

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Ekonomická fakulta
Katedra aplikované matematiky a informatiky

Teze bakalářské práce

Kvantové aplikace založené na platformě IBM QX

Vypracoval: Josef Polák

Vedoucí práce: Ladislav Beránek, doc. Ing. CSc., MBA

České Budějovice

Rok 2023

Klíčová slova: kvantové výpočty, kvantové algoritmy, IBM QX, kvantový bit

JEL Classification:

Anotace:

Tato bakalářská práce se snaží přiblížit a objasnit fungování kvantové informatiky. První část práce objasňuje základy kvantové mechaniky, které je nutné znát pro pochopení následujících základů kvantové informatiky. V těchto základech jsou objasněny výrazy jako kvantový bit, kvantové logické brány a mnohé další vlastnosti kvantového světa (pozitivní i negativní). Pro představu jsou uvedeny i nejznámější algoritmy, které jsou založené na kvantových výpočtech. Další z cílů práce je přiblížit a seznámit platformu IBM QX. Na té se lze seznámit s kvantovými obvody a spustit vlastní kvantové obvody na kvantových počítačích sdílených na cloudu. Poslední částí je vývoj aplikace řešící problém obchodního cestujícího. Byl vybrán algoritmus, který funguje na klasickém počítači. Poté byl zapojen kvantový výpočet do algoritmu pro urychlení. Nakonec následovala tvorba uživatelského rozhraní. Aplikace spíše ukazuje fungování kvantových výpočtů, než že by mohla být použitelná v praxi. Po přepracování by bylo možné využít v logistice.

Úvod a přehled literatury

Aaserud, F. (20.. Únor 2023). Niels Bohr. Načteno z Encyklopedie Britannica: <https://www.britannica.com/biography/Niels-Bohr>

Anton Frisk Kockum, F. N. (2019). Quantum Bits with Josephson Junctions. *Materials Science*.

Gajevic, D. (nedatováno). *Quantum computers gates circuits and programming quantum gates 2*. Načteno z Slidetodoc: <https://slidetodoc.com/quantum-computers-gates-circuits-and-programming-quantum-gates-2/>

IBM. (9.. Listopad 2022). *IBM představuje kvantový procesor 400 qubit-plus a novou generaci IBM Quantum System Two*. Načteno z IBM: <https://newsroom.ibm.com/2022-11-09-IBM-Unveils-400-Qubit-Plus-Quantum-Processor-and-Next-Generation-IBM-Quantum-System-Two>

IBM. (nedatováno). *composer*. Načteno z IBMQuantum: <https://quantum-computing.ibm.com/composer/files/new>

IBM Corporation. (2016). *composer*. Načteno z quantum-computing.ibm: <https://quantum-computing.ibm.com/composer/docs/ixq>

IBM Quantum. (2021). *Grover's algorithm*. Načteno z IBM Quantum Lab: <https://quantum-computing.ibm.com/lab/docs/ixq/guide/grovers-algorithm>

IBM Quantum. (2021). *Resources*. Načteno z IBM Quantum: https://quantum-computing.ibm.com/services/resources?system=ibm_washington

Jae-weon Lee, C. H. (2002, Zář 16). Qubit geometry and conformal mapping. Tedžon, Korea.

Kockum, A. F. (Prosinec 2014). *Bloch sphere representation of the state of qubit*. Načteno z ResearchGate: https://www.researchgate.net/figure/The-Bloch-sphere-representation-of-a-qubit-The-basis-states-are-located-at-the-north_fig2_284259345

Kulhánek, P. (2016). *TF2: Kvantová teorie*. Praha: AGA.

Kupča, V. (23.. leden 2001). *Teorie a perspektiva kvantových počítačů*. Načteno z Teorie a perspektiva kvantových počítačů: <https://www2.karlin.mff.cuni.cz/>

Laforest, M. (2015). *The mathematics of quantum mechanics*.

Lluis Masanes, Y.-C. L. (29. Březen 2007). *All bipartite entangled states display some hidden nonlocality*. Načteno z rxiv: <https://arxiv.org/abs/quant-ph/0703268v1>

Pathak, A. (16. květen 2018). Experimental quantum mechanics in the class room: Testing basic ideas of quantum mechanics and quantum computing using IBM quantum computer. Noida, Uttarpradéš, Indie.

Patrick J. Coles, S. E. (10.. Duben 2018). *Quantum Algorithm Implementations for Beginners*. Los Alamos, New Mexico, USA.

Phillip R. Kaye, R. L. (2007). *An Introduction to Quantum*. New York, Spojené státy americké: Oxford University Press Inc.

Prispěvatelé Wikipedie. (8. Září 2022). *Problém obchodního cestujícího*. Načteno z Wikipedie: Otevřená encyklopedie:

https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Probl%C3%A9m_obchodn%C3%ADho_cestuj%C3%AD%C3%ADho&oldid=21657536

S., M. (9. Listopad 2019). *input and output qubit notation in quantum gates*. Načteno z stackexchange: <https://quantumcomputing.stackexchange.com/questions/8444/input-and-output-qubit-notation-in-quantum-gates>

Svoboda, A. (Únor 2020). Trasa obchodního cestujícího v GIS (algoritmy řešení). *ArcRevue*, stránky 42-45.

Tyc, T. (2006). *Základy kvantové mechaniky*. Brno, Jihomoravský kraj, Česká republika.

Vyvlečka, M. (23. 2 2020). *Kvantový počítač, když jedničky a nuly přestávají stačit*. Načteno z Science & Technology Club: <https://www.youtube.com/watch?v=arSYHeXXJJ0>

Wikipedia contributors. (11. Březen 2011). *Quantum logic gate*. Načteno z Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_logic_gate

Zhao, Y. (2022). *Quantum Computing and Communications*. Londýn, Spojené království: IntechOpen.

Cíl práce

Ukázat některé možnosti využití a práce s platformou IBM QX. Seznámit s kvantovou informatikou. Také se snaží poukázat na rozdíl klasického a kvantového přístupu k výpočtům a vytvořit aplikaci na platformě IBM QX.

Kvantová mechanika

Kvantová mechanika je vědní obor, který se zabývá studiem mikroskopických objektů. Zde jsou uvedeny příklady chování těchto mikroskopických částic, které jsou třeba pochopit k dalšímu chápání kvantové informatiky. Jak píše ve své práci (Tyc, 2006).

Jedná se zejména o:

- Princip superpozice – kvantový objekt může nabývat několika hodnot najednou.
- Diskrétní spektrum – určité veličiny u těchto objektů nabývají pouze hodnoty z diskrétní množiny hodnot.
- Vliv měření na pozorovaný objekt – při měření dochází k takzvanému kolapsu stavu u měřeného objektu a ten spadne do jedné z hodnot, které nabýval před měřením.
- Tunelový jev – jedná se o jev, kdy částice pronikají předměty, kterými by pronikat neměli a obráceně, kdy se odrážejí od objektů pro ně obvykle průchozích.
- Dualismus vln a částic – tento jev poukazuje na to, že částice mikrosvěta se mohou chovat jako vlny, ale také mít vlastnosti jako částice. S touto hypotézou přišel Louis de Broglie (Kulháněk, 2016).

Kvantový stav

Kvantový stav je spojení všech relevantních fyzikálních veličin u kvantového systému (Laforest, 2015). Mezi tyto veličiny patří především pozice, spin u elektronu, polarizace a další. Kvantový stav lze zapsat pomocí vektoru v komplexním lineárním Hilbertově prostoru. Kvantový systém, který je izolovaný od okolí (není měřený) má spojitý vývoj. Tento vývoj popisuje Schrödingerova vlnová rovnice pro daný systém.

Neskládá se však vždy jen z jedné vlnové funkce. Kvantové systémy se mohou skládat i z více vlnových funkcí. Pro přehlednost každá funkce vlastní takzvanou amplitudu pravděpodobnosti. Ta určuje, z jaké části se podílí na celkovém stavu. Následující rovnice ukazuje, jak je možné zapisovat kvantový stav o dvou vlnových funkcích.

$$|\psi\rangle = \omega_0|\psi_0\rangle + \omega_1|\psi_1\rangle \quad (1)$$

ψ_0 a ψ_1 jsou vlnové funkce, ze kterých je složený onen kvantový systém a $\omega_0, \omega_1 \in \mathbb{C}$ jsou jejich amplitudy pravděpodobnosti.

Kvantový bit

Pro vytvoření kvantového bitu je třeba vytvořit vhodný dvoustavový kvantový systém (Vyvlečka, 2020). Jeden ze stavů je $|0\rangle$ a druhým $|1\rangle$. Zde je podobnost s klasickým bitem.

$$|\psi\rangle = \omega_0|0\rangle + \omega_1|1\rangle \quad (2)$$

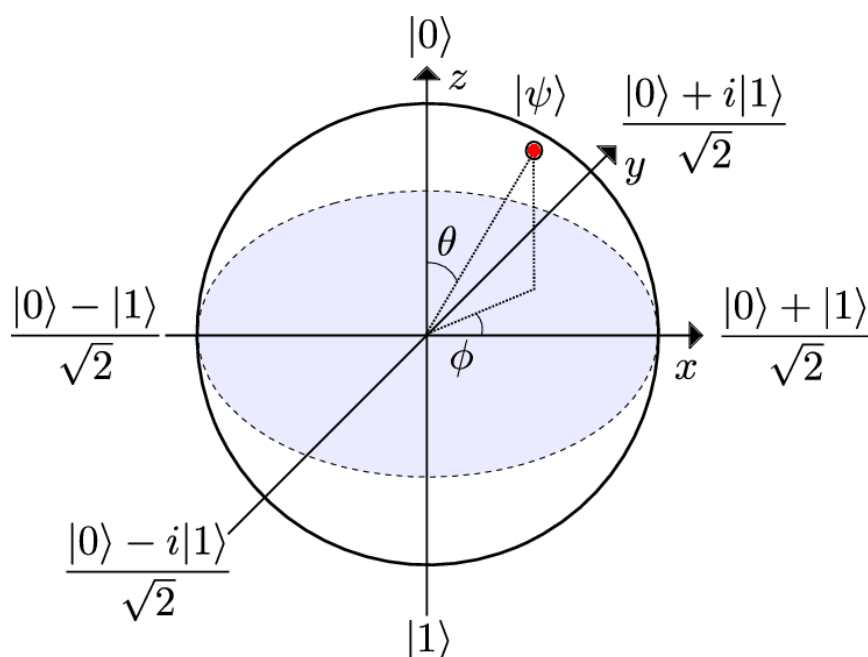
ω_0 a ω_1 jsou amplitud pravděpodobností jednotlivých stavů. Dále platí následující rovnice.

$$|\omega_0|^2 + |\omega_1|^2 = 1 \quad (3)$$

Blochova sféra

Jedná se o vyjádření kvantového bitu. Jakožto grafická reprezentace je snadnější a přehlednější pro pochopení kvantového bitu a jeho transformace pomocí logických kvantových bran.

Obrázek 1: Blochovo sféra



Zdroj: (Anton Frisk Kockum, 2019)

Následující rovnice popisuje, jakým způsobem Blochova sféra funguje (Jae-weon Lee, 2002).

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + e^{-i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle \quad (4)$$

Brány

Jednou z věcí, kterou mají klasické počítače společné s těmi kvantovými, jsou logické brány. Jednou z vlastností, které jsou u kvantových bran odlišné je reverzibilita, kterou většina těch klasických nesplňuje. Reverzibilita znamená, že z výstupu brány lze získat vstup/vstupy.

U3

Jedná se o univerzální jedno qubitovou bránu. V této bráně nastavujeme čtyři různé parametry. První tři jsou theta (Θ), phi (ϕ) a lambda (λ), poslední určuje, na který qubit bude brána aplikována. Všechny parametry jsou nastavovány v radiánech. Následující matice vysvětluje fungování brány.

$$U(\theta, \phi, \lambda) = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) & -e^{i\lambda}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) & e^{i(\phi+\lambda)}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{bmatrix}$$

Tato brána je použita v řešení této práce.

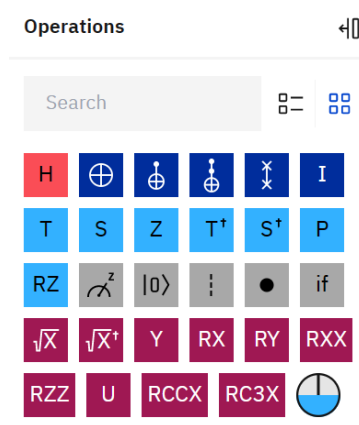
IBM QX

IBM se zabývá vývojem kvantových počítačů, kryptografii na kvantové bázi a konečně IBM QX. Jedná se o online platformu, na které si libovolný uživatel může vyzkoušet práci s kvantovým počítačem. Tedy kvantové cloudové výpočetní služby.

Na platformě je výčet sdílených zařízení a jejich vytíženost (počet programů ve frontě). Pokud uživatel nechce vyčkávat ve frontě na kvantový výpočet je možnost využít simulátoru kvantového počítače (Pathak, 2018).

Podstatnější funkcionalita platformy je Quantum Composer, ve kterém lze graficky konstruovat kvantové obvody. Následující obrázek znázorňuje nabídku operátorů obvodu, které lze přetažením aplikovat na jednotlivé qubity obvodu.

Obrázek 2: Nabídka kvantových bran a operátorů



Zdroj: (IBM, nedatováno)

Obrázek, který následuje, zobrazuje vzhled kvantového obvodu. Lze zde vidět jednotlivé qubity a brány na nich aplikované.

Obrázek 3: Sestavený kvantový obvod



Zdroj: Vlastní zpracování prostřednictvím IBM Composer

Návrh aplikace

Jako problém řešení aplikací jsem vybral Problém obchodního cestujícího. Zadaní je velmi jednoduché, obchodní cestující vyráží na pracovní cestu z výchozí destinace. Má seznam měst/míst, které musí navštívit. Po tom všem se vrací zpět do výchozího bodu. Úkolem tedy je najít pro obchodního cestujícího co nejkratší cestu která spojuje všechny města.

Existuje několik algoritmů pro řešení tohoto problému. Pro tuto práci byl zvolen algoritmus postupných permutací. Vytváří všechny možné cesty a z nich vybere tu nejkratší. Vždy najde tu nejkratší cestu. To není u všech algoritmů jisté. Nevýhodou tohoto algoritmu je, že není možné ho provozovat pro více než patnáct měst, protože už bychom museli porovnat $16!$ cest. Prvním krokem je vytvoření algoritmu pro vyhledávání nejkratší cesty obchodního cestujícího.

Algoritmus

Algoritmus postupných permutací se skládá ze tří hlavních částí.

První část jsem se rozhodl vyřešit za pomoci klasického počítače. Vstup do této části je seznam měst. Poté jsou pomocí cyklu for nalezeny všechny permutace, které připadají v úvahu. Výstupem tohoto kódu je list. Tento list je seznam všech permutací.

Část druhá je převáděny permutace na vzdálenost. Pro tuto část je zásadní následující tabulka.

Tabulka 1: Vzdálenosti mezi městy

Index		0	1	2	3	4	5	6
	Města	České Budějovice	Praha	Brno	Liberec	Ostrava	Hradec Králové	Plzeň
0	České Budějovice	null	148	213	250	380	253	134
1	Praha	148	null	208	110	373	117	92
2	Brno	213	208	null	309	170	171	298
3	Liberec	250	110	309	null	437	101	203
4	Ostrava	380	373	170	437	null	242	466
5	Hradec Králové	253	117	171	101	242	null	208
6	Plzeň	134	92	298	203	466	208	null

Zdroj: Vlastní zpracování

U této části není co zrychlovat, tudíž nemá smysl snažit se zapojit kvantový počítač. Konečnou částí algoritmu postupných permutací je nalezení nejkratší trasy. Klasické počítače by tento problém řešily tím způsobem, že by vzaly dvě vzdálenosti, porovnali je a tu menší z nich vyřadily ze seznamu možných kandidátů na nejkratší trasu. To znamená, co krok to vyřazení jedné cesty. Myšlenka je taková, že délky cest budou reprezentovány pomocí otáčení qubitu, tedy změnou úhlu θ . První vzdálenost bude dosazena s kladným znaménkem a druhá se záporným. Výsledek se zjistí podle konečné pozice od výchozího bodu. Aby se hodnoty dobře měřily je ideální výchozí stav $|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$. Toho dosáhneme pomocí Hadamardovi brány. Rotace budou provedeny aplikací brány U3. Zapojení bude vypadat následujícím způsobem.

Obrázek 4: Porovnání dvou hodnot pomocí brány U3



Zdroj: Vlastní zpracování prostřednictvím IBM Composer

Hodnoty vzdáleností je třeba před vepsáním do brány upravit. Rotace může být pouze o $\pi/2$. Proto je vzdálenost před použitím vydělena 1000.

Při použití jednoho qubitu bude rychlost vyřazování vzdáleností stejná jako u klasického počítače. Při použití dvou qubitů už je algoritmus schopný během jednoho kroku vyřadit dvě hodnoty. Aplikace používá bity 3. Následuje ukázka kódu algoritmu.

Ukázka kódu 1

```
if len(pole)<6:
    qr = QuantumRegister(1, 'q')
    cr = ClassicalRegister(1, 'c')
else:
    qr = QuantumRegister(3, 'q')
    cr = ClassicalRegister(3, 'c')

obvod = QuantumCircuit(qr, cr)

if len(pole)<6:
    obvod.h(qr[0])
    obvod.u((-pole[0])*pi, 0, 0, qr[0])
    obvod.u((pole[1])*pi, 0, 0, qr[0])
    obvod.measure(qr[0], cr[0])
else:
    obvod.h(qr[2])
    obvod.h(qr[1])
    obvod.h(qr[0])
    obvod.u((-pole[0])*pi, 0, 0, qr[2])
    obvod.u((-pole[2])*pi, 0, 0, qr[1])
    obvod.u((-pole[4])*pi, 0, 0, qr[0])
    obvod.u((pole[1])*pi, 0, 0, qr[2])
    obvod.u((pole[3])*pi, 0, 0, qr[1])
    obvod.u((pole[5])*pi, 0, 0, qr[0])
    obvod.measure(qr[2], cr[2])
    obvod.measure(qr[1], cr[1])
    obvod.measure(qr[0], cr[0])

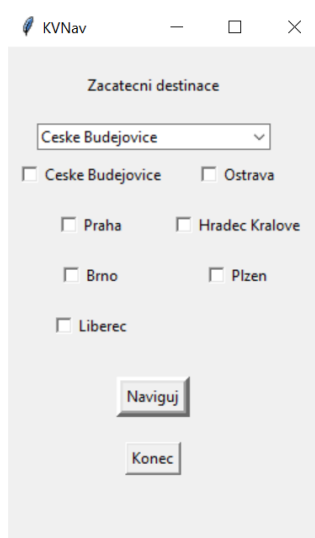
simulator = Aer.get_backend('qasm_simulator')
job = execute(obvod, simulator, shots=2000)
pocety = job.result().get_counts()
```

Zdroj: Vlastní zpracování

Vizualizace

Pro vytvoření grafického uživatelského rozhraní aplikace jsem využil tkinter. Vzhled úvodního okna ukazuje následující obrázek.

Obrázek 5: Úvodní okno aplikace



Zdroj: Vlastní zpracování

V úvodním okně je možné si vybrat výchozí město požadované cesty a jaká města je třeba navštívit během cesty. Potom už jednoduše stačí kliknout na tlačítko naviguj. Poté se objeví výsledné okno, zobrazí pořadí měst, zobrazí mapu s cestou a vypíše údaj o celkové délce trasy v kilometrech. Vše je zobrazeno na následujícím obrázku.

Obrázek 6: Výsledkové okno



Zdroj: Vlastní zpracování

Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo seznámení s problematikou kvantového počítání i počítače. Dalším z cílů bylo představení platformy IBM QX a práce s ní. Poslední z cílů bylo vytvoření jednoduché aplikace na bázi této platformy.

Práce ukazuje fakt, že kvantová informatika je velmi silný nástroj pro řešení mnohých problémů. Jen je třeba naleznout problémy, pro které budou její specifické vlastnosti přínosem. Mnoho problémů je ale snadnější řešit prostřednictvím počítače klasického.

Aplikaci se sestavit povedlo a je zcela funkční a plní požadavky, pro které byla vytvořena. Použití v praxi není zcela přínosné. Ze začátku nebyl zvolen vhodný algoritmus pro řešení problému obchodního cestujícího. Byl sice vylepšen kvantový výpočet, ale to nekompenzuje jeho největší nevýhodu. Touto nevýhodou je malý počet měst, se kterými může pracovat (pouze 15). Další nevýhodou, pro použití v praxi, je jasně dané menu předvolených lokalit. Po přepracování by mohla aplikace naleznout uplatnění v logistice.

Seznam literatury použité v tezích

- Anton Frisk Kockum, F. N. (2019). Quantum Bits with Josephson Junctions. *Materials Science*.
- IBM. (nedatováno). *composer*. Načteno z IBMQuantum: <https://quantum-computing.ibm.com/composer/files/new>
- Jae-weon Lee, C. H. (2002, Zář 16). Qubit geometry and conformal mapping. Tedžon, Korea
- Kulhánek, P. (2016). *TF2: Kvantová teorie*. Praha: AGA.
- Laforest, M. (2015). *The mathematics of quantum mechanics*.
- Pathak, A. (16. květen 2018). Experimental quantum mechanics in the class room: Testing basic ideas of quantum mechanics and quantum computing using IBM quantum computer. Noida, Uttarpradéš, Indie.
- Tyc, T. (2006). *Základy kvantové mechaniky*. Brno, Jihomoravský kraj, Česká republika.
- Vyvlečka, M. (23. 2 2020). *Kvantový počítač, když jedničky a nuly přestávají stačit*. Načteno z Science & Technology Club: <https://www.youtube.com/watch?v=arSYHeXXJJ0>

Další bibliografické údaje

Type of thesis: bachelor

Author: Josef Polák

Academic Year: 2022/2023

Department: Department of applied mathematics and computer science, Faculty of Economics, University of South Bohemia in Ceske Budejovice, Czech Republic

Thesis supervisor: Ladislav Beránek, doc. Ing. CSc., MBA

Number of pages: 51

Language of thesis: CZ

Title of Thesis: Quantum Applications Based on the IBM QX Platform

Annotation:

This Bachelor thesis explores and clarifies the workings of quantum computer science. The first part of the work clarifies the fundamentals of quantum mechanics, which need to be known for understanding the following fundamentals of quantum informatics. In these bases are clarified expressions such as quantum bit, quantum logic gates, and many other properties of the quantum world (both positive and negative). The most famous algorithms, which are based on quantum computing, are also given for the idea. Another of the goals of the job is to explore and familiarize the IBM QX platform. You can learn about quantum circuits on this and use shared quantum computers in the cloud to run your own quantum circuits.

The last part is the development of an application to solve the problem of the business traveller. An algorithm that works on a classical computer has been selected. Then quantum computing was plugged into an algorithm for acceleration. Finally, user interface creation followed. The application shows the workings of quantum computing rather than that it could be applicable in practice. Once redesigned, it could be used in logistics.

Key words: quantum computing, quantum algorithm, IBM QX, quantum bit

Přílohy volně vložené: Kód aplikace

Přílohy vázané v práci: