok, jestliže ukládáme počátkem každého měsíce 1 000 Kč při úrokové sazbě 12% p.a.?

[12 780 Kč]

2.1.2 Spoření krátkodobé polhůtní

Př. 2.1.2.1: *Naspořená částka na konci úrokového období*

Kolik uspoříme do konce roku, ukládáme-li koncem každého měsíce 1 700 Kč při úrokové sazbě 2% p.a.?

[20 587 Kč]

Př. 2.1.2.2: *Výše úločky při spoření v rámci jednoho úrokového období*

Kolik musíme spořit na konci každého měsíce, abychom za rok našetřili 20 000 Kč při úrokové sazbě 2% p.a.?

[1651,53 Kč]

Př. 2.1.2.3: *Výše splátky dluhu splaceného v rámci úrokového období*

Kolik je nutno koncem každého měsíce splácet věřiteli, jestliže nám zapůjčil částku 18 000 Kč, kterou chce splácet měsíčními splátkami po dobu dvanácti měsíců? Úroková sazba činí 5% p.a.

[1 539,71 Kč]

Př. 2.1.2.4: *Výše úrokové sazby pro dosažení dané naspořené částky*

Při kolikaprocentní úrokové sazbě uspoříme za jeden rok 10 000 Kč, jestliže koncem každého čtvrtletí ukládáme 2 400 Kč?

[4,33%]

Př. 2.1.2.5: *Naspořená částka za jedno úrokové období kratší než rok*

Kolik naspoříme do konce čtvrtletí, ukládáme-li počátkem měsíce 1 000 Kč při úrokové sazbě 4,8% p.a.?

[3 024 Kč]

Př. 2.1.2.6: Dlužník splácí hypoteční úvěr splátkami 3 000 Kč měsíčně polhůtně po dobu 15 let. Úroková sazba je 8% p.a. s pololetním úročením. Kolik činí ekvivalentní pololetní splátka?

[18 300 Kč]

2.2 Dlouhodobé spoření

2.2.1 Spoření dlouhodobé předlhuční

Př. 2.2.1.1: *Naspořená částka za více úrokových období, v každém ukládáme jednou*

Kolik uspoříme za tři roky, budeme-li ukládat na počátku každého roku 12 000 Kč při neměnné 2,5% úrokové sazbě p.a. a ročním připsování úroků?

[37 830,19 Kč]

Př. 2.2.1.2: *Naspořená částka za více úrokových období kratších než rok*

Kolik uspoříme včetně úroků do konce roku, ukládáme-li počátkem každého měsíce 1 700 Kč při úrokové sazbě 2% p.a. a měsíčním připsování úroků?

[20 622,36 Kč]

Př. 2.2.1.3: *Výše úložky pro docílení dané naspořené částky*

Za pět let plánujeme nákup nového automobilu. Značka, kterou jsme si vybrali, má dle prognóz vývoje cen stát v té době 750 000 Kč. Kolik musíme tedy spořit na počátku každého roku, abychom za pět let uspořili 750 000 Kč? Úspory dáváme na účet úročený 2,5% sazbou p.a. s ročním připsování úroků.

[139 205,02 Kč]

2.2.2 Spoření dlouhodobé polhůtní

Řešený příklad: *Výše úložky pro docílení dané naspořené částky*

Za pět let plánujeme nákup nového automobilu. Značka, kterou jsme si vybrali, má dle prognóz vývoje cen stát v té době 750 000 Kč. Kolik musíme tedy spořit na konci každého roku, abychom za pět let uspořili 750 000 Kč? Úspory dáváme na účet úročený 2,5% sazbou p.a. s ročním připisováním úroků.

Řešení:

Dosadíme do vzorce a vypočteme:

$$a = \frac{S \cdot i}{(1+i)^n - 1} = \frac{750000 \cdot 0,025}{1,025^5 - 1} = 142685,15$$

Koncem každého roku budeme ukládat 142 685,15 Kč.

Př. 2.2.2.1: *Doba spoření*

Za jak dlouho uspoříme 50 000 Kč při ročním polhůtním ukládání 7 000 Kč při neměnné 4% úrokové sazbě p.a.? Předpokládáme roční připisování úroků.

[za 6,4 roku]

Př. 2.2.2.2: Pan Karel ukládal po dobu 10 let 10 000 Kč ročně koncem roku na vkladní knížku. Spořitelna mu platila 9% p.a. první 4 roky a 9,5% p.a. posledních 6 let, v obou případech při roční frekvenci. Jaký je zůstatek na účtu pět let po poslední úložce, jestliže úroková míra 9,5% p.a. trvá?

[244 038,14 Kč]

Př. 2.2.2.3: Odbočka svazu zahrádkářů zřizuje klesající fond na opravu a pořízení živичného povrchu příjezdové komunikace do zahrádkářské kolonie. Potřebují 250 000 Kč na konci 5 let a banka platí 8% p.a. při roční frekvenci.

a) Kolik případně na jednoho člena jako příspěvek na roční anuitu, je-li v kolonii 30 zahrádek a příspěvky budou ode všech stejné?

b) Sestavte schéma vývoje fondu

[a) 1 420,47 Kč na člena ročně

b)

Konec roku	Stav fondu
1.	42 614,11 Kč
2.	88 637,35 Kč
3.	138 342,45 Kč
4.	192 023,96 Kč
5.	250 000 Kč

1

2.3 Kombinace krátkodobého a dlouhodobého spoření

2.3.1 Kombinace krátkodobého a dlouhodobého spoření při spoření předlhučím

Řešený příklad: *Naspořená částka při více úločkách v úrokovém období*

Kolik uspoříme za tři roky, spoříme-li začátkem každého měsíce 1 700 Kč při neměnné 2% roční úrokové sazbě? Předpokládáme roční připisování úroků.

Řešení:

Dosadíme do vzorce a vypočteme:

$$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 20621 \cdot \frac{1,02^3 - 1}{0,02} = 63108,51$$

Při uvedených podmínkách uspoříme 63 108,51 Kč.

Kolik bude mít k dispozici na účtu na konci roku, jestliže jsme na počátku roku uložili částku 10 000 Kč a koncem každého měsíce spoříme na tento účet 1 000 Kč? Úroková sazba je 2,5% p.a. s pololetním připisováním úroků.

[22 389,45 Kč]

Př. 2.3.2.2: Kolik jsme ukládali koncem každého měsíce na účet, pokud jsme za 20 let naspořili 1 000 000 Kč, při úrokové míře 10% p.a. s čtvrtletním úročením? Daň z úroků činí 15%.

[1 607 Kč]

Př. 2.3.2.3: Jakou částku bylo nutné mít na účtu 1. 1. 1999, jestliže jsme na konci roku 2004 disponovali částkou 750 000 Kč? Účet byl úročen úrokovou sazbou 10% p.a. s ročním připisováním úroků a koncem každého měsíce jsme ukládali 3 000 Kč.

[259 380 Kč]

Př. 2.3.2.4: Spořili jste 1 000 Kč koncem každého měsíce po dobu 15 let při úrokové sazbě 14% p.a. s pololetním připisováním úroků. Úroky daníme 15%. Po 10 letech jste provedli výběr z účtu. Na konci (tj. po 15 letech) máte na účtu 180 000 Kč. Jakou částku jste na konci desátého roku vybrali?

[169 349 Kč]

Př. 2.3.2.5: Bytové družstvo spravuje komplex 46 stejných 3pokojových bytových jednotek. Představenstvo družstva předpokládá, že budovy budou za 5 let vyžadovat obnovu fasád v ceně 258 000 Kč. Za předpokladu, že fond k tomuto účelu vytvářený bude svěřen bance při úrokové míře 8% p.a. s měsíční frekvencí, určete, jaký měsíční příspěvek bude připadat na jednu bytovou jednotku po dobu uvedených pěti let.

[76,33 Kč]

2.4 Stavební spoření

Př. 2.4.1: Stavební spoření – státní podpora

Klient bude spořit pravidelně koncem každého měsíce 800 Kč při roční úrokové sazbě 2% p.a. Na jak vysokou státní podporu má nárok? Poplatky za vedení účtu neuvažujeme.

[1 453,20 Kč]

Př. 2.4.2: Stavební spoření – uspořená částka

Kolik uspoří účastník stavebního spoření za pět let, bude-li spořit koncem každého měsíce pravidelně 800 Kč při úrokové sazbě 2% p.a.? Neuvažujeme poplatky za vedení účtu, ani jiná zvýhodnění.

[70 346,36 Kč]

3. Důchody (jako pravidelné platby z investice)

Využité vzorce a značení:

<i>Slovní vyjádření</i>	<i>vzorec</i>
Diskontní faktor	$v = \frac{1}{1+i}$
Důchod bezprostřední předlůžtní	$D = a \cdot \frac{1-v^n}{v \cdot i}$
Důchod bezprostřední polhůtní	$D' = PVA_z = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} = a \cdot \frac{1-v^n}{i}$
Důchod bezprostřední předlůžtní vyplácený m-krát ročně	$D = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{1-v^n}{i}$
Důchod bezprostřední polhůtní předlůžtní vyplácený m-krát ročně	$D' = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{1-v^n}{i}$
Důchod odložený předlůžtní	$K = a \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot v^{k-1}$
Důchod odložený polhůtní	$K' = a \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot v^k$
Důchod odložený předlůžtní vyplácený m-krát za rok	$K = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot v^k$
Důchod odložený polhůtní vyplácený m- krát za rok	$K' = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot v^k$
Důchod bezprostřední věčný předlůžtní	$D = \frac{a}{v \cdot i}$
Důchod bezprostřední věčný polhůtní	$D' = \frac{a}{i}$
Důchod bezprostřední věčný předlůžtní vyplácený m-krát za rok	$D = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{1}{i}$

Důchod bezprostřední věčný polhůtní vyplácený m-krát za rok	$D' = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{1}{i}$
Důchod odložený věčný předlhůtní	$K = a \cdot \left(1 + \frac{1}{i}\right) \cdot v^k$
Důchod odložený věčný polhůtní	$K' = \frac{a}{i} \cdot v^k$
Důchod odložený věčný předlhůtní vyplácený m-krát za rok	$K = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{v^k}{i}$
Důchod odložený věčný polhůtní vyplácený m-krát za rok	$K' = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{v^k}{i}$

v ... diskontní faktor

i ... úroková sazba (procentní sazba/100)

n ... doba vyplácení důchodu

m ... četnost vyplácení důchodu ročně

x ... splátka důchodu v Kč při vyplácení důchodu m-krát ročně

D ... počáteční hodnota důchodu bezprostředního předlhůtního

D' ... počáteční hodnota důchodu bezprostředního polhůtního

K ... počáteční hodnota důchodu odloženého předlhůtního

K' ... počáteční hodnota důchodu odloženého polhůtního

k ... doba odložení vyplácení důchodu

a ... výše vyplácené částky

Příklady:

3.1 Důchod bezprostřední

3.1.1 Důchod bezprostřední polhůtní

Řešený příklad: *Současná hodnota investice s pravidelnými ročními výnosy*

Kolik budeme ochotni zaplatit za investici, jejíž životnost je dvacet let a koncem každého roku nám z ní plyne platba ve výši 16 000 Kč? Uvažujeme roční úrokovou sazbu 5 % p.a..

Řešení:

Zde se jedná o výpočet současné hodnoty polhůtního důchodu. Je to cena, kterou jsme ochotni zaplatit za to, že budeme ročně získávat platby ve výši a , požadujeme-li výnosnost (úrokovou sazbu) i . Po dosazení získáme:

$$D = 16000 \cdot \frac{1 - 1,05^{-20}}{0,05} = 199395,37$$

Investujeme-li dnes částku 199 395,37 Kč, zajistí nám výplaty pravidelných částek (anuit) podle požadovaných parametrů.

Př. 3.1.1.1: *Současná hodnota investice se čtvrtletními výnosy*

Kolik budeme ochotni zaplatit na investici, z níž budeme mít ke konci roku každého čtvrtletí výnos 4 000 Kč po dobu deseti let, požadujeme-li míru výnosnosti 5% p.a. a předpokládáme-li roční úrokové období? To je možno zformulovat alternativně tímto způsobem:

Jaká je počáteční hodnota důchodu 4 000 Kč, který se vyplácí na konci každého čtvrtletí po dobu dvaceti let při neměnné roční úrokové sazbě 5 %?

[203 134,03 Kč]

Př. 3.1.1.2: Současná hodnota bezprostředního důchodu je 100 000 Kč. Jaká částka bude vyplácena vždy na konci každého roku po dobu 10 let, při neměnné úrokové míře 12% p.a.?

[17 698,42 Kč]

Př. 3.1.1.3: Jaká je současná hodnota bezprostředního důchodu, který je vyplácen po dobu 10 let na konci každého měsíce ve výši 1 000 Kč, při úrokové míře 12% p.a.?

[71 531,53 Kč]

Př. 3.1.1.4: Kolik budeme ochotni investovat, jestliže nám z investice vždy na konci měsíce plyne platba ve výši 1 000 Kč po dobu pěti let? Je dána sazba 5% p.a. a pololetní úrokové období.

[53059,39 Kč]

Př. 3.1.1.5: Na konci každého měsíce je nutno zaplatit nájem za nebytové prostory ve výši 20 000 Kč. Na konci června musíme zaplatit zpětně nájemné za duben a květen a navíc jsme se rozhodli, že zaplatíme nájemné až do konce roku. Jakou částku budeme v červnu platit, jestliže úroková sazba je 6% p.a. s měsíčním připisováním úroků?

[178 228,19 Kč]

Př. 3.1.1.6: Kupujete nemovitost. Odhadujete, že bude vynášet nájemné 10 000 Kč na konci každého měsíce. Předpokládejte její držbu po dobu 3 let, za 3 roky ji budete moci prodat za 2,5 mil. Kč. Jaká je maximální cena, za kterou jste ochotni nemovitost koupit, když požadujete výnos 24% p.a.?

[1 575 128 Kč]

Př. 3.1.1.7: *Současná hodnota pravidelných plateb při pololetním úrokovém období*

Kolik budeme ochotni nyní investovat, jestliže nám z investice vždy na konci měsíce plyne platba ve výši 1 000 Kč po dobu pěti let? Uvažujeme úrokovou sazbu 5% p.a. a pololetní úrokové období.

[53 059,39 Kč]

3.1.2 Důchod bezprostřední předlhuční

Př. 3.1.2.1: *Současná hodnota investice s pravidelnými výnosy na konci roku*

Kolik budeme ochotni zaplatit za investici, jejíž životnost je dvacet let a počátkem každého roku nám z ní plyne platba ve výši 16 000 Kč? Uvažujeme roční úrokovou sazbu 5% p.a..

[209 365,13 Kč]

Př. 3.1.2.2: Jaká částka nám zajistí roční bezprostřední předlhůtní důchod ve výši 1 600 Kč po dobu 20 let při neměnné úrokové sazbě 4% p.a.?

[22 614,30 Kč]

Př. 3.1.2.3: Současná hodnota bezprostředního důchodu je 100 000 Kč. Jaká částka bude vyplácena vždy na začátku každého roku po dobu 10 let, při neměnné úrokové míře 12% p.a.?

[15 802,16 Kč]

Př. 3.1.2.4: Úroková míra je 8% p.a.. Kolik musíme mít na účtu v den svých 65. narozenin, abychom si mohli na dalších 19 let a v den těchto narozenin vybrat 30 000 Kč?

[318 107,98 Kč]

Př. 3.1.2.5: Kolik máme spořit počátkem každého měsíce při úrokové sazbě 10% p.a. s čtvrtletním připisováním úroků po dobu 3 let, pokud si poté chceme vybírat počátkem měsíce 500 Kč po dobu 5 let (úroková sazba je opět 10% p.a. se čtvrtletním připisováním úroků)?

[565 Kč]

Př. 3.1.2.6: Uložili jste částku 190 340 Kč, ze které jste poté dostávali čtvrtletní předlhůtní důchod po dobu 10 let a úrokové sazbě 5% p.a. Úrokové období bylo 1 rok. Jak velký důchod jste pobírali?

[5 973 Kč]

Př. 3.1.2.7: *Investiční rozhodování na základě současné hodnoty pravidelných výplat*

Právě jsme vyhráli v loterii. Můžeme si vybrat:

- a) okamžitě získáme 440 000 Kč,
- b) po dobu pěti let budeme dostávat 100 000 Kč.

Co je pro nás nyní výhodnější, můžeme-li peníze reinvestovat při úrokové sazbě 5% p.a.?

[polhůtní důchod – výhodnější je varianta a, předlhůtní důchod – výhodnější je varianta b]

3.2 Důchod odložený

3.2.1 Důchod odložený polhůtní

Řešený příklad: *Výše pravidelné výplaty z investované částky*

Máme k dispozici 30 000 Kč. Touto částkou si chceme zajistit roční polhůtní důchod na pět let s tím, že s jeho výplatou začneme za dva roky. Jak vysoké budou výplaty při neměnné 4 % roční úrokové sazbě?

Řešení:

Pro výpočet tohoto příkladu využijeme vzorec pro důchod odložený polhůtní. Po dosazení a úpravě dostaneme:

$$a = \frac{30000 \cdot 0,04}{\frac{1}{1,04^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,04^5}\right)} = 7288,7$$

Vyplácená částka bude každý rok činit 7 288,70 Kč.

Př. 3.2.1.1: *Současná hodnota výplat, které budeme získávat až po několika letech*

Jak velkou částku musíme dnes při neměnné roční úrokové sazbě 5 % uložit novorozenému dítěti, aby v osmnácti letech mělo takový kapitál, který by mu zabezpečoval po dobu deseti let čtvrtletní polhůtní důchod ve výši 1 400 Kč?

[18 304,72 Kč]

Př. 3.2.1.2: Jaká je současná hodnota důchodu, který je vyplácen po dobu 10 let ve výši 12 000 Kč vždy na konci roku, při úrokové míře 12% p.a., jehož první výplata se uskuteční na konci třetího roku?

[48 260,60 Kč]

Př. 3.2.1.3: Dítěti jste uložili v 9 letech 4 300 Kč. Od 18 let mu má být vyplácen čtvrtletní polhůtní důchod po dobu 10 let při úrokové sazbě 12% p.a. s pololetním připisováním úroků. Jak velký bude tento důchod?

[512 Kč]

Př. 3.2.1.4: *Současná hodnota pravidelných plateb*

Kolik bychom měli uložit na účet, úročený úrokovou sazbou 5% p.a., našemu studujícímu synovi, aby si mohl po dobu tří let vždy koncem roku vybrat částku 5 000 Kč na lyžařský zájezd? Poté si ještě po dva roky bude vybírat částku 6 000 Kč.

[bezprostřední důchod – 13 616,24 Kč, odložený důchod – 9 637,37 Kč]

Př. 3.2.1.5: *Porovnání současné a budoucí hodnoty pravidelných plateb*

Za deset let (ve věku pětadesáti let) hodláme odejít do důchodu. Kolik musíme koncem každého měsíce ukládat na účet úročený 5 % úrokovou sazbou, abychom si zajistili až do osmdesáti let života jisté přilepšení ke starobnímu důchodu? Pravidelně si budeme koncem každého čtvrtletí vybírat z účtu 5 000 Kč.

[1 370 Kč]

3.2.2 Důchod odložený předlůtní

Př. 3.2.2.1: Máme v hotovosti 30 000 Kč. Touto částkou si chceme zajistit roční předlůtní důchod na 5 let s tím, že s jeho výplatou začneme za dva roky. V jaké výši budou výplaty tohoto důchodu při neměnné roční úrokové sazbě 5% p.a.?

[7 275,70 Kč]

Př. 3.2.2.2: Jaká je současná hodnota důchodu, který je vyplácen po dobu 10 let ve výši 12 000 Kč vždy na začátku roku, při úrokové míře 12% p.a., jehož první výplata se uskuteční na konci třetího roku?

[54 051,88 Kč]

Př. 3.2.2.3: Třicetiletá osoba uložila 10 000 Kč při úrokové sazbě 3% p.a.. Počínaje 60. rokem věku vybírala ročně předlůtně 1 200 Kč. Zemřela po 15 letech. Kolik zanechala dědicům?

[14 828 Kč]

Př. 3.2.2.4: Pěťadvacetiletá osoba uložila 200 000 Kč při úrokové sazbě 4% p.a.. Počínaje 60. rokem věku vybírala ročně předlůtně 5 000 Kč. Zemřela po 10 letech. Kolik zanechala dědicům?

[292 019,89 Kč]

3.3 Důchod věčný

3.3.1 Důchod věčný polhůtní

Př. 3.3.1.1: *Současná hodnota věčného důchodu*

Jaká částka nám (a našim pozůstalým) zajistí čtvrtletní polhůtní věčný důchod ve výši 5 000 Kč při neměnné roční úrokové sazbě 4 % p.a.?

[507 500 Kč]

Př. 3.3.1.2: jaká částka nám a našim pozůstalým zajistí čtvrtletní polhůtní důchod ve výši 5 000 Kč při neměnné úrokové sazbě 7% p.a.?

[293 214 ,30 Kč]

Př. 3.3.1.3: Jaká je současná hodnota bezprostředního věčného důchodu, který je vyplácen ve výši 12 000 Kč vždy na konci roku, při úrokové míře 12% p.a.?

[100 000 Kč]

Př. 3.3.1.4: Jak velký věčný polhůtní měsíční důchod jsme si zabezpečili spořením částky 12 000 Kč na konci roku po dobu 20 let, když $i = 10\%$ p.a.?

[5476,49 Kč]

Př. 3.3.1.5: Osoba si zajistila věčný důchod, vyplácený na konci každého pololetí ve výši 3 000 Kč. Chce jej změnit na předlhůtní čtvrtletní důchod ve výši 1 500 Kč, trvajícím 30 let. Úroková sazba je 4% p.a. s pololetním připisováním úroků. Kolik musí doplatit?

[nic, ještě jí 44 153 Kč vrátí]

3.3.2 Věčný důchod předlhůtní

Řešený příklad: *Současná hodnota věčného důchodu, vypláceného až po několika letech*

Jak vysoká dnes složená částka nám zajistí výplatu věčného předlhůtního důchodu ročního ve výši 10 000 Kč od pětadesáti let našeho věku, je-li nám dnes třicet jedna let a uvažujeme-li neměnnou úrokovou sazbu 5 % p.a.?

4. Směnky

Využité vzorce a značení:

<i>Slovní vyjádření</i>	<i>vzorec</i>
Obchodní diskont	$D_{ob} = \frac{S\check{c} \cdot t_z}{360} \cdot \frac{p_D}{100}$
Celková výše diskontu	$D_{ob} = \frac{p_D \cdot \sum_{j=1}^m S\check{c}_j \cdot t_{z_j}}{36000}$
Výše diskontované směnečné částky	$S\check{c}_D = S\check{c} - D_{ob} = S\check{c} \cdot \left(1 - \frac{t_z \cdot p_D}{36000}\right)$
Celková diskontovaná částka	$S\check{c}_D = \sum_{j=1}^m S\check{c}_j - \frac{p_D \cdot \sum_{j=1}^m S\check{c}_j \cdot t_j}{36000}$
Střední doba splatnosti	$t_s = \frac{\sum_{j=1}^m S\check{c}_j \cdot t_j}{\sum_{j=1}^m S\check{c}_j}$

D_{ob} ... výše obchodního diskontu směnky

$S\check{c}$... směnečná částka

t_z ... zbytková doba do splatnosti směnky ve dnech

p_D ... diskontní sazba v % p.a.

$S\check{c}_D$... výše celkové diskontované směnečné částky

$S\check{c}_j$... směnečná částka j-té směnky

t_{z_j} ... zbytková doba do splatnosti j-té směnky ve dnech

m ... celkový počet směnek

t_s ... střední doba splatnosti ve dnech

t_j ... doba od splatnosti j-té směnky do středního dne splatnosti

Příklady:

4.1 Diskont a eskontní úvěr

Řešený příklad: *Výpočet výše eskontního úvěru*

Firma prodala dne 2. 9. 2005 směnku bance, znějící na částku 150 000 Kč, se splatností 2. 10. 2005. Jaká byla při diskontní úrokové sazbě 10% p.a. částka, kterou banka firmě vyplatila?

Řešení:

Zadané hodnoty dosadíme do vzorce a vypočítáme:

$$Sč_D = Sč \cdot \left(1 - \frac{tz \cdot p_D}{36000}\right) = 150000 \cdot \left(1 - \frac{30 \cdot 10}{36000}\right) = 148750$$

Banka vyplatí klientovi částku 148 750 Kč.

Př. 4.1.1: Jaký výnos do splatnosti nese směnka znějící na 50 000 Kč splatná za 4 měsíce, je-li její cena 46 800 Kč? Jaký je její diskont?

[3 200 Kč, 19,2% p.a.]

Př. 4.1.2: Podnikatel eskontoval dne 15. 9. 2005 na banku směnku znějící na částku 1,5 mil. Kč se splatností dne 15. 10. 2005. Jakou částku mu banka dne 15. 9. (tj. v den eskontu) připsala na účet? Banka používá diskontní míru 10%, od bankovních poplatků abstrahujeme.

[1 487 500 Kč]

Př. 4.1.3: Osoba A vystavila 15. 6. 2005 osobě B směnku s jmenovitou hodnotou 3 000 dolarů s roční úrokovou sazbou 7%. Datum splatnosti směnky je 15. 12. 2005. 28. 7.

2005 osoba B eskontovala směnku na banku, která účtuje roční diskontní sazbu 8%. Jakou částku osoba B od banky obdržela?

[3010,10 USD]

Př. 4.1.4: Banka odkoupila směnku znějící na 230 000 Kč s dobou splatnosti 1 rok.

a) Jakou používá banka diskontní sazbu, jestliže za směnku vyplatila 200 000 Kč?

b) Jaká je míra zisku pro banku?

[a) 13,08% p.a., b) 15% p.a.]

Př. 4.1.5: Ředitel společnosti eskontuje u obchodní banky 28. 7. 2005 směnku vystavenou dne 15. 6. 2005 v nominální hodnotě 60 000 Kč, úročenou 7% p.a. a splatnou 15. 12. 2005. Diskontní míra banky je 8% p.a. Jakou částku připíše banka na účet společnosti, počítá-li si 3‰ provizi a 90 Kč výloh?

[59 931,30 Kč]

Př. 4.1.6: Firma eskontovala dne 2. 11. na banku následující směnky:

Směnka	Splatná částka	Datum splatnosti
A	10 000	9. 11.
B	15 000	2. 12.
C	8 000	7. 12.

Jakou částku firma od banky obdržela, pokud banka používá diskontní sazbu 10% p.a.?

[32 778 Kč]

Př. 4.1.7: Společnost eskontovala 2. 9. 2004 na banku následující směnky:

Směnka	A	B	C
Směnečná částka	30 000	45 000	24 000
Den splatnosti směnky	9. 9. 2004	2. 10. 2004	7. 11. 2004

Diskontní sazba je 8% p.a., banka si účtuje 4 ‰ provizi a 50 Kč výloh za každou eskontovanou směnku. Jaký čistý výnos eskontu bude připsán společnosti na účet?

[97 922,79 Kč]

Př. 4.1.8: Stavební firma vydala směnku znějící na částku 1 650 000 Kč se splatností 1. 6. Obchodní společnost zakoupila tuto směnku 8. 3. při diskontní sazbě 9,5%. 5. 4. směnku prodala při diskontní sazbě 9,3%. Jaká byla míra zisku pro tuto obchodní společnost?

[10,13% p.a.]

Př. 4.1.9: Obchodní společnost A vydala obchodní směnku v hodnotě 5 mil. Kč splatnou k 1. červnu 2005. Obchodní společnost B zakoupila tuto směnku 3. března 2005 při roční diskontní míře 7%, aby ji vzápětí 5. dubna 2005 prodala při roční diskontní míře 6,95%. Jakou roční úrokovou míru realizovala společnost B při této transakci?

[7,21% p.a.]

Př. 4.1.10: Stavební firma se dohodla se zahraničním odběratelem, že mu dodá technologickou linku za 1 mil. Kč na tříletý úvěr. Odběratel zaplatil směnkou, kterou dodavatel okamžitě eskontuje u banky. Banka však požaduje při okamžitém eskontu úrok 10%. Kolik zaplatí banka stavební firmě za směnku při okamžitém eskontu směnky? Kolik by zaplatila banka za směnku, když ji stavební firma bude eskontovat až za rok?

[okamžitý eskont 751 300 Kč, eskont za rok 826 400 Kč]

Př. 4.1.11: *Výpočet výše eskontního úvěru při eskontu více směnek*

Firma eskontovala 6. 11. 2005 na banku následující směnky:

Směnka	A	B	C
Směnečná částka	100 000	150 000	80 000

Den splatnosti směnky	18. 11. 2005	5. 12. 2005	11. 12. 2005
------------------------------	--------------	-------------	--------------

Jaká je při diskontní sazbě 10% p.a. výše celkové diskontované směnečné částky, kterou banka za eskontované směnky firmě vyplatila?

[327 681 Kč]

Př. 4.1.12: Firma Flora Praha (příkazce, komitent) má u brněnského zprostředkovatele (komisionáře) pohledávku 10 000 Kč splatnou 10. 4. Příkáží mu, aby jim aby jim k úplnému vyrovnání svého dluhu remitoval (zaslal) směnku, splatnou 18. 6. v Praze. Komisionář provede příkaz (jako by koupil pro příkazce směnku) a počítá 6% diskontní míru, 2‰ provize a 15 Kč hotové výlohy. Jaká bude směnečná částka?

[10 151,57 Kč]

4.2 Eskont směnek na základě střední doby splatnosti

Řešený příklad: *Určení střední doby splatnosti při eskontu více směnek*

Firma eskontovala 6. 11. 2005 na banku následující směnky:

Směnka	A	B	C
Směnečná částka	100 000	150 000	80 000
Den splatnosti směnky	18. 11. 2005	5. 12. 2005	11. 12. 2005

Stanovte při diskontní sazbě 10% p.a. střední den splatnosti, ve kterém banka vyplatí firmě celkovou nominální směnečnou částku.

Řešení:

Střední dobu splatnosti vypočítáme dosazením do vzorce:

$$t_s = \frac{100000 \cdot 12 + 150000 \cdot 29 + 80000 \cdot 35}{100000 + 150000 + 80000} = 25,3 \approx 25$$

Střední den splatnosti dostaneme přičtením střední doby splatnosti ke dni eskontu, tj. 6. 11. 2005 + 25 dní, čili 1. 12. 2005. V tento den vyplatí banka firmě celkovou nominální směnečnou částku 330 000 Kč.

Př. 4.2.1: Za kolik dnů byla splatná směnka znějící na částku 100 000 Kč, jestliže za ni banka vyplatila částku 97 250 Kč při diskontní sazbě 15% p.a.?

[za 66 dnů]

Př. 4.2.2: Kolik dnů zbývalo do splatnosti směnky znějící na částku 500 000 Kč, jestliže za ni banka vyplatila částku 490 000 Kč při diskontní sazbě 10% p.a.?

[72 dnů]

Př. 4.2.3: Společnost eskontovala 20. 05. 2004 na banku následující směnky s různými daty vystavení a splatnosti, úročené třemi různými úrokovými mírami:

Směnka	A	B	C
Směnečná částka	2 500	7 000	1 800
i	6%	7%	5,5%
Den vystavení směnky	7. 3. 2004	12. 3. 2004	6. 5. 2004
Den splatnosti směnky	7. 9. 2004	12. 12. 2004	6. 9. 2004

Diskontní sazba je 8%, banka si účtuje 3,5 ‰ provizi a 20 Kč výloh za každou směnku. Určete:

- Jaký čistý výnos eskontu bude připsán společnosti na účet,
- Střední datum splatnosti těchto tří směnek

[a) 11 240,13 Kč, b) 5. 11. 2004]

Př. 4.2.4: Společnost eskontovala 13. 10. 2004 na banku následující směnky s různými daty vystavení a splatnosti, úročené třemi různými úrokovými mírami:

Směnka	A	B	C	D
Směnečná částka	3 000	10 000	4 000	11 000
i	7,5%	9%	7%	6%
Den vystavení směnky	1. 2. 2004	15. 3. 2004	15. 3. 2004	7. 4. 2004
Den splatnosti směnky	1. 8. 2004	15. 7. 2004	15. 9. 2004	1. 10. 2004

Diskontní sazba je 8%, banka si účtuje 3 ‰ provizi a 30 Kč výloh za každou směnku. Určete úhrnnou diskontovanou hodnotu čtyř směnek (případně i střední den splatnosti).

[a) 27 819,56 Kč]

4.3 Depozitní směnky

Řešený příklad: *Výpočet výnosu z depozitní směnky*

Klient zakoupil dne 3. 2. 2005 od banky depozitní směnku za její nominální hodnotu, znějící na částku 500 000 Kč. Směnka byla opatřena úrokovou doložkou s úrokovou sazbou 2% p.a. Splatnost směnky byla stanovena na viděnou, přičemž směnka nesměla být předložena k proplacení dříve, než za tři měsíce a ne později, než za čtyři měsíce. Klient předložil směnku k proplacení dne 12. 5. 2005. Jaký byl výnos ze směnky?

Řešení:

Banka vyplácí klientovi v době splatnosti při předložení nominální směnečnou částku plus úrokový výnos, vyplývající z úrokové doložky. Úrok je vypočítán na základě jednoduchého úročení a je dán:

$$u = \frac{S \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360} = \frac{500000 \cdot 2 \cdot 98}{36000} = 2722,22$$

Hrubý výnos ze směnky podléhá 15% srážkové dani, která bude činit:

$$2722 \cdot 0,15 = 408,30, \text{ po zaokrouhlení } 408 \text{ Kč}$$

Čistý výnos z depozitní směnky činí 2 314,22 Kč.

Př. 4.3.1: Klient zakoupil dne 1. 2. 2005 od banky depozitní směnku za její nominální hodnotu, znějící na částku 500 000 Kč. Směnka byla opatřena úrokovou doložkou s úrokovou sazbou 5% p.a. Splatnost směnky byla stanovena na viděnou, přičemž směnka nesměla být předložena k proplacení dříve, než za tři měsíce a ne později, než za šest měsíců. Klient předložil směnku k proplacení dne 1. 6. 2005. Jaký byl výnos ze směnky?

[8 333,33 Kč]

5. Dluhopisy

Využité vzorce a značení:

<i>Slovní vyjádření</i>	<i>vzorec</i>
Teoretická cena dluhopisu s pevnou úrokovou sazbou	$P = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \dots + \frac{C}{(1+i)^n} + \frac{NH}{(1+i)^n}$
Teoretická cena dluhopisu s pevnou úrokovou sazbou po úpravě	$P = \frac{C \cdot (1+i)^n - C + NH \cdot i}{i \cdot (1+i)^n}$
Teoretická cen a dluhopisu s nulovým kuponem	$P_{NK} = \frac{NH}{(1+i)^n}$
Teoretická cena dluhopisu bez splatnosti	$P = \frac{C}{i}$
Kotace dluhopisu	$P = \frac{P_{\%} \cdot NH}{100}$
Alikvotní úrokový výnos	$AUV_{\%} = \frac{p_k \cdot t_v}{360}$
Absolutní výše alikvotního úrokového výnosu	$AUV_{ABS} = \frac{p_k \cdot t_v \cdot NH}{360 \cdot 100}$
Kuponová výnosnost	$r_k = \frac{C}{NH} \cdot 100$
Běžná výnosnost	$r_b = \frac{C}{P} \cdot 100$
Výnosnost do doby splatnosti	$P_{TR} = \frac{C}{1+r_{DS}} + \frac{C}{(1+r_{DS})^2} + \dots + \frac{C}{(1+r_{DS})^n} + \frac{NH}{(1+r_{DS})^n}$
Čistá výnosnost do doby splatnosti pro dluhopis s nulovým kuponem	${}^{\epsilon}r_{NK} = \sqrt[n]{\frac{NH - (NH - P_{TNK}) \cdot 0,15}{P_{TNK}}} - 1$

Výnosnost za dobu držby	$P_0 = \frac{C}{1+r_{DD}} + \frac{C}{(1+r_{DD})^2} + \dots + \frac{C}{(1+r_{DD})^j} + \frac{P_k}{(1+r_{DD})^k}$
Výnosnost za dobu držby pro dluhopis s nulovým kuponem	$r_{NK} = \sqrt[n]{\frac{NH}{P_{TNK}}} - 1$
Výnosnost za dobu držby pro dluhopis bez splatnosti	$r_{BS} = \frac{C}{P_{TBS}}$
Čistá výnosnost za dobu držby (rendita)	${}_{\epsilon}r_R = \frac{C \cdot (1-0,15)}{P_0} + \frac{(P_k - P_0) \cdot (1-d)}{K \cdot P_0}$
Rendita	$r_R = \frac{C}{P_0} + \frac{P_k - P_0}{K \cdot P_0}$
Čistá výnosnost do doby splatnosti	$P_{TR} = \frac{C \cdot 0,85}{1+{}_{\epsilon}r_{DS}} + \frac{C \cdot 0,85}{(1+{}_{\epsilon}r_{DS})^2} + \dots + \frac{C \cdot 0,85}{(1+{}_{\epsilon}r_{DS})^n} + \frac{NH}{(1+{}_{\epsilon}r_{DS})^n}$
Vztah mezi spotovými a forwardovými úrokovými mírami	$(1+s_n)^n \cdot (1+f_{nk})^k = (1+s_{n+k})^{n+k}$
Vztah mezi cenou obligace a spotovými úrokovými mírami	$P = \frac{C}{1+s_1} + \frac{C}{(1+s_2)^2} + \dots + \frac{C}{(1+s_n)^n} + \frac{NH}{(1+s_n)^n}$
Durace	$Dur = \frac{\sum_{j=1}^n \frac{j \cdot CF_j}{(1+i)^j}}{\sum_{j=1}^n \frac{CF_j}{(1+i)^j}}$
Míra citlivosti tržní ceny daného dluhopisu na změně tržní úrokové sazby	$\frac{\Delta P}{P} \approx -Dur \cdot \frac{\Delta i}{1+i}$
Durace konzoly	$Dur_k = \frac{(1+i)}{i}$
Durace dluhopisu, který přináší kuponové platby m-krát ročně	$Dur = \frac{1}{m} \cdot \frac{\left[\frac{t \cdot \frac{C}{m}}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^t} + N \cdot \frac{NH}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^N} \right]}{P}$

P ... teoretická cena dluhopisu jako současná hodnota budoucích plateb z dluhopisu
 C ... roční kuponová úroková platba
 NH ... nominální hodnota dluhopisu
 i ... tržní úroková sazba jako desetinné číslo p.a.
 n ... doba do splatnosti dluhopisu v letech
 P_{NK} ... teoretická cena dluhopisu s nulovým kuponem
 $P_{\%}$... kurz dluhopisu vyjádřený v % z nominální hodnoty
 $AUV_{\%}$... alikvotní úrokový výnos vyjádřený v %
 p_k ... úroková (kuponová) sazba dluhopisu v % p.a.
 t_v ... délka výnosového období (tj. od výplaty posledního kuponu do data vypořádání obchodu) ve dnech
 AUV_{ABS} ... alikvotní úrokový výnos v absolutním (korunovém) vyjádření
 r_K ... kuponová výnosnost v %
 r_B ... kuponová výnosnost v %
 P_{TR} ... tržní cena dluhopisu
 r_{DS} ... výnosnost do doby splatnosti, vyjádřená jako desetinné číslo
 ${}^c r_{NK}$... čistá výnosnost do doby splatnosti, vyjádřená jako desetinné číslo
 P_{TNK} ... tržní cena dluhopisu s nulovým kuponem
 P_0 ... aktuální tržní cena dluhopisu (kupní cena)
 P_k ... tržní cena dluhopisu v čase k (prodejní cena)
 r_{DD} ... výnosnost za dobu držby, vyjádřená jako desetinné číslo
 j ... doba do poslední výplaty kuponu během držby dluhopisu v letech
 k ... doba držby dluhopisu v letech
 r_{NK} ... výnosnost do doby splatnosti jako desetinné číslo
 r_{BS} ... výnosnost do doby splatnosti soupisu bez splatnosti
 P_{TBS} ... aktuální tržní cena dluhopisu bez splatnosti
 ${}^c r_R$... čistá výnosnost za dobu držby (rendita), vyjádřená jako desetinné číslo

r_R ... výnosnost za dobu držby (rendita), vyjádřená jako desetinné číslo

${}_c r_{DS}$... čistá výnosnost do doby splatnosti, vyjádřená jako desetinné číslo

s_n ... spotová úroková sazba na dobu n let

f_{nk} ... forwardová úroková sazba, která bude platit na období za n let na k let

Dur ... durace

CF_j ... platba (cash flow), plynoucí v čase j z dluhopisu (tj. zejména kuponové úrokové platby a jmenovitá hodnota v době splatnosti)

ΔP ... změna ceny dluhopisu

Δi ... změna tržní úrokové sazby

Dur_k ... durace konzoly

t ... jednotlivá období, ve kterých dochází k platbám z dluhopisu

m ... počet plateb z instrumentu za rok, počet úrokových období za rok

N ... počet plateb zbývajících do doby splatnosti dluhopisu, počet úrokových období

$(N = m \cdot n)$

Příklady:

5.1 Cena dluhopisu

Řešený příklad: *Teoretická cena dluhopisu s pevnou kuponovou sazbou*

Vypočítejte teoretickou cenu dluhopisu s pevnou kuponovou platbou 5% p.a., s jmenovitou hodnotou 1 000 Kč, se splatností tři roky a při tržní úrokové míře 5,5%.

Řešení:

Teoretickou cenu dluhopisu vypočítáme podle vztahu:

$$P = \frac{C \cdot (1+i)^n - C + NH \cdot i}{i \cdot (1+i)^n} = \frac{50 \cdot (1+0,055)^3 - 50 + 1000 \cdot 0,055}{0,055 \cdot (1+0,055)^3} = 986,5$$

Teoretická cena dluhopisu činí 986,50 Kč, to je 98,65%.

Př. 5.1.1: *Teoretická cena dluhopisu s nulovým kuponem*

Vypočítejte teoretickou cenu dluhopisu s nulovým kuponem se splatností dva roky, jmenovitá hodnota dluhopisu činí 1 000 Kč, při tržní úrokové míře 5,5% p.a..

[898,45 Kč]

Př. 5.1.2: Nalezněte cenu dluhopisu k 1. 8. 2005, jestliže dluhopis je splatný k 1. 2. 2020, má jmenovitou hodnotu 1 000 Kč a kuponovou sazbu 9,5% p.a. s pololetní výplatou kuponu vždy k 1. 2. a 1. 8.. Požadovaná výnosnost činí 8% p.a..

[1 127,40 Kč]

Př. 5.1.3: Kolik jste ochotni zaplatit za diskontovaný dluhopis s jmenovitou hodnotou 10 000 Kč, jestliže požadujete výnos do splatnosti 10% p.a. a do splatnosti dluhopisu zbývají 3 roky?

[7 513,15 Kč]

Př. 5.1.4: Kolik let zbývalo do doby splatnosti diskontovaného dluhopisu jmenovité hodnotě 5 000 Kč, jestliže jste za něj při požadovaném výnosu 10% p.a. zaplatili 2 822,37 Kč?

[6 let]

Př. 5.1.5: Určete cenu kuponového dluhopisu k 1. 8. 2005, která zajistí výnos do splatnosti 5% p.a. Dluhopis má jmenovitou hodnotu 100 Kč, vyplácí pololetní kupony ve výši 6% (vždy k 1. 4. a 1. 10.) a je splatný 1. 10. 2007.

[104,15 Kč]

Př. 5.1.6: Určete cenu dluhopisu s jmenovitou hodnotou 100 Kč, jestliže do jeho splatnosti zbývá 1 rok a 9 měsíců. Dluhopis vyplácí roční kupon ve výši 5 % p.a. z jmenovité hodnoty, je splatný v kurzu 1,2 (tj. v době splatnosti jeho majitel dostane

vyplacenu ne jmenovitou hodnotu, ale její 1,2 násobek) a požadovaná výnosnost je 10% p.a..

[110,55 Kč]

Př. 5.1.7: Dluhopis s jmenovitou hodnotou 5 000 Kč je splatný k 1. 9. 2030. Kuponová sazba je 9,75% p.a., kupony jsou vypláceny pololetně (vždy k 1.9. a 1.3.). Dluhopis může být splacen ve zkrácené lhůtě k 1.9. 2020 částkou ve výši 105% jmenovité hodnoty. Určete cenu k 1.3 2006, při požadované výnosnosti alespoň 9% p.a..

[5 368,46 Kč]

Př. 5.1.8: Ohodnoťte následující dluhopisy:

	A	B	C
Jmenovitá hodnota	1 000	1 500	2 000
Kuponová sazba	12%	15%	20%
	Roční výplata kuponu	Pololetní výplata kuponu	Čtvrtletní výplata kuponu
Splatnost	5 let	6 let	7 let
Požadovaný výnos	10%	12%	15%

[dluhopis: A = 1 075,82 Kč, B = 1 688,64 Kč, C = 2 428,85 Kč]

5.2 Rendita a běžná výnosnost

Řešený příklad: *Výnosnost za dobu držby*

Zakoupili jste dluhopis s pevnou kuponovou platbou, kuponová sazba činí 10% p.a., jmenovitá hodnota 1 000 Kč a kupní cena 950 Kč. Po jednom roce tento dluhopis prodáte za cenu 1 150 Kč. Jaká byla výnosnost vaší investice (od daně z úroků abstrahujte)?

a) dluhopis o jmenovité hodnotě 1 000 USD s kuponovou sazbou 7,25% (roční výplata) se splatností 6 let, prodávanou za cenu 820 USD,

b) dluhopis o jmenovité hodnotě 1 100 USD, s kuponovou sazbou 11% (roční výplata), se splatností 7 let a výnosem do doby splatnosti 11%.

[Vybereme si první dluhopis]

Př. 5.2.5: Vypočítejte běžný výnos u dluhopisu, jehož jmenovitá hodnota je 2 000 Kč, kuponová sazba 15% (roční výplata), výnosnost do doby splatnosti 12% a doba splatnosti 7 let.

[13,19%]

Př. 5.2.6: Který dluhopis si vyberete na základě běžné výnosnosti?

Dluhopis	JH	N	K	I
A	1 000	20 let	10%	10%
B	2 000	10 let	15%	15%

[Vybereme si dluhopis B]

Př. 5.2.7: Diskontovaný dluhopis vám při nákupu za 65% jmenovité hodnoty přinese k datu splatnosti výnos 9,5% p.a.. Jak dlouho před splatností jste tento dluhopis nakoupili?

[4,75 roku]

5.3 Realizovaná výnosnost

Př. 5.3.1: Jaká je realizovaná výnosnost kuponového dluhopisu, který držíme do doby splatnosti? Kuponová sazba je 8%, jmenovitá hodnota 1 000 Kč, doba držby 5 let a tento dluhopis jsme koupili za 930 Kč. Předpokládejme, že všechny kupony můžeme reinvestovat při úrokové sazbě 11% p.a..

[10,01%]

Př. 5.3.2: Investujeme na 5 let. Kupujeme:

- a) diskontovaný dluhopis s jmenovitou hodnotou 1 000 Kč za cenu 621 Kč. Do jeho splatnosti zbývá 5 let.
- b) kuponový dluhopis s jmenovitou hodnotou 1 000 Kč a kuponovou sazbou 10% za cenu 1 000 Kč. Do jeho splatnosti zbývá také 5 let.

Určete:

- 1) Výnosnost do doby splatnosti u obou dluhopisů
- 2) Realizovanou výnosnost u obou dluhopisů, pokud se i nezmění
- 3) Realizovanou výnosnost u obou dluhopisů, pokud ihned po nákupu klesla i na 8% p.a.

[1a) 9,997%, 1b) 10%

2a) 9,997%, 2b) 10%

3a) 9,997%, 3b) 9,67%]

Př. 5.3.3: Investujeme na 2 roky. Kupujeme:

- a) diskontovaný dluhopis s jmenovitou hodnotou 5 000 Kč za cenu 3 000 Kč. Do jeho splatnosti zbývá 5 let.
- b) kuponový dluhopis s jmenovitou hodnotou 5 000 Kč a kuponovou sazbou 10% za cenu 5 000 Kč. Do jeho splatnosti zbývají 3 roky.

Určete:

- 1) Výnosnost do doby splatnosti u obou dluhopisů
- 2) Realizovanou výnosnost u obou dluhopisů, pokud se i nezmění
- 3) Realizovanou výnosnost u obou dluhopisů, pokud ihned po nákupu klesla i na 5% p.a.

[1a) 10,76%, 1b) 10%

2a) 10,76%, 2b) 10%

3a) 19,99%, 3b) 11,92%]

5.4 Durace

Řešený příklad: Vypočítejte duraci dluhopisu s pevnou kuponovou úrokovou sazbou 8%, jestliže jmenovitá hodnota dluhopisu je 1 000 Kč, doba do splatnosti tři roky, aktuální tržní cena dluhopisu je 950,25 Kč, a tedy výnosnost do doby splatnosti (tržní úroková sazba) činí 10% (kuponové platby jsou vypláceny jedenkrát ročně, první bude následovat ode dneška za jeden rok).

Řešení:

Duraci vypočítáme dosazením do vzorce:

$$Dur = \frac{\sum_{j=1}^n \frac{j \cdot CF_j}{(1+i)^j}}{\sum_{j=1}^n \frac{CF_j}{(1+i)^j}} = \frac{\frac{1 \cdot 80}{1+0,1} + \frac{2 \cdot 80}{(1+0,1)^2} + \frac{3 \cdot (1000+80)}{(1+0,1)^3}}{\frac{80}{1+0,1} + \frac{80}{(1+0,1)^2} + \frac{(1000+80)}{(1+0,1)^3}} = \frac{72,72 + 132,22 + 2434,2}{72,72 + 66,11 + 811,4} = 2,79$$

Durace daného dluhopisu je 2,79.

Př. 5.4.1: Vlastníte dluhopis s jmenovitou hodnotou 10 000 Kč, který vyplácí roční kupon ve výši 14%. Do jeho splatnosti zbývají 4 roky. Výnos do splatnosti je 16%. Pomocí durace spočítejte změnu ceny dluhopisu, jestliže se úroková míra sníží o 0,5%.

[cena vzroste přibližně o 134 Kč]

Př. 5.4.2: Pomocí durace odhadněte, jak se změní tržní hodnota dluhopisu při vzestupu úrokové sazby o 0,1%. K dispozici máte následující údaje: Jmenovitá hodnota dluhopisu je 1 000 \$, splatnost 3 roky, výnos do doby splatnosti 8%, kuponová sazba 8% vyplácená pololetně.

[cena dluhopisu poklesne o 2,62 \$]

Př. 5.4.3: pomocí durace odhadněte, o jakou částku se změní cena diskontovaného dluhopisu o jmenovité hodnotě 5 000 Kč s dobou splatnosti 2 roky při změně výnosnosti o + 0,5%. Výnosnost do splatnosti dluhopisu je 9,55% p.a..

[cena klesne o přibližně 38 Kč]

Př. 5.4.4: Investor může investovat do dvou typů dluhopisů:

a) kuponový dluhopis s jmenovitou hodnotou 100 Kč, kuponovou sazbou 12% p.a., kuponem vypláceným pololetně a dobou splatnosti 3 roky,

b) diskontovaným dluhopisem s jmenovitou hodnotou 100 Kč a dobou splatnosti 5 let.

Požadovaná výnosnost je 12% p.a.. Jaké mu doporučíte složení portfolia, pokud chce investovat v časovém horizontu čtyři roky a zabezpečit se proti změně úrokové sazby?

[např. 21 kuponových a 29 diskontovaných dluhopisů]

Př. 5.4.5: Vlastníte portfolio v následující struktuře

Dluhopis	JH	K	I	n	Součet JH dluhopisů
A	100	10%	14%	5	5 mil.
B	100	8%	10%	6	10 mil.
C	100	12%	11%	3	5 mil.

Určete přibližnou změnu hodnoty portfolia při zvýšení úrokové sazby o 1%.

[cena klesne o 695 652 Kč]

6. Akcie

Využité vzorce a značení:

<i>Slovní vyjádření</i>	<i>vzorec</i>
Vnitřní hodnota akcie	$VH = \frac{D_1 + P_1}{1 + r}$
Vnitřní hodnota akcie (konstantní absolutní výši dividend)	$VH = \frac{D}{r}$
Vnitřní hodnota akcie (konstantní růst dividend)	$VH = \frac{D_1}{r - g}$
Vnitřní hodnota akcie pro n - let	$VH = \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{(1+r)^j} + \frac{P_n}{(1+r)^n}$
Dividenda na konci j-tého roku (konstantní růst)	$D_{j+1} = D_j \cdot (1 + g)$
Vnitřní hodnota akcie přes růst dividend	$VH = D_0 \cdot \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(1+g)^j}{(1+r)^j}$
Upisovací poměr	$UP = \frac{ZK}{\square ZK}$
Hodnota upisovacího práva	$W = \frac{K_- - K}{UP + 1}$
Cena předkupního práva před datem ex	$CPP = \frac{PC_{PP} - UC}{UP + 1}$
Cena předkupního práva v den, nebo po datu ex	$CPP = \frac{PC_{EX} - UC}{UP}$
Cena předkupního práva před datem ex při vyloučení dividendového nároku mladých akcií	$CPP = \frac{PC_{PP} - UC - D}{UP + 1}$
Cena předkupního práva v den, nebo po datu ex při vyloučení dividendového nároku mladých akcií	$CPP = \frac{PC_{EX} - UC - D}{UP}$

Výpočet pro zjištění počtu předkupních práv, které musím prodat, aby výtěžek stačil na využití zbylých předkupních práv	$x = \frac{k \cdot UC}{CPP \cdot UP \cdot UC}$
Očekávaný výnos akcie	$r_e = \sum_{i=1}^n r_i \cdot p_i$
Očekávané riziko akcie	$\sigma = \sqrt{(r_e - r_i)^2 \cdot p_i}$
Běžná výnosnost akcie	$r_B = \frac{D}{P_0}$
Celková výnosnost akcie	$r_c = \frac{(P_1 - P_0) + D}{P_0}$
Celková výnosnost akcie, pokud na akcii připadne nárok na předkupní právo	$r_c = \frac{(P_1 - P_0) + D + CPP}{P_0}$
Celková výnosnost akcie na roční bázi (jednoduché úročení)	$r_{c_{p.a.}} = \frac{(P_1 - P_0) + D}{P_0 \cdot n}$
Celková výnosnost akcie na roční bázi (složené úročení)	$r_{c_{p.a.}} = \sqrt[n]{\frac{P_1 + D}{P_0}} - 1$
P/E ukazatel	$P/E = \frac{P}{E}$

VH ... vnitřní hodnota akcie

D_1 ... očekávaná dividendy na konci prvního roku

P_1 ... očekávaná cena na konci prvního roku

r ... požadovaná výnosnost, vyjádřená jako desetinné číslo

D ... konstantní absolutní výše dividend v jednotlivých letech

g ... konstantní roční míra růstu dividend

j ... konkrétní rok

n ... počet let

W ... hodnota upisovacího práva

K ... kurz akcie

K_- ... kurz akcie před novou emisí

UP ... upisovací poměr
 ZK ... původní výše základního kapitálu
 $\square ZK$... objem zvýšení základního kapitálu emisí mladých akcií
 CPP ... cena předkupního práva
 UC ... upisovací cena
 PC_{PP} ... promptní cena akcie s předkupním právem
 PC_{EX} ... promptní cena akcie bez předkupního práva
 x ... počet předkupních práv, která se musí prodat
 k ... celkový počet získaných předkupních práv
 r_e ... očekávaný výnos z akcie
 r_i ... uvažované budoucí výnosy z akcie
 p_i ... pravděpodobnosti výskytů budoucích výnosů
 σ ... rizikovost dané akcie
 P_0 ... tržní cena akcie, za kterou byla zakoupena
 r_B ... běžná výnosnost akcie
 r_c ... celková výnosnost akcie
 $r_{c_{p.a.}}$... celková výnosnost na roční bázi
 P ... tržní cena akcie
 E ... čistý zisk, připadající na jednu akcii

Příklady:

6.1 Operace s akcemi

Řešený příklad: Stanovte vnitřní hodnotu akcie firmy za předpokladu, že očekáváte výši dividendy na konci prvního roku 120 Kč a uvažujete 14% požadovanou míru výnosnosti, přičemž předpokládáte:

- Konstantní absolutní výši dividend v jednotlivých letech,
- Konstantní roční míru růstu dividend ve výši 10%.

Řešení:

a) V případě konstantní absolutní výše dividend je vnitřní hodnota akcie dána:

$$VH = \frac{D}{r} = \frac{120}{0,14} = 857$$

Vnitřní hodnota akcie při konstantní absolutní výši dividend činí 857 Kč.

b) V případě konstantního růstu roční míry růstu dividend je vnitřní hodnota dána:

$$VH = \frac{D_1}{r - g} = \frac{120}{0,14 - 0,10} = 3000$$

V případě očekávaného růstu dividend ve výši 10% ročně činí vnitřní hodnota akcie 3 000 Kč.

Př. 6.1.1: Roční dividenda z prioritní akcie činí 50 Kč. Investor požaduje míru výnosnosti 10% p.a. Jaký je základ tržní ceny prioritní akcie?

[500 Kč]

Př. 6.1.3: Společnost očekává, že současné roční dividendy ve výši 18 Kč na jednu akcii budou růst s mírou růstu 5%. Jaká je cena této akcie při požadované vnitřní míře výnosnosti 11%?

[315 Kč]

Př. 6.1.4: Podnik plánuje, že dividenda po zdanění z kmenové akcie bude činit v příštím roce 84 Kč. Na základě analýzy budoucího vývoje zisku a dividend očekává, že dividendy budou růst pravidelně ročně o 3%. Jaká bude cena této kmenové akcie pro investora, který požaduje míru výnosnosti 15%?

[700 Kč]

Př. 6.1.5: Akcie Standard Oil byly k 31. prosinci 1961 za \$50,50. K 31. prosinci 1980 jejich cena stoupla na \$80,60, přičemž v daném období v souvislosti s přejmenováním společnosti na Exxon Corporation proběhlo dělení akcií 2 za 1. Jaká byla průměrná roční míra růstu ceny akcií v tomto období?

[6,30%]

Př. 6.1.6: Akciová společnost, která doposud vydala 4 000 000 akcií, potřebuje získat dalších 10 000 000 Kč. Vydá proto 200 000 nových akcií. Jaká je cena jednoho odbíracího práva na akcie

a) před datem bez odbíracích práv, kdy se jedna akcie prodává za 60 Kč,

b) po datu bez odbíracích práv, kdy se jedna akcie prodává za 56 Kč?

[a) 0,48 Kč; b) 0,30 Kč]

Př. 6.1.7: Prioritní akcie General Motors s výplatou 3,75% z nominální hodnoty \$100 byla zakoupena za tržní cenu \$52. Jaká je míra zisku pro kupce této prioritní akcie?

[7,2%]

Př. 6.1.8: Akcie společnosti A se na burze prodává za 1 500 Kč, společnost vyplácí konstantní dividendu ve výši 100 Kč ročně, která je navíc zdaněná 15-ti procentní daní. Koupíte si tuto akcii, pokud požadujete výnosnost minimálně 10% p.a.?

[akcii si nekoupíme]

Př. 6.1.9: U společnosti Alfa očekáváte v budoucnu vyplácení konstantních dividend ve výši 50 Kč před zdaněním na akcii ročně. Koupíte si tuto akcii za její aktuální tržní kurs 200 Kč, pokud dividendy podléhají dani 15% a vy požadujete výnosnost minimálně 20%?

[ano, akcii koupíme]

Př. 6.1.10: Předpokládejte, že jste koupili akcii v nominální hodnotě 1 000 Kč za cenu 1 200 Kč, po jednom měsíci jste ji prodali za 1 400 Kč, během této doby jste navíc obdrželi 10% dividendu. Jaká byla celková výnosnost vaší investice?

[300 % p.a.]

Př. 6.1.11: Akcie společnosti B se na burze prodávají za 1 000 Kč. Analytici soudí, že akcie jsou správně oceněny. V letošním roce společnost vyplatila dividendu 100 Kč po zdanění na akcii. Společnost udržuje stabilní míru růstu dividend ve výši 5% ročně.

Určete požadovanou výnosovou míru z akcií společnosti B, pokud jsou dividendy daněny srážkovou daní 15%.

[15,5%]

Př. 6.1.12: Jaká bude vnitřní hodnota akcie společnosti C za 5 let, pokud právě vyplatila dividendu ve výši 100 Kč na akcii a v následujících letech očekáváte stabilní růst dividend ve výši 5% ročně? Požadovaná výnosnost u této akcie činí 10% p.a..

[2 680,20 Kč]

Př. 6.1.13: Akciová společnost vyplatila dividendu ve výši 500 Kč před zdaněním. Jaká bude „správná“ cena akcií této společnosti za dva roky, pokud dividendy podléhají srážkové dani 15 % a analytici očekávají stabilní růst dividend ve výši 10% ročně? Požadovaná výnosnost je na úrovni 15% p.a..

[11 313,50 Kč]

Př. 6.1.14: Akcie společnosti B se na burze prodávají za 2 000 Kč. Analytici soudí, že akcie jsou správně oceněny. Očekává se, že společnost v příštím roce vyplatí dividendu ve výši 200 Kč po zdanění. Společnost už po několik let udržuje stabilní míru růstu dividend. Jaká je tato míra růstu, pokud požadovaná výnosnost u akcií této společnosti činí 7% p.a.?

[- 3% - jde o konstantní pokles dividend]

Př. 6.1.15: Akciová společnost A má základní kapitál 350 mil. Kč, který je rozdělen na 70 000 akcií. A.s. se rozhodla zvýšit základní kapitál o 50 mil. Kč emisí nových akcií se stejnou jmenovitou hodnotou.

a) Jaký bude odběrní poměr?

b) Kolik bude nových akcií?

c) Kurz starých akcií byl kótován na úrovni 3 100 Kč za akcii. Nové akcie jsou prodávány za 2 300 Kč. Určete hodnotu odběrního práva před oddělením odběrního práva od akcie.

d) Určete hodnotu odběrního práva, pokud se kurz starých akcií, které již v sobě nezahrnují odběrní právo, změní na 3 000 Kč.

[a) 7:1, b) 10 000, c) 100 Kč, d) 100 Kč]

Př. 6.1.16: Akciová společnost má základní kapitál 500 mil. Kč, který je složen z akcií s jmenovitou hodnotou 5 000 Kč. A.s. se rozhodla zvýšit základní kapitál o dalších 500 mil. Kč emisí nových akcií se stejnou jmenovitou hodnotou.

a) Jaký bude odběrní poměr?

b) Kolik bude nových akcií?

c) Kurz starých akcií byl kótován za 10 000 Kč . Nové akcie jsou prodávány za 9 000 Kč a nemají nárok na dividendu ve výši 500 Kč, která přísluší starým akciím. Určete hodnotu odběrního práva před oddělením odběrního práva od akcie.

d) Určete hodnotu odběrního práva, pokud se kurz starých akcií, které již v sobě nezahrnují odběrní právo, změní na 12 000 Kč.

[a) 1:1, b) 100 000, c) 250 Kč, d) 2 500 Kč]

Př. 6.1.17: a) Určete hodnotu odběrního práva na novou akcii společnosti B, pokud jsou staré akcie společnosti na trhu prodávány za 4 000 Kč a odběrní právo je dosud součástí staré akcie. Odběrní poměr je 4:1 a emisní kurs nových akcií má hodnotu 3 000 Kč. Staré akcie mají navíc nárok na dividendu ve výši 500 Kč.

b) Jaká bude hodnota odběrního práva, pokud se tržní kurz akcie po zahájení odběrní doby zvýší o 300 Kč?

[a) 225 Kč, b) 330 Kč]

Př. 6.1.18: a) Určete hodnotu odběrního práva na novou akcii společnosti B před zahájením odběrní doby. Staré akcie společnosti jsou kótovány za 4 000 Kč. Odběrní poměr je 5:1 a cena nových akcií je 3 500 Kč. Staré akcie mají navíc nárok na dividendu ve výši 150 Kč.

b) Jaká bude hodnota odběrního práva, pokud se tržní kurz akcie po zahájení odběrní doby sníží o 150 Kč?

[a) 100 Kč, b) 87,50 Kč]

Př. 6.1.19: Jako investor si můžete vybrat mezi koupí akcie A a B. Kterou akcií si zvolíte, pokud očekáváte následující možnosti budoucího výnosu daných akcií?

Výnos akcie A	Výnos akcie B	Pravděpodobnost výnosu
10%	5%	0,25
20%	10%	0,50
-10%	15%	0,25

[výnosnost je stejná, ale riziko akcie B je mnohem menší, takže zvolíme akcií B]

Př. 6.1.20: Jako investor si můžete vybrat mezi koupí akcie A a B. Kterou akcií si zvolíte, pokud očekáváte následující možnosti budoucího výnosu daných akcií?

Výnos akcie A	Výnos akcie B	Pravděpodobnost výnosu
5%	20%	0,2
7%	8%	0,3
13%	8%	0,3
15%	6%	0,2

[výnosnost je stejná, ale riziko akcie A je menší, takže zvolíme akcií A]

Př. 6.1.21: Valná hromada akciové společnosti rozhodla o zvýšení základního kapitálu formou emise nových akcií. Stávající základní kapitál činí 100 mil. Kč a je rozdělen do akcií s nominální hodnotou 1 000 Kč. Předpokládané zvýšení kapitálu je 25 mil. Kč emisí akcií se shodnou nominální hodnotou. Stanovte teoretickou cenu předkupního práva před ex-datem a po něm za předpokladu, že cena akcie před ex-datem byla 1 600 Kč, po ex-datu poklesla na 1 550 Kč a upisovací cena byla stanovena na 1 300 Kč

[před ex-datem 60 Kč, po ex-datu 62,50 Kč]

Př. 6.1.22: Akcionář vlastní sto akcií firmy, která provádí zvýšení základního kapitálu emisí mladých akcií, jak bylo popsáno v předchozím příkladu. Chce využít získaná předkupní práva bez dodatečného vkladu nového kapitálu. Určete, kolik tento akcionář

musí prodat získaných předkupních práv, aby získal maximální počet mladých akcií, aniž by vkládal další kapitál.

[musí prodat 84 předkupních práv]

Souhrn vzorců z finanční matematiky

Jednoduché úročení polhůtní a předlhůtní	
Slovní vyjádření	vzorec
Výpočet úroku	$u = \frac{PV \cdot p \cdot d}{100 \cdot 360}$
Výpočet úroku pomocí úrokové sazby	$u = PV \cdot i \cdot t$
Výpočet úroku pomocí úrokových čísel a úrokových dělitelů	$u = \frac{UC}{UD} = \frac{\frac{PV \cdot d}{100}}{\frac{360}{p}}$
Výpočet úroku součtovým vzorcem	$u = \frac{\sum_{j=1}^n UC_j}{UD}$
Konečný kapitál při jednoduchém polhůtním úročení	$FV = PV \cdot (1 + i \cdot t)$
Konečný kapitál – modifikovaná rovnice	$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{p \cdot d}{100 \cdot 360}\right)$
Počáteční kapitál při jednoduchém polhůtním úročení	$PV = \frac{FV}{1 + i \cdot t}$
Doba splatnosti při jednoduchém polhůtním úročení	$t = \frac{FV - PV}{PV \cdot i}$
Obchodní diskont pro jednoduché polhůtní úročení	$D_{ob} = FV \cdot i_D \cdot t$
Obchodní kapitál při jednoduchém polhůtním úročení	$FV_{ob} = FV \cdot (1 - i_D \cdot t)$
Současná hodnota při jednoduchém polhůtním úročení	$PV = \frac{FV}{1 + i_D \cdot t}$
Matematický diskont	$D_{mat} = PV \cdot i_D \cdot t$
Matematický diskont při jednoduchém polhůtním úročení	$D_{mat} = \frac{FV \cdot i_D \cdot t}{1 + i_D \cdot t}$
Matematický diskont pomocí obchodního diskontu	$D_{mat} = \frac{D_{ob}}{1 + i_D \cdot t}$

Konečný kapitál při jednoduchém předlžutním úročení	$FV_t = PV \cdot \left(1 + \frac{I}{1-I} \cdot t\right)$
Vztah mezi předlžutní a polhžutní úrokovou sazbou	$I = \frac{i}{1+i}$
Vztah mezi polhžutní a předlžutní úrokovou sazbou	$i = \frac{I}{1-I}$
Doba splatnosti při jednoduchém předlžutním úročení	$t = \frac{FV - PV}{PV} \cdot \frac{1-I}{I}$

Složené úročení	
Slovní vyjádření	vzorec
Základní rovnice při složeném polhžutním úročení Konečný kapitál, $t \in N$, úročení p.a.	$FV = PV \cdot (1+i)^t$
Konečný kapitál, $t \in N$, úročení je m-krát za rok	$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{t-m}$
Konečný kapitál, $t \notin N$, úročení p.a.	$FV = PV \cdot (1+i)^n \cdot (1+R \cdot i)$
Konečný kapitál, $t \notin N$, úročení je m-krát za rok	$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n_0} \cdot (1+R \cdot i)$
Výpočet doby splatnosti pro $t \in N$, úročení p.a.	$t = \frac{\ln FV - \ln PV}{\ln(1+i)}$
Výpočet zbytku doby splatnosti pro $t \notin N$, úročení p.a.	$R = \frac{\frac{FV}{PV} - (1+i)^n}{i \cdot (1+i)^n}$
Výpočet zbytku doby splatnosti pro $t \notin N$, úročení je m-krát za rok	$R = \frac{\frac{FV}{PV} - \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n_0}}{i \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n_0}}$
Výpočet současné hodnoty pro $t \in N$, úročení p.a.	$PV = \frac{FV}{(1+i)^t}$
Výpočet současné hodnoty pro $t \in N$, úročení je m-krát za rok	$PV = \frac{FV}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{t-m}}$

Výpočet současné hodnoty pro $t \notin N$, úročení p.a.	$PV = \frac{FV}{(1+i)^n \cdot (1+i \cdot R)}$
Výpočet současné hodnoty pro $t \notin N$, úročení je m-krát za rok	$PV = \frac{FV}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n_0} \cdot (1+i \cdot R)}$
Výpočet úrokové sazby pro $t \in N$, úročení p.a.	$i = \sqrt[t]{\frac{FV}{PV}} - 1$
Výpočet úrokové sazby pro $t \in N$, úročení je m-krát za rok	$i = m \cdot \left(\sqrt[t-m]{\frac{FV}{PV}} - 1 \right)$
Výpočet úrokové sazby pro $t \notin N$, úročení je m-krát za rok	$i = m \cdot \left(\sqrt[(n_0+R)m]{\frac{FV}{PV}} - 1 \right)$
Výpočet úroku pro $t \in N$, úročení p.a.	$u = PV \cdot \left[(1+i)^t - 1 \right]$
Výpočet úroku pro $t \in N$, úročení je m-krát za rok	$u = PV \cdot \left[\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{t-m} - 1 \right]$
Výpočet úroku pro $t \notin N$, úročení p.a.	$u = PV \cdot \left[(1+i)^n \cdot (1+R \cdot i) - 1 \right]$
Výpočet úroku pro $t \in N$, úročení je m-krát za rok	$u = PV \cdot \left[\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n_0} \cdot (1+R \cdot i) - 1 \right]$
Efektivní úroková sazba	$i_{\text{efekt}} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$
Úroková intenzita	$f = \ln(1 + i_{\text{efekt}})$
Konečný kapitál při spojitém úročení	$FV = PV \cdot e^{ft}$
Počáteční kapitál při spojitém úročení	$PV = FV \cdot e^{-ft}$
Reálná výše kapitálu na konci úrokovacího období	$RV = PV \cdot \frac{1+i}{1+i_{\text{inf}}}$
Reálná úroková sazba	$i_r = \frac{RV}{PV} - 1 \quad \text{nebo} \quad i_r = \frac{i - i_{\text{inf}}}{1 + i_{\text{inf}}}$

u ... úrok v Kč

PV ... počáteční kapitál, peněžní částka v Kč
 FV ... konečný kapitál, peněžní částka v Kč
 RV ... reálná výše kapitálu, peněžní částka v Kč
 p ... procentní sazba v procentech
 d ... doba splatnosti kapitálu ve dnech
 i ... úroková sazba (procentní sazba/100)
 t ... doba splatnosti vyjádřená v letech
 UC ... úrokové číslo
 UD ... úrokový dělitel
 D_{ob} ... obchodní diskont
 D_{mat} ... matematický diskont
 i_D ... diskontní sazba v setinách
 I ... úroková sazba předlhuční (anticipativní)
 m ... počet úročení za rok
 R ... číslo, udávající neukončené úrokovací období (část roku – je menší než 1)
 i_{efekt} ... efektivní úroková sazba
 e ... Eulerovo číslo
 f ... úroková intenzita
 i_r ... reálná úroková sazba v setinách
 i_{inf} ... míra inflace

Spoření	
Slovní vyjádření	vzorec
Spoření krátkodobé předlhuční	$S_x = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right)$
Spoření krátkodobé polhuční	$S'_x = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right)$

Výpočet výšky vkladu – krátkodobé předlůžtní	$x = \frac{S_x}{m \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right)}$
Výpočet výšky vkladu – krátkodobé polhůtní	$x = \frac{S'_x}{m \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right)}$
Spořeni dlouhodobé předlůžtní	$S = a \cdot (1+i) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
Spořeni dlouhodobé polhůtní $S' = FVA_z$	$S' = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
Výpočet výšky vkladu – dlouhodobé předlůžtní	$a = \frac{S \cdot i}{(1+i) \cdot [(1+i)^n - 1]}$
Výpočet výšky vkladu – dlouhodobé polhůtní	$a = \frac{S' \cdot i}{(1+i)^n - 1}$
Výpočet doby spořeni – dlouhodobé předlůžtní	$n = \frac{\ln \left[1 + \frac{S \cdot i}{a \cdot (1+i)} \right]}{\ln(1+i)}$
Výpočet doby spořeni – dlouhodobé polhůtní	$n = \frac{\ln \left(1 + \frac{S' \cdot i}{a} \right)}{\ln(1+i)}$
Kombinované spořeni předlůžtní	$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
Kombinované spořeni polhůtní	$S' = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
Výpočet výšky vkladu – kombinované předlůžtní	$x = \frac{S}{m \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}}$
Výpočet výšky vkladu – kombinované polhůtní	$x = \frac{S'}{m \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}}$

Výpočet doby spoření – kombinované předlůžtní	$n = \frac{\ln \left[1 + \frac{S \cdot i}{m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i \right)} \right]}{\ln(1+i)}$
Výpočet doby spoření – kombinované polhůtní	$n = \frac{\ln \left[1 + \frac{S' \cdot i}{m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i \right)} \right]}{\ln(1+i)}$

m ... počet úložek za rok

i ... úroková sazba (procentní sazba/100)

x ... výše vkladu (krátkodobé spoření)

S_x ... celková naspořená částka (předlůžtní spoření krátkodobé)

S'_x ... celková naspořená částka (polhůtní spoření krátkodobé)

S ... celková naspořená částka (předlůžtní spoření dlouhodobé)

S' ... celková naspořená částka (polhůtní spoření dlouhodobé)

n ... doba spoření

a ... výše vkladu (dlouhodobé spoření)

Důchody	
Slovní vyjádření	vzorec
Diskontní faktor	$v = \frac{1}{1+i}$
Důchod bezprostřední předlůžtní	$D = a \cdot \frac{1-v^n}{v \cdot i}$
Důchod bezprostřední polhůtní	$D' = PVA_z = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} = a \cdot \frac{1-v^n}{i}$
Důchod bezprostřední předlůžtní vyplácený m-krát ročně	$D = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i \right) \cdot \frac{1-v^n}{i}$

Důchod bezprostřední polhůtní předlhůtní vyplácený m-krát ročně	$D' = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{1-v^n}{i}$
Důchod odložený předlhůtní	$K = a \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot v^{k-1}$
Důchod odložený polhůtní	$K' = a \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot v^k$
Důchod odložený předlhůtní vyplácený m-krát za rok	$K = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot v^k$
Důchod odložený polhůtní vyplácený m- krát za rok	$K' = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot v^k$
Důchod bezprostřední věčný předlhůtní	$D = \frac{a}{v \cdot i}$
Důchod bezprostřední věčný polhůtní	$D' = \frac{a}{i}$
Důchod bezprostřední věčný předlhůtní vyplácený m-krát za rok	$D = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{1}{i}$
Důchod bezprostřední věčný polhůtní vyplácený m-krát za rok	$D' = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{1}{i}$
Důchod odložený věčný předlhůtní	$K = a \cdot \left(1 + \frac{1}{i}\right) \cdot v^k$
Důchod odložený věčný polhůtní	$K' = \frac{a}{i} \cdot v^k$
Důchod odložený věčný předlhůtní vyplácený m-krát za rok	$K = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{v^k}{i}$
Důchod odložený věčný polhůtní vyplácený m-krát za rok	$K' = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{v^k}{i}$

v ... diskontní faktor

i ... úroková sazba (procentní sazba/100)

n ... doba vyplácení důchodu

m ... četnost vyplácení důchodu ročně

x ... splátka důchodu v Kč při vyplácení důchodu m-krát ročně

D ... počáteční hodnota důchodu bezprostředního předlhůtního

D' ... počáteční hodnota důchodu bezprostředního polhůtního

K ... počáteční hodnota důchodu odloženého předlhůtního

K' ... počáteční hodnota důchodu odloženého polhůtního

k ... doba odložení vyplácení důchodu

a ... výše vyplácené částky

Umořování dluhu	
Slovní vyjádření	vzorec
Výpočet výše anuity	$a = \frac{D \cdot i}{1 - v^n}$
Výpočet úroku v r+1-ním období	$U_{r+1} = a \cdot (1 - v^{n-r}) = D_r \cdot i$
Výpočet úmoru v r+1-ním období	$M_{r+1} = a \cdot v^{n-r} = a - D_r \cdot i = M_r \cdot (1 + i)$
Výpočet počtu anuit	$n = \frac{\ln\left(1 - \frac{D \cdot i}{a}\right)}{\ln v}$
Výpočet poslední splátky dluhu	$b = \left(D - a \cdot \frac{1 - v^{n_0}}{i}\right) \cdot (1 + i)^{n_0+1}$
Výpočet posledního úroku	$U_{n_0+1} = b \cdot v \cdot i$
Výpočet posledního úmoru	$M_{n_0+1} = b \cdot v$

D ... počáteční výše dluhu

a ... anuita

v ... diskontní faktor,

n ... počet anuit

b ... poslední splátka dluhu

r ... počet zaplacených splátek

U_{r+1} ... úrok v r+1-ním období

M_{r+1} ... úmor v r+1-ním období

Směnky	
<i>Slovní vyjádření</i>	<i>vzorec</i>
Obchodní diskont	$D_{ob} = \frac{S\check{c} \cdot t_z}{360} \cdot \frac{p_D}{100}$
Celková výše diskontu	$D_{ob} = \frac{p_D \cdot \sum_{j=1}^m S\check{c}_j \cdot t_{z_j}}{36000}$
Výše diskontované směnečné částky	$S\check{c}_D = S\check{c} - D_{ob} = S\check{c} \cdot \left(1 - \frac{t_z \cdot p_D}{36000}\right)$
Celková diskontovaná částka	$S\check{c}_D = \sum_{j=1}^m S\check{c}_j - \frac{p_D \cdot \sum_{j=1}^m S\check{c}_j \cdot t_j}{36000}$
Střední doba splatnosti	$t_s = \frac{\sum_{j=1}^m S\check{c}_j \cdot t_j}{\sum_{j=1}^m S\check{c}_j}$

D_{ob} ... výše obchodního diskontu směnky

$S\check{c}$... směnečná částka

t_z ... zbytková doba do splatnosti směnky ve dnech

p_D ... diskontní sazba v % p.a.

$S\check{c}_D$... výše celkové diskontované směnečné částky

$S\check{c}_j$... směnečná částka j-té směnky

t_{z_j} ... zbytková doba do splatnosti j-té směnky ve dnech

m ... celkový počet směnek

t_s ... střední doba splatnosti ve dnech

t_j ... doba od splatnosti j-té směnky do středního dne splatnosti

Dluhopisy	
Slovní vyjádření	vzorec
Teoretická cena dluhopisu s pevnou úrokovou sazbou	$P = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \dots + \frac{C}{(1+i)^n} + \frac{NH}{(1+i)^n}$
Teoretická cena dluhopisu s pevnou úrokovou sazbou po úpravě	$P = \frac{C \cdot (1+i)^n - C + NH \cdot i}{i \cdot (1+i)^n}$
Teoretická cen a dluhopisu s nulovým kuponem	$P_{NK} = \frac{NH}{(1+i)^n}$
Teoretická cena dluhopisu bez splatnosti	$P = \frac{C}{i}$
Kotace dluhopisu	$P = \frac{P_{\%} \cdot NH}{100}$
Alikvotní úrokový výnos	$AUV_{\%} = \frac{P_k \cdot t_v}{360}$
Absolutní výše alikvotního úrokového výnosu	$AUV_{ABS} = \frac{P_k \cdot t_v \cdot NH}{360 \cdot 100}$
Kuponová výnosnost	$r_k = \frac{C}{NH} \cdot 100$
Běžná výnosnost	$r_b = \frac{C}{P} \cdot 100$
Výnosnost do doby splatnosti	$P_{TR} = \frac{C}{1+r_{DS}} + \frac{C}{(1+r_{DS})^2} + \dots + \frac{C}{(1+r_{DS})^n} + \frac{NH}{(1+r_{DS})^n}$
Čistá výnosnost do doby splatnosti pro dluhopis s nulovým kuponem	${}^{\epsilon}r_{NK} = \sqrt[n]{\frac{NH - (NH - P_{TNK}) \cdot 0,15}{P_{TNK}}} - 1$
Výnosnost za dobu držby	$P_0 = \frac{C}{1+r_{DD}} + \frac{C}{(1+r_{DD})^2} + \dots + \frac{C}{(1+r_{DD})^j} + \frac{P_k}{(1+r_{DD})^k}$
Výnosnost za dobu držby pro dluhopis s nulovým kuponem	$r_{NK} = \sqrt[n]{\frac{NH}{P_{TNK}}} - 1$

Výnosnost za dobu držby pro dluhopis bez splatnosti	$r_{BS} = \frac{C}{P_{TBS}}$
Čistá výnosnost za dobu držby (rendita)	${}^{\epsilon}r_R = \frac{C \cdot (1 - 0,15)}{P_0} + \frac{(P_k - P_0) \cdot (1 - d)}{K \cdot P_0}$
Rendita	$r_R = \frac{C}{P_0} + \frac{P_k - P_0}{K \cdot P_0}$
Čistá výnosnost do doby splatnosti	$P_{TR} = \frac{C \cdot 0,85}{1 + {}^{\epsilon}r_{DS}} + \frac{C \cdot 0,85}{(1 + {}^{\epsilon}r_{DS})^2} + \dots + \frac{C \cdot 0,85}{(1 + {}^{\epsilon}r_{DS})^n} + \frac{NH}{(1 + {}^{\epsilon}r_{DS})^n}$
Vztah mezi spotovými a forwardovými úrokovými mírami	$(1 + s_n)^n \cdot (1 + f_{nk})^k = (1 + s_{n+k})^{n+k}$
Vztah mezi cenou obligace a spotovými úrokovými mírami	$P = \frac{C}{1 + s_1} + \frac{C}{(1 + s_2)^2} + \dots + \frac{C}{(1 + s_n)^n} + \frac{NH}{(1 + s_n)^n}$
Durace	$Dur = \frac{\sum_{j=1}^n \frac{j \cdot CF_j}{(1+i)^j}}{\sum_{j=1}^n \frac{CF_j}{(1+i)^j}}$
Míra citlivosti tržní ceny daného dluhopisu na změně tržní úrokové sazby	$\frac{\Delta P}{P} \approx -Dur \cdot \frac{\Delta i}{1+i}$
Durace konzoly	$Dur_k = \frac{(1+i)}{i}$
Durace dluhopisu, který přináší kuponové platby m krát ročně	$Dur = \frac{1}{m} \cdot \frac{\left[\frac{t \cdot \frac{C}{m}}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^t} + N \cdot \frac{NH}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^N} \right]}{P}$

P ... teoretická cena dluhopisu jako současná hodnota budoucích plateb z dluhopisu

C ... roční kuponová úroková platba

NH ... nominální hodnota dluhopisu

i ... tržní úroková sazba jako desetinné číslo p.a.
 n ... doba do splatnosti dluhopisu v letech
 P_{NK} ... teoretická cena dluhopisu s nulovým kuponem
 $P_{\%}$... kurz dluhopisu vyjádřený v % z nominální hodnoty
 $AUV_{\%}$... alikvotní úrokový výnos vyjádřený v %
 p_k ... úroková (kuponová) sazba dluhopisu v % p.a.
 t_v ... délka výnosového období (tj. od výplaty posledního kuponu do data vypořádání obchodu) ve dnech
 AUV_{ABS} ... alikvotní úrokový výnos v absolutním (korunovém) vyjádření
 r_K ... kuponová výnosnost v %
 r_B ... kuponová výnosnost v %
 P_{TR} ... tržní cena dluhopisu
 r_{DS} ... výnosnost do doby splatnosti, vyjádřená jako desetinné číslo
 ${}^{\epsilon}r_{NK}$... čistá výnosnost do doby splatnosti, vyjádřená jako desetinné číslo
 P_{TNK} ... tržní cena dluhopisu s nulovým kuponem
 P_0 ... aktuální tržní cena dluhopisu (kupní cena)
 P_k ... tržní cena dluhopisu v čase k (prodejní cena)
 r_{DD} ... výnosnost za dobu držby, vyjádřená jako desetinné číslo
 j ... doba do poslední výplaty kuponu během držby dluhopisu v letech
 k ... doba držby dluhopisu v letech
 r_{NK} ... výnosnost do doby splatnosti jako desetinné číslo
 r_{BS} ... výnosnost do doby splatnosti soupisu bez splatnosti
 P_{TBS} ... aktuální tržní cena dluhopisu bez splatnosti
 ${}^{\epsilon}r_R$... čistá výnosnost za dobu držby (rendita), vyjádřená jako desetinné číslo
 r_R ... výnosnost za dobu držby (rendita), vyjádřená jako desetinné číslo
 ${}^{\epsilon}r_{DS}$... čistá výnosnost do doby splatnosti, vyjádřená jako desetinné číslo
 s_n ... spotová úroková sazba na dobu n let
 f_{nk} ... forwardová úroková sazba, která bude platit na období za n let na k let

Dur ... durace

CF_j ... platba (cash flow), plynoucí v čase j z dluhopisu (tj. zejména kuponové úrokové platby a jmenovitá hodnota v době splatnosti)

ΔP ... změna ceny dluhopisu

Δi ... změna tržní úrokové sazby

Dur_k ... durace konzoly

t ... jednotlivá období, ve kterých dochází k platbám z dluhopisu

m ... počet plateb z instrumentu za rok, počet úrokových období za rok

N ... počet plateb zbývajících do doby splatnosti dluhopisu, počet úrokových období ($N = m \cdot n$)

Akcie	
Slovní vyjádření	vzorec
Vnitřní hodnota akcie	$VH = \frac{D_1 + P_1}{1 + r}$
Vnitřní hodnota akcie (konstantní absolutní výši dividend)	$VH = \frac{D}{r}$
Vnitřní hodnota akcie (konstantní růst dividend)	$VH = \frac{D_1}{r - g}$
Vnitřní hodnota akcie pro n - let	$VH = \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{(1+r)^j} + \frac{P_n}{(1+r)^n}$
Dividenda na konci j -tého roku (konstantní růst)	$D_{j+1} = D_j \cdot (1 + g)$
Vnitřní hodnota akcie přes růst dividend	$VH = D_0 \cdot \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(1+g)^j}{(1+r)^j}$
Upisovací poměr	$UP = \frac{ZK}{\Delta ZK}$
Hodnota upisovacího práva	$W = \frac{K_- - K}{UP + 1}$

Cena předkupního práva před datem ex	$CPP = \frac{PC_{PP} - UC}{UP + 1}$
Cena předkupního práva v den, nebo po datu ex	$CPP = \frac{PC_{EX} - UC}{UP}$
Cena předkupního práva před datem ex při vyloučení dividendového nároku mladých akcií	$CPP = \frac{PC_{PP} - UC - D}{UP + 1}$
Cena předkupního práva v den, nebo po datu ex při vyloučení dividendového nároku mladých akcií	$CPP = \frac{PC_{EX} - UC - D}{UP}$
Výpočet pro zjištění počtu předkupních práv, které musím prodat, aby výtěžek stačil na využití zbylých předkupních práv	$x = \frac{k \cdot UC}{CPP \cdot UP \cdot UC}$
Očekávaný výnos akcie	$r_e = \sum_{i=1}^n r_i \cdot p_i$
Očekávané riziko akcie	$\sigma = \sqrt{(r_e - r_i)^2 \cdot p_i}$
Běžná výnosnost akcie	$r_B = \frac{D}{P_0}$
Celková výnosnost akcie	$r_c = \frac{(P_1 - P_0) + D}{P_0}$
Celková výnosnost akcie, pokud na akcii případně nárok na předkupní právo	$r_c = \frac{(P_1 - P_0) + D + CPP}{P_0}$
Celková výnosnost akcie na roční bázi (jednoduché úročení)	$r_{c_{p.a.}} = \frac{(P_1 - P_0) + D}{P_0 \cdot n}$
Celková výnosnost akcie na roční bázi (složené úročení)	$r_{c_{p.a.}} = \sqrt[n]{\frac{P_1 + D}{P_0}} - 1$
P/E ukazatel	$P/E = \frac{P}{E}$

VH ... vnitřní hodnota akcie

D_1 ... očekávaná dividendy na konci prvního roku

P_1 ... očekávaná cena na konci prvního roku

r ... požadovaná výnosnost, vyjádřená jako desetinné číslo
 D ... konstantní absolutní výše dividend v jednotlivých letech
 g ... konstantní roční míra růstu dividend
 j ... konkrétní rok
 n ... počet let
 W ... hodnota upisovacího práva právo
 K ... kurz akcie
 K_- ... kurz akcie před novou emisí
 UP ... upisovací poměr
 ZK ... původní výše základního kapitálu
 $\square ZK$... objem zvýšení základního kapitálu emisí mladých akcií
 CPP ... cena předkupního práva
 UC ... upisovací cena
 PC_{PP} ... promptní cena akcie s předkupním právem
 PC_{EX} ... promptní cena akcie bez předkupního práva
 x ... počet předkupních práv, která se musí prodat
 k ... celkový počet získaných předkupních práv
 r_e ... očekávaný výnos z akcie
 r_i ... uvažované budoucí výnosy z akcie
 p_i ... pravděpodobnosti výskytů budoucích výnosů
 σ ... rizikovost dané akcie
 P_0 ... tržní cena akcie, za kterou byla zakoupena
 r_B ... běžná výnosnost akcie
 r_c ... celková výnosnost akcie
 $r_{c_{p.a.}}$... celková výnosnost na roční bázi
 P ... tržní cena akcie
 E ... čistý zisk, připadající na jednu akcii

Závěr

Cílem této mojí práce bylo sestavit sbírku příkladů z finanční matematiky pro bakalářské studium. Sbíрка by měla být využívána studenty i vyučujícími na Jihočeské univerzitě.

Největším problémem, se kterým jsem se při sestavování setkal, byla nejednotnost jednotlivých autorů v použitém značení. Většina autorů používá pro stejný jev jiné značení, i slovní vyjádření bývá mnohdy zcela rozdílné. Především u souhrnu vzorců jsem se snažil tuto rozdílnost eliminovat.

Vzhledem k tomu, že budoucí studenti finanční matematiky budou při svém studiu využívat materiály od různých autorů, nesnažil jsem se unifikovat zadání příkladů. Studenti se tak seznámí s různými formulacemi úloh a případné samostudium pro ně bude jednodušší.

Příklady ve všech kapitolách jsou jak jednodušší, tak složitější a měly by studentům podat přehled o jevech finanční matematiky, se kterými se budou ve svém životě běžně setkávat. Měli by být obeznámeni s problematikou různých forem úročení, se směnečnými obchody, základními operacemi s akciemi a spoustou dalších jevů.

Tato bakalářská práce mi pomohla rozšířit si své dosavadní znalosti získané při studiu na Jihočeské univerzitě a seznámit se se složitějšími metodami výpočtů. Sestavování celé sbírky pro mě bylo cennou zkušeností, kterou jistě ve svém budoucím profesním životě využiji.

Seznam použité literatury

- [1] Cipra, T.: Finanční matematika v praxi. 1. vyd. Praha, HZ Praha 1993
- [2] Čámský, F.: Finanční matematika. 1. vyd. Brno, MU 1997
- [3] Kletečková, M., Nýdl, V.: Finanční a pojistná matematika (cvičení). 1. vyd. České Budějovice, Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích 2001
- [4] Macháček, O.: Finanční a pojistná matematika. 2. vyd. Praha, Prospektrum, spol. s r. o. 2001
- [5] Radová, J., Dvořák, P., Málek, J.: Finanční matematika pro každého. 5. vyd. Praha, Grada Publishing, a.s. 2005
- [6] Radová, J., Chýna, V., Málek, J.: Finanční matematika v příkladech. 2. vyd. Praha, Professional publishing 2005
- [7] Sekerka, B., Jindrová, P.: Finanční a pojistná matematika. 1. vyd. Pardubice, Univerzita Pardubice 2005
- [8] Valach, J. a kol.: Finanční řízení podniku. 2. vyd. Praha, Ekopress, s.r.o. 2003
- [9] <http://projektysipvz.gytool.cz/ProjektySIPVZ/Default.aspx?uid=17>