

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

**ŘEŠENÍ ÚLOH FINANČNÍ
MATEMATIKY UŽITÍM MAPLE**
BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vedoucí práce

Mgr. Roman Hašek, Ph.D.

Vypracovala

Kateřina Friessová

duben 2011

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci jsem vypracoval/a samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě fakultou elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

Datum

Podpis studenta

Poděkování

Chtěla bych na tomto místě poděkovat Mgr. Romanu Haškovi, Ph.D., který byl vedoucí mé bakalářské práce. Zejména bych chtěla ocenit jeho rady a ochotu při spolupráci, se kterou mi pomáhal při obstarávání zdrojů i při samotném vyhotovení bakalářské práce.

Anotace:

Bakalářská práce je věnovaná tématu řešení úloh finanční matematiky s užitím programu Maple. Hlavním úkolem bylo ilustrovat možnosti programu Maple a ukázat zcela nový formát výuky samotného řešení úloh spojených s finanční problematikou. Jednotlivé příklady jsou zpracovány ve formě krátkých komentovaných videí, což napomáhá ke snadnějšímu pochopení jak programu Maple, tak možných problémů finanční matematiky. Cílem mé práce bylo vypracovat ji tak, aby mohla sloužit např. při výuce finanční matematiky i k seznámení veřejnosti s možnostmi, které tento program nabízí.

Annotation:

My bachelor work is devoted to the solution of problems in financial mathematics using the computer algebra system Maple. The main task was to illustrate the possibilities of Maple and show a completely new format of teaching through solving problems related to financial issues. Individual examples are presented in the form of short video commentary, which helps to facilitate an understanding of Maple and potential problems in financial mathematics. The aim of my work was to develop it so it could serve as the teaching material for financial mathematics and also as a medium of familiarization the public with capabilities of program Maple.

Obsah

1. Úvod.....	7
2. Program Maple.....	8
2.1. Uživatelské pracovní prostředí	9
2.2. Náповěda	11
2.3. Knihovna funkcí.....	13
2.4. Přehled balíčku funkcí pro finanční matematiku	14
2.4.1. Výpis základních funkcí pro finanční matematiku v programu Maple.....	14
2.5. Co potřebujete znát, než začnete s programem Maple 13.....	23
2.5.1. Způsob zápisu příkazů	23
2.5.2. Textové odstavce.....	23
3. Program Free Screen to Video	24
3.1. Uživatelské pracovní prostředí	24
3.2. Nahrávání obrazovky	26
4. Kde se setkáváme s finanční matematikou.....	27
4.1. Úročení.....	27
4.1.1. Jednoduché úročení.....	28
4.1.2. Složené úročení	30
4.1.2.1. Daně	31
4.1.2.2. Inflace	33
4.1.2.3. Úrokové období kratší než 1 rok.....	34
4.1.3. Investování	34
4.1.3.1. Termínovaný vklad	34
4.1.3.2. Stavební spoření.....	37
4.2. Úvěry.....	40
4.2.1. RPSN - roční procentní sazba nákladů.....	41
4.2.2. Nejčastěji využívané úvěry	45
4.2.1.1. Kontokorentní úvěr	45
4.2.1.2. Kreditní karta	45
4.2.1.3. Spotřebitelský úvěr	46
4.2.1.4. Hypotéční úvěr.....	46
4.2.1.5. Leasing.....	51
5. Závěr	53

6. Citované zdroje	54
6.1. Literatura.....	54
6.2. Internetové zdroje	54
7. Obsah DVD.....	56
7.1. Worksheets	56
7.2. Videá	56

1. Úvod

Ve finanční matematice je k dispozici řada funkcí, které odpovídají různým typům úloh. K výběru a správnému použití konkrétní funkce je často třeba hlubokého porozumění řešené otázce. Při používání těchto funkcí i při jejich studiu mohou významně napomoci vzorově vyřešené úlohy. V programu *Maple* viz [1] vytvořím soubor příkladů, které budou reprezentovat vybrané typy úloh řešených ve finanční matematice. Postup řešení bude zachycen pomocí krátkých komentovaných videí. To by mělo napomoci k snadnějšímu pochopení samotného programu *Maple*. Tato videa budou zpracována v programu *Free Screen to Video*, viz [2], který je volně dostupný na internetových stránkách.

V jednotlivých kapitolách bude podán návod, jak nejlépe a nejrychleji celou problematiku zvládnout a jak zvolené programy ve finanční matematice využívat. V případě programu *Maple* se jedná o běžné užití ve finanční matematice, ilustrované na příkladech, každému člověku blízkých. Zmíníme se například o jednoduchém a složeném úročení, zjišťování RPSN, investování na dnešním finančním trhu atd. V oblasti podnikání ukážeme vývoj nabídky finančních produktů z hlediska jejich dostupnosti a výhodnosti. Dále ukážeme, jak jednoduše a efektně používat program *Free Screen to Video*, [2], který je možno využít i při výkladu odpovídajících funkcí finanční matematiky. Pro zachycení obrazovky v určitých důležitých momentech práce byl použit rovněž volně stažitelný program *Screen Hunter 5.1 free*, viz [3].

Cílem celé práce by měla být pomoc pro lepší orientaci na finančním trhu a větší znalosti v dané oblasti. Zároveň ukázat možnosti programu *Maple*, které nabízí v oblasti finanční matematiky. Krátký návod k programu *Free Screen to Video* by mohl napomoci oživit např. výuku na středních a vysokých školách, ale může být použit i pro tvorbu profesionálních prezentací.

2. Program Maple

V současné době je na trhu nejnovější verze tohoto programu, *Maple 14*, viz [1]. V této práci je použita verze *Maple 13*.

Počítačový algebraický systém *Maple* je jedním z možných informačních a komunikačních prostředků, který lze velmi efektivně zapojit do vývoje, výzkumu i do výukového procesu. Poskytuje nepřehledné množství funkcí použitelných pro vysvětlení základních i náročnějších matematických pojmů a velmi intuitivní formou poskytuje široké možnosti provádění výpočtů.



Maple, jako systém počítačové algebry se vyvíjí více než 25 let. Má více než milion uživatelů po celém světě, kteří ho využívají pro výzkum, testování, analýzu, design, ale i pro výuku ve školách, viz [1].

2.1. Uživatelské pracovní prostředí

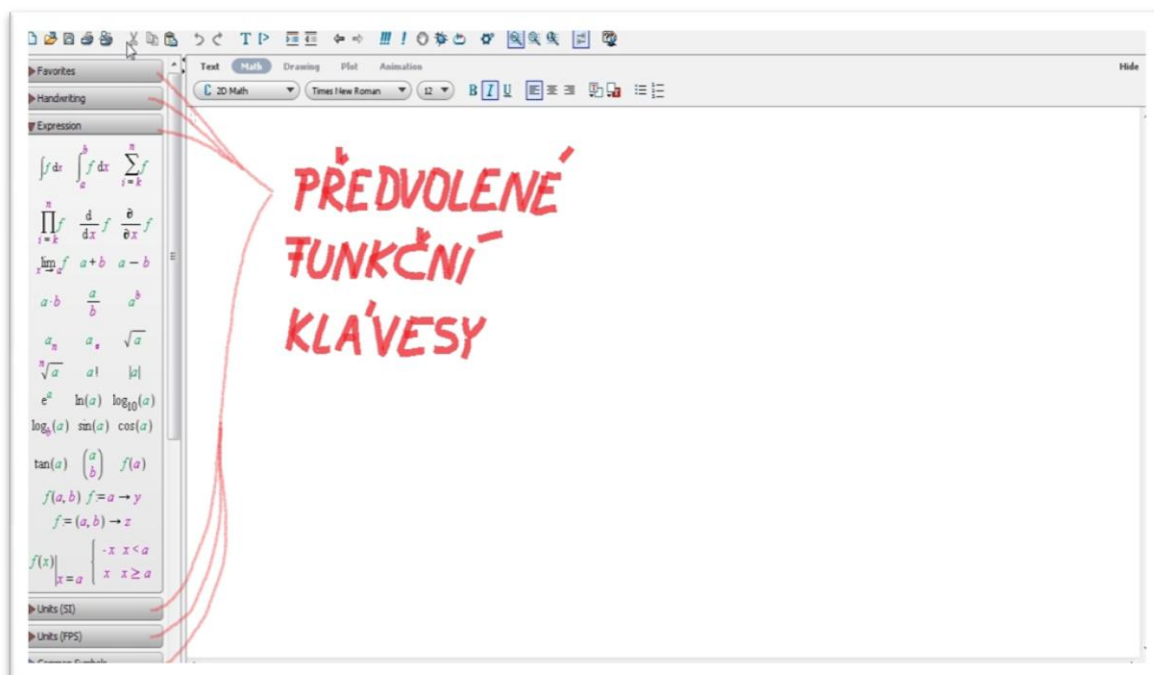
Nynější verze programu *Maple* je vyvíjena pro širší spektrum uživatelů, kdy uživatel již nemusí znát téměř žádné příkazy systému a vystačí si třeba jen s kontextovou nápovědou.

Systém *Maple* má velmi dlouhou tradici, která je založena na standardním grafickém rozhraní a klasických zápisnicích. Toto grafické rozhraní bylo velmi dobře použitelné a přehledné, nicméně vyžadovalo poměrně hlubokou znalost syntaxe příkazů systému *Maple*, viz [I].

Verze systému *Maple 9* přišla se dvěma uživatelskými rozhraními. Zůstalo dříve užívané grafické rozhraní, které se nyní nazývá Classic Worksheet, ale bylo k němu přidáno i nové rozhraní napsané v jazyce Java. Nové uživatelské rozhraní se začalo velmi rychle vyvíjet a přinášelo další vylepšování pro uživatele systému. Od verze *Maple 11* byl odstraněn i problém s rychlostí odezvy příkazů v tomto rozhraní a proto mohl být běžně užíván i na slabších počítačích, viz [I].

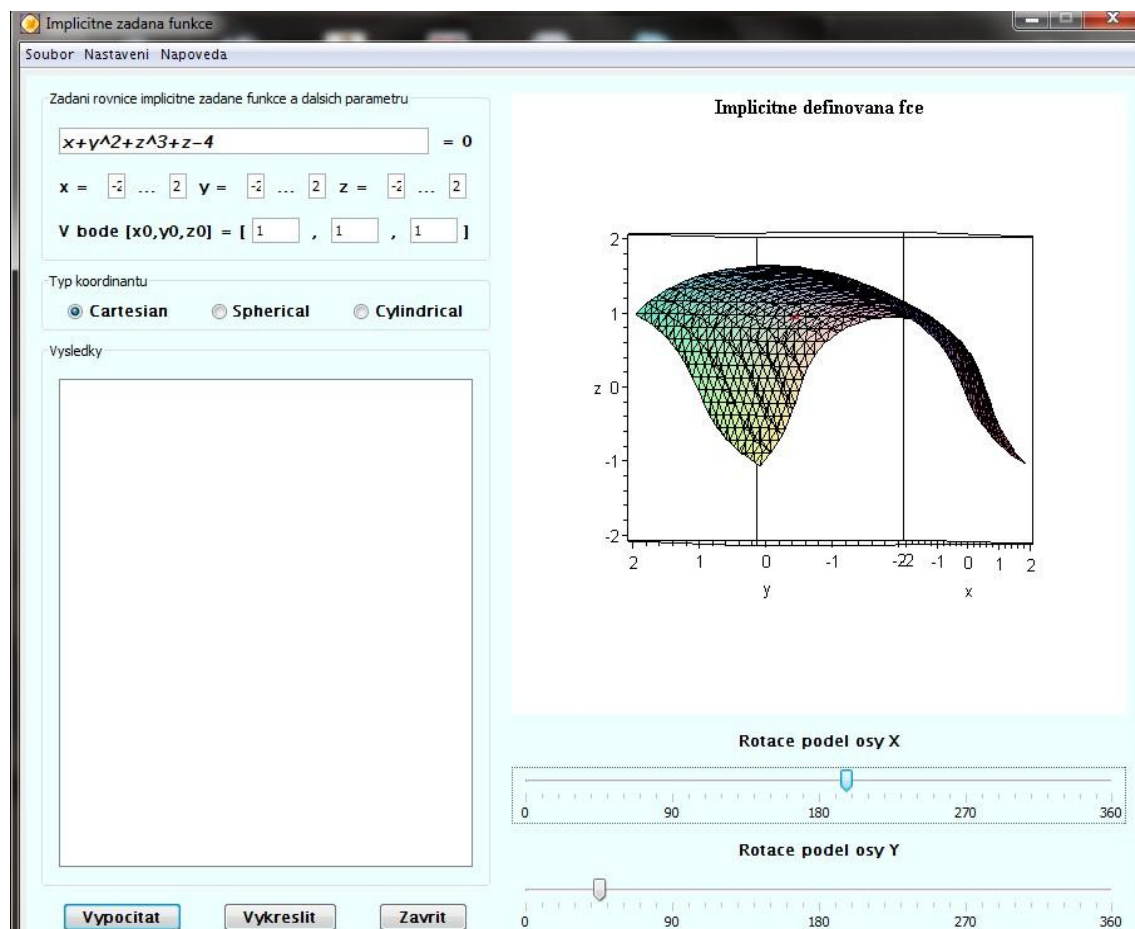
Již delší dobu je trendem všech matematických softwarů přiblížit se k uživateli pomocí interaktivního prostředí, zejména jednoduchostí jeho ovládání. Od verze *Maple 10* je nabízen nový typ dokumentů, tzv. Rich Technical Document, který umožňuje vytvářet velmi komplexní a interaktivní dokumenty, které mohou obsahovat i interaktivní komponenty, jako je např. slidebar („posuvník“), editační okénko apod. Další předností tohoto typu dokumentu je v úvodu kapitoly zmiňovaná možnost použití systému *Maple* bez znalosti jeho příkazů. Lze totiž užít následujících nástrojů:

- palety nástrojů (viz Obr. 1)
- šablony běžných problémů (taks templates)
- rozšířené kontextové nabídky
- nástroje rozpoznání znaků
- interaktivní průvodci – např. import dat a jejich analýzu apod.



Obr. 1 Ukázka palet nástrojů v Maple 13

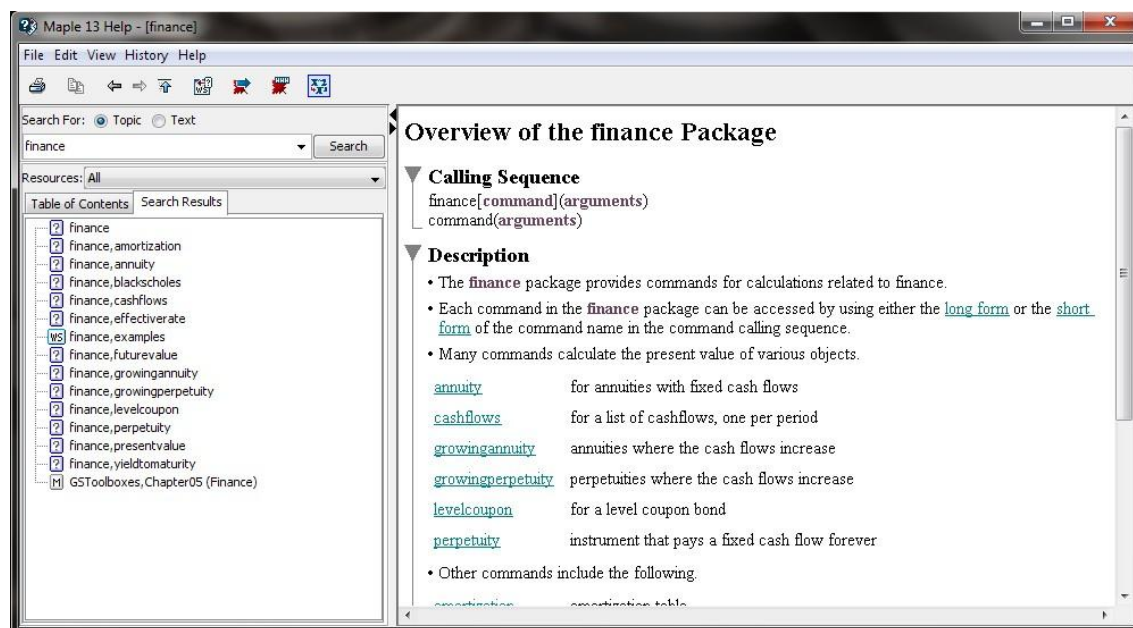
Další nově definovaný typ grafického uživatelského rozhraní, který Maple nabízí, představují tzv. maplety. Ty se používají pro demonstrace a výpočty. Ovládají se většinou tlačítkovými lištami a obsahují okna pro zadání vstupních a zobrazení výstupních hodnot. Můžete je spouštět jako ostatní příkazy Maple, většinou bez uvedení argumentů (viz Obr. 2).



Obr. 2 Uživatelské rozhraní Mapletu

2.2. Nápořěda

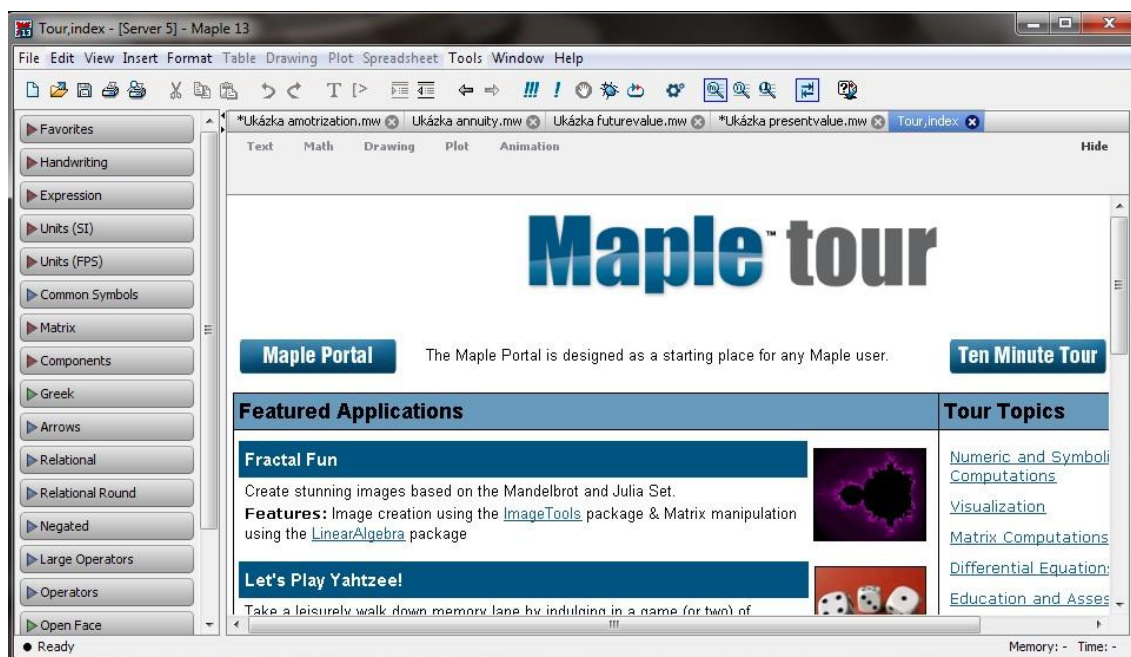
Maple, stejně jako většina programů, má velice užitečného pomocníka, kterým je nápověda. Rychlou nápovědu s nejčastěji používanými zkratkovými klávesami si můžeme v průběhu celé práce vyvolat klávesou F1. Samotná nápověda vám pomáhá ke snazší orientaci ve stovkách příkazů, funkcí, knihoven a jejich parametrů. Můžete si zvolit klasický formát nápovědy, který funguje jako systém textových dokumentů propojených hypertextovými odkazy (viz Obr. 3).



Obr. 3 Klasický formát nápovědy

Nebo je zde i nová možnost, „Take a Tour of Maple“. Jak název napovídá, jde opravdu o cestu programem *Maple*, při které prostřednictvím praktických i zábavných ukázek uživatel zjistí, co a jak může v *Maple* tvořit.

„Ten Minute Tour“ Vás v krátkosti provede matematickými dokumenty. Začíná s jednoduchou matematikou, přes matice a grafy a tím Vám může pomoci v začátku práce s programem (viz Obr. 4)



Obr. 4 Nové možnosti nápovědy

Další možností, kde získat informace o práci s programem Maple jsou stránky výrobce, viz [4].

2.3. Knihovna funkcí

Protože se v programu *Maple* pracuje se stovkami funkcí, jsou tyto funkce v rámci knihovny rozděleny do jednotlivých balíčků, tzv. Packages.

Balíky jsou jakési skupiny funkcí, definované v rámci knihovny funkcí. Funkce vztahující se k řešení určité třídy matematických úloh jsou společně zařazeny do jednoho balíku.

Funkce, které jsou součástí některého balíku, můžeme vyvolat dvěma způsoby:

- *volání pomocí dlouhých jmen* – dlouhé jméno funkce je určeno jménem balíku, do kterého je funkce zařazena, a jménem funkce v rámci celého balíku, viz str. 12
- *volání pomocí krátkých jmen* – tato možnost slouží hlavně ke zjednodušení zapisovaného kódu a usnadňuje také práci s jednotlivými funkcemi.

K inicializaci používání krátkých jmen příkazů z daného balíku slouží příkaz *with*, jehož parametrem je jméno balíku. Tímto příkazem vyvoláme současně všechny příkazy balíku. Pokud jako druhý parametr uvedeme jméno konkrétního příkazu, tak se inicializuje pouze uvedený příkaz z balíku např.:

`with(finance);`

Seznam všech dostupných knihovních balíčků i s jejich stručným popisem je dostupný pomocí příkazu

`?index[packages];`

2.4. Přehled balíčku funkcí pro finanční matematiku

Finanční balíček „finance“ obsahuje příkazy pro výpočty týkající se financí. Každý příkaz lze vyvolat buď krátkou, nebo dlouhou formou.

finance[příkaz](argument) nebo

příkaz(argument)

2.4.1. Výpis základních funkcí pro finanční matematiku v programu Maple

Zde uvedeme příklady funkcí, které se nejčastěji používají ve finanční matematice, kdy je jinak nutné znát složité vzorečky pro jejich výpočet. Příklady budou pouze jednoduché, pro pochopení jednotlivých příkazů.

- *finance[annuity]*

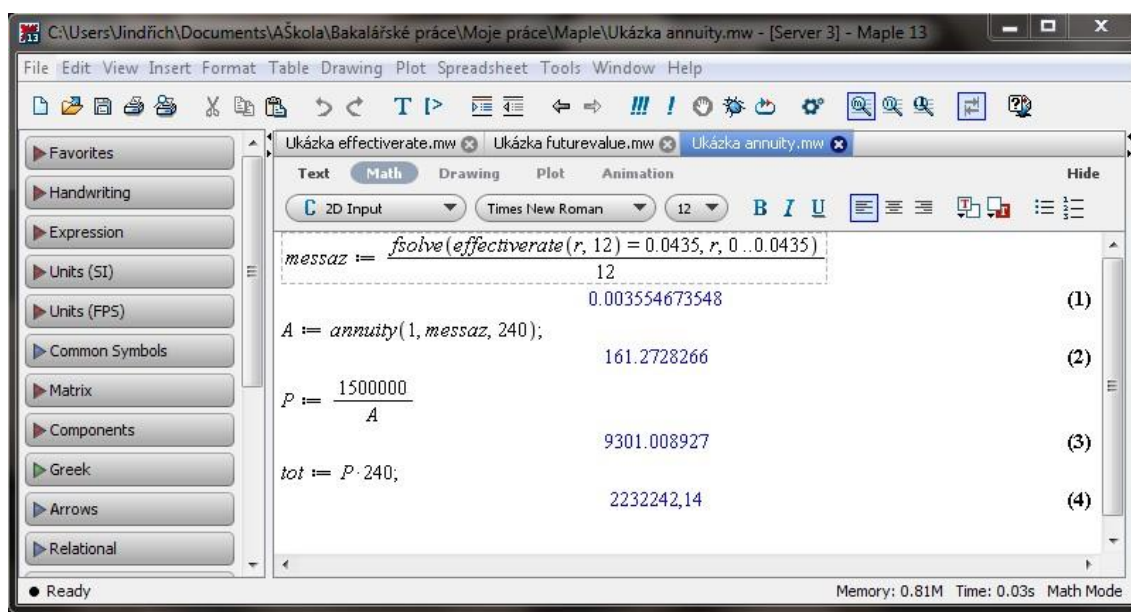
Výpočet např. hypotéky, úvěru, dluhu či důchodu. Je třeba počítat s pravidelnými platbami ve stejné výši za n období. Funkci proto využijeme k řešení základních příkladů, kde se pravidelné platby (splátky) objevují. K jejich vyvolání slouží příkaz ve tvaru:

`annuity(cash,rate,nperiods)`

Příklad:

Máme hypotéku 1 500 000,- Kč, dluh budeme umořovat 20 let (240 měsíců), s úrokovou sazbou 4.35 % ročně. Jaká bude měsíční platba a celková výše hypotéky za 20 let splácení?

Řešení: viz Obr. 5



Obr. 5 Funkce annuity

Měsíční splátka bude 9 301,- Kč a celkem zaplatíme 2 232 242,- Kč.

Na přiloženém DVD je řešení příkladu uvedeno ve složce Worksheets, v souboru 1) Ukázka funkce annuity.mw.

- `finance[amortization]`

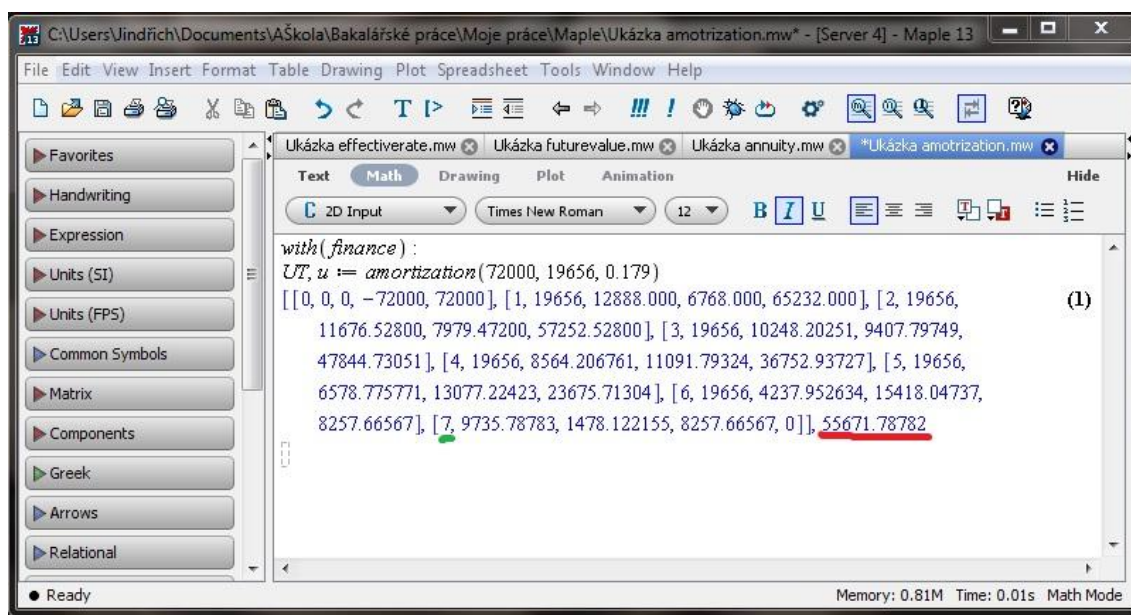
Funkce vypočítá umořovací tabulku z úvěru, která zahrnuje počet období, výši splátek, výši úroku z dluhu, výši úmoru z dluhu a zbývající dlužnou částku, můžeme vyvolat pomocí:

amortization(amount, payments, rate, nperiods)

Příklad:

Banka mi nabízí možnost půjčky 72 000,- Kč s roční úrokovou sazbou 17,9% a splátkou 1 638,- Kč měsíčně (19 656,-Kč ročně). Jak dlouho budu tuto půjčku splácet a jaký bude celkový náklad na pořízení úvěru?

Řešení: viz Obr.6

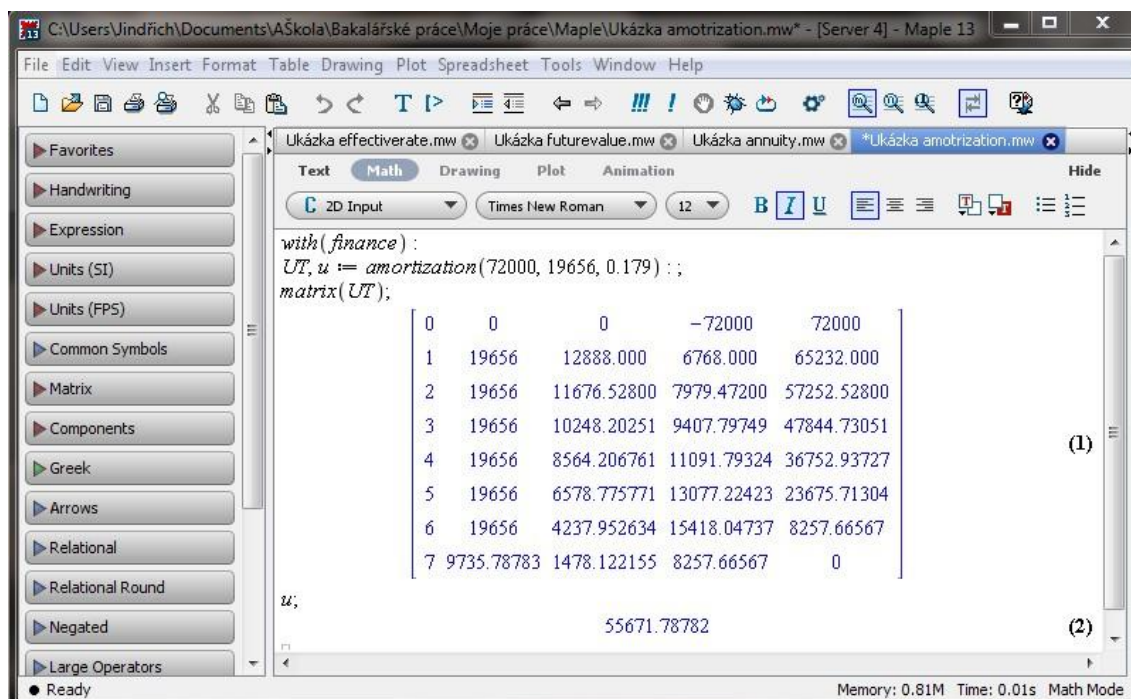


Obr. 6 Funkce amortization

Výsledky si můžeme pro přehlednost převést do tabulky:

Období	Splátky	Úrok	Úmor	Zůstatek úvěru
0	0	0	-72000	72000
1	19656	12888	6768	65232
2	19656	11676,50	7979,50	57252,50
3	19656	10248,20	9407,80	47844,70
4	19656	8564,20	11091,80	36752,90
5	19656	6578,80	13077,20	23675,70
6	19656	4238,00	15418,00	8257,70
7	9735,80	1479,10	8257,70	0

Máme také možnost vytvořit umořovací tabulku pomocí matice již v samotném programu *Maple 13*. Výsledek vidíme na Obr. 7.



Obr. 7 Funkce amortization převedená do matice

Zde vidíme, že splácet budu 7 let (zeleně podtržené v Obr. 6) a přeplatím celkem na úrocích 55 671,80 Kč (červeně podtržené v Obr. 6). Celkové náklady na pořízení úvěru po 7 letech splácení tedy budou 127 671,80 Kč.

Na přiloženém DVD je řešení příkladu uvedeno ve složce Worksheets, v souboru 2) Ukázka funkce amortization.mw.

- `finance[cashflows]`

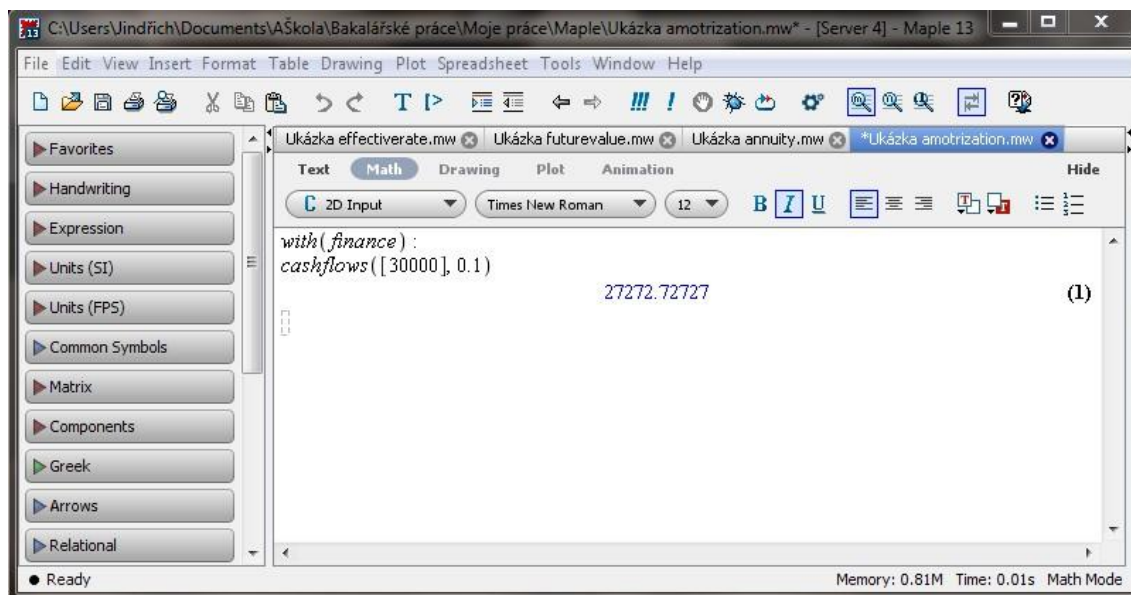
Tato funkce nám umožňuje spočítat si současnou hodnotu ze seznamu peněžních toků. Vyvoláme ji:

`cashflows(flows,rate)`

Příklad:

Kolik peněz musím uložit do banky, abych si mohla vybrat 30 000,-, při úrokové míře 10 %.

Řešení: viz Obr. 8



Obr. 8 Funkce cashflows

Musím uložit 27 273,- Kč.

Na přiloženém DVD je řešení příkladu uvedeno ve složce Worksheets, v souboru 3) Ukázka funkce cashflows.mw.

- *finance[effectiverate]*

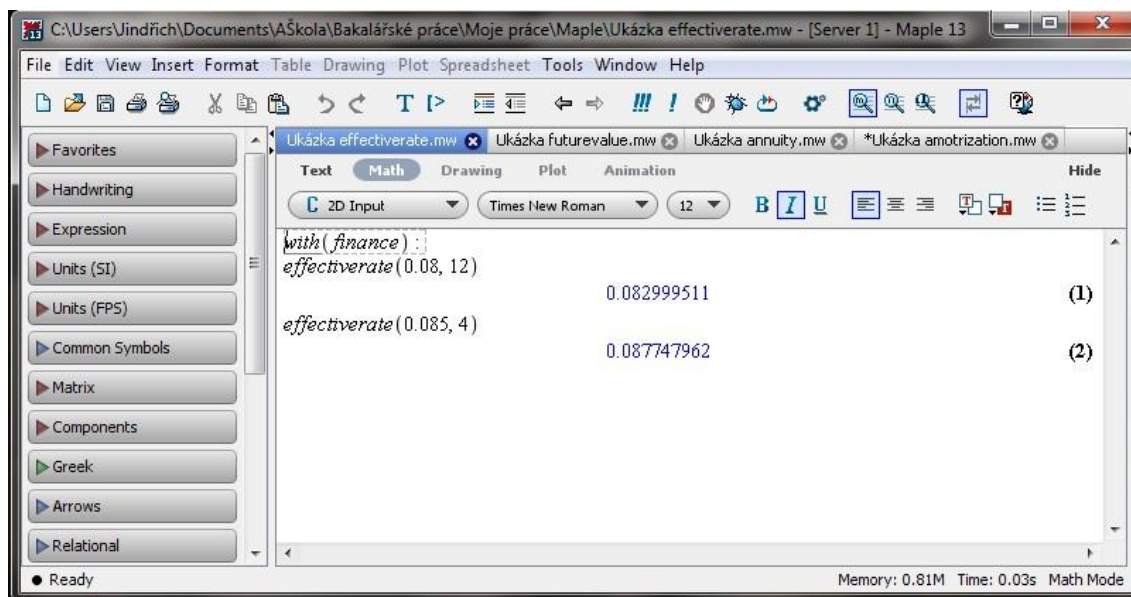
Funkce pro výpočet efektivní úrokové sazby. Pokud máme připsování úroků m krát do roka, za parametr $nperiods$ dosadíme hodnotu infinity, což je nekonečno. Vyvolání:

effectiverate(stated_rate,nperiods)

Příklad:

Máme založené 2 účty, první má 8 % úrokovou sazbu s denním připisováním, druhý 8,5 % úrokovou sazbu se čtvrtletním připisováním. Který je výhodnější?

Řešení: viz Obr. 9



Obr. 9 Funkce effectiverate

Druhý účet je výhodnější.

Na přiloženém DVD je řešení příkladu uvedeno ve složce Worksheets, v souboru 4) Ukázka funkce effectiverate.mw.

- `finance[futurevalue]`

Výpočet budoucí hodnoty naší investice za určitou dobu. Můžeme počítat i směrem k minulosti, když víme, kolik chceme mít při určité úrokové sazbě na konci období, toto nám zjistí, kolik musíme na počátku vložit. Vyvoláváme příkazem:

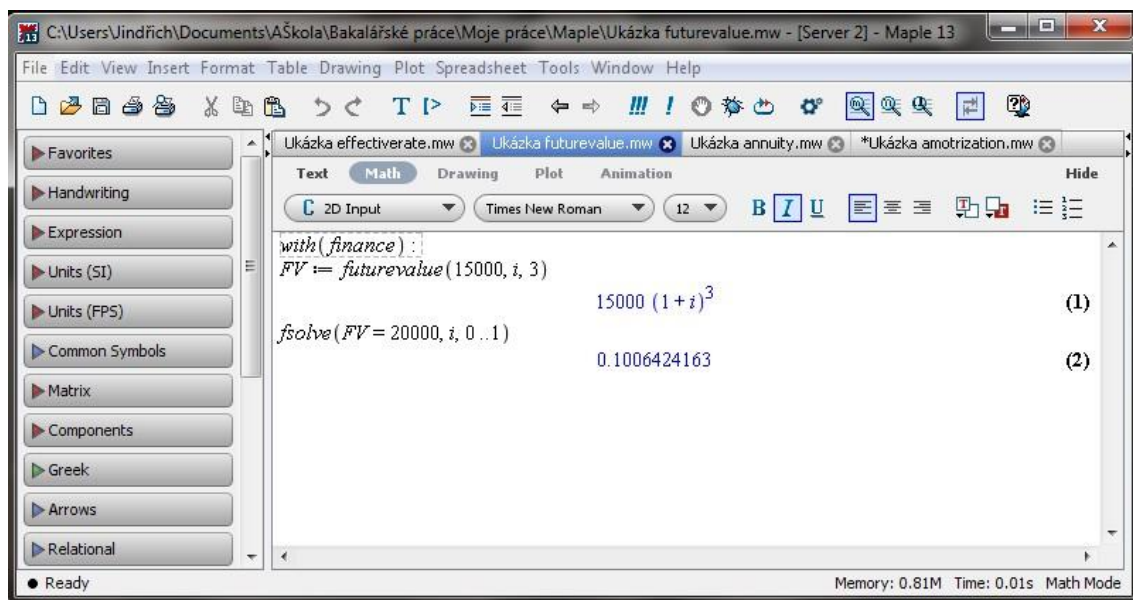
`futurevalue(amount,rate,nperiods)`

`presentvalue(amount,rate,nperiods)`

Příklad:

Jaká byla úroková sazba vkladu, když částka 15 000,- vzrostla za 3 roky na 20 000,- Kč? Úroky se vyplácely jednou ročně.

Řešení: viz Obr. 10



Obr. 10 Funkce futurevalue

Úroková sazba byla 10 % p.a.

Na přiloženém DVD je řešení příkladu uvedeno ve složce Worksheets, v souboru 5) Ukázka funkce futurevalue.mw.

- `finance[levelcoupon]`

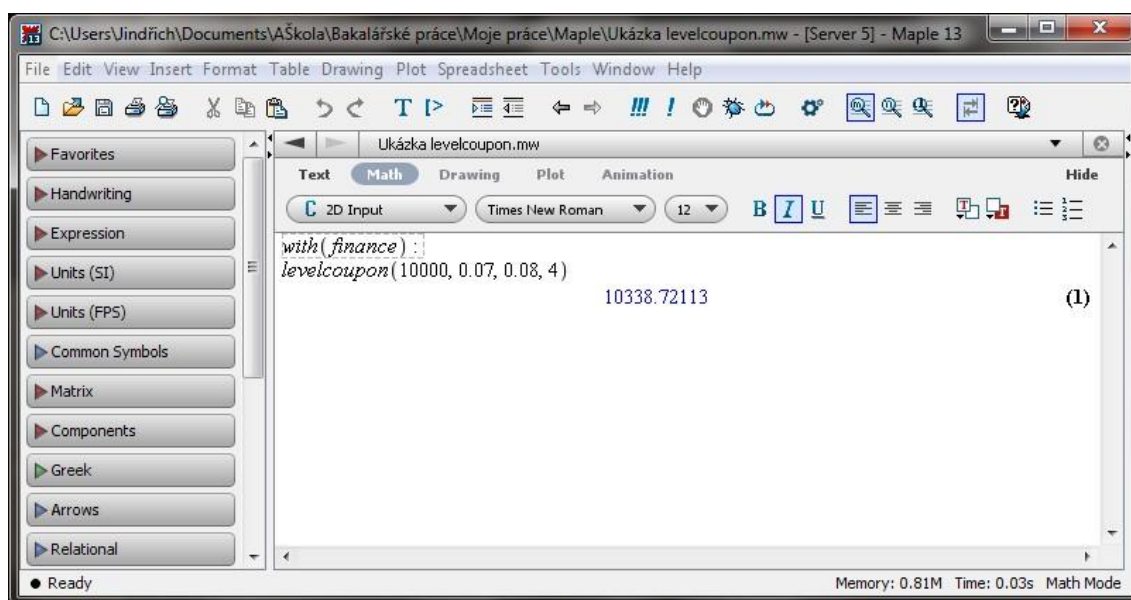
Tento příkaz používáme, chceme-li zjistit současnou hodnotu obligace, která má pevnou úrokovou sazbu. Počítá přitom současnou hodnotu všech budoucích plateb plynoucích z daného dluhopisu. Vyvolání:

`levelcoupon(face,rate,couponrate,maturity)`

Příklad:

Dluhopis v nominální hodnotě 10 000,- Kč má pevnou úrokovou sazbu 8 %. Doba splatnosti jsou 4 roky a tržní úroková sazba je 7 % za rok. Jaká je současná hodnota dluhopisu?

Řešení: viz Obr. 11



Obr. 11 Funkce levelcoupon

Současná cena dluhopisu je 10 339,- Kč.

Na přiloženém DVD je řešení příkladu uvedeno ve složce Worksheets, v souboru 6) Ukázka funkce levelcoupon.mw.

- `finance[presentvalue]`

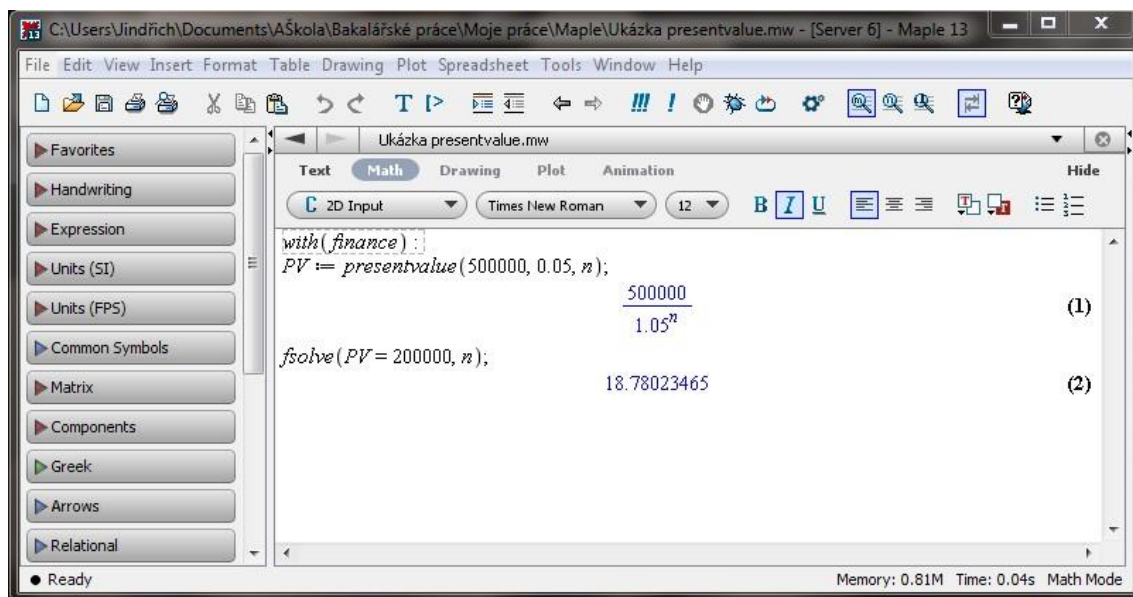
Zde počítáme současnou hodnotu z určité částky. Také je takto počítána hodnota dluhopisu, u kterého je jen nominální hodnota se splatností, ale žádným kuponovým placením – dluhopis s nulovou úrokovou sazbou (nulovým kuponem)

`presentvalue(amount,rate,nperiods)`

Příklad:

Založili jsme termínovaný účet, s úrokovou sazbou 5 % p.a. a vložili jsme na něj 200 000,- Kč. Úroky jsou připisovány k vkladu a dále úročeny stejnou sazbou. Peníze budeme chtít vybrat, až se částka dostane na 500 000,- Kč. Jak dlouho budeme muset čekat?

Řešení: viz Obr. 12



Obr. 12 Funkce presentvalue

Na 500 000,- Kč si budeme muset počkat přibližně 18 let a 10 měsíců.

Na přiloženém DVD je řešení příkladu uvedeno ve složce Worksheets, v souboru 7) Ukázka funkce presentvalue.mw.

2.5. Co potřebujete znát, než začnete s programem Maple 13

2.5.1. Způsob zápisu příkazů

Nejprve několik základních informací o způsobu zapisování příkazů na řádky zápisníku.

- každý příkaz musí být ukončen středníkem „;“ nebo dvojtečkou „:“
- po stisknutí klávesy „Enter“ je celá operace předána jako vstup „výpočetnímu jádru“ programu Maple 13, které ji zpracuje.

Pokud je řádek ukončen středníkem, znamená to, že výsledek provedené operace se zobrazí na dalším řádku. Pokud řádek ukončíme kombinací kláves „Ctrl“ + „=“, výsledek se zobrazí na stejném řádku, jako při běžném psaní „na papír“. Je-li řádek zakončen dvojtečkou, *Maple 13* vyhodnotí zadaný příkaz, ale výsledek nezobrazí a očekává další příkaz. Tohoto se využívá zejména k potlačení tisku mezivýsledků v průběhu delších výpočtů.

Při zápisu posloupnosti příkazů či dlouhých algebraických výrazů je zapotřebí mít možnost přecházet na další řádek bez toho, že by se prozatím napsaný příkaz nějakým způsobem vyhodnocoval, jak se v zápisníku děje po prostém stisku klávesy „Enter“. To je možné provádět následujícím způsobem:

- posunout kurzor na nový řádek, bez vyhodnocení dosud napsané části příkazu, nám v zápisnících umožňuje kombinace kláves „Shift“ + „Enter“

2.5.2. Textové odstavce

Odstavec prostého textu v programu *Maple 13* je stejný jako text, se kterým se lze běžně setkat v textových procesorech. Odstavce mohou obsahovat text formátovaný pomocí různých stylů. Text může být obsažen v jednotlivých prováděcích skupinách. Funguje zde i běžné zarovnávání textu na střed či okraje stránky, stejně jako u textových procesorů. Všechny běžně využívané funkce pro formátování textu jsou snadno dostupné na pracovní liště.

Na přiloženém DVD je příslušné komentované video uloženo ve složce Video, v souboru 1) Jak používat Maple.avi.

3. Program Free Screen to Video

Existují různé programy pro zachycení aktivit na pracovní ploše ve formě videa. Mezi volně šiřitelné programy, které je možné legálně stáhnout např. na Slunečnice.cz, Stahuj.cz ..., lze namátkou jmenovat z freewarů *Cam Studio*, *Screen Castle* ... [5],[6], které ale mají, podle mých zkušeností, různé nedostatky. Jsou jimi např. nahrávání zvuku a obrazu odděleně a jejich následné složitější spojení při konečném přehrávání, ukládání vytvořených souborů na různých internetových stránkách, kde si je pod číselným odkazem, který dostanete při ukončení práce s nahráváním, vyzvednete. Další skupinou programů jsou tzv. sharewary. Zde jde většinou pouze o ukázkovou verzi, většinou 30-ti denní. Je to např. program *Fraps 3.2.3*, *HyperCam 2.23.01* [7], [8] apod.

Z těchto důvodů jsem si pro práci se snímáním obrazovky vybrala právě program *Free Screen to Video*. Tento program nepatří mezi aplikace nabitě funkcemi, přesto přináší zajímavé možnosti ve snadném záznamu dění na obrazovce (ploše) vašeho počítače. Pokud tedy potřebujeme vytvořit záznam dění a nebo video návod práce na počítači je *Free Screen to Video* vhodnou volbou.

Pro možnost zaznamenat video z práce na počítači ve formátu FLV nebo SWF je *Free Screen to Video* ideálním pomocníkem pro tvorbu video ukázek, které chcete následně umístit na webové stránky.

Program je vhodný například pro vytvoření video manuálů, online nápovědy nebo pro použití ve vzdělávání nebo e-learningu.

Program je možné stáhnout na internetových stránkách, viz [2].

3.1. Uživatelské pracovní prostředí

Program *Free Screen to Video* je zatím v nejnovější verzi 1.2, která vyšla 5. 3. 2010. Operační systémy, se kterými je tento program kompatibilní jsou Vista-32, Win XP, Win 2000 i nejnovější Windows 7.

Při spuštění programu *Free Screen to Video* se klasicky objeví hlavní nabídka menu, ve které si můžete zvolit možnosti nastavení výsledného souboru, viz Obr. 13.

K dispozici jsou volby pro záznam obrazovky jako celku, vybraného okna nebo jen vybrané oblasti. Výsledné soubory se ukládají ve formátech:

- *AVI (Audio Video Interleave)* - funguje jako multimediální kontejner, který obsahuje jednu nebo více datových stop. Každá stopa ukládá jeden typ dat: zvuk, video, efekty či text (pro zobrazení titulků). Každá stopa také obsahuje digitálně zakódovaný mediální tok (zakódován pomocí specifického kodeku), viz [9]
- *WMA (Windows Media Audio)* - je komprimovaný zvukový formát vyvinutý jako součást Windows Media. Byl původně určen jako náhrada za MP3 (které bylo patentované a Microsoft musí platit za jeho začlenění ve Windows), viz [10]
- *SWF (Shockwave Flash)* – je to formát souboru pro multimédia, vektorové grafiky a ActionScript v prostředí Adobe Flash. Je podporován v programech Adobe, může obsahovat soubory SWF animace nebo applety různého stupně interaktivity a funkce, viz [11]
- *FLV (Flash Video)* - formát souborů používaný k doručování videa přes Internet pomocí programu Adobe Flash Player verze 6-10. Tento formát je velmi využíván pro video na webu. Mezi uživatele formátu Flash Video patří YouTube, Hulu, Google Video, Yahoo! a mnoho dalších poskytovatelů, viz [12]

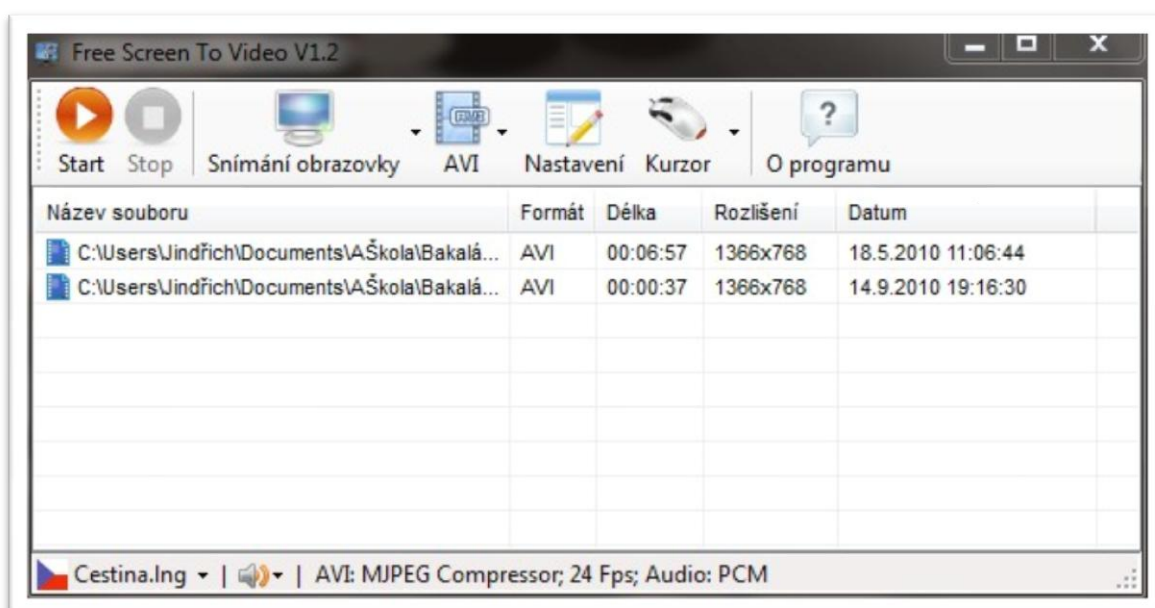
Program dále umožňuje vlastní nastavení kvality nahrávaného zvuku. Je zde podporován záznam zvuku z mikrofону. Můžeme vybrat zdroj zvuku, integrovaný nebo externí mikrofón a jeho hlasitost. Dále máme možnost navolit si velikost videa, formát, výběr kodeků pro audio i video a počet kanálů. Pro samotné nahrávání si můžete dále zvolit, zda se bude pohyb kurzoru na obrazovce snímat či ne.

Ve spodní části otevřeného dialogového okna si ještě můžete vybrat z jazyků, které tento program podporuje. Jedním z nich je i čeština, ale vzhledem k velmi jednoduché obsluze programu a přehlednému uživatelskému rozhraní, ovládání v jakémkoliv jazyce by uživateli nemělo činit žádné problémy.

Prostřední část celého okna je vyhrazena pro již existující soubory, kde je uveden jejich název a umístění na disku, formát, ve kterém byl záznam pořízen, délka, rozlišení, datum a čas záznamu.

3.2. Nahrávání obrazovky

Samotná práce je již velmi jednoduchá. Máme-li navolené všechny parametry, stačí zmáčknout tlačítko **Start**. Otevře se nám okno **Uložit jako**, kde si vybereme místo uložení souboru, zadáme jeho název a zvolíme **Uložit**. V tu chvíli začíná nahrávání naší práce. Můžeme ji kdykoliv pozastavit klávesou **F9**, touto jí i následně znovu spustit a celou práci ukončíme klávesou **F10**. V tu chvíli se nám na monitoru znovu otevře dialogové okno, kde bude jako poslední soubor zapsaná právě vytvořená práce.



Obr. 13 Pracovní prostředí Free Screen to Video

4. Kde se setkáváme s finanční matematikou

4.1. Úročení

Každý člověk se ve svém životě dostává do situací, kdy je nucen se rozhodnout, jak naloží se svými penězi. Jsou dva případy, nad kterými se můžeme zamýšlet. Peněz máme dost a chceme, aby nám další peníze přinesly a nebo naopak jich máme málo a přemýšlíme, odkud bychom si je mohli půjčit.

První alternativa je na první pohled lepší, ale možností, jak s penězi naložit je více a pokud bychom neinvestovali správně, mělo by to za následek stejné problémy, jako špatná půjčka od někoho jiného. Investovat můžeme do cenných papírů, dluhopisů nebo si třeba založit stavební spoření nebo spořicí účet.

Druhým stavem, ve kterém se můžeme ocitnout, je nedostatek peněz ke koupi věci a nutnost jejich vypůjčení. Jedná se většinou o věci do jisté míry nezbytné, které velkou či malou měrou zasahují do našeho rozpočtu. Od nákupu drobných věcí, jako jsou televizory, pračky, ledničky, po větší, nejčastěji kupujeme auta, motorky až k těm opravdu velkým nákupům, což je nákup vlastního bydlení.

Ať se jedná o první či druhý případ, vždy zde hraje roli úročení. Zde si musíme objasnit pojmy jako:

- *úrok* – to je částka, kterou navíc zaplatí dlužník věřiteli za poskytnutí peněz na určitou dobu. Úrok je tedy odměnou pro věřitele za dočasnou půjčku a riziko s ní spojené, viz [13]
- *úroková míra* – vyjadřuje, kolik procent tvoří úrok z půjčené částky za určitý čas, viz [13]
- *úrokové období* – čas, se kterým se úroková míra pojí, viz [13]. Jsou to:
 - × roční úroková míra – p.a.
 - × pololetní úroková míra – p.s.
 - × čtvrtletní úroková míra – p.q.
 - × měsíční úroková míra – p.m.
 - × denní úroková míra – p.d.
- *dobu splatnosti* – je dobou, po kterou je částka uložena nebo zapůjčena, tedy za kterou počítáme úrok, viz [13]
- *RPSN*, viz [13]

4.1.1. Jednoduché úročení

Základním druhem je tzv. *jednoduché úročení*. Je to způsob úročení, při němž se úrok za každé úrokovací období počítá z počátečního kapitálu. Používá se v případech uložení částky na dobu kratší než jeden rok. Pokud úrokovací dobu tvoří několik celých úrokovacích období a ještě část úrokovacího období na začátku nebo na konci úrokovací doby, používá se tzv. *kombinované úročení*. Úroky se vesměs připisují na konci roku a proto, začneme-li spořit v průběhu roku, je třeba nejprve jednoduché úročení, kterým spočítáme úroky ke konci prvního roku a až poté pokračujeme úročením složeným, viz [14].

Jednoduché úročení můžeme dále rozdělit na tzv. *polhůtní a předlhůtní úročení*. Základní rozdíl je v tom, kdy se úroky z počátečního kapitálu připisují. U polhůtního úročení se úroky připisují na konci úrokového období, u předlhůtního je to naopak. Úrok je splacen na začátku úrokového období. Pro oba způsoby se používají následující vzorečky:

Pro výpočet konečného kapitálu:

$$K_n = K_0 + u$$

$$u = K_0 * i * n$$

po dosazení nám vyjde vzorec pro jednoduché úrokování

$$K_n = K_0 + K_0 * i * n = K_0 * (1 + i * n),$$

kde

- u ... celková výše zaplacených úroků
- n ... počet let splácení
- K_0 ... počáteční kapitál
- i ... úroková míra vyjádřená jako desetinné číslo

Pro ilustraci rozdílu v předlhůtním a polhůtním úročení dáme takovýto příklad.

Příklad:

Potřebujeme si půjčit 40 000,- Kč. Máme dva přátele, kdy každý z nich nám může půjčit až 50 000,- Kč. První z nich, kamarád A, chce, abychom mu dluh i s úrokem 13,5 % zaplatili za rok. Druhý, kamarád B, chce úrok pouze 12,5 % p.a., ale úroky musíme zaplatit předem. Stejně jako kamarád A požaduje vrácení půjčky do jednoho roku. Která půjčka je lepší?

Řešení:

Na první pohled se zdá, že půjčka s nižším úrokem musí být výhodnější. Ověříme si to jednoduchým výpočtem.

Nejprve vezmeme polhůtní úročení u kamaráda A, kdy známe výši počátečního kapitálu $K_0 = 40\,000,-$ Kč, úrokovou míru $i = 13,5\%$ a počet let splácení $n = 1$. Vše zadáme do vzorečku pro výpočet celkové výše zaplacených úroků:

$$u = K_0 * i * n$$

$$u = 40\,000 * \frac{13,5}{100} * 1 = 5\,400,-\text{Kč}$$

Úrok, který musíme zaplatit je 5 400,- Kč při úrokové míře 13,5 %.

Druhý výpočet, u kamaráda B, se týká předlhůtního úročení. To má ten rozdíl, že námi požadovaná částka 40 000,- Kč již není výše počátečního kapitálu, ale konečného, čili $K_n = 40\,000,-$ Kč, úroková míra $i = 12,5\%$ a počet let splácení $n = 1$. Chceme tedy vypočítat výši počátečního kapitálu. Jednoduše řečeno, kolik si musíme půjčit, aby mi při zaplacení úroku 12,5 % p.a. zbylo mnou požadovaných 40 000,- Kč. Ze základního vzorce pro jednoduché úročení můžeme úpravou vyjádřit parametr K_0 a to následovně:

$$K_0 = \frac{K_n}{(1 + i * n)}$$

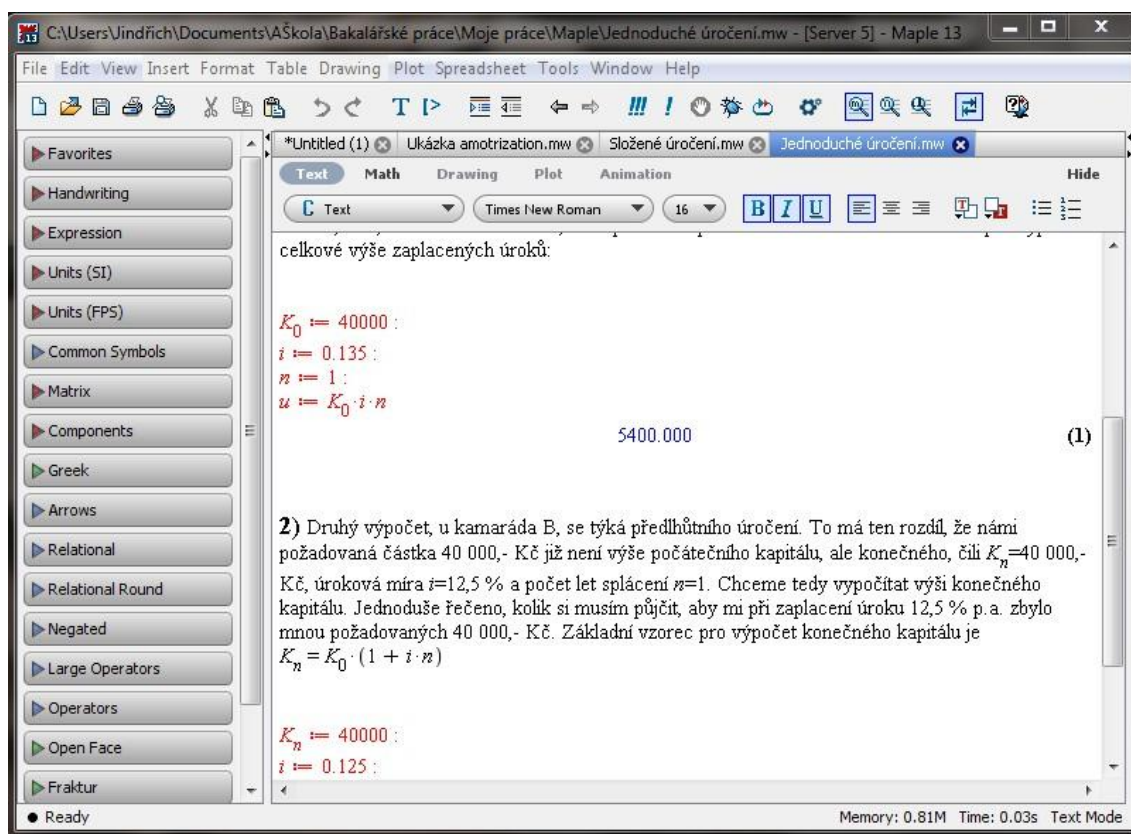
Jediný rozdíl, který musíme při zadávání provést, je změna znaménka, protože kamarád B požaduje zaplacení úroků předem, tzn. vzorec vypadá takto:

$$K_0 = \frac{K_n}{(1 - i * n)} = \frac{40\,000}{(1 - 0,125 * 1)} = 45\,714,2857\text{ Kč}$$

Což tedy znamená, že si musím půjčit 45 715,- Kč, aby mi při zaplacení úroků zůstalo 40 000,- Kč.

Porovnáme-li výši úroku, kterou musím zaplatit kamarádovi A a B vyjde mi, že půjčka A má úrok 5 400,- Kč a půjčka B 5 715,- Kč. Zde je patrné, že je výhodnější půjčit si od kamaráda A.

Nabízí se otázka, jak je možné, že půjčka s vyšším úrokem je pro mě výhodnější? Je to způsobeno tím, že u kamaráda B si musím půjčit vyšší částku (zvýšenou o okamžitě zaplacený úrok). To ve výsledku znamená, že kamarádovi A musím zaplatit úroky pouze ze 40 000,- Kč, kdežto kamarádovi B platím úroky ze 45 715,- Kč.



Obr. 14 Ukázka řešení příkladu v Maple 13

Na přiloženém DVD je řešení příkladu uvedeno ve složce Worksheets, v souboru 8) Předlůhnutí a polhůhnutí úročení.mw.

4.1.2. Složené úročení

Složené úročení je takový způsob úročení, při němž se úrok z každého úrokovacího období počítá k počátečnímu kapitálu a v dalším úrokovacím období se úročí již zúročený kapitál, viz [15].

Kapitál na konci doby splatnosti K_n vypočteme takto:

$$K_n = K_0 * (1 + i)^n$$

Základní rozdíl jednoduchého a složeného úročení je v kapitálu, který se úročí. Pro ilustraci dejme tento příklad:

Příklad:

Náš počáteční kapitál činí 10 000,- Kč s úrokovou mírou 5 % p.a. Kolik bude vyplaceno po 5 letech? Výpočet provedeme jak pro jednoduché, tak složené úročení.

Řešení:*a) Jednoduché úročení*

Pokud by šlo o jednoduché úročení, tak každý rok dostaneme z 10 000,- Kč vždy stejný úrok, tj.

$$10\,000 * 0,05 = 500, -\text{Kč}$$

Za pět let by úroky činily

$$5 * 500 = 2\,500, -\text{Kč}$$

Celková částka po pěti letech by tedy byla 12 500,- Kč

b) Složené úročení

$$1. \text{ rok: } K_1 = 10\,000 + 10\,000 * 0,05 = 10\,000 * (1 + 0,05) = 10\,500, -\text{Kč}$$

$$2. \text{ rok: } K_2 = K_1 + K_1 * 0,05 = 10\,000 * (1 + 0,05)^2 = 11\,025, -\text{Kč}$$

$$3. \text{ rok: } K_3 = K_2 + K_2 * 0,05 = 10\,000 * (1 + 0,05)^3 = 11\,576, -\text{Kč}$$

$$4. \text{ rok: } K_4 = K_3 + K_3 * 0,05 = 10\,000 * (1 + 0,05)^4 = 12\,155, -\text{Kč}$$

$$5. \text{ rok: } K_5 = K_4 + K_4 * 0,05 = 10\,000 * (1 + 0,05)^5 = 12\,763, -\text{Kč}$$

Rozdíl mezi částkami je tedy 263,- Kč.

Zde je potřeba si uvědomit, že při prodlužování doby splatnosti je konečná hodnota kapitálu při složeném úrokování výrazně vyšší než při jednoduchém úrokování. Jediným obdobím, kdy není rozdíl mezi jednoduchým a složeným úrokováním, je v prvním roce, což je způsobeno tím, že pouze ke konci prvního roku se úročí stejně velký kapitál. V dalších letech tomu již tak není.

4.1.2.1. Daně

Další věcí, kterou nesmíme opomíjet je zdanění úroku. V tomto příkladě jsme vypočítali úrok, který je před zdaněním, tzv. hrubý výnos za použití hrubé úrokové míry. Z úroku, který banka vypočte podle platné úrokové sazby, se odvádí státu daň z příjmu a to ve výši 15 %. Pro získání skutečného výnosu se od hrubého úrokového výnosu odečte zaplacená daň.

Abychom zjistili čistý výnos, musíme hrubou úrokovou míru, kterou jsme doteď používali v našich výpočtech, snížit o výši daně a nahradit ji tak čistou úrokovou mírou. Čistou úrokovou míru vypočítáme podle vzorečku:

$$i_c = i_h * (1 - d) ,$$

kde

i_c ... čistá úroková míra,
 i_h ... hrubá úroková míra,
 d ... výše daně z příjmu vyjádřeno jako desetinné číslo

Když toto převedeme do výše uvedeného příkladu vyjde nám:

a) Jednoduché úročení

Každý rok byl úrok 500,- Kč. Daň, kterou musíme odvést je 15 %, tudíž po zdanění dostaneme

$$500 * 0,85 = 425, -Kč$$

Po pěti letech dostaneme připsané úroky

$$425 * 5 = 2\,125, -Kč$$

Celkem tedy 12 125,- Kč

Původní částka konečného kapitálu byla 12 500,- Kč, na daních jsme zaplatili 375,- Kč

b) Složené úročení

U složeného úročení pro jednoduchost použijeme původní vzorec pro výpočet konečného kapitálu, do kterého dosadíme místo úrokové míry i , čistou úrokovou míru i_c

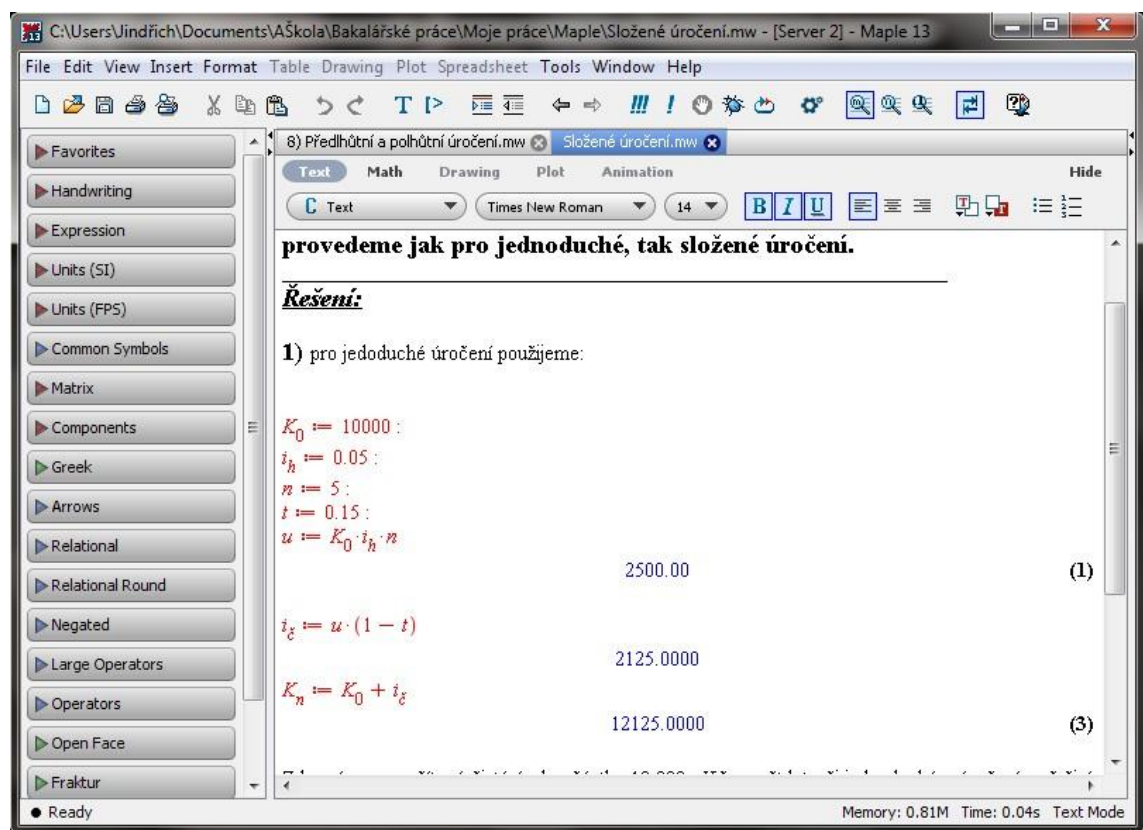
$$K_5 = K_0 * (1 + i_c)^n = K_0 * (1 + (i_h * (1 - d)))^n \\ = 10\,000 * (1 + (0,05 * (1 - 0,15)))^5$$

$$K_5 = 10\,000 * (1 + 0,0425)^5 = 10\,000 * 1,2313 = 12\,313, -Kč$$

Původní výše konečného zůstatku byla 12 763,- Kč, na daních zaplatíme 450,- Kč

Rozdíl mezi částkami je tedy 188,- Kč.

Na přiloženém DVD je příslušné komentované video ve složce Video, v souboru 2) Vliv daně na jednoduché a složené úročení.avi.



Obr. 15 Ukázka řešení příkladu v Maple 13

4.1.2.2. Inflace

Dalším faktorem, který snižuje připsané úroky je inflace. Inflace je jev, který znehodnocuje peníze. Díky ní se sníží míra zúročení peněz. V souvislosti s inflací rozlišujeme nominální a reálnou míru úrokové sazby.

- nominální úroková míra i_n nebere v úvahu inflaci v daném roce. Tuto úrokovou míru uvádějí banky
- reálná úroková míra i_r má v sobě obsaženu míru inflace v daném roce

Zjednodušený vzorec pro výpočet reálné úrokové míry vypadá takto:

$$i_r = i_n - i_i,$$

kde

- i_r ... reální úroková míra
- i_n ... nominální úroková míra
- i_i ... míra inflace

4.1.2.3. Úrokové období kratší než 1 rok

Již jsme se zmínili o různých úrokových obdobích (rok, pololetí, čtvrtletí, měsíc, den). Pokud je částka úročena častěji, bude mít za stejnou dobu větší výnosnost než ta, která je úročena méně často. V praxi to vypadá takto:

Příklad:

Uložili jsme 100 000,- Kč na šest měsíců, úroková míra je 2 % p.a. → 1 % p.s. → 0,5 % p.q. → 0,166 % p.m.

Řešení:

Pololetní úročení - zde přibyl úrok pouze jednou a to 1 % z vložené částky, což znamená, že po půl roce spoření máme na účtu o 1 000,- Kč více.

Čtvrtletní úročení – jednou za 3 měsíce se k vloženému kapitálu přičetl úrok, který se v dalším čtvrtletí také úročil. Po půl roce máme na účtu o 1 002,50 Kč více.

Měsíční úročení – úroky jsou k vkladu připisovány každý měsíc a v dalším měsíci znovu úročeny po dobu 6 měsíců. Na konci máme o 1 004,18 Kč více.

Zde je tedy patrné, že i v takto krátkém čase se kapitál zúročil nejlépe při měsíčním úročení. Čím déle by byly peníze takto uloženy, tím by byl rozdíl mezi částkami větší.

Vzoreček pro výpočet konečného kapitálu s připisováním úroků m krát do roka, roční úrokovou mírou i , dobou splatnosti n let a počátečním kapitálem K_0 vypadá takto:

$$K_n = K_0 * \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m*n}$$

4.1.3. Investování

Pokud se nám stane, že máme přebytek finančních prostředků, budeme samozřejmě chtít, aby byly tyto peníze zhodnoceny. Na běžném účtu je velmi malý úrok, takže zde nám peníze příliš nevydělávají. Takže jsou zde další možnosti a to spořicí účty. Zmíníme zde dva produkty, které se nejčastěji využívají. Jsou to termínované vklady a stavební spoření.

4.1.3.1. Termínovaný vklad

Termínovaný vklad je jednorázový vklad na bankovní účet. Tento účet nelze aktivně využívat, tzn. nemohou na něj přicházet ani z něj odcházet platby. Peníze na tomto účtu musí ležet určitou dobu, po kterou s nimi nesmíme manipulovat. Jsou některé banky, které dovolí výběr až 20 % uloženého vkladu bez sankcí a tyto vybrané peníze dokonce i zůstanou zúročené, ale většina bank tuto možnost neposkytuje. Naopak, při nedodržení smluvní doby uložení účtují sankci až ve výši 2 % uložené částky, viz [16].

Po dobu sjednaného trvání délky vkladu se peníze úročí. Vkladový účet může být úročen pevnou (fixní) nebo pohyblivou (variabilní) sazbou. Pevná sazba je stejná po celou dobu trvání vkladu. Pohyblivá sazba se mění v závislosti na vývoji úrokových sazeb na mezibankovním trhu. Sazbu u každého termínovaného vkladu si určují banky samy. Některé banky používají pouze pevné sazby, u jiných bank existuje možnost výběru pohyblivé nebo pevné sazby.

Banky termínované vklady poskytují většinou všem skupinám klientů, tzn. jak fyzickým osobám, tak i podnikatelům a právnickým osobám. Pro jednotlivé skupiny klientů bývají v bankách zpravidla určené odlišné úrokové sazby. Výše úrokové sazby záleží především na délce trvání vkladu a na jeho výši. Zpravidla platí, že čím je vklad vyšší a doba uložení delší, tím je úroková sazba vyšší.

Banka připisuje úrok podle vlastních pravidel. Jednou z možností je připsání v den splatnosti (hlavně u krátkodobých vkladů), jinou alternativou je zase připsání v určitém intervalu každé 3 měsíce (v praxi především u středně- a dlouhodobých vkladů).

Termínovaný vklad se sjednává na předem vymezenou dobu (několik dní až několik let) a na předem daný úrok. Jedná se tedy o velice bezpečný investičně-spořicí nástroj, který má však menší výnosnost než jiné, rizikovější produkty. Pomocí termínovaného vkladu můžete tedy spořit i velmi krátkou dobu. Asi nejobvyklejší doba spoření se především počítá v měsících. Méně využívané jsou dlouhodobé termínované vklady. Vzhledem k úrokovým sazbám je tedy nedoporučujeme uzavírat. V nabídce bank i jiných finančních institucí (penzijních fondů, investičních fondů či stavebních spořitelů) totiž najdete produkty nabízející v dlouhodobém spořicí horizontu i několikanásobně vyšší zhodnocení. K porovnání různých termínovaných vkladů je potřeba rozlišovat úrok vždy v % p.a., viz [17].

Termínované vklady nabízí banky i družstevní záložny.

Peníze uložené na termínovaných vkladech jsou ze zákona pojištěné do hodnoty 100 tisíc Eur.

Podle doby trvání vkladu rozlišujeme:

- krátkodobý vklad pro právnické osoby
- krátkodobý vklad (7 dní – 12 měsíců)
- střednědobý (2, 3, 4 roky)
- dlouhodobý termínovaný vklad (splatný nejdříve po 5 letech)

Nabídky úrokových sazeb se neustále mění a každá banka nabízí jiné úrokové sazby. Pro ukázkou pár vybraných bank, viz [17]:

GE Money Bank					CZK
	0 - 249 999	250 000 - 499 999	500 000 - 999 999	nad 1 000 000	
7 dní	0,15	0,20	0,25	0,30	
14 dní	0,15	0,20	0,25	0,30	
1 měsíc	0,25	0,30	0,40	0,45	
3 měsíce	0,30	0,40	0,50	0,65	
6 měsíců	0,55	0,65	0,80	1,00	
1 rok	1,10	1,20	1,40	1,50	
2 roky	2,00	2,00	2,00	2,00	
3 roky	2,40	2,40	2,40	2,40	
4 roky	2,75	2,75	2,75	2,75	
5 roků	3,00	3,00	3,00	3,00	

Poštová banka, pobočka ČR							CZK
	0 - 10 000	10 001 - 49 999	50 000 - 99 999	100 000 - 199 999	200 000 - 500 000	500 001 - 20 000 000	
1 měsíc	-	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	
3 měsíce	-	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	
6 měsíců	-	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	
1 rok	-	1,80	1,80	1,80	1,80	1,80	
2 roky	-	2,15	2,15	2,15	2,15	2,15	
3 roky	-	2,70	2,70	2,70	2,70	2,70	

Raiffeisenbank						CZK
	0 - 9 999	10 000 - 99 999	100 000 - 199 999	200 000 - 499 999	500 000 - 999 999	1 000 000 - 4 999 999
7 dní	-	-	-	0,10	0,15	0,20
14 dní	-	-	-	0,10	0,15	0,20
1 měsíc	-	0,10	0,10	0,10	0,15	0,20
2 měsíce	-	0,10	0,10	0,10	0,15	0,20
3 měsíce	-	0,20	0,20	0,30	0,40	0,40
6 měsíců	-	0,30	0,35	0,40	0,50	0,60
9 měsíců	-	0,40	0,45	0,50	0,60	0,70
1 rok	-	1,00	1,00	1,30	1,40	1,40
18 měsíců	-	1,00	1,10	1,50	1,70	1,70
2 roky	-	1,40	1,40	1,80	2,50	2,50
3 roky	-	1,90	1,90	2,20	2,80	2,80
4 roky	-	2,00	2,00	2,50	3,00	3,00

JT Bank CZ		CZK
	0 - 499 999	nad 500 000
1 rok	-	3,00
2 roky	-	4,00
5 roků	-	4,50

Obr. 16 Sazby u termínovaných vkladů vybraných bank

4.1.3.2. Stavební spoření

Co je vlastně stavební spoření? Mohli bychom ho definovat jako spoření se spoluúčastí státu ve formě státní podpory a s výhodnými podmínkami úvěru pro financování bydlení. Získání státní podpory stavebního spoření je vázáno na dobu spoření nejméně 6 let. Potom může klient peníze vybrat a použít na libovolný účel, nebo může požádat o úvěr ze stavebního spoření určený na financování bydlení, viz [18].

Na český trh se stavební spoření dostalo v 90. letech, z iniciativy Ústřední rady družstev, schválením zákona č. 96/1993 Sb., o stavebním spoření a státní podpoře

stavebního spoření. Patří tedy u nás mezi nejmladší finanční produkty. Na českém finančním trhu bylo na počátku 90. let šest stavebních spořitelén, nyní je jich pět, viz [18].

Jednotlivé platby je možné poukázat buď v měsíčním intervalu, nepravidelně, či jednou za rok. Ke své naspořené částce klient obdrží ještě státní podporu ve výši 15 % z ročně uspořené částky, maximálně však 3 000 Kč. Optimální ročně uspořená částka je tedy 20 000 Kč. Navíc jsou vklady a státní podpory úročeny 1 – 2 % p. a., dle smlouvy o stavebním spoření. Nárok na státní podporu však vzniká pouze při dodržení vázací doby 6 let, tzn., že klient peníze nemůže vybrat dříve jak za 6 let. Toto platí pro smlouvy uzavřené po 1. 1. 2004. U smluv uzavřených před tímto datem byla státní podpora ve výši 25 % z ročně uspořené částky, nejvíce však 4 500 Kč (optimální roční částka byla 18 000 Kč) a vázací doba byla 5 let. Na státní podporu nemají nárok právnické osoby. Státní podpora se připisuje na rodné číslo, takže 1 osoba nemůže pobírat více státních podpor ze stavebního spoření, ale smluv může mít, kolik chce. Výjimkou je situace, kdy účastník stavebního spoření, který pobírá na svoji smlouvu státní podporu, další spořicí smlouvu se státní podporou zdědí, viz [19].

Naspořené peníze lze po uplynutí vázací doby použít bez jakéhokoliv omezení. Částku získanou jako úvěr smí klient použít pouze na účely stanovené zákonem. A to na koupi, výstavbu či opravy ubytovacích prostor či jejich pevně vestavěného vybavení (např. ústředního topení). Prostředky získané úvěrem smí klient využít na stanovené účely i ve prospěch osoby blízké (viz ustanovení zákona), viz [19].

Pokud se klient rozhodne stavební spoření ukončit před uplynutím vázací doby a vybrat peníze, může tak učinit, ale ztrácí veškerou státní podporu a případně musí zaplatit i pokutu ve výši 0,5 % z cílové částky.

Stavební spoření je považováno za jeden z nejbezpečnějších a nejvýhodnějších finančních produktů na českém trhu. Právo provozovat stavební spoření mají pouze specializované banky na základě zvláštního oprávnění a zároveň zákon omezuje obchodní aktivity stavebních spořitelén. Navíc klient již při podpisu smlouvy přesně ví, kolika procenty se mu budou prostředky úročit, jaké jsou podmínky pro státní podporu a jaká bude úroková sazba případného úvěru. Výnosnost smluv o stavebním spoření se při zpětném přepočtu pohybuje kolem 6 % ročně a to vše téměř bez jakéhokoliv rizika. Svoji výnosností se tak dá srovnávat s investicí na kapitálovém trhu, ovšem pouze při spoření optimálních částek, viz [18].

Vzoreček pro výpočet naspořené částky je:

$$VK = a * \frac{(1 + i)^n - 1}{i},$$

kde

$a...$ výše měsíční úložky
 $i...$ úroková sazba
 $n...$ počet let spoření

Vzoreček pro výši státní podpory je:

$$SP = PV * (1 + i)^n,$$

kde

$PV...$ státní podpora za dobu spoření

Na konci roku 2010 se projednávaly změny v pravidlech stavebního spoření. Toto jsou navrhované změny a jejich případný dopad na výnosnost tohoto populárního spoření

Navrhované změny se dotýkají těchto bodů:

- snížení státní podpory ze 3.000 a 4.500 na jednotné 2.000 od roku 2011 (připsání v roce 2012)
- zdanění úroků připisovaných na účet od 1. ledna 2011 (spořitelny připisují úroky k 31. prosinci)
- zdanění úrokových bonusů - v jistém slova smyslu tak dojde ke zpětnému zdanění, protože úrokové bonusy jsou připisovány za celou dobu smlouvy až při jejím ukončení (ČNB marně navrhovala výjimku)
- zdanění státní podpory za rok 2010 (připis v roce 2011) speciální 50 % daní
- státní podpora bude vyplacena jen při účelovém vynaložení úspor (bude se týkat jen smluv uzavřených pravděpodobně od roku 2013)

A zde jsou schválené body novely omezující státní podporu stavebního spoření, kterou podepsal 29.11.2010 prezident Václav Klaus:

- snížení ročního státního příspěvku u všech smluv na 10 % z maximálně 20.000 Kč (tedy max. 2.000)
- zdanění příspěvku za rok 2010, který bude vyplacen v roce 2011, daní se sazbou 50 %,
- zrušení daňového osvobození úrokových výnosů z vkladů (zavedení sazby 15 %), které se týká úroků připsaných po nabytí účinnosti novely zákona, tedy po 1.1.2011, viz [20].

Schválení těchto bodů znamená, že se sníží výnosnost stavebního spoření. Zatímco dosud spousta klientů považovala stavební spoření „se starou státní podporou“, za zlatonosné, pak případné srovnání státní podpory na všech smlouvách na 2.000,- Kč zvýrazní nevýhodnost prodlužování smluv.

Banky, které poskytují stavební spoření v Česku:

- Stavební spořitelna ČS
- Českomoravská stavební spořitelna
- Modrá pyramida stavební spořitelna
- Raiffeisen stavební spořitelna
- Wüstenrot stavební spořitelna

Příklad:

Běžná rodina má v rozpočtu volných 520 000,- Kč. Peníze nepotřebují k okamžitému použití, tak zvažují následující možnosti. Mohou pro všechny ze své čtyřčlenné rodiny založit stavební spoření na 6 let. Kde při vkladu 1 800,-Kč každý měsíc dostanou státní podporu 2 000,- ročně a k tomu bude ještě jejich vklad zúročen 2% ročně. Nebo veškeré peníze uloží na termínovaný vklad na dobu 5-ti let a ty budou úročeny 3,5 % p.a. a daň z příjmů je 15 %? Co je pro rodinu výhodnější?

Na přiloženém DVD je příslušné komentované video ve složce Video, v souboru 3) Rozdíl mezi stavebním spořením a termínovaným vkladem.avi.

4.2. Úvěry

Úvěr je formou dočasného postoupení zboží nebo peněžních prostředků věřitelem (osobou či institucí) dlužníkovi (osoba či instituce) na určitou dobu a za určitou odměnu (úrok).

Poskytování úvěru patří mezi základní činnosti bank. Je to hlavní položka jejich aktiv, která jim zajišťuje příjmy. Nejsou však exkluzivitou banky, protože ty nejsou jediné, kdo je může poskytovat. Půjčku můžete získat i od nebankovních institucí, jako jsou např. splátkové společnosti. Úvěry lze podmínit (tj. účelové úvěry), a to pořízením konkrétní věci, využitím určité služby.

Úvěr se uzavře mezi bankou (či případným jiným poskytovatelem) a fyzickou (právníkou) osobou většinou uzavřením úvěrové smlouvy. U běžných úvěrů jsou podmínky, které musí žadatel o úvěr splnit, standardizované a odvíjejí se od toho, zda se jedná o fyzickou, či právníkou osobu. U fyzických osob jsou jednodušší, neboť se nejedná o velké sumy a navíc těchto úvěrů se poskytuje mnoho.

Základní informace, které bychom měli znát, než podepíšeme se společností smlouvu o úvěru jsou tyto, viz [21]:

- jaký je účel úvěru
- jak vysoký úvěr budeme požadovat
- na jak dlouhou dobu si úvěr chceme vzít
- jaká bude výše splátky
- jakou úrokovou sazbu a RPSN (u spotřebitelských úvěrů) instituce nabízí
- jak vysoký je poplatek za žádost o úvěr
- jsou nějaké sankce za předčasné splacení
- je součástí úvěru pojištění proti neschopnosti splácet či jiná pojištění

Druhy úvěru podle formy poskytnutí a splacení viz [22]:

- *Krátkodobé – doba splacení do 1 roku*
 - ✗ *kontokorentní úvěr* – je spojen s běžným účtem a s možností čerpat krátkodobě úvěr do výše limitu, který nám banka poskytla
 - ✗ *eskontní úvěr* – souvisí s odkoupením (tzv. eskontem) směnky klienta před dobou splatnosti směnky
 - ✗ *akcepční úvěr* – banka neposkytuje přímo peníze, ale akceptuje cizí směnku vystavenou klientem
 - ✗ *revolvingový úvěr* – klient může čerpat úvěr opakovaně, nemusí se znovu sepisovat smlouva, jedinou podmínkou je splacení předešlé půjčky
 - ✗ *lombardní úvěr* – úvěr je zajištěn zástavou movité věci
- *Střednědobé a dlouhodobé – splatnost od 1 roku do 10 let*
 - ✗ *hypoteční* – jištěný zástavou nemovitosti
 - ✗ *emisní* – spojený s emisí dlouhodobých cenných papírů
 - ✗ *spotřební půjčky občanům*
- *Zvláštní forma úvěru*
 - ✗ *faktoring* – odkup krátkodobých pohledávek (do 1 roku)
 - ✗ *forfaiting* – odkup dlouhodobých pohledávek (nad 1 rok)

4.2.1. RPSN - roční procentní sazba nákladů

Protože úvěry různých institucí mají rozdílné výše poplatků a rozdílné doby splacení, je obtížné je porovnat. Přesto existuje jeden ukazatel, který dokáže posoudit finanční náročnost úvěru. Toto číslo, které má umožnit spotřebiteli lépe vyhodnotit výhodnost nebo nevýhodnost poskytovaného úvěru je roční procentní sazba nákladů, neboli RPSN. RPSN udává procentuální podíl z dlužné částky, který musí spotřebitel zaplatit za období jednoho roku v souvislosti se splátkami, správou a dalšími výdaji spojenými s čerpáním úvěru, viz [23].

Poskytovatel spotřebitelského úvěru je v Česku od 1. ledna 2002 ze zákona povinen uvádět u své nabídky i RPSN (tato povinnost je částečně omezena, RPSN se nemusí uvádět např. u úvěrů nižších než 5000 Kč nebo vyšších než 800 000 Kč, u úvěrů splatných nejdéle do tří měsíců apod.). Pokud poskytovatel tuto povinnost nesplní, je jím poskytnutý úvěr automaticky úročen diskontní sazbou ČNB (což je zpravidla pro zákazníka výrazně výhodnější) viz [23].

Stanovení RPSN se řídí Směrnicemi evropského parlamentu a rady 2008/48/ES z roku 2008 a počítá se podle vzorce, viz [24]:

$$V = \sum_{k=0}^m \frac{A_k}{(1+i)^{t_k}},$$

kde

- $V \dots$ výše půjčky
- $k \dots$ číslo splátky nebo platby poplatků
- $m \dots$ počet splátek
- $A_k \dots$ výše k-té splátky a může obsahovat i poplatky spojené s půjčkou
- $t_k \dots$ interval, vyjádřený v počtu roků a ve zlomcích roku, ode dne poskytnutí půjčky do dnů splátek nebo úhrad poplatků
- $i \dots$ hledaná RPSN vyjádřená jako desetinné číslo

Základní rovnice vyjadřující ekvivalent půjček na jedné straně a splátek a poplatků na straně

$$\sum_{k=1}^{k=m} \frac{A_k}{(1+i)^{t_k}} = \sum_{k'=1}^{k'=m'} \frac{A'_{k'}}{(1+i)^{t_{k'}}},$$

kde

- $k \dots$ je číslo půjčky
- $k' \dots$ je číslo splátky nebo platby poplatků
- $A_k \dots$ je částka čísla půjčky K
- $A'_{k'} \dots$ je částka čísla splátky K'
- $m \dots$ je číslo poslední půjčky
- $m' \dots$ je číslo poslední splátky nebo platby poplatků
- $t_k \dots$ je interval, vyjádřený v rocích a zlomcích roku, mezi datem půjčky č. 1 a daty následujících půjček č. 2 až m
- $t_{k'} \dots$ je interval, vyjádřený v rocích a zlomcích roku, mezi datem půjčky č. 1 a dat splátek nebo plateb poplatků č. 1 až m'
- $i \dots$ je sazba v procentech

Triviálním příkladem je jednoduchá půjčka na jeden rok bez průběžných splátek, jakýchkoli poplatků atd. Pokud tedy banka poskytne 1. ledna 2011 půjčku 100 000 Kč, na kterou musí 1. ledna 2012 dlužník vrátit 110 000 Kč, RPSN se spočítá tak, aby platilo:

$$100\,000 = \frac{110\,000}{(1+i)}$$

takže

$$i = \frac{110\,000}{100\,000} - 1 = 0,1 = 10\%$$

V tomto případě je tedy RPSN shodné s ročním úrokem a také s „navýšením“, tzn. s poměrem, o kolik více dlužník celkem zaplatí.

Ale již při drobné úpravě zadání, kdy se místo jednorázového splacení použijí dvě stejně velké splátky (55 000, aby zůstala zachována celkem splacená částka) po půl roce, je situace jiná. Zde pro RPSN platí:

$$100\,000 = \frac{55\,000}{(1+i)^{0,5}} + \frac{55\,000}{(1+i)}$$

Z toho lze vypočítat, že

$$i \approx 13,6 \%$$

Banky nabízejí různé výše RPSN od 18 % výš. Jednoduše si sami můžete zjistit výhodnost či nevýhodnost nabízeného úvěru. Nejjednodušší je zadáním parametrů do tzv. kalkulačky RPSN, kterou naleznete na internetových stránkách, viz [25]:

Výše úvěru: 100000 Kč

Perioda splátek: pololetní

Počet splátek: 2

Výše splátky: 55000 Kč

Vypočítat

RPSN

13,628 %

Celkem zaplatíte: 110 000 Kč

Obr. 17 Kalkulačka RPSN

Při zkoumání výhodnosti půjček je tedy nutné vždy znát výši RPSN. Podíváme se na tabulku výše RPSN u nebankovních institucí nabízející půjčky od 3 000,- Kč do 50 000,- Kč s týdenní platbou na dobu 30 – 60 týdnů

Výše půjčky	Doba splacení (týdnů)	Týdenní splátka	Souhrnný poplatek	RPSN	Celkem ke splacení
18 000,-	30	990,-	11 412,-	512,59	29 412,-
18 000,-	45	702,-	13 068,-	299,81	31 068,-
18 000,-	60	558,-	15 048,-	224,28	33 048,-

Jak je možné, že RPSN za předpokladu doby splatnosti 30 týdnů a přeplacení vypůjčené částky o 11 412,- Kč, tj. 61 % z 18 000,- Kč, je tak vysoká? Důvodem je čas. Vypůjčené peníze musíme vrátit do 30 týdnů, tedy přibližně 7 měsíců. Dále se splácí týdně, což má velký vliv na zvýšení RPSN. Za měsíc bychom zaplatili 3 960,- Kč a toto je značně vysoká částka, kterou rodinný rozpočet nemusí zvládnout, viz [III].

Příklad:

Vypůjčili jsme si 10 000,- Kč a máme předepsané splátky:

a) splácíme ve 4 předepsaných splátkách

za 3 měsíce (91 dní) 2 720,- Kč

za 6 měsíců (182 dní) 2 720,- Kč

za 9 měsíců (243 dní) 2 720,- Kč

za 12 měsíců (365 dní) 2 720,- Kč

b) splácíme ve 2 stejných splátkách

za 6 měsíců (182 dní) 5 440,- Kč

za 12 měsíců (365 dní) 5 440,- Kč

c) v jedné splátce na konci roku

za 12 měsíců (365 dní) 10 880,- Kč

Konečná částka, kterou zaplatíme je vždy stejná 10 880,- Kč. Jaká je výše RPSN u jednotlivých splátek?

Řešení:

Pokud budeme zadávat do vzorců, je výpočet složitější. Pro představu pár prvních řádků z výpočtu typu a)

$$\begin{aligned}
10\,000 &= \frac{2\,720}{(1+i)^{\frac{91}{365}}} + \frac{2\,720}{(1+i)^{\frac{182}{365}}} + \frac{2\,720}{(1+i)^{\frac{243}{365}}} + \frac{2\,720}{(1+i)^{\frac{365}{365}}} = \dots \\
&= \frac{2\,720}{(1+i)^{\frac{3}{12}}} + \frac{2\,720}{(1+i)^{\frac{6}{12}}} + \frac{2\,720}{(1+i)^{\frac{9}{12}}} + \frac{2\,720}{(1+i)^{\frac{12}{12}}} = \dots \\
&= \frac{2\,720}{(1+i)^{0,25}} + \frac{2\,720}{(1+i)^{0,5}} + \frac{2\,720}{(1+i)^{0,75}} + \frac{2\,720}{(1+i)^1}
\end{aligned}$$

Postupnou aproximací nám vyjde $i = 0,13185$, po zaokrouhlení to dělá 13,2 %.
Druhou možností máme využít program Maple 13.

Na přiloženém DVD je příslušné komentované video ve složce Video, v souboru 4) Vliv času na hodnotu RPSN.avi.

4.2.2. Nejčastěji využívané úvěry

Mezi nejvyžívanější typy úvěrů patří hlavně kontokorentní úvěr, úvěr vázaný na kreditní kartu, spotřebitelský úvěr, hypoteční úvěr a leasing. Jednotlivé typy si přiblížíme:

4.2.1.1. Kontokorentní úvěr

Kontokorentní úvěr umožňuje čerpat peníze, které na účtu nemáme, tudíž nám je banka půjčuje. Za tyto peníze, které si vybereme navíc, musíme platit úrok. Tento úrok se nazývá debetní a pohybuje se mezi 10 – 20 % p.a. Výši půjčky určuje banka. Většinou se jedná o průměrnou mzdu za poslední 3 měsíce. Úvěr se splácí automaticky, buď částečně, nebo zcela pokaždé, když na účet dojde jakákoliv platba. Poté je opět možné kontokorentní úvěr využít. Tento typ úvěru lze doporučit, pokud si chceme vypůjčit menší částku a je reálná šance, že ji v brzké době splatíme.

4.2.1.2. Kreditní karta

Tato karta je vázaná na úvěrový účet. Kartu můžeme používat jak pro platbu za zboží a služby, tak pro výběr hotovosti a peníze z ní si půjčujeme. Tyto peníze musíme vrátit buď jednorázovou platbou nebo předepsanými měsíčními platbami. Každá karta má stanovený tzv. úvěrový rámec, který můžeme čerpat. Zde je přesně uvedena částka, kterou smíme denně využívat jak pro bezhotovostní styk, tak pro výběr hotovosti. Výše měsíční splátky záleží na tom, kdo kreditní kartu vydal, zda banka nebo splátková společnost. Banka stanovuje měsíční splátku ve výši minimálně 5 %, splátková společnost minimálně 4 – 5 % z úvěrového rámce. Další rozdíl mezi kreditní kartou vydanou bankou a splátkovou společností je výše úrokové sazby. Banky mají úrokové sazby nižší. Rozmezí úrokových sazeb je tedy široké, mezi 18 – 30 % p.a.

Některé kreditní karty mají tzv. bezúročné období. Toto období bývá zpravidla 45 - 55 dní. Pokud peníze vrátíme v tomto období, nemusíme platit žádné úroky.

4.2.1.3. Spotřebitelský úvěr

Spotřebitelský úvěr je jeden z úvěrů určený pro jednotlivce na nepodnikatelské účely. Slouží především k nákupům spotřebního zboží, automobilu, vybavení domácnosti a podobně.

Spotřebitelský úvěr běžně zajišťují banky a další finanční instituce, existují ale i úvěrové společnosti, které se na ně specializují. Strana, která finanční hotovost poskytuje, z úvěru získává úrok. Jeho výše může být různá, ale většinou se pohybuje mezi 8,5 % a 15,9 % ročně, viz [21].

Spotřebitelský úvěr je klasicky splácen v měsíčních splátkách. Tyto si může každý zvolit podle svých finančních možností a podle nabídky úvěrové společnosti, nebo mu je poskytovatel úvěru předepíše.

Spotřebitelský úvěr může nebo nemusí být zajištěný ručením. Jejich zajištění však zvyšuje bance jistotu, že v případě problémů ze strany klienta dostane svoje peníze zpět a nese s sebou zpravidla nižší úrok. Banka si může nechat prověřit bonitu klienta či stanovit úvěrům limity. U některých úvěrů tak dlužník ručí zastavením svého (většinou nemovitého) majetku bance, jindy například směnkou nebo uzavřeným životním pojištěním s případným plněním ve prospěch banky. V případě abstraktního zajištění přímá vazba mezi úvěrem a zajištěním neexistuje – v takovém případě se ale nejedná o konkrétní směnku, ale v podstatě jakoukoliv, která bance zajistí vrácení vlastních peněz. Potřeba zajištění ručením bývá nutná, pokud je výše půjčované částky vyšší než určitý limit, který se v současnosti pohybuje přibližně kolem půl milionu korun (půjčky nad milion korun není obvyklé řešit tímto typem úvěru). Je-li ručení vyžadováno, musí ten, který si chce spotřebitelský úvěr vzít, ručit nějakou movitou věcí nebo nemovitostí, nebo sehnat ke svému úvěru ručitele, viz [26].

U tohoto úvěru je velmi důležité, zjistit nejen výši úrokové sazby ale i RPSN, protože to se může pohybovat od 25 % do neuvěřitelných 500 %.

4.2.1.4. Hypoteční úvěr

V současné době je jeden z nejlevnějších způsobů financování vlastního bydlení hypoteční úvěr. Hypoteční úvěr je úvěr zajištěný zástavním právem k nemovitosti. Nejčastěji je využit k nákupu nemovitosti za účelem bydlení či pronájmu.

Tyto úvěry bývají poskytovány převážně bankami a zprostředkovány hypotečními makléři či finančními poradci. Dle ekonomů je úvěr na bydlení jedinou rozumnou půjčkou a patří do kategorie tzv. zdravého zadlužování. Člověk jím investuje do věci (do nemovitosti), jejíž životnost výrazně převyšuje délku samotného splacení.

Hypotéky řadíme k dlouhodobým úvěrům. Mívají dobu splatnosti od 5 do 45 let. Záleží na věku žadatele o hypotéku, neboť hypotéky jsou poskytovány tak, aby v roce splacení bylo klientovi maximálně 65 let (některé banky mají posunutou hranici věku klienta až na 70 let).

U hypotéky se dá říct, že je úroková sazba pohyblivá, neboť sazba je pevná pouze na určitou dobu. Zpravidla na 1 rok až 15 let, dle volby klienta. Doba, po kterou se sazba nemění, je označována jako doba fixace hypotéky. Klient ví, že po dobu fixace nemůže banka změnit úrokovou sazbu, z čehož vyplývá, že zůstává po tuto dobu zachována výše splátky. Na druhou stranu klient nemůže v průběhu fixace hypoteční úvěr předčasně splatit bez sankcí, viz [27].

Jednoduchá hypoteční kalkulačka je opět na internetových stránkách pod tímto odkazem, viz [28]:

Výsledky pro zadané parametry: výše půjčky 1 200 000,- Kč, doba splatnosti 10 let.

banka	minimální úr. sazba	poplatek za úvěr	vedení účtu (měsíčně)	splátka úvěru	celkové náklady	reálná sazba
Česká spořitelna	4.09%	10 800,-	150,-	12 201,-	12 441,-	4.51%
ČSOB	4.19%	8 400,-	150,-	12 258,-	12 478,-	4.57%
GE Money Bank	4.29%	0,-	150,-	12 315,-	12 465,-	4.55%
Hypoteční banka	3.99%	8 400,-	150,-	12 144,-	12 364,-	4.37%
Komerční banka	3.75%	9 600,-	100,-	12 007,-	12 187,-	4.07%
mBank	3.75%	0,-	0,-	12 007,-	12 007,-	3.75%
Raiffeisenbank	5.29%	9 600,-	100,-	12 899,-	13 079,-	5.59%
UniCredit Bank	3.50%	9 600,-	150,-	11 866,-	12 096,-	3.91%
Volksbank CZ	4.29%	9 000,-	150,-	12 315,-	12 540,-	4.68%
Wüstenrot	3.71%	9 600,-	150,-	11 985,-	12 215,-	4.11%

Obr. 18 Výše splátek hypotéky

Od 1. ledna 2011 zákon, viz [29] změnil možnosti kombinovat klasickou hypotéku s neúčelovou. Do této doby měl každý možnost vzít si až 20 % z poskytnuté výše hypotečního úvěru a využít ji na cokoliv. Změněný zákon o spotřebitelském úvěru poskytování hypoték s neúčelovou částí nezakazuje, ale stal se nevýhodnějším a rizikovějším pro banky. Klient by totiž mohl od smlouvy do 14 dnů od podpisu ustoupit, nebo ji bez velkých sankčních poplatků předčasně splatit, viz [29].

Další navrhovanou změnou je zrušení možnosti odečtu úroků ze základu daně, čímž by se hypotéka zase o trošku prodražila, viz [30].

Méně běžné je poskytnutí nemovitosti jako záruky za půjčku neúčelovou, často označovanou jako *americká hypotéka*. Ta se od běžné hypotéky liší možností využít peníze jakýmkoliv způsobem. Tento způsob půjčky obvykle bývá o něco levnější než spotřebitelský úvěr. K americkým hypotékám se váže vyšší úroková míra než ke klasickým hypotékám a kratší doba splatnosti. Minimální výše hypotéky je 200.000 Kč

a maximální 5.000.000 Kč. Doba splatnosti se pohybuje mezi 3 až 20 lety. Úvěr však také můžete kdykoliv splatit předčasně a to zcela bez poplatků či jiných sankcí.

Opět jednoduchá kalkulačka na americké hypotéky je na těchto stránkách, viz [31].

Název instituce	Název produktu	Min. výše úvěru	Roční úroková sazba od	Max.splatnost	
Československá obchodní banka	Americká hypotéka	200 000 Kč	8.74 %	20 let	☐
GE Money Bank	Americká hypotéka	200 000 Kč	8.29 %	20 let	☐
Hypoteční Banka	Americká hypotéka	200 000 Kč	8.74 %	20 let	☐
KB - Komerční banka	Garant	200 000 Kč	individuální	10 let	☐
LBBW Bank CZ a.s.	Americká hypotéka	250 000 Kč	8.29 %	25 let	☐
Poštovní spořitelna	Americká hypotéka	200 000 Kč	individuální	20 let	☐
UniCredit Bank Czech Republic	Hypoteční úvěr neúčelový	200 000 Kč	5.95 %	20 let	☐
Volksbank CZ	Americká hypotéka	200 000 Kč	individuální	20 let	☐

[Porovnat vybrané](#)

Obr. 19 Americké hypotéky - srovnání

Jak se vlastně hypotéky splácejí. Zpravidla je to v pravidelných, stejně vysokých splátkách. Tyto splátky se nazývají anuita. Anuita se skládá ze dvou částí. Je to úrok a úmor. Úmor je tou částí hypotéky, která snižuje částku, kterou dále dlužíme bance. Anuita je po celou dobu splácení stejná, ale výše obou složek se v průběhu let mění. Na počátku je vyšší úrok a úmor nižší a kolem poloviny celkové doby splácení se tento poměr mění.

Ukázka splátek, výpočet úroku a úmoru na počátku a konci splácení:

Výše hypotečního úvěru:	2 200 000 Kč
Splatnost:	25 let
Fixace:	0 let
Úroková míra (orientační výše):	3.3 %
Počet splátek:	300

Měsíc/Rok	Úrok(Kč)	Úmor	Splátka(Kč)	Zbytková jistina(Kč)
03/2011	807	0	807	2 200 000
04/2011	6 050	4 730	10 780	2 195 270

05/2011	6 037	4 743	10 780	2 190 527
06/2011	6 024	4 756	10 780	2 185 771
07/2011	6 011	4 769	10 780	2 181 002
08/2011	5 998	4 782	10 780	2 176 220
09/2011	5 985	4 795	10 780	2 171 425
10/2011	5 971	4 809	10 780	2 166 616
11/2011	5 958	4 822	10 780	2 161 794
12/2011	5 945	4 835	10 780	2 156 959
01/2012	5 932	4 848	10 780	2 152 111
02/2012	5 918	4 862	10 780	2 147 249
03/2012	5 905	4 875	10 780	2 142 374

....

03/2035	377	10 403	10 780	126 694
04/2035	348	10 432	10 780	116 262
05/2035	320	10 460	10 780	105 802
06/2035	291	10 489	10 780	95 313
07/2035	262	10 518	10 780	84 795
08/2035	233	10 547	10 780	74 248
09/2035	204	10 576	10 780	63 672
10/2035	175	10 605	10 780	53 067
11/2035	146	10 634	10 780	42 433
12/2035	117	10 663	10 780	31 770
01/2036	87	10 693	10 780	21 077
02/2036	58	10 722	10 780	10 355
03/2036	28	10 355	10 383	0

Příklad:

Rodina si na koupi bytu musí půjčit částku 2 200 000,- Kč. Chtějí, aby zatížení rodinného rozpočtu splátkou bylo co nejmenší. Z tohoto důvodu volí dobu splácení na 25 a 30 let. Určete, která hypotéka je ve výsledku pro rodinu výhodnější. První banka nabízí tyto podmínky:

Výše hypotečního úvěru:	2 200 000,- Kč
Splatnost:	25 let
Počet splátek:	300
Úroková míra (orientační výše):	3,89 %
Výše splátek:	10 436,- Kč
Poplatek za žádost o hypotéku:	0,8 %, min. 9 000,- max. 28 000,- Kč
Správa úvěrového účtu:	150,- Kč
Odhad nemovitosti:	zdarma

a druhá tyto podmínky:

Výše hypotečního úvěru:	2 200 000,- Kč
Splatnost:	30 let
Počet splátek:	360
Úroková míra (orientační výše):	3,67 %
Výše splátek:	9 175,- Kč
Poplatek za žádost o hypotéku:	0,8 %, min. 9 000,- max. 25 000,- Kč
Správa úvěrového účtu:	100,- Kč
Odhad nemovitosti:	zdarma

Řešení:

Podíváme se na jednotlivé banky.

Banka A má celkovou splátku: $10\,436 \cdot 300 = 3\,130\,800$, –Kč

Zpracování hypotéky: $2\,200\,000 \cdot 0,8 = 17\,600$, –Kč

Poplatek za vedení účtu: $150 \cdot 300 = 45\,000$, –Kč

Celkové náklady tedy jsou: $3\,130\,800 + 17\,600 + 45\,000 = 3\,193\,400$ – Kč

O co zaplatíme více: $3\,193\,400 - 2\,200\,000 = 993\,400$, –Kč

Banka B má celkovou splátku: $9\,175 \cdot 360 = 3\,303\,000$, –Kč

Zpracování hypotéky: $2\,200\,000 \cdot 0,8 = 17\,600$, –Kč

Poplatek za vedení účtu: $100 \cdot 360 = 36\,000$, –Kč

Celkové náklady tedy jsou: $3\,303\,000 + 17\,600 + 36\,000 = 3\,356\,600$, –Kč

O co zaplatíme více: $3\,356\,600 - 2\,200\,000 = 1\,156\,600$, –Kč

Rozdíl mezi bankami A a B: $3\,356\,600 - 3\,193\,400 = 163\,200$, –Kč

Výše splátky u banky B je o 1 261,- Kč nižší i výše úroků je o 0,22 % nižší, což by mohlo vést k domněnce, že je tato hypotéka výhodnější. Ale v celkovém součtu splátek a poplatků vychází banka A o 163 200,- Kč lépe. Další důležitou věcí, kterou nesmíme opomíjet, je nižší doba splácení a tím i zatížení rodinného rozpočtu je o 5 let kratší.

4.2.1.5. Leasing

Leasing je finanční produkt, kterým je možné financovat pořízení většinou movité věci. Je charakterizován především vazbou na financovaný předmět. Je to produkt, který se objevil v ČR teprve po roce 1989 a má za sebou několik let poměrně rychlého rozvoje. Existuje několik druhů leasingu, obvykle rozlišujeme finanční leasing, operativní leasing, dále se mluví o zpětném leasingu, kaptivním leasingu atd. Hlavní rozdíl mezi jednotlivými typy leasingu je v tom, zda se po ukončení doby splácení stává nájemce vlastníkem dané nemovitosti či nikoliv.

Kromě leasingu nabízejí v poslední době leasingové společnosti i další produkty jako spotřebitelský (zákaznický) úvěr, splátkový prodej apod. Pro leasingovou společnost tyto produkty představují vyšší riziko a jsou proto většinou dražší než finanční leasing, viz [33].

Členové České leasingové a finanční asociace ČR [32].

Název	Město
ECS International Czech Republic	Praha
Fortis Lease Czech	Praha
Business Lease	Praha 5
SG Equipment Finance Czech Republic	Praha 4
Agro Leasing J. Hradec	Jindřichův Hradec
ALD Automotive	Praha 10
Archer Sheridan	Praha 5
Arval CZ	Praha 4
BAWAG Leasing & Fleet	Praha 2
Bohemia	Olomouc
BN Leasing	Benešov u Prahy
Cetelem ČR	Praha 5
Cofidis	Praha 5
Commerz Real CZ	Praha 1
Conlink Leasing	Praha 5
Credium	Praha 13
Česká finanční a záruční	Říčany u Prahy
ČSOB Factoring	Praha 10
ČSOB Leasing	Praha 4
Dimension	Brno
Deloitte Advisory	Praha 8
Deutsche Leasing ČR	Praha 5

Obr. 20 Seznam členů leasingové a finanční asociace ČR

- finanční leasing – tento typ je určen hlavně pro dlouhodobé pronajímání věci a její odkup po určité době. U finančního leasingu může nájemce zaplatit mimořádnou první splátku, tzv. akontaci a pak dále splácet v pravidelných intervalech. Dále se finanční leasing vyznačuje tím, že předmět leasingu je po celou dobu financování majetkem leasingové společnosti a až na konci leasingu přechází předmět do vlastnictví zákazníka. Vzhledem k tomu, že předmět financování je po celou dobu ve vlastnictví financující společnosti, má tato společnost významně nižší riziko při nedobytnosti pohledávky. Ta může využít § 185 trestního zákoníku o „neoprávněném užívání cizí věci“. Další rizika, jako odcizení nebo zničení jsou kryta z havarijního pojištění. Sám zákazník si může sjednat pojištění rizika nesplácení z důvodu ztráty pracovní schopnosti, ztráty zaměstnání apod. Při dodržení minimální délky leasingové smlouvy je možné splátky přímo započítat do daňově uznatelných nákladů. Délka smlouvy je přitom většinou kratší než doba odepisování předmětu při jeho vlastnictví, viz [33].
- operativní leasing – hlavní rozdíl od finančního leasingu je, že předmět nájmu zůstává ve vlastnictví leasingové společnosti i po skončení smlouvy. Díky tomu může leasingová společnost započítat do splátek pouze rozdíl mezi pořizovací a zůstatkovou hodnotou předmětu. Touto formou se nejčastěji financuje pronájem vozidla, kdy klient během doby leasingu zaplatí pouze reálně amortizovanou část ceny. Tato forma se nejčastěji využívá živnostníky nebo společnostmi, viz [33].

Výhody a nevýhody leasingu – výhodou může být rychlejší vyřízení smlouvy než v případě úvěru, stálost splátky a možnost určení její výše či doby splácení. Nevýhodou je, že součástí splátky je i platba za finanční služby a zisk leasingové společnosti. Proto pořízení věci na leasing bývá dražší než na úvěr či za hotové. Po celou dobu splácení leasingu má zákazník omezená vlastnická práva k předmětu koupě.

Stejně jako u kombinovaných hypoték se změna pravidel zákona o spotřebitelských úvěrech projevila i u leasingu. Tři ze čtyř největších poskytovatelů leasingu od ledna zrušili tuto službu pro fyzické osoby. Důvodem je již zmiňovaná možnost odstoupení od smlouvy do 14 dnů od jejího podpisu a poskytovatelé se proto bojí zneužití, viz [34].

5. Závěr

Zjistili jsme, že program Maple není pouze matematický program. Je to program, který nám může pomoci i při rozhodování ve finančních otázkách. Dříve nebo později se každý z nás ve svém životě setká s finanční matematikou. Ať při zakládání např. stavebního spoření, využívání spotřebitelských úvěrů, leasingů či hypoték. Dalo by se říct, že základní orientace v problematice financí je pro dnešní život nezbytná.

Díky zde získaným znalostem si již každý sám může zodpovědně vybrat z nabízených produktů a reklama pro něj nebude to jediné, podle čeho se bude rozhodovat. Ale tato práce je přínosná i pro studenty středních škol, vyšších odborných škol a jistě i vysokých škol se zaměřením na ekonomiku.

Program Maple nám k tomu může hodně pomoci. Jeho nástroje lze velmi dobře využít k řešení různých finančních problémů a předdefinované funkce pro finanční výpočty nám navíc ušetří spoustu času proti zdlouhavým výpočtům na kalkulačce.

Práce dále ukazuje nové možnosti výuky ve školách, ale i v rámci firemních prezentací, e-learningu a distančního vzdělávání. Díky programům, jako je Free Screen to Video se může složité a dlouhé vysvětlování podat způsobem, který je snazší na pochopení a oživí samotnou výuku či prezentaci.

Práce ilustruje možnost, jak zcela novým a originálním způsobem, za pomoci česky komentovaných videí, napomoci pochopení základních funkcí programu Maple a zvýšení finanční gramotnosti.

6. Citované zdroje

6.1. Literatura

[I] Jiří Hřebíček, Jan Pešl, Jaroslav Ráček - Úvod do Mapelu, Fakulta informatiky Masarykovy univerzity, Brno 2002

[II] Maple User Manual – Maplesoft, 1996-2010, který je k dispozici na stránkách <http://issuu.com/jeanlulu/docs/name4c6064>

[III] Vladimíra Petrášková, Zuzana Horváthová – Vybrané kapitoly z finanční gramotnosti, Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta, 2010

6.2. Internetové zdroje

[1] <http://www.maplesoft.com/products/Maple/features/index.aspx>

[2] <http://www.slunecnice.cz/sw/free-screen-to-video/>

[3] [http://www.stahuj.centrum.cz/grafika_a_design/zachycovani_obrazovky/screen-hunter/?g\[hledano\]=Screen%20Hunter%205.1%20free&g\[oz\]=4.0.85&g\[up\]=Free](http://www.stahuj.centrum.cz/grafika_a_design/zachycovani_obrazovky/screen-hunter/?g[hledano]=Screen%20Hunter%205.1%20free&g[oz]=4.0.85&g[up]=Free)

[4] <http://www.maplesoft.com/support/training/videos/quickstart/MapleQuickStart.aspx>

[5] <http://www.slunecnice.cz/>

[6] <http://www.stahuj.centrum.cz/>

[7] <http://www.edownload.cz/sw/fraps/>

[8] <http://www.instaluj.cz/hypercam>

[9] <http://cs.wikipedia.org/wiki/AVI>

[10] <http://cs.wikipedia.org/wiki/WMA>

[11] <http://en.wikipedia.org/wiki/SWF>

[12] <http://en.wikipedia.org/wiki/FLV>

[13] <http://cs.wikipedia.org/wiki/Kategorie:Bankovnictv%C3%AD>

[14] http://cs.wikipedia.org/wiki/Jednoduch%C3%A9_%C3%BARO%C4%8Den%C3%AD

- [15] http://cs.wikipedia.org/wiki/Slo%C5%BEen%C3%A9_%C3%BAro%C4%8Den%C3%AD
- [16] <http://www.mesec.cz/produkty/terminovane-vklady/>
- [17] <http://www.finance.cz/bankovnictvi/vklady/urokove-sazby/>
- [18] <http://www.penizenavic.cz/7899-stavebni-sporeni/>
- [19] http://cs.wikipedia.org/wiki/Stavebn%C3%AD_spo%C5%99en%C3%AD
- [20] <http://www.acss.cz/cz/>
- [21] http://cs.wikipedia.org/wiki/Spot%C5%99ebitelsk%C3%BD_%C3%BAv%C4%9Br
- [22] http://cs.wikipedia.org/wiki/Bankovn%C3%AD_syst%C3%A9m_%C4%8Cesk%C3%A9_republiky
- [23] <http://cs.wikipedia.org/wiki/RPSN>
- [24] <http://www.mfcr.cz/cps/rde/xchg/mfcr/xsl/gsearch.html?cx=004441192457648347899%3Afya79ukzntg&cof=FORID%3A11&ie=UTF-8&q=sm%C4%9Brnice+98%2F7%2FES&x=33&y=7&adv=n#361>
- [25] <http://www.penize.cz/kalkulacka/RPSN#calcul>
- [26] <http://cs.wikipedia.org/wiki/%C3%9Av%C4%9Br>
- [27] http://cs.wikipedia.org/wiki/Hypote%C4%8Dn%C3%AD_%C3%BAv%C4%9Br
- [28] <http://www.kurzy.cz/hypoteky/hypoteky.asp?VH=1200000&DS=10&A=SR>
- [29] http://finance.idnes.cz/novy-zakon-zavrel-lidem-cestu-k-levnemu-zdroji-penez-vzal-jim-oblibenou-hypoteku-ggq-/bank.asp?c=A110210_161957_bank_bab
- [30] http://ekonomika.idnes.cz/experti-chceji-zrusit-danovou-slevu-u-pujcek-na-bydleni-a-hypotek-1c1-/ekonomika.aspx?c=A110223_205256_ekonomika_brm
- [31] <http://www.penize.cz/srovnani/americke-hypoteky>
- [32] <http://www.sfinance.cz/seznamy/leasingove-spolecnosti/>
- [33] <http://www.podnikatel.cz/finance/leasing/>
- [34] http://ekonomika.idnes.cz/nejsme-autopujcovny-tvrdi-leasingove-firmy-a-sluzbu-rusi-pne-/ekonomika.aspx?c=A110106_153330_ekonomika_fih

7. Obsah DVD

7.1. Worksheets

- 1) Ukázka funkce annuity.mw
- 2) Ukázka funkce amortization.mw
- 3) Ukázka funkce cashflows.mw
- 4) Ukázka funkce effectiverate.mw
- 5) Ukázka funkce futurevalue.mw
- 6) Ukázka funkce levelcoupon.mw
- 7) Ukázka funkce presentvalue.mw
- 8) Předlhuční a polhuční úročení.mv

7.2. Videá

- 1) Jak používat Maple.avi
- 2) Vliv daně na jednoduché a složené úročení.avi
- 3) Rozdíl mezi stavebním spořením a termínovaným vkladem.avi
- 4) Vliv času na hodnotu RPSN.avi