

**JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH**

**PEDAGOGICKÁ FAKULTA**

**KATEDRA MATEMATIKY**

**NÁSOBENÍ A DĚLENÍ NA POČÁTKU  
ŠKOLNÍ DOCHÁZKY**

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

Knihovna JU - PF



3 1 1 5 1 7 2 4 2 3

**Autor: Irena Křivancová**  
**Učitelství pro 1. stupeň ZŠ**

České Budějovice, duben 2006

## PODĚKOVÁNÍ

Děkuji své vedoucí diplomové práce doc. PhDr. Aleně Hošpesové, Ph.D. za její odborné připomínky, vedení a cenné rady, které vedly ke konečné podobě této práce. Dále děkuji všem učitelkám a učitelům, kteří byli tak laskaví a vyplnili dotazníky, které jsem si pro ně připravila. Nakonec děkuji i dětem, které ochotně spolupracovaly.

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma: „Násobení a dělení na počátku školní docházky“ vypracovala samostatně pod vedením doc. PhDr. Aleny Hošpesové, Ph.D., s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

V Českých Budějovicích, dne 24. 4. 2006

.....  
Křivancová

**Irena Křivancová: „Násobení a dělení na počátku školní docházky“**

V této diplomové práci jsem se zabývala problematikou násobení a dělení. Zjišťovala jsem, jaké mají děti zkušenosti s těmito operacemi na počátku školní docházky. Také jsem se zabývala vyvozováním násobení a dělení ve školním vyučování a srovnáním různých učebnic matematiky pro druhý ročník základní školy.

**Irena Křivancová: „Multiplication and division at the beginning of school attendance“**

The thesis is devoted to the problem of introducing multiplication and division in mathematics education. I surveyed experience that children have with these operations at the beginning of school attendance. I also dealt with possible interpretations of multiplication and division and with comparison of different textbooks of mathematics.

# Obsah

|                                                                          |    |
|--------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Úvodem.....                                                           | 4  |
| 2. Historie vzniku násobení a dělení .....                               | 5  |
| 3. Vztah celku a části .....                                             | 8  |
| 4. Násobení .....                                                        | 12 |
| 4.1 Násobení jako vnitřní operace .....                                  | 14 |
| 4.2 Násobení jako vnější operace .....                                   | 16 |
| 4.3 Porovnání obou způsobů výkladu násobení.....                         | 18 |
| 4.4 Výklad násobení a jeho nácvik .....                                  | 20 |
| 5. Dělení.....                                                           | 27 |
| 6. Dotazníky.....                                                        | 32 |
| 6.1 Jak dlouho učíte? .....                                              | 32 |
| 6.2 Jak obtížné vám přijde učivo „násobení a dělení“? .....              | 33 |
| 6.3 Co dělá žákům nejvíce problémů při výuce „násobení a dělení“? .....  | 33 |
| 6.4 Jaké učebnice používáte při výuce „násobení a dělení“? .....         | 34 |
| 6.5 Jste s těmito učebnicemi spokojen(a)?.....                           | 34 |
| 6.6 Jaké metody a pomůcky využíváte při výuce „násobení a dělení“? ..... | 35 |
| 7. Testování dětí a čtyři úlohy .....                                    | 39 |
| 7.1 Vysívání hrášku .....                                                | 40 |
| 7.2 Obrazce .....                                                        | 42 |
| 7.3 Kachna a kachňata .....                                              | 44 |
| 7.4 Rozdělení papíru .....                                               | 46 |
| 7.5 Závěr úloh .....                                                     | 48 |
| 8. Učebnice .....                                                        | 49 |



|                                                                                                   |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 8.1 Alter – Matematika pro 2. ročník.....                                                         | 49 |
| 8.2 Prométheus – Svět čísel a tvarů – Matematika pro 2. ročník .....                              | 55 |
| 8.3 Fortuna – Matematika pro druhý ročník ZŠ – druhá část .....                                   | 61 |
| 8.4 SPN – Matematika pro 2. ročník základní školy – Pracovní<br>učebnice .....                    | 63 |
| 8.5 Pansofia – Početnice pro 2. ročník 1. díl .....                                               | 63 |
| 8.6 Albra – Matematika pro 2. ročník.....                                                         | 66 |
| 8.7 Studio 1 +1 – Matematika pro 2. ročník základní školy – 3. díl.....                           | 67 |
| 8.8 Prodos- Matematika pro 2. ročník – 3. díl .....                                               | 68 |
| 8.9 Nová škola – Matematika 2 – Počítám s radostí, učebnice pro 2.<br>ročník základní školy ..... | 68 |
| 8.10 Cizojazyčné učebnice pro druhou třídu .....                                                  | 69 |
| 8.10.1 Matematika pre 2. ročník ZŠ .....                                                          | 69 |
| 8.10.2 Słoneczna matematyka – Klasa 2 .....                                                       | 70 |
| 8.10.3 Matematik Kompakt – 2. Klasse -1. Teil .....                                               | 72 |
| 9. Závěr .....                                                                                    | 74 |
| 10. Použitá literatura a zdroje informací.....                                                    | 75 |

# 1. Úvodem

Při hodinách didaktiky matematiky jsme se dostali k problematice násobení a dělení. Jak žáci tyto dva pojmy vnímají, jak jsou s nimi seznámeni z předešlé zkušenosti a jak je využívají, aniž by se o nich někdy předtím učili. Tyto otázky mě oslovily, protože si uvědomuji, že vytváření pojmů je jedním z nejdůležitějších cílů matematického vyučování na 1. stupni ZŠ. V rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání se říká v poznámkách ke vzdělávací oblasti Matematika: „Vzdělávání klade důraz na důkladné porozumění základním myšlenkovým postupům a pojmům matematiky a jejich vzájemným vztahům.“ (*Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, 2004*) Pro učitele je důležité dobře rozumět teoretickému základu a cestám, jak žáci chápou pojmy. Na tom pak je založeno možné metodické zpracování.

Podle mne toto učivo patří k těm složitějším a obtížnějším převážně na pochopení a je třeba mu věnovat správnou pozornost.

Cílem mé diplomové práce bylo zjistit, jaké zkušenosti s násobením a dělením mají žáci předtím, než jsou tyto operace vysvětlovány ve škole. Nejprve jsem musela zpracovat teoretická východiska, ze kterých se při tvoření pojmů vychází. Dále jsem si sestavila čtyři úlohy pro žáky, kteří jsou na počátku školní docházky, tedy pro žáky první a druhé třídy základní školy. Tyto úlohy jsem zadala žákům a vyhodnotila jsem jejich řešení. Dalším výchozím bodem se pro mne stal dotazník, který jsem vytvořila pro učitele a učitelky na prvním stupni základní školy, abych zjistila jejich názory na tuto problematiku. Svá zjištění jsem doplnila analýzou výkladu pojmů v různých učebnicích.

Tato diplomová práce je rozdělena na několik částí. První část se zabývá historií a teorií násobení a dělení a také didaktikou těchto dvou operací. Druhá část práce se stává z vyhodnocení dotazníků a experimentální sondy. Poslední část práce je věnována učebnicím matematiky pro druhý ročník základní školy od různých nakladatelství.

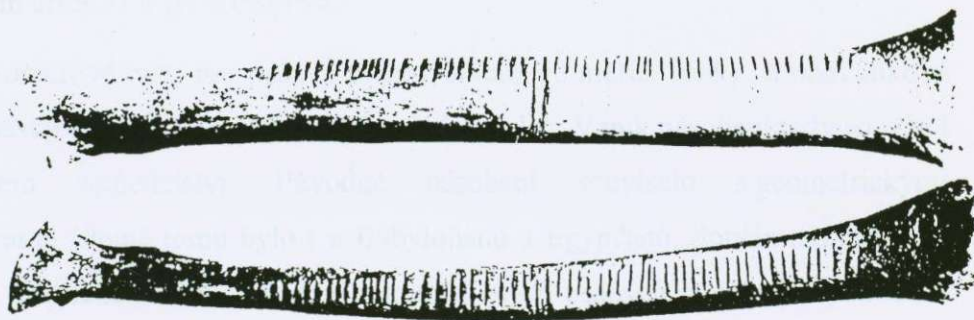


## 2. Historie vzniku násobení a dělení<sup>1</sup>

Potřeba zaznamenávat a zapamatovat si čísla, různými způsoby, například pomocí kamínků, prstů nebo pomocí zápisu, podnítila rozvoj matematického myšlení a zvláště pak rozvoj matematických operací. Latinské slovo calculus znamená v překladu kamínek. Stalo se základem slov označujících výpočty, protože, pomocí kamínků se při výpočtech zaznamenávaly počty. I slovo „číslo“ je původem z latinského slova ciselare, což znamená razit, rýt. Odvozuje se od výrazu, který znamenal dělat zářezy nebo značky.

Můžeme se domnívat, že prapůvodním zcela přirozeným záznamem kvantit bylo udělat stejný počet značek (vrypů, zářezů, čárek apod.) jako byl zaznamenávaný počet. Nejstarší způsob zapisování bylo znázornění prvků množiny čárkami (pro přehlednost seskupovaných třeba po pěti), jak je vidět z obrázku kosti na obrázku 1.

**Obrázek 1:**



Postupně se z tohoto vyjádření začaly vydělovat názvy a zápisy nejprve malých počtů. Tyto způsoby se značně lišily, ale většinou jimi bylo možné zaznamenat a vyjádřit tak velké kvantitativy, jak život společnosti vyžadoval. Podobně postupně se vytvářely i základní aritmetické operace.

Sčítání a odčítání malých čísel, kdy menšenec je větší než menšitel, bylo celé tisíce let jedinými matematickými operacemi. Postupem času vzniklo i

<sup>1</sup> Celá kapitola je zpracována na základě informací z: Kolman, J.: *Dějiny matematiky ve středověku*, Praha: Academia 1968.

násobení, které zpočátku mělo funkci zdvojnásobování. Používalo se například ve starověkém Egyptě, kde se násobení převádělo na skládání operací zdvojnásobení a sčítání. Na dalším příkladu si ve zjednodušené formě ukážeme, jak se násobila větší čísla. Jeden z činitelů se několikrát zdvojnásobil a pak se sečetly vhodné dvojnásobky (a příp. i jednonásobek), aby byl získán požadovaný násobek. Např. při násobení čísel 37 a 26 se postupovalo takto:

#### Příklad 1:

| Násobek:  | Nalezneme    | Vybereme vhodné násobky, abychom | Sečteme                   |
|-----------|--------------|----------------------------------|---------------------------|
|           | dvojnásobky: | získali 26, a ostatní škrtneme:  | vybrané násobky čísla 37: |
| jednou    | 37           | <del>jednou</del>                |                           |
| dvou      | 74           | dvou                             | 74                        |
| čtyř      | 148          | čtyř                             |                           |
| osmi      | 296          | osmi                             | 296                       |
| šestnácti | 592          | šestnácti                        | <u>592</u>                |
|           |              |                                  | <b>962</b>                |

Součinem čísel 37 a 26 je číslo 962.

Sumerové měli pro měření plochy čtvercové měřicí pásky a obdélníkové měřicí pásky o délce jeden loket a šířce jeden palec. Vznik násobení tedy souvisel s rozvojem zemědělství. Původně násobení souviselo s geometrickými představami. Stejně tomu bylo i u Babyloňanů a Egyptanů. Součin nazývali „a-ša“, což znamená plocha. Středověcí arabští autoři psaných matematických textů používali název pro součin slovo „sath“, tedy plocha a mínili tím pravoúhelník.

Mnohem později než násobení vzniklo dělení. Poměrně rychle se však utvořil pojem jedné poloviny. Původně však nesouvisel s číslem dvě a dělením tímto číslem. To lze poměrně snadno ukázat na tom, že skoro v žádném jazyce nemají slova polovina a dva společný základ. Není tomu tak ani v češtině, tedy v jazycích slovanských, ba ani v jazycích germánských či románských. Představa o tom, že dělení je opačný úkon než násobení, se zrodila teprve po dlouhém vývoji matematického myšlení.



Současně s dělením vznikaly i početní soustavy, které tohoto úkonu využívají spolu se sčítáním a násobením. Používá se dosud například v dánštině, nebo v ruštině. V dánštině se do čísla 489 používá desítková soustava, dále pak dvacítková soustava a liché desítky se přitom vyjadřují jako poloviny nejbližších dvacítek. Například dvacet – tyve, šedesát – trensindstyve, což je třikrát dvacet, dvacet – halvtrensindstyve, tj. polovina ze třetí dvacítky. V ruštině se zase říká „polovina druhého (třetího, čtvrtého) čísla“. I v češtině se do dnešní doby často používá tohoto vyjádření, například půl druhého metru, půl třetího kila, půl druhé hodiny, ale také půl třetí, půl osmé, při určování času.

Do pozdějšího období je datován vznik pojmu zlomek jedna třetina, jedna čtvrtina atd. Ze slovního vyjádření těchto zlomků je znatelná souvislost s odpovídajícími celými čísly tři, čtyři atd. Vznik operace dělení a pojmu zlomek těsně souvisí s problematikou měření, která vzniká a rozvíjí se na základě materiální potřeby rozvinuté společnosti.

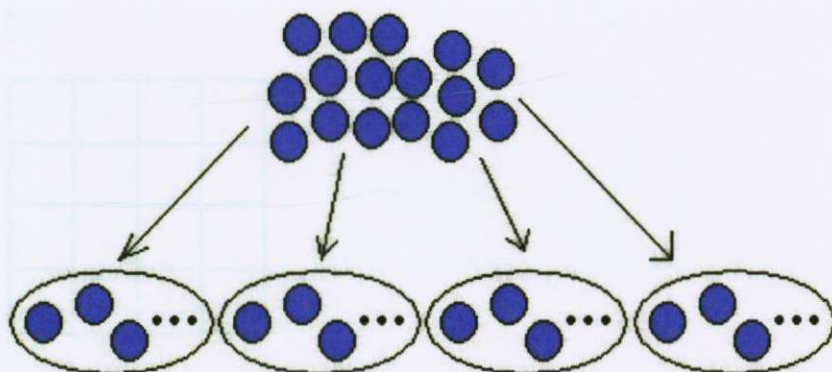
### 3. Vztah celku a části

Celek je úplný samostatný útvar, který lze dělit na části. Dělení na části se prakticky využívá v každé domácnosti, při řešení problémů v každém dětském kolektivu i rodině atd. Základy chápání vztahu mezi celkem a částí se tvoří již při správné komunikaci v předškolním a nižším školním věku dítěte. Nejprve nejde o počítání se zlomky, ani o aritmetickou operaci dělení. Jde pouze o dobré pochopení procesu dělení celku na určité části.

Dělit celek na části podle vlastností prvků nemusí být jednoznačné a jednoduché a může se stát předmětem zkoumání žáků. Úlohy na takové dělení uvádím v příkladech 6 a 7. Většinou jsou považovány za úlohy na třídění a jejich souvislost s dělením není vnímána. V dalším textu uvádím čtyři příklady na ukázkou různých typů dělení. Příklad 2 je příkladem dělení na stejné části (tj. rozdělování) v diskrétním prostředí. Příklad 3 je příkladem dělení podle obsahu v diskrétním prostředí. Zástupcem příkladů na dělení ve spojitém prostředí na stejné části je příklad 4. Příklad 5 je jedním z příkladů na dělení podle obsahu ve spojitém prostředí.

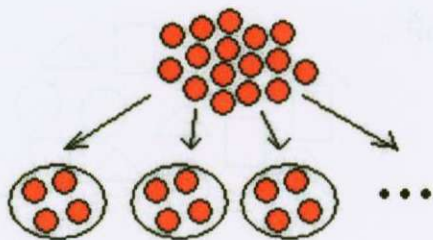
#### Příklad 2:

Rozděl tyto korálky na čtyři stejné skupinky. Kolik korálků bude v jedné skupince?



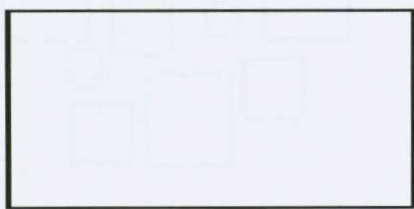
**Příklad 3:**

Rozděl tyto korálky do skupin po čtyřech. Kolik skupin uděláš?

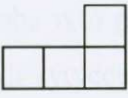


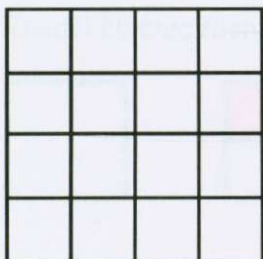
**Příklad 4:**

Rozděl daný obdélník na dvě, tři a čtyři části.



**Příklad 5:**

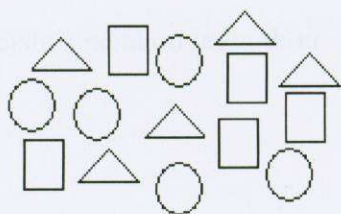
Kolik dílů tohoto tvaru  je možné nejvýše vystříhnout z daného čtverce?





### Příklad 6:

Jak rozdělíš tuto sadu geometrických tvarů?

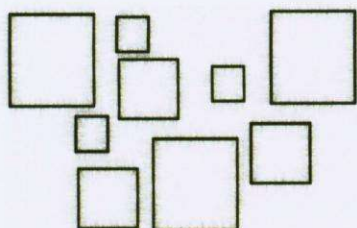


Řešení:

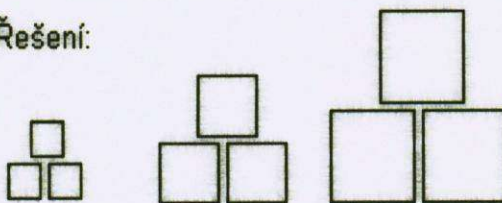


### Příklad 7:

Jak rozdělíš tuto skupinu čtverců?



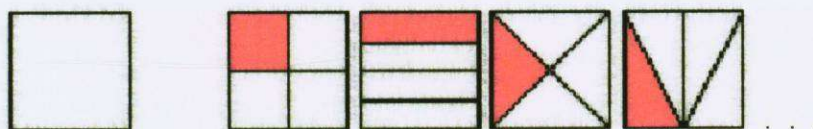
Řešení:



Je možné také dělit oblast na části, což má trochu jiný charakter než dělení množiny. Takové dělení se používá v praxi zcela běžně. Jde například o dělení papíru, dělení území atd. Pro oba tyto postupy se používá stejný termín, dělení. Dělení oblasti na části se provádí vytýčením hranic jednotlivých částí oblasti.

### Příklad 8:

Rozděl čtverec různými způsoby na čtyři stejné části.



Pokud pracujeme s nematematickými prvky, provádíme matematické operace s velikostmi těchto objektů. Jestliže mají skupiny charakter množiny s přirozeně odlišenými prvky, například pytlík bonbonů, jsou odpovídající činnosti s nimi matematické operace s přirozenými čísly, převážně sčítání a

odečítání. Opakováním takové činnosti dáváme podněty ke vzniku operace násobení a dělení. Pokud jsou objekty charakteru oblastí, například papír, čokoláda, koláč nebo zahrada, pracujeme s velikostmi těchto oblastí, jimiž jsou reálná čísla s nějakou jednotkou.

## 4. Násobení

Z matematického hlediska můžeme násobení a dělení čísel považovat za relativně jednoduché, ale výzkum odhalil jeho psychologickou složitost. Násobení a dělení jsou základní koncepty pro mnoho dalších témat během školní matematiky. Výzkumy ukázaly, že děti mívají problémy s rozpoznáním vhodné operace pro řešení slovních úloh. To je nejspíš způsobeno tím, že žáci mají nedostatky s porozuměním pojmům. Volba operace, kterou si žáci vyberou, není ovlivněna jen kontextem a strukturou úlohy, ale také čísla, která jsou v úloze použita. Například při použití desetinných čísel měli žáci větší problém s rozpoznáním početní operace. Žáci si jsou vědomi vztahu výsledku k vstupním číslům a na tomto základě si pak vyberou operaci násobení nebo dělení. Chyba často vzejde z nesprávného úsudku, jako že „násobení dělá vždy větší a dělení zase naopak menší“ a „dělení je vždy dělením většího čísla menším“.

Vyvození operace násobení je pro žáky složitější než sčítání. V českém jazyce se vžilo pro zkrácený zápis součtu  $2 + 2 + 2 + 2 + 2$  slovní spojení „pětkrát dvě“ a z něho vzniklý matematický zápis  $5 \cdot 2$ . Pro školu se tento fakt stal východiskem pro výklad násobení. Početní operace byla vysvětlována jako „šetřivý“ způsob sčítání několika stejných sčítanců. Pro lepší objasnění úlohy  $5 \cdot 2 = 10$  je požadováno, aby žák položil dvakrát pět knoflíků na lavici.

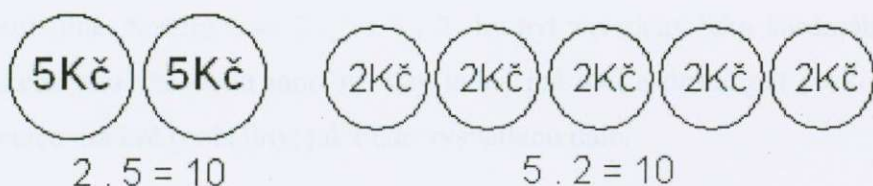
*(Divíšek, 1989)*

Tento výklad má však několik problémů. Prvním problémem je, že zatímco je násobení operace komutativní, tzn.  $2 \cdot 5 = 5 \cdot 2$ , jsou odpovídající činnosti zcela různé: polož na lavici dvakrát pět knoflíků a polož na lavici pětkrát dva knoflíky. Musíme však zdůraznit, že touto činností nemodelujeme jen výsledek, ale také podstatu početního výkonu. Odlišnost je pěkně vidět na peněžním modelu.

### Příklad 9:

Jana měla v peněžence dvě pětikoruny. Miluška měla pět dvoukorun. Která z děvčat měla více peněz?





Děvčata měla stejně peněz.

Další problém je možné vidět i v tom, že při výkladu násobení  $2 \cdot 5 = 10$  lze dobře vycítit různou úlohu činitelů, kterou hrají v součinu. Aktivním činitelem je zde číslo dvě, úlohu pasivního činitele má číslo pět. U jiných početních výkonů je to ještě zdůrazněno názvoslovím, například dělenec – dělitel a menšenec – menšitel. U dělení a odečítání píšeme vždy pasivní prvek jako první, aktivní prvek jako druhý, ale nikdy ne obráceně. Intuitivně bychom součet  $2 + 2 + 2 + 2 + 2$  spíše zapisovali jako  $2 \cdot 5$ , protože nejprve zapíšeme hodnotu opakovaného sčítance, kterou vidíme, a pak teprve počet opakování. Tato idea byla uplatněna už v Kozákově Druhé početnici pro obecné školy vícetřídní, která byla vydána roku 1912, a poté ještě v učebnicích vydaných roku 1954. Byl zde požadavek, aby se tento zápis četl v souladu s jazykovým územ. V první knize bylo doporučeno obrácené čtení, tedy  $2 \cdot 5$  se četlo jako pětkrát dva. V druhém případě se měl tento zápis číst jako „dva násobeno pěti“. Avšak ani jeden z těchto způsobů se ve škole dlouho neudržely a v praxi se nepoužívaly vůbec. (Divíšek, 1989)

Výklad násobení jako postupného přičítání stejných sčítanců je možné opřít o definici násobení ordinálních čísel.

*Nechť  $A$  a  $B$  jsou dobře uspořádané množiny a  $\text{ord } A = a$ ,  $\text{ord } B = b$ . utvořte množinu  $K$  tak, že prvky množiny  $B$  nahradíme dobře uspořádanými množinami, z nichž každá má ordinální číslo  $a$  a žádné dvě nemají společný prvek. Tím vznikne dobře uspořádaná množina, jejíž ordinální číslo  $\text{ord } K = a \cdot b$ .*

(Divíšek, 1989)

Zapisujeme opět:  $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 5 \cdot 2$ .

Problémy s aktivním a pasivním činitelem by bylo možné ukončit, kdyby se násobení přirozených čísel definovalo podobným způsobem jako sčítání, tedy

tzv. kardinálně. Součin čísel  $2 \cdot 5$  i  $5 \cdot 2$  by byl zavedený jako kardinální číslo kartézského součinu dvou množin, kdy jedna má dva a druhá pět prvků. I tato interpretace má své problémy, jak bude vysvětleno dále.

#### 4.1 Násobení jako vnitřní operace v množině přirozených čísel

Sčítání i odčítání vždy chápeme jako vnitřní operace v množině všech přirozených čísel. To znamená, že oba sčítanci (resp. menšenec a menšitel) stejně jako součet (rozdíl) mohou být vnímány a znázorněny jako přirozená čísla. Oproti tomu násobení a dělení můžeme brát jako operace vnitřní i vnější. Pokud se jedná o operaci vnitřní, pak násobení přirozených čísel znázorňujeme jako kartézský součin konečných množin, které násobená čísla znázorňují.

Násobení kardinálních čísel je možné definovat jako  $\text{card } A \cdot \text{card } B = \text{card } (A \times B)$ , kdy množiny  $A$  a  $B$  jsou libovolnými zástupci příslušných tříd množin a  $A \times B$  je kartézský součin těchto zástupců (příklad 10).

##### Příklad 10:

Honzík se učí skládat slabiky. Má dvě skupiny písmenek. V první skupince má písmenka S, L, P, T; ve druhé skupince jsou písmenka E, I, A, U. Kolik slabik může Honzík složit?

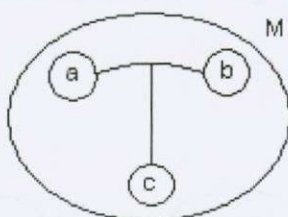
|   | S  | L  | T  | P  |
|---|----|----|----|----|
| E | SE | LE | TE | PE |
| O | SO | LO | TO | PO |
| A | SA | LA | TA | PA |
| U | SU | LU | TU | PU |

$$4 \cdot 4 = 16$$

Honzík může z daných písmenek složit 16 slabik.



Takové násobení můžeme provádět zcela neomezeně, protože kartézský součin existuje pro jakékoliv dvě množiny  $A, B$ . Protože je kartézský součin asociativní, je i násobení asociativní. Přestože kartézský součin není komutativní, platí  $\text{card}(A \times B) = \text{card}(B \times A)$ . Proto takto zavedené násobení je komutativní. Číslo jedna je neutrálním prvkem takto chápaného násobení. Vzhledem ke komutativnosti tohoto násobení je pouze jedna inverzní operace, kterou je dělení.



Násobení přirozených čísel je distributivní vzhledem ke sčítání vyplývá z toho, že množinová operace kartézský součin je distributivní vzhledem ke sjednocení.

Distributivnost sčítání vzhledem k násobení je možné brát i jako „roznásobování“:  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ .

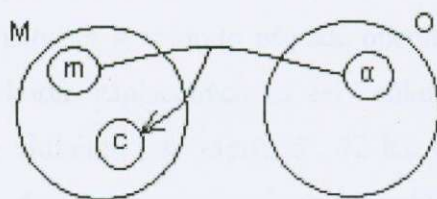
Z grafického znázornění vnitřní operace je patrné, že všechny tři prvky náleží té samé množině. Dvojici prvků  $(a, b)$ , popř.  $(b, a)$  je přiřazený prvek  $c$ . Prvky  $a, b, c$  jsou z množiny  $M$ . Pokud přirozená čísla  $a, b$  jsou kardinálními čísly určitých konečných množin, pak je i číslo  $c$  kardinální číslo určité konečné množiny a množina  $M$  je množinou všech kardinálních čísel konečných množin.

Takto chápané násobení se v praxi používá v úlohách, ve kterých se má určit počet všech možných uspořádaných dvojic vytvořených z prvků daných dvou množin. Jsou to úlohy kombinatorického charakteru. (Divíšek, 1989)



## 4.2 Násobení jako vnější operace

Zobrazení z  $M \times O$  do  $M$ , kde množina  $O$  je množina operátorů, říkáme vnější operace. Takovým zobrazením je dvojici  $(m, \alpha)$ , kde  $m \in M$  a  $\alpha \in O$ , přiřazen prvek  $c \in M$ . Je nutné ještě dodat, že množina  $M$  je množinou všech přirozených čísel, která chápeme jako kardinální čísla. Oproti tomu je množina  $O$  množinou všech přirozených čísel chápaných jako operátory. Grafické znázornění této operace je na obrázku.



Prvky dané množiny  $M$  mohou být například čísla, úhly, úsečky atd. Pokud je množina  $O$  množinou všech přirozených čísel, pak hovoříme o vnější operaci, kterou nazýváme *Přirozený násobek*. Operaci *Přirozený násobek* lze definovat předpisem:

$$\forall m \in M: m \cdot 1 = m; \forall m \in M \forall n \in N: m \cdot (n + 1) = m \cdot n + m.$$

Pomocí této tzv. rekurentní definice operace přirozeného násobku převádíme násobení  $m \cdot n$  na opakované sčítání  $n$  sčítanců rovných prvku  $m$ .

Součin přirozených čísel podle definice přirozeného násobku hledáme např. následujícím postupem:

$$3 \cdot 2 = 3 \cdot 1 + 3 = 3 + 3;$$

$$2 \cdot 3 = 2 \cdot 2 + 2 = (2 \cdot 1 + 2) + 2 = 2 + 2 + 2.$$

Je množné dokázat, že takto definované násobení lze neomezeně provádět, má neutrální prvek 1, je komutativní a asociativní.

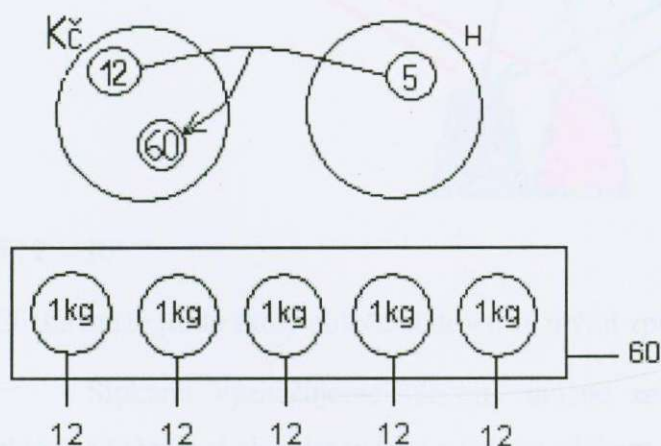
(Divíšek, 1989)

### Příklad 12:

Jedno kilo hrušek stojí dvanáct korun. Kolik korun zaplatím za pět kilo hrušek?

### Řešení:

Při řešení tohoto příkladu nejde o určení počtu uspořádaných dvojic, ale o realizování příkazu „dvanáct korun zaplat’ pětkrát“. Takové řešení nás vede k opakovanému sčítání  $12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 5 \cdot 12 = 60$ . Číslo dvanáct je v tomto případě zástupce množiny všech korun, které potřebuji k zaplacení jednoho kila hrušek. Číslo pět je v tomto případě operátorem a číslo šedesát je kardinální číslo všech korun zaplacených za celý nákup dohromady. Odlišnost funkcí obou činitelů je viditelná i ze zápisu  $5 \cdot 12 \text{ Kč} = 60 \text{ Kč}$ . Tuto úlohu lze ztvárnit i graficky a to dvěma různými způsoby. Druhý způsob se používá pro znázornění dětem.

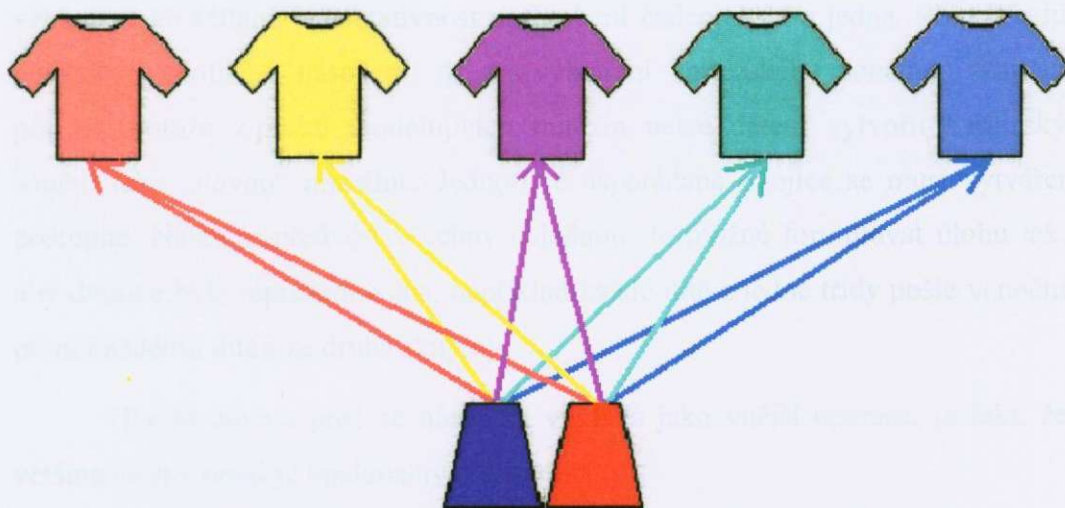


### 4.3 Porovnání obou způsobů výkladu násobení

Obě popsané operace násobení vedou ke stejnému výsledku, proto je v praxi při řešení numerických úloh nerozlišujeme, jestli jde o operaci vnitřní nebo vnější. Rozdíl je patrný až při řešení nějakého reálného problému, který chceme matematizovat, pak je důležité použít takový model, který odpovídá situaci.

#### Příklad 13:

Eliška má ve své skříni pět barevných triček a dvě barevné sukně. Kolika různými způsoby se může Eliška obléknout až půjde do školy?



$$5 \cdot 2 = 10$$

Eliška může jít do školy oblečená deseti různými způsoby.

Šipkami vyznačujeme všechny možné způsoby, kterými lze panenku obléci. Můžeme si ale také říci, že s jedním tričkem můžeme obléci 2 sukně – tedy máme  $5 \cdot 2$  možností (respektive s jednou sukní 5 triček,  $2 \cdot 5$  možností). Souvislost mezi vnitřní a vnější operací je tady zřejmá.

#### Příklad 14:

Radek dostává denně do školy dvě jablka. Kolik jich dostane za týden?



**Řešení:**

|                                                                                   |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                    |   |   |      |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|---|---|------|
| Pondělí                                                                           | Úterý                                                                             | Středa                                                                            | Čtvrtek                                                                           | Pátek                                                                              |   |   |      |
|  |  |  |  |  |   |   |      |
| 2                                                                                 | +                                                                                 | 2                                                                                 | +                                                                                 | 2                                                                                  | + | 2 | = 10 |

$$5 \cdot 2 = 10$$

Radek dostane za týden deset jablek.

Po zhodnocení obou způsobů násobení z metodického hlediska, dospějeme k tomu, že u násobení vykládaného jako vnitřní operace, tedy pomocí kartézského součinu reprezentujících množin, je možno dobře vidět distributivnost násobení vzhledem ke sčítání, komutativnost a násobení číslem nula a jedna. Při výkladu podstaty samotného násobení, tj. při vytváření kartézského součinu, vznikají potíže, protože z prvků modelujících množin nelze dětem vytvořit kartézský součin jako „novou“ množinu. Jednotlivé uspořádané dvojice se musí vytvářet postupně. Nelze je předvést všechny najednou. Je možné formulovat úlohu tak, aby dvojice byla reprezentována, například každé dítě z jedné třídy pošle vánoční přání každému dítěti ze druhé skupiny.

Hlavní důvod, proč se násobení vykládá jako vnější operace, je fakt, že většina úloh v praxi je opakovaným sčítáním.

Při násobení vyloženém pomocí vnější operace, tj. jako vnější operace, je možné využít znalosti žáků o sjednocování množin a jeho modelování. Jsou zde však jiné problémy. Komutativnost lze poznat jen ověřováním. Hůře se vysvětluje násobení číslem nula a jedna. K opakovanému sčítání je nutné uvědoměle používat asociativitu sčítání.

Oba způsoby mají své výhody i nevýhody a jsou stejně významné. Žáci by měli poznat oba způsoby násobení. Při řešení úloh na prvním stupni základní školy by měli žáci vhodně používat tyto způsoby při matematizaci reálných situací. Záleží jen na učiteli, který způsob bude považovat za vhodnější k zavedení násobení a vysvětlení jeho podstaty a který vysvětlí až později na vhodných úlohách. Je nutno podotknout, že většina úloh z praxe se však přímo vynucuje

rozlišení aktivního a pasivního činitele, takže uplatnění kartézského součinu by v těchto úlohách vypadalo dost uměle. Úlohy kombinatorické povahy nejsou tak časté.

#### 4.4 Výklad násobení a jeho nácvik

S násobením se žáci poprvé setkávají ve druhém ročníku základní školy. V učebnicích je násobení obvykle vykládáno jako vnější operace na řadě manipulací s reálnými předměty. Žáci vytvářejí sjednocení několika stejně početných množin. Na počátku jsou množiny modelovány shluky předmětů, později předměty uspořádanými do řad vedle sebe nebo pod sebou. Pak tyto řady popisují jako „tři řady po dvou prvcích“, poté jako „tři po dvou“ a nakonec jako „třikrát dva“. Na znázornění lze používat různé prvky.

##### Příklad 15:

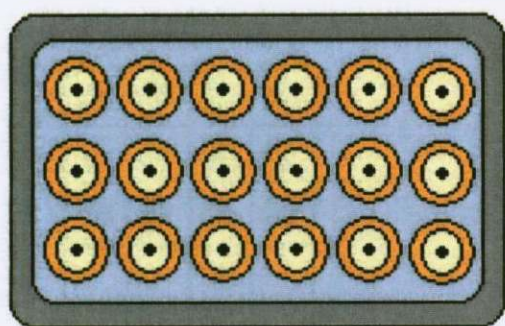


Děti řeší příklady násobení ve čtvercové síti nebo je modelují na vystřižené síti ze čtverečkového papíru. Výsledek násobení určují nejprve sčítáním čtverečků, třeba i po dvou nebo po třech. Postupně ovládají základní spoje násobení v oboru do dvaceti a výpočty provádějí z paměti. Otočením obrázku čtvercové sítě o devadesát stupňů poznávají žáci komutativnost násobení, jelikož ze sloupců se stanou řady a z řad sloupce.



### Příklad 16:

Kolik koláčů je na plechu?



→ Je tu šest řad  
po třech koláčích.  
 $6 \cdot 3 = 18$

↓ Jsou tu tři řady po šesti koláčích.  
 $3 \cdot 6 = 18$

Násobení číslem nula a jedna se objasňuje na sérii analogických úloh, ve kterých je jeden činitel stále stejný a druhý se postupně snižuje až k číslu jedna a nula (příklad 17).

### Příklad 17:

$$5 \cdot 2 = 10$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$4 \cdot 2 = 8$$

$$1 \cdot 2 = 2$$

$$3 \cdot 2 = 6$$

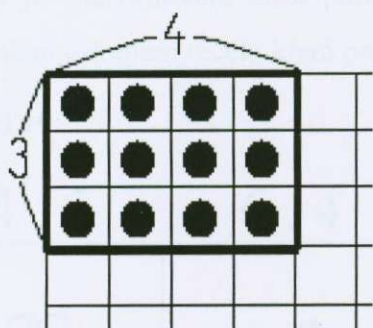
$$0 \cdot 2 = 0$$

V této úvodní části jde o to, aby žáci pochopili podstatu operace násobení. Cílem druhé fáze je pamětné osvojení spojů. Oba přístupy k násobení lze vykládat na čtvercové síti, se kterou žáci pracují od samého začátku nácviku násobení. Čtvercová síť je výsledkem zjednodušeného grafického znázornění konkrétních úloh. Každý čtverec je obrazem jedné uspořádané dvojice. Každá řada znázorňuje jednoho sčítance přirozeného násobku.



### Příklad 18:

Znázornění násobení na čtvercové síti.



Znázornění výpočtu:

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$4 + 4 + 4 = 12$$

$$4 \cdot 3 = 12$$

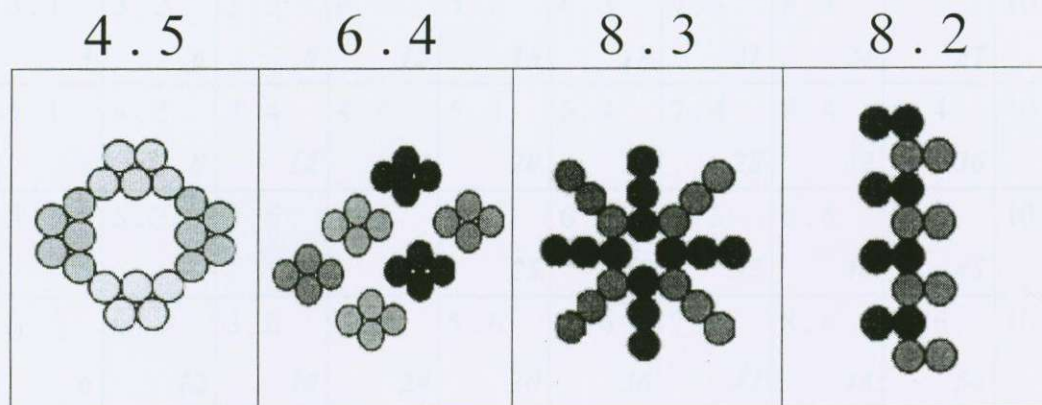
$$3 + 3 + 3 + 3 = 12$$

Násobilka, nebo-li základní spoje pro násobení, se postupně vyvozuje od druhého ročníku základní školy. Jsou to všechny možné součiny přirozených čísel z první desítky. Násobilka se vyvozuje postupně jako řada násobků dvou, tří, čtyř, pěti atd. Pamětné nacvičování násobilkových spojů se dokončuje až ve třetím ročníku základní školy. Problému nácviku násobilky je třeba se věnovat. Různé metody:

- memorování řad násobků
- znázornění násobků jako pravoúhelníkových schémat
- využívání souvislostí řad násobků
- využívání pravidelností v řadách násobků

Znázornění násobků pomocí obdélníkových (čtvercových) schémat je tradičním způsobem znázornění násobení, ale ve škole se moc nepoužívá. Méně tradiční je znázorňování čísel pomocí číselných obrazců. Na příkladu 19 jsou znázorněná uskupení teček, která po řadě znázorňují tyto násobky.

**Příklad 19:**



S cílem zvýraznit vztahy mezi řadami násobků je možné nácvik násobílek uspořádat do několika kroků podle vzájemných souvislostí. Vycházíme z toho, že některé násobky jsou společné v několika řadách. Dobře je tyto souvislosti vidět na násobcích dvou, čtyř a osmi. Řada násobků čtyř je dvojnásobkem řady násobků dvou. Řada násobků osmi je dvojnásobkem tady násobků čtyř atd. podobně řada násobků devíti je trojnásobkem řady násobků tří. Každý třetí násobek je shodný s každým druhým násobkem devíti. Násobilky pak můžeme učit v tomto pořadí:

1. násobky čísel 2, 4, 8,
2. násobky čísel 3, 6, 9,
3. násobky čísla 7,
4. násobky čísel 0 a 1.

**Příklad 20:**

|              |              |              |              |              |              |              |              |               |                |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|----------------|
| 1 . 1<br>1   | 2 . 1<br>2   | 3 . 1<br>3   | 4 . 1<br>4   | 5 . 1<br>5   | 6 . 1<br>6   | 7 . 1<br>7   | 8 . 1<br>8   | 9 . 1<br>9    | 10 . 1<br>10   |
| 2 . 1<br>2   | 2 . 2<br>4   | 3 . 2<br>6   | 4 . 2<br>8   | 5 . 2<br>10  | 6 . 2<br>12  | 7 . 2<br>14  | 8 . 2<br>16  | 9 . 2<br>18   | 10 . 2<br>20   |
| 3 . 1<br>3   | 3 . 2<br>6   | 3 . 3<br>9   | 4 . 3<br>12  | 5 . 3<br>15  | 6 . 3<br>18  | 7 . 3<br>21  | 8 . 3<br>24  | 9 . 3<br>27   | 10 . 3<br>30   |
| 4 . 1<br>4   | 4 . 2<br>8   | 3 . 4<br>12  | 4 . 4<br>16  | 5 . 4<br>20  | 6 . 4<br>24  | 7 . 4<br>28  | 8 . 4<br>32  | 9 . 4<br>36   | 10 . 4<br>40   |
| 5 . 1<br>5   | 5 . 2<br>10  | 3 . 5<br>15  | 4 . 5<br>20  | 5 . 5<br>25  | 6 . 5<br>30  | 7 . 5<br>35  | 8 . 5<br>40  | 9 . 5<br>45   | 10 . 5<br>50   |
| 6 . 1<br>6   | 6 . 2<br>12  | 3 . 6<br>18  | 4 . 6<br>24  | 5 . 6<br>30  | 6 . 6<br>36  | 7 . 6<br>42  | 8 . 6<br>48  | 9 . 6<br>54   | 10 . 6<br>60   |
| 7 . 1<br>7   | 7 . 2<br>14  | 3 . 7<br>21  | 4 . 7<br>28  | 5 . 7<br>35  | 6 . 7<br>42  | 7 . 7<br>49  | 8 . 7<br>56  | 9 . 7<br>63   | 10 . 7<br>70   |
| 8 . 1<br>8   | 8 . 2<br>16  | 3 . 8<br>24  | 4 . 8<br>32  | 5 . 8<br>40  | 6 . 8<br>48  | 7 . 8<br>56  | 8 . 8<br>64  | 9 . 8<br>72   | 10 . 8<br>80   |
| 9 . 1<br>9   | 9 . 2<br>18  | 3 . 9<br>27  | 4 . 9<br>36  | 5 . 9<br>45  | 6 . 9<br>54  | 7 . 9<br>63  | 8 . 9<br>72  | 9 . 9<br>81   | 10 . 9<br>90   |
| 10 . 1<br>10 | 10 . 2<br>20 | 3 . 10<br>30 | 4 . 10<br>40 | 5 . 10<br>50 | 6 . 10<br>60 | 7 . 10<br>70 | 8 . 10<br>80 | 10 . 10<br>90 | 10 . 10<br>100 |

Sestavíme-li si tabulku násobků (příklad 20), vidíme i další zajímavá fakta, která mohou některým dětem pomoci zvládat řady násobků:

- řady násobků dvou, čtyř a osmi mají počet jednotek vyjádřený vždy jen sudými čísly,
- násobky tří jsou obtížnější než násobky čtyř také proto, že mají počet jednotek vyjádřený všemi číslicemi (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9); ale je možné využít toho, že všechny součty počtu desítek a jednotek jsou také násobky tří a jsou to konkrétně čísla 3, 6, 9 a 12,



- řada násobků devíti není pro naučení tak obtížná jako řady násobků sedmi a osmi, protože je zde řada pravidelností, o které se mohou děti při nácviku opírat, například součet počtu desítek a jednotek je vždy číslo devět,
- při hledání násobků devíti můžeme postupovat i tak, že dané číslo vynásobíme deseti a pak je jednou odečteme, tj.  $9 \cdot a = 10 \cdot a - a$
- budeme-li si ukazovat po diagonálách v tabulce, uvidíme, že odspodu se první činitel o jednu zmenšuje zatímco druhý se o jednu zvětšuje, vyznačené násobky: 7, 12, 15, 16, 15, 12, 7 jsou „symetricky“ uspořádány; jejich rozdíly se nejprve pravidelně zvětšují o 5, 3, 1 a pak se opět pravidelně zmenšují; pokud si vypíšeme násobky v jiných diagonálách, platí zde podobné závislosti.

Po zvládnutí základních násobilkových spojů se začíná probírat pamětné násobení mimo obor násobilky, ale jen v oboru do sta. Tyto úlohy předpokládají distributivnost násobení vzhledem ke sčítání, komutativnost násobení, asociativnost násobení a užití rozvoje čísla v desítkové soustavě. Řešení takové úlohy se skládá z aplikace několika úloh v oboru násobilky.

Násobení mimo obor násobilky v oboru do sta se nacvičuje v určitých etapách. Toto učivo se naplní vyučování matematiky ve třetím ročníku. Postup a etapy nácviku:

$$20 \cdot 3 = (2 \cdot 10) \cdot 3 = 3 \cdot (2 \cdot 10) = (3 \cdot 2) \cdot 10 = 6 \cdot 10 = 60$$

$$24 \cdot 3 = (20 + 4) \cdot 3 = (20 \cdot 3) + (4 \cdot 3) = 60 + 12 = 72$$

Po bezpečném zvládnutí násobilky, tj. ve čtvrtém ročníku, se žáci seznámí s algoritmem písemného násobení. Metodický postup výkladu algoritmu pro násobení přirozených čísel  $a \cdot b$  probíhá ve čtyřech krocích:

1.  $b$  je jednociferné přirozené číslo,

2.  $b$  je mocnina deseti,
3.  $b$  je násobek mocniny deseti s jednou nenulovou číslicí,
4.  $b$  je libovolné přirozené číslo.

Hned na začátku výkladu a nácviku algoritmu písemného násobení je důležité dbát na to, aby si žáci zvykli dělat pečlivý zápis. Číslice stejného řádu musí psát správně pod sebe. Je důležité jim vysvětlit, že při počítání podle algoritmu začínáme násobit od jednotek nejnižšího řádu a první číslici dílčího součinu píšeme pod číslici, kterou právě násobíme. Počítáme tedy od „konce“.

#### Příklad 19:

směr výpočtu

$$\begin{array}{r} \text{[1][2][3]} \\ \cdot 3 \text{ (2)} \text{ číslo 123 násobíme číslem 2} \\ \hline \text{[2][4][6]} \text{ a začneme psát pod číslo 2} \\ \hline \end{array}$$

směr výpočtu

$$\begin{array}{r} \text{[1][2][3]} \\ \cdot 3 \text{ (3)} \text{ číslo 123 násobíme číslem 3} \\ \hline \text{2 4 6} \\ \hline \text{[3][6][9]} \text{ a začneme psát pod číslo 3} \\ \hline \text{3 9 3 6} \text{ dílčí součiny sečteme} \end{array}$$

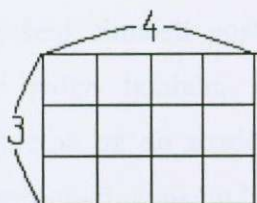
## 5. Dělení

Tak jako odčítání je inverzní operací ke sčítání, je dělení inverzní operací k násobení. Operace násobení interpretovaná jako vnitřní operace je komutativní a asociativní, proto je k ní dělení jedinou inverzní operací, a proto platí, že:

$$\forall a \in N_0 \forall b \in N_0 \exists c \in N_0 a \cdot b = c \leftrightarrow (c : a = b \wedge c : b = a)$$

(Divíšek, 1989)

Vztah mezi násobením a dělením se může uplatnit v učivu matematiky už ve druhém ročníku. Následující pravoúhelník mohou žáci chápat jako znázornění čtveřice příkladů:



$$3 \cdot 4 = 12$$

$$12 : 3 = 4$$

$$4 \cdot 3 = 12$$

$$12 : 4 = 3$$

První dva příklady vyjadřují komutativnost násobení, druhé dva příklady ukazují, že jediná inverzní operace k násobení je dělení. Na učiteli záleží, jak ukáže souvislost mezi těmito čtyřmi rovnostmi.

Podstatu dělení nelze podobně jako odčítání vykládat jen jako inverzní operaci ke sčítání. Je nutné provádět s dětmi vhodné modelující manipulace s předměty. Je důležité vědět, že k dané reálné situaci existují vždy dvě úlohy, které se obě řeší dělením. Je však třeba je modelovat odlišnými manipulacemi.

### Příklad 20:

Dědeček má narozeniny a vnoučatům, která mu přišla blahopřát, rozdělil bonbóny.



1. úloha: Dědeček rozdělil třicet bonbónů pěti vnoučatům. Kolik bonbónů dostalo každé vnouče?

**Řešení:**

$$30 : 5 = 6$$

| Vnoučata | Bonbóny |    |    |    |    |    |
|----------|---------|----|----|----|----|----|
| 1.       | 1       | 6  | 11 | 16 | 21 | 26 |
| 2.       | 2       | 7  | 12 | 17 | 22 | 27 |
| 3.       | 3       | 8  | 13 | 18 | 23 | 28 |
| 4.       | 4       | 9  | 14 | 19 | 24 | 29 |
| 5.       | 5       | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |

Tato úloha se označuje jako dělení na stejné části, což je rozdělování. Při jejím řešení činností postupně „podělujeme vnoučata“: nejprve dostane každé vnouče jeden bonbón, pak přidáme druhý bonbón, atd. Tímto způsobem pokračujeme až do rozdělení všech třiceti bonbónů. Jednotlivá čísla v tabulce označují pořadí, v jakém byly bonbóny rozdělovány.

2. úloha: Dědeček rozdělil třicet bonbónů svým vnoučatům. Každé vnouče dostalo šest bonbónů. Kolik vnoučat dědeček má?

**Řešení:**

$$30 : 6 = 5$$

| Vnoučata | Bonbóny |    |    |    |    |    |
|----------|---------|----|----|----|----|----|
| 1.       | 1       | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 2.       | 7       | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 3.       | 13      | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 4.       | 19      | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 5.       | 25      | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 6.       |         |    |    |    |    |    |
| 7.       |         |    |    |    |    |    |

Tuto úlohu označujeme jako dělení po částech, tedy dělení podle obsahu, či měření. Řešení této úlohy modelujeme tak, že prvnímu vnoučeti dáme šest

bonbónů, pak dáme druhému vnoučeti šest bonbónů atd. Tak pokračujeme do té doby, než nám dojdou bonbóny.

Tyto dvě různé manipulace jsou důsledkem toho, že násobení lze chápat jako vnější operaci. V příslušné inverzní operaci buď hledáme přirozené číslo, které lze chápat jako kardinální číslo (viz. 1. úloha), nebo přirozené číslo chápané jako operátor (viz. 2. úloha). Pokud bychom ovšem násobení představovali jako vnitřní operaci, dělení by pak bylo jen jedno. V reálném životě se takových situací vyskytuje jen málo. Například: Honzík napsal dvacet různých slabik. Použil čtyři souhlásky a několik samohlásek. Každé souhlásce přiřadil každou samohlásku. Kolik bylo samohlásek?

Pro první seznámení žáků s operací dělení je vhodnější uvádět manipulace 2. typu a teprve potom i úlohy 1. typu. Toto pořadí však není nezbytně nutné. Pokud je úloha chápána jenom numericky, není druh manipulace přímo určen a pro potřebnou modelaci výkonu je možné si libovolně vybrat z obou typů dělení. Zde by mohly být nějaké obrázky. A vysvětlit, jak je obtížné problematiku dělení v učebnicích znázorňovat.

Tehdy, když žáci pochopí podstatu dělení, lze objasnit souvislosti mezi násobením a dělením. Až teprve pak lze objasnit, proč nulou nedělíme, nikoli dělit nesmíme.

$$\forall a \in N_0 : 0 = 0 \wedge a . 0 = 0 \wedge \underline{0 : 0 = a} \wedge 0 : a = 0$$

Z podtrženého výrazu vyplývá, že dělení  $0 : 0$  nemá žádný smysl, protože výsledkem takového „dělení“ může být libovolné číslo z  $N_0$ . ze vztahu  $\forall a \in N_0 : 0 : a = 0$  vyplývá, že neexistuje číslo  $a \in N_0$  tak, aby např.  $0 : a = 5$  (nebo jinému nenulovému číslu), a tedy ani neexistuje výsledek dělení  $5 : 0$ .

*Závěr: Nulou nedělíme, protože výsledek nemá smysl, nebo vůbec neexistuje.*

(Divíšek, 1989)

Nácvik pamětného dělení probíhá současně a ve stejných etapách jako při nácviku pamětného násobení.

Při nácviku pamětného dělení mimo obor násobilky se postupuje stejně jako u nácviku dělení. I zde se používá rozkladu čísla, tj. dělence, na dva nebo více sčítanců. Tím se úloha na více jednodušších úloh, které jsou řešitelné v oboru násobilky.

**Příklad 21:**

$$92 : 4 = (80 + 12) : 4 = (80 : 4) + (12 : 4) = 20 + 3 = 23$$

nebo

$$92 : 4 = (40 + 40 + 12) : 4 = (40 : 4) + (40 : 4) + (12 : 4) = 10 + 10 + 3 = 23$$

Dělení se zbytkem se zavádí již ve 3. ročníku. Toto dělení však není operací ve smyslu definice vnitřní ani vnější operace, ale jen zobrazením v množině  $N_0 \times N$ . Je definováno takto:

*Jsou-li  $a \in N_0$  a  $b \in N$ , přičemž  $a$  není násobkem  $b$ , existují jediná čísla  $q \in N_0$  a  $r \in N$  tak, že platí  $a = b \cdot q + r$ , přičemž  $r < b$ . Číslo  $q$  nazýváme neúplným podílem a číslo  $r$  nazýváme zbytek. Číslo  $a$  se nazývá dělenec a číslo  $b$  dělitel.*

Dělení se zbytkem je postup, kterým se k číslům  $a$ ,  $b$  hledají čísla  $q$ ,  $r$ . Nejprve se musí najít nejbližší nižší dělitel  $b$  vzhledem k číslu  $a$ . Je jím číslo  $b \cdot q$ .

(Divíšek, 1989)

**Příklad 22:**

$$58 : 8 \rightarrow \text{nejbližší menší násobek osmi k číslu 58 je číslo 56}$$

$$58 = 56 + r = 56 + 2$$

$$58 = 8 \cdot 7 + 2 \rightarrow \text{zápis: } 58 : 8 = 7$$

2

$$\text{zkouška: } 8 \cdot 7 + 2 = 58$$



V zápise ve tvaru  $a = b \cdot q$  je třeba dbát na to, že sice součin  $b \cdot q = q \cdot b$ , ale každý z činitelů má zcela jinou funkci. Zbytek musí být vždy menší než dělitel, nikoli neúplný podíl.

Grafické znázornění dělení se zbytkem provádíme ve čtvercové síti tak, že provádíme dělení po částech a zbytek se ukáže jako poslední neúplná řada nebo sloupec.

**Příklad 23:**

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 |    |    |

|   |    |    |    |
|---|----|----|----|
| 1 | 6  | 11 | 16 |
| 2 | 7  | 12 | 17 |
| 3 | 8  | 13 | 18 |
| 4 | 9  | 14 |    |
| 5 | 10 | 15 |    |

$$18 : 5 = 3$$

3

Algoritmus písemného dělení jednociferným dělitelem se nacvičuje ve čtvrtém ročníku. Vychází se z pamětného dělení se zbytkem (Pozor, pro děti je algoritmus dost obtížný, protože vyžaduje kombinaci různých početních výkonů.) Algoritmus písemného dělení dvojciferným a trojciferným dělitelem je obtížnější. Vyučuje se už v pátém ročníku základní školy.

## 6. Dotazníky

Pro získání více informací o názorech učitelů na problematiku výkladu násobení ve škole (jak děti chápou násobení a dělení, jaké jim to dělá nebo nedělá problémy) jsem vypracovala dotazník pro učitele, kteří učí na prvním stupni základní školy. Tento dotazník obsahoval šest otázek:

1. Jak dlouho učíte?
2. Jak obtížné vám přijde učivo „násobení a dělení“?
3. Co dělá žákům nejvíce problémů při výuce „násobení a dělení“?
4. Jaké učebnice používáte při výuce „násobení a dělení“?
5. Jste s těmito učebnicemi spokojen(a)?
6. Jaké metody a pomůcky využíváte při výuce „násobení a dělení“?

Dotazník byl zadáván převážně těm učitelům a učitelkám, kteří vyučují ve druhém a třetím ročníku základních škol a zabývají se, či se zabývali touto problematikou. Dotazník vyplňovalo přesně třicet dva učitelů.

### 6.1 Jak dlouho učíte?

Na první otázku jsem dostala odpověď pod deset let praxe, pouze v jednom dotazníku. Ostatní učitelé/učitelky, kteří mi poskytli informace, učí od jedenácti do třiceti šesti let.

## **6.2 Jak obtížné vám přijde učivo „násobení a dělení“?**

Na obtížnost násobení a dělení měli dotazovaní učitelé různé názory. Většina z dotázaných učitelů považovala tuto problematiku za středně obtížnou. Za obtížnější považují:

- zafixování si po sobě jdoucích násobků
- zafixování si jednotlivých spojů
- pochopení početní operace násobení a dělení
- správné vnímání vztahu: sčítání – násobení ( $4 + 4 + 4 = 3 \cdot 4$ )
- dělení chápané jako postupné odečítání.

Podle dotazovaných by bylo mnohem lepší, zařadit toto téma až do třetího ročníku, oproti nynějšímu zařazení na konec druhého ročníku.

Paní učitelka s osmnáctiletou praxí, je toho názoru, že je násobení a dělení náročné pouze na mechanickou paměť. Děti lépe zvládají násobení než dělení. Zvládnou ho i děti, kterým chybí logický úsudek a jsou celkově méně výkonnější. Děti se mohou naučit násobit i bez toho, aby pochopily operaci dělení. Jinak řešeno, naučí se dělit zcela mechanicky, zapamatují si postup a pouze ho používají. Problém pak nastává ve chvíli, kdy má dítě použít dělení například ve slovní úloze.

## **6.3 Co dělá žákům nejvíce problémů při výuce „násobení a dělení“?**

Z informací od učitelů/učitelek, kteří mi vyplnili dotazník, jsem do dozvěděla, že nejvíce problémů mají děti se správným zapamatováním si násobků, se slovními úlohami, s naučením se řad násobků, pochopení dělení, pamětné



osvojování některých spojů, práce s většími čísly a to jak při násobení, tak při dělení, dělení dvouciferným číslem – odhad. Neplatí to však pro všechny žáky, ale většinou pro ty, kteří nemají tak dobře vyvinuté logické („matematické“) myšlení. Chytré děti mívají většinou problém na začátku, když se začíná s touto látkou. Jsou schopni to velmi rychle pochopit a pak je násobení a dělení většinou i baví.

#### **6.4 Jaké učebnice používáte při výuce „násobení a dělení“?**

Od dotazovaných učitelů jsem zjistila, že používají učebnice a pracovní sešity k matematice pro druhý ročník základní školy z nakladatelství SPN, FORTUNA, PRODOS a ALTER. Dále využívají matematické pětiminutovky a učebnice přímo na násobení a dělení „Jak je lehká násobilka“, „Jak je lehké dělení“ z nakladatelství Nová škola Brno; „Učíme se násobilku“ z nakladatelství SCIENTIA; a „Barevné počítání“ z nakladatelství PROMETHEUS.

#### **6.5 Jste s těmito učebnicemi spokojen(a)?**

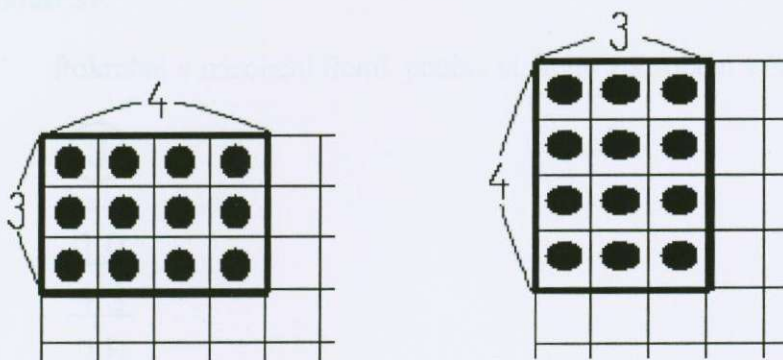
Většina učitelů na tuto otázku odpověděla kladně, tedy že jsou s učebnicemi i s pracovními sešity spokojeni. Některým učitelům v nich chybí příklady na procvičování, proto si vytváří vlastní příklady, kopírují z jiných učebnic, pracovních sešitů nebo z různých pracovních listů. Jedna paní učitelka v dotazníku napsala, že je s učebnicí nakladatelství ALTER nespokojená, protože tam je zbytečně moc učiva.

## 6.6 Jaké metody a pomůcky využíváte při výuce „násobení a dělení“?

Z odpovědí na třetí otázku lze dobře odpozorovat různý přístup učitelů k tomuto učivu. Tvořiví učitelé velmi využívají množství pomůcek, například čtvercová síť, číselné řady násobků, číselná osa, posuvné lišty, domino, násobilkové pexeso, posuvné lišty, kartičky s násobky a výsledky, tabulky násobků, počítadla, peníze, knoflíky, kamínky, nástěnná tabule, karty násobků, počítačové programy, obrázky, špejle, pomůcky z nakladatelství PRODOS (Demonstrační pomůcky při násobení a dělení), karty a různé vlastnoručně vyrobené pomůcky. Nejčastěji zmiňovanou pomůckou byla čtvercová síť (příklad 24).

### Příklad 24:

Jaké příklady jsou znázorněny na čtvercových sítích?



Na čtvercové síti si žáci znázorní příklad tím, že si vybarví určitý počet políček. Podle mého názoru by bylo dobré natrénovat s žáky tvoření  $x$  řad po  $y$  prvcích (např. pomocí knoflíků, velkých fazolí atp.), aby pak neměli problém se zakreslováním prvků do sítě. Na této pomůcce lze dobře ukázat a vysvětlit postupné sčítání a vztah násobení a dělení (příklad 25):

### Příklad 25:

Zapiš, co vidíš na obrázcích z příkladu 24.

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$4 + 4 + 4 = 12$$

$$12 : 3 = 4$$

$$12 : 4 = 3$$

$$4 \cdot 3 = 12$$

$$3 + 3 + 3 + 3 = 12$$

$$12 : 2 = 6$$

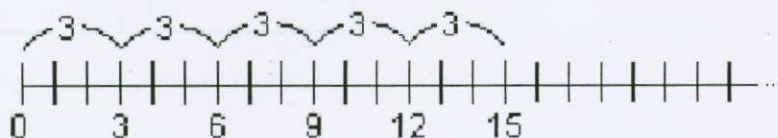
$$6 + 6 = 12$$



Další často používanou pomůckou je číselná osa (příklad 26), posuvné lišty, na které se velmi dobře dají znázornit řady násobků a postupné přičítání zároveň. Je to pouze obtížnější na samotné narysování číselné osy a na stejnoměrné rozdělení článků.

#### Příklad 26:

Jak bude osa pokračovat?



Nejen pro slabší žáky jsou dobré tabulky násobků (příklad 27). Tyto tabulky je možné používat nejen na násobení, ale také na dělení. Žáci se na nich učí postupně z paměti znát násobky.

#### Příklad 27:

Pokračuj v násobení třemi, počítej stejným způsobem s číslem čtyři a pět.

|     |     |
|-----|-----|
| 3   |     |
| 00  |     |
| 13  |     |
| 26  |     |
| ... | ... |

Další, u dětí velmi oblíbenou pomůckou, jsou kartičky (příklad 28). Na jedné polovině kartiček jsou napsané příklady na násobení nebo dělení a na druhé polovině kartiček jsou napsané výsledky. Děti pak hledají k příkladům výsledky. Lze je využívat různými způsoby, například formou her. Je možné s nimi hrát i pexeso. Žáci hledají příklad a k němu výsledek, nebo mohou hledat dva příklady, které vyjadřují ten samý výsledek, např.  $3 \cdot 6 = 2 \cdot 9$ ;  $3 \cdot 4 = 2 \cdot 6$ ;  $4 \cdot 5 = 2 \cdot 10$  a tak podobně.



**Příklad 28:**

|             |    |
|-------------|----|
| $3 \cdot 5$ | 15 |
| $18 : 3$    | 6  |

Hra „na krále“ žáky také velmi baví. Jde o soutěž, při které se ve třídě hledá nejrychlejší počtář. Pravidla jsou jednoduchá. Všechny děti si stoupnou a učitel/ učitelka zadává dvojicím žákům postupně příklady. Žák, který vysloví správný výsledek, zůstává stát, a soused si sedne. Tímto způsobem se pokračuje dokud nejsou vyčerpáni všichni žáci. Ve druhém kole spolu hrají opět ve dvojicích vítězové z prvního kola. Kol je tolik, dokud jeden žák nevyhraje. Tato hra je občas poměrně obtížná pro učitele, protože žáci kolikrát vykřiknou výsledek buď najednou, nebo jim není rozumět, a takové případy se musí spravedlivě řešit. Jedním z možných řešení je, že žáci dostanou nový příklad. Vítěz se stane na nějakou dobu králem. Záleží už pak na učiteli, jak toho bude, či nebude využívat.

Často používanou pomůckou jsou i různé předměty, například kamínky, klacíky, bonbóny nebo knoflíky. Různé druhy úloh (příklad 29):

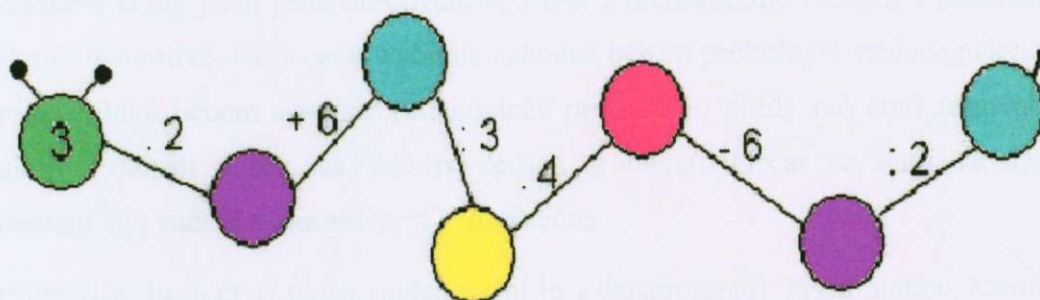
**Příklad 29:**

1. Utvoř tři hromádky knoflíků po čtyřech. Kolik knoflíků potřebuješ?
2. Rozděl dvacet jedna kamínků do tří hromádek tak, aby byl ve všech stejný počet. Kolik kamínků bude v každé hromádce?
3. Máš šestnáct bonbónů, každému kamarádovi dáš dva bonbóny. Kolika kamarádům dáš bonbón?

Dále učitelé využívají různé typy příkladů, „obyčejné příklady“ –  $4 \cdot 5 = 20$ , nebo různé řetězce, tedy napojované příklady, kdy se počítá s výsledkem z předchozího příkladu (příklad 30, 31).

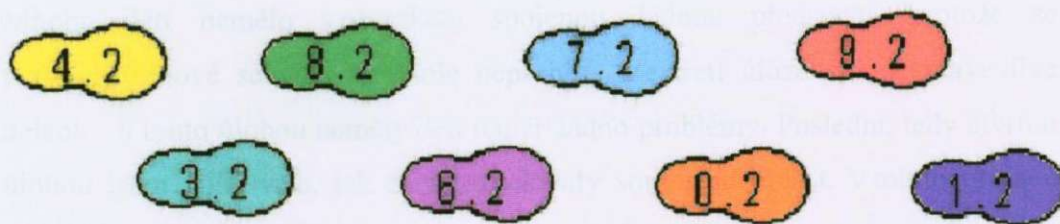
### Příklad 30:

Co vyjde na konci?



### Příklad 31:

Kdo dojde dál?



## 7. Testování dětí a čtyři testovací úlohy

Pro vypracování této práce bylo mým úkolem zjistit jaké jsou představy žáků o násobení a dělení předtím, než se tato operace vykládá ve škole. Testovala jsem zhruba čtyřicet dětí z prvních a druhých tříd. K žákům prvních dvou ročníků základní školy jsem ještě otestovala šest dětí z předškolního ročníku v mateřské škole. Jednotlivé děti jsem si vybírala náhodně během průběžných pedagogických praxí a také během souvislé pedagogické praxe. Děti plnily mé čtyři testovací úlohy s radostí a bez jakýchkoliv větších problémů. Občas se stalo, že děti nerozuměly zadání a musela jsem je dodatečně .

Připravila jsem čtyři úlohy (jejich znění je v dalším textu). První úlohou, kterou jsem vytvořila, byla úloha na vysívání hrachu. Požadavek „spravedlivého dělení“ nebyl v úloze explicitně vyjádřen. Většina dětí rozdělovala semena do řádků se stejným počtem semen v jednom řádku. Ve druhé úloze měly děti za úkol říct, co vidí na obrázku, na kterém byly tečky uspořádané do pravoúhelníkových vzorů. Mnoho dětí nemělo s obrázkem spojenou žádnou představu, protože se pravoúhelníkové schéma ve škole neprobírá. Ve třetí úloze šlo o spravedlivé dělení. . S touto úlohou neměly děti téměř žádné problémy. Poslední, tedy čtvrtou úlohou jsem zjišťovala, jak žáci rozdělovaly souvislou oblast, v tomto případě obdélník.

Žáky jsem předem upozornila, že nejde o zkoušení a že se nic neděje, pokud nebudou vědět, jak mají úlohy řešit, nebo pokud se jim nepodaří vyřešit vše a napoprvé. To proto, aby nebyli pod jakýmkoliv stresem a pocitem nátlaku. Na řešení úloh měli dostatek času. Nenutila jsem je, aby příklady řešili v určitých časových limitech. Za snahu a za ochotu jsem děti odměnila malou sladkostí.

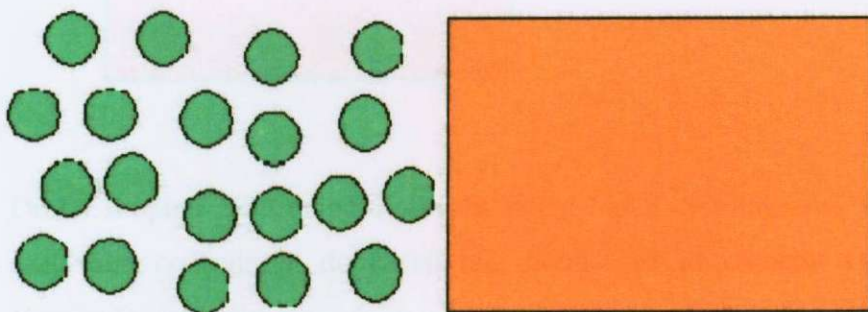


## 7.1 Vysívání hrášku

### Zadání:

Maminka chce na jeden volný záhon vysít hrášek. Chceš mamince udělat radost a pomoci jí, tak hrášek vyseješ sám (sama). Jak budeš hrášek vysívat, aby měl dost místa a mohl dobře růst?

### Obrázek 2:



S formulací této úlohy jsem měla trochu problém, protože hned první dítě, mi řeklo, že bude hrášek vysívat po třech. Ptala jsem se proč by hrášek vysíval po třech a okamžitě jsem dostala odpověď: „Protože to říkala maminka.“ Z tohoto případu jsem se poučila a raději jsem předem upozorňovala, že budeme hrášek vysívat po jednom semínku. Vícekrát už se mě na to nikdo nezeptal. Úlohu jsem pak musela jinak přeformulovat:

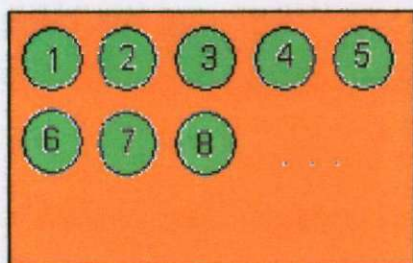
Maminka chce na jeden volný záhon vysít hrášek. Chceš mamince udělat radost a pomoci jí, tak hrášek vyseješ sám (sama). Semínka se musí dávat na záhonek po jednom. Jak budeš hrášek vysívat, aby měl dost místa a mohl dobře růst?

Při řešení této úlohy děti postupovaly různými způsoby. Objevilo se zde několik různých způsobů, jak rozdělit semínka do řádků a sloupečků.

1. Někteří žáci odhadli, jaký bude počet semínek v jednom řádku a pak dávali do každého řádku stejný počet semínek, dokud je nevyčerpali. Pokud se hned napoprvé netrefili, upravovali počet sazenic v řádku tak

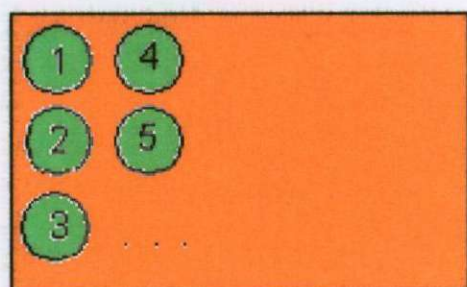
dlouho, dokud jim nevyšlo správné řešení, nebo všechny hrášky ze záhonku sundali a začali od začátku. Někdy začali úlohu řešit jedním z dalších možných způsobů. Tento způsob řešení byl nejčastější.

**Obrázek 3:**



2. Druhá skupina žáků nejprve odhadla počet řádků. Semínka pak tito žáci „zasívali“ po jednom do řádků tak dlouho, až je všechny vyčerpali. V případě, že se jim nepodařilo zvolit takový počet řádků, že hrášky bylo možné vyčerpat beze zbytku, snažili se semínka přeskupit jinak.

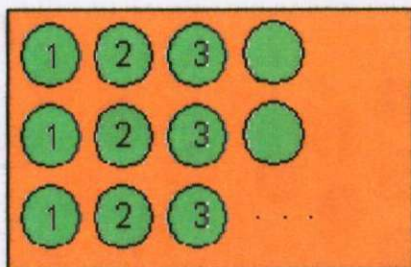
**Obrázek 4:**



3. Jiná skupina dětí, která byla nejméně početná a tvořili ji pouze žáci druhých ročníků, si nejprve semínka spočítala a pak je rozdělili. Byli to ti žáci, kteří již dělení začaly probírat.
4. Objevili se i takoví žáci, kteří tvořili řádky se stejným počtem semínek, například po třech, tak dlouho, až zaplnili záhonek. Pokud jim ještě zbyly semínka, přidělovali je pak k jednotlivým řádkům, až byl v každém řádku stejný počet hrášků. Jinak řečeno, používali kombinaci prvního a druhého postupu.

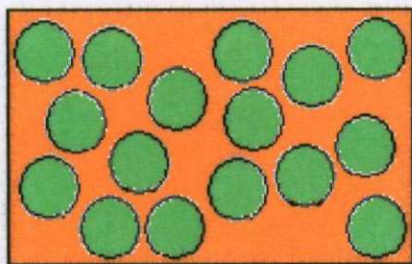


**Obrázek 5:**



5. Poslední skupina žáků si s pojmem „mohly dobře růst a měly dost místa“ vůbec nedělala hlavu. Naskládali semínka na záhonek tak, jak se jim zrovna chtělo a byli s tím spokojeni.

**Obrázek 6:**



## **7.2 Obrazce**

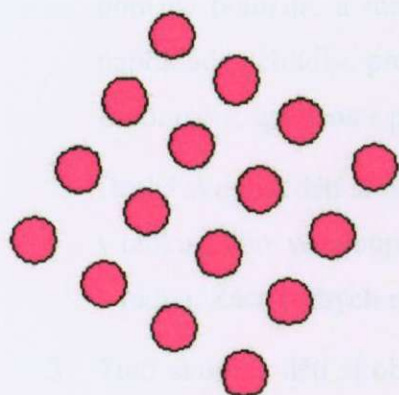
Druhá úloha se skládala ze dvou obrazců, které byly vytvořeny z bodů. Body byly pravidelně uspořádány. Každý obrázek byl na jednom papíře. V úloze šlo o to, jak budou děti k této úloze přistupovat a jak budou schopny se v tomto pravoúhelníkovém schématu orientovat. Snažila jsem se vymyslet příběh, který by děti motivoval k řešení úlohy.

### **Zadání:**

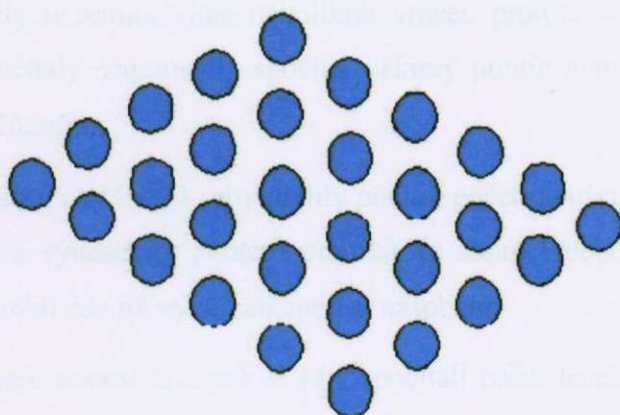
Včera odpoledne jsem si malovala vodovkami a dala jsem si do nich moc vody. Štětcem jsem si nakapala na papír, na který jsem chtěla malovat a koukni, co tam vzniklo. Co vidíš na obrázku? Pomůžeš mi rozluštit to, co tam je?



Obrázek 7:



Obrázek 8:



Počet teček na obrázku číslo 6 je možné vyjádřit různými způsoby:

- $1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1$
- $4 + 4 + 4 + 4$
- $4 \cdot 4$

S touto úlohou měli žáci velké problémy, převážně žáci prvních ročníků a děti z mateřské školy. Někteří žáci vůbec neodpovídali. Neměli s obrázkem spojenou žádnou představu, protože se pravoúhelníkové schéma ve škole neprobíralo.

Žáci, kteří neodpovídali na to, na co jsem se jich ptala, měli většinou po ruce odpověď typu:

- „Jsou tam růžové (modré) puntíky.“
- „Je to kosočtverec a když to otočím, tak to je čtverec. A to druhý je jako obdélník.“
- „Jsou to samý tečky.“

Jen opravdu málo dětí bylo schopno mi říct, že obrazec je vytvořen z teček, které jsou řazeny v  $x$  řadách po  $y$  tečkách, nebo jsou řazeny v  $x$  sloupcích po  $y$  tečkách. Jindy si děti tečky spočítaly a to několika způsoby:

1. Některé děti počítali puntíky po jedné v té poloze, do které jsem jim obrazec položila, a musely se samozřejmě několikrát vracet, protože se například přehlídly, přepočítaly, zapomněly spočítat některý puntík nebo zapomněly, kde jsou s počítáním.
2. Druhá skupina dětí si obrazec otočila tak, aby mohly počítat počet puntíků v řádku nebo ve sloupci a vynásobily počtem puntíků ve sloupci nebo v řádku. Žáci druhých ročníků zde již využívali znalost násobení.
3. Třetí skupina dětí si obrazec pootočila a pak si žáci spočítali počet teček v prvním řádku. Viděli, že v řádcích je stejný počet teček. Použili tedy postupného přičítání, tj. v prvním případě  $4 + 4 + 4 + 4$ , v jejich interpretaci to vypadalo asi jako:  $4 + 4 = 8$ ,  $8 + 4 = 12$ ,  $12 + 4 = 16$ . V druhém případě si většinou děti obrazec otočily na výšku, takže počítaly  $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$ . Postupným přičítáním to vypadalo takto:  $5 + 5 = 10$ ,  $10 + 5 = 15$ ,  $15 + 5 = 20$ ,  $20 + 5 = 25$ ,  $25 + 5 = 30$ .

### 7.3 Kachna a kachňata

Třetí úloha je úloha na dělení celku na části podle specifických vlastností. Specifickou vlastností zde rozumíme „mít stejný počet prvků“.

#### Zadání:

Žily byly tři kachní maminky a chodily se svými dětmi kachňaty na procházky na velký rybník. Vždy, když se vracely domů, musely si zase své nezbedné děti rozdělit. Pomůžeš jim jejich kachňata rozdělit tak, aby měla každá maminka stejný počet dětí?

#### Obrázek 9:



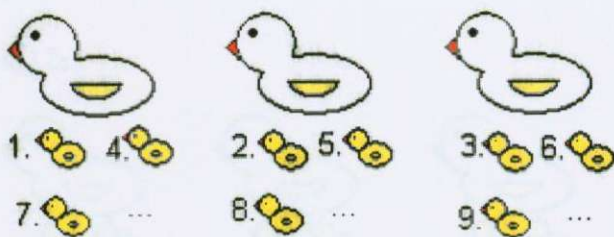


Pro tuto úlohu jsem si připravila a z barevného papíru vystříhla tři větší kachny a k nim osmnáct malých kachňat, která byla téměř totožná. Chtěla jsem předejít tomu, aby děti rozdělovaly kachňata podle nějakého znaku. Cílem úlohy bylo, zda žáci chápou situaci, ve které je požadováno rozdělování a jakým postupem budou rozdělování provádět.

První reakce na tuto úlohu byla většinou velmi příznivá již při prvním pohledu na pomůcku. Vypracování této úlohy prováděly děti několika různými způsoby:

1. První skupinka dětí si nejprve dala každou velkou kachnu zvlášť tak, aby měly na rozdělování dostatek místa. Pak rozdělovaly kachňata po jednom vždy popořadě ke každé kachně, až vyčerpaly všechna kachňata (obrázek 10). Pak jsem se zeptala, jestli si myslí, že tak, jak to rozdělily, to je dobře. Většinou pak následovala kontrola samotného dítěte. Přepočítaly si jestli má každá kachna stejný počet kachňat. Při tomto způsobu rozdělování chyba nevznikla u žádného z testovaných dětí.

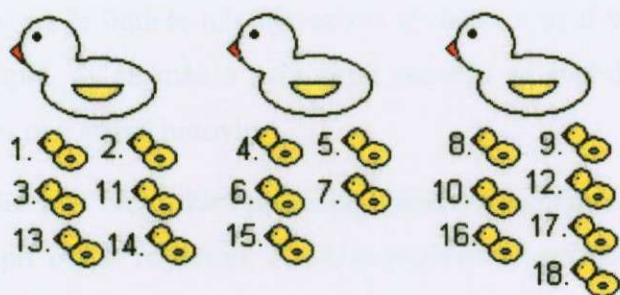
**Obrázek 10:**



2. Druhá skupina dětí si také nejprve dala jednotlivé velké kachny od sebe a pak začali rozdělovat kachňata. Ke každé kachně daly nějaký počet kachňat. Děti přidělovaly papírová kachňata spíše náhodně než s nějakým systémem (obrázek 11). Jeden chlapec například přiděloval tímto způsobem:



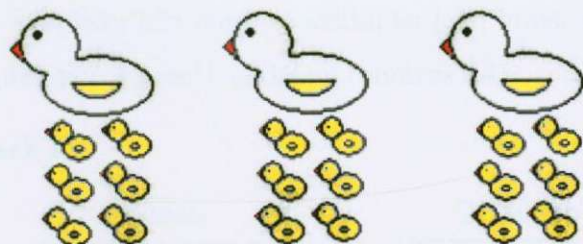
Obrázek 11:



Až na dotaz, zda to tak má být a zda mají všechny maminky stejný počet dětí, daly se do kontrolování a přesouvání. Většina z nich se po kratší či delší době dobrala ke správnému a uspokojivému řešení.

3. Další skupina dětí byli opět žáci druhých ročníků, kteří se již ve školním vyučování zabývali problematikou násobení a dělení. Našli se mezi nimi jedinci, tedy spíše velká většina z nich, kteří si kachňata nejdříve spočítali a pak jejich počet vydělili třemi, podle počtu velkých kachen. Pak rovnou přidělili správný počet kachňat ke každé kachně (obrázek 12). Kontrola probíhala většinou tak, že se spočítali, jestli je v každé skupince šest kachňat.

Obrázek 12:



## 7.4 Rozdělení papíru

Tou úlohou jsem chtěla zjistit, jak jsou děti schopné rozdělovat souvislou oblast. V tomto případě rozdělovaly list nelinkovaného a nepotíštěného papíru, tedy obdélník.

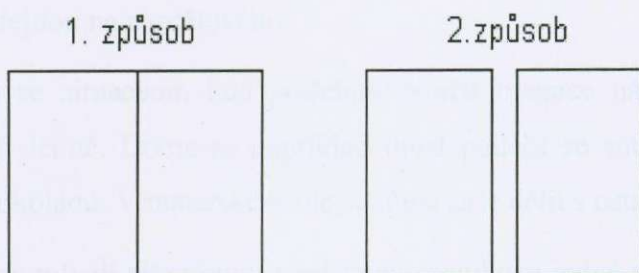
### Zadání:

Představ si, že budete mít výtvarnou výchovu a paní učitelka vám dá do lavice jeden papír. Ty se máš o svůj papír rozdělit se spolužákem. Zkus tento papír rozdělit na dvě stejné poloviny.

S řešením této úlohy žáci problémy většinou neměli. Jsou totiž zvyklí ze školy, že si papír občas rozdělují. Jediným problémem pro žáky bylo, zda mají plochu jen rozdělit přehnutím, nebo zda jej mají oddělit odtržením. Vyskytly se zda dva různé způsoby rozdělení:

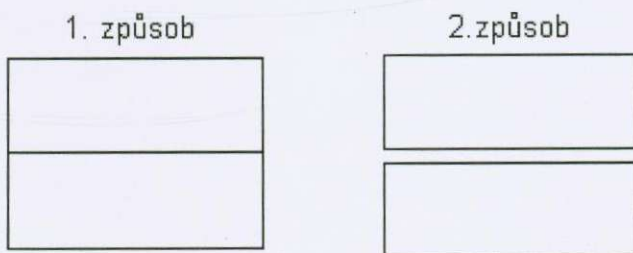
1. První skupinka dětí bez jakéhokoliv zaváhání papír přehnula na jeho delší straně. Dále ho pak buď nechaly jen přehnutý, a nebo obě poloviny od sebe oddělily (obrázek 13).

**Obrázek 13:**



2. Druhá skupinka dětí papír rozdělila na jeho kratší straně. Opět došlo buď jen k přehnutí, a nebo k oddělení (obrázek 14).

**Obrázek 14:**



Děti jsem převážně testovala na začátku druhého pololetí, tedy v únoru. Ve všech věkových skupinách bylo dělení papíru „spravedlivé“. Občas se sice stalo, že se obě části lišily o několik milimetrů, ale to záleželo jen na přesnosti dítěte.

## **7.5 Závěr úloh**

Z těchto čtyř úloh jsem zjistila, že děti jsou schopné řešit úlohy, které obsahují dělení a násobení, ještě před vstupem do školy a na počátku školní docházky. Tedy předtím, než je tato problematika probírána během učebního procesu. Jejich přirozené strategie zahrnují rozdělování i dělení podle obsahu. Často je při řešení úloh používají obě. Úlohu např. začnou řešit jako dělení podle obsahu a pak přejdou na rozdělování.

Děti se se situacemi, kde potřebují použít operace násobení a dělení, setkávají téměř denně. Doma se například musí podělit se sourozenci o pytlík bonbónů či o čokoládu. V mateřské škole se musí zase dělit s ostatními dětmi.

Děti však mívají zkreslenou představu o velikosti jedné poloviny, protože se ve společnosti zcela normálně objevuje pojem větší a menší polovina. Pokud se děti zeptáte, jestli musí být obě poloviny stejně veliké, často odpoví, že nemusí. I doma slýchají, zda si vezmou větší či menší polovinu rohlíku, jablka, atd.



## 8. Učebnice

Při shromažďování materiálů na diplomovou práci jsem se pokusila o vytvoření přehledu, jak se v různých učebnicích matematiky prezentuje násobení a dělení a o porovnání přístupů. Shromáždila jsem množství učebnic a pracovních sešitů matematiky pro druhý ročník základní školy. Podařilo se mi objevit i cizojazyčné učebnice, například polské, rakouské a slovenské. České učebnice jsou z nakladatelství Alter, Prométheus, Fortuna, SPN, Pansofia, Albra, Studio 1+1, Prodos a Nová škola.

Příklady, které zde zmiňuji jsou převzaté z učebnic, u kterých jsou přiřazeny. V případě, že jsem neměla souhlas autora, nekládala jsem do textu kopie úloh, ale úlohy jsem přepisovala.

### 8.1 Alter – Matematika pro 2. ročník

Tuto učebnici ilustrovali Zdeněk Miler a Kateřina Lovis a napsal ji kolektiv autorů. Patří mezi jednu z učebnic, která je na školách častěji používána, proto ji chci využít pro srovnání s dalšími učebnicemi, které jsem shromáždila.

K této učebnici jsou připojeny kartičky, se kterými lze dle učitelovy a žakovy fantazie libovolně pracovat. Učitel však může využít i návodů, co je možné s kartičkami dělat. Například mohou děti srovnávat řady násobků a přiřazovat k nim dvojice činitelů, nebo ke kartičkám se znázorněním mohou tvořit příklady na násobení a dělení. Jedním z bodů, co lze s dětmi na kartičkách dělat, je vypočítávání poloviny, třetiny, čtvrtiny, pětiny, šestiny, nebo dvou a tří třetin; dvou, tří, čtyř čtvrtin; dvou, tří, čtyř, pěti pětin a dvou, tří, čtyř, pěti, šesti šestin.

Po kapitolách, kde se probírá sčítání a odčítání s přechodem přes desítku, následuje kapitola s názvem „Příprava na násobení“. Děti se zde seznamují s potupným přičítáním a jeho následným zkráceným zápisem. Graficky jsou

příklady znázorněny například jako děti v lodičkách, kytice po několika květinách, stejné počty znaků atd.

U každého zadání je vždy jeden vozový příklad, kde je potřeba pouze doplnit výsledek a pak ještě několik dalších příkladů, které již musí děti vyřešit samy.

### Příklad 32:

Vypočítej sčítáním i násobením, kolik měli v květinářství květin.



$$3 + 3 + 3 + 3 = \underline{\quad\quad\quad} \quad 4 \cdot 3 = \underline{\quad\quad\quad}$$

### Příklad 33:

Zapiš znázorněné příklady jako sčítání i jako násobení.



$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = \underline{\quad\quad\quad} \quad 5 \cdot 2 = \underline{\quad\quad\quad}$$

Jako další kapitola následuje nácvik násobilky dvou (vyvození je v příkladu 34). V této učebnici je využito několika různých způsobů znázornění (příklad 35, 36, 37, 38). Nejsou zde samozřejmě opomenuty ani matematické spoje, tedy příklady na násobení dvěma, a také slovní úlohy.

### Příklad 34:

Děvčata vyšívala srdíčka:

Hanka

2

$1 \cdot 2 = \underline{\quad}$

Dáša

$2 + 2$

$2 \cdot 2 = \underline{\quad}$

Zdena

$2 + 2 + 2$

$3 \cdot 2 = \underline{\quad}$

...

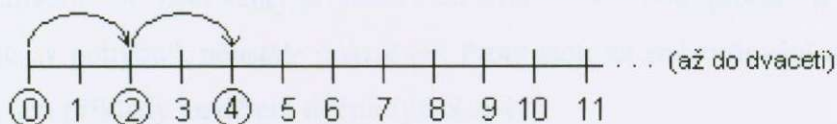
...

...

...

**Příklad 35:**

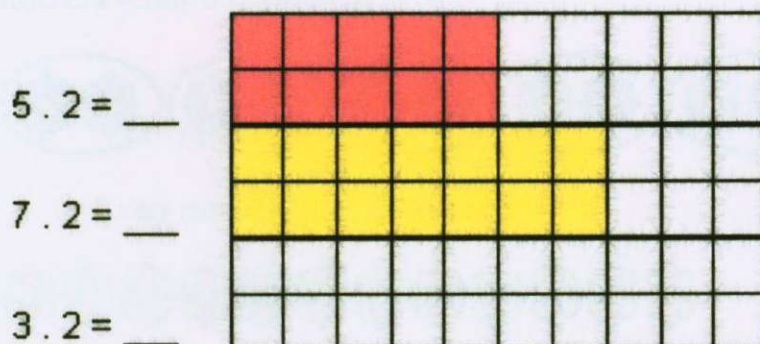
Násobky dvou vyznač barevně na číselné ose.

**Příklad 36:**

Násobky dvou vyznač červeně. Ke každému násobku vyber správnou dvojici činitelů. (Řadu násobků se nauč zpaměti vzestupně i sestupně.)

**Příklad 37:**

Vypočítej a znázorni.

**Příklad 38:**

Zahradník vysazoval v parku borovičky. Vysadil 8 řad po 2 borovičkách. Kolik vysadil celkem boroviček? Vypočítej do sešitu.

Dále je v této učebnici zařazena příprava na dělení. Motivační příklady jsou podobné jako příklady na násobení, například rozdělení dětí na ruské kolo po



dvojicích, rozdělení pytlíku bonbónů mezi děti a rozdělování květin do kytic. Nejprve je v této učebnici uplatňováno „dělení podle obsahu“ a až teprve pak „rozdělování“. Je však velký problém znázornit rozdělování, protože je to činnost, která je „v pohybu“, neustále pokračuje. Proto jsou na znázorňování rozdělování voleny jen příklady na dělení dvěmi (příklad 41).

#### Příklad 39:

Maminka koupila 12 bonbónů. Dala je svým třem dětem. Ivě, Olze, Pavlovi a řekla, aby si bonbóny rozdělily stejným dílem. Kolik bonbónů mělo každé dítě? Nakresli.

#### Řešení:

12 bonbónů rozdělily na 3 díly. Zapišeme:  $12 : 3 = \underline{\quad}$

#### Příklad 40:

Rozděl květiny do kyticek po dvou.



Květy rozdělíme do  $\underline{\quad}$  kytic.



Květy rozdělíme do  $\underline{\quad}$  kytic.

#### Příklad 41:

Rozděl květy do dvou kytic.



V každé kytici je  $\underline{\quad}$  květů.



V každé kytici je \_\_\_\_ květů.

Podobně jako u násobení, je dále systematicky nacvičováno dělení dvěma. (příklad 42, 43)

#### Příklad 42:

V dílně balili míčky po dvou. Vyznač a řekni příklady na dělení. (pokračuje až do 20)



$$2 : 2 = \underline{\quad}$$



$$4 : 2 = \underline{\quad}$$



$$6 : 2 = \underline{\quad}$$

...

...

#### Příklad 43:

Znáznorní příklady na dělení a vypočítej. zkoušku.

Proveď

$$12 : 2 = \underline{\quad}$$



$$6 \cdot 2 = \underline{\quad}$$

$$8 : 2 = \underline{\quad}$$



$$4 \cdot 2 = \underline{\quad}$$

V této kapitole se dále dozvíme, spíše děti se dozvědí důležité poučky, které využijí i během dalších let studia.

|                                                        |   |         |   |       |
|--------------------------------------------------------|---|---------|---|-------|
| 10                                                     | : | 2       | = | 5     |
| dělenec                                                |   | dělitel |   | podíl |
| Zapamatuj si: Výsledek dělení se nazývá <b>podíl</b> . |   |         |   |       |

|                                                           |   |         |   |        |
|-----------------------------------------------------------|---|---------|---|--------|
| 5                                                         | . | 2       | = | 10     |
| činitel                                                   |   | činitel |   | součin |
| Zapamatuj si: Výsledek násobení se nazývá <b>součin</b> . |   |         |   |        |

Další kapitoly, které jsou řazené za dělením dvěma, jsou kapitoly s názvy „Násobení třemi“, „Dělení třemi“, „Násobení čtyřmi“ a „Dělení čtyřmi“. V kapitolách o dělení se děti postupně seznamují s pojmy polovina, třetina, čtvrtina atd. Učí se jak tyto části z celku vypočítat. Formulace poučky o čtvrtině je závislá na žákově správném úsudku a doplnění.

#### Příklad 44:

Čtvrtinu z daného čísla vypočítáme tak, že toto číslo dělíme \_\_\_\_ .

Třetinu z daného čísla vypočítáme tak, že toto číslo dělíme \_\_\_\_ .

Tato učebnice je rozdělena do více svazků, proto je přímo v tomto šestém díle jen násobení a dělení čtyřmi. Další díl navazuje násobením a dělením pěti, šesti, ... devíti, deseti.

Násobení a dělení je zde od sebe odděleno a je probíráno každé zvlášť. Myslím, že by bylo lepší, kdyby tyto dvě operace byly vyučovány současně. Děti by si pak lépe, tedy podle mého názoru, zapamatovaly, že násobení a dělení patří k sobě stejně jako sčítání a odčítání.



## **8.2 Prométheus – Svět čísel a tvarů – Matematika pro 2. ročník**

Autory této učebnice matematiky pro druhý ročník základní školy jsou Jiří Divíšek, Alena Hošpesová a František Kuřina. Ilustrovala ji Kateřina Sušková.

Tato učebnice je méně ilustrovaná než učebnice od Alteru, což myslím, není vůbec na škodu. Také více využívá příklady a situace, které jsou poměrně blízké realitě dětí a vychází z jejich životních zkušeností.

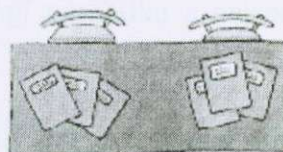
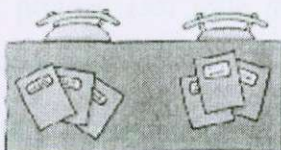
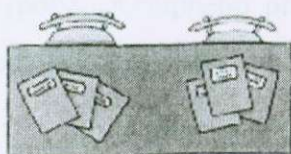
Jako u učebnice od Alteru následuje kapitola násobení a dělení až po sčítání a odčítání do sta. Na úvodní straně nové látky, tedy násobení, je rozkreslený příklad, se kterým se dále ještě pracuje. Tento příklad uvádí žáky do problematiky násobení. Myslím, že tento příklad a jeho doplnění a komentář (šest hromádek po třech, ...) byl dobře zvolen. V učebnici od Alteru jsem právě tento komentář (čtyři lodičky po čtyřech) docela postrádala.

Úvodním příkladem pro zavedení násobení a dělení je příklad 45, který děti seznámí právě s těmito operacemi. V následujících příkladech (příklad 46) se jich děti snaží s nově zavedenými operacemi pracovat.

### Příklad 45:



Mám dát každému žákovi v prvních lavicích 3 sešity.  
Kolik sešitů budu potřebovat?



1, 2, 3, 4, 5, 6,  
7, 8, 9, 10, 11, 12,  
13, 14, 15, 16, 17, 18.  
Rozdávěj sešity  
po jednom.



Rozdávěj po třech.  
 $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18$



6 hromádek po 3

6 krát 3

$$6 \cdot 3 = 18$$

Rozdávěj po lavicích.  
 $6 + 6 + 6 = 18$



3 hromádky po 6

3 krát 6

$$3 \cdot 6 = 18$$



Vynásobíš-li čísla 6 a 3 i 3 a 6,  
dostaneš stejný výsledek.

Další částí tohoto příkladu je:

Kolik sešitů budete potřebovat pro 5 dětí, pro 8 dětí, pro 10 dětí?

Následují příklady, kde již děti využívají násobení.

### Příklad 46:

- Kolik sklenic je ve 2, 3 a 4 stejných krabičkách?
- Kolik žvýkaček je v 6 takových balíčcích?
- Kolik mýdel je v 8 takových krabičkách?

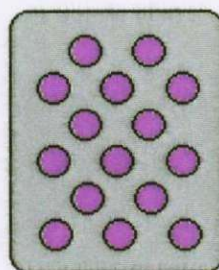
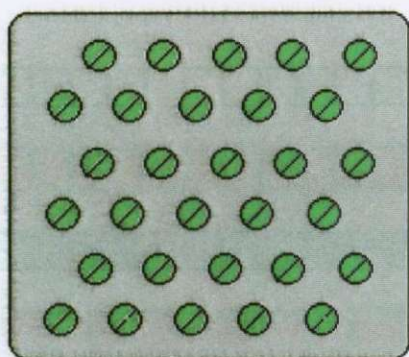
- Hrana kostky měří 3 cm. Kolik měří vláček ze 2, 3, 4, 5, 6 kostek?
- Lístek městské dopravy stojí 5 Kč pro dospělého a 2 Kč pro dítě. Kolik zaplatí čtyřčlenná rodina se dvěma dětmi?

Příklady jsou doplněny ilustrací. Myslím, že by bylo vhodné použít pro výpočet postupného přičítání, protože žáci ještě neovládají násobilku a nejsou tedy schopni úlohy spočítat s její pomocí.

Při řešení těchto příkladů jsou žáci nuceni více přemýšlet, protože zde jsou také zařazené úlohy s ne zcela tradičním znázorněním. Žáci jsou nuceni nad nimi více přemýšlet a hledat i další možné způsoby jejich řešení (příklad 47, 48).

#### Příklad 47:

Kolik pilulek je v jednom balení? Zapiš různým způsobem.



**Řešení:**  $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 30$

$2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 = 15$

$6 \cdot 5 = 30$

$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$

$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 30$

$5 \cdot 3 = 15$

...

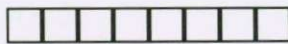
...

K této učebnici jsou stejně jako k Alteru připojeny kartičky, tedy v tomto případě spíše kostičky, které jsou barevně a délkově rozlišeny. Jsou připraveny na vystřížení a používání. Kostičky lze používat mnoha různými způsoby.



**Příklad 48:**

Vytvoř na lavici následující vzory z proužků. Vypočítej, z kolika čtverečků se proužky skládají.



8 . 1

$$4 \cdot 1 = 1 + 1 + 1 + 1$$

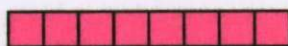


\_\_\_ . 2



\_\_\_ . 4

$$2 \cdot 2 = 2 + 2$$



\_\_\_ . 8



$$1 \cdot 4 = 4$$



...

Za další, poměrně netradiční úlohu lze považovat následující příklady, kdy k zadání je přidána možnost výběru ze čtyřech různých způsobů výpočtu. Vždy jen jeden výpočet vystihuje daný příklad a je správný (příklad 49, 50).

**Příklad 49:**

Robert si koupil v papírnictví sešit za 12 korun a tužku za 3 koruny. Kolik korun v papírnictví utratil?

$$12 - 3$$

$$12 + 12 + 12$$

$$3 + 3 + 3$$

$$12 + 3$$

**Příklad 50:**

Anička prostírá stůl. Má 4 talířky. Na každý chce položit 5 plátků salámu. Kolik plátků bude potřebovat?

$$5 + 5 + 5 + 5$$

$$4 + 5$$

$$4 \cdot 5$$

Navazující kapitolou je dělení. Opět, jako u násobení, je zde jeden zástupný vyřešený příklad, na kterém je ukázáno, co je dělení (příklad 51).

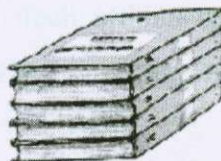
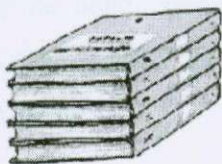
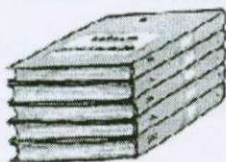
**Příklad 51:**

Mám odnést 15 knih ze třídy do knihovny.  
Unesu 5 knih. Kolikrát budu muset jít?

Půjdu poprvé a odnesu 5 knih:  $15 - 5 = 10$   
 $10 - 5 = 5$   
 $5 - 5 = 0$



Udělej si hromádky po pěti knihách.



$$15 : 5 = 3$$

15 děleno 5 jsou 3

Následují slovní úlohy, které nejsou řešené. Je napsáno pouze zadání a vyřešit si je musí děti samy, maximálně s radou od učitele / učitelky (příklad 52).

**Příklad 52:**

- Rozděl 12 tužek dětem tak, že každé dostane 4 tužky. Kolik dětí dostane tužky?
- Rozděl 12 tužek dětem tak, že každý dostane 6, 3, 2 tužky. Kolik dětí dostane tužky?
- Řekni příklad na dělení.

**Příklad 53:**

V sáčku bylo 36 bonbónů. Jirka i Petr se vzali po 6 bonbónech. Kolik bonbónů zůstalo v sáčku?

→ V této úloze je návod, jak si s příkladem poradit:  $36 - 6 - 6$  [(-6) Jirka (-6) Petr], následuje sada příkladů podobného způsobu:

$$24 - 4 - 4 \qquad 18 - 2 - 2 \qquad \dots$$

$$12 - 3 - 3 \qquad 18 - 3 - 3 \qquad \dots$$

$$14 - 2 - 2 \qquad 25 - 5 - 5 \qquad \dots$$

V učebnici jsou zahrnuty i příklady na postupné odčítání, které jsem v učebnici od Alteru docela postrádala.

Následující je kapitola s názvem „Násobky 2“. Vyvození je podobné jako v učebnicích nakladatelství Alter. Po několika příkladech na násobení dvěma jsou zařazeny rovnou i příklady na dělení dvěma. Až po třech příkladech, ve kterých jsou všechny výpočty krát dva: děti již musí využívat násobilku dvou, následuje vyvození řady násobků dvou.

**Příklad 54:**

Jak bude sloupec pokračovat?

$$\bullet \bullet \quad 1 \cdot 2 = 2$$

$$\bullet \bullet \quad 6 \cdot 2 = 12$$

$$\bullet \bullet \quad 2 \cdot 2 = 4$$

$$\bullet \bullet$$

$$\bullet \bullet \quad 3 \cdot 2 =$$

$$\bullet \bullet$$

$$\bullet \bullet \quad 4 \cdot$$

$$\bullet \bullet$$

$$\bullet \bullet$$

$$\bullet \bullet$$



Považuji za pozitivní, že se děti učí v rámci násobilky násobit i dělit zároveň. U některých žáků to může znamenat ulehčení nácviku násobilky. Podobně jsou vyvozeny i další násobilky.

### **8.3 Fortuna – Matematika pro druhý ročník ZŠ – druhá část**

Jana Coufalová, Šárka Pěchočková, Jiří Hejl a Jaroslav Hervert jsou autoři této učebnice vydané nakladatelstvím Fortuna. Velmi mi připomíná učebnici od Alteru. Celou učebnici nás provádí tři medvědi, kteří řeší různé „praktické“ úlohy. Kapitoly mají názvy podle příběhů, který je popsán. Autoři tímto způsobem zřejmě chtěli vzbudit zájem dětí.

První kapitolou zabývající se násobením a dělením je zavedení operací násobení a dělení a má název „Čekáme návštěvu“. Příklady zde nejsou číslovány a postupně na sebe navazují, hlavně tématicky. Nejprve se děti naučí násobit a následně i dělit.

„Pereme prádlo“ je název kapitoly, ve které se odvozuje řada násobků dvou. Zároveň při násobení se učí děti i dělit. Znázornění jsou opět různorodá.

#### **Příklad 55:**

Dnes medvědi prali prádlo:



- Míša pověsila 1 pár ponožek.

Kolik je to ponožek?

Lojzík pověsil 3 páry ponožek.

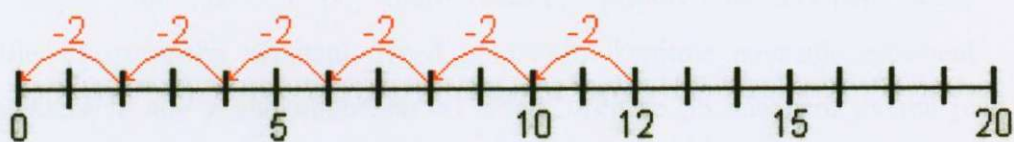
Kolik je to ponožek?

Kolik je 5 párů ponožek?

- Filip pověsil 4 ponožky. Kolik je to párů?

Míša pověsila 8 ponožek. Kolik je to párů?

- Na šňůře bylo 12 ponožek. Lojzík je spíral po dvou. Kolikrát se musel natáhnout na šňůru?



$$12 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 = 0$$

číslo 2 odečteme 6-krát

$$12 : 2 = 6$$

**Odpověď:** Lojzík se musel natáhnout šestkrát.

Podobným způsobem je vyvozena násobilka tří (čtyř, pěti, šesti, sedmi, osmi a devíti) a to pouze s tou výjimkou, že jsou medvědi na horách, posílají kamarádům dopisy a dopisní známka stojí tři koruny, nebo navštívili babičku na venkově, která měla králíky v kotcích po pěti, nebo na jaře pracují na zahrádce a sází brambory do brázd po osmi atd.

Měla jsem na souvislé pedagogické praxi možnost s touto učebnicí pracovat a musím se přiznat, že se mi s ní nejlépe nepracovalo. Děti nejsou příběhy o medvědech příliš nadšeni a motivaci s medvědy nepřijímaly. Navíc je v této učebnici velmi málo příkladů a je nutno čerpat i z jiných zdrojů.

## **8.4 SPN – Matematika pro 2. ročník základní školy – Pracovní učebnice**

Autorkou této učebnice je Miroslava Čížková a ilustrátorem je Vladimír Líbal. Tato učebnice byla zpracovaná podle osnov vzdělávacího programu Základní škola a vznikla spojením učebnice a pracovního sešitu.

Stejně jako učebnice od Alteru obsahuje přípravu na násobení, které vyvozuje z postupného přičítání. Hned po úvodní kapitole navazuje násobení dvěma, které je zde zcela odloučeno od dělení. Teprve po násobení dvěma je připojena kapitola příprava na dělení (na části), pak dělení na poloviny a až potom dělení dvěma, násobky třech, násobky čtyřech, dělení na čtvrtiny a posledním kusem násobilky je násobilka pěti.

Domnívám se, že spojení učebnice a pracovního sešitu není příliš šťastné. Jedním důvodem je ono spojení pracovního sešitu a učebnice, což je poměrně nepřehledné. A za druhé se mi moc nelíbí rozdělené násobení a dělení. Myslím, že by se tyto dvě operace měly učit současně, protože k sobě neodlučitelně patří stejně jako sčítání a odčítání.

## **8.5 Pansofia – Početnice pro 2. ročník 1. díl**

Autory této učebnice jsou Jaroslava Bicanová a Ladislav Horník, ilustrátorem je Richard Šmarda. Ilustrace jsou spíše jednoduché a hlavně dostatečně vystihující a reprezentující.

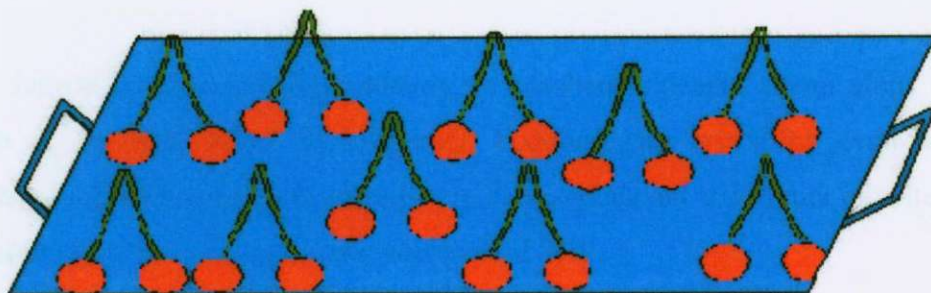
První kapitola, která se týká násobení a dělení, se jmenuje „Násobení a dělení čísly 2 a 1. násobení číslem 0“. Nejprve je zavedeno násobení a až po několika příkladech je probíráno i dělení.



Násobení je vyvozováno jako postupné přičítání různých předmětů, například třešní, tulipánů, bot, rohlíků atd. U každého příkladu je vždy jeden vyřešený a další příklady musí děti dořešit samy, nebo s pomocí učitele/ učitelky.

#### Příklad 56:

Na tácu jsou třešně. Spočítej, kolik jich je. Zkontroluj, zda nápis, který je pod obrázkem, je správný.



$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 20$$

$$10 \cdot 2 = 20$$

Jako další jsou řazené příklady na postupné přičítání a pak i násobilka dvou, která je vyvozená v tabulce (příklad 57).

#### Příklad 57:

Násobilka 2.

|     |     |     |     |     |     |     |      |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
|     |     |     |     |     |     |     | 10.2 |
|     |     |     |     |     |     | 9.2 | 2    |
|     |     |     |     |     | 8.2 | 2   | 2    |
|     |     |     |     | 7.2 | 2   | 2   | 2    |
|     |     |     | 6.2 | 2   | 2   | 2   | 2    |
|     |     | 5.2 | 2   | 2   | 2   | 2   | 2    |
|     | 4.2 | 2   | 2   | 2   | 2   | 2   | 2    |
| 3.2 | 2   | 2   | 2   | 2   | 2   | 2   | 2    |

|     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-----|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|
|     | 2.2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 1.2 |     | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |   |   |

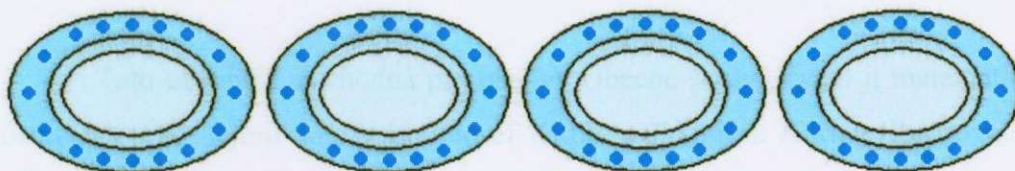
Násobky čísla 2

Jako další jsou zařazeny příklady na násobení a dělení, slovní úlohy, ve kterých se využívá těchto dvou operací. Podobně jako násobilka dvou byla vyvozena i násobilka jedné, se kterou jsem se nesetkala ani v učebnici od Alteru, ani v učebnici od Prométhea a ani v učebnici od SPN.

V této učebnici, zatím jako v jediné, je vyvozeno i násobení nulou, které je zavedeno pomocí prázdných talířů (příklad 58). Nejprve se na nich sečtou knedlíky, které tam samozřejmě nejsou a pak se postupně přičítání převede na násobení.

#### Příklad 58:

Podívej se, kolik je na každém talíři knedlíků. Kolik knedlíků je ve všech dohromady?

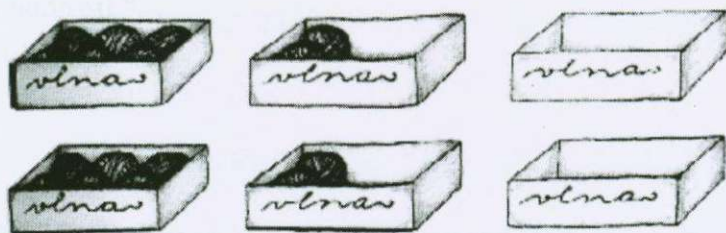


$$0 + 0 + 0 + 0 = 0 \quad 4 \cdot 0 = 0$$

**Číslem 0 nelze dělit.**

Tato úloha má poměrně nesmyslné znázornění, protože asi budu dětem těžko vysvětlovat, aby sčítaly knedlíky, které na talířích nejsou. Oproti tomu bych se připojila ke znázornění téhož problému v učebnici nakladatelství Prometheus (příklad 59). Zde je vyvozeno násobení jednou a nulou postupným ubíráním, tedy odčítáním.

### Příklad 59:



$$6 \cdot 2 = 12$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$0 \cdot 2 = 0$$

Zařazení násobení nulou je celkem brzo. Zde zmíněný výklad násobení na násobení dvěma a dvou není vhodný, protože i historicky zdvojnásobování není násobení. Historicky se jednalo o samostatnou operaci.

Jako další kapitola, která se týká operací násobní a dělení, je „Numerace do 100“ a s ní i „Násobilka 10“. Teprve až poté je zařazeno „Násobení a dělení číslem 3“. Násobení dalšími čísly je probíráno až v druhém díle této učebnice.

## 8.6 Albra – Matematika pro 2. ročník

Tato učebnice je vhodná pro osnovy Obecné školy. Vydal ji matematické ústav AV ČR. Jejími autory jsou Josef Kittler a František Kuřina. Ilustrovala ji Miroslava Jakešová.

V této učebnici je při přípravě na násobení a při jeho zavádění hojně užívá znázornění na číselné ose. Nejprve je vyvozeno násobení a hned v další kapitole je vyvozeno dělení pomocí postupného odčítání. Dále nejsou probírány řady násobků, ale složené úlohy, kdy se děti učí počítat se závorkami a to i příklady s násobením a dělením. Celá sada učebnic je charakteristická velkým důrazem a užití probíraných pojmů a vytváření (i méně patrných) souvislostí. Pak se naučí počítat do sta. Během počítání do sta jsou vyvozeny násobky deseti. Děti se naučí sčítat a odčítat do sta a zároveň s tím se učí násobit a dělit všemi čísly až do



deseti. Vše se neustále opakuje a znovu probírá proto, že „Opakování je matka moudrosti.“.

## 8.7 Studio 1 +1 – Matematika pro 2. ročník základní školy – 3. díl

Autorkou a zároveň i ilustrátorkou této učebnice je Jana Potůčková. Učebnice patří mezi ty barevnější. K učebnici je připojena čtvercová síť, na které si děti mohou znázorňovat násobení. Potřebují k tomu pouze knoflíky.

Násobení a dělení je od sebe odděleno. Nejprve je probíráno násobení do pěti a to včetně přípravy na násobení a násobení čísly nula a jedna. Pak jsou jakési „mezikapitoly“ na jednotky objemu a hmotnosti. Následuje příprava na dělení a dělení dvěma, třemi, nulou a jednou, čtyřmi a pěti. Učebnice využívá na znázorňování předměty, číselnou osu, hromádky předmětů, číselnou osu a barevného vyznačování.

Násobení nulou je vysvětleno na jedné úloze a pak následuje sada příkladů, kde si děti tuto činnost nacvičí. Jejich zkušenosti jsou shrnuté dvěma definicemi (příklad 60).

### Příklad 60:

1. Petr, Šárka a Lenka dostali každý 2 jablka. Kolik jablek mají celkem?



$$3 \cdot 2$$

2. Každý snědl 1 jablko. Kolik jim zbylo celkem?



$$3 \cdot 1$$

3. Nakonec každý snědl i druhé jablko. Kolik jablek jim zbylo celkem?

$$3 \cdot 0$$

**POZOR!**

**DOBŘÁ ZPRÁVA PRO VŠECHNY POČTÁŘE.**

**PŘI DĚLENÍ NULOU JE VÝSLEDEK VŽDY NULA.**

**PŘI NÁSOBENÍ ČÍSLEM JEDNA JE VÝSLEDKEM DANÉ ČÍSLO.**

## **8.8 Prodos- Matematika pro 2. ročník – 3. díl**

Učebnici napsali Josef Molnár a Hana Mikulenková. Ilustrovala ji Jitka Tláskalová. Tato učebnice obsahuje hodně veliké ilustrace, ale je to na úkor množství příkladů.

Násobení je zde vymezeno pomocí pojmů činitel, činitel a součin. Operace krát je v této učebnici znázorňována pomocí křížku, tedy  $\times$ . Pro znázornění výpočtu násobení je využívána číselná osa.

Dělení je zavedeno hned v další kapitole. Děti se hned na začátku dozvídají pojmy dělenec, dělitel a podíl. Jsou zde využívány i různé metody pro znázornění násobení a dělení, například číselná osa, kostičky, příklady, čtvercová síť a barevné rozlišení. Dále jsou zařazovány kapitoly na násobení a dělení čísla dva, tři, čtyři a pět. I v této učebnici je zařazeno násobení a dělení nulou a jednou.

## **8.9 Nová škola – Matematika 2 – Počítám s radostí – učebnice pro 2. ročník základní školy**

Tuto učebnici napsala Zdena Rosecká a kolektiv učitelů a ilustrovala ji Jitka Krejčířková. K učebnici patří pracovní sešity: „Už počítám do dvaceti

s přechodem přes desítku“, „Poznávám geometrii“, „Už počítám do sta“, „Jak je lehká násobilka“.

V učebnici jsou podrobně popsány hry, které tématicky odpovídají právě probíranému učivu. Mezi časté pomůcky patří peníze, které si lze vystříhnout v příloze, a kostičky. Jako první je vyvozena násobilka deseti, další je pak násobilka dvou, tří, čtyř a pěti. Dělení je probíráno až o několik kapitol později.

Tato učebnice mi spíše připadá jako obrazová metodická příručka pro učitele. Většina příkladů je zde vypočítaná a jen málo jich je na dopočítání. Je zde mnoho různých odkazů na pracovní sešity. Zařazené aktivní činnosti a hry navíc, které provázejí celou učebnici, bych asi špatně při hodinách matematiky stíhala. Občas některou ano, ale všechny zcela určitě ne.

Využila bych ji spíše jako druhou učebnici, jako „pokladnici nápadů“ na zpestření vyučování.

## **8.10 Cizojazyčné učebnice pro druhou třídu**

Podařilo se mi objevit učebnice na matematiku pro druhý ročník, které jsou německé, rakouské, polské a slovenské. S rozbořem začnu u slovenské učebnice, protože jí budu asi nejlépe rozumět. Z ostatních bych chtěla zachytit to nejpodstatnější.

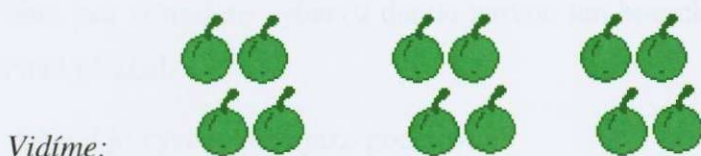
### **8.10.1 Matematika pre 2. ročník ZŠ**

Tato učebnice je od slovenských autorů – Pavol Černek a Vladimír Repáš. Ilustrovala ji Jaroslava Kalačková. Ilustrace jsou jednoduché a celá učebnice je laděna do odstínů šedozelené barvy a bílé. Vydalo ji nakladatelství Orbis Pictus Istropolitana.



Celou učebnicí děti provází Sněhurka a sedm trpaslíků. Stejně jako v našich učebnicích je násobení zařazeno až po počítání do sta s přechodem přes desítku. Násobení je zde zavedeno na jednom ukázkovém a spočítaném příkladě.

**Příklad 61:**



3 kôpky po 4 jablká

Počítáme:  $4 + 4 + 4 = 12$

Píšeme:  $3 \cdot 4 = 12$

Čítáme: tri krát čtyři je dvanásť

Tato učebnice obsahuje velké množství příkladů na postupné přičítání, dále na násobení. Hned při zavedení násobení je připojeno násobení jednou a nulou.

Dělení je zavedeno hned v následující kapitole pomocí fazolek a jejich rozdělování. Je to velmi dobře vyobrazeno v připojené ilustraci. Celé dělení je zde znázorňované pomocí rozdělování fazolí. Děti se učí používat násobení a dělení v příkladech i ve slovních úlohách.

### **8.10.2 Słoneczna matematyka – Klasa 2**

Tato učebnice je polská. Jelikož jsem se polsky nikdy neučila, měla jsem občas trochu problém pochopit, o co v ní jde. Něco jsem z textu dokázala pochopit a zbytek jsem odvodila z doprovodných ilustrací.

Násobení a dělení je zde probíráno odděleně. Nejprve je probrána celá problematika násobení, násobilka do deseti včetně násobení nulou a jednou.

Násobení nulou a jednou je v této učebnici vyvozeno téměř stejně jako v učebnici Studio 1+1, pouze s tím rozdílem, že zde se užívají pomeranče a ne jablka.

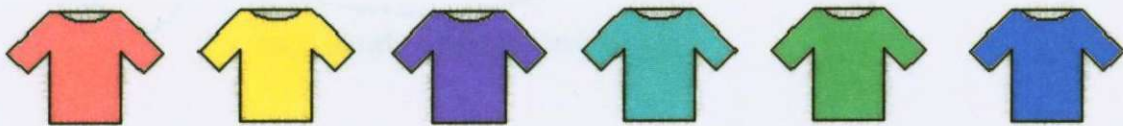
Jsou zde například příklady, kde jsou dané barvy k určitým číslům. Ta čísla jsou výsledky příkladů v rozkouskovaném obrázku. Pokud příklad správně vypočítáte, pak si můžete vybarvit danou barvou ten kousek obrázku, ze kterého jste počítali příklad.

Dělení je vyvozováno jako podělování.

**Příklad 62:** (přeloženo z polštiny)

Krejčová měla 24 knoflíků. Přišívala je na 6 blůzek, na každou blůzku přišla stejný počet knoflíků. Kolik přišla knoflíků na každou blůzku?

Nápověda: Maluj na blůzky po jednom knoflíku tak dlouho, až jich celkem bude 24.



Zápis dělení: 

|  |  |   |  |   |  |
|--|--|---|--|---|--|
|  |  | : |  | = |  |
|--|--|---|--|---|--|

**Odpověď:**

.....

Následuje dělení dvěma, třemi, čtyřmi, ... devíti a deseti. Na procvičování násobení a dělení jsou v učebnici zařazeny příklady, tabulky, obrázky a slovní úlohy.

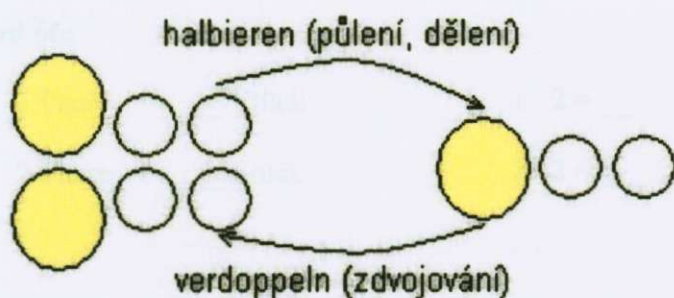
### 8.10.3 Matematik Kompakt – 2. Klasse -1. Teil

Tuto učebnici používají žáci a učitelé v rakouských školách. Je v ní mnoho příkladů na počítání a velmi málo teorie a vzorových úkolů. Je zde velmi málo ilustrací, které považuji za velmi výstižné.

K pojmům násobení a dělení se děti dostávají od úvodní ilustrace, přes dvacet osm příkladů na počítání poloviny a dvojnásobku sudého čísla.

#### Příklad 63:

Úvodní ilustrace k látce násobení a dělení.



#### Příklad 64:

Die Hälfte von 20 ist \_\_\_\_ . (Polovina z 20 je \_\_\_\_ .)

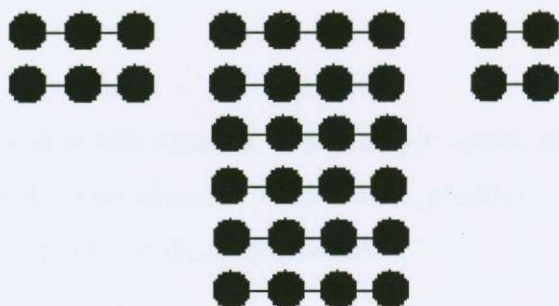
Das Doppelte von 10 ist \_\_\_\_ . (Dvojnásobek 10 je \_\_\_\_ .)

Die Hälfte von 40 ist \_\_\_\_ . (Polovina ze 40 je \_\_\_\_ .)

Das Doppelte von \_\_\_\_ ist \_\_\_\_ . (Dvojnásobek \_\_\_\_ je \_\_\_\_ .)

Přes 9 slovních úloh na zdvojování a tvoření polovin se dostáváme až k samotné problematice násobení pomocí ilustrací, například na plechu je  $4 \cdot 3$  koláčů, na počítadle je  $3 \cdot 5$  kuliček, řady puntíků (příklad 65).



**Příklad 65:**

Následují násobky dvou, které jsou odvozené od páru bot, lyží, rukavic a bruslí. Ein Paar hat zwei Stück (Jeden pár má dva kusy.)

**Příklad 66:**

$$1 \text{ Paar} \rightarrow \underline{\quad} \text{ Stück} \qquad 1 \cdot 2 = \underline{\quad}$$

$$2 \text{ Paare} \rightarrow \underline{\quad} \text{ Stück} \qquad 2 \cdot 2 = \underline{\quad}$$

$$\dots \qquad \dots \qquad \dots$$

$$9 \text{ Paare} \rightarrow \underline{\quad} \text{ Stück} \qquad 9 \cdot 2 = \underline{\quad}$$

$$10 \text{ Paare} \rightarrow \underline{\quad} \text{ Stück} \qquad 10 \cdot 2 = \underline{\quad}$$

Obdobným způsobem je odvozena i násobilka čtyř, pouze se za vzor používá auto se čtyřmi pneumatikami. Násobky tří jsou odvoze od tříkolky, která má tři kolečka. Dělení je odvozeno od násobení a je násobením odůvodněno.

**Příklad 67:**

$$6 : 2 = \underline{\quad} \text{ weil } \underline{\quad} \cdot 2 = 6$$

$$12 : 3 = \underline{\quad} \text{ weil } \underline{\quad} \cdot 3 = 12$$

$$12 : 2 = \underline{\quad} \text{ weil } \underline{\quad} \cdot 2 = 12$$

$$\dots \qquad \dots$$

$$\dots \qquad \dots$$

$$8 : 4 = \underline{\quad} \text{ weil } \underline{\quad} \cdot 4 = 8$$

$$6 : 3 = \underline{\quad} \text{ weil } \underline{\quad} \cdot 3 = 6$$

$$12 : 4 = \underline{\quad} \text{ weil } \underline{\quad} \cdot 4 = 12$$

## 9. Závěr

Cílem této diplomové práce bylo zjistit, nebo spíše potvrdit, že žáci mají zkušenosti s násobením a dělením předtím, než jsou s těmito operacemi seznamováni ve školním vyučování.

Zjistila jsem, že děti jsou schopné tyto dvě operace používat zcela přirozeně, ale ne účelně a cíleně, spíše jen intuitivně. Už předškoláci pomocí nevědomého používání násobení a dělení, řeší své každodenní problémy ať mezi kamarády, ve skupině, ve školce, či v domácnosti a v rodině.

Myslím, že by se dalo těchto zkušeností poměrně dobře využít ve školním vyučování a dále je rozvíjet. Děti však při nástupu do základní školy, jako by tyto zkušenosti zapomněly a „nové“ pojmy se uvádějí jako neznámé, které mají teprve pochopit. Přitom je dříve používaly zcela běžně a používají i nadále pro řešení běžných situací. Například, když má nějaké dítě ve třídě svátek nebo narozeniny, přinese svým spolužákům bonbóny, které pak rozděluje tak, aby měl každý kamarád stejně. Občas se stane, že nějaký bonbón zbude. Na tomto příkladu by se dalo celkem dobře ukázat a vysvětlit i dělení se zbytkem. Využití takových situací ve třídě závisí na schopnosti učitele takové situace rozpoznat a umět na ně reagovat.

Celkem podrobně jsem rozebrala výklad násobení a dělení v učebnicích matematiky pro druhý ročník od devíti různých českých a třech cizích nakladatelství. Myslím, že se na každé učebnici dají najít dobré nápady i méně povedené části. Záleží už na každé škole, kterou z nabízených knih si vybere a podle které se rozhodne vyučovat.

## 10. Použitá literatura a zdroje informací

- [1] Berger, A., Fischer, M., Hoffman, M., Jüttemeier, M., Miller, F., N., Wittmann, E., Ch.: *Das Zahlenbuch – Matematik im 2. Schuljahr*, Düsseldorf: Nordrhein - Westfalen 1995
- [2] Bicanová, J., Horník, L.: *Početnice pro 2. ročník, 1. díl*, Praha: Pansofia 2000
- [3] Coufalová, J., Hejl, J., Hervert, J., Pěchoučková, Š.: *Matematika pro druhý ročník základní školy, část druhá*, Praha: Fortuna 1994
- [4] Černek, P., Repáš, V.: *Matematika pre 2. ročník ZŠ, pracovní zošit*, Bratislava: Orbis pictus isptopolitana 1996
- [5] Černek, P., Repáš, V.: *Matematika pre 2. ročník ZŠ, učebnica*, Bratislava: Orbis pictus isptopolitana 1996
- [6] Čížková, M.: *Matematika pro 2. ročník základní školy, pracovní učebnice*, Praha: SPN 2000
- [7] Demby, A., Rožek, B., Semadeni, Z.: *Slonečna matematyka, Klasa 2*, Warszawa: Muza szkolna 2001
- [8] Divíšek, J., Hošpesová, A., Kuřina, F.: *Svět čísel a tvarů – Matematika pro 2. ročník*, Praha: Prometheus 1997
- [9] Divíšek, J.: *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*, Praha: SPN 1989
- [10] Fischer, W., Rath, I.: *Matematik Kompakt, 2. Klasse, 1. Teil*, Wein: Ueberruetr 1979
- [11] Hošpesová, A., Kuřina, F., Tichá, M.: *Celek a část v primárním matematickém vzdělávání*, nepublikovaný rukopis
- [12] Kittler, J., Kuřina, F.: *Matematika pro 2. ročník základní školy*, Praha: Matematický ústav AV ČR ve spolupráci s Albra 1994
- [13] Kittler, J., Kuřina, F.: *Matematika pro 2. ročník, pracovní sešit 2*, Praha: Matematický ústav AV ČR ve spolupráci s Albra 1994



- [14] Kolektiv: *Matematika pro 2. ročník*, Všeň: Alter 1994
- [15] Kolektiv: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*, Praha: VÚP 2004
- [16] Kolman, J.: *Dějiny matematiky ve středověku*, Praha: Academia 1968
- [17] Lankiewicz, B., Semadeni, Z.: *Matematyka 2, Podręcznik dla klasy drugiej szkoły podstawowej*, Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne 1994
- [18] Mikulenkova, H., Molnár, J.: *Matematika- 2. ročník, 3. díl*, Olomouc: Prodos 1997
- [19] Mikulenkova, M., Molnár, J.: *Zajímavá matematika pro druhéky*, Olomouc: Prodos 1995
- [20] Potůčková, J.: *Matematika pro 2. ročník základní školy, 3. díl*, Brno: Studio 1+1 2001
- [21] Rosecká, Z. a kolektiv učitelů: *Matematika 2 – Počítám s radostí, učebnice pro 2. ročník základní škol*, Brno: Nová škola 1999

# Příloha 1

Na tomto přehledu úloh je možné vidět rozdíly v zadání úloh na násobení, „rozdělování“ a „podělování“. Vychází se vždy ze stejných informací pro každou sadu úloh v jednom typu.

| Typ                     | Úloha na násobení                                                                                           | Dělení násobitelem<br>na stejné části<br>(rozdělování)                                                                          | Dělení násobencem<br>po částech                                                                    |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Stejné skupiny</b>   | Každé ze 3 dětí má 4 pomeranče. Kolik pomerančů mají dohromady?                                             | 12 pomerančů jsme rozdělili spravedlivě mezi 3 děti. Kolik dostalo každé?                                                       | Kolik dětí můžete podělit s 12 pomeranči, když dáme každému dítěti 4 pomeranče?                    |
| <b>Stejné míry</b>      | Každé ze 3 dětí má 4,2 l pomerančového džusu. Kolik litrů pomerančového džusu mají dohromady?               | 12,6 l pomerančového džusu je spravedlivě rozděleno mezi 3 děti. Kolik dostane každé?                                           | Kolik dětí můžete podělit, jestliže máte 12,6 l pomerančového džusu a dáváte každému dítěti 4,2 l? |
| <b>Poměr, míra</b>      | Lod' se pohybuje rovnoměrnou rychlostí 4,2 m za s. Jak daleko se dostane za 3,3 s.                          | Lod' se přemístila o 13,9 m za 3,3 s. jaká je její průměrná rychlost v m za s?                                                  |                                                                                                    |
| <b>Převod jednotek</b>  | Palec má 2,53 cm. Kolik cm měří 3,1 palce?                                                                  | 3,1 palce je 7,84 cm. Kolik cm je 1 palec?                                                                                      | Palec je asi 2,54 cm. Jaká je délka 7,84cm v palcích?                                              |
| <b>Převod násobením</b> | Železo je 0,88krát těžší než měď. Jestliže kousek mědi váží 4,2 kg, kolik váží kus železa stejné velikosti? | Železo je 0,88krát těžší než měď. Jestliže kus železa váží 3,7 kg, kolik váží kus mědi stejné velikosti?                        | Jestliže stejně velké kusy železa a mědi váží 3,7 a 4,2 kg, kolikrát je železo těžší než měď?      |
| <b>Část/celek</b>       | 3/5 ze studentů, kteří se pokoušejí udělat zkoušku, je úspěšných. Kolik studentů z 80 bude úspěšných?       | 3/5 ze studentů, kteří se pokoušejí udělat zkoušku, je úspěšných. Zkoušku udělalo 48 studentů. Kolik studentů se o ni pokusilo? | 48 z 80 studentů bylo úspěšných u zkoušky. Vyjádři zlomkem úspěšnost studentů u zkoušky.           |

|                            |                                                                                                     |                                                                                                             |                                                                                        |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Násobení - změna</b>    | Kousek gumy se může natáhnout 303krát. Jak dlouhý je kousek gumy 4,2 m, když se úplně natáhne?      | Kousek gumy se může natáhnout 3,3krát. Jak dlouhý byl kousek gumy, který jsme natáhli na 13,9 m?            | Kousek gumy dlouhý 4,2 m se může natáhnout na 13,9 m. Kolikrát se může guma natáhnout? |
| <b>Kartézský součin</b>    | Kolika cestami se můžeme dostat z A do C přes B, jestliže jsou 3 cesty z A do B a 4 cesty z B do C? | Jestliže existuje 12 různých cest z A do C přes B a 3 cesty z A do B, kolik cest je mezi B a C?             |                                                                                        |
| <b>Obsah pravoúhelníka</b> | Jaký je obsah pravoúhelníka širokého 3,3 m a dlouhého 4,2 m?                                        | Jestliže je obsah pravoúhelníka $13,9 \text{ m}^2$ a jedna strana je 3,3 m, jak dlouhá je zbývající strana? |                                                                                        |
| <b>Součin měr</b>          | Jestliže topné těleso využívá 3,3 kilowatu za 4,2 hodiny, kolik je to kilowatthodin?                | Topné těleso spotřebuje 3,3 kilowaty za hodinu. Za jak dlouho spotřebuje 13,9 kilowatthodin?                |                                                                                        |

Celá kapitola je zpracována na základě informací z: Hošpesová, A., Kuřina, F., Tichá, M.: *Celek a část v primárním matematickém vzdělávání*, nepublikovaný rukopis.