

ANOTACE

V této práci se zabývám problematikou využití výpočetní techniky ve výuce matematiky na ZŠ. Konkrétně na tématickém celku dělitelnost přirozených čísel ukazuji možnost výuky pomocí počítačového programu.

Program MATEMATIKA 6 – Dělitelnost přirozených čísel je možné použít ve všech fázích vyučovacího procesu – výkladu, procvičování, užití, autoevaluace žáka.

V teoretické části jsou uvedeny pojmy, které má program za účel naučit a popis užitých didaktických metod.

Součástí diplomové práce je také podrobný návod pro učitele, jak program používat ve výuce.

ANDACE

V této práci se zabývám matematickým využitím výpočetní techniky ve výuce matematiky na ZŠ. Konkrétně na tematickém celku odměrných útvarů a jejich obsahů. Ukážu možnosti využití programu pro řešení rovnic.

Program MATHWORKS je vzhledově přehledný a lze ho použít ve všech fázích vyučovacího procesu: výkladu, procvičování, práci s učebnicí a záhlaví.

Mám několik tipů pro využití programu, které lze provést na školních a počítačových didaktických metodách.

Součástí diplomové práce je také přehledný návod pro učitele, jak program používat ve výuce.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracovala samostatně a použila v ní pouze uvedenou literaturu.

České Budějovice 27.4.2006

Komarová

OBSAH

1	Úvod	3
2	DĚLITELNOST PŘIROZENÝCH ČÍSEL	4
2.1	NÁSOBEK	4
2.2	DĚLITEL	4
2.3	PRVOČÍSLO	4
2.4	SPOLEČNÝ DĚLITEL	5
2.5	SPOLEČNÝ NÁSOBEK	5
2.6	ROZKLAD ČÍSLA NA SOUČIN PRVOČINITELŮ	6
2.7	ZPŮSOBY ŘEŠENÍ	6
2.7.1	Hledání nejmenšího společného násobku	6
2.7.2	Hledání největšího společného dělitele	6
3	Mechanismus uchopovacího procesu při řešení slovních úloh	8
4	Použité didaktické modely	9
4.1	TABULKA (ČTVEREC)	9
4.2	Osa	10
4.2.1	Výhody grafické reprezentace	10
5	Počítačem podporovaná výuka	11
5.1	POJEM KOGNITIVNÍ TECHNOLOGIE	11
5.2	DĚLENÍ VÝUKOVÝCH PROGRAMŮ Z HLEDISKA ZPŮSOBU POUŽITÍ	11
5.2.1	Uzavřené výukové prostředí	11
5.2.2	Otevřené výukové prostředí	11
5.3	DOPAD NA VÝUKU	12
5.3.1	Negativa	13
5.4	PSYCHOLOGICKÉ ASPEKTY	14
5.4.1	Zpětná vazba	14
5.4.2	Motivace	14
5.4.3	Vizualizace	15
5.4.4	Koncentrace	15
5.4.5	Tvorba pojmů	16
5.4.6	Konstruktivismus	16
5.5	PEDAGOGICKÉ ASPEKTY	16
5.5.1	Role učitele a žáka a komunikace mezi nimi	17
5.6	SOCIÁLNÍ ASPEKTY	17
5.6.1	Cílová skupina výuky pomocí počítače	18
5.6.2	Počítač je pracovní nástroj	18
5.7	KURIKULÁRNÍ ASPEKTY	19
6	POPIS PRÁCE S PROGRAMEM	20
6.1.1	ČÁSTI PROGRAMU	20
6.2	TEORIE	21
6.2.1	NÁSOBEK	21
6.2.2	DĚLITEL	23
6.2.3	NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK	24

6.2.4	NEJVĚTŠÍ SPOLEČNÝ DĚLITEL	27
6.2.5	ROZKLAD NA PRVOČINITELE	28
6.2.6	NALEZENÍ NEJVĚTŠÍHO SPOLEČNÉHO DĚLITELE POMOCÍ ROZKLADU NA PRVOČINITELE	31
6.2.7	NALEZENÍ NEJMENŠÍHO SPOLEČNÉHO NÁSOBKU POMOCÍ ROZKLADU NA PRVOČINITELE	33
6.3	ŘEŠENÉ PŘÍKLADY	34
6.3.1	ZADÁNÍ	34
6.3.2	GRAFICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 1 – Zahradkář Hruška	36
6.3.3	MATEMATICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 1 – Zahradkář Hruška	37
6.3.4	GRAFICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 2 – Starý král	39
6.3.5	MATEMATICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 2 – Starý král	41
6.3.6	GRAFICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 3 – Cvičenci	42
6.3.7	MATEMATICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 3 – Cvičenci	44
6.3.8	GRAFICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 4 – TYČE	45
6.3.9	MATEMATICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 4 – TYČE	46
6.3.10	GRAFICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 5 – 2. TYČE	47
6.3.11	MATEMATICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 5 – 2. TYČE	48
6.3.12	GRAFICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 6 – Královna	49
6.3.13	MATEMATICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 6 – Královna	50
6.4	PŘÍKLADY K ŘEŠENÍ	51
6.4.1	Největší společný dělitel	52
6.4.2	Nejmenší společný násobek	54
6.5	TESTY	55
7	Hodnocení programu	60
7.1	DOTAZNÍKY	60
7.1.1	DOTAZNÍK PRO UČITELE	60
7.1.2	DOTAZNÍK PRO ŽÁKY	63
7.2	VYHODNOCENÍ DOTAZNÍKŮ	64
7.2.1	Dotazník pro učitele	64
7.2.2	Dotazník pro žáky	66
8	Závěr	67
9	Literatura	68
10	Přílohy	69

1 Úvod

Při své vlastní školní docházce se mi výklad některých tématických celků zdál dlouhý a nezáživný a při své pedagogické praxi, na druhé straně katedry, jsem viděla, že je třeba tento problém řešit.

Někteří žáci potřebují na pochopení vykládané látky delší dobu, k některým pojmům se musí vracet. Někdy je dítě nemocné a musí se učit samo doma. Ve všech těchto případech je nutné probíranou látku procvičit a zkontrolovat, zda je pochopena a osvojena. Toto vše umožňují počítačové výukové programy – mohou být zábavné, jsou použitelné k individuální výuce, vyhodnocují výsledky zkušebních testů a tím poskytují zpětnou vazbu.

Při svém studiu na pedagogické fakultě jsem se seznámila s možností tvorby vlastních výukových materiálů, což mne velmi zaujalo. Touto problematikou se zabývám ve své diplomové práci. Vytvořila jsem výukový program Matematika 6, který zpracovává tématický celek dělitelnost přirozených čísel. Účelem práce je také ověření jeho použitelnosti v praxi v podmínkách školních vzdělávacích programů základních škol.

2 DĚLITELNOST PŘIROZENÝCH ČÍSEL

V programu se snažím o pochopení následujících pojmů:

2.1 Násobek

- 1) Součin dvou čísel je násobkem každého z těchto čísel.
- 2) Pokud dělení $a : b$ vyjde beze zbytku je číslo a **násobkem** čísla b .
Pokud toto dělení vyjde se zbytkem, **není** číslo a **násobkem** čísla b .
(Herman, [2])

2.2 Dělitel

- 1) Pokud dělení $a : b$ vychází beze zbytku číslo a **je dělitelné** číslem b .
(Herman, [2])
- 2) Číslo b je dělitelem čísla a , pokud podíl $a : b$ je celé číslo. (Herman, [2])

Související pojmy:

$$a : b = c$$

Dělenec – a

Dělitel – b

Podíl – c

2.3 Prvočíslo

- 1) Číslo větší než 1, které není součinem dvou menších čísel, se nazývá prvočíslo. (Herman, [2])
- 2) Prvočíslo má právě dva dělitele (číslo 1 a samo sebe). (Herman, [2])

2.4 Společný dělitel

Společný dělitel dvou nebo několika čísel je takové číslo, které dělí každé z těchto čísel. (Herman, [2])

Největší společný dělitel

- 1) Největší společný dělitel skupiny čísel je takový společný dělitel těchto čísel, který je ze všech společných dělitelů největší. Každý jiný společný dělitel je jeho dělitelem. Zapisujeme $D(a, b)$, kde a, b jsou celá čísla. (Herman, [2])
- 2) Největší společný dělitel dvou přirozených čísel a, b je největší přirozené číslo d , pro které platí: d/a a zároveň d/b . (Hejný, [4])

2.5 Společný násobek

Společný násobek dvou nebo několika čísel je takové číslo, které je násobkem každého z těchto čísel. (Herman, [2])

Nejmenší společný násobek

- 1) Nejmenší společný násobek skupiny čísel je ten společný násobek těchto čísel, který je ze všech společných násobků nejmenší. Každý jiný společný násobek je jeho násobkem. Zapisujeme $n(a, b)$, kde a, b jsou celá čísla. (Herman, [2])
- 3) Nejmenší společný násobek dvou přirozených čísel a, b je nejmenší přirozené číslo n , pro které platí: a/n a zároveň b/n . (Hejný, [4])

2.6 Rozklad čísla na součin prvočinitelů

Každé složené číslo lze rozložit na součin dvou menších čísel. Je-li některé z těchto čísel složené číslo, lze v rozkladu pokračovat. Po několika krocích se nám podaří dané číslo zapsat jako součin činitelů, které už dál rozkládat není možné – těmito činiteli jsou prvočísla (prvočinitelé). Některá z nich se mohou v součinu opakovat. Výsledný součin nezávisí na postupu rozkládání a je jediný, pokud nebereme ohled na pořadí činitelů.

2.7 Způsoby řešení

2.7.1 Hledání nejmenšího společného násobku

- 1) Vypsání několika prvních násobků obou čísel. Z nich vybereme ta, která se shodují. Z nich vybereme nejmenší – nejmenší společný násobek. (Pozn.: v programu je použit tento způsob pomocí čtverce, ve kterém si násobky označujeme.) (Hejný, [4])
- 2) Obě čísla rozložíme na součin prvočinitelů. Nejmenší společný násobek daných čísel se rovná součinu všech prvočísel, která vystupují v jejich rozkladech s největším exponentem. (Pozn.: V programu je použito místo: největší exponent, slovo nejvícekrát. V 6. tř. ještě není znám pojem mocnina a exponent.) (Hejný, [4])
- 3) Poslední řešení je založeno na větě: Pro každá dvě přirozená čísla a , b platí $D(a, b) \times n(a, b) = a \times b$. (Pozn.: V programu jsem tento způsob nepoužila, mohl by být spíše náplní matematického kroužku.) (Hejný, [4])

2.7.2 Hledání největšího společného dělitele

- 1) Tento způsob je obdobou prvního způsobu hledání nejmenšího společného násobku. Najdeme a zapíšeme všechny dělitele obou čísel. Z nich vybereme ty, které jsou stejné a z nich to největší – největší společný dělitel. (Hejný, [4]) (Pozn.: v programu je použit tento způsob pomocí čtverce, ve kterém si dělitele označujeme.)

- 2) Obě čísla rozložíme na součin prvočinitelů. Největší společný dělitel daných čísel se rovná součinu jejich společných prvočíselných dělitelů umocněných na minimum exponentů. (Hejný, [4]) (Pozn.: v programu je použito místo: minimum exponentů, čísla vyskytující se v obou rozkladech.)
- 3) Euklidův algoritmus: Největší společný dělitel získáme opakováním kroku: $D(a, b) = (a, b - a)$, kde pro a, b platí: $a \leq b$. Krok opakujeme dokud b není 1.

3 **MECHANISMUS UCHOPOVACÍHO PROCESU PŘI ŘEŠENÍ SLOVNÍCH ÚLOH**

V závěru programu řešíme slovní úlohy ukazující užití znalosti nejmenšího společného násobku a největšího společného dělitele. Při hledání správného výsledku úlohy využíváme mechanismus uchopovacího procesu, který lze podle Hejného (Hejný, [3]), rozložit do sedmi etap:

Tvorba kontextového prostředí

Řešitel si vytváří představu o tom, čeho se úloha týká, o co v úloze jde. Zároveň hledá v textu poukazy, které jej orientují při mobilizaci nástrojů.

1) Mobilizace nástrojů

Řešitel si vybavuje znalosti a zkušenosti, které by mohly být při řešení úlohy užitečné. Tyto myšlenky přesouvá z dlouhodobé paměti do aktuální (krátkodobé) paměti.

2) Ohodnocování aktivovaných myšlenek

Ne všechny mobilizované myšlenky jsou stejně důležité z hlediska jejich vhodnosti pro řešení dané úlohy. Vybíráme ty důležité.

3) Evidence, selekce a organizace objektů

Rozklad textu úlohy na části a zaměření pozornosti na objekty úlohy. Eliminujeme objekty podružné a zdánlivě nosné a evidujeme objekty nosné. Dáváme si pozor, aby nám neunikla informace v textu skrytá. Nosné objekty třídí do tří skupin, na vstupní, tj. dané, výstupní, tj. hledané a na pomocné.

4) Přejít k jazyku znaků

Dlouhá jména nosných objektů jsou zapsána stručnými znaky. Volba jazyka často předurčuje i řešitelskou strategii.

5) Nabytí vhledu do souboru vztahů

Ve většině případů jde o rozhodující etapu uchopovacího procesu. Evidujeme všechny nosné vztahy. Někdy potřebujeme mobilizovat i obecné zákonitosti, jejichž konkretizací získáme vztahy hledané.

7) Zapsání souboru vztahů v jazyce znaků

4 POUŽITÉ DIDAKTICKÉ MODEL Y

4.1 Tabulka (Čtverec)

Do čtverce 10 x 10 vepíšeme čísla od 1 do 100. První řádek bude začínat 1 a končit 10 atd. Každý si ve svém čtverci označuje násobky čísla zadaného. První řádky vyplníme společně s učitelem. Další řádky vyplňujeme samostatně pomocí opakujícího se vzorku – přeskakujeme vždy stejný počet polí – přičítáme vždy zadané číslo. Tento model má grafický charakter. Bude blízký žákům s gestaltovou psychikou. (Gestaltismus: popsáno níže.)

Gestaltismus

V češtině má německé slovo gestalt mnoho významů (tvar, útvar, konfigurace, vzorec, struktura atd.), žádný však plně nevystihuje přesnou podstatu tohoto termínu. Tvar, resp. tvarová kvalita se poprvé objevuje u Christiana von Ehrenfelse (1859-1932), který studoval melodii a vizuální obrazce. Při tom zjistil, že melodii, i když je hrána v různých stupnicích, člověk vnímá jako celek.

Narozdíl od strukturalistů gestaltisté považovali celek za více než souhrn jeho částí. Celek je dán prostřednictvím svých částí a naopak, části mohou existovat jen tehdy, existuje-li celek. Na gestaltisty velice zapůsobila teoretická fyzika, zvláště teorie elektromagnetického pole, v tom, že používala jejího pojmosloví a vyjadřování se. (Livoncová, [6])

4.2 Osa

Nakreslíme číselnou osu, dbáme, aby vzdálenosti mezi čísly byly přesně stejné. Na ose je možno ukázat pomocí různých prostředků, jak se mění daná veličina (násobek, příchody synů) nebo rozmístění předmětů v rovině (díry v příkladu Zahrádkář Hruška).

V programu tuto metodu používám i k představě dělení tyčí na stejně dlouhé části.

4.2.1 Výhody grafické reprezentace

Výše uvedené modely jsou založeny na vnímání skutečnosti pomocí grafické reprezentace. Podle Hejného. (Hejný, [4])

- 1) Nahrazuje složité slovní formulace přehledným záznamem.
- 2) Dá se v ní lépe orientovat než ve slovním, resp. písemném záznamu řešení.
- 3) Zpestřuje učivo.
- 4) Žáci se učí používat symboliku.
- 5) Je jednorázovým záznamem celé struktury vazeb a myšlenkových postupů.

5 POČÍTAČEM PODPOROVANÁ VÝUKA

5.1 Pojem kognitivní technologie

Technologie představují velice široký pojem a i když máme většinou pod pojmem nové technologie na mysli výpočetní techniku, bylo by vhodné hned na počátku mezi technologiemi vzdělávání rozlišovat: *informační technologie* (Internet a jeho služba World Wide Web, elektronické multimediální encyklopedie, slovníky, video a audionahrávky, teletext), *komunikační technologie* (e-mail, elektronické konference, ICQ, videokonference, mobilní telefonování a datové přenosy) a *kognitivní technologie*, tedy technologie poznání a poznávacího procesu. (Vaníček, [9])

5.2 Dělení výukových programů z hlediska způsobu použití

5.2.1 Uzavřené výukové prostředí

Jsou programy, které žáka vedou, řídí jeho činnost, předkládají problémy a úlohy, hodnotí jeho práci. Pracuje v podstatě samostatně, učitel pouze řídí hodinu a pomáhá v neobvyklých situacích. Role učitele je zde upozaděna. (Vaníček, [9])

Př.: Program, který je součástí této práce.

5.2.2 Otevřené výukové prostředí

Je zpočátku "prázdné", obsahuje pouze nástroje pro práci, ale výuku neřídí, nepředkládá úlohy ani nehodnotí. To vše je prací učitele. Příkladem uzavřeného prostředí je program na zkoušení násobilky. (Vaníček, [9])

Př.: Textový editor, geometrický náčrtník.

Požadavky na učitele:

Zatímco uzavřená prostředí nevyžadují příliš práci učitele, při práci s otevřeným prostředím potřeba učitele naopak vzrůstá. Učitel zadává úlohy, vysvětluje problémy, řídí činnost. Práce s otevřeným prostředím vyžaduje kvalitního a připraveného učitele. Uzavřená prostředí jsou méně přizpůsobena žákovi, než dokáže zkušený učitel, jejich výhodou zase je, že umožní učiteli začátečníkovi navštěvovat počítačovou učebnu bez zvláštního předchozího vlastního tréninku a získat tak zkušenosti a sebevědomí.

5.3 Dopad na výuku

Kognitivní technologie jsou velmi motivující, rozšiřují hranice výukových aktivit, poskytují prostředí virtuálního počítačového světa, v němž mohou děti tvořit, experimentovat, vyvíjet a zkoumat různé myšlenky. Kognitivní technologie také mohou zesilovat a reorganizovat kurikulum. Jinými slovy učitel může použít počítač k tomu, aby se děti učily novými postupy, moderními metodami a také získat jiné znalosti a dovednosti než v klasické vyučovací hodině.

Použití kognitivních technologií mění i celkový náhled na dané předměty i celou školskou výuku. Když už používáme počítače jako učební pomůcku, přeci nebudeme učit starými postupy. Co to však znamená dobře znát třeba matematiku? Které znalosti a dovednosti bude příští společnost vyžadovat? Co by se děti měly učit, aby byly úspěšnými a též humánními občany takové společnosti?

Na obecné úrovni není významný rozdíl v chápání cílů výuky patrný, konkrétní příklady naznačí meritum věci lépe. Jak se změnily důvody pro to, aby se malé děti z paměti učily násobilku, za posledních 30 let? Nakolik je důležité znát fyzikální vzorce, umět do nich dosazovat, převádět jednotky? Které znalosti globálního světa jsou dnes důležitější - poznávání kultury jiných etnik a rizik spojených s nadměrnou spotřebou nebo znalost nerostného bohatství a hlavních měst? Jakou část výuky matematiky by měla představovat výuka dovedností pro potřeby praktického počítání v životě a které úlohy opravdu tuto schopnost rozvíjejí? (Vaníček, [9])

5.3.1 *Negativa*

Je zde například obava některých učitelů, aby se technologie nestala berličkou nahrazující dovednosti a kritické myšlení žáků. Je to obava ze ztráty přirozenosti, tedy především z přílišného užívání počítačů – studenti se místo na obsah výuky zaměří na technologie samotné.

Další obavy se týkají procesu učení.

- 1) V budoucnosti budou v důsledku používání technologií vyžadovány nepřemýšlivé dovednosti.
- 2) Virtuální experiment odvede žáky od přirozeného životního prostředí.
- 3) V kurikulu zaměřeném na technologie se jednoduše nahradí sada rutinních úkonů početního charakteru sadou rutinních úkonů ovládání počítače.
- 4) Studenti se ani tolik neučí, spíše jsou zaměstnáni činnostmi.

Bez znalosti konkrétních dopadů použití počítačů ve výuce lze těžko tyto obavy vyvrátit či potvrdit.

5.4 Psychologické aspekty

5.4.1 Zpětná vazba

V klasické vyučovací hodině se dítěti dostává v řadě situací zpětné vazby pozdě, pozdě se dozví, zda pracuje správně. Navíc autoritou, která rozhoduje o správnosti řešení, bývá jiný člověk, tedy učitel. To posiluje mocenskou pozici učitele ve třídě (žák často řeší úlohy tak, aby vyhověl učiteli, jehož slovo s konečnou platností znamená "splněno" či "nesplněno"). Děti pak často ani nepřemýšlejí nad správností výsledku rozumovou úvahou, předkládají řešení učiteli mechanicky. Příliš dlouhá doba zpětné vazby (markantně viditelná u domácích úloh či písemných prací) může přispět k zafixování si špatné představy, špatného mentálního modelu, špatné posloupnosti činností, jež se pak obtížně odstraňují.

Počítač může poskytnout zpětnou vazbu prakticky okamžitě. Žák bezprostředně vidí dopad svého konání a může být informován o správnosti řešení, může být veden k hledání chyby. Počítač navíc poskytuje zpětnou vazbu zcela diskrétně; řada slabších dětí má menší strach z neúspěchu, když nemusí pro získání zpětné vazby vstupovat do kontaktu s učitelem nebo ostatními žáky. Počítač tak snižuje úzkost žáka. (Vaníček, [9])

5.4.2 Motivace

Počítač se stává vedle učitele dalším, jemu rovnocenným zdrojem pro ověření správnosti řešení úlohy. Učitel tak ztrácí v tomto směru výsadní postavení, které někdy posiluje jeho autoritu ve vzdělávacím procesu nežádoucím směrem. To má vztah k vnější motivaci žáka.

Vnitřní – Touha vyřešit problém, mít pěkný zážitek z pochopení látky.

Vnější – Získat pěknou známku, získat postavení "úspěšného žáka" ve třídě.

Neosobní poskytování zpětné vazby počítačem posiluje vnitřní motivaci žáka, kdy snaha vyřešit problém není nahrazována snahou zviditelnit se v očích učitelových a zalíbit se mu. Využívat zpětnou vazbu počítače je třeba děti naučit (přesněji navést je na její využívání). (Vaníček, [9])

5.4.3 Vizualizace

Zkušeni staří učitelé vedli žáky intuitivně k používání náčrtů, náčrtků, obrázků, grafů, které podle jejich zkušenosti pomáhaly dětem v orientaci v problému, v úloze, v nové látce. Obrázky jsou nástrojem řešení problémů i orientační pomůckou.

Vizualizace (možnost použít zrakový vjem) přináší nové možnosti v učení. Člověk má sice neomezenou schopnost si pamatovat, ovšem pouze omezenou tzv. okamžitou paměťovou kapacitu, kterou při učení nedokáže překročit. Učí-li se člověk nějaký nový abstraktní pojem, spotřebovává velkou část své aktuální paměťové kapacity na představování si dané situace, na které učitel pojem vysvětluje. Především slabší žáci celou tuto kapacitu při náročném vybavování vyčerpají, takže již nejsou schopni intenzivně přemýšlet. Vizualizace pomáhá část aktuální paměti uvolnit ve prospěch dalších mentálních činností, jako je indukce, abstrakce, komparace, dedukce, symbolizace apod. Dítě je tedy schopno podat lepší výkon.

Je všeobecně přijímáno, že čím více smysly člověk vnímá skutečnost, tím lépe je jeho mozek stimulován a tím lépe se učí. Tedy zapojení dominantní zrakové složky vnímání přispívá k lepšímu učení. (Vaníček, [9])

5.4.4 Koncentrace

Během řešení složitější úlohy žák často přechází mezi jednotlivými úrovněmi myšlení, střídá vyšší úroveň (strategie) s nižší (vykonání kroku řešení). Při řešení rovnic přechází mezi strategií řešení úlohy (co se bude převádět na druhou stranu rovnice) a krokem řešení (jak se vynásobí dvojčlen záporným číslem). Podobně je tomu u písemného dělení dvouciferným číslem.

Pro žáka je velmi náročné udržet koncentraci při neustálém přechodu mezi těmito dvěma úrovněmi. Při řešení složitějších úloh často chybují žáci, kteří dobře znají algoritmus dělení i umí správně provádět dílčí kroky řešení, právě kvůli své slabší schopnosti koncentrace, tedy přechodu z jedné úrovně myšlení do druhé. Počítač může pomoci

- 1) **metodou lešení:** počítač vede žáka a radí mu, které kroky má udělat, žák je provádí.

- 2) **metodou kalkulačka:** počítač vyřeší na žákův příkaz jednotlivé dílčí kroky (počítá, kreslí konstrukce ...) a nechá jej koncentrovat myšlení pouze v úrovni strategie řešení úlohy. (Vaníček, [9])

5.4.5 Tvorba pojmů

Člověk se s pojmy seznamuje na základě vlastní zkušenosti, vytváří si svoji představu, svoje pojetí, tedy mentální model pojmu. Nejprve získává dílčí zkušenosti s daným pojmem, v tu chvíli si vytváří tzv. separovaný mentální model pojmu. Teprve po dostatečně dlouhé době a získání dostatečného množství propojených zkušeností dojde k jistému vhledu do situace, člověk si vytvoří univerzální model pojmu.

V našich školách je bohužel velmi málo času k dostatečně dlouhému manipulování s objekty, číslly, pojmy, a hrozba formálního učení je tak veliká.

Nasazení počítače může při vhodném vedení výuky přinést žákům během krátkého časového úseku velké množství situací, v nichž si žák separované modely vytváří. Vhodné počítačové programy a hry dávají představu řízení rozvoje města, dopravního spojení, konstrukce geometrických zobrazení, přispívají k propedeutice některých pojmů formou hry. (Vaníček, [9])

5.4.6 Konstruktivismus

Učitel, který je vedený snahou maximálně přispět k formování žákovy osobnosti, zejména k jeho kognitivnímu a metakognitivnímu růstu, nepředkládá žákovi hotové kusy poznání, ale ukazuje mu cesty, kterými se on sám k takovému poznání může dopracovat. Odkrývá žákovi svůj intimní vztah k matematice a předkládá mu problémy, při jejichž řešení může zažít krásné chvíle poznávání pravdy. Je ochotný vyslechnout si žákovo vyprávění o jeho cestě za hledáním řešení, umí mu být dobrým partnerem v diskusi, ale hlavně umí spolu s ním prožívat žákovu radost, která provází každý nový objev. Žákovi, který neumí s problémem pohnout, který při opakovaně neúspěšných pokusech propadá beznaději, umí nabídnout doplňující otázky i rady, umí mu dodat víru a sebedůvěru. Vede žáky k tomu, aby si každý z nich zkonstruoval svůj vlastní, autentický obraz matematického světa, vybudovaný na vlastních zkušenostech.

Samozřejmě žáci potřebují i informace, neboť ne všechno je možno vymyslet. Hlubší poznání by však mělo vznikat v žákově vědomí jeho vlastní konstrukcí.

Konstruktivistický způsob vyučování orientuje žáka k rozvoji metakognitivních schopností, tj. schopnosti analyzovat a strukturovat vlastní zkušenosti a poznatky, organizovat svůj poznávací proces, kultivovat hodnoty, které rozhodují o tom, co je důležitější a co méně důležité při studiu, ale nejen při něm.

Konstruktivistický způsob vyučování má i hluboký formativní vliv. Podle našeho názoru je jeho význam pro výchovu a vzdělávání žáka důležitější než samotné matematické poznání. Tento způsob vyučování pomáhá žákovi zvyšovat jeho intelektuální sebedůvěru a optimistickou citlivost na racionální problémy. Je zřejmé, že toto vyučování nepřipouští vznik formálních poznatků, ba naopak je účinnou prevencí choroby formalismu. (Hejný, [3])

5.5 Pedagogické aspekty

5.5.1 Role učitele a žáka a komunikace mezi nimi

Práce s počítačem má vliv i na změnu role učitele a žáka, na jejich vzájemnou komunikaci. Je to způsobeno pestrostí nových forem výuky, kterou práce s počítačem poskytuje. Učitel se někdy stává technickým poradcem, spolupracovníkem při řešení problémů (často se objevujících při práci a při přípravě výuky neošetřených) "šéfem" nebo "klientem", kladoucím si požadavky na kvalitu díla, i řídícím elementem např. při skupinové práci.

Mění se představa časového rozvržení. Počítač urychlí vlastní výpočty. Individuální práce s okamžitou zpětnou vazbou velmi brzy rozvrství práci ve třídě v závislosti na úrovni studentů i vzhledem k jejich možnosti volby tématu úlohy. Organizace hodiny klade zcela jiné nároky na učitele, který má větší možnost věnovat se tomu, kdo pomoc potřebuje, ale omezenou možnost vést třídu jako celek.

Mění se i role studentů. Studenti pracující s počítači ve skupině po dvou, potřebují větší vzájemnou ústní či písemnou komunikaci. Studenti často cítí, že potřebují převzít větší zodpovědnost za své učení. Cítí, že se potřebují naučit hodnotit své vlastní učení, aby obstáli v testech vyžadujících něco více než opakování naučených pouček a dovedností. Potřebují se naučit používat vlastních znalostí v reálných situacích.

Změnu role učitele lze sledovat v šesti jejích základních směrech. Tradiční *role manažera* zůstává, roli učitele jako *kladeče otázek* může zčásti přejímat počítač. Roli

učitele *vysvětlujícího problém* může příležitostně počítač převzít ve dvou formách - počítač může problém přímo vysvětlit nebo poskytovat studentovi zpětnou vazbu. Počítač může také stimulovat žáka k hledání vysvětlení.

Jestliže některé tyto tradiční role učitele počítač převezme, učitel může vystupovat daleko více v *roli poradce* či v *roli spolužáka* (který má nějaký návrh nebo si nechá vysvětlit postup řešení, ale není to osoba nadřizená). Poslední role učitele jako *zdroje informací* je rozložitelná mezi učitele a počítač; učitel pak může poskytovat jen specifický druh informace.

Obecný směr změny vede k výuce, v jejímž středu je student (nikoliv jako v klasické výuce, kdy učitel hovoří, učitel zkouší, učitel stále mluví, učitel je tím centrem dění a tedy jeho příprava na výuku spočívá v rozvaze, co ON bude dělat). (Vaniček, [9])

5.6 Sociální aspekty

Uvedme nezpochybnitelný fakt, že člověk ovládající počítač má dnes lepší šanci uplatnění na trhu práce.

5.6.1 Cílová skupina výuky pomocí počítače

Stejně jako se v současnosti škola více zaměřuje na děti z neúplných a rozvrácených manželství (jichž je v běžných třídách často více než třetina), zaměřuje se i na děti postižené či trpící nějakou poruchou, na děti ze sociálně slabších rodin (k nimž právě patří často i děti z rodin neúplných). Tam, kde děti nemají doma počítač k dispozici, je důležité, aby se k němu dostaly ve škole hodně často, aby zcela zapadl do jejich života, a tím jim školy pomohly odstranit tento handicap.

5.6.2 Počítač je pracovní nástroj

Z výchovného hlediska je také důležité ukázat těm dětem, které počítač doma používají pouze pro zábavu, v čem jsou jeho přednosti a použitelnost v aplikačních úlohách z praxe (pro dítě tedy použitelnost v běžném předmětu). Používání počítačů při výuce běžného předmětu má pro děti tedy veliký význam světonázorový: počítač není *hračka odtržená od světa, ale normální pracovní pomůcka, která práci usnadňuje a zefektivňuje*. (Vaniček, [9])

5.7 Kurikulární aspekty

Dnes vidíme dvě hlavní oblasti změn ve výuce vztahující se ke kurikulu: tvorba a vyváženost kurikula. Některá vyučovaná témata mohou být v řadě předmětů díky nasazení technologií zcela změněna, jiná mohou být podstatně rozšířena či naopak redukována. Díky technologiím je možno zařazovat úlohy složitější (např. výpočetní úlohy s velkými čísly). Ve vztahu k tvorbě kurikula vyvstávají otázky typu: Co je vhodnou směsí dovedností a pojmů, které učiní z člověka vzdělaného? Jaký je vlastně optimální podíl výuky na počítači bez dalších zkušeností "z reálného světa"? Nebude kurikulum nevyvážené, příliš pestré a variabilní na úkor hloubky problému? (Vaníček, [9])

6 POPIS PRÁCE S PROGRAMEM

Program je rozdělen na více částí. Náplní této diplomové práce je však pouze druhé téma a to DĚLITELNOST PŘIROZENÝCH ČÍSEL. Později bych chtěla dodělat i ostatní části.

6.1.1 ČÁSTI PROGRAMU

- 1) Desetinná čísla
- 2) Dělitelnost přirozených čísel
- 3) Úhel a jeho velikost
- 4) Osová souměrnost
- 5) Trojúhelník
- 6) Kvádr, krychle

Část Dělitelnost přirozených čísel je rozdělena do dalších 4 částí:

- 1) TEORIE
- 2) ŘEŠENÉ PŘÍKLADY
- 3) PŘÍKLADY K ŘEŠENÍ
- 4) TESTY

Podrobnější popis těchto částí naleznete na dalších stránkách, které mohou sloužit také jako didaktická příručka pro učitele, kteří by chtěli tento program používat.

6.2 TEORIE

6.2.1 NÁSOBEK

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
41	42	ČÁST 1								50
51	52									60
61	62									63
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	

VYČISTI ČTVEREC

Násobek čísla získáme přičtením jeho hodnoty k předchozímu násobku.
Ve čtverci si označte kliknutím násobky nějakého čísla, uvidíte, že postupujete stále o stejný počet polí.

DĚLITELNOST

DĚLITEL

NÁSOBEK

Pokud dělení $a : b$ vyjde beze zbytku, je číslo a násobkem čísla b .
Pokud toto dělení vyjde se zbytkem, není číslo a násobkem čísla b .
Součin dvou čísel je násobkem každého z těchto čísel.

ČÁST 3

Do pole násobené číslo, запиште číslo, kterého násobky chcete vidět, poté při stisknutí tlačítka : přejdi na další násobek, bude panáček skákat po jeho násobcích.

Když dojde na konec číselné osy, vrátíte ho na začátek příslušným tlačítkem.

ČÁST 2

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

NÁSOBENÉ ČÍSLO

PRÉJDI NA DALŠÍ NÁSOBEK

NA ZÁČÁTEK

obr. 1

Žáci se řídí pokyny vepsanými přímo na stránce, vedou je ke správnému používání jednotlivých částí.

ČÁST 1

Čtverec v této části slouží k vizualizaci pojmu násobek. Při každém kliknutí na pole s příslušným číslem toto pole změní barvu. Děti si zde mají vizuálně ověřit, že pokud budou přeskakovat při označování vždy stejný počet polí, všechna označená čísla budou násobkem zadaného čísla. Měly by také přijít na to, že pokud od tohoto čísla odečtou jedničku, získají počet polí, která přeskakují.

Také si podle textu i vizualizace mají uvědomit, že další násobek čísla získají přičtením tohoto čísla k předchozímu násobku.

Pokud budou chtít zadávat násobky dalšího zvoleného čísla, kliknou na tlačítko VYČISTI ČTVEREC, tak zmizí veškeré označení ve čtverci.

ČÁST 2

Žáci vepíší číslo, kterého chtějí znát násobky, do pole za textem: NÁSOBENÉ ČÍSLO. Při kliknutí na tlačítko: PŘEJDI NA DALŠÍ NÁSOBEK, se panáček vždy posune o hodnotu tohoto čísla vpřed, tedy na další jeho násobek. Učitel si musí připravit, jaká čísla bude zadávat nebo, pokud nechá děti samostatně pracovat, jim rozmezí oznámit. Čísla musí být volena taková, která mají alespoň jeden svůj násobek menší než 14. Více čísel zde není z prostorových a vizuálních důvodů. Při použití kratších vzdáleností mezi čísly by nebyla možnost přesně určit, nad kterým číslem se panáček zastavil a mohlo by dojít k naučení se chybného násobku. Pro vizualizaci násobků větších čísel slouží ČÁST 1.

ČÁST 3

Zde naleznou žáci definici násobku samotného.

Pokud dělení $a : b$ vyjde beze zbytku, je číslo a násobkem čísla b .

Pokud toto dělení vyjde se zbytkem, není číslo a násobkem čísla b .

Součin dvou čísel je násobkem každého z těchto čísel.

6.2.2 DĚLITEL

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

DĚLITEL

Pokud dělení $a : b$ vychází beze zbytku, říkáme, že číslo a je dělitelné číslem b .

$$\begin{array}{ccccccc} 7 & : & 2 & = & 3 & \text{ a } 1 \text{ zbyde} \\ \hline \text{Dělenec} & & \text{Dělitel} & & \text{Podíl} & & \text{Zbytek} \end{array}$$

Všechny dělitele čísla a zapíšeme: $D_a = \{b, c, d, \dots\}$

Každé číslo má alespoň dva dělitele - 1 a samo sebe. Pokud má číslo jenom tyto dva dělitele, nazýváme jej : **PRVOČÍSLO**. Při hledání dalších dělitelů pokračujeme dělením $a : b$, za b postupně dosazujeme 1, 2, 3, ... Pokud toto dělení vyjde beze zbytku, číslo b i **podíl** (výsledek) jsou děliteli čísla a .

VYČISTI ČTVEREC

Všechny dělitele zadaného čísla označte kliknutím.

DĚLITELNOST **NÁSOBEK** **NEJMENŠÍ SPOL. NÁS.**

obr.2

Tato část je pouze pro uvědomění si pojmu dělitel. Také proto, aby si žáci zvykli pracovat s programem a řídit se podle instrukcí na stránce – tímto se také naučí orientovat se v novém neznámém prostředí. Musíme jako učitelé učit také životní dovednosti, nejen ty čistě matematické.

Čtverec má v této části stejnou funkčnost jako v části NÁSOBEK, po kliknutí na čtvereček s číslem se změní jeho barva a tím se označí.

V pravé části okna je opět definice dělitele a s ní související definice pojmu prvočíslo.

6.2.3 NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK

Nejmenší společný násobek

ČÁST 1

ČÁST 2

ČÁST 3

ČÁST 4

ČÁST 5

VYČISTI ČTVEREC

Vpravo si zkontroluj svůj výsledek.
Do pole 1. ČÍSLO a 2. ČÍSLO vepiš čísla se kterými jsi počítal.
Do pole výsledek vepiš číslo, které ti vyšlo jako nejmenší společný násobek těchto čísel.

1. ČÍSLO

2. ČÍSLO

VÝSLEDEK

ZKONTROLUJ

DĚLITELNOST

DĚLITEL

NEJVĚTŠÍ SPOL. DĚL.

obr.4

ČÁST 1

Čtverec na této straně získává novou úlohu. Pokud kliknou žáci na čtvereček s číslem pouze jednou, změní barvu na šedivou. Pokud kliknou dvakrát, změní barvu na tmavě zelenou a pokud třikrát, jeho barva bude červená. Tohoto je využito při vizualizaci pojmu nejmenší společný násobek. V ČÁSTI 2 je popis jak tuto funkci využít.

ČÁST 2

Zde se objeví text popisující jak pracovat se čtvercem a zároveň postup získání nejmenšího společného násobku.

Zobrazující se text: Společný násobek dvou čísel získáte tak, že si násobky prvního čísla postupně označíte pomocí jednoho kliknutí, pole pod nimi změní barvu. Poté u

násobku druhého čísla budete postupovat stejně, ale místo jednoho kliknutí kliknete dvakrát, pole opět změni barvu.

Číslo v políčku s červenou barvou je společným násobkem těchto čísel. Nejmenším společným násobkem vašich dvou čísel je nejmenší číslo s červeným polem.

Je to tedy analogie ke způsobu získání nejmenšího společného násobku metodou vypsaní všech násobků daných čísel a z nich potom vybrání nejmenšího stejného z obou výpisů.

Jinou alternativou je připravit si dva papíry se čtverci 10×10 , alespoň jeden z nich průhledný. V každém z 10 polí bude vepsáno číslo od 1 do 100, stejně jako ve čtverci v tomto programu. Žáci vybarví v každém čtverci políčka s čísly násobků. Nakonec oba papíry překryjí tak, aby čtverce ležely na sobě. Kde se překrývají vybarvená políčka, nalézají se společné násobky obou čísel. Nejmenší číslo v překrývajících se políčkách je nejmenším společným násobkem těchto čísel.

Úkolem je uvědomit si rozdíl mezi pojmy společný násobek a nejmenší společný násobek. Učitel může ještě položit doplňující otázku: „Jakou vlastnost mají všechny společné násobky dvou čísel a jejich nejmenší společný násobek?“

ČÁST 3

Zde je popsáno, jak používat ČÁST 4:

Vpravo si zkontroluj svůj výsledek.

Do polí: 1. ČÍSLO a 2. ČÍSLO vepiš čísla, se kterými jsi počítal.

Do pole výsledek vepiš číslo, které ti vyšlo jako nejmenší společný násobek těchto čísel.

ČÁST 4

Práci s touto částí stránky již popisuje předešlá část. Pro učitele je však ještě důležité, že pokud děti zadají správný výsledek a kliknou na tlačítko: ZKONTROLUJ, objeví se pod ním, že jeho výsledek je správný. V opačném případě se objeví, že je špatný.

Dokud žák nezadá správný výsledek, nenechá ho program zapsat jiná čísla do polí 1. ČÍSLO a 2. ČÍSLO.

Pokud zadá třikrát nesprávný výsledek, zobrazí se ČÁST 5, řekněme jí: NÁPOVĚDA.

ČÁST 5

Zobrazovaný text: Pokud jste se dostali až sem, zřejmě potřebujete pomoci s řešením.

Klikni na tlačítko: SPRÁVNÝ VÝSLEDEK

Poté si znovu zkontroluj, kde jsi udělal chybu.

Po kliknutí na příslušné tlačítko se objeví správný výsledek, nejmenší společný násobek, čísel v polích 1. ČÍSLO a 2. ČÍSLO.

Po zadání správného výsledku zmizí NÁPOVĚDA a žák může zadávat nová čísla k rozkladu do polí 1. ČÍSLO a 2. ČÍSLO.

6.2.4 NEJVĚTŠÍ SPOLEČNÝ DĚLITEL

Největší společný dělitel

Λ

V

VYČISTI ČTVEREC

Vpravo si zkontroluj svůj výsledek.
 Do pole 1. ČÍSLO a 2. ČÍSLO vepiš čísla se kterými jsi počítal.
 Do pole výsledek vepiš číslo, které ti vyšlo jako nejmenší společný násobek těchto čísel.

1. ČÍSLO

2. ČÍSLO

VÝSLEDEK

ZKONTROLUJ

DĚLITELNOST NEJMENŠÍ SPOL. NÁS. ROZKLAD NA PRVOCINITELE

obr.5

Vše na této straně má stejnou funkci i popisky jako strana předchozí, s tím rozdílem, že hledáme největšího společného dělitele místo nejmenšího společného násobku. Změna je také v **textu v ČÁSTI 2:**

Společný dělitel dvou čísel získáte tak, že si dělitele prvního čísla postupně označíte pomocí jednoho kliknutí, pole pod nimi změní barvu. Poté u dělitelů druhého čísla budete postupovat stejně, ale místo jednoho kliknutí kliknete dvakrát, pole opět změní barvu. Číslo v políčku s červenou barvou je společným dělitelem těchto čísel.

Největším společným dělitelem vašich dvou čísel je největší číslo s červeným polem.

Žáci si opět, a ještě důkladněji, musí uvědomit rozdíl mezi pojmy největší společný dělitel a společný dělitel. Společným dělitelem je totiž také číslo 1 a je méně názorné, který dělitel je právě ten největší. Pomůže jim v tom kontrola programem. Pokud se stále nemohou dopracovat ke správnému výsledku, pomůže ještě **NÁPOVĚDA**.

6.2.5 ROZKLAD NA PRVOČINITELE

ROZKLAD NA PRVOČINITELE

Rozklad na prvočinitele získáte postupným dělením, pro ukázkou dalšího kroku postupu klikněte na tlačítko se šipkou. Výsledky si zapisuj do políček vpravo v dolním rohu.

ČÁST 1

60 = 10 × 6 = 5 × 2 × 3 × 2

JAK MOHU
ROZDĚLIT 60 ?
MOHU
ROZDĚLOVAT
JEŠTĚ DÁL ?

ČÁST 2

Zapiš si
výsledek

ČÁST 3

1. výsledek
2. výsledek
3. výsledek
4. výsledek

DĚLITELNOST NEJVĚTŠÍ SPOL. DĚL. DÁLE

obr.6

Cílem této části je naučit rozklad čísla na prvočinitele. Je zde ukázáno více postupů.

ČÁST 1

Zde je pouze popis práce s touto částí programu:

Rozklad na prvočinitele získáte postupným dělením. Pro ukázkou dalšího kroku postupu klikněte na tlačítko se šipkou. Výsledky si zapisujte do políček v pravém dolním rohu.

ČÁST 2

Po kliknutí na tlačítko šipka se postupně odkrývají řádky postupu rozkladu na prvočinitele a doprovodné otázky v levé části, vždy vedle příslušné řádky. Vzniká tím dojem zápisu na tabuli.

Rozklady typu, který je na obrázku, jsou v této části 3. Pokaždé je to rozklad čísla 60, ale první kroky jsou:

$$10 \times 6 \text{ (na obr.)}$$

$$4 \times 15$$

$$5 \times 12$$

Žáci si mají vždy, když je rozklad konečný, zapsat výsledek do polí v pravém dolním rohu (ČÁST 3). Program je upozorní, kdy toto mají provést. Měli by si co nejdříve všimnout, že je výsledek pokaždé stejný.

Když dojdou na konec rozkladu začínajícího řádkem: 5×12 , objeví se místo tlačítka se šipkou tlačítko s popiskem: ZAPSAT JINAK. Tímto tlačítkem se dostanou na stránku zobrazující jinou možnost zápisu rozkladu na prvočinitele:

ROZKLAD NA PRVOČINITELE

ČÁST 2

Znova postupně dělíme zadané číslo prvočíslem, zapíšeme ho vpravo za čáru. Výsledek tohoto dělení zapíšeme pod původní číslo. Pokračujeme stejným způsobem dále, dokud není vlevo od čáry 1.

ČÁST 1

ČÁST 3

Zjistil jsi, že všechny výsledky jsou stejné. Je tedy jedno jakým způsobem jsme k výsledku došli. Vyberte si ten pro vás nejjednodušší.

DĚLITELNOST **NEJVĚTŠÍ SPOL. DĚL.**

DÁLE

60
30
15
5
1

2
2
3
5

$2 \times 30 = 60$
 $2 \times 2 \times 15 = 60$
 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$
 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

Zapiš si výsledek

1. výsledek
2. výsledek
3. výsledek
4. výsledek

obr.7

ČÁST 1

Zde je popsáno slovy, jak jinak provést a zapsat, rozklad čísla na prvočinitele: Znova postupně dělíme zadané číslo prvočíslem, zapíšeme ho vpravo za čáru. Výsledek tohoto dělení zapíšeme pod původní číslo. Pokračujeme stejným způsobem dále, dokud není vlevo od čáry číslo 1.

ČÁST 2

Řádky rozkladu se postupně, po řádcích (krocích), odkrývají. Budí dojem, jako když žáci nebo učitelé zapisují kroky na tabuli nebo do sešitu.

Rámečky se objeví až v posledním kroku rozkladu. Demonstrují skutečnost, že pokud vynásobíme všechna čísla nahoře vpravo za čarou s číslem od nich o řádek níže vlevo od čáry, dostaneme zadané číslo. Všichni by si měli uvědomit souvislost mezi násobením a dělením.

Všechna takto související čísla jsou označena stejnými rámečky i se zápisem. Když žáci projdou celou částí o rozkladu na prvočísla, v polích v pravém dolním rohu vidí, že všechny výsledky, které při průchodu touto částí zapsali, jsou stejné. V tuto chvíli se také vlevo od polí objeví:

ČÁST 3

S textem:

Zjistil jsi, že všechny výsledky jsou stejné.
Je tedy jedno, jakým způsobem jsme k výsledku došli.
Vyberte si ten pro vás nejjednodušší.

V každé škole se učí jiný způsob rozkladu na prvočinitele, proto zde uvádím oba a dávám žákům na výběr. Nemusí nutně znát oba způsoby, alespoň by však o nich měli vědět. (Pozn.: Žák 6. třídy při pohledu na první rozklad ihned volal: „Ale mi to děláme jinak. Paní učitelka říkala, že pokud nám to někdo bude vytýkat, máme mu říct, že přesto je to správně.“) Žáci bohužel mají v sobě zakódováno, že co řekne učitel/ka, je jediné správné. Většina učitelů si to bohužel myslí také a pokud žák použije nestandardní postup, nepřijímá jeho řešení. V lepším případě mu ještě řekne: „Ano, tvůj postup je sice správný, ale mi to děláme takhle. Tak to tak budeš dělat také.“

Nemusím snad ani opakovat, že způsob výuky „jedině já mám pravdu“ není zrovna vhodně zvolený. Žáci nemohou rozvíjet svou představivost, „dostanou kuchařku a vaří“. (Pozn. : Umí uvařit, ale již ne dochutit a nevědí, jakou chuť má která přísada.)

6.2.6 NALEZENÍ NEJVĚTŠÍHO SPOLEČNÉHO DĚLITELE POMOCÍ ROZKLADU NA PRVOČINITELE

NAUČÍME SE JEŠTĚ JEDEN, POHODLNĚJŠÍ ZPŮSOB URČENÍ NEJMENŠÍHO SPOLEČNÉHO NÁSOBKU A NEJVĚTŠÍHO SPOLEČNÉHO DĚLITELE POMOCÍ ROZKLADU ČÍSEL NA SOUČIN PRVOČINTELŮ

**HS
LP
EO
DL D
ÁEV
MČO
ENU
Y
N Č
ED I
JĚS
VLE
ĚIL
TT
ŠE
IL**

**budeme hledat největší společný dělitel čísel 36 a 84.
tedy $D(36, 84)$**

1) Rozložíme obě čísla na součiny prvočinitelů

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$
$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

2) Z obou rozkladů vezmeme každé číslo opakující se v obou rozkladech

**v našem případě: 3 je v obou rozkladech jako 3
2 je v obou rozkladech jako 2 x 2**

3) Po vynásobení těchto čísel mezi sebou, získáme část rozkladu, která se vyskytuje v rozkladech obou čísel.

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

12 je tedy největším společným dělitelem 36 a 84

$$36 : 12 = 3 \qquad 84 : 12 = 7$$

$D(36, 84) = 12$

DĚLITELNOST **NEJVĚTŠÍ SPOL. DĚL.** **DÁLE**

obr.8

Na této straně je ve třech krocích popsán názorně postup zjištění největšího společného dělitele, pomocí rozkladu na prvočísla.

Příklad: Hledáme největšího společného dělitele čísel 36 a 84, tedy $D(36, 84)$.

1) První krok je rozložení obou čísel na součin prvočinitelů:

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

2) Druhým krokem je vybrání čísel z obou rozkladů, takových, že se vyskytují jak v rozkladu prvního čísla, tak v rozkladu druhého čísla. Tedy: 3 a 2 x 2. Vše je ještě graficky naznačeno v předchozím kroku, kde jsou oba rozklady přehledně v řádcích nad sebou.

- 3) Vynásobíme čísla, získaná v kroku 2), mezi sebou. Tím získáme část rozkladu, kterou můžeme najít v rozkladech obou čísel: $2 \times 2 \times 3$. Získáme číslo 12, které je největším společným dělitelem čísel 36 a 84, $D(36, 84) = 12$.

Ukázka pod příkladem dokládá, že 12 opravdu dělí zadaná čísla beze zbytku. Původně jsem uváděla $36 = 12 \times 3$ a $84 = 12 \times 7$.

Myslím však, že nový zápis $36 : 12 = 3$ a $84 : 12 = 7$ je méně matoucí, protože v první variantě používáme násobení k důkazu, že číslo je dělitelem. To neodpovídá tomu, co jsme již dříve uvedli na obrázku 2: Pokud dělení $a : b$ vychází beze zbytku, říkáme, že číslo a je dělitelné číslem b .

Tedy pro náš případ:

Pokud dělení $84 : 12$ vychází beze zbytku, říkáme, že 84 je dělitelné 12.

Pokud dělení $36 : 12$ vychází beze zbytku, říkáme, že 36 je dělitelné 12.

6.2.7 NALEZENÍ NEJMENŠÍHO SPOLEČNÉHO NÁSOBKU POMOCÍ ROZKLADU NA PRVOČINITELE

HS

LP

EO

DLD

AEV

MCO

ENU

Y

N C

EN I

JAS

MSE

EOL

NB

ŠE

IK

budeme hledat nejmenší společný násobek čísel 45 a 18.
tedy $n(45, 18)$

1) Rozložíme obě čísla na součiny prvočinitelů

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$
$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

2) Z obou rozkladů vezmeme každé číslo z rozkladu, ve kterém se vyskytuje nejvícekrát
v našem případě: 3 je nejvícekrát jako 3×3
5 je nejvícekrát jako 5
2 je nejvícekrát jako 2

3) Po vynásobení těchto čísel mezi sebou, získáme nejmenší součin prvočinitelů, který obsahuje rozklady obou čísel.

$$2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$$

90 je tedy nejmenším společným násobkem 45 a 18

$$2 \times 45 = 90 \qquad 5 \times 18 = 90$$

$n(45, 18) = 90$

DĚLITELNOST

ZPĚT

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

obr.9

Tato strana je skoro stejná jako předchozí, s tím rozdílem, že hledáme nejmenší společný násobek.

Příklad: Hledáme nejmenší společný násobek čísel 45 a 18, tedy $D(45, 18)$.

1) První krok je rozložení obou čísel na součin prvočinitelů:

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

2) Druhým krokem je vybrání čísel z obou rozkladů, takových, která se vyskytují v jednom rozkladu vícekrát než v druhém. Tedy: 2, 5 a 3×3 . Vše je ještě graficky naznačeno v předchozím kroku, kde jsou oba rozklady přehledně v řádcích nad sebou tak, aby stejná čísla byla nad sebou a bylo jasně vidět, která čísla se opakují a která ne.

3) Vynásobíme mezi sebou čísla získaná v kroku 2). Tím získáme nejmenší součin prvočinitelů, který obsahuje rozklady obou čísel: $2 \times 3 \times 3 \times 5$. Získáme tak číslo 90, které je nejmenším společným násobkem čísel 45 a 18, $n(45, 18) = 90$.

Pomocí tlačítka: ŘEŠENÉ PŘÍKLADY v pravém dolním rohu se žáci přesunou do další části programu.

6.3 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

6.3.1 ZADÁNÍ

U TĚCHTO PŘÍKLADŮ vám JEŠTĚ PORADÍME A UKÁŽEME POSTUP ŘEŠENÍ

Zahradkář Hruška stavi plot. Na jedné straně zahrady dlouhé 48 metrů, už vykopal jámy pro sloupky. Soused Radilek však upozorňuje: „Vzdálenost sloupků má být 4 m. Ty vaše sloupky budou od sebe moc daleko.“ „Já jsem vykopal jámy po šesti metrech. Teď abych je kopal všechny znovu.“ „Ale ne, hodně jam vám zůstane.“

ČÁST 1

a) Kolik jam pan Hruška vykopal napoprvé?

b) Kolik jam nebude ani po změně vzdálenosti sloupů potřebovat znovu kopat?

c) Kolik nových jam bude muset pan Hruška vykopat?

NEJŘÍVE SI ALE ZKUS PŘIJÍT NA VÝSLEDEK SÁM
Máš pouze tři pokusy. Poté se zobrazí správný výsledek.
Ale pokusit se musíš, jinak se nedostaneš na řešení.

TVOJE POZNÁMKY

ČÁST 3

A)  **9**

B)  **5**

C) 

ČÁST 2

ŘEŠENÍ

DĚLITELNOST

obr.10

První strana prvního řešeného příkladu reprezentuje první stranu všech ostatních řešených příkladů:

ČÁST 1 – ZADÁNÍ

V horní části strany je uvedeno zadání příkladu, který budou žáci nejprve řešit sami, pokud ho vyřeší nebo se nebudou moci dlouho dostat ke správnému výsledku, podívají se na všechny možnosti jeho řešení – grafické a matematické.

V zadání příkladu jsou vždy bíle označeny důležité informace pro řešení příkladu.

ČÁST 2

Pro ukázkou funkcionality jsou již v obrázku vyplněny dvě varianty, jak mohou žáci pole vyplnit. První výsledek je správně, druhý špatně.

Dokud není zadán správný výsledek na první pokus, nic se nestane, jsou ještě další dvě možnosti. Pokud nenastane jedna z těchto variant, tedy buď správný výsledek nebo tři špatné, nelze postoupit do části řešení. Příslušné tlačítko není do té doby funkční. Toto žáky donutí alespoň trochu se snažit.

Při správném výsledku se ihned vpravo vedle tlačítka objeví červené číslo, tedy správný výsledek. Tlačítko POROVNEJ se tímto stane neaktivní a zaktivuje se tlačítko ŘEŠENÍ.

Při nesprávném výsledku, pro stejné uzamčení a odemčení tlačítek je třeba zadat tři nesprávné výsledky.

ČÁST 3

Zde mohou žáci zapisovat své poznámky potřebné k řešení příkladu. Nemusí tedy, jako u mnoha výukových programů, které jsem zatím měla možnost vidět, vytahovat tužku a papír. Pracují pouze s počítačem.

Pokud dětem vyhovuje spíše grafická představa, mohou si zvolit nějakou písmennou reprezentaci předmětů příkladu. Např.: U příkladu se zahrádkářem si zvolí pro nové či staré díry různá písmena a rozmístí si je do řádků pod sebe.

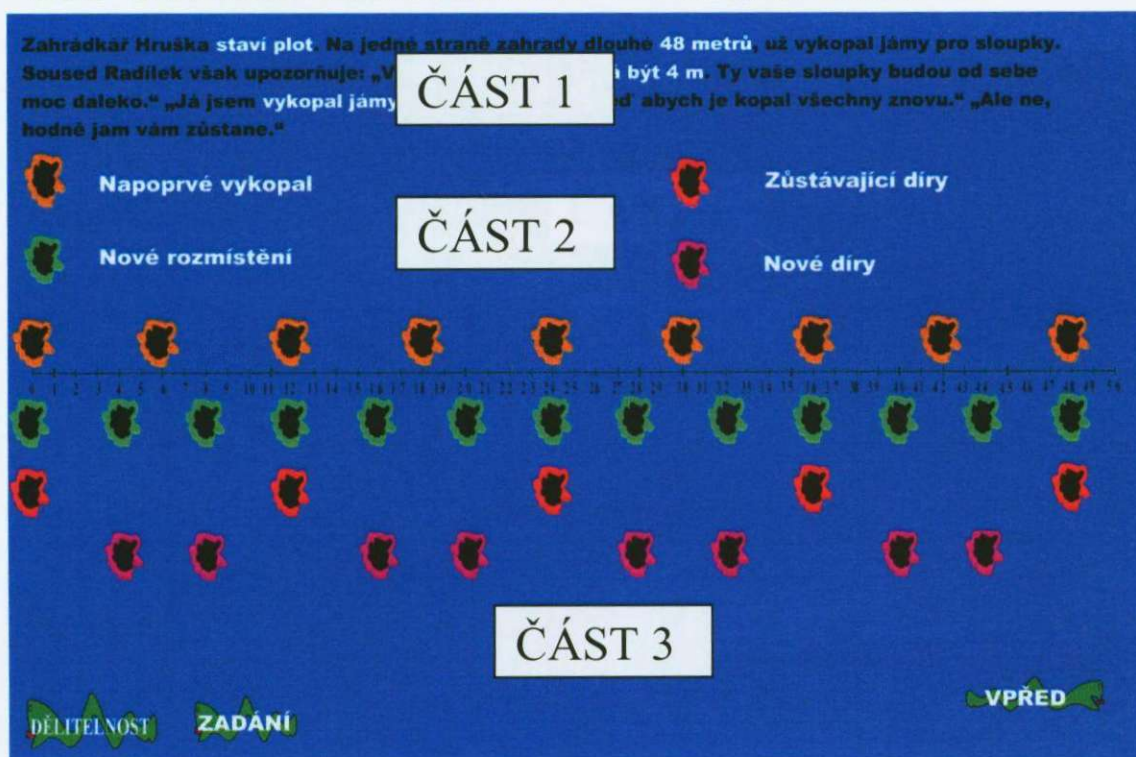
Další možností využití „poznámkového bloku“ je zapsat si zde násobky, později dělitele všech zadaných čísel a z nich pak určit správné výsledky.

PŘÍKLAD 1- Zahrádkář Hruška:

Zahrádkář Hruška staví plot. Na jedné straně zahrady dlouhé 48 metrů už vykopal jámy pro sloupky. Soused Radílek však upozorňuje: „Vzdálenost sloupků má být 4 m. Ty vaše sloupky budou od sebe moc daleko.“ „Já jsem vykopal jámy po šesti metrech. Teď abych je kopal všechny znovu.“ „Ale ne, hodně jam vám zůstane.“ (Odvárko, [7])

- a) Kolik jam pan Hruška vykopal napoprvé?
- b) Kolik jam nebude ani po změně vzdáleností sloupů potřebovat znovu kopat?
- c) Kolik nových jam bude muset pan Hruška vykopat?

6.3.2 GRAFICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 1 – Zahrádkář Hruška



obr. 11

Grafické řešení je součástí každého příkladu. Grafická informace je pro každého přirozená a vnímána dříve než textová. Již při vývoji člověka došlo nejprve k dorozumívání pomocí grafické informace. Grafické řešení je zachyceno jako celek, protože informaci se dozví žák ihned při prvním pohledu. Informaci z textu se dozví až po jeho celém přečtení.

ČÁST 1

V horní části stránky opět nalezneme příklad, který momentálně mají žáci řešit.

ČÁST 2 – LEGENDA

ČÁST 3 – GRAFICKÉ ŘEŠENÍ

Zde si žák uvědomí, pokud udělal nějakou chybu, tak kde. Nejpravděpodobnější chybu předpokládám v tom, že si neuvědomí, že jedna z řad jak v novém, tak ve starém rozmístění, se nalézá hned na nultém metru, tedy že správná odpověď na otázku a) není $48 : 6$, tedy 8, ale 9.

6.3.3 MATEMATICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 1 – Zahrádkář Hruška

Zahrádkář Hruška staví plot. Na jedné straně zahrady dlouhé 48 metrů, už vykopal jámy pro sloupky. Soused Radilek však upozorňuje: „Vzdálenost sloupků má být 4 m. Ty vaše sloupky budou od sebe moc daleko.“ „Já jsem vykopal jámy po šesti metrech. Teď bych je kopal všechny znovu.“ „Ale ne, hodně jam vám zůstane.“

ČÁST 1

NYNÍ PŘÍKLAD VYŘEŠIME MATEMATICKY

Zahrádkář nejprve kopal díry po 6 metrech, poté po 4.

Hledáme tedy nejdříve $n(6,4)$

$6 = 2 \times 3$
 $4 = 2 \times 2$

$\Rightarrow$

2 je nejvícekrát v rozkladu čísla 4 jako 2×2
3 je nejvícekrát v rozkladu čísla 6 jako 3
 $n(6,4) = 2 \times 2 \times 3 = 12$

ČÁST 2

ČÁST 3

Stále jsme se nedostali ke 48 metrům. Pomůže nám v tom další věta:
Všechny společné násobky dvou čísel jsou násobkem jejich nejmenšího společného násobku.
Tyto další násobky jsou do 48 ještě 3.

Přičteme k těmto třem dírám ještě díru první a díru vykopanou na 12-tém metru a dostaneme číslo udávající počet děr, které zahrádkář zůstane z původních devíti tj.: 5 zůstávajících.

Děr po 4 m musí být 13 - od nich odečteme 5 které vykopal napoprvé, dostaneme číslo určující počet děr, které musí zahrádkář vykopat nově - 8.

obr. 12

Tato strana opět reprezentuje každou třetí stranu související s řešeným příkladem. Nejprve jsme se tedy pokusili řešit příklad vlastním úsudkem, poté jsme ukázali grafické řešení k uvědomění si, o čem příklad vlastně je, a nyní si žáci ověří takto získané poznatky pomocí matematiky.

ČÁST 1

Jako na každé předchozí straně je v horní části uvedeno znění příkladu, který se právě řeší, aby nebylo nutné listovat zpět, chceme-li si zadání znovu přečíst a dát do souvislostí s řešením.

ČÁST 2

Žáci si nejprve musí uvědomit, že hledají společný násobek dvou čísel. Ukážeme jim určení nejmenšího společného násobku dvou čísel, 6 a 4, pomocí jejich rozkladu na

prvočinitele podle obr. 9. Najdeme tedy nejmenší součin prvočinitelů, který obsahuje rozklady obou čísel: $2 \times 2 \times 3 = 12$ tedy: $n(6, 4) = 12$.

ČÁST 3

Zobrazovaný text: Stále jsme se nedostali ke 48 metrům. Pomůže nám v tom další věta:

Všechny společné násobky dvou čísel jsou násobkem jejich nejmenšího společného násobku.

Tyto další násobky jsou do 48 ještě 3.

Přičteme k těmto třem dírám ještě díru první a díru vykopanou na dvanáctém metru a dostaneme číslo udávající počet děr, které zahrádkáři zůstanou z původních devíti. Bude jich pět.

Děr po čtyřech metrech musí být třináct - od nich odečteme pět, které vykopal napoprvé, tak dostaneme číslo určující počet děr, které musí zahrádkář vykopat nově, to je osm.

Důležité údaje jsou pro přehlednost zvýrazněny.

Text objasňuje chyby, které předpokládám v části grafického řešení, tj. zapomenout na díru na nultém metru. Další možnou chybou je, že žáci nevědí, kolik děr musí odečíst od počtu nově vykopaných děr, aby získali počet děr, které je ještě potřeba vykopat.

Na začátku tohoto textu se také doplní vědomosti o novou skutečnost: tedy, že každý společný násobek dvou čísel je násobkem nejmenšího společného násobku těchto čísel. Také zjistí, jakým způsobem lze tuto skutečnost využít.

6.3.4 GRAFICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 2 – Starý král

Byl jednou jeden král a ten měl tři syny. Když dospěli, rozhodli se všichni odejít do světa. Při loučení slíbil Adam smutnému otci: „V tento den tě vždycky po pěti letech přijedu navštívit.“ „Já přijedu vždy přesně za čtyři roky,“ řekl Břetislav. „Mě můžeš čekat vždy za dva roky,“ řekl David. „To vás pohromadě už nikdy neuvidím,“ řekl přesmutně starý král.

Opravdu je už nikdy pohromadě neuvidí? Za kolik let by se poprvé sjeli ke králi všichni synové zároveň?

ČÁST 1

Adam přijde vždy po letech

Břetislav přijde vždy po letech

David přijde vždy po letech

DĚLITELNOST **ZADÁNÍ**

ČÁST 2

Adam, Břetislav a David Ti sami ukáží kdy se vrátí domů. Vypiš si čísla let, kdy to bude a zjisti, kdy se sejdou. Hledáme nejmenší společný násobek čísel: 2, 4, 5.

Adam:

Břetislav:

David:

1 ČÁST

VPŘED

obr. 12

PŘÍKLAD 2 – Starý král

Byl jednou jeden král a ten měl tři syny. Když dospěli, rozhodli se všichni odejít do světa. Při loučení slíbil Adam smutnému otci: „V tento den tě vždycky po pěti letech přijedu navštívit.“ „Já přijedu vždy přesně za čtyři roky,“ řekl Břetislav. „Mě můžeš čekat vždy za dva roky,“ řekl David. „To vás pohromadě už nikdy neuvidím,“ řekl přesmutně starý král.

Opravdu je už nikdy pohromadě neuvidí? Za kolik let by se poprvé sjeli ke králi všichni synové zároveň? (Odvárko, [7])

ČÁST 1

V této části vidíme tři panáčky, které jsme poznali už na prvním obrázku. Zde znázorňují Adama, Břetislava a Davida z příkladu. Funkci však mají stejnou. Mají ukazovat násobky čísel, která zadají do příslušných textových polí nalézajících se za textem: „Adam (Břetislav, David) přijde vždy po“. Do těchto polí doplní čísla

z příkladu: 5, 4, 2, symbolizující roky, po kterých se synové vrátí. Tímto pokaždé pouze doplní větu: „Adam (Břetislav, David) přijde vždy po“ x „letech“. Mají si tím uvědomit, o co se v příkladu jedná.

Po každém kliknutí na tlačítko: PŘEJDI NA DALŠÍ PŘÍCHOD se panáček přesune vždy o příslušné číslo na číselné ose – na jeho další násobek. Žáci si mají spojit souvislost násobku s příchody synů zpět k otci. Když hledáme, kdy se nejdříve setkají, musí být panáčci na stejném čísle a musí tam být spolu poprvé od rozchodu, tedy na svém nejmenším společném násobku. Toto je popsáno v ČÁSTI 2.

ČÁST 2

Zobrazovaný text:

Adam, Břetislav a David Ti sami ukáží, kdy se vrátí domů. Vypiš si čísla let, kdy to bude a zjisti, kdy se sejdou. Hledáme nejmenší společný násobek čísel: 2, 4, 5.

Tato čísla – výsledky násobení, budeme zapisovat do polí v ČÁSTI 3.

ČÁST 3

Jak jsem již uvedla výše, do polí v této části lze zapisovat. Jak budeme postupovat s panáčky, budeme zde vypisovat čísla, po kterých postupují – jejich násobky.

Po porovnání těchto čísel by žáci měli najít nejmenší společný násobek čísel 5, 4 a 2, $n(5, 4, 2)$, tedy kdy se nejdříve sejdou společně všichni synové doma u starého krále.

6.3.5 MATEMATICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 2 – Starý král

Byl jednou jeden král a ten měl tři syny. Když dospěli, rozhodli se všichni odejít do světa. Při loučení slíbil Adam smutnému otci: „V tento den tě vždycky po pěti letech přijedu navštívit.“ „Ja přijedu vždy přesně za čtyři roky,“ řekl Břetislav. „Mě můžeš čekat vždy za dva roky,“ řekl David. „To vás pohromadě už nikdy nevidím,“ řekl přesmutně starý král.

Opravdu je už nikdy pohromadě neuvidí? Za kolik let by se poprvé sjeli ke králi všichni synové zároveň?

Jak již bylo řečeno, výsledkem je: 20. Zatím jste si to ověřili pouze pomocí panáčků, zkusme to nyní pomocí matematiky:

Hledáme nejmenší společný násobek čísel: 2, 4 a 5

Nejprve provedeme jejich rozklad na prvočinitele:

2 a 5 jsou prvočísla - nelze je již tedy dále rozložit

4 rozložíme na - 2×2

rozklady zapíšeme pod sebe

2
5
 2×2

**2 je tedy nejvícekrát v čísle $4 : 2 \times 2$
a 5 je nejvícekrát jako číslo 5
 $n(2, 4, 5) = 2 \times 2 \times 5 = 20$**

DĚLITELNOST

ZPĚT

VPŘED

obr. 13

ČÁST 1

Žáci již z předchozí strany vědí, že výsledek je 20. Zatím jsme se k němu dostali pouze pomocí grafického znázornění – posouvání panáčků, a s ním souvisejícím, lehčím matematickým způsobem – vypsání násobků všech tří čísel. Nyní jim ukážeme, jak se k výsledku dostat jednoduše pomocí matematiky. V předchozím příkladu viděli hledání nejmenšího společného násobku dvou čísel, zde se dozvědí, jak najít nejmenší společný násobek tří čísel.

ČÁST 2

Rozložíme všechna čísla na součin prvočinitelů:

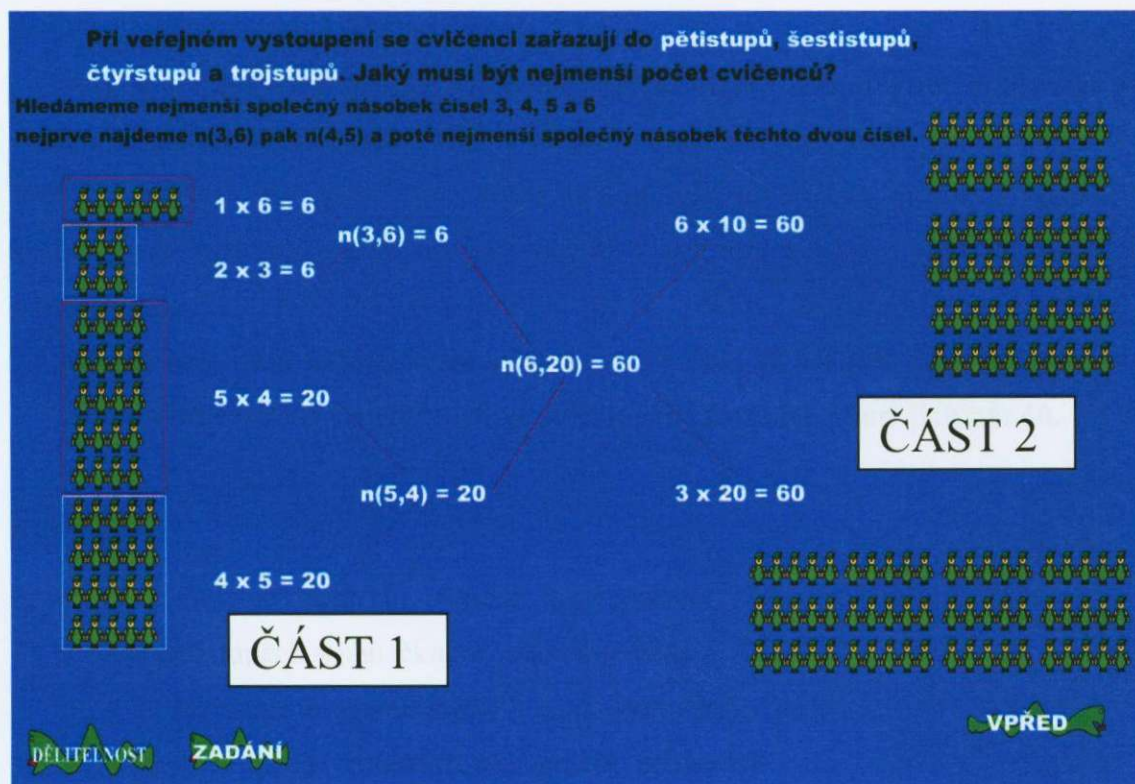
2 a 5 jsou prvočísla, dále je již rozložit nelze.

$4 = 2 \times 2$

Všechny rozklady zapíšeme přehledně pod sebe. Čísla, která mají žáci vybrat, jsou barevně znázorněna: $2 \times 2 \times 5 = 20$

$n(5, 4, 2) = 20$.

6.3.6 GRAFICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 3 – Cvičenci



obr. 13

Příklad 3 – Cvičenci

Při veřejném vystoupení se cvičenci zařazují do pětistupů, šestistupů, čtyřstupů a trojstupu. Jaký musí být nejmenší počet cvičenců? (Slouka, [8])

ČÁST 1

Opět, jako v každém grafickém řešení, chceme rozvinout představu, o co se v příkladu jedná. Podle mého názoru si mnoho žáků nedovede představit, co je myšleno pojmy pětistup, šestistup, čtyřstup a trojstup. Grafické řešení pomocí panáčků by jim mělo pomoci uvědomit si, že tyto pojmy znamenají příslušný počet lidí (věcí) stojících za sebou v řadách a také to, že podle příkladu se bude muset v průběhu vystoupení počet řad měnit a nikdo nesmí v řadě přebývat ani chybět – tj. hledáme nejmenší společný násobek určených čísel.

Jak najdu společný násobek čtyř čísel? Najdu nejmenší společný násobek dvou z nich, potom druhých dvou.

Co jsem udělal? Určil jsem, kolik musí být cvičenců, pokud se budou přeskupovat pouze do troj a šestistupů – pak jich musí být šest. A pokud se budou přeskupovat pouze do pěti a čtyřstupů, musí jich být dvacet.

Ještě jsem nevyřešil příklad, co musím ještě udělat? Musím zjistit, kolik musí být cvičenců, pokud chtějí tvořit všechny druhy uskupení. Zjistil jsem, že pro první dva druhy jich musí být šest a pro druhé dvacet, ale ze dvaceti cvičenců neutvořím šestistupy a trojstupy, stejně tak jako ze šesti cvičenci nepůjde udělat čtyřstup ani pětistup.

Musím tedy najít nejmenší společný násobek čísel 20 a 6, $n(6, 20) = 60$.

Aby mohli cvičenci tvořit všechny požadované formace, musí jich být 60.

ČÁST 2

V této části je pro kontrolu uvedeno, jak vypadá 60 cvičenců seřazených:

v pětistupech – panáčků ve skupině je vždy 5

ve čtyřstupech – panáčků ve 20 je 5 (skupinka) x 4

ve trojstupech – máme tři řady po 20ti panáčcích

v šestistupech – máme 6 řad po 10ti panáčcích – nebo vždy 2 x 5 panáčků v řadě.

Vidíme, že 60 je opravdu nejmenším společným násobkem čísel 6, 5, 4 a 3. Zároveň je také nejmenším společným násobkem čísel 6 a 20, která jsou vždy nejmenším společným násobkem dvojice ze zadaných čísel.

6.3.7 MATEMATICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 3 – Cvičenci

Při veřejném vystoupení se cvičenci zařazují do pětistupů, šestistupů, čtyřstupů a trojstupů. Jaky musí být nejmenší počet cvičenců?

Hledáme tedy $n(5, 6, 4, 3)$

Nejmenší společný násobek 4 čísel získáme:

Rozdělíme čísla na dvojice.

V každé dvojici čísel určíme nejmenší společný násobek.

Určíme nejmenší společný násobek těchto dvou výsledných čísel.

$$n(5, 6, 4, 3) = n(n(6, 3), n(4, 5))$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$3$$

$$n(6, 3) = 2 \times 3 = 6$$

$$4 = 2 \times 2$$

$$5$$

$$n(4, 5) = 2 \times 2 \times 5 = 20$$

$$n(n(6, 3), n(4, 5)) = n(6, 20) = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

DĚLITELNOST

ZADÁNÍ

VPŘED

obr. 14

V první řadě opět zmiňuji způsob jak najít největší společný násobek čtyř čísel: Nejmenší společný násobek čtyř čísel získáme takto:

Rozdělíme čísla na dvojice.

V každé dvojici čísel určíme nejmenší společný násobek.

Určíme nejmenší společný násobek těchto dvou výsledných čísel.

$$n(5, 6, 4, 3) = n(n(6, 3), n(4, 5))$$

Dále je vše opět napůl graficky a napůl matematicky znázorněno:

$$n(6, 3) = 2 \times 3 = 6$$

$$n(4, 5) = 2 \times 2 \times 5 = 20$$

$$n(n(6, 3), n(4, 5)) = n(6, 20) = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

Zelené rámečky ukazují, odkud jsme vzali číslo 60 – tedy z rozkladů na prvočinitele čísel 20 a 6, která jsme dostali z rozkladů na prvočinitele čísel 3, 4, 5 a 6.

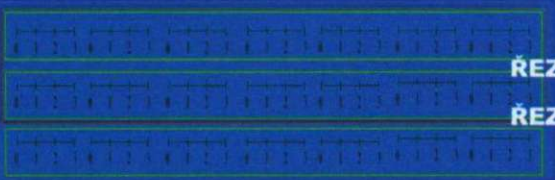
6.3.8 GRAFICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 4 – TYČE

Petr rozřezal dvě tyče na stejné, ale co největší možné díly. Jejich délka se dala vyjádřit v celých centimetrech. Jedna tyč měřila 42 cm, druhá 63 cm. Kolik řezů musel udělat?

JAKÝMI VŠEMI ZPŮSOBY MOHU ROZŘEZAT TYTO TYČE?

zjistuji nejprve dělitele čísel 63 a 42

42 A 63



$7 \times 3 = 21$
 $2 \times 21 = 42$
 $3 \times 21 = 63$

MŮŽEME TEDY OBĚ TYČE ROZŘEZAT NA DÍLY PO 21 CM

TYČ O DÉLCE 42 CM BUDEME DĚLIT NA 2 DÍLY - ŘEZ BUDE JEDEN
TYČ O DÉLCE 63 CM BUDEME DĚLIT NA 3 DÍLY - ŘEZY BUDOU DVA
PETR MUSÍ UDĚLAT TŘI ŘEZY.

DĚLITELNOST ZADÁNÍ VPŘED

obr. 15

Příklad 4 – Tyče

Petr rozřezal dvě tyče na stejné, ale co největší možné díly. Jejich délka se dala vyjádřit v celých centimetrech. Jedna tyč měřila 42 cm, druhá 63 cm. Kolik řezů musel udělat? (Běloun, [1])

Příklad je volen tak, aby se neptal přímo, na kolik dílů musí Petr tyče rozdělit nebo kolik jich bude. Tímto chci podporovat logické myšlení, aby si žáci nenavykli, že právě takové a žádné jiné otázky poukazují na příklad, kde mají zjistit největšího společného dělitele. Je zde znázorněno, že obě tyče lze rozdělit na části dlouhé 3, 7 nebo 21 cm. Chceme však aby části byly co nejdelší, musí tedy být 21 cm dlouhé.

K tomu abychom rozřezali 42 centimetrovou tyč na díly dlouhé 21 cm potřebujeme jeden řez, protože ji dělíme na dvě části. K tomu abychom rozřezali 63 centimetrovou tyč na díly dlouhé 21 cm potřebujeme dva řezy, protože ji dělíme na tři části.

Chceme aby bylo patrné, že pokud chceme rozdělit tyč na n dílů, musíme udělat $n - 1$ řezů.

6.3.9 MATEMATICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 4 – TYČE

JESTĚ MATEMATICKÉ ZPŮSOBY, TENTOKRÁT DVA

1) VYPIŠEME VŠECHNY DĚLITELE ČÍSLE 63 A 42

ČÁST 1

$D(42) = 2, 3, 7, 21$
 $D(63) = 2, 3, 7, 21$

Vidíme, že mají všechny dělitele stejné.
Mohli bychom tedy tyče rozdělit po dvou, třech, sedmi nebo 21 centimetrech.
Chceme však, co největší díly, proto dělíme na části dlouhé 21 cm.

2) ROZLOŽÍME ČÍSLA 63 A 42 NA SOUČIN PRVOČINTELŮ

ČÁST 2

$42 = 2 \times 3 \times 7$
 $63 = 3 \times 3 \times 7$

V obou rozkladech se vyskytuje $3 \times 7 = 21$
21 je největším společným dělitelem čísel 42 a 63.
Tyče tedy budeme obě dělit na díly dlouhé 21 cm.

TYČ O DÉLCE 42 CM BUDEME DĚLIT NA 2 DÍLY - ŘEZ BUDE JEDEN
TYČ O DÉLCE 63 CM BUDEME DĚLIT NA 3 DÍLY - ŘEZY BUDOU DVA

ČÁST 3

PETR MUSÍ UDĚLAT TŘI ŘEZY.

obr. 16

ČÁST 1

Zde je popis řešení příkladu pomocí výpisu dělitelů:

Vidíme, že mají všechny dělitele stejné. Mohli bychom tedy tyče rozdělit po dvou, třech, sedmi nebo dvaceti jednom centimetru. Chceme však, co největší díly, proto dělíme na části dlouhé dvacet jeden centimetr.

ČÁST 2

Druhým způsobem jak najít největší společný dělitel dvou čísel je jejich rozkladem na prvočinitele:

V obou rozkladech se vyskytuje $3 \times 7 = 21$

21 je největším společným dělitelem čísel 42 a 63.

Tyče tedy budeme obě dělit na díly dlouhé 21 cm.

ČÁST 3 – ODPOVĚĎ

6.3.10 GRAFICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 5 – 2. TYČE

Rozdělte tři úsečky o délkách 9 cm, 21 cm a 15 cm na části tak, aby jednotlivé části byly stejně dlouhé a co nejdelší. Jak dlouhé budou jednotlivé části?

tyč dlouhá 9 cm

tyč dlouhá 15 cm

tyč dlouhá 21 cm

NEBO

NEBO

VŠECHNY TYČE LZE ROZDĚLIT NA DÍLY DLOUHÉ 3 CM.

DELITELNOST ZADÁNÍ VPŘED

Obr. 17

Příklad 5 – 2. Tyče

Rozdělte tři úsečky o délkách 9 cm, 21 cm a 15 cm na části tak, aby jednotlivé části byly stejně dlouhé a co nejdelší. Jak dlouhé budou jednotlivé části? (Běloun, [1])

Příklad je volen podle předchozího, aby bylo vidět, že také otázka: Jak dlouhé budou jednotlivé části tak, aby byly co nejdelší?, může ukazovat na úlohu, kde hledáme největší společný dělitel. Zároveň zde hledáme největší společný dělitel třech místo dvou čísel.

Ukazujeme všechny možnosti rozdělení daných úseček na části dlouhé tak, aby se jejich velikosti daly vyjádřit celým číslem. Tedy:

$$9 \text{ cm} - 3 \times 3$$

$$15 \text{ cm} - 3 \times 5 \text{ nebo } 5 \times 3$$

$$21 \text{ cm} - 3 \times 7 \text{ nebo } 7 \times 3$$

Všechny tyče lze na stejné díly rozdělit pouze po třech centimetrech – 3 je největším společným dělitelem čísel 9, 15 a 21 – D(9, 15, 21).

6.3.11 MATEMATICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 5 – 2. TYČE

JESTĚ MATEMATICKÉ ZPŮSOBY, TENTOKRÁT DVA

1) VYPIŠEME VŠECHNY DĚLITELE ČÍSLE 9, 15 A 21

$D(9) = 3$
 $D(15) = 3, 5$
 $D(21) = 3, 7$

Vidíme, že mají společného dělitele číslo 3.
Budeme tedy tyče dělit po třech centimetrech.

2) ROZLOŽÍME ČÍSLA 63 A 42 NA SOUČIN PRVOČINTELŮ
Poté vybereme čísla opakující se v rozkladech všech tří čísel a jejich vynásobením získáme největšího společného dělitele zadaných čísel.

$9 = 3 \times 3$
 $15 = 3 \times 5$
 $21 = 3 \times 7$

Ve všech rozkladech se vyskytuje číslo 3.
3 je největším společným dělitelem čísel 9, 15 a 21.
Tyče tedy budeme dělit na díly dlouhé 3 cm.

TYČ O DÉLCE 9 CM BUDEME DĚLIT NA 3 DÍLY
TYČ O DÉLCE 15 CM BUDEME DĚLIT NA 5 DÍLŮ
TYČ O DÉLCE 21 CM BUDEME DĚLIT NA 7 DÍLŮ

DĚLITELNOST ZADÁNÍ VPŘED

obr. 18

Opět ukazují dva způsoby získání největšího společného dělitele.

- 1) Vypsáním všech dělitelů a vybráním největšího, který je stejný.
- 2) Rozkladem na prvočinitele a vybráním čísel, která se ve všech třech rozkladech opakují.

$$9 = 3 \times 3$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$21 = 3 \times 7$$

Ve všech třech rozkladech najdeme pouze číslo 3. Tyče tedy budeme řezat na díly po třech centimetrech.

Tyč dlouhou 9 cm na tři díly.

Tyč dlouhou 15 cm na 5 dílů.

Tyč dlouhou 21 cm na 7 dílů.

6.3.12 GRAFICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 6 – Královna



obr. 19

Příklad 6 – Královna

Královna Leontýna rozdělila mezi své dcery rovným dílem 42 safírů a 45 rubínů. Kolik bylo dcer? (Odvárko, [7])

Neptáme se znovu úmyslně, jak lze safíry a rubíny rozdělit, ale kolik měla královna dcer. Předpokládám, že si žáci neuvědomí souvislost mezi největším společným dělitelem a počtem dcer – největší společný dělitel čísel 42 a 45 je 3 – $D(42, 45) = 3$

Safíry a rubíny jsou na obr. 19 rozděleny do skupin podle jejich dělitelů.

Safíry ve skupinách	Po třech	- 3 řady
	Po sedmi	- 7 ve skupince
	Po jedenadvaceti	- 21 v řadě
Rubíny ve skupinách	Po třech	- 3 ve skupince
	Po devíti	- 9 v řadě
	Po pěti	- 5 řad

Rozdělení je naznačeno obdélníky a k nim příslušejícím zápisem v obdélníku stejné barvy.

6.3.13 MATEMATICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 6 – Královna

JEŠTĚ MATEMATICKÉ ZPŮSOBY, TENTOKRÁT DVA

1) VYPIŠEME VŠECHNY DĚLITELE ČÍSLE 42 A 45

$D(42) = 2, 3, 7, 21$
 $D(45) = 3, 5, 9$

Vidíme, že mají společného dělitele číslo 3.

2) ROZLOŽÍME ČÍSLA 45 A 42 NA SOUČIN PRVOČINITELŮ

$42 = 2 \times 3 \times 7$
 $45 = 3 \times 3 \times 5$

Ve obou rozkladech se vyskytuje číslo 3.
3 je největším společným dělitelem čísel 42 a 45.

**Královna má tedy tři dcery.
Každá z nich dostane 14 safírů a 15 rubínů.**

**TENTO PŘÍKLAD BYL POSLEDNÍ, VE KTERÉM JSME VAM UKÁZALI ŘEŠENÍ.
NYNÍ SI MŮŽETE NA PŘÍKLADECH K ŘEŠENÍ VYZKOUŠET, CO JSTE SE NAUČILI.**

DĚLITELNOST ZADÁNÍ PŘÍKLADY K ŘEŠENÍ

obr. 20

- 1) Nalezení největšího společného dělitele pomocí výpisu všech dělitelů obou čísel a nalezení toho největšího společného.
- 2) Nalezení největšího společného dělitele rozložením čísel na prvočinitele:

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

Ve obou rozkladech se vyskytuje číslo 3. 3 je největším společným dělitelem čísel 42 a 45. $D(42, 45) = 3$

Touto stranou a matematickým řešením příkladu o královně Leontýně končí část programu, kde ještě ukazují žákům řešení. Další příklady už budou muset řešit sami.

Tlačítkem PŘÍKLADY K ŘEŠENÍ je možno přesunout se do další části.

6.4 PŘÍKLADY K ŘEŠENÍ

ZDE SI MŮŽEŠ PROCVIČIT ROZKLAD PŘIROZENÉHO ČÍSLA NA PRVOČINITELE

Do prvního pole zapiš číslo, ze kterého budeš dělat rozklad na prvočinitele.
Máš pouze tři pokusy. Poté se zobrazí správný výsledek.
Výsledek zapisuj od nejmenšího k největšímu a mezi čísla vpisuj malé x
jako krát. Např. 30 zapišeš : 2x3x5

ČÁST 1

Pokud tě nenapadá číslo, které bys měl rozložit, použij tlačítko :

ČÁST 2

ZADAT ČÍSLO.


**ROZKLÁDANÉ
ČÍSLO**

TVŮJ ROZKLAD

SPRÁVNÝ ROZKLAD





VPRAVO JE MÍSTO PRO
TVOJE POZNÁMKY





obr. 21

ČÁST 1

Popis jak používat políčka a tlačítka na této straně:

Do prvního pole zapiš číslo, ze kterého budeš dělat rozklad na prvočinitele. Máš pouze tři pokusy. Poté se zobrazí správný výsledek. Výsledek zapisuj od nejmenšího k největšímu a mezi čísla vpisuj malé x jako krát. Např. 30 zapišeš 2x3x5.

ČÁST 2

Do pole ROZKLÁDANÉ ČÍSLO je možné doplnit číslo samostatně, pokud nás žádné nenapadá, v horní části je tlačítko ZADAT ČÍSLO, po kliknutí na něj se pole ROZKLÁDANÉ ČÍSLO vyplní samo náhodně zvoleným číslem z intervalu(1, 200).

Výsledek zapisujeme do pole TVŮJ ROZKLAD podle vzoru z ČÁSTI 1.

Rozklad je možno zkontrolovat tlačítkem ZKONTROLUJ. Pokud je rozklad správný, objeví se tentýž výsledek vpravo od tohoto tlačítka. Pokud ne, máme ještě další dva pokusy. Poté se objeví opět vpravo od tlačítka správný výsledek.

ZKUSTE SI SLOVNÍ ÚLOHY NA URČENÍ NEJVĚTŠÍHO SPOLEČNÉHO DĚLITELE
Na správný výsledek máš pouze tři pokusy

V květinářství dostali 144 bílých a 192 červených karafiátů. Kolik kytic mohou svázat, má-li mít každá kytice stejný počet červených a stejný počet bílých karafiátů?

POROVNEJ

Klempíř měl rozstříhat pás plechu o rozměrech 380 cm na co největší čtverce tak, aby nevznikl žádný odpad. Vypočítej délku strany jednoho čtverce. (cm)

POROVNEJ

Žáci 7. A dostali celkem 416 učebnic a 896 sešitů. Každý žák má stejný počet knih. Kolik je ve třídě žáků, víme-li, že je jich méně než 40?

POROVNEJ

Velitel má vytvořit ze čtrnácti pancéřovníků, jedenadvaceti kulometníků a pětatřiceti samopalníků co nejvíce stejných družstev. Kolik jich vytvoří?

POROVNEJ

Sad má délku 60 m a šířku 42 m. Jak nejdál od sebe budeme dávat sloupky pro oplocení, mají-li být vzdálenosti mezi sloupky po délce i šířce stejné a mají-li být vyjádřeny celistvými násobky metru?

POROVNEJ

TVOJE POZNÁMKY

VPŘED

DĚLITELNOST **ZPĚT**

obr. 22

Další dvě strany jsou plné příkladů k opakování, jejich znění uvedu níže.

Na první straně jsou to slovní úlohy, ve kterých jako výsledek hledáme nejmenší společný násobek. Na straně druhé hledáme největší společný dělitel.

Tlačítka POROVNEJ fungují stejně jako v ostatních částech programu. Pokud není první nebo druhý zadaný výsledek správný, nic se nestane. Když je výsledek správně nebo třikrát špatně, objeví se vpravo od tlačítka správný výsledek.

6.4.1 Největší společný dělitel

Příklad 1

V květinářství dostali 144 bílých a 192 červených karafiátů. Kolik kytic mohou svázat, má-li mít každá kytice stejný počet červených a stejný počet bílých karafiátů? (Slouka, [8])

Příklad 2

Klempíř měl rozstříhat pás plechu o rozměrech 380 cm na co největší čtverce tak, aby nevznikl žádný odpad. Vypočítej délku strany jednoho čtverce. (Slouka, [8])

Příklad 3

Žáci 7. A dostali celkem 416 učebnic a 896 sešitů. Každý žák má stejný počet knih. Kolik je ve třídě žáků, víme-li, že je jich méně než 40? (Slouka, [8])

Příklad 4

Velitel má vytvořit ze čtrnácti pancéřovníků, jedenadvaceti kulometníků a pětatřiceti samopalníků co nejvíce stejných družstev. Kolik jich vytvoří? (Žůrek, [10])

Příklad 5

Sad má délku 60 m a šířku 42 m. Jak nejdál od sebe budeme dávat sloupky pro oplocení, mají-li být vzdálenosti mezi sloupky po délce i šířce stejné a mají-li být vyjádřeny celistvými násobky metru? (Běloun, [1])

VÝSLEDKY PŘÍKLADŮ

ČÍSLO PŘÍKLADU	VÝSLEDEK
PŘÍKLAD 1	48
PŘÍKLAD 2	20
PŘÍKLAD 3	32
PŘÍKLAD 4	7
PŘÍKLAD 5	6

6.4.2 Nejmenší společný násobek

Příklad 1

Zahradník má sázet na záhon střídavě řádek sazenic salátu a řádek sazenic zelí. Sazenice salátu se vysazují ve vzdálenosti 25 cm, sazenice zelí ve vzdálenosti 35 cm. Jaká musí být délka nejkratších řádků, aby byly vhodné pro výsadbu salátu i zelí? (cm) (Slouka, [8])

Příklad 2

Děti skládaly obdélníkové karty o rozměrech 210 mm a 140 mm tak, aby pokryly čtverec. Jaký nejmenší čtverec lze takto vytvořit? (mm) (Slouka, [8])

Příklad 3

V továrně na konfekci mají balíky látky, ve kterých je téměř 100 m látky. Nastříhají-li látku na kusy dlouhé 1,5 m nebo na kusy dlouhé 3,2 m, nezůstane žádný zbytek. Jak je látka přesně dlouhá? (m) (Krupka, [5])

Příklad 4

Žába a kobylka začaly skákat ze stejného místa. Kolik dvanácticentimetrových skoků musí kobylka nejméně udělat, aby se dostala na stejné místo, kam skočila žába půlmetrovými skoky? (Žůrek, [10])

Příklad 5

Ozubené soukolí je sestaveno ze dvou kol, jedno má 88 zubů a druhé 56 zubů. Kolikrát se otočí menší kolo, aby do sebe kola zapadala stejnými zuby jako na počátku? (Krupka, [5])

VÝSLEDKY PŘÍKLADŮ

ČÍSLO PŘÍKLADU	VÝSLEDEK
PŘÍKLAD 1	175
PŘÍKLAD 2	240
PŘÍKLAD 3	96
PŘÍKLAD 4	25
PŘÍKLAD 5	11

5.5 TESTY

YZYKOUSJETE SI TO, CO JSTE SE NAUČILI

U každého příkladu máte 10 pokusů, pak už nebudete moci zadat výsledek

HODNOCENÍ

ODKRYJ SI OBRÁZEK

pomohou Ti správné odpovědi v testu

PŘÍKLAD

VÁŠ

SPRÁVNÝ

VÝSLEDEK

VÝSLEDEK

Najděte nejmenší společný násobek čísel 12 a 48

48

POKROČTEJ

48

Najděte nejmenší společný násobek čísel 16 a 24

POKROČTEJ

Najděte nejmenší společný násobek čísel 9 a 17

POKROČTEJ

Jirka a jeho bratr Petr vyjeli současně na kolech od téže startovací čáry a jeli stejnou rychlostí. Obvod pláště Jirkova kola byl 210 cm, Petrova 90 cm. Při startu měli oba ventilký svých kol dole.

POKROČTEJ

Vypočítejte délku dráhy, při níž poprvé po ujetí alespoň 20m mají opět současně ventilký svých předních kol dole.

Podél jedné strany silnice byly vysázeny stromy ve vzdálenosti 8 m, podél její druhé strany ve vzdálenosti 10 m. První stromy těchto dvou stromoradi stály proti sobě. Po kolika metrech stály stromy opět proti sobě?

40

POKROČTEJ

40

OZNÁMKUJ

0

Trolejbus a autobus MHD vyjely současně v 8:00 h z konečné stanice. Oba se do ní opět vrátí. Trolejbus po 20 min jízdy, autobus po 45 min jízdy. V kolik hodin se oba dopravní prostředky poprvé opět setkají na konečné stanici? (píše pouze jako celou hodinu, např: 18:00 = 18)

15

POKROČTEJ

9

DELITELNOST

TEST PRO

POKROČILÉ

TEST

NSO

ZÍSKANÉ BODY

3

obr.23

V této části programu naleznete tři různé testy. Základem je šest příkladů, jejich zadání je zapsáno v levé části strany. Políčka pod nápisem VÁŠ VÝSLEDEK a tlačítka POROVNEJ fungují stejně jako na ostatních stránkách, kde jsou použity.

Pokud zadáme správný výsledek, navíc se přičtou body a přepíše se jejich počet za textem ZÍSKANÉ BODY. První tři příklady jsou hodnoceny jedním bodem, slovní úlohy, tedy další tři příklady jsou hodnoceny dvěma body. Při správném výsledku se odkryje jedna část obrázku v pravém horním rohu. Pokud vypočítáme všechny příklady správně, obrázek se odkryje celý.

Můžeme si nechat test i oznámkovat, pokud klikneme na tlačítko OZNÁMKUJ.

ZNÁMKOVÁNÍ

ZNÁMKA	BODY
Celkem bodů	9
1	9 - 8
2	6 - 7
3	5 - 4
4 nebo 5	0 - 3

Chtěla jsem, aby bylo prostředí testu motivující, proto pokud by někdo měl dostat známku 4 nebo 5, tak se toto číslo neobjeví v poli pro známku. Místo toho se zde odkryje text: Měl by sis zopakovat teorii.

Testy jsou v programu celkem tři:

- a) Test se základními příklady na hledání nejmenšího společného násobku ne více než dvou čísel. Z tohoto testu je možné přejít na těžší test na stejné téma nebo na test s příklady na hledání největšího společného dělitele.
- b) Test obsahující obtížnější slovní úlohy na hledání nejmenšího společného násobku. Pro řešení těchto úloh je třeba znalost hledání nejmenšího společného násobku více jak dvou čísel, také větší zkušenost v řešení slovních úloh. Tento test je také časově náročnější, proto by ho učitel měl doporučit jako doplněk při domácí přípravě nebo těm, kteří mají rychle a správně vyřešen první test.
- c) Poslední je test obsahující úlohy zaměřené na hledání největšího společného dělitele. Úlohy jsou základní a nehledáme největší společný dělitel více jak dvou čísel.

6.5.1.1 PŘÍKLADY

TEST A

Příklad 1

Najděte nejmenší společný násobek čísel 12 a 48.

Příklad 2

Najděte nejmenší společný násobek čísel 16 a 24.

Příklad 3

Najděte nejmenší společný násobek čísel 9 a 17.

Příklad 4

Jirka a jeho bratr Petr vyjeli současně na kolech od téže startovací čáry a jeli stejnou rychlostí. Obvod pláště Jirkova kola byl 210 cm, Petrova 90 cm. Při startu měli oba ventilký svých kol dole. Vypočítejte délku dráhy, při níž poprvé po ujetí alespoň 20 m mají opět současně ventilký svých předních kol dole. (Žůrek, [10])

Příklad 5

Podél jedné strany silnice byly vysázeny stromy ve vzdálenosti 8 m, podél její druhé strany ve vzdálenosti 10 m. První stromy těchto dvou stromořadí stály proti sobě. Po kolika metrech stály stromy opět proti sobě? (Žůrek, [10])

Příklad 6

Trolejbus a autobus MHD vyjely současně v 6:00 h z konečné stanice. Oba se do ní opět vrátí. Trolejbus po 20 minutách jízdy, autobus po 45 minutách jízdy. V kolik hodin se oba dopravní prostředky poprvé opět setkají na konečné stanici? (pište pouze jako celou hodinu, např. 18:00 = 18) (Slouka, [8])

VÝSLEDKY

ČÍSLO PŘÍKLADU	VÝSLEDEK
PŘÍKLAD 1	48
PŘÍKLAD 2	48
PŘÍKLAD 3	153
PŘÍKLAD 4	25,2
PŘÍKLAD 5	40
PŘÍKLAD 5	9

TEST B

Příklad 1

Najdi nejmenší společný násobek čísel 6, 12, 14.

Příklad 2

Najdi nejmenší společný násobek čísel 25, 15, 9.

Příklad 3

Najdi nejmenší společný násobek čísel 8, 4, 18.

Příklad 4

V 5 hodin vyjely z konečné stanice čtyři autobusy. První linka má interval 15 minut, druhá 20 minut, třetí 25 minut a čtvrtá 45 minut. V kolik hodin vyjedou všechny linky opět současně? Výsledek napiš jako celé číslo. (Slouka, [8])

Příklad 5

Děti skládaly obdélníkové karty o rozměrech 210 mm a 140 mm tak, aby pokryly čtverec. Jakou délku strany bude mít nejmenší čtverec, který lze takto vytvořit? (uved'te počet mm) (Slouka, [8])

Příklad 6

Kovbojové hlídali stádo krav. Jel kolem cizinec a ptal se na počet kusů stáda. Předák odpověděl : „Je jich méně než 800. Kdybych je seřadil do skupin po 3, 4, 5, 6 nebo 8, vždy budou dvě krávy přebývat. Do skupin po 7 je však mohu seřadit bez zbytku.“ Kolik má stádo krav? (Slouka, [8])

VÝSLEDKY

ČÍSLO PŘÍKLADU	VÝSLEDEK
PŘÍKLAD 1	84
PŘÍKLAD 2	225
PŘÍKLAD 3	72
PŘÍKLAD 4	20
PŘÍKLAD 5	420
PŘÍKLAD 5	602

TEST C

Příklad 1

Najděte největší společný dělitel čísel 10 a 25.

Příklad 2

Najděte největší společný dělitel čísel 40 a 56.

Příklad 3

Najděte největší společný dělitel čísel 70 a 84.

Příklad 4

Podlaha místnosti o rozměrech 480 cm a 288 cm má být pokryta co největšími korkovými čtverci. Určete velikost čtverců. (Žůrek, [10])

Příklad 5

V obou místnostech školní jídelny je u každého kulatého stolu stejný počet židlí. V první místnosti může jíst najednou 42 dětí a ve druhé místnosti 70 dětí. Kolik dětí si může sednout najednou k jednomu stolu? (Žůrek, [10])

Příklad 6

Úsečky délek 20 cm a 1,6 dm máme rozdělit na stejné, co nejdelší díly tak, aby jejich délka v centimetrech byla vyjádřena celým číslem. (Běloun, [1])

VÝSLEDKY

ČÍSLO PŘÍKLADU	VÝSLEDEK
PŘÍKLAD 1	5
PŘÍKLAD 2	8
PŘÍKLAD 3	14
PŘÍKLAD 4	29
PŘÍKLAD 5	7
PŘÍKLAD 5	4

7 HODNOCENÍ PROGRAMU

Program jsem vyzkoušela v pěti šestých třídách základních škol – tři třídy ZŠ Votice a dvě třídy ZŠ Karlov Benešov. Učitelkám i žákům jsem po vyzkoušení zadala níže uvedené dotazníky.

7.1 Dotazníky

7.1.1 DOTAZNÍK PRO UČITELE

Prošla jste program pro výuku tématu Dělitelnost přirozených čísel. Prosím o vyplnění hodnotícího dotazníku. Hodnoťte jako ve škole.

1) Přiměřenost

1 2 3 4 5

2) Soulad s osnovami

1 2 3 4 5

3) Použitelnost v jiném než šestém ročníku – v 2., 3. a 7. v opakování

1 2 3 4 5

4) Rozvoj kompetencí

A) K učení

1 2 3 4 5

B) Komunikační

1 2 3 4 5

C) Sociální a personální

1 2 3 4 5

D) Pracovní

1 2 3 4 5

E) K řešení problému

1 2 3 4 5

5) Motivace žáků

1 2 3 4 5

6) Propojenost s praktickým využitím (slovní úlohy)

1 2 3 4 5

7) Srozumitelnost

1 2 3 4 5

8) Použil/a bych program ve výuce

1 2 3 4 5

9) Celkové hodnocení

1 2 3 4 5

Poznámky

Děkuji za Váš čas.

Dana Hronová

7.1.2 DOTAZNÍK PRO ŽÁKY

Prošel jsi program pro výuku tématu Dělitelnost přirozených čísel. Prosím o vyplnění hodnotícího dotazníku. Hodnot' jako ve škole.

1) Pracuji rád s počítačem při matematice

1 2 3 4 5

2) Hodiny se mi líbily

1 2 3 4 5

3) Umím najít nejmenší společný násobek a největší společný dělitel

1 2 3 4 5

4) Vím, kde tuto znalost využiji

1 2 3 4 5

5) Uvítal bych více hodin tohoto typu

1 2 3 4 5

Děkuji za Váš čas.

Dana Hronová

7.2 Vyhodnocení dotazníků

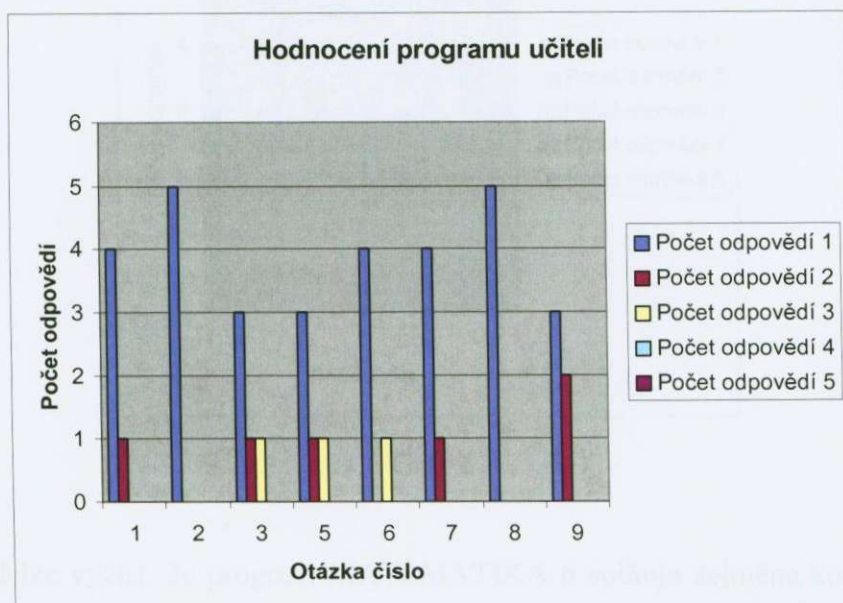
7.2.1 Dotazník pro učitele

Výsledky jsem uspořádala do dvou tabulek. Otázky 1 – 3 a 5 – 9 v Tab. 1. Otázka číslo 4 týkající se kompetencí je příliš rozsáhlá a důležitá, naleznete ji v Tab. 2.

Otázka číslo	1	2	3	5	6	7	8	9
Počet odpovědí 1	4	5	3	3	4	4	5	3
Počet odpovědí 2	1	0	1	1	0	1	0	2
Počet odpovědí 3	0	0	1	1	1	0	0	0
Počet odpovědí 4	0	0	0	0	0	0	0	0
Počet odpovědí 5	0	0	0	0	0	0	0	0

Tab. 1

Graf k Tab. 1



Graf 1

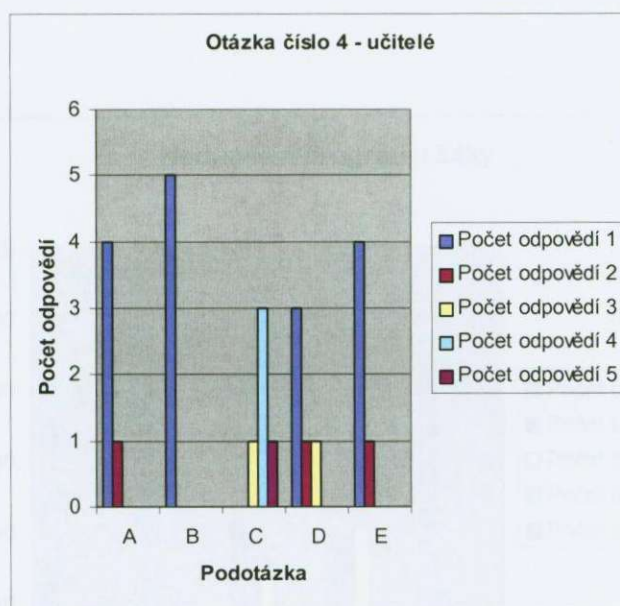
Z grafu 1 je vidět, že učitelé považují program MATEMATIKA 6 za přiměřený a v souladu s osnovami pro daný ročník. Vidí také možnost jeho použití i v jiných ročnících. Je zřejmá i jeho motivace pro žáky, srozumitelnost a propojenost s praktickým využitím, zejména pomocí slovních úloh. Většina z nich by jej využila ve výuce.

Otázka č. 4

Otázka č. 4	A	B	C	D	E
Počet odpovědí 1	4	5	0	3	4
Počet odpovědí 2	1	0	0	1	1
Počet odpovědí 3	0	0	1	1	0
Počet odpovědí 4	0	0	3	0	0
Počet odpovědí 5	0	0	1	0	0

Tab. 2

Graf k Tab. 2



Graf 2

Z grafu 2 lze vyčíst, že program MATEMATIKA 6 splňuje zejména komunikační kompetence, které jsou důležité pro budoucí život žáka. Méně již kompetence sociální a personální a pracovní, to však nebylo hlavním účelem této práce. Tím byl hlavně rozvoj kompetencí k řešení problémů o nichž si učitelé myslí, že jsou splněny stejně tak kompetence k učení.

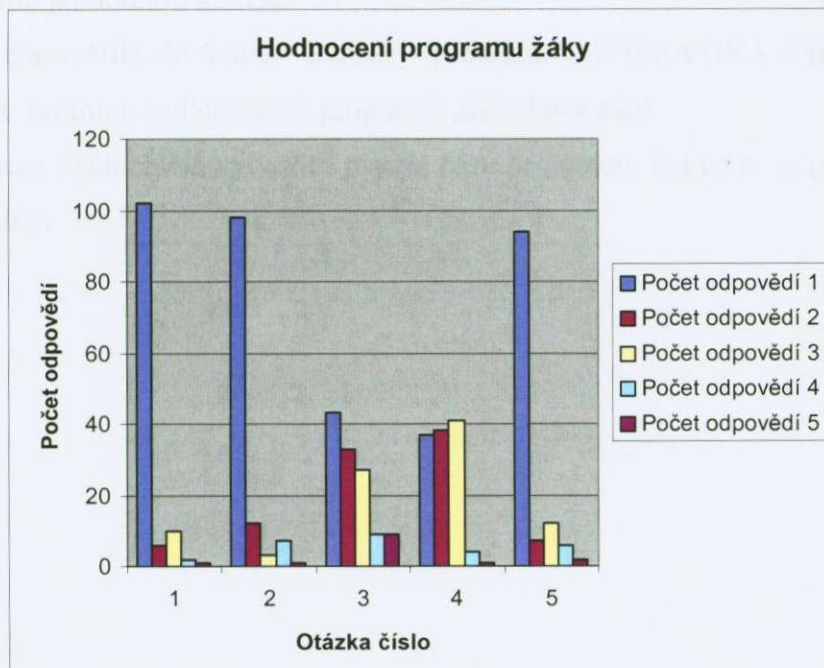
7.2.2 Dotazník pro žáky

Výsledky dotazníku, který vyplňovali žáci, naleznete v Tab. 2.

Otázka číslo	1	2	3	4	5
Počet odpovědí 1	102	98	43	37	94
Počet odpovědí 2	6	12	33	38	7
Počet odpovědí 3	10	3	27	41	12
Počet odpovědí 4	2	7	9	4	6
Počet odpovědí 5	1	1	9	1	2

Tab. 3

Graf k Tab. 3



Graf 3

Z grafu 3 je patrné, že žáci rádi pracují při hodinách matematiky s počítačem. I hodiny s využitím programu MATEMATIKA 6 se jim líbily. Většina z nich si myslí, že po jeho použití ví, jak najít nejmenší společný násobek a největší společný dělitel skupiny čísel a také ho umí využít v praxi. Většina žáků by uvítala více hodin podobných té s využitím programu MATEMATIKA 6.

8 ZÁVĚR

V teoretické části své diplomové práce jsem se zabývala obsahem učiva teoretického celku dělitelnost přirozených čísel, didaktickými modely a využitím počítačů ve výuce. Všechny tyto poznatky jsem využila k tvorbě počítačového výukového programu MATEMATIKA 6.

Počítačový program v první části seznamuje s teoretickými znalostmi potřebnými k řešení úloh. Druhá část se věnuje procvičování. V závěrečných testech si žáci ověřili svou schopnost používat získané znalosti a dovednosti v praktickém řešení úloh. Toto jsem si ověřovala na vzorku 121 žáků (3 třídy ZŠ Votice a 2 třídy ZŠ Karlov Benešov), z toho 16 žáků integrovaných (1 x autismus, 1 x řečové postižení, 3 x LMD, 11 x poruchy učení). Žáci neměli při práci s programem výrazné problémy. Vyučující, kteří použili program, jej hodnotí kladně.

V praxi jsem ověřila, že mnou vytvořený program MATEMATIKA 6 lze používat v podmínkách školních vzdělávacích programů základních škol.

Do budoucna bych chtěla vytvořit i ostatní části programu. Pokud se to podaří, tak i pro další ročníky.

9 LITERATURA

- [1] Běloun, F.: *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu*, Praha: SPN, 1992.
- [2] Herman, J.: *Matematika pro nižší ročníky víceletých gymnázií, Dělitelnost*, Praha: Prometheus, 2003.
- [3] Hejny M., Stehlíková a kol.: *20 vybraných kapitol z didaktiky matematiky*, Praha: PF UK, 2005.
- [4] Hejný, M.: *Teória vyučovania 2.*, Bratislava: SPN, 1989.
- [5] Krupka, P., Ph. D.: *Sbírka úloh z matematiky pro 2. stupeň základních škol a nižší ročníky víceletých gymnázií, 1. díl*, Praha: Prometheus, 2002.
- [6] Livoncová, K.: *Vliv tvarové psychologie na sociální psychologii*, www.kampomaturite.cz/viewFile.asp?record=14782&menu=862&file=1040.
- [7] Odvárko, O. : *Matematika pro 6. ročník základní školy, 2. díl*, Praha: Prometheus, 1997.
- [8] Slouka, R.: *Sbírka příkladů z matematiky, 1. díl*, Olomouc: FIN, 1994.
- [9] Vaniček, J.: *Přednášky z didaktiky informatiky a výpočetní techniky*, 2004.
- [10] Žůrek, M.: *Sbírka příkladů z matematiky, 2. díl*, Olomouc: FIN, 1994.

10 PŘÍLOHY

- [1] CD – Vypracování interaktivní učebnice pro 6. třídu ZŠ