

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

ZLOMKY VE VÝUCE MATEMATIKY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Ivana Šestáková

České Budějovice, srpen 2011

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské diplomové práce, a to v nezkrácené podobě elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce.

Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích, 6. 8. 2011

Ivana Šestáková

Anotace k diplomové práci
Zlomky ve výuce matematiky

Diplomová práce je souborem znalostí týkajících se vývoje zlomků a jejich zavedení v hodinách matematiky na základní škole.

Teoretická část je zaměřena na historii, vlastnosti zlomků a početní operace s nimi. Uvádím zde také možnosti výskytu problémů a složitostí při výuce tohoto tématu.

V praktické části se zabývám úrovní znalostí dané tematiky na 1. a 2. stupni základní školy a to konkrétně v 5. a 7. ročníku ZŠ, ZUŠ a MŠ Ledenice. Dále testuji znalosti žáků 2. ročníku víceletého gymnázia v České ulici v Českých Budějovicích.

Součástí mé diplomové práce je část věnovaná příkladům vztahujícím se k dané problematice. Jedná se o příklady, které by mohly sloužit k procvičování, prohlubování nebo osvojování učiva. Příklady jsou určeny pro studenty základních škol, případně nižších ročníků víceletých gymnázií a učitele matematiky.

Abstract for thesis
Fractions in teaching mathematics

The thesis is a collection of knowledge concerning the development of fractions and their use in mathematics lessons in elementary school.

The theoretical part focuses on the history, characteristics, and fragments of arithmetic operations with them. I mention also the possibility of problems and complexities of the teaching of this topic.

The practical part deals with the level of knowledge of the topic for 1st and 2nd grade elementary school, specifically in the 5th and 7th class ZŠ, ZUŠ and MŠ Ledenice. I also tested pupils from 2nd class of grammar school in Česká street in České Budějovice.

The last part of my thesis is a section on examples related to the topic. These are Examples that could be used to practice, improve and acquire knowledge of fractions. The examples are designed for students of elementary schools, grammar schools or for mathematics teachers.

Touto cestou bych ráda poděkovala vedoucí své diplomové práce RNDr. Heleně Binterové, Ph.D. a PaedDr. Daně Tržilové, CSc. za cenné rady, připomínky a metodické vedení práce.

OBSAH

1	ÚVOD	8
	TEORETICKÁ ČÁST	
2	HISTORIE ZLOMKŮ	10
2.1	<i>Starověk</i>	11
2.2	<i>Středověk</i>	12
2.3	<i>Evropa</i>	
3	RACIONÁLNÍ ČÍSLA	13
3.1	<i>Definice zlomku</i>	13
3.1.1	Zápis zlomku	13
3.1.2	Nula ve zlomku	15
3.1.3	Druhy zlomků	16
3.1.4	Smišené číslo	17
3.1.5	Zlomky na číselné ose	18
3.1.6	Porovnávání zlomků	19
3.2	<i>Početní operace se zlomky</i>	21
3.2.1	Sčítání zlomků	21
3.2.2	Odčítání zlomků	22
3.2.3	Násobení zlomků	23
3.2.4	Dělení zlomků	24
3.3	<i>Desetinná čísla</i>	25
3.3.1	Zaokrouhlování desetinného čísla	25
3.3.2	Převod zlomku na desetinné číslo	26
3.3.3	Převod desetinného čísla na zlomek	26
4	ZLOMKY NA ZŠ	27
4.1	<i>Formální poznatky</i>	27
4.2	<i>Teorie modelů při výuce</i>	28
4.3	<i>Představa pojmu zlomek</i>	28
4.4	<i>Zavedení kmenových zlomků ve výuce</i>	29
4.5	<i>Reprezentace zlomku</i>	30

4.6	<i>Matematický jazyk a matematická gramotnost</i>	32
4.7	<i>Shrnutí</i>	33
	PRAKTICKÁ ČÁST	
5	VÝZKUMNÉ TESTY	36
5.1	<i>Testování studenti</i>	36
5.2	<i>Testy na 1. stupni ZŠ</i>	36
5.2.1	Testy pro 5. ročník ZŠ	36
5.2.2	Kvalitativní hodnocení testů (5. ročník ZŠ)	37
5.2.3	Kvantitativní hodnocení testů (5. ročník ZŠ)	42
5.3	<i>Testy na 2. stupni ZŠ a nižším stupni víceletého gymnázia</i>	43
5.3.1	Testy pro 7. ročník ZŠ a II. ročník Gymnázia	43
5.3.2	Kvalitativní hodnocení testů (7. ročník ZŠ)	44
5.3.3	Kvantitativní hodnocení testů (7. ročník ZŠ)	51
5.3.4	Kvalitativní hodnocení testů (II. ročník víceletého gymnázia)	51
5.3.5	Kvantitativní hodnocení testů (II. ročník víceletého gymnázia)	60
	PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ	
6	POČÍTÁNÍ SE ZLOMKY	62
6.1	<i>Zavedení zlomků</i>	62
6.2	<i>Krácení a rozšiřování zlomků</i>	67
6.3	<i>Zlomky na číselné ose</i>	69
6.4	<i>Sčítání a odčítání zlomků</i>	72
6.5	<i>Násobení a dělení zlomků</i>	76
	ZÁVĚR	
7	ZÁVĚR	82
	POUŽITÁ LITERATURA	
8	SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	84
	PŘÍLOHOVÁ ČÁST	
9	PŘÍLOHY	87

9.1	<i>Test pro 5. Ročník ZŠ</i>	87
9.2	<i>Test pro 7. ročník ZŠ a II. ročník víceletého gymnázia</i>	87

1 ÚVOD

Cílem této diplomové práce je seznámit čtenáře a učitele matematiky s vývojem zlomků a jejich zavedení do výuky v hodinách matematiky na základní škole, případně nižších ročnících víceletých gymnázií.

Má práce je rozdělena do tří částí. První část je teoretická, zabývá se historickým vývojem početních operací se zlomky. Historická část je uvedena z důvodu spojitosti s vývojem výuky zlomků a poukázání na různé způsoby výpočtů.

Dále se zaměřuje na metodiku racionálních čísel, konkrétně tedy čísel zapsaných formou zlomků a problémy a složitostmi při jejich zavádění ve výuce matematiky na základní škole, případně víceletém gymnáziu.

Výzkumná část je zaměřena na znalosti a představy žáků o zlomcích. Testové úlohy zkoumají, zda žáci mají ucelenou představu o pojmu „zlomek“, nebo k výpočtům užívají pouze naučené algoritmy a definice.

Výuka zlomků na základní škole spadá jako hlavní téma do sedmého ročníku.

Na víceletých gymnáziích se zlomky zavádí ve druhém ročníku.

První zmínka o tomto tématu je však dříve. Již v předškolním věku děti slyší pojmy, jako „půlka chleba“, nebo „přijď za třičtvrtě hodiny“. Touto dobou nespojují tato slova s pojmem zlomek. Poprvé ve výuce toto téma zavádíme na prvním stupni základní školy, konkrétně ve čtvrtém ročníku.

Testy byly podány žákům 5. ročníku základní školy, po zopakování daného tématu.

Kromě výše uvedeného ročníku testuji dosažené znalosti žáků po vysvětlení učiva v 7. ročníku základní školy a 2. ročníku víceletého gymnázia.

Poslední část mé diplomové práce je věnována úlohám se zlomky, které by měly posloužit studentům základních škol, či víceletých gymnázií k procvičení a prohloubení učiva. U každé úlohy je uvedeno správné řešení.

Příklady jsou rozděleny do jednotlivých kapitol, které se věnují početním operacím se zlomky.

TEORETICKÁ ČÁST

2 HISTORIE

Proč se vůbec zabývat historií zlomků? Jak napsal ve své publikaci Hejný (2001, s. 347): „Inspirativním zdrojem pro porozumění ontogenezi zlomků je jejich fylogeneze.“

2.1 Starověk

Již ve starověku se setkáváme s početními operacemi zabývajících se zlomky.

Nejvíce informací o starověké matematice máme z období Střední říše (2000 – 1710 před n. l.). Z této doby se zachovaly mimo jiné rukopisy, obsahující matematické úlohy věnované mimo jiné i zlomkům.

Z dochovaných matematických papyrů zmíním dva - Londýnský, tzv. Rhindův, jehož autorem je pravděpodobně písař Ahmes. Pochází asi z 18. – 16. stol. před n. l. a obsahuje 85 úloh.

Druhým papyrem, je tzv. Moskevský papyrus, který pochází pravděpodobně z 18. století před n. l.. Tento papyrus rozluštili vědci B. A. Turajev a W. W. Struve, v dnešní době je uložen ve státním muzeu výtvarných umění v Moskvě.

Egyptské zlomky vznikly na základě měření a dělení plochy pole na části. Vyjadřovali se tedy jako část jednotky.

Egyptané používali tzv. kmenné zlomky, které jsou ve tvaru $\frac{1}{n}$. Kmenné zlomky a zlomek $\frac{2}{3}$ umožnily obecné dělení celých čísel podle schématu půlení.

Speciální tabulky, které Egyptané využívali jsou uvedeny v Rhindově papyru.

Řekové zaznamenávali zlomky třemi způsoby. Každému kmennému zlomku $\frac{1}{n}$ odpovídal jeden „doplňkový zlomek“ $\frac{n-1}{n}$, jejichž součet je dohromady roven jedné.

Zápis zlomku byl po dlouhou dobu slovní, až později zavedli symboly.

Nepoužívali dnešní tvar zlomku $\frac{m}{n}$. Tyto zlomky byly nazývány jako m-násobky kmenných zlomků $\frac{1}{n}$ nebo za naznačenou operaci $m : n$.

Jejich zápis nebyl jednotný. Nejdokonalejším tvarem bylo číslo, u něhož se zapisoval jmenovatel nad čitatele.

Při počítání používali převod na společného jmenovatele za použití krácení a rozšiřování zlomků.

2.2 Středověk

Středověká matematika se zaměřuje na oblast Asie. Číňané znají odedávna zlomky ve tvaru $\frac{m}{n}$. Zápis však nebyl stejná jako v dnešní době, ale popisovali zlomky jako „m-ntých dílů“.

O zlomcích nalezneme informace v knize zvané „Matematika v devíti knihách“, která je nejstarším dochovaným traktátem pojednávajícím o matematických znalostech tehdejších matematiků. Operace se zlomky se zde vyskytují jen velmi stručně a ne moc jasně.

V Číně se dříve než kdekoli jinde začalo používat desetinných zlomků. To bylo spojeno s rozvojem desetinné soustavy měr. Ve 3. Století se začala objevovat desítková soustava objemů a vah. Na konci 10. století byla oficiálně vyhlášena soustava měrných jednotek vah.

V Indii byla forma zlomků téměř shodná s nynějším zápisem. Čitatele zapisovali nad jmenovatel, avšak nepoužívali zlomkovou čáru.

Celá čísla byla vyjadřována jako zlomky se jmenovatelem rovným jedné. Obecné zlomky s čitatelem různým od jedné se poprvé vyskytly v díle „Pravidla provazce“ od Ápastamby.

Co se týče početních operací se zlomky, tak od sčítání až po výpočet třetí odmocniny se shodují s operacemi pro počítání s celými čísly.

V Islámských zemích je zlomkům věnována část al-Chwárizmího traktátu o aritmetice. Popisuje zde, že arabština měla zvláštní pojmenování pro kmenové zlomky do $\frac{1}{10}$.

Zlomky dělili na dvě skupiny a to zlomky vyslovitelné a nevyslovitelné. Vyslovitelné byly právě kmenové zlomky do $\frac{1}{10}$, které měly stejný slovní kmen s totožnými celočíselnými číslovkami.

Nevyslovitelné byly všechny ostatní zlomky, které nazývali jako např.: „jedna ze třinácti, nebo tři ze sedmnácti, ...“. (Juškevič, 1978)

V knize Abu 'l-Wafy jsou shrnuty a rozvinuty poznatky arabských matematiků. Pojednává především o tom, že poměr je míra jednoho ze dvou čísel ke druhému číslu. Zlomky tedy vznikají jako poměr menšího čísla k většímu. Obrací se zde

na knihu starého Řecka – „Základy“ od Eukleida. Říká, že jakékoli menší číslo v porovnání k většímu číslu udává jednu nebo více částí většího čísla.

K vyjádření zlomků formuluje pravidla, která spočívají v rozkladu zlomků na šedesátinné zlomky.

V 15. století byla napsána kniha „Klíč aritmetiky“, která pojednává o elementární matematice. Je rozdělena do pěti knih, kdy druhá kniha se věnuje právě aritmetice desetinných zlomků.

2.3 Evropa

V Evropě se zlomky v literatuře nejprve objevují jako překlad z arabštiny, později je nazývali slovy znamenajícími trhat, lámat, zmenšenina,

Současný vzhled zlomku je především dílem Indů.

Stejně jako v islámských zemích se i Evropě vědci pokoušeli o vytvoření jednotného systému celých čísel a zlomků.

Díky překladu knih al-Chwárizmího a knihou Joanna Sevillského se do Evropy dostala do povědomí desítková poziční soustava a zavedení nových čísel. Centrem šíření nových znalostí byla především Itálie, kde působil Leonardo Pisánský.

Šedesátinné zlomky se používaly především v astronomických výpočtech. Vídeňský astronom Georg Peurbach kombinoval šedesátinné a desetinné zlomky při tvoření tabulek sinů. Později vytvořil tabulku pro tagens jako desetinné tabulky, kde píše o výhodách používání základu deset.

Během 14. – 16. století se desetinné zlomky postupně rozvíjejí v různých příkladech. Koncem 16. století s podrobným popisem počítání s těmito zlomky přišel Holanďan Simon Stevin v díle Desetina z roku 1585.

Při početních operacích se zlomky převáděli na společného jmenovatele pomocí vynásobení všech jmenovatelů. Až v 17. Století přichází nový objev o nalezení nejmenšího společného jmenovatele.

Potíže jim dělal výpočet při násobení a dělení. Nikdo nedovedl vysvětlit, jak je možné, že podíl může být větší než dělenec, nebo násobitel větší než násobenec.

Zjednodušení pokusů o vysvětlení přinesla až publikace Michaela Stifela z roku 1544 s názvem „Úplná aritmetika“, kde se objevilo dnes známé pravidlo o dělení zlomku.

3 RACIONÁLNÍ ČÍSLA

Racionální čísla, jsou taková čísla, která lze vyjádřit jako podíl dvou celých čísel. Tato čísla tvoří podmnožinu množiny reálných čísel. Značíme je písmenem Q .

Racionální čísla můžeme vyjádřit jako: a) desetinné číslo (1,3; 2,48; 0,106; ...)

b) zlomek ($\frac{2}{3}$; $\frac{13}{4}$; $\frac{5}{10}$...)

c) smíšené číslo ($1\frac{3}{5}$; $2\frac{2}{7}$; $5\frac{6}{13}$; ...)

d) periodické číslo ($1,\overline{666}$; $3,\overline{33}$; $4,\overline{111}$; ...)

V této práci se dále budu zabývat zlomky, jejich definicemi, zápisem a početními operacemi.

3.1 Definice zlomku

Zlomek je číslo, které označuje podíl dvou výrazů a , b , kde a , b jsou celá čísla a $b \neq 0$.

3.1.1 Zápis zlomku

Zlomek lze zapsat nejen jako číselný výraz, ale můžeme jej znázornit také graficky.

Zápis zlomku jako číselný výraz

a	← číslatel	(sděluje, kolik částí zlomek obsahuje)
—	← zlomková čára	(naznačuje dělení)
b	← jmenovatel	(udává, na kolik stejných částí je celek rozdělen)

Každé celé číslo lze zapsat pomocí zlomku, u kterého je jmenovatel roven jedné.

$$\frac{3}{1} = 3; \quad \frac{5}{1} = 5; \quad -\frac{2}{1} = -2$$

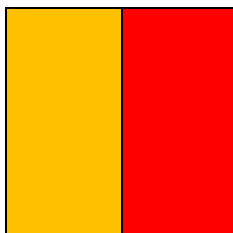
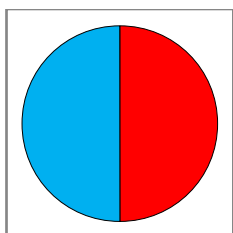
Číslatel může být jakékoli celé číslo.

Jmenovatelem je přirozené číslo. Tedy celé kladné číslo různé od nuly. Jmenovatel pojmenovává celý zlomek.

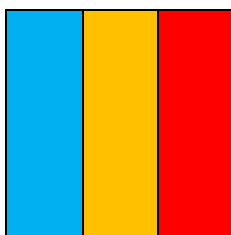
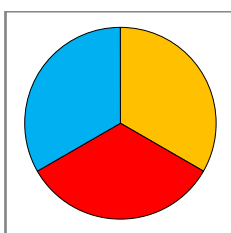
Zápis zlomku pomocí grafického znázornění

Celek, v našem případě kruh, nebo obdélník rozdělíme na stejný počet dílů. Počet dílů nám udává jmenovatel.

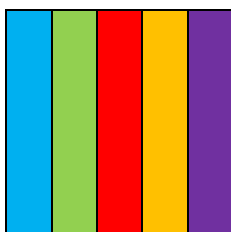
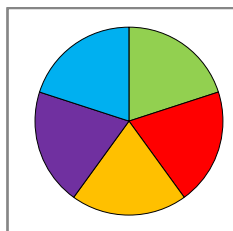
$$\frac{1}{2}:$$



$$\frac{1}{3}:$$



$$\frac{1}{5}:$$



3.1.2 Nula ve zlomku

Již na začátku kapitoly jsem se věnovala složení zlomku. Řekli jsme si, že zlomek je složen ze tří částí: čísel (celé číslo), jmenovatel (přirozené číslo) a zlomková čára.

Otázkou je, co se stane, když za čísel, nebo jmenovatel položíme nulu.

Je-li **čísel** zlomku roven **nule**, pak je celý zlomek roven **nule**!

$$\frac{0}{5} = 0 \Rightarrow 5 \cdot 0 = 0$$

$$\frac{0}{3} = 0 \Rightarrow 3 \cdot 0 = 0$$

Jmenovatel se **nesmí** rovnat nule! Při zpětné zkoušce vidíme, že příklad nevychází správně.

$$\frac{1}{0} = x \quad 0 \cdot x \neq 1$$

$$\frac{4}{0} = y \quad 0 \cdot y \neq 4$$

$$\frac{6}{0} = z \quad 0 \cdot z \neq 6$$

3.1.3 Druhy zlomků

Kmenné zlomky

- jsou zlomky, jejichž čítec je roven jedné
- $\frac{1}{2}; \frac{1}{9}; \frac{1}{30}; \dots$

Pravé zlomky (ryzí)

- jsou zlomky menší než celek (tzn. menší než jedna), čítec je menší než jmenovatel
- $\frac{3}{4}; \frac{5}{9}; \frac{7}{8}; \dots$

Nepravé zlomky (neryzí)

- jsou zlomky, které jsou větší nebo rovny celku (tzn. větší nebo rovny jedné), čítec je větší nebo roven jmenovateli
- $\frac{5}{2}; \frac{3}{7}; \frac{4}{4}; \dots$

Opačné zlomky

- opačným zlomkem ke zlomku $\frac{a}{b}$ je zlomek $-\frac{a}{b}$
- $\frac{3}{5}a - \frac{3}{5}; \frac{6}{9}a - \frac{6}{9}; \frac{4}{3}a - \frac{4}{3}$

Převrácené zlomky

- převráceným zlomkem ke zlomku $\frac{a}{b}$ je zlomek $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$)
- $\frac{11}{7}a \frac{7}{11}; \frac{2}{3}a \frac{3}{2}; \frac{1}{6}a \frac{6}{1}$

Nevlastní zlomky

- jsou zlomky, jejichž čítec je násobkem jmenovatele
- $\frac{2}{4}; \frac{3}{9}; \frac{7}{14}; \dots$

Složené zlomky

- jsou zlomky, jejichž čítec, jmenovatel nebo oba současne mají podobu zlomku

$$\begin{array}{ll} a & \leftarrow \text{čítec} \\ \text{—} & \leftarrow \text{vedlejší zlomková čára} \\ b & \leftarrow \text{jmenovatel} \\ \text{—} & \leftarrow \text{hlavní zlomková čára} \\ c & \leftarrow \text{čítec} \\ \text{—} & \leftarrow \text{vedlejší zlomková čára} \\ d & \leftarrow \text{jmenovatel} \end{array}$$

$$- \quad \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{7}} = \frac{3}{5} : \frac{4}{7}; \quad \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{6}} = \frac{2}{5} : \frac{5}{6}; \quad \frac{\frac{1}{9}}{\frac{6}{8}} = \frac{1}{9} : \frac{6}{8}; \dots$$

Zlomky v základním tvaru

- zlomek je v základním tvaru, jsou-li čítec a jmenovatel nesoudělná čísla (tzn. jejich společným dělitelem je číslo ± 1)
- $\frac{1}{2}; \frac{3}{7}; \frac{4}{5}; \dots$

Desetinné zlomky

- jsou zlomky, které mají ve jmenovateli 10^n , kde n je libovolné přirozené číslo
- $\frac{2}{10}; \frac{5}{100}; \frac{7}{1000}; \dots$

3.1.4 Smíšené číslo

- je-li zlomek větší než jedna a je uveden v základním tvaru, je možné jej vyjádřit jako smíšené číslo, tj. celek a zbytek zlomku, které v součtu dají původní zlomek
- $2\frac{1}{3}$ (čteme dva celky a jedna třetina); $1\frac{4}{5}$ (jedna a čtyři pětiny);
 $3\frac{1}{2}$ (tři celky a jedna polovina)

- převod zlomku na smíšené číslo:

$$\frac{12}{7} = \frac{7+5}{7} = \frac{7}{7} + \frac{5}{7} = 1\frac{5}{7}$$

$$\frac{24}{5} = \frac{20+4}{5} = \frac{20}{5} + \frac{4}{5} = 4\frac{4}{5}$$

- převod smíšeného čísla na zlomek:

při převodu smíšeného čísla na zlomek zanecháváme stále stejného jmenovatele; nejprve vynásobíme celek daným jmenovatelem a poté k tomuto číslu přičteme čitatele určeného zlomku. Výsledkem je zlomek větší než jedna.

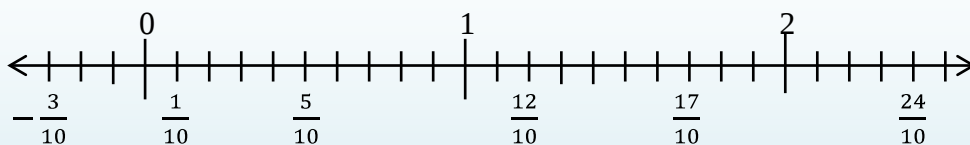
$$3\frac{2}{3} = \frac{3 \times 3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{9}{3} + \frac{2}{3} = \frac{11}{3}$$

$$2\frac{1}{4} = \frac{4 \times 2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

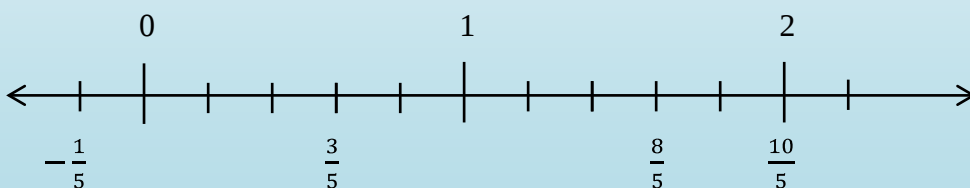
3.1.5 Zlomky na číselné ose

Již umíme pracovat s modelem kruhu. S číselnou osou pracujeme na stejném principu. Celek (tzn. úsečku od 0 do 1, od 1 do 2, od 2 do 3,...) rozdělujeme na tolik částí, kolik udává číslo ve jmenovateli. Nesmíme zapomínat, že čísla značená od nuly směrem doprava jsou kladná, směrem doleva záporná.

Počet dílků, na které rozdělujeme celek je roven číslu ve jmenovateli.
(desetiny)



(pětiny)

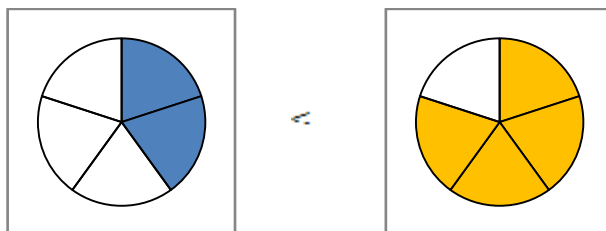


3.1.6 Porovnávání zlomků

a) zlomky se stejnými jmenovateli

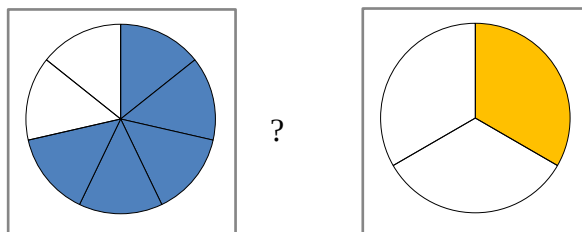
- máme-li zlomky se stejnými jmenovateli, je větší ten, který má většího čitatele

- $\frac{2}{5}$ a $\frac{4}{5}$; $5 = 5$; $2 < 4$; $\frac{2}{5} < \frac{4}{5}$



b) zlomky s různými jmenovateli

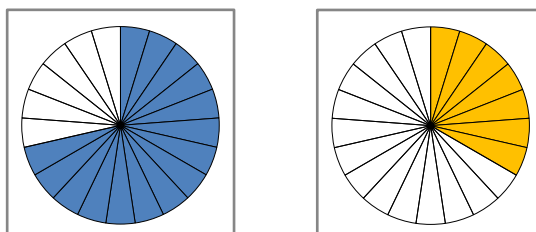
- máme-li zlomky s různými jmenovateli, př. $\frac{5}{7}$ a $\frac{1}{3}$



1.) převedeme je na zlomky se společnými jmenovateli

- můžeme vzít jakýkoli společný násobek jmenovatelů; nejlepším společným jmenovatelem je nejmenší společný násobek

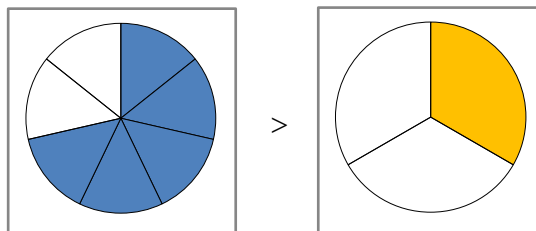
- společným jmenovatelem je číslo 21 : $\frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{15}{21}$; $\frac{1 \times 7}{3 \times 7} = \frac{7}{21}$



2.) porovnáme převedené zlomky mezi sebou:

$\frac{15}{21}$ a $\frac{7}{21}$; $15 > 7$; $\frac{15}{21} > \frac{7}{21}$

3.) stejná nerovnost platí i mezi původními zlomky: $\frac{5}{7} > \frac{1}{3}$



c) v tomto bodě bych chtěla zmínit pravidlo pro porovnávání kladných čísel, ale jelikož máme snahu o vyhnutí se formálním poznatkům, nedoporučovala bych, aby toto pravidlo bylo upřednostňováno před porovnáváním zlomků uvedeným v bodech a a b :

$$a > b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

- platí: $6 > 5 \Rightarrow \frac{1}{6} < \frac{1}{5}$;

Rovnost zlomků

Zlomky jsou si rovny, jestliže platí rovnost:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ tedy } a \cdot d = b \cdot c$$

Rozšiřování zlomků

Zlomky rozšiřujeme tak, že čitatele i jmenovatele vynásobíme stejným číslem

- $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \dots$

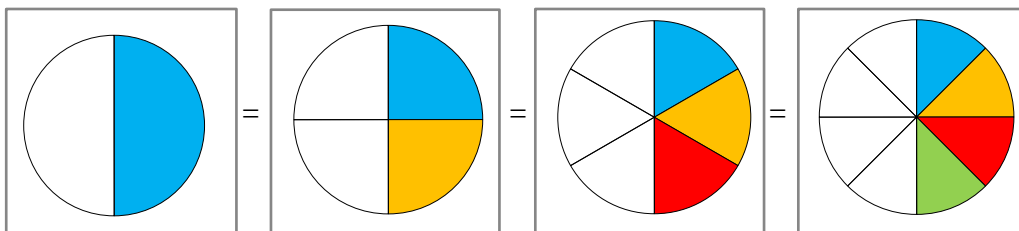
- zlomek $\frac{1}{2}$ rozšiřujeme dvěma: $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4}$

třemi: $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$

čtyřmi: $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8}$

- hodnota zlomku se po rozšíření nezmění

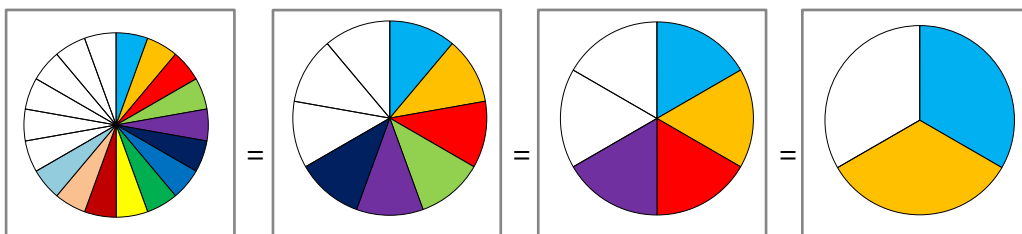
- zlomky $\frac{1}{2}; \frac{2}{4}; \frac{3}{6}; \frac{4}{8}; \dots$ se sobě rovnají, vyjadřují stejnou část celku



Krácení zlomků

Zlomek zkrátíme, vydělíme-li čitatele a jmenovatele stejným přírodním číslem, které je společným dělitelem čitatele i jmenovatele.

- $\frac{12}{18} = \frac{6}{9}; \frac{12}{18} = \frac{4}{6}; \frac{12}{18} = \frac{2}{3}; \dots$
- zlomek $\frac{24}{12}$ krátíme dvěma: $\frac{12}{18} = \frac{12:2}{18:2} = \frac{6}{9}$
třemi: $\frac{12}{18} = \frac{12:3}{18:3} = \frac{4}{6}$
šesti: $\frac{12}{18} = \frac{12:6}{18:6} = \frac{2}{3}$
- hodnota zlomku se při jeho krácení nezmění
- krácení dvou zlomků při násobení (viz násobení zlomků)

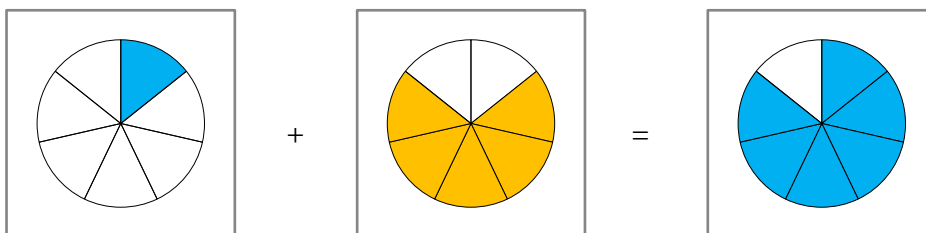


3.2 Početní operace se zlomky

3.2.1 Sčítání zlomků

- a) zlomky se stejnými jmenovateli
 - sčítáme tak, že mezi sebou sečteme čitatele, jmenovatele opíšeme
 - výsledek zkrátíme na zlomek v základním tvaru, případně převedeme na smíšené číslo
- $\frac{1}{7} + \frac{5}{7} = \frac{6}{7}; \frac{8}{15} + \frac{4}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}; \frac{2}{9} + \frac{13}{9} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}; \dots$

Příklady také můžeme znázornit obrázkem:



b) zlomky s různými jmenovateli

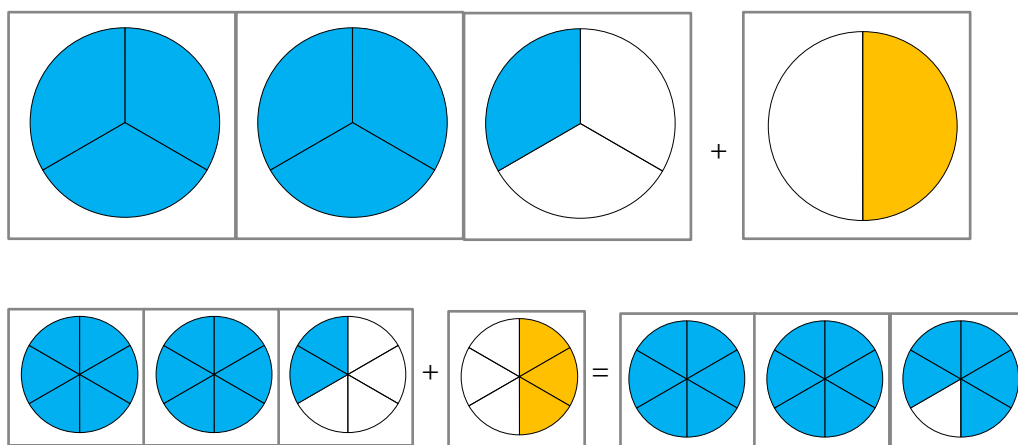
- máme-li zlomky s různými jmenovateli:

1.) převedeme je na zlomky se společnými jmenovateli

2.) sečteme převedené zlomky mezi sebou

3.) výsledek zkrátíme na zlomek v základním tvaru, případně převedeme na smíšené číslo

$$-\quad \frac{7}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7 \cdot 2}{3 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{14}{6} + \frac{3}{6} = \frac{17}{6} = 2\frac{5}{6}$$



3.2.2 Odčítání zlomků

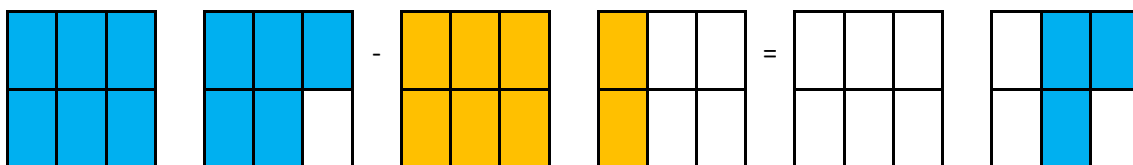
a) zlomky se stejnými jmenovateli

- odčítáme tak, že mezi sebou odečteme čitatele, jmenovatele opíšeme

- výsledek zkrátíme na zlomek v základním tvaru, případně převedeme

na smíšené číslo

$$-\quad \frac{7}{5} - \frac{3}{5} = \frac{4}{5}; \quad \frac{11}{6} - \frac{8}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}; \quad \frac{24}{3} - \frac{17}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}; \dots$$



b) zlomky s různými jmenovateli

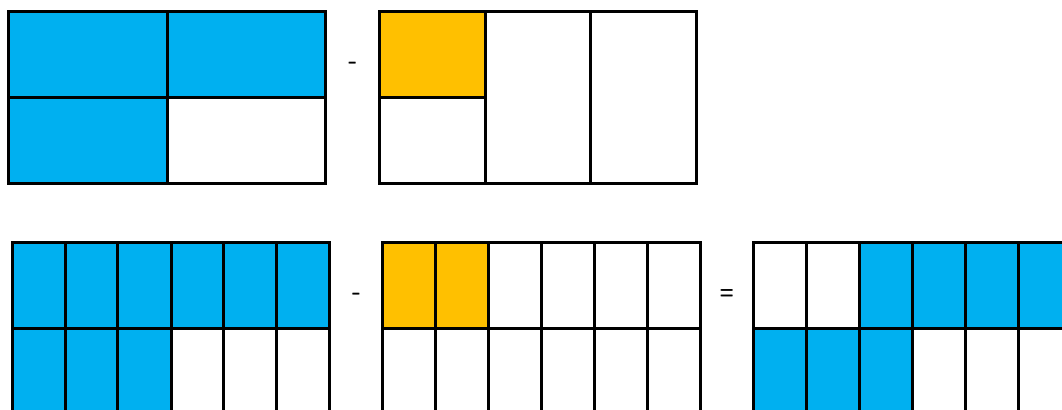
- máme-li zlomky s různými jmenovateli:

1.) převedeme je na zlomky se společnými jmenovateli

2.) odečteme převedené zlomky mezi sebou

3.) výsledek zkrátíme na zlomek v základním tvaru, případně převedeme na smíšené číslo

$$- \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$$



3.2.3 Násobení zlomků

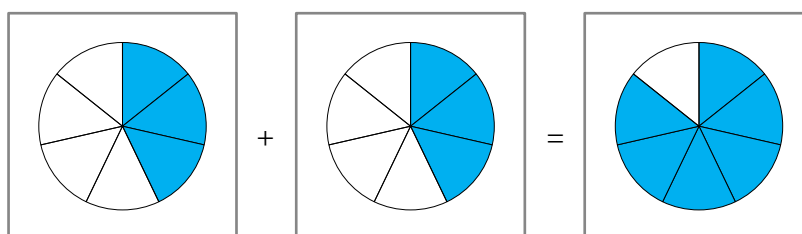
a) násobení zlomku celým číslem

- násobíme-li zlomek celým číslem, vynásobíme mezi sebou čitatele a daným přirozeným číslem a jmenovatele opíšeme
- výsledek zkrátíme na zlomek v základním tvaru, případně převedeme na smíšené číslo

$$- \quad 2 \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 3}{7} = \frac{6}{7}; \quad 8 \cdot \frac{3}{4} = \frac{8 \cdot 3}{4} = \frac{24}{4} = 6; \quad 3 \cdot \frac{7}{9} = \frac{3 \cdot 7}{9} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3} = 2 \frac{1}{3}$$

- násobení opakovaným sčítáním

$$- \quad 2 \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{7}$$



b) násobení zlomku zlomkem

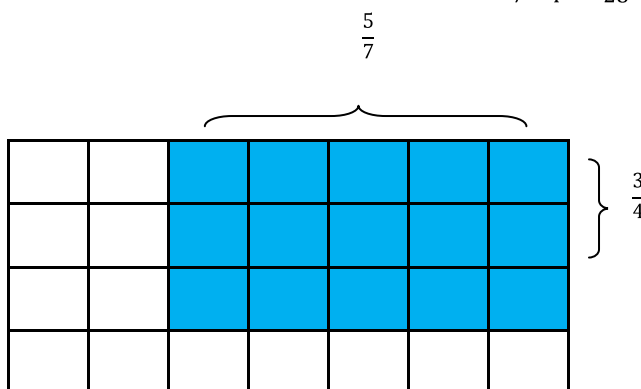
- násobíme-li zlomek zlomkem, vynásobíme mezi sebou čitatele s čitatelem a jmenovatele se jmenovatelem

- výsledek zkrátíme na zlomek v základním tvaru, případně převedeme na smíšené číslo, zlomky můžeme krátit před zahájením násobení
- tzv. křížové pravidlo – zlomky před vynásobením můžeme krátit

tzv. křížovým pravidlem

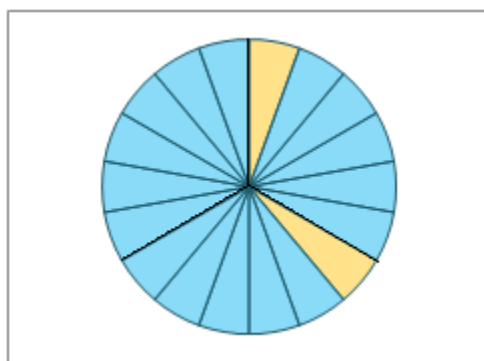
$$\Rightarrow \frac{3}{15} \cdot \frac{25}{9} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 3} = \frac{5}{9}$$

- c) násobení za pomoci využití obsahu obdélníka: $\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{28}$



- d) násobení za pomoci určení části z jiné části:

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{18}$$



3.2.4 Dělení zlomků

- zlomky dělíme tak, že první zlomek (dělenec) násobíme převrácenou hodnotou zlomku druhého (dělitele)
- nulou dělit nelze
- a) dělení celým číslem

- celé číslo si převedeme na zlomek a poté první zlomek vynásobíme převrácenou hodnotou druhého zlomku

$$-\quad \frac{15}{8} : 3 = \frac{15}{8} : \frac{3}{1} = \frac{15}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{1} = \frac{5}{8}$$

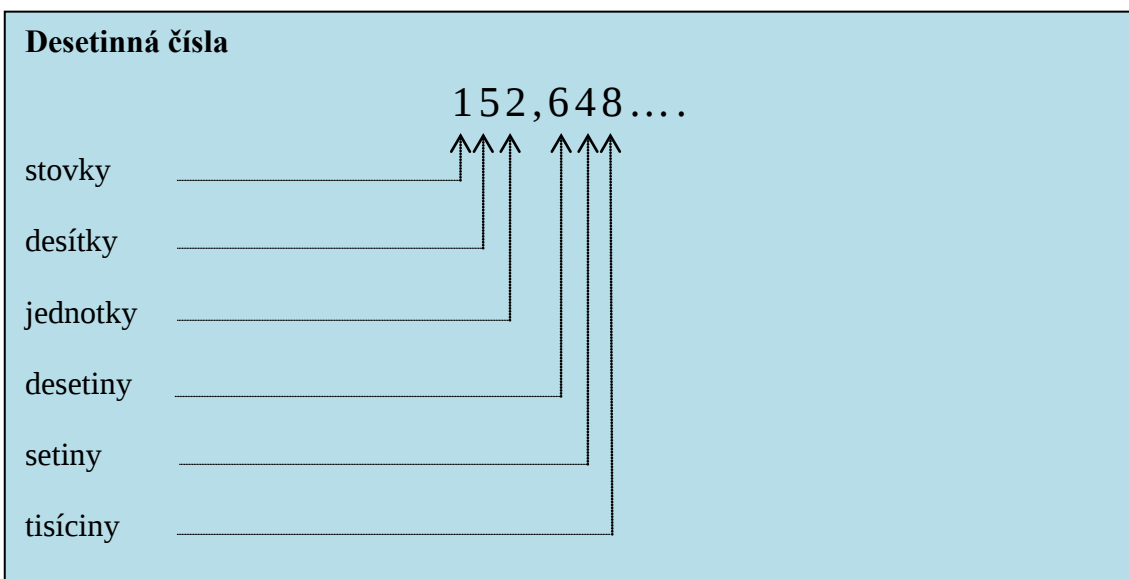
b) dělení zlomku zlomkem

- viz definice dělení zlomků

$$-\quad \frac{12}{7} : \frac{6}{21} = \frac{12}{7} \cdot \frac{21}{6} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{1} = \frac{6}{1} = 6$$

3.3 Desetinná čísla

Jednou možností jak můžeme jinak napsat zlomek je pomocí desetinných čísel. Pokud známe ciferný rozklad čísla, zlomky nám napoví, jak je napsat formou desetinných čísel. Když přečteme zlomek $\frac{5}{10}$, potom víme, že ve formě desetinných čísel bude na místě desetin číslo 5, jiné číslo se zde nevyskytuje, proto desetinné číslo zapíšeme: 0,5. Čteme žádná (nebo nula) celá pět desetin. Stejně tak i opačně poté vytvoříme z desetinného čísla zlomek.



3.2.1 Zaokrouhlování desetinného čísla

Postup pro zaokrouhlování desetinných čísel je stejný jako o přirozených čísel. Pokud tedy desetinné číslo zaokrouhlujeme na dvě desetinná místa (setiny), zaokrouhlujeme podle čísla na místě třetím (tisícin).

➤ Zaokrouhli číslo 2,357 na dvě desetinná místa.

- zaokrouhluje podle čísla na třetím místě (7), číslo je větší než 5, zaokrouhluje tedy směrem nahoru. Řešením je číslo 2,36.

Podobně zaokrouhluje i na ostatní desetinná místa.

3.2.2 *Převod zlomku na desetinné číslo*

- $\frac{2}{10} = 0,2$ (zlomek dvě desetiny, zapíšeme jako nula celá dvě desetiny);

$\frac{5}{100} = 0,05$ (pět setin = nula celá pět setin); $\frac{7}{1000} = 0,007$ (sedm tisícín = nula celá sedm tisícín)

Pokud nemá zlomek ve jmenovateli číslo rovné 10^n , převádíme jej na desetinné číslo pomocí umocňování, dělením čitatele jmenovatelem, případně krácením, nebo rozšiřováním zlomku.

3.2.3 *Převod desetinného čísla na zlomek:*

Desetinné číslo zapíšeme do zlomku přesně tak, jak jej čteme.

- $12,35 = \frac{1235}{100}$ (dvanáct celých třicet pět setin píšeme jako dvanáct set třicet pět

setin); $2,1 = \frac{21}{10}$ (dvě celé jedna desetina = dvacet jedna desetín); $0,014 = \frac{14}{1000}$

(nula celá čtrnáct tisícín = čtrnáct tisícín)

4 ZLOMKY NA ZÁKLADNÍ ŠKOLE

Učivo zlomků spadá do 7. ročníku 2. stupně základní školy. Poprvé se však žáci shledávají s pojmem zlomek ve 4. ročníku.

4.1 Formální poznatky

Hejný (2004, s. 23) ve své publikaci zdůrazňuje: „Kvalitní poznání nemůže učitel žákovi předat, ale žák se k němu musí dobrat samostatně. Těžištěm vyučování tedy není výklad, ale vhodná série úloh.“

Proces poznání je pro žáky důležitý z hlediska prevence formalizmu. Je nutné, aby se žáci naučili docházet k poznatkům sami. U dnešních žáků převládá paměťové učení nad vlastní tvořivostí a poznáním. Jednou z důležitých složek vyučovací hodiny je správná motivace. Žák by neměl být k práci přinucen, ale motivován tak, aby sám řekl: „chtěl bych vědět“.

Pokud žákům nadiktujeme určitý algoritmus, definici, tvrzení atp., nebudou mít potřebu cokoli zkoumat. Bez přemýšlení budou tato fakta aplikovat na všechny úlohy, aniž by uvažovali, zda úloha bude vyřešena správně.

Podstatou formalizmu není to, že žáci používají určitá pravidla, ale to že ona pravidla nejsou ukotvena v životní zkušenosti žáka.

„Když v samoobsluze nakupujete mléko, chléb, brambory, pomeranče a zubní pastu, dokážete vše najít bez hledání. Víte, kde co leží, a přitom jste se to nikdy neučili. Jak je to možné? Víte to proto, že v samoobsluze se skoro denně pohybujete a ve vaší mysli se vytvořilo schéma obchodu. V tomto schématu pak máte uloženu spoustu informací, zejména těch, které se zde často obnovují. Podobné je to i u matematiky. Učit žáka jednotlivé poznatky je stejně neefektivní jako učit se z návodů, jak je zboží v samoobsluze rozloženo. Efektivní je předložit dítěti určité prostředí a nechat ho v něm „nakupovat“, tedy řešit různorodé úlohy. Takové tvůrčí podání matematiky děti silně oslovuje a přirozeně za ním jdou,“ vysvětluje profesor Hejný (2011).

4.2 Teorie modelů při výuce

Hejný (2004) také upozorňuje na teorii separovaných a generických modelů a teorii reifikace.

Žákům tedy nejprve předkládáme různé úlohy, díky kterým se postupně vytvoří spojitost, která vede k poznání vyučovaného jevu.

Jak bylo již uvedeno hlavní téma „Zlomky“ je zařazeno do výuky v 7. ročníku. Žáci se však s určitými představami setkávají již dříve ať ve škole, nebo mimo školu. Již od předškolního věku žáci používají slova jako „polovina“, nebo „čtvrtina“. Tyto představy však většinou nejsou správné a mnohdy slyšíme věty jako: „Dej mi tu větší polovinu.“.

Jak uvádí Tichá (2006) zlomky jsou zpočátku využívány k vyjádření kvantitativní hodnoty veličin. Př. Cesta mi trvala $\frac{3}{4}$ hodiny. Později se setkávají se zlomky v operátorech.

„...nejde o zlomky jako čísla ... jde o způsob vyjádření jistých početních operací s přirozenými čísly. (Ve skupině je 20 dětí. $\frac{3}{4}$ jsou chlapci. Kolik je ve skupině chlapců?)

Uvedené aspekty („operátorový“ a „veličinou“) nejsou oddělovány. Naopak. V úlohách jsou často zohledněny různé aspekty. (To se ovšem může projevit negativně, když později děti přenášejí to, co se naučily při počítání s přirozenými čísly, na počítání se zlomky.)“ (2006, s. 5)

Často tedy u žáků dochází k formálnímu poznatku a to tím, že nezískají poznatek na základě vlastních zkušeností, ale přenesením informace do vlastního vědomí.

Nejen z časového hlediska není samozřejmě možné vyučovat pouze za pomoci separovaných modelů. Některé informace je třeba žákům ukázat, předat jim tu informaci, např. že číslo tři se píše znakem 3.

Ale jak uvádí Hejný (2004) stačí, když se výše uvedené metody realizují alespoň u několika poznatků. Žáci si poté na základě několika zkušeností vytvářejí schopnost dohledat si k dané informaci příslušné modely a zživotnit původně formální poznatek.

4.3 Představa pojmu „zlomek“

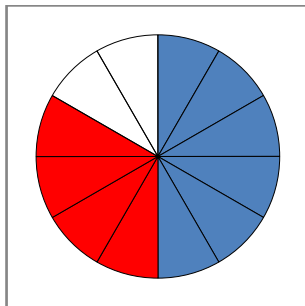
Jednou z otázek, kterou řešíme, je jak žáci vnímají pojem zlomek.

Mnoho žáků vnímá zlomek pouze jako dvě čísla oddělená čarou. Naučí se z paměti, jak vypadají základní zlomky, ale při představě zlomku např. $\frac{5}{9}$ si žáci rady neví.

V učebnicích se často shledáváme s typem úloh: „Zapiš zlomkem, jaká část je vybarvená.“ Nebo „Vybarvi $\frac{1}{4}$ obrazce.“ Je pravděpodobné, že žáci nebudou mít problém znázornit kmenové zlomky v úlohách, kde jim předem určíme části a zadáme výše uvedené úlohy.

Problémem je, pokud dáme žákům například obrázek kruhu rozděleného na 12 shodných částí a zadáme jim následující úkol:

„Vybarvi modře $\frac{1}{6}$ kruhu a pak ještě červeně jeho $\frac{1}{4}$. Jaká část kruhu je vybarvena?“, vypadá jejich řešení zpravidla takto:



A odpověď: Vybarvena je jedna desetina. (2006, s. 12)

Jak uvádí Hejný a Stehlíková (1999) k reedukaci chybné představy jsou nejúčinnějšími způsoby vytvoření spojitostí mezi čísly a světem věcí a odhalení souvislostí, které vedou ke konstrukci všeobecného postupu.

4.4 Zavedení kmenových zlomků ve výuce

Hejný (2004) ve své publikaci zdůrazňuje, že je důležité věnovat se ve výuce nejprve dokonale kmenovým zlomkům, abychom předešli formálním poznatkům a držení se pouze pravidel.

Uvádí příklady typu: „Rozděl spravedlivě 7 chlebů mezi 8 podílníků.“ Při řešení takovýchto úloh uvádí egyptský návod a tedy rozložení $\frac{7}{8}$ na kmenové zlomky.

$$\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

K vyřešení úlohy žáci dostávají papírové kruhy, které zastupují chléb. Postupným stříháním kruhu na stejné části dosahují výsledků:

První 4 chleby rozdělili na polovinu a každý dostal jednu půlku. Zůstali jim tři chleby, dva z nich rozřezali na čtvrtiny a každý tedy dostal jednu čtvrtinu chleba. Poslední chléb byl rozdělen na osm dílů, aby každý podílník dostal stejný kousek chleba.

Složitějším příkladem může být situace, kdy v některém kroku při dělení vznikne zůstatek, který není složen z celého počtu chlebů. Př. Rozděl 4 chleby mezi 5 podílníků.

4.5 Reprezentace zlomku

Častá úloha při zavádění zlomků je jak jsem již zmiňovala: „Rozděl koláč na 8 stejných dílů.“ Tedy používání modelu kruh, ať už se jedná o koláč, dort, talíř, či cokoli jiného. Pro žáky a jejich vlastní poznání vlastností zlomků je důležité, věnovat dostatečnou pozornost rozvíjení různých způsobů reprezentace.

Kromě modelu kruhu můžeme v úlohách použít modely jako úsečku (tyč), obdélník (čokoláda), soubory předmětů (kuličky), stupnice, veličiny,....

Podle Tiché (2006) i Hejného (2004) bychom neměli nahrazovat dlouhodobější budování představ nácvikem kalkulu. Ten sice přináší téměř okamžitý efekt, avšak později zjistíme, že si žáci nedokážou poradit mnohdy ani s lehkou slovní úlohou.

Zde žáci nejsou schopni vyčíst základní informace, jako základ a část.

Tichá (2011) ve svém článku uvádí slovní úlohu:

„Obchodník snížil cenu nanuku o $\frac{1}{4}$ na 6 Kč. Kolik korun stál nanuk před zlevněním?“

Dále zde uvádí fakta, která ukazují, jak je pro žáky důležité a nápomocné znázornění situace. To pomůže při rozhodování pro určitý postup řešení. Na druhé straně ovšem musíme podotknout, že ne vždy je obrázek nápomocen k správnému řešení.

„...jedna z hlavních překážek pro řešení úlohy – celek není v textu deklarován a žáci nejsou schopni samostatně rozlišit, co je celek a co část. V tomto případě je nutné vrátit se k činnostním a ikonickým reprezentacím. Například řešit úlohy typu: Kdo má pravdu?, Co je víc?“ (Tichá, 2011)

Je nezbytné, aby žáci měli představu o tom, jak zlomek vypadá, co zobrazuje, co je to celek a co část. Následně spojitost s desetinným číslem.

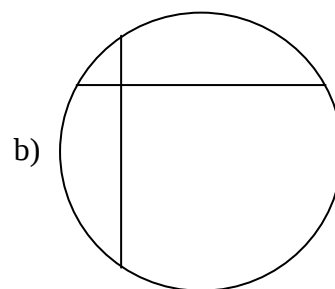
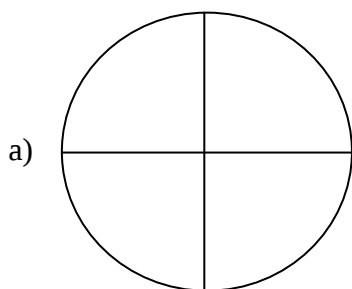
V matematice však nejsou jen kapitoly o zlomcích, nebo desetinných číslech, které se zabývají vyjádřením celku a části. Celek a část můžeme vyjádřit také na příklad pomocí užití procent, poměru, nebo také přirozených čísel:

- přirozené číslo *Ve třídě je 27 žáků, z toho 16 dívek.*
- poměr *Koncentrát ředíte v poměru 2 : 7.*
- zlomek *Více než $\frac{4}{5}$ půdy bylo rekultivováno.*
- desetinné číslo *Základní jmění banky bylo navýšeno o 0,583 miliardy Kč.*
- procento *Počet kuřáků klesl o 3%*

Interpretace zlomku je možná hned několika způsoby. Je možné chápat jej jako veličinu (kvantitativní údaj), jako operátor (pokyn k provedení početních operací), míru, ale také je možné zapsat ho jako podíl, poměr.... Dále se však uvádí, že interpretace zlomku několika způsoby může být pro žáky nepochopitelné, nebo matoucí. (2006, s. 4)

Nejprve bychom si tedy měli ujasnit pojem zlomku. Žáci by měli být schopni najít chybu v příkladě:

Označují oba obrázky kruh rozdělený na čtvrtiny? Zdůvodněte svoji odpověď.



Tento typ úloh lze také zavést na příkladech ze života, např.: „Rozbijeme-li talíř na deset částí. Je každá část jednou desetinou?“

Příkladů ze života o rozbití nějaké věci je mnoho. Je důležité, aby si žáci uvědomovali, že celá část musí být rozdělena na určitý počet stejných částí, abychom o tomto čísle mohli mluvit jako o zlomku. Vyvarujeme se tím toho, čím jsme se zabývali již na začátku, toho co slýcháme u dětí velmi často, jako na příklad: „já chci tu větší půlku!“

4.6 Matematický jazyk a matematická gramotnost

Jedním z dalších problémů pro nepochopení zlomků může být také neporozumění jazyku.

Hošpesová s Tichou ve své prezentaci (2009) uvádí, že cestou ke gramotnosti je: „schopnost porozumět matematickému textu; něco znát – vybavovat si potřebné pojmy, postupy, teorie; řešit úlohy a tvořit úlohy.

Tvoření úloh doplněné (společnou) reflexí je cestou rozvíjení a zkvalitňování oborově didaktické kompetence tedy didaktické znalosti matematického obsahu – tedy matematické gramotnosti.

Tvoření úloh tak vede k rozšíření zásoby referenčních kontextů potřebných pro pojmotvorný proces a prohloubení znalosti pojmu.“

Jazyk je libovolný systém znaků, jejichž prostřednictvím se uskutečňuje komunikace.

Pojmotvorný proces má pět etap – motivace, představa, pojem, definice, osvojení. Pojem zavádíme v tomto pořadí u dětí v mladším školním věku.

U starších žáků (SŠ, VŠ) zavádíme v pořadí definice + pojem, představa, motivace, osvojení.

Matematická terminologie je důležitá především na prvním stupni základních škol. Věnujeme se nácvikem termínů, jako součet, rozdíl, podíl....

Jak uvádí Hejný (2004) důraz na správnou terminologii je mnohdy pro žáky negativní.

A to v případech, kdy učitel žáka přeruší v myšlenkovém toku.

Tomuto tématu se ve své publikaci věnuje Kaslová a Šobrová. Uvádějí zde nejčastější chyby žáků při určitých jevech v matematice.

Problémem mohou být slovesné vazby, kvantifikátory, závorky, slovesa a podstatná jména, formulace otázek a odpovědí.... Důležitou roli mají také předložky a spojky v úlohách řešících větší než, větší o, větší xkrát....

Návrhy pro zdokonalení porozumění jazyku jsou různé: doplňovací cvičení, obměny, práce s modely, interpretace cizího řešení, vysvětlení vlastního řešení, tvorba slovních úloh....(2011)

Na tvorbě slovních úloh se shoduje více autorů. Jako užitečné uvádějí, že tento typ úloh je pro žáky důležitý z hlediska hlubšího porozumění.

Nejen pro ně, ale i pro učitele mají tyto úlohy pozitivní výsledky. Učitel díky nim může zjistit mezery v porozumění.

4.7 Shrnutí

„Vyučování matematice je výrazně orientováno na procesy, na otázku JAK – jak sestavit, jak vypočítat, jak najít, jak dokázat. Málo pozornosti se věnuje otázkám PROČ a CO. Přitom právě tyto dvě otázky osvětlí kvalitu matematického poznání žáka ve své podstatě.

Víme, že žák může úspěšně řešit úlohy, odříkávat definice, věty, ba i důkazy a mít při tom pouze chatrnou a nepřesnou představu o podstatě toho, co dělá. Ví, jak to udělat, ale vlastně neví, co dělá, nezná to, s čím zachází. Žák rychle a správně sečte $\frac{2}{7} + \frac{3}{5}$, ale znázornit tyto objekty obrázkem neumí. Takovéto formální poznání vzniká právě v důsledku malé pozornosti, která se věnuje otázce CO, tedy představám žáků o matematických objektech.“ (1999, s. 20)

Zlomky na základní škole mnoho lidí zařazuje do složitého učiva. Proč je ale toto téma tak těžké? Jak jsme již řekli, mimo jiného jsou důležitými prvky ve výuce matematiky - matematický jazyk, matematické sebevědomí a překonání formalizmu. Pro žáky je nezbytný proces vlastního poznání, motivace i osvojení poznatků. Žáci by nejprve měli mít představu o tom, co je to zlomek, co je to část a co celek. Poté zavedeme zápis zlomků. Vysvětlíme pojmy „čitatel“, „jmenovatel“ a „zlomková čára“.

Žáky bychom měli uvést do problematiky v podobě tzv. kmenových zlomků a později je rozšířit na zlomky obecné. Kmenové zlomky používáme především v úlohách o spravedlivém rozdělování. Jde o typy úloh, kde jednu věc (dort) rozdělujeme na několik stejných dílů (podle počtu uchazečů), tak aby nikdo nemohl říct, že ho ošidili (uřízli mu menší kousek). Takových úkolů je možné vytvořit mnoho, žáci díky nim dostávají lepší představu o tom, co je to zlomek. Podle Tiché a Macháčkové (2006) bychom při výkladu a pozdějším formulování slovních úloh neměli zapomínat na tři polarity:

- kvalita děleného objektu – dělení se liší podle charakteru souboru, zda se jedná o spojitou oblast (koláč), nebo diskrétní množinu (bonbóny)

- slovní vyjádření – „tři stejné části“ x „jedna třetina“
- činnosti žáka – „evidence“ (typy úloh, kde žák určuje obrázek, kde je vybarvena určitá část) x „konstrukce“ (úlohy, při kterých žák rozděluje celek na určitou část)

Po vysvětlení a ujasnění těchto pojmů se můžeme pustit do početních operací, kterými se zabýváme v kapitole 3.2.

PRAKTICKÁ ČÁST

5 VÝZKUMNÉ TESTY

Testy jsem zadávala žákům 5. a 7. ročníku Základní školy v Ledenicích, dále pak 2. ročníku víceletého gymnázia v Českých Budějovicích.

Před vypracováním úloh jsem žáky poučila o účelu výzkumu a přečetla zadané úlohy, abych předešla komplikacím při nesprávném čtení.

Hodnocení testů má dvě části a to část kvalitativní a část kvantitativní.

5.1 Testování studenti

Na základě souhlasu vedení základní školy a víceletého gymnázia bylo možné oslovit žáky vybraných tříd k vyplnění dotazníků. K výzkumu byli vybráni studenti

5. a 7. ročníku Základní školy v Ledenicích a žáci II. ročníku víceletého gymnázia v Českých Budějovicích. Celkem bylo vyplněno 45 dotazníků.

5.2 Testy na 1. stupni ZŠ

5.2.1 Testy pro 5. ročník ZŠ

(Příloha 9.1)

Doplň: Navštěvuji ... třídu základní školy.

Tato otázka je pouze identifikační k rozdělení žáků.

1. Maminka poslala Pepíčka na nákup. Chtěla, aby nakoupil polovinu chleba a třetinu limonády.

Napište, jak by bylo možné vyjádřit polovinu chleba a třetinu limonády pomocí matematického pojmu.

Cílem této otázky je zjistit, zda žáci mají číselnou představu o matematických pojmech užívaných v běžné řeči.

Zda jsou schopni vyjádřit tyto číselné výrazy pomocí zlomku, desetinného čísla, případně jiným možným způsobem.

2. Pepíček zapomněl, kolik chleba měl koupit. Kolik celých chlebů přinesl, jestliže na stůl položil čtyři poloviny chleba?

Otázka má za úkol zjistit, zda jsou žáci schopni převést matematickou úlohu do běžného života a najít její řešení.

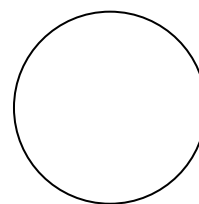
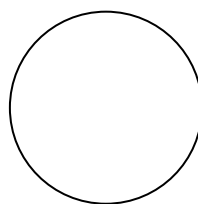
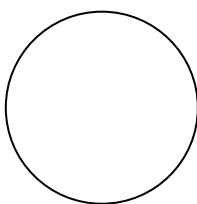
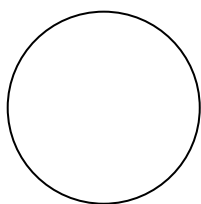
3. Zakreslete:

$\frac{3}{4}$

$\frac{1}{2}$

0,75

0,5



Jedná se o otázku, která informuje o tom, zda je žákům bližší forma desetinného čísla, nebo zlomku.

4. Co je to zlomek?

a) část celku

b) kousek

c) číslo menší než jedna

Poslední dotazníková otázka se zaměřuje na definici zlomku. Zjišťuje, jakou mají žáci představu o pojmu „zlomek“.

5.2.2 Kvalitativní hodnocení testů (5. ročník ZŠ)

Cílem testu bylo zjistit, jakou představu mají žáci o pojmu zlomek a zda jsou schopni přecházet ve svých představách z běžného života do školního prostředí a naopak.

Při hodnocení uvádím počet správných a špatných odpovědí žáků. Neuvedený výsledek zbylých žáků znamená, že tito žáci neuvedli žádné řešení ani odpověď.

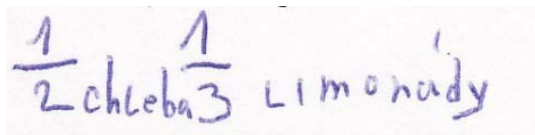
Přikládám naskenované výsledky nejčastějších odpovědí žáků. U některých úloh připojuji zajímavé nebo originální řešení.

1. Maminka poslala Pepíčka na nákup. Chtěla, aby nakoupil polovinu chleba a třetinu limonády.

Napište, jak by bylo možné vyjádřit polovinu chleba a třetinu limonády pomocí matematického pojmu.

Řešení pomocí zlomku

(8 žáků z 15)



$\frac{1}{2}$ chleba $\frac{1}{3}$ limonády

Grafické řešení

(5 žáků z 15)



Nejznámější jsou pro žáky „základní zlomky“ jako je polovina, čtvrtina..., které již znají z běžného života. Ať už se jedná o koupi „čtvrtky“ chleba, nebo nalití půl litru limonády. Žáci v těchto úlohách používali matematický i grafický zápis daných údajů.

Hned v první úloze můžeme vidět, že mnozí žáci při představě zapsání jedné poloviny chleba, raději sáhli po pastelce, než aby vymýšleli jakýkoli matematický výraz. Při řešení první části úlohy uvedla většina žáků správnou odpověď.

Zapsání „třetiny“ jim dělalo větší problémy. Avšak za pomoci testujícího, kdy se měli zamyslet, jaké číslo je uvedeno na lahvi s jejich oblíbenou limonádou se někteří žáci dopátrali správné odpovědi.

Nad čím se někteří váhající pozastavili, byla otázka, opravdu platí rovnost $\frac{1}{3} = 0,33$? Zde nastala porada s ostatními žáky. „Jedničkáři“ provedli důkaz formou vydělení čísel. Kamarádi žáka, který položil otázku, přispěli vysvětlením: „Byli jsme si koupit třetinku a na flašce je napsáno 0,33, no tak to asi bude ono.“

2. Pepíček zapomněl, kolik chleba měl koupit. Kolik celých chlebů přinesl, jestliže na stůl položil čtyři poloviny chleba?

Většina „pátáků“ neuvedla žádný zápis. 10 žáků z 15 uvedlo správnou odpověď.

Přinesl 2 chleby.

2 žáci z 10 správných odpovědí uvedli zápis ve tvaru:

$$\frac{4}{2} = 2 \text{ chleby}$$

Druhý příklad nebyl pro žáky velkým problémem. Překvapila mě odpověď dvou žáků, kteří uvedli správný výsledek ve formě zlomku. Ostatní uvedli výsledné řešení jen odpovědí.

Když jsem se zeptala, jak přišli na tuto odpověď, bylo mi odpovězeno: „no, dvě půlky jsou jeden chleba a druhé dvě půlky jsou druhý chleba. Takže přinesl dva chleby.“

S touto odpovědí souhlasily $\frac{2}{3}$ žáků.

Zbýlí tři žáci neuměli ani na kruhovém modelu graficky daný příklad vyjádřit.

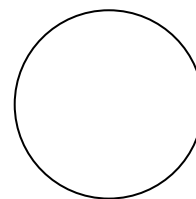
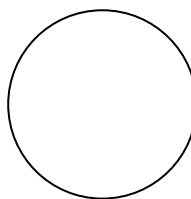
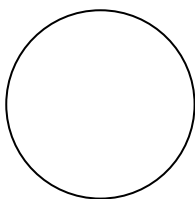
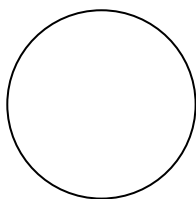
3. Zakreslete:

$\frac{3}{4}$

$\frac{1}{2}$

0,75

0,5

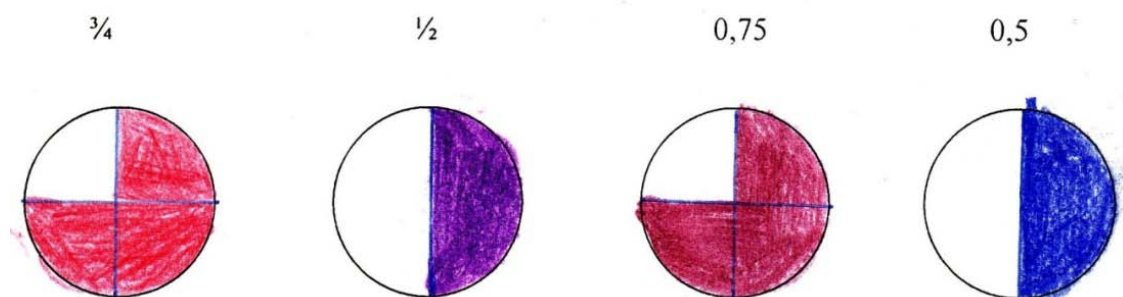


Správné řešení:

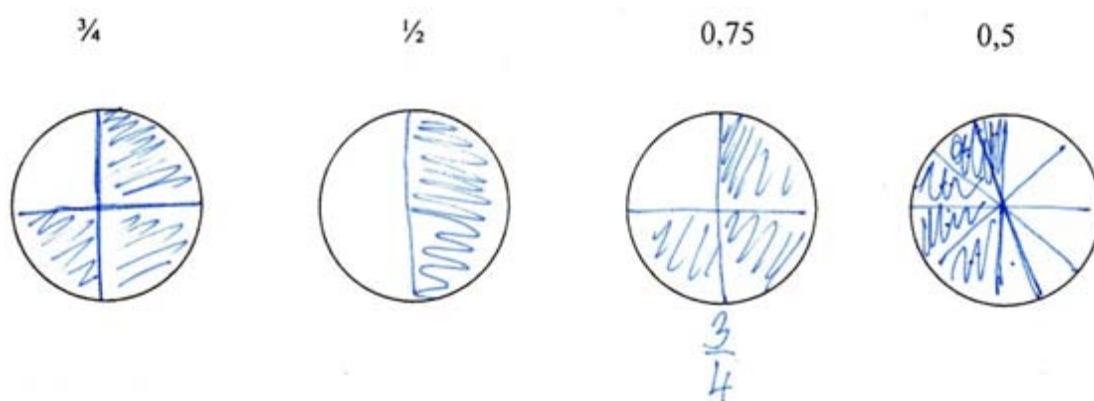
- | | | |
|----|-----------------|----------------|
| a) | zlomky | (14 žáků z 15) |
| b) | desetinná čísla | (10 žáků z 15) |

Žáci z 5. ročníku se již setkali se zlomky i s desetinnými čísly. Je překvapující, že „pátáky“ ani v jedné úloze nenapadlo použít formu desetinných čísel. Úloha č. 3 nebyla pro žáky nijak zvlášť složitá.

Žáci znají definici zlomku, proto většina studentů uvedla správnou odpověď při znázornění první části.



Řešení: zakreslením desetinného čísla převedením na zlomek



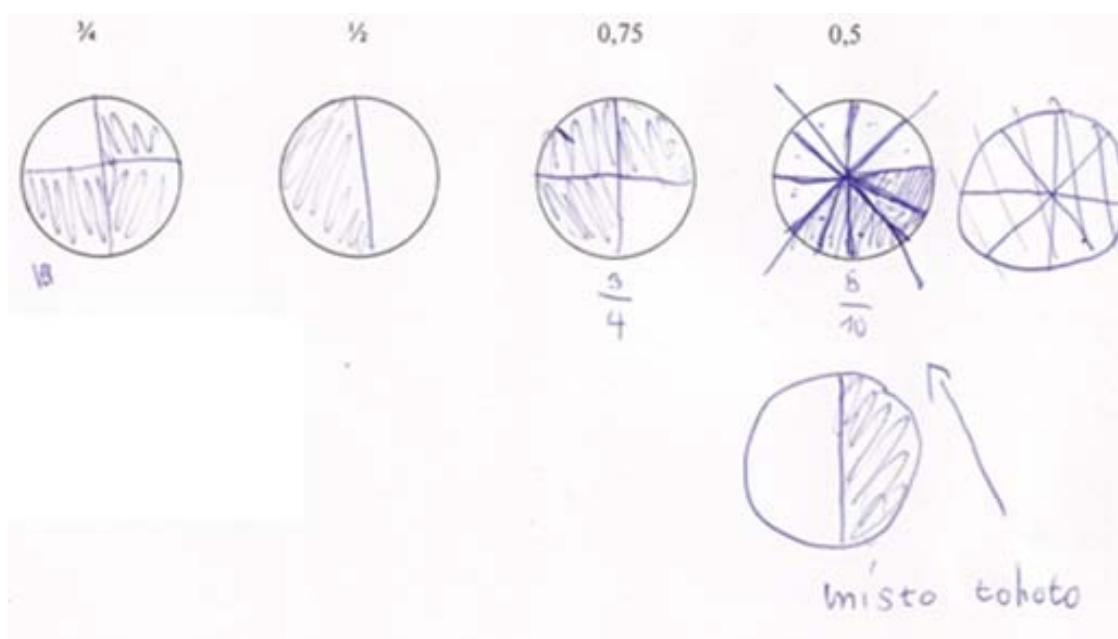
Ve druhé části si někteří žáci převedli desetinné číslo na zlomek. Většina žáků však tuto úlohu vypracovala způsobem, kdy si zlomek převedli na jednu polovinu.

Tady vznikl problém především pro dva žáky, sice věděli, že kruh musí rozdělit na 10 dílků, ale otázkou bylo jak.

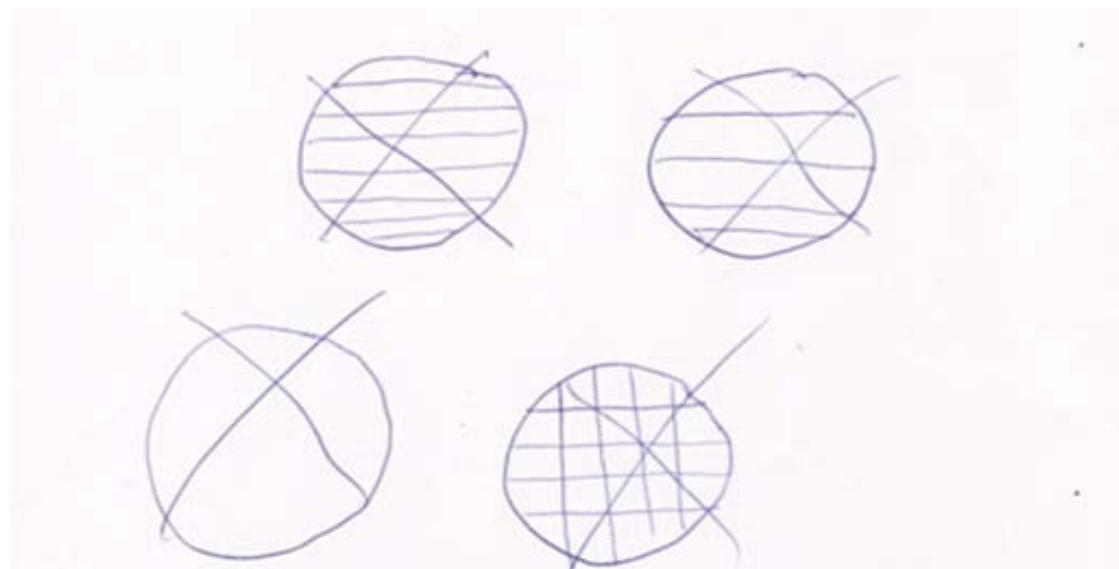
První z nich nakonec dospěl k názoru, že se nebude „mučit“ s tím, jak správně kruh rozdělit a stejně jako většina jeho spolužáků zkrátí zlomek na jednu polovinu.

- potíže s rozdělením kruhu na desetiny

(2 žáci z 15)



Druhý zkoušel rozdělovat kruh různými směry, ale pořád mu správný výsledek nevycházel. Pozitivním jevem je fakt, že si nechtěl nechat poradit a pokoušel se vyřešit úlohu sám.



Poslední úloha byla podle výsledků jednou z nejlehčích. Pouze dva žáci nevěděli správnou odpověď. Jeden uvádí, že zlomek je pouze číslo menší než nula a druhý si ani nechtěl tipnout odpověď.

Na otázku, proč nechce ani zkusit odpovědět, řekl: „prostě nevím“.

4. Co je to zlomek?

13 žáků z 15 uvedlo správnou odpověď:

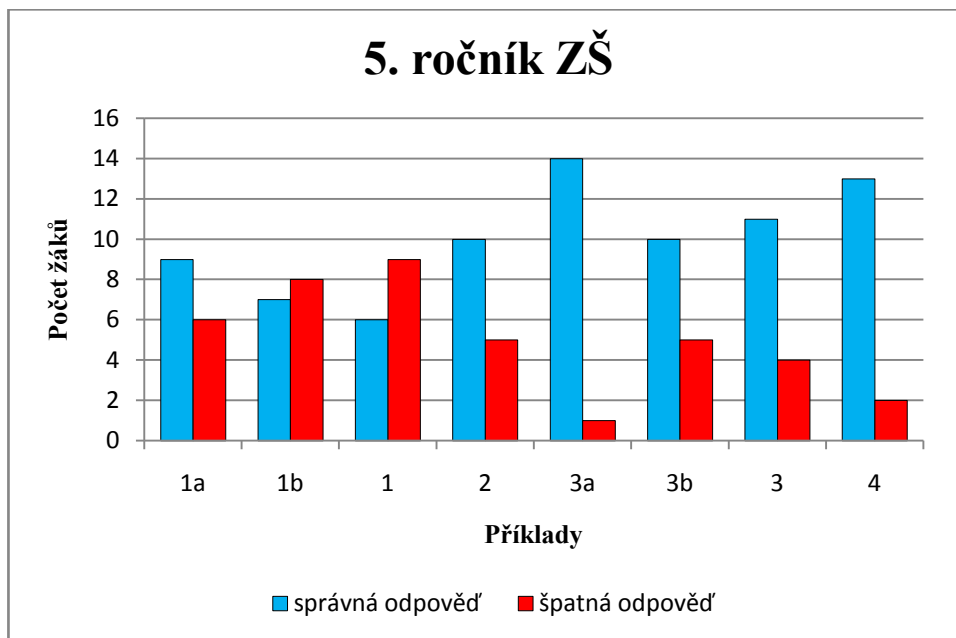
Co je to zlomek?

- a) část celku
- b) kousek nějaké věci
- c) číslo menší než jedna

Chybná odpověď:

- a) část celku
- b) kousek nějaké věci
- c) číslo menší než jedna

5.2.3 Kvantitativní hodnocení testů (5. ročník ZŠ)



Graf pro 5. ročník ZŠ je zhodnocením odpovědí na testové otázky. Za špatnou odpověď zde považuji i takovou, kdy nebyla u příkladu uvedena žádná odpověď.

Pro přesnější ohodnocení první a třetí úlohy je v grafu nejprve rozděluji na dvě části a poté uvádím hodnoty v rámci celého příkladu.

První úloha byla rozdělena na základě toho, jestli je žákům bližší jedna polovina (a), nebo jedna třetina (b), ať už jako matematický výraz, nebo pojem z běžného života.

Třetí příklad jsem rozdělnila, aby bylo možné vyhodnotit zvlášť žáky, kteří upřednostňují formu zápisu výrazu pomocí zlomku (a) a ty, kteří se více orientují v zápisu desetinných čísel (b). Celkové zhodnocení otázky vyplynulo ze správně uvedeného řešení obou částí úlohy.

5.3 Testy na 2. stupni ZŠ a nižším stupni víceletého gymnázia

5.3.1 Testy pro 7. ročník ZŠ a II. ročník Gymnázia.

(Příloha 9.2)

Doplň: Navštíví ... třídu základní školy / víceletého gymnázia.

Tato otázka je pouze identifikační k rozdělení žáků.

1. Máme dvě situace. V každé z nich rozdělujeme celek na několik částí. Můžete v obou případech, případně alespoň v jednom z nich, zapsat jednu část (rohlíku / dortu) pomocí nějakého matematického výrazu?

a) Na rybníku se uhnízily labutě. Babička je každý den chodí krmit. Vždy si s sebou přinese jeden rohlík, který natrhá na deset stejně velkých kousků.

b) Maminka upekla Pepíčkovi k narozeninám čokoládový dort. Aby každý z rodiny mohl ochutnat, rozdělila maminka dort na dvanáct stejných kousků.

Cílem této otázky je zjistit, zda žáci mají správnou představu o zlomcích.

2. Anička v obchodě nakoupila patnáct půllitrových lahví malinové limonády. Kolik litrů limonády měla celkem?

Otázka má za úkol zjistit číselné představy žáků a jejich převedení z běžného života k matematickému vyjádření.

3. V továrně na čokoládu balili čokoládové bonbóny do sáčků. 1 kg bonbónů je třeba rozdělit do sáčků o celkové hmotnosti 100 g. Vyjádři matematicky jeden sáček bonbónů.

Stejně jako předešlá úloha zjišťuje i tato představivost žáků, jejich schopnost převedení příkladu do běžného života, za použití převodů jednotek.

4. Mám dřevěnou tyč. Když ji rozřizu na poloviny, každý díl na třetiny, každou třetinu na čtvrtiny a každou čtvrtinu na pětiny, dostanu kousky o délce 2 cm. Jak dlouhá je celá tyč?

Do dotazníku jsem zařadila slovní úlohu, kterou jsem vybrala z důvodu jejího znění. Žáci jsou nuceni přemýšlet nad jejím obsahem. Tato úloha zjišťuje, jak jsou žáci schopni porozumět textu.

5. Krejčí stříhá látku na kalhoty. Má balík látky o celkové délce 32 m a šířce 140 cm. Na jedny kalhoty je potřeba délka $1 \frac{1}{4}$ m. Na kolikery kalhoty z balíku nastříhá?

Jedná se o typickou slovní úlohu, která je zaměřena na výpočet části z celku.

6. V myším doupěti je $\frac{1}{4}$ myši bílých a $\frac{3}{4}$ myši šedých. Červené oči má polovina myši bílých a pětina myši šedých. Kolik myši žije v doupěti, jestliže celkem 99 myši má červené oči?

Tato slovní úloha je do testu zařazena pro zjištění, zda jsou žáci schopni vypočítat úlohu bez použití rovnic, které ještě neprobírali. Zda si umí úlohu převést na takový příklad, který jim bude postupem výpočtu známý.

5.3.2 Kvalitativní hodnocení testu (7. ročník ZŠ)

Cílem testu je opět zjistit, jakou představu mají žáci o pojmu zlomek. Zaměřuji se také na to, zda se zlomky umí dále pracovat, případně vyčíst správné informace k vyřešení úlohy.

U jednotlivých úloh uvádím naskenovanými obrázky správné a chybné, případně grafické řešení. Žáci, kteří nejsou uvedeni v odpovědích, se nepokusili o žádné řešení.

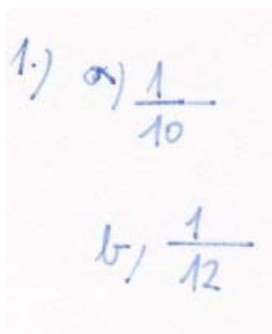
Hned v první úloze můžeme vidět představu „sedmáků“ o zlomcích.

Více jak polovina žáků uvedla klasickým zápisem zlomku správnou odpověď.

1. Máme dvě situace. V každé z nich rozdělujeme celek na několik částí. Můžete v obou případech, případně alespoň v jednom z nich, zapsat jednu část (rohlíku / dortu) pomocí nějakého matematického výrazu?

Řešení: uvedení správného zápisu

(8 žáků z 15)



Handwritten mathematical expressions for fractions $\frac{1}{10}$ and $\frac{1}{12}$. The first expression is labeled '1.)' and the second is labeled 'b.)'.

Na druhé straně jsou zde i žáci, kteří dosud nezískali onu správnou představu. Jsou přesvědčeni o tom, že zlomek je tvořen určitou částí nějakého celku, ale ze zadání úlohy si neumí správně vytvořit pojem, co je to ta část a co celek.

Chybné řešení

(4 žáci z 15)



Handwritten mathematical expressions for fractions $\frac{10}{1}$ and $\frac{12}{1}$. The first expression is labeled 'a)' and the second is labeled 'b)'. There is a circled '1' at the top left of the page.

Žáci přicházejí s vysvětlením: „Mám deset stejných kousků a musím z nich složit jeden, v čitateli tedy musí být číslo deset.“

2. Anička v obchodě nakoupila patnáct půllitrových lahví malinové limonády. Kolik litrů limonády měla celkem?

Druhá úloha měla různá řešení. Na rozdíl od pátého ročníku, všichni ze starších žáků použili k vyřešení pouze desetinných čísel. Ani jednoho žáka nenapadlo vyřešit úlohu pomocí zlomků. Většina žáků odpověděla správně pouze odpovědí na zadanou otázku.

Řešení:

- formou odpovědi

(8 žáků z 15)

ANICKA MELA ~~7~~⁷ 5 l limonády

Jiní uvedli i výpočet k dosažení správného výsledku.

- násobením

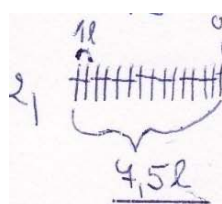
(2 žáci z 15)

2) $15 \cdot 0,5 = 7,5$ l Anička měla 7,5 litru limonády

Zajímavým řešením bylo použití grafického znázornění, kdy si žáci vzpomněli na objednáací lístky v restauraci. Naznačili si všech 15 lahví limonády a poté správným uvážením, že dvě půllitrové láhve dají dohromady jeden litr, vyřešili úlohu.

grafické znázornění

(2 žáci z 15)

2)  Anička měla celkem 4,5 litru limonády

3. V továrně na čokoládu balili čokoládové bonbóny do sáčků. 1 kg bonbónů je třeba rozdělit do sáčků o celkové hmotnosti 100 g. Vyjádři matematicky jeden sáček bonbónů.

Ke správnému řešení této úlohy dospěli pouze tři žáci. Díky správnému zápisu a převedení jednotek nebyl problém vyřešit úlohu správně.

Správné řešení

(3 žáci z 15)

Handwritten student solution for unit conversion. It shows the conversion of 1 kg to 1000 g and 1 scičce to 100 g. Below this, the calculation $100 : 100 = 10 = \frac{1}{10}$ is written, with the final result $\frac{1}{10}$ underlined.

Jednou z nejčastějších chyb bylo správné převedení jednotek. 1 kg převádí na 100g. Někteří žáci zde ovšem selhávají na zachycení informací, které nám úloha podává.

Žáci kladou otázky, co mají s úlohou dělat, jaké čísla použít a jak příklad správně vypočítat. Snaží se jakýmkoli způsobem vymyslet nějaký zlomek, zasadit do něj čísla, která známe ze zadání. Nedokážou vysvětlit, co jejich sestavený zlomek vyjadřuje.

Chybné řešení:

(7 žáků z 15)

Handwritten student solutions for a math problem. The first solution shows the fraction $\frac{1}{100}$ with an arrow pointing to it from the number 3. The second solution shows the calculation $3. \frac{100}{100} = 1$, with the final result 1 underlined.

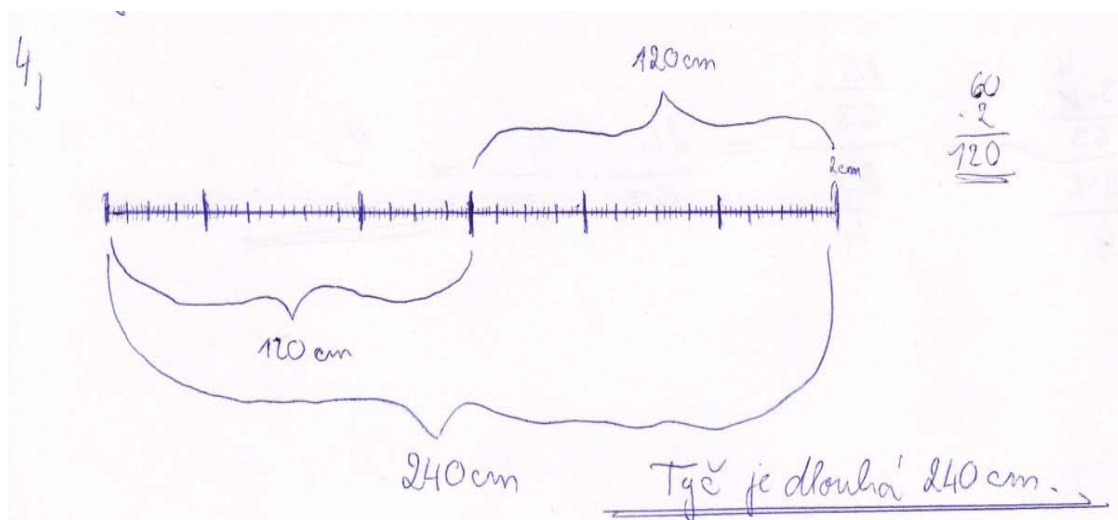
nebo

4. Mám dřevěnou tyč. Když ji rozříznu na poloviny, každý díl na třetiny, každou třetinu na čtvrtiny a každou čtvrtinu na pětiny, dostanu kousky o délce 2 cm. Jak dlouhá je celá tyč?

U této úlohy mě zajímalo, jak jsou žáci schopni porozumět textu a jak si se zadáním poradí. Nebylo překvapením, že všichni žáci, kteří se o vyřešení úlohy pokusili, použili grafické řešení.

Správné řešení

(5 žáků z 15)

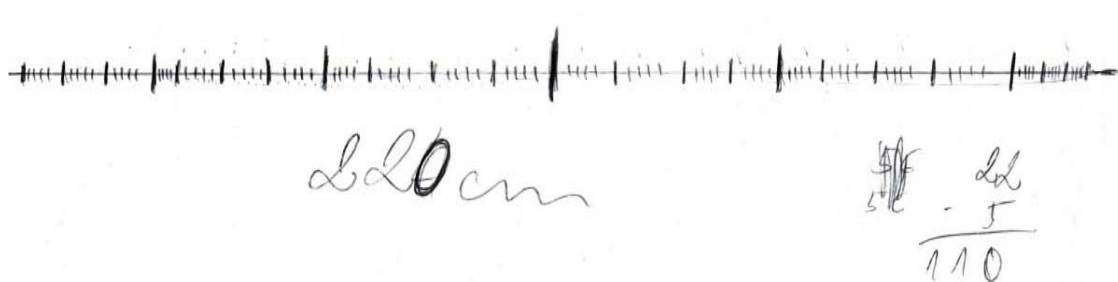


Namalovali si delší tyč a podle návodu ji postupně rozdělili. Lišili se pouze v závěru, kdy někteří počítali všechny uříznuté části postupně po dvou. Někteří, jak ukazuje obrázek, si vypočítali část úsečky a poté vynásobili potřebným počtem k dosažení výsledku.

Chybné řešení plyne ze špatného rozčlenění „tyče“ na kousky.

Chybné řešení

(2 žáci z 15)



5. Krejčí stříhá látku na kalhoty. Má balík látky o celkové délce 32 m a šířce 140 cm. Na jedny kalhoty je potřeba délka $1 \frac{1}{4}$ m. Na kolikery kalhoty z balíku nastříhá?

Největším problémem pro žáky bylo převedení smíšeného čísla na zlomek. Dalším problémem bylo vyčíst důležité informace z textu úlohy. Zmínka o šířce látky byla pro žáky matoucí. Ke správnému řešení dospěli pouze dva žáci.

Správné řešení

(2 žáci z 15)

5. ~~$7 \frac{1}{4} - \frac{5}{4} = 125 m$~~
 $1 \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 125 m$
 $32 : 1,25 = 25,6 = 25 \frac{3}{4}$

Chybné řešení

(4 z 15 žáků)

5. $1 \text{ km} = 1 \frac{3}{4}$
 $32 \text{ MN} = 3 200 \text{ cm}$
 140 cm
Nasčítá 37 kálek.

: převádí smíšené číslo na zlomek, ale neví, jak pokračovat dál

(2 žáci z 15)

⑤ $140 \text{ cm} = 1,4 \text{ m}$
 14 m
 300 cm
 $\frac{5}{4} = \text{jedna celistva}$

6. V myším doupěti je $\frac{1}{4}$ myši bílých a $\frac{3}{4}$ myši šedých. Červené oči má polovina myši bílých a pětina myši šedých. Kolik myši žije v doupěti, jestliže celkem 99 myši má červené oči?

Poslední úloha byla pro „sedmáky“ nejsložitější. Ani jeden z žáků nevypočítal správně tuto úlohu. O výpočet se pokusilo 10 žáků z 15.

(6 žáků z 15)

6. $\frac{1}{8} = 99$

$\frac{8}{8} = 792$

$$\begin{array}{r} 99 \\ \cdot 8 \\ \hline 792 \end{array}$$

myš je 792.

(4 žáci z 15)

6. $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$ 5.

$\downarrow$ $\downarrow$

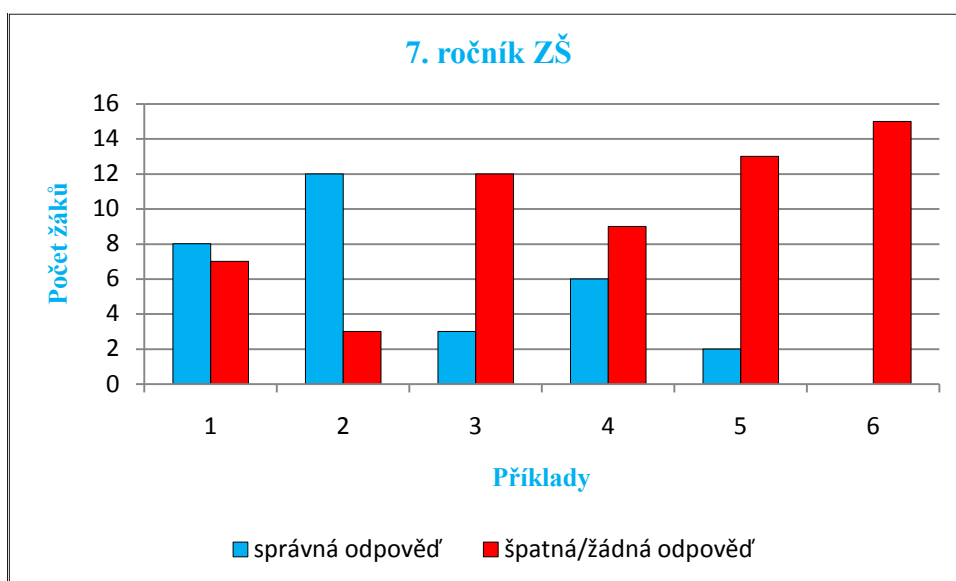
$\frac{1}{2}$ č. 0. $\frac{1}{5}$ č. 0

$\swarrow$ $\searrow$ ~~$\frac{1}{10}$~~

$\frac{4}{10} = 99 \text{ m.}$ ~~$\frac{29}{10} : 4 = 7\frac{1}{4}$~~

$\frac{10}{10} = \underline{\underline{101 \text{ m}}}$

5.3.3 Kvantitativní hodnocení testů (7. ročník ZŠ)



Na grafu je znázornění správných a špatných řešení uvedených příkladů. Žáci základní školy měli problémy najít správnou odpověď. Nejlépe se vypořádali s prvními dvěma úlohami. Poslední slovní úlohu nevypočítal ani jeden žák.

5.3.4 Kvalitativní hodnocení testů (II. ročník víceletého gymnázia)

U žáků víceletého gymnázia sledujeme stejné cíle jako u žáků základní školy. Předpokladem je, že gymnazisté budou mít ucelenější přehled o zlomcích a operacích s nimi.

Již z první úlohy vyplývá, že jsou žáci sebevědomější v matematické gramotnosti. Nedílnou součástí jejich výsledků je nejen odpověď, ale také zápis a výpočet. Žáci této třídy jsou navíc soutěživí, každý chce být nejlepší a mít nejlepší výsledek v co nejkratším čase. I v tomto ročníku se ale našli tací, kteří si nevěděli rady a neuvedli žádné řešení ani výsledek.

Úlohu vyřešilo správně 8 žáků, kteří zlomkem zapsali oba příklady.

Chybné řešení vyplynulo ze špatné interpretace úlohy. Žáci si neuvědomili, že nemají vyjádřit celek, ale pouze jednu část rohlíku (dortu).

1. Máme dvě situace. V každé z nich rozdělujeme celek na několik částí. Můžete v obou případech, případně alespoň v jednom z nich, zapsat jednu část (rohlíku / dortu) pomocí nějakého matematického výrazu?

Řešení:

a) správná odpověď

(8 žáků z 15)

1. a) 1 rohlík na deset kousků
 1 kousek x

~~1:10~~ $1:10 = \frac{1}{10}$ $x = \frac{1}{10}$
 Jeden kousek je $\frac{1}{10}$ celku.

b) 1 dort na 12 kousků
 1 kousek x

$1:12 = \frac{1}{12}$ $x = \frac{1}{12}$
 Jeden kousek je $\frac{1}{12}$ celku.

b) chybná odpověď

(3 žáci z 15)

1) a) rohlík $\frac{10}{10}$
 $\frac{10}{10}$ matematickým výrazem . . . x

$\frac{10}{10} = 1$ Jde to vyjádřit číslem 1

b) dort $\frac{12}{12}$
 $\frac{12}{12}$ mat. výrazem . . . x

$\frac{12}{12} = 1$ Jde to vyjádřit číslem 1.

2. Anička v obchodě nakoupila patnáct půllitrových lahví malinové limonády. Kolik litrů limonády měla celkem?

Druhá úloha byla pro gymnazisty nejsnazší. Všichni testovaní žáci uvedli správný zápis, výpočet i odpověď na zadanou otázku.

Někteří žáci počítali za pomoci desetinných čísel, $\frac{2}{3}$ žáků použily k výpočtu zlomky.

Řešení pomocí desetinných čísel

(5 žáků z 15)

2) 15 lahví 0,5 l
kolik litrů ?

$$15 \cdot 0,5 = 7,5 \text{ l}$$

Anička měla 7,5 l limonády.

nebo

2. 15 lahví
1 lahev . . 0,5 l
celkem litrů ?

$$15 \cdot 0,5 = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ l}$$

Měla $\frac{15}{2}$ litrů, to je 7,5 litrů.

Řešení pomocí zlomků

(10 žáků z 15)

2) půllitrových lahví 15
litrů x

$$15 \cdot \frac{1}{2} = \frac{15}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$$

Anička měla $\frac{15}{2}$ litrů limonády.

3. V továrně na čokoládu balili čokoládové bonbóny do sáčků. 1 kg bonbónů je třeba rozdělit do sáčků o celkové hmotnosti 100 g. Vyjádři matematicky jeden sáček bonbónů.

Většině žáků zde nedělá problém ani převod jednotek, ani počítání se zlomky a desetinnými čísly.

U dvou žáků se objevila chyba v zapsání zlomku, kde si ze zadání neuvědomují, co je část a co celek. Záměnou těchto údajů se nepropracovali ke správnému řešení.

Správné řešení

(11 žáků z 15)

3) bonbónů 1 kg
sáček 0,1 kg
Kolik je 1 sáček ?

$$0,1 : 1 = 0,1 = \frac{1}{10}$$

Jeden sáček obsahuje $\frac{1}{10}$ bonbónů.

Chybné řešení

(2 žáci z 15)

3) bonbónů do sáčků
1 kg bonb. do sáčků po 100 g
Matematicky jeden sáček ?

~~$$1000 : 100 = 10$$~~

$$\frac{1000}{100} = \frac{10}{1}$$

Jeden sáček je $\frac{10}{1}$ g.

4. Mám dřevěnou tyč. Když ji rozřizu na poloviny, každý díl na třetiny, každou třetinu na čtvrtiny a každou čtvrtinu na pětiny, dostanu kousky o délce 2 cm. Jak dlouhá je celá tyč?

Na rozdíl od žáků základní školy, většina gymnazistů uvedla řešení početním způsobem.

Řešení

a)

(8 žáků z 15)

$$\frac{1}{5} \approx \frac{1}{4} \approx \frac{1}{3} \approx \frac{1}{2} \dots 2 \text{ cm}$$

celá tyč 2 cm

$$\frac{1}{5} \approx \frac{1}{4} \approx \frac{1}{3} \approx \frac{1}{2} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{120}$$

$$2 \text{ cm} = \frac{1}{120}$$

$$120 \cdot 2 = 240$$

Celá tyč má 240 cm.

Čtyři žáci uvedli grafické řešení. K tomuto řešení jsem vybrala dva obrázky. První zobrazuje tyč postupně rozdělenou na potřebný počet malých částí. Druhý obrázek jsem vybrala díky jeho originalitě. Namísto modelu „rozřezání“ tyče, který používala většina testujících, jeden žák uvedl znázornění pomocí větvení. Výsledek je správný.

Pouze tři žáci nevěděli, co se zadanou úlohou udělat.

b) grafické znázornění

(4 žáci z 15)

4)

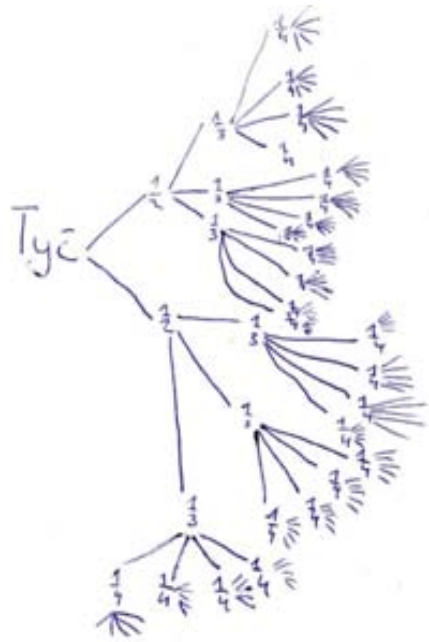
$$5 \cdot 24 = 120 \text{ cm}$$

Tyč je dlouhá 240 cm.

$$120 \cdot 2 = 240 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
 &4. \text{ Tyč na } 4 \cdot \frac{1}{2} \\
 &\quad \frac{1}{2} \text{ na } \frac{3}{3} \\
 &\quad \frac{1}{3} \text{ na } \frac{4}{4} \\
 &\quad \frac{1}{4} \text{ na } \frac{5}{5} \quad \frac{1}{5} \text{ cm} = 2 \text{ cm} \\
 &\quad \times \text{ délka tyče}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &24 \cdot \frac{5}{4} = 120 \\
 &120 \text{ délek po 2 cm} \\
 &\text{tyč měří 240 cm}
 \end{aligned}$$



5. Krejčí stříhá látku na kalhoty. Má balík látky o celkové délce 32 m a šířce 140 cm. Na jednu kalhotu je potřeba délka $1 \frac{1}{4}$ m. Na kolikery kalhoty z balíku nastříhá?

Žákům zde opět dělá problém uvědomit si, kterou informaci z úlohy vytáhnout. I tady je problémem uvedení šířky látky. Dva žáci v domněnku, že všechny údaje musí zahrnout do výpočtu, řešili úlohu pomocí obsahu obdélníka.

Řešení: převedení zlomku na celé / desetinné číslo

(3 žáci z 15)

délka látky 32 m
šířka látky 140 cm
1 kalhoty $1 \frac{1}{4}$ m
kolik kalhot x

~~$1 \frac{1}{4} \text{ m} = 125 \text{ cm}$~~
 ~~$32 \text{ m} = 320 \text{ cm}$~~
 ~~$320 : 125 = 2,56$~~

$32 \text{ m} = 3200 \text{ cm}$
 $1 \frac{1}{4} \text{ m} = 125 \text{ cm}$
 $3200 : 125 = 25,6$
 $25 \cdot 125 = 3125$
 $3200 - 3125 = 75$

Máme užít 25 kalhot
a abyde mu 75 cm
látky

(2 žáci z 15)

5) Balik ... 32.400 m 3200 m 40 m
 1 kallasby ... $1 \frac{1}{4} \text{ m} = \frac{5}{4} \text{ m}$
 Kolike kallasby ... x

~~$32400 \cdot \frac{5}{4} = \frac{128}{5}$ # $3200 \cdot \frac{5}{4} = \frac{128}{5}$ $\cdot \frac{4}{5} = \frac{128}{5} = x$~~
 ~~$3200 \cdot \frac{5}{4} = \frac{128}{5}$ $\cdot \frac{4}{5} = \frac{128}{5} = x$~~
 ~~$x = 2560$~~

$3200 \cdot \frac{5}{4} = \frac{32}{1} \cdot \frac{4}{5} = \frac{128}{5} = x$ Nasbilla'na 25,6 kallasby
 $256 = x$

(2 žáci z 15)

(2 žáci z 15)

5) balík 3200 x 140 cm
1 balík 1 $\frac{1}{4}$ m
Kolik balíků se vejde do balíku? 35

$3200 \times 140 = 448000 \text{ cm}^3 = 448 \text{ m}^3$
 $3200 \cdot 140 = 448000 \text{ cm}^3 = 448 \text{ m}^3$
 $1 \frac{1}{4} = 1,25 \text{ m}^3$
 $448 : 1,25 = 35,84 = \underline{35} \text{ balíků}$
Y balíků se vejde 35 balíků.

(2 žáci z 15)

5) balík - dĺžka - 32m
- šírka - 160cm

1 kalholy $\frac{11}{4}$ m

~~$\frac{32}{11} \cdot \frac{11}{4} = \frac{32}{1} \cdot \frac{4}{11} = \frac{128}{11} \cdot \frac{11}{4} = \frac{128}{11} \cdot \frac{4}{11} = \frac{512}{121} \cdot \frac{4}{11} = \frac{2048}{1331}$~~

~~$\frac{32}{11} \cdot \frac{11}{4} = \frac{32}{1} \cdot \frac{4}{11} = \frac{128}{11} \cdot \frac{11}{4} = \frac{128}{11} \cdot \frac{4}{11} = \frac{512}{121} \cdot \frac{4}{11} = \frac{2048}{1331}$~~

Nasbíra na 6 smery kalholy.

6. V myším doupěti je $\frac{1}{4}$ myši bílých a $\frac{3}{4}$ myši šedých. Červené oči má polovina myši bílých a pětina myši šedých. Kolik myši žije v doupěti, jestliže celkem 99 myši má červené oči?

Poslední úloha byla i pro gymnazisty nejtěžší ze všech uvedených příkladů. Důležitým předpokladem pro dořešení úlohy je správný zápis.

Řešení:

(4 žáci z 15)

6. $\frac{1}{4}$ z bílých myši
 $\frac{3}{4}$ šedých myši
 $\frac{1}{2}$ bílých má červené oči
 $\frac{1}{5}$ šedých má červené oči
 celkem 99 myši
 kolik je myši?

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = 99$$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{20} = 99$$

$$\frac{5}{40} + \frac{6}{40} = 99$$

$$\frac{11}{40} = 99$$

$$\frac{11}{40} = 99 \cdot \frac{40}{11} = 360$$

nebo

6. $\frac{1}{4}$ z bílých
 $\frac{3}{4}$ z šedých
 č. oči $\frac{1}{2}$ z $\frac{1}{4}$
 aa $\frac{1}{5}$ z $\frac{3}{4}$
 kolik je celkem?

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$$

$$\frac{5}{20} + \frac{3}{20} = \frac{8}{20} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} = 99$$

$$99 \cdot \frac{5}{2} = 247.5$$

celkem je 248 myši.

Chybné řešení:

Dva žáci uvedli správný postup včetně výpočtů. Neuvědomili si však, k jakému výsledku je jejich řešení dovede. Výpočtem vyřešili myši s nečervenýma očima, ne celkový počet myší, na které se úloha ptala.

- výpočet myší s ne-červenýma očima zaměněn s celkovým počtem (2 žáci z 15)

6) bílých myší $\frac{1}{4}$
 šedých myší $\frac{3}{4}$
 červené oči $\frac{1}{2}$ bílých; $\frac{1}{5}$ šedých
 červené oči $\frac{1}{5}$ šedých
 celk. počet myší 99 myší
 celk. počet myší ? (x)

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{20} = \frac{5}{40} + \frac{6}{40} = \frac{11}{40} = 99$$

$$\frac{40}{40} - \frac{11}{40} = \frac{29}{40}$$

$$11 : 29 = 99 : x$$

$$99 \cdot 29 : 11 = x$$

$$99 \cdot 29 : 11 = 261$$

$$x = 261$$

Celkový počet myší je 261.

$\frac{1}{3}$ žáků se pokusila o vyřešení slovní úlohy, bohužel však nepochopila zadání.

(5 žáků z 15)

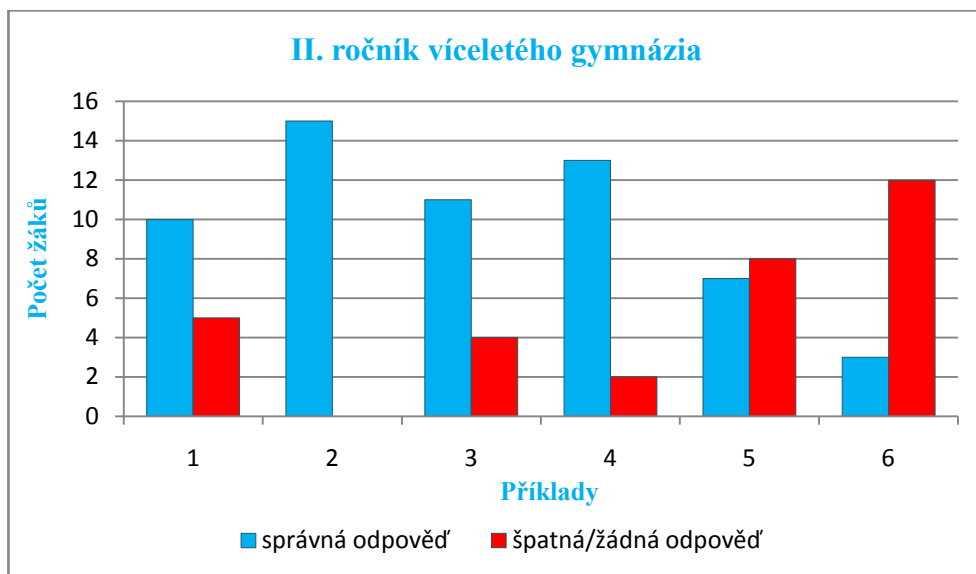
6) bílých myší $\frac{1}{4}$
 šedých myší $\frac{3}{4}$
 červené oči bílých $\frac{1}{2}$
 červené oči šedých $\frac{1}{5}$
 celkem 99 červených očí .
 Kolik myší celkem?

$$99 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \right) = 99 - \left(\frac{7}{10} \right) = \frac{99}{1} - \frac{7}{10} = \frac{990 - 7}{10} =$$

$$= \frac{983}{10}$$

V dospěti žije $\frac{983}{10}$ myší.

5.3.5 Kvantitativní hodnocení testů (II. ročník víceletého gymnázia)



Na grafu je znázornění správných a špatných řešení uvedených příkladů. Stejně tak jako žáci sedmé třídy měli gymnazisté největší problém s poslední slovní úlohou, kterou vyřešili pouze tři žáci z patnácti.

PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

6 POČÍTÁNÍ SE ZLOMKY

V poslední části diplomové práce bych se chtěla věnovat příkladům se zlomky.

Jak jsme mohli vidět v praktické části, žáci nemají ucelený přehled o dané problematice, chybí jim správná představa o pojmu zlomek a mnohdy neví, jak mají s danou úlohou naložit.

V následujících kapitolách uvádím příklady, které by měly sloužit k procvičení a ucelení učiva o zlomcích.

V první kapitole je kladen důraz na zavedení zlomků v hodině. V předešlých kapitolách byla zmíněna důležitost kmenných zlomků, proto jsou zde vybrány příklady, které pracují s touto problematikou. Některé úlohy jsou uvedeny formou slovních úloh, aby se žáci naučili pracovat s textem a vyjmout z něj důležité informace pro správné řešení.

Ve sbírce úloh zavádím i příklady z běžného života, používám převody jednotek, grafická i číselná řešení. Žáci by si měli uvědomit propojení veškerých poznatků a netíhnout pouze k daným definicím a poučkám.

Důležité jsou i kapitoly týkající se krácením a rozšiřováním zlomků, zlomky na číselné ose a jejich porovnávání. Zde by už měli mít žáci představu o pojmu zlomek a umět s ním pracovat. Uvědomit si, co určuje čitatel, co jmenovatel. Především důležitost společného jmenovatele, při řešení jednotlivých úloh.

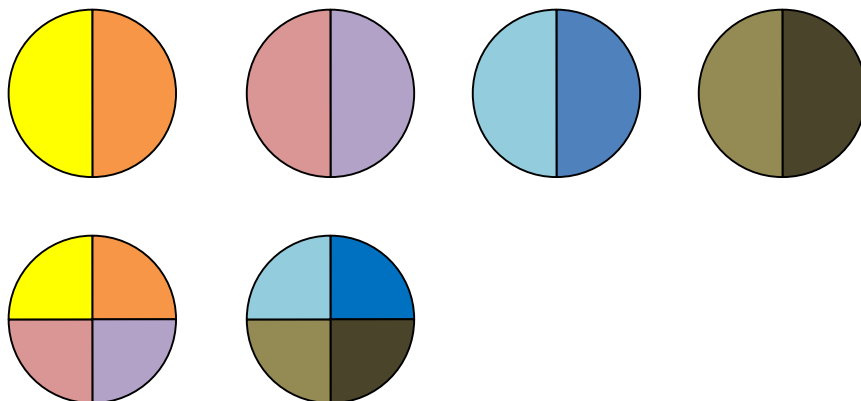
Zbývající kapitoly jsou věnovány sčítání, odčítání, násobení a dělení zlomků. Příklady jsou mimo jiné zavedeny graficky nebo jako slovní úlohy.

6.1 Zavedení zlomků

1. Maruška pozvala na oslavu narozenin své kamarádky – Lucku, Petru, Terezu, Zdeňku, Lenku, Katku a Kristýnu. Na stole bylo připraveno šest koláčů. Maminka řekla Maruše: „Rozděl koláče, abyste každá měla stejně velký kousek“.

Jakou část koláče každá dívka dostala?

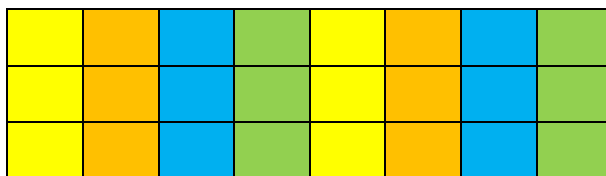
Řešení:



Každá dívka dostane $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{4}$ koláče. Celkem bude každá mít $\frac{3}{4}$ koláče.

2. Kuba za první místo v cyklistické soutěži dostal spoustu dárků. Mezi nimi byla i jeho oblíbená čokoláda. Chtěl se o ni podělit se svými kamarády, ale nevěděl, jak ji má spravedlivě rozdělit mezi sebe a své tři kamarády. Navrhněte Kubovi správné řešení, když víte, že celá tabulka má dohromady 24 kostiček.

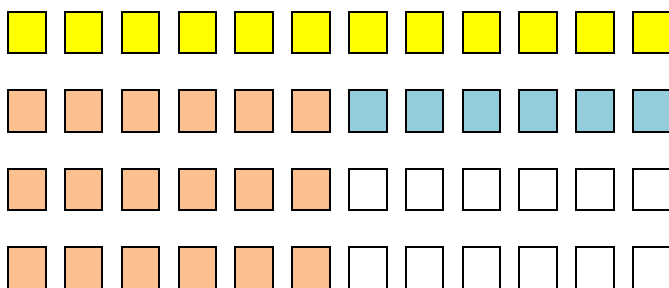
Řešení:



Každý z chlapců dostane 6 kostiček čokolády. To je $\frac{1}{4}$ čokolády.

3. V obchodě bylo posledních 48 krabic mléka. Paní Černá si koupila $\frac{1}{4}$ krabic, pan Kovář si vzal $\frac{1}{2}$ ze zbylých krabic mléka a Anička si do košíku vložila $\frac{1}{3}$ krabic mléka, které zůstaly na prodejně. Kolik krabic mléka si každý z nich odnesl a kolik jich zůstalo na prodejně?

Řešení:



Paní Černá koupila 12 krabic mléka. Pan Kovář si vzal 18 krabic mléka a Anička si koupila 6 krabic. Pro další zákazníky zbylo v obchodě 12 krabic mléka.

4. přečti nahlas zlomky: $\frac{1}{7}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{12}{11}$ $\frac{16}{9}$ $\frac{3}{21}$ $\frac{23}{2}$ $\frac{65}{10}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{2}{1}$

5. Nakresli obrázky vyjadřující:

a) $\frac{1}{2}$ m; 0,25 m; $\frac{2}{2}$ m

b) $\frac{1}{4}$ h; $\frac{3}{4}$ h; 30 min.

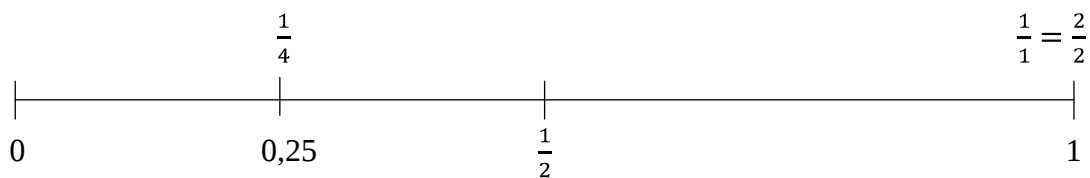
c) 6 skleniček, aby $\frac{1}{3}$ skleniček je naplněna šťávou

$\frac{3}{8}$ narozeninového dortu

$\frac{5}{6}$ tabulky čokolády

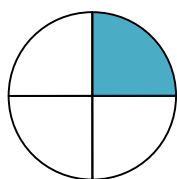
Řešení:

a)

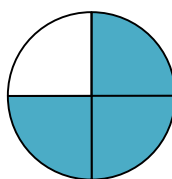


b)

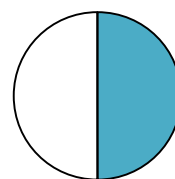
$\frac{1}{4}$ h



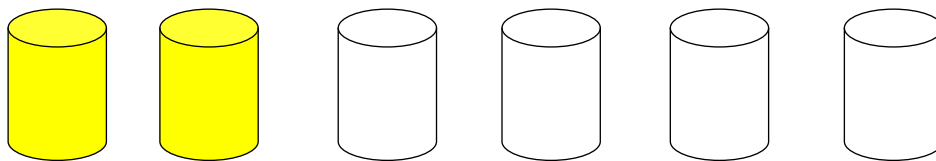
$\frac{3}{4}$ h



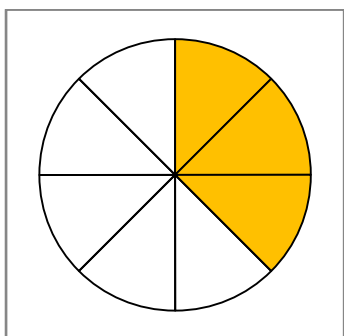
30 min. = $\frac{1}{2}$ h



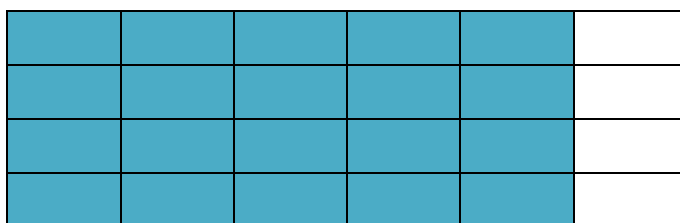
- c) $\frac{1}{3}$ skleniček naplněných šťávou. 2 skleničky ze 6 je $\frac{1}{3}$.



$\frac{3}{8}$ narozeninového dortu



$\frac{5}{6}$ čokolády je 20 kostiček



6. Vyber z řady zlomky nepravé a převed' je na čísla smíšená.

$$\frac{1}{3} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{8}{6} \quad \frac{12}{5} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{15}{4} \quad \frac{11}{12} \quad \frac{7}{3} \quad \frac{2}{9} \quad \frac{10}{7} \quad \frac{26}{14}$$

Řešení:

$$\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

$$\frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

$$\frac{26}{14} = \frac{13}{7} = 1\frac{6}{7}$$

$$\frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

$$\frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

$$\frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$$

7. Převeď čísla smíšená na zlomek.

$$1\frac{1}{4} \quad 3\frac{6}{5} \quad 4\frac{2}{3} \quad 2\frac{11}{12} \quad 6\frac{7}{15} \quad 4\frac{5}{6} \quad 8\frac{8}{3} \quad 2\frac{3}{5} \quad 9\frac{1}{8} \quad 11\frac{1}{11}$$

Řešení:

$$\begin{array}{ccccc} 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4} & 3\frac{6}{5} = \frac{21}{5} & 4\frac{2}{3} = \frac{14}{3} & 2\frac{11}{12} = \frac{35}{12} & 6\frac{7}{15} = \frac{97}{15} \\ 4\frac{5}{6} = \frac{29}{6} & 8\frac{8}{3} = \frac{32}{3} & 2\frac{3}{5} = \frac{13}{5} & 9\frac{1}{8} = \frac{73}{8} & 11\frac{1}{11} = \frac{122}{11} \end{array}$$

8. K daným číslům uveďte.

a) čísla převrácená

b) čísla opačná

$$\frac{1}{3} \quad 12 \quad -\frac{2}{5} \quad \frac{13}{6} \quad -\frac{4}{7} \quad 1 \quad \frac{9}{11} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{10}{7} \quad -32$$

Řešení:

$$\begin{array}{ccccc} \text{a) } \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3}{1} & 12 \Rightarrow \frac{1}{12} & -\frac{2}{5} \Rightarrow -\frac{5}{2} & \frac{13}{6} \Rightarrow \frac{6}{13} & -\frac{4}{7} \Rightarrow -\frac{7}{4} \\ 1 \Rightarrow \frac{1}{1} & \frac{9}{11} \Rightarrow \frac{11}{9} & \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{4}{2} & \frac{10}{7} \Rightarrow \frac{7}{10} & -32 \Rightarrow -\frac{1}{32} \\ \text{b) } \frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3} & 12 \Rightarrow -12 & -\frac{2}{5} \Rightarrow \frac{2}{5} & \frac{13}{6} \Rightarrow -\frac{13}{6} & -\frac{4}{7} \Rightarrow \frac{4}{7} \\ 1 \Rightarrow -1 & \frac{9}{11} \Rightarrow -\frac{9}{11} & \frac{2}{4} \Rightarrow -\frac{2}{4} & \frac{10}{7} \Rightarrow -\frac{10}{7} & -32 \Rightarrow 32 \end{array}$$

9. Převeď:

a) zlomky na desetinná čísla

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{10} & \frac{32}{100} & \frac{189}{1000} \\ \frac{6}{10} & \frac{305}{100} & \frac{7}{1000} \\ \frac{15}{10} & \frac{97}{100} & \frac{54}{1000} \end{array}$$

b) desetinná čísla na zlomky

$$\begin{array}{ccc} 0,2 & 0,87 & 0,251 \\ 3,7 & 0,03 & 5,002 \\ 1,9 & 2,01 & 0,407 \end{array}$$

Řešení:

a) zlomky na desetinná čísla

$$\frac{3}{10} = 0,3$$

$$\frac{6}{10} = 0,6$$

$$\frac{15}{10} = 1,5$$

$$\frac{32}{100} = 0,32$$

$$\frac{305}{100} = 3,05$$

$$\frac{97}{100} = 0,97$$

$$\frac{189}{1000} = 0,189$$

$$\frac{7}{1000} = 0,007$$

$$\frac{54}{1000} = 0,054$$

b) desetinná čísla na zlomky

$$0,2 = \frac{2}{10}$$

$$3,7 = \frac{37}{10}$$

$$1,9 = \frac{19}{10}$$

$$0,87 = \frac{87}{100}$$

$$0,03 = \frac{3}{100}$$

$$2,01 = \frac{201}{100}$$

$$0,251 = \frac{251}{1000}$$

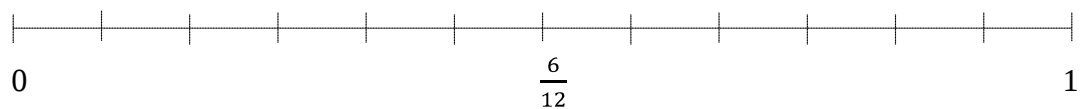
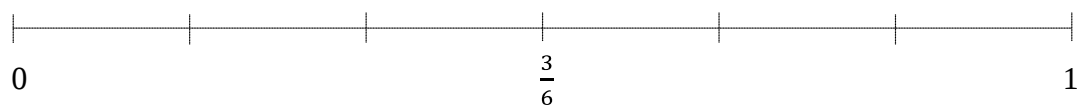
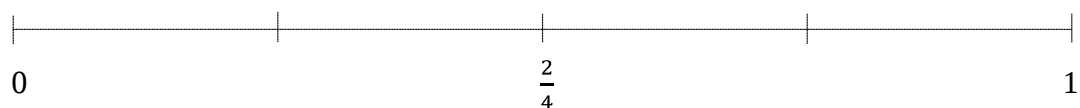
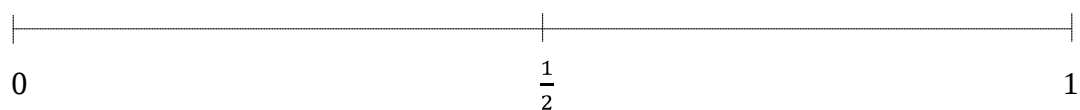
$$5,002 = \frac{5002}{1000}$$

$$0,407 = \frac{407}{1000}$$

6.2 Krácení a rozšiřování zlomků

1. Nakreslete si latku dlouhou 18 cm. Graficky znázorněte $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{6}$ a $\frac{6}{12}$ délky úsečky a porovnejte je.

Řešení:



2. Rozšiřte zlomky:

a) dvěma

$$\frac{3}{5} \quad \frac{6}{7} \quad \frac{7}{2} \quad \frac{9}{15} \quad \frac{4}{21}$$

b) pěti

$$\frac{1}{4} \quad \frac{3}{12} \quad \frac{6}{2} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{8}{11}$$

c) sedmi

$$\frac{2}{3} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{11}{7} \quad \frac{4}{13} \quad \frac{5}{6}$$

Řešení:

a) dvěma

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} \quad \frac{6}{7} = \frac{12}{14} \quad \frac{7}{2} = \frac{14}{4} \quad \frac{9}{15} = \frac{18}{30} \quad \frac{4}{21} = \frac{8}{42}$$

b) pěti

$$\frac{1}{4} = \frac{5}{20} \quad \frac{3}{12} = \frac{15}{60} \quad \frac{6}{2} = \frac{30}{10} \quad \frac{4}{5} = \frac{20}{25} \quad \frac{8}{11} = \frac{40}{55}$$

c) sedmi

$$\frac{2}{3} = \frac{14}{21} \quad \frac{1}{9} = \frac{7}{63} \quad \frac{11}{7} = \frac{77}{49} \quad \frac{4}{13} = \frac{28}{91} \quad \frac{5}{6} = \frac{35}{42}$$

3. Zkrajte zlomky:

a) třemi

$$\frac{12}{6} \quad \frac{21}{9} \quad \frac{3}{15} \quad \frac{9}{36} \quad \frac{27}{18}$$

b) čtyřmi

$$\frac{4}{40} \quad \frac{8}{12} \quad \frac{36}{44} \quad \frac{16}{28} \quad \frac{20}{24}$$

c) šesti

$$\frac{6}{12} \quad \frac{24}{54} \quad \frac{12}{36} \quad \frac{30}{42} \quad \frac{48}{18}$$

Řešení:

a) třemi

$$\frac{12}{6} = \frac{4}{2} \quad \frac{21}{9} = \frac{7}{3} \quad \frac{3}{15} = \frac{1}{5} \quad \frac{9}{36} = \frac{3}{12} \quad \frac{27}{18} = \frac{9}{6}$$

b) čtyřmi

$$\frac{4}{40} = \frac{1}{10} \quad \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad \frac{36}{44} = \frac{9}{11} \quad \frac{16}{28} = \frac{4}{7} \quad \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

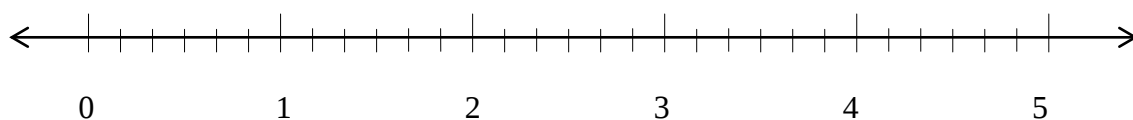
c) šesti

$$\frac{6}{12} = \frac{1}{2} \quad \frac{24}{54} = \frac{4}{9} \quad \frac{12}{36} = \frac{2}{6} \quad \frac{30}{42} = \frac{5}{7} \quad \frac{48}{18} = \frac{8}{3}$$

6.3 Zlomky na číselné ose

1. Na číselné ose vyznač zlomky (1 dílek = $\frac{1}{6}$):

$$\frac{3}{2}, \frac{1}{6}, \frac{12}{3}, \frac{5}{6}, \frac{25}{6}, \frac{14}{3}, \frac{4}{2}, \frac{7}{2}, \frac{11}{6}, \frac{8}{3}$$

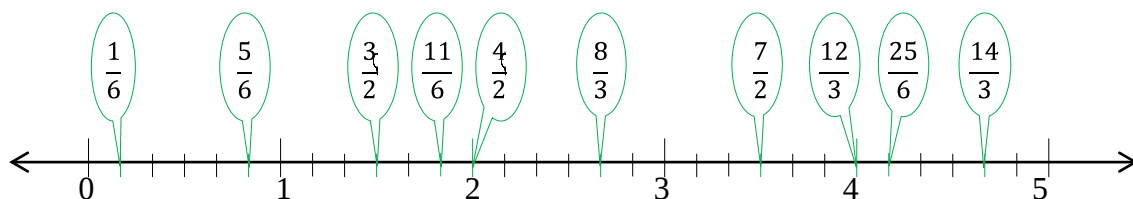


Řešení:

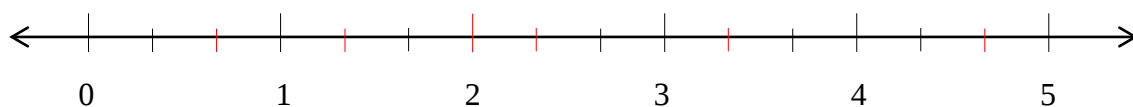
Číselná osa je rozdělena na „šestiny“, to znamená, že jeden dílek má hodnotu $\frac{1}{6}$.

Daná čísla si převedeme na společného jmenovatele a zaznamenáme je na číselnou osu.

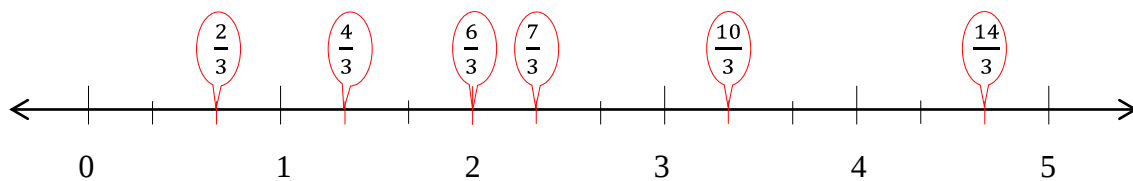
$$\frac{3}{2} = \frac{9}{6}; \frac{1}{6}; \frac{12}{3} = \frac{24}{6}; \frac{5}{6}; \frac{25}{6}; \frac{14}{3} = \frac{28}{6}; \frac{4}{2} = \frac{12}{6}; \frac{7}{2} = \frac{21}{6}; \frac{11}{6}; \frac{8}{3} = \frac{16}{6}$$



2. Na číselné ose jsou vyznačeny zlomky, uveď jejich tvar:



Řešení:



3. Vyjádři:

a) kolik cm je

$$\frac{3}{4} \text{ m}$$

$$\frac{7}{10} \text{ m}$$

$$\frac{2}{4} \text{ m}$$

$$\frac{75}{100} \text{ m}$$

b) kolik kg je

$$100 \text{ g}$$

$$50 \text{ g}$$

$$750 \text{ g}$$

$$500 \text{ g}$$

Řešení:

a) kolik cm je:

$$\frac{3}{4} \text{ m} = 75 \text{ cm}$$

$$\frac{7}{10} \text{ m} = 70 \text{ cm}$$

$$\frac{2}{4} \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

$$\frac{75}{100} \text{ m} = 75 \text{ cm}$$

b) kolik kg je:

$$100 \text{ g} = \frac{1}{10} \text{ kg}$$

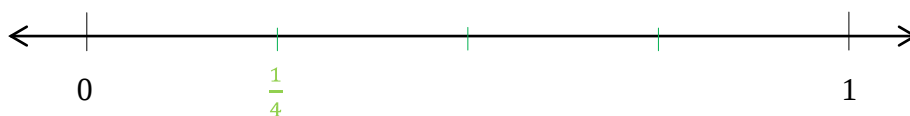
$$50 \text{ g} = \frac{5}{100} \text{ kg} = \frac{1}{20} \text{ kg}$$

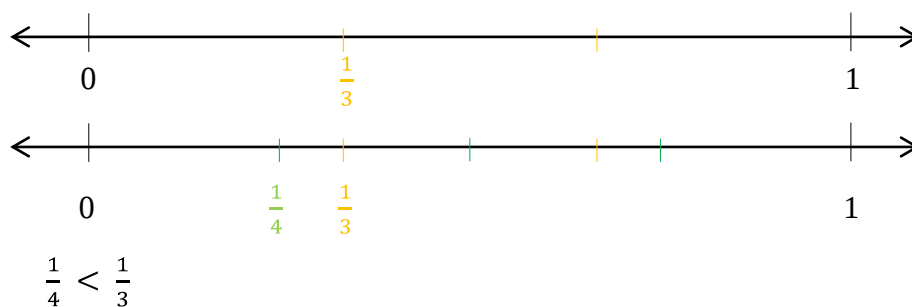
$$750 \text{ g} = \frac{75}{100} \text{ kg} = \frac{15}{20} \text{ kg} = \frac{3}{4} \text{ kg}$$

$$500 \text{ g} = \frac{5}{10} \text{ kg} = \frac{1}{2} \text{ kg}$$

4. Na číselnou osu znázorníte zlomky $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$ a porovnejte, který je větší.

Řešení:





5. Doplňte znaménko <, >, = tak, aby platil vztah mezi zlomky.

$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{56}{127}$	$\frac{43}{127}$	$\frac{325}{34}$	$\frac{423}{34}$
$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{479}{1000}$	$\frac{948}{1000}$	$\frac{16}{72}$	$\frac{2}{9}$

Řešení:

$\frac{1}{5} < \frac{3}{5}$	$\frac{56}{127} > \frac{43}{127}$	$\frac{325}{34} < \frac{423}{34}$
$\frac{5}{6} > \frac{3}{6}$	$\frac{479}{1000} < \frac{948}{1000}$	$\frac{16}{72} = \frac{2}{9}$

6. Rozšiřte zlomky tak, aby měly stejné jmenovatele.

$\frac{2}{7}$ a $\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$ a $\frac{7}{6}$	$\frac{7}{10}$ a $\frac{8}{3}$
$\frac{5}{8}$ a $\frac{3}{4}$	$\frac{9}{10}$ a $\frac{15}{100}$	$\frac{1}{16}$ a $\frac{5}{4}$

Řešení:

Společného jmenovatele najdeme tak, že zlomky vhodně rozšíříme. Najdeme společný násobek čísel ve jmenovatelích.

$\frac{2}{7}$ a $\frac{1}{3}$; společný násobek čísel 7 a 3 je 21 = $\frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 3}$ a $\frac{1 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{6}{21}$ a $\frac{7}{21}$
 $\frac{5}{8}$ a $\frac{3}{4}$; společný násobek čísel 8 a 4 je 8 = $\frac{5}{8}$ a $\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{5}{8}$ a $\frac{6}{8}$
 $\frac{2}{5}$ a $\frac{7}{6}$; společný násobek čísel 5 a 6 je 30 = $\frac{2 \cdot 6}{5 \cdot 6}$ a $\frac{7 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{12}{30}$ a $\frac{35}{30}$
 $\frac{9}{10}$ a $\frac{15}{100}$; společný násobek čísel 10 a 100 je 100 = $\frac{9 \cdot 10}{10 \cdot 10}$ a $\frac{15}{100} = \frac{90}{100}$ a $\frac{15}{100}$
 $\frac{7}{10}$ a $\frac{8}{3}$; společný násobek čísel 10 a 3 je 30 = $\frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 3}$ a $\frac{8 \cdot 10}{3 \cdot 10} = \frac{21}{30}$ a $\frac{80}{30}$
 $\frac{1}{16}$ a $\frac{5}{4}$; společný násobek čísel 16 a 4 je 16 = $\frac{1}{16}$ a $\frac{5 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{1}{16}$ a $\frac{20}{16}$

7. Porovnejte zlomky.

$$\frac{1}{5} \quad \frac{1}{7}$$

$$\frac{3}{7} \quad \frac{5}{7}$$

$$\frac{5}{4} \quad \frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{6} \quad \frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{5} \quad \frac{9}{5}$$

$$\frac{2}{12} \quad \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{8} \quad \frac{1}{12}$$

$$\frac{11}{6} \quad \frac{5}{6}$$

$$\frac{7}{3} \quad \frac{1}{5}$$

Řešení:

Řešení této úlohy spočívá v převodu zlomků na společného jmenovatele.

V okamžiku, kdy zlomky převedeme na společného jmenovatele, porovnáváme mezi sebou čitatele.

$$\frac{1}{5} > \frac{1}{7}$$

$$\frac{3}{7} < \frac{5}{7}$$

$$\frac{5}{4} > \frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{6} < \frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{5} < \frac{9}{5}$$

$$\frac{2}{12} < \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{8} > \frac{1}{12}$$

$$\frac{11}{6} > \frac{5}{6}$$

$$\frac{7}{3} > \frac{1}{5}$$

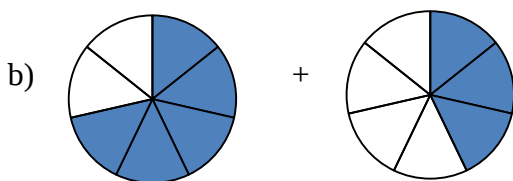
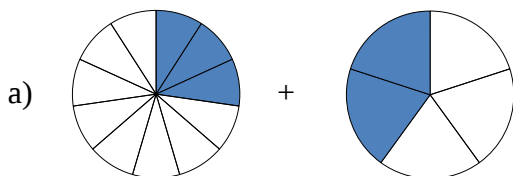
8. Žáci na školním výletě dopoledne ušli $\frac{5}{7}$ cesty. Po obědě se vydali na zbytek cesty. Kdy ušli větší kus cesty?

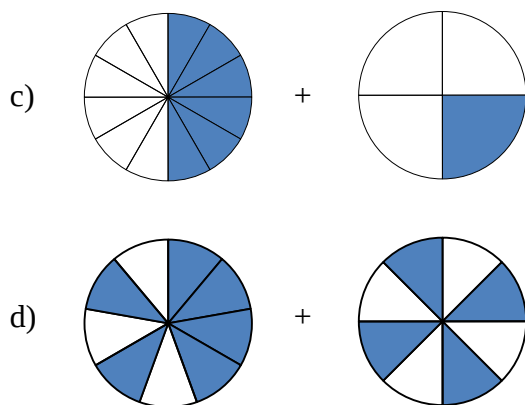
Řešení:

Odpoledne ušli $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$, dopoledne ušli delší kus cesty.

6.4 Sčítání a odčítání zlomků

1. Sečti vybarvené části a zapiš jako početní operace:





Řešení:

$$\text{a) } \frac{3}{11} + \frac{2}{5} = \frac{15+22}{55} = \frac{37}{55}$$

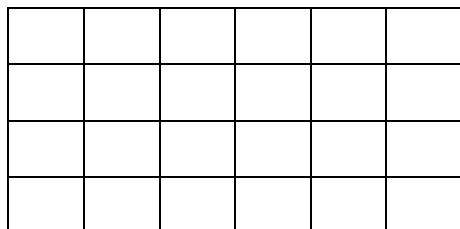
$$\text{b) } \frac{5}{7} + \frac{3}{7} = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$$

$$\text{c) } \frac{6}{12} + \frac{1}{4} = \frac{6+3}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\text{d) } \frac{6}{9} + \frac{4}{8} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4+3}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

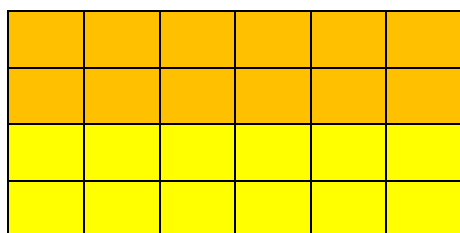
2. Vybarvi a zjisti výsledek:

$$\text{a) } \frac{1}{2} + \frac{2}{4}$$



Řešení:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} = \frac{2+2}{4} = 1$$



b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{9}$

Řešení:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{15}{27} = \frac{5}{9}$$

c) $\frac{3}{4} - \frac{2}{4}$

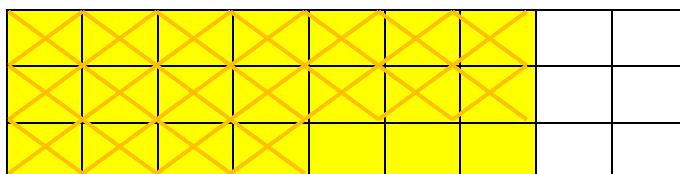
Řešení:

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

d) $\frac{7}{9} - \frac{2}{3}$

Řešení:

$$\frac{7}{9} - \frac{2}{3} = \frac{3}{27} = \frac{1}{9}$$



3. Vypočítej:

a) $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} =$

d) $\frac{3}{15} + \frac{6}{10} =$

g) $2\frac{1}{4} + 5\frac{2}{6} + 3\frac{1}{8} =$

b) $\frac{2}{5} + \frac{3}{2} =$

e) $\frac{3}{2} + \frac{7}{6} + \frac{1}{12} =$

h) $1\frac{2}{7} + 2\frac{3}{14} + 6\frac{11}{21} =$

c) $\frac{12}{9} + \frac{7}{12} =$

f) $\frac{5}{3} + \frac{1}{9} + \frac{3}{18} =$

i) $3\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2} + 1\frac{3}{8} =$

Řešení:

a) $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{5} + \frac{3}{2} = \frac{4+15}{10} = \frac{19}{10} = 1\frac{9}{10}$

c) $\frac{12}{9} + \frac{7}{12} = \frac{4}{3} + \frac{7}{12} = \frac{16+7}{12} = \frac{23}{12} = 1\frac{11}{12}$

d) $\frac{3}{15} + \frac{6}{10} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5}$

e) $\frac{3}{2} + \frac{7}{6} + \frac{1}{12} = \frac{18+14+1}{12} = \frac{33}{12} = 2\frac{9}{12}$

f) $\frac{5}{3} + \frac{1}{9} + \frac{3}{18} = \frac{30+2+3}{18} = \frac{35}{18} = 1\frac{17}{18}$

g) $2\frac{1}{4} + 5\frac{2}{6} + 3\frac{1}{8} = \frac{9}{4} + \frac{32}{6} + \frac{25}{8} = 2 + 5 + 3 + \frac{1}{4} + \frac{2}{6} + \frac{1}{8} = 10 + \frac{6+8+3}{24} = 10\frac{17}{24}$

h) $1\frac{2}{7} + 2\frac{3}{14} + 6\frac{11}{21} = 1 + 2 + 6 + \frac{2}{7} + \frac{3}{14} + \frac{11}{21} = 9 + \frac{4+3+77}{14} = 9 + \frac{84}{14} = 9 + 6 = 15$

i) $3\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2} + 1\frac{3}{8} = 3 + 1 + 1 + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{8} = 5 + \frac{6+4+3}{8} = 5 + \frac{13}{8} = 6\frac{5}{8}$

4. Vypočítej:

a) $\frac{65}{100} - \frac{21}{100} =$

d) $\frac{16}{25} - \frac{3}{50} =$

g) $5\frac{1}{9} - 3\frac{5}{3} + 1\frac{2}{6} =$

b) $\frac{17}{8} - \frac{9}{16} =$

e) $\frac{5}{3} - \frac{1}{6} - \frac{3}{12} =$

h) $3\frac{1}{5} - 3\frac{2}{10} - 2 =$

c) $\frac{11}{7} - \frac{1}{2} =$

f) $\frac{11}{4} - \frac{1}{2} - \frac{7}{8} =$

i) $5 - 2\frac{5}{6} - 1\frac{1}{2} =$

Řešení:

$$a) \frac{65}{100} - \frac{21}{100} = \frac{44}{100} = \frac{11}{25}$$

$$b) \frac{17}{8} - \frac{9}{16} = \frac{34-9}{16} = \frac{25}{16} = 1 \frac{9}{16}$$

$$c) \frac{11}{7} - \frac{1}{2} = \frac{22-7}{14} = \frac{15}{14} = 1 \frac{1}{14}$$

$$d) \frac{16}{25} - \frac{3}{50} = \frac{32-3}{50} = \frac{29}{50}$$

$$e) \frac{5}{3} - \frac{1}{6} - \frac{3}{12} = \frac{20-2-3}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1 \frac{1}{4}$$

$$f) \frac{11}{4} - \frac{1}{2} - \frac{7}{8} = \frac{22-4-7}{8} = \frac{11}{8} = 1 \frac{3}{8}$$

$$g) 5\frac{8}{9} - 3\frac{1}{3} - 1\frac{2}{6} = 5 - 3 - 1 + \frac{8}{9} - \frac{1}{3} - \frac{2}{6} = 1 + \frac{8-3-3}{9} = 1\frac{2}{9}$$

$$h) 5\frac{4}{5} - 3\frac{2}{10} - 1 = 5 - 3 - 1 + \frac{4}{5} - \frac{2}{10} = 1 + \frac{4-1}{5} = 1\frac{3}{5}$$

$$i) 5\frac{5}{6} - 2 - 1\frac{1}{2} = 5 - 2 - 1 + \frac{5}{6} - \frac{1}{2} = 2 + \frac{5-3}{6} = 2\frac{2}{6}$$

6.5 Násobení a dělení zlomků

1. Paní Černá pekla svou vyhlášenou bábovku. Do jedné dávky je potřeba $\frac{1}{2}$ kg hladké mouky a $\frac{1}{4}$ kg másla. Na narozeninovou oslavu své dcery musí upéct tři bábovky. Kolik mouky a másla bude paní Černá potřebovat?

Řešení:

1 dávka..... $\frac{1}{2}$ kg mouky a $\frac{1}{4}$ kg másla

3 dávky.....?

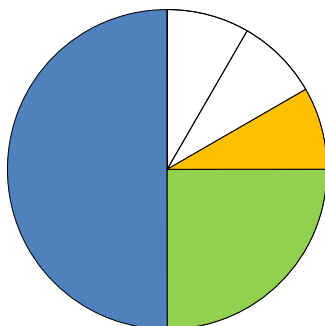
$$\frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} \cdot 3 = \frac{3}{4}$$

Paní Černá bude na tři bábovky potřebovat $1\frac{1}{2}$ kg hladké mouky a $\frac{3}{4}$ másla.

2. Jirka rozdělval k snídani chléb mezi své kamarády. Tondovi dal $\frac{1}{2}$, protože byl hladový. Pepovi dal dvakrát méně a Kamilovi ukrojil $\frac{1}{3}$ ze zbytku. Kolik chleba každý dostal a zbylo něco na Jirku?

Řešení:



Tonda dostal $\frac{1}{2}$ chleba, Pepa **dvakrát méně**, a Kamil dostal $\frac{1}{3}$ ze zbytku.

Dvakrát méně: $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Třetina ze zbytku: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

Na Jirku zbyla $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ chleba.

3. Vynásobte:

a) $2 \cdot \frac{3}{5} =$

d) $12 \cdot \frac{28}{72} =$

g) $\frac{3}{17} \cdot \frac{34}{45} =$

b) $\frac{6}{13} \cdot 77 =$

e) $\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{13} =$

h) $3\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} =$

c) $\frac{26}{43} \cdot 324 =$

f) $\frac{52}{40} \cdot \frac{42}{16} =$

i) $2\frac{3}{7} \cdot 5\frac{1}{14} =$

Řešení:

a) $2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

f) $\frac{52}{40} \cdot \frac{42}{16} = \frac{13}{10} \cdot \frac{1}{4} = \frac{13}{40}$

b) $\frac{6}{13} \cdot 77 = \frac{462}{13} = 35\frac{7}{13}$

g) $\frac{3}{17} \cdot \frac{34}{45} = \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{15} = \frac{2}{15}$

c) $\frac{26}{43} \cdot 324 = \frac{8424}{43} = 195\frac{39}{43}$

h) $3\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{16}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{8}{1} \cdot \frac{1}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

d) $12 \cdot \frac{28}{72} = \frac{336}{72} = \frac{112}{24} = \frac{56}{12} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$

i) $2\frac{4}{5} \cdot 3\frac{2}{14} = \frac{14}{5} \cdot \frac{44}{14} = \frac{1}{5} \cdot \frac{44}{1} = \frac{44}{5} = 8\frac{4}{5}$

e) $\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{13} = \frac{28}{65}$

4. Urči:

a) $\frac{1}{2}$ z 26

b) $\frac{1}{6}$ ze 72

c) $\frac{1}{5}$ ze 125

$$d) \frac{2}{3} \text{ z } 57$$

$$e) \frac{3}{4} \text{ z } 80$$

$$f) \frac{3}{10} \text{ ze } 450$$

Řešení:

$$a) \frac{1}{2} \text{ z } 26 = \frac{1}{2} \cdot \frac{26}{1} = \frac{26}{2} = 13$$

$$b) \frac{1}{6} \text{ ze } 72 = \frac{1}{6} \cdot \frac{72}{1} = \frac{72}{6} = 12$$

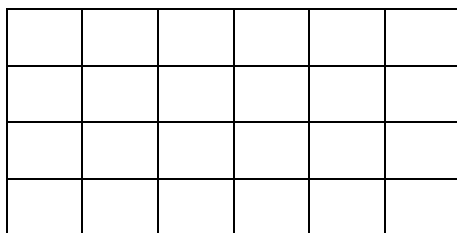
$$c) \frac{1}{5} \text{ ze } 125 = \frac{1}{5} \cdot \frac{125}{1} = \frac{125}{5} = 25$$

$$d) \frac{2}{3} \text{ z } 57 = \frac{2}{3} \cdot \frac{57}{1} = \frac{2}{1} \cdot \frac{19}{1} = \frac{38}{1} = 38$$

$$e) \frac{3}{4} \text{ z } 80 = \frac{3}{4} \cdot \frac{80}{1} = \frac{3}{1} \cdot \frac{20}{1} = \frac{60}{1} = 60$$

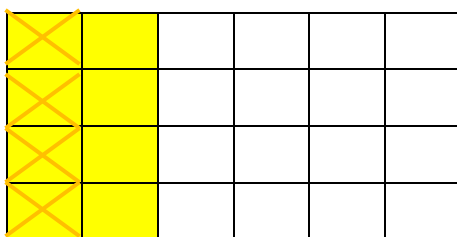
$$f) \frac{3}{10} \text{ ze } 450 = \frac{3}{10} \cdot \frac{450}{1} = \frac{3}{1} \cdot \frac{45}{1} = \frac{135}{1} = 135$$

5. Zakresli třetinu čokolády a poté polovinu z této třetiny. Jakou částí celku je jeden čtvereček? Kolik polovina ze třetiny čtverečků?

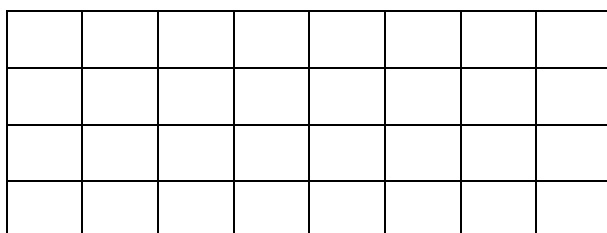


Řešení:

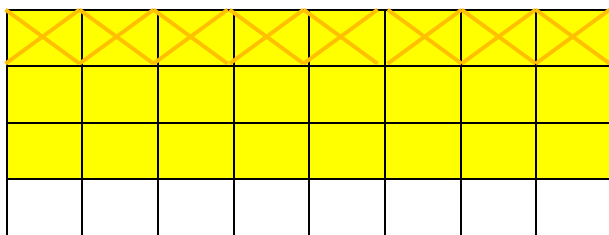
Jeden čtvereček je $\frac{1}{24}$ čokolády. $\frac{1}{2} \text{ z } \frac{1}{3}$ je $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$



6. Zakreslete, kolik je $\frac{1}{3} \text{ z } \frac{3}{4}$.



Řešení:



$$\frac{1}{3} \text{ z } \frac{3}{4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}; \text{ nebo podle obrázku } \frac{8}{24} = \frac{1}{4}$$

7. V bonboniéře bylo 24 kousků nugátu. Anička snědla $\frac{5}{8}$ nugátů z bonboniéry. Zbytek bonbónů by chtěla spravedlivě rozdělit mezi maminku a sestřičku. Jakou část nugátu dá Anička mamince a sestřičce?

Řešení:

V bonboniéře zbyly $\frac{3}{8}$ nugátů. Anička je rozděluje mezi maminku a sestřičku:

$$\frac{3}{8} : 2 = \frac{3}{8} : \frac{2}{1} = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{16}.$$

Každá dostane $\frac{3}{16}$ nugátů.

8. Vypočítej:

a) $3 : \frac{15}{7} =$

d) $\frac{688}{344} : \frac{1}{2} =$

g) $1 \frac{17}{25} : \frac{63}{75} =$

b) $\frac{4}{25} : 8 =$

e) $3 \frac{4}{5} : 7 \frac{4}{3} =$

h) $\frac{254}{357} : \frac{142}{522} =$

c) $\frac{38}{54} : \frac{27}{80} =$

f) $15 \frac{2}{7} : \frac{1}{98} =$

i) $\frac{21}{162} : \frac{28}{333} =$

Řešení:

a) $3 : \frac{15}{7} = \frac{3}{1} : \frac{15}{7} = \frac{3}{1} \cdot \frac{7}{15} = \frac{1}{1} \cdot \frac{7}{5} = \frac{7}{5} = 1 \frac{2}{5}$

b) $\frac{4}{25} : 8 = \frac{4}{25} : \frac{8}{1} = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{25} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{50}$

c) $\frac{38}{54} : \frac{80}{27} = \frac{19}{27} : \frac{80}{27} = \frac{19}{27} \cdot \frac{27}{80} = \frac{19}{1} \cdot \frac{1}{80} = \frac{19}{80}$

d) $\frac{688}{344} : \frac{1}{2} = \frac{2}{1} : \frac{1}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} = \frac{4}{1} = 4$

e) $3 \frac{1}{3} : 7 \frac{4}{6} = \frac{10}{3} : \frac{46}{6} = \frac{10}{3} \cdot \frac{6}{46} = \frac{5}{1} \cdot \frac{2}{23} = \frac{10}{23}$

$$f) 1\frac{2}{7} : \frac{1}{98} = \frac{9}{7} : \frac{1}{98} = \frac{9}{7} \cdot \frac{98}{1} = \frac{9}{1} \cdot \frac{14}{1} = \frac{126}{1} = 126$$

$$g) 1\frac{17}{25} : \frac{63}{75} = \frac{42}{25} : \frac{63}{75} = \frac{42}{25} \cdot \frac{75}{63} = \frac{14}{1} \cdot \frac{3}{21} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{3} = \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$h) \frac{24}{35} : \frac{52}{14} = \frac{24}{35} : \frac{26}{7} = \frac{24}{35} \cdot \frac{7}{26} = \frac{12}{5} \cdot \frac{1}{13} = \frac{12}{65}$$

$$i) \frac{33}{69} : \frac{28}{30} = \frac{11}{23} : \frac{14}{15} = \frac{11}{23} \cdot \frac{15}{14} = \frac{165}{322}$$

9. Vypočítej:

$$a) \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{6}} =$$

$$c) \frac{3\frac{4}{33}}{\frac{9}{9}} =$$

$$b) \frac{\frac{15}{7}}{\frac{21}{5}} =$$

$$d) \frac{\frac{56}{74}}{14} =$$

Řešení:

$$a) \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{6}} = \frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{1} = \frac{12}{3} = 4$$

$$b) \frac{\frac{15}{7}}{\frac{21}{5}} = \frac{15}{7} : \frac{21}{5} = \frac{15}{7} \cdot \frac{5}{21} = \frac{3}{1} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$$

$$c) \frac{3\frac{4}{33}}{\frac{9}{9}} = \frac{37}{11} : \frac{9}{33} = \frac{37}{11} \cdot \frac{33}{9} = \frac{37}{1} \cdot \frac{3}{9} = \frac{111}{9} = \frac{37}{3} = 12\frac{1}{3}$$

$$d) \frac{\frac{56}{74}}{14} = \frac{56}{74} : \frac{14}{1} = \frac{56}{74} \cdot \frac{1}{14} = \frac{4}{74} \cdot \frac{1}{1} = \frac{4}{74} = \frac{2}{37}$$

ZÁVĚR

7 ZÁVĚR

Cílem této práce bylo seznámit čtenáře s výukou zlomků na základní škole. Je zde uveden historický základ, který nám ukazuje, jak s touto tematikou zacházeli lidé v minulosti. Mimo jiné nás navádí na důležitost počítání s kmennými zlomky.

V teoretické části jsem uvedla hlavní problémy, se kterými se potýkáme ve výuce matematiky. Nejvážnějším problémem ve výuce je zavádění algoritmů, definic a postupů, které vede k učení nazpaměť. Žáci aplikují tyto postupy na zadané úlohy. Pokud se však v úlohách nevyskytuje typické zadání, žáci nejsou schopni vymyslet správný postup a následné řešení.

Formalizmu můžeme předejít tím, že žákům vytvoříme problémové úlohy, budeme s nimi diskutovat a necháme je, aby k poznatkům dospěli sami. Tyto postupy nelze samozřejmě aplikovat v celé výuce, ale je důležité zadávat žákům úlohy, které je povedou ke správným představám a pochopení tématu.

V této části jsem také uvedla problematiku racionálních čísel. V jednotlivých kapitolách jsem se zabývala zavedením zlomků, jejich zápisem, druhy a zobrazením.

V dalších kapitolách jsem se věnovala úpravám zlomků a početním operacím s nimi.

Praktická část byla zaměřena na představy a znalosti žáků základní školy a víceletého gymnázia.

Z dotazníků vyplývá, že žáci nemají dosud ucelenou představu o pojmu zlomek. Jsou schopni vyřešit typické úlohy a příklady, na kterých mohou využít známý postup. Nejsou si ale jisti v oblasti složitějších a problémových výpočtů. Nejistota při řešení je vede k úplnému odevzdání.

U gymnazistů jsme viděli větší matematické sebevědomí a nápaditost. Žáci používali početní i grafické řešení dané úlohy.

Do poslední části této práce jsem zařadila sbírku příkladů, která se vztahuje k dané problematice. Úlohy jsou řazeny v kapitolách, které se věnují základním početním operacím se zlomky. U každého příkladu je uvedeno správné řešení. Sbíрка je navržena k procvičení a prohloubení učiva uvedeného v teoretické části.

POUŽITÁ LITERATURA

8 SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- (1) BINTEROVÁ, H.; FUCHS, E.; TLUSTÝ, P.: *Matematika 7, Aritmetika pro základní školy a víceletá gymnázia*, Plzeň 2008, FRAUS
- (2) BLAŽKOVÁ, B.: *Co, proč a jak ve školské matematice, Matematika, fyzika, informatika: Časopis pro výuku na základních a středních školách.*, 14. r., č. 8 (2004/2005), s. 463-469.
- (3) ČÁP, J.; MAREŠ, J.: *Psychologie pro učitele*, Praha 2001, Portál
- (4) DIRK J. STRUIK, J.: *Dějiny Matematiky, Praha 1963*, Orbis
- (5) HEJNÝ, M.; KUŘINA, F.: *Dítě, škola a matematika*, Praha 2001, Portál
- (6) HEJNÝ, M.; NOVOTNÁ, J.; STEHLÍKOVÁ, N.: *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky 2*, Praha 2004, Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, s. 23-42, 343-356.
- (7) HEJNÝ, M. a kol.: *Teória vyučovania matematiky 2*, Bratislava 1990, SNP
- (8) HOŠPESOVÁ, A.; TICHÁ, M.: *Matematická gramotnost a tvoření úloh*, Litomyšl 2009
- (9) JANOVÁ, D.; STEHLÍKOVÁ, N.: *Dělíme čtverec: matematický projekt, Učitel matematiky*, 14. r., č. 2 (2005), s. 106-113
- (10) JUŠKEVIČ, A. P.: *Dějiny matematiky ve Středověku*, Praha 1978, Československá akademie věd, s. 446
- (11) KOLMAN, A.: *Dějiny matematiky ve Starověku*, Praha 1986, Československá akademie věd, s. 221.
- (12) MOLNÁR, J.; LEPÍK, L.; LIŠKOVÁ, H.; SLOUKA, J.: *Matematika 7*, Olomouc 1999, PRODOS
- (13) ODVÁRKO, O.; KADLEČEK, J.: *Matematika pro 7. ročník základní školy*, 1. díl, Praha 1998, Prometheus
- (14) ROSECKÁ, Z.: *Od zlomku k desetinnému číslu*, Brno 2005, Nová škola
- (15) TICHÁ, M.; MACHÁČKOVÁ, J.: *Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice*, JČMF 2006
- (16) <http://deti.centrum.cz/skolaci/2011/2/8/clanky/matematiku-muze-umet-kazdy-existuje-na-metoda/>, 2.4.2011
- (17) http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Download/Volne/SUMA_55.pdf, TICHÁ, M. *Jak žáci chapou slovní ulohy se zlomky*, 2.4.2011

- (18) http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Download/Volne/SUMA_56.pdf, KASLOVA, M., ŠOBROVÁ, J.: *Jazykové obtíže při komunikaci v matematice na ZŠ*, 2.4.2011
- (19) <http://dml.cz/dmlcz/140991> HEJNÝ, M.; STEHLÍKOVÁ, N.: *Zkoumání číselných představ dítěte*, *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, 44. r., č. 2 (1999), s. 148-167

PŘÍLOHOVÁ ČÁST

9 PŘÍLOHY

9.1 Test pro 5. Ročník ZŠ

Doplň: Navštěvuji ... třídu základní školy.

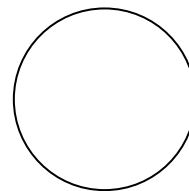
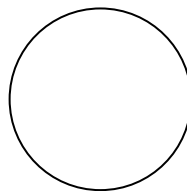
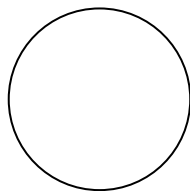
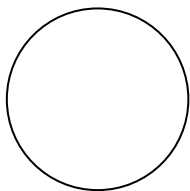
1. Maminka poslala Pepíčka na nákup. Chtěla, aby nakoupil polovinu chleba a třetinu limonády.
Napište, jak by bylo možné vyjádřit polovinu chleba a třetinu limonády pomocí matematického pojmu.
2. Pepíček zapomněl, kolik chleba měl koupit. Kolik celých chlebů přinesl, jestliže na stůl položil čtyři poloviny chleba?
3. Zakreslete:

$\frac{3}{4}$

$\frac{1}{2}$

0,75

0,5



4. Co je to zlomek?
 - a) část celku
 - b) kousek
 - c) číslo menší než jedna

9.2 Test pro 7. ročník ZŠ a II. ročník víceletého gymnázia

Doplň: Navštěvuji ... třídu základní školy/gymnázia.

1. Máme dvě situace. V každé z nich rozdělujeme celek na několik částí. Můžete v obou případech, případně alespoň v jednom z nich, zapsat jednu část pomocí nějakého matematického výrazu?
 - a) Na rybníku se uhnízdily labutě. Babička je každý den chodí krmit. Vždy si s sebou přinese jeden rohlík, který natrhá na deset stejně velkých kousků.
 - b) Maminka upekla Pepíčkově k narozeninám čokoládový dort. Aby každý z rodiny mohl ochutnat, rozdělila maminka dort na dvanáct stejných kousků.
2. Anička v obchodě nakoupila patnáct půllitrových lahví malinové limonády. Kolik litrů limonády měla celkem?
3. V továrně na čokoládu balili čokoládové bonbóny do sáčků. 1 kg bonbónů je třeba rozdělit do sáčků o celkové hmotnosti 100 g. Vyjádři matematicky jeden sáček bonbónů.
4. Mám dřevěnou tyč. Když ji rozřizu na poloviny, každý díl na třetiny, každou třetinu na čtvrtiny a každou čtvrtinu na pětiny, dostanu kousky o délce 2 cm. Jak dlouhá je celá tyč?
5. Krejčí stříhá látku na kalhoty. Má balík látky o celkové délce 32 m a šířce 140 cm. Na jedny kalhoty je potřeba délka $1\frac{1}{4}$ m. Na kolikery kalhoty z balíku nastříhá?
6. V myším doupěti je $\frac{1}{4}$ myši bílých a $\frac{3}{4}$ myši šedých. Červené oči má polovina myši bílých a pětina myši šedých. Kolik myši žije v doupěti, jestliže celkem 99 myši má červené oči?