

Posudek vedoucího diplomové práce

Bc. Michaela Zahradníková: Okrajové úlohy pro rovnice 2. řádu se skákajícími nelinearitami

Obor: Matematika

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Přírodovědecká fakulta

Ústav matematiky a biomatematiky

Michaela Zahradníková se ve své práci zabývá okrajovými úlohami pro lineární diferenciální rovnice 2. řádu. Uvažuje homogenní pravou stranu a několik typů jednostranných pozitivně homogenních podmínek: na kraji uvažovaného intervalu, bodovou uvnitř intervalu a souvislou na části intervalu. Podmínky jsou dány nelineární a nediferencovatelnou skákající nelinearitou vzniklou z funkce záporná část násobenou nezáporným parametrem τ . Jednotlivé okrajové úlohy představují po matematické stránce ne zcela klasické úlohy na vlastní čísla a lze je interpretovat jako jednoduchý model nosníku, který je podélně stlačován silou odpovídající parametru λ . Hledaná funkce popisuje příčný průhyb nosníku. Členy se skákajícími nelinearitami odpovídají podpěrám, které jednostranně penalizují tento průhyb. Síla odporu překážek je dána parametrem τ . Každý ze studovaných problémů tak představuje jakési spojení mezi klasickou úlohou na vlastní čísla (pro $\tau = 0$) a úlohou s pevnou překážkou (kterou bychom získali limitním přechodem pro $\tau \rightarrow +\infty$).

Po úvodní části jsou v práci uvedeny pojmy a použitá tvrzení, mj. jsou zde zavedeny Sobolevovy prostory a pojem slabého řešení a je zde dokázána jeho regularita a souvislost s klasickým řešením. Slečna Zahradníková při důkazu vycházela z knihy Fučíka a Kufnera, kde je regularita obecných úloh druhého řádu rozebírána postupně během asi pěti kapitol. Předložený třístránkový důkaz tak není jen analogií třístránkového důkazu nějaké věty ze zmiňované knihy popisující obecnou situaci. Ve třetí kapitole je studována operátorová rovnice na zvolených podprostorech Sobolevova prostoru $W^{1,2}(0,1)$. Jsou zde definovány tři operátory penalizace, které odpovídají v klasické formulaci třem typům jednostranných pružných překážek.

Další kapitoly jsou věnovány analytickému řešení jednotlivých úloh, popisu vlastních čísel a příslušných vlastních funkcí obou typů řešení (nedeformovaných i deformovaných) a numerickému výpočtu nejmenších vlastních čísel. Zároveň je zde ukázána jejich závislost na hodnotě τ .

Michaela Zahradníková vypracovala svoji práci aktivně a samostatně. Během sepisování sama navrhla kapitolu o operátorové rovnici zařadit na začátek a jednotlivé okrajové úlohy od ní odvíjet v závislosti na volbě prostoru a definici operátoru se skákající nelinearitou. Tím podle mého názoru rozumně obrátila pořadí výstavby celé práce a změnila tak můj původní záměr mít případnou kapitolu o slabém řešení jen jako bonus až na závěr textu. Z mého pohledu kolegyně Zahradníková splnila cíle vytčené v zadání na výbornou. Sepsáním své

diplomové práce prokázala, že dané problematice rozumí a je schopna samostatně sepsat odborný text, který po mírných úpravách a značném zkrácení bude možné zaslat do některého specializovaného matematického časopisu.

V práci samotné jsem nenašel žádné věcné chyby, text je čtivý a srozumitelný. S kolegyní Zahradníkovou se mi dobře spolupracovalo.

Práci hodnotím kladně, doporučuji ji k obhajobě a navrhuji hodnocení A (výborně).

V Českých Budějovicích, 21.1.2019, Jan Eisner

