

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta

**NÁVRH PRACOVNÍCH LISTŮ PRO PRÁCI
SE „SLICEFORMS“, JAKO PODPORA
PROSTOROVÉ PŘEDSTAVIVOSTI
PŘI VÝUCE GEOMETRIE NA ZŠ.**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Knihovna JU - PF



Vypracovala: Lenka Millerová

Vedoucí diplomové práce: RNDr. Helena Binterová, Ph.D.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně
a použitou literaturu jsem citovala.

V Českých Budějovicích 20. 4. 2006

PhDr. Lukáš

Děkuji vedoucí mé diplomové práce RNDr. Heleně Binterové, Ph.D. za skvělý nápad použít modely „Sliceforms“ při výuce matematiky na základní škole, za prvotní inspiraci, odborné vedení a motivaci při práci.

Děkuji paním učitelkám Mgr. Dagmar Markové a Mgr. Miluši Raabové, že mi umožnily výuku ve svých hodinách.

Děkuji svému bratrovi Pavlu Millerovi za odbornou pomoc při fotografování.

ANOTACE

Název: Návrh pracovních listů pro práci se „Sliceforms“, jako podpora prostorové představivosti při výuce geometrie na ZŠ.

Práce představuje modely „Sliceforms“, jejich vlastnosti a základní principy jejich navrhování a sestavování. Obsahuje popis některých návrhů v geometrickém programu Geonext (popřípadě Cabri). Dále metodické vypracování pracovních listů, které by měly přimět žáky na ZŠ k samostatnému objevování vlastností modelů.

Nutnost rozvíjet prostorovou představivost, tvořivost a samostatnost, stejně jako volba příslušné učební strategie jsou podloženy teoretickými východisky.

Součástí práce je popis a závěry z výuky s vypracovanými pracovními listy. Přiloženy jsou konkrétní pracovní listy a zhotovené návrhy některých modelů, které je možné okopírovat a sestavovat.

The topic: Design of work sheets for working with „Sliceforms“ as a support of space imagination during teaching geometry at primary school.

The work introduces „Sliceforms“ models, their features and basic principles of their designing and forming. It contains description of some designs in the geometrical programm (Geonext). Furthermore metodical elaboration of the working sheets that should make pupils discover the features of the models by themselves.

The necessity to develop space imagination, creativity and independence as well as a choice of the teaching strategy are based on theoretical foundations.

Description and conclusions from the lessons with elaborated working sheets are a part of the work. Actual working sheets and already done designs of some models, which are possible to copy and compile, are included.

OBSAH

1. ÚVOD	7
2. SITUACE MATEMATIKY JAKO VYUČOVACÍHO PŘEDMĚTU	9
2.1 KRIZE.....	9
2.2 KRITIKA.....	10
2.3 NOVÉ POJETÍ VÝUKY.....	13
2.3.1 ZÁKLADNÍ VÝCHODISKA.....	13
2.3.2 ZÁSADY NĚKTERÝCH NOVÝCH PŘÍSTUPŮ.....	15
2.4 KONKRÉTNÍ NÁPRAVA VZDĚLÁVACÍHO KURIKULA.....	16
2.4.1 STANDARDY.....	17
2.4.2 CO NA TO UČEBNICE.....	19
2.4.3 RVP.....	21
2.4.4 MOŽNÉ ŘEŠENÍ.....	22
3. PŘEDSTAVIVOST A TVOŘIVOST	23
3.1 PŘEDSTAVIVOST	23
3.1.1 PŘEDSTAVIVOST A JEJÍ VÝZNAM V ŽIVOTĚ ČLOVĚKA.....	24
3.1.2 MATEMATICKÁ PŘEDSTAVIVOST	25
3.1.3 GEOMETRICKÁ PŘEDSTAVIVOST	26
3.1.4 PROSTOROVÁ PŘEDSTAVIVOST.....	27
3.2 TVOŘIVOST	29
3.2.1 CO JE TVOŘIVOST	29
3.2.2 TVOŘIVOST VE VYUČOVÁNÍ MATEMATICE	30
3.2.3 PRŮZKUM UŽITÍ TVOŘIVOSTI VE VÝUCE MATEMATIKY NA ZŠ.....	31
4. MODEL Y SLICEFORMS	33
4.1 CO JSOU TO SLICEFORMS MODEL Y	33
4.2 JAK SESTAVIT MODEL	35
4.2.1 VYSTŘIHOVÁNÍ.....	35
4.2.2 SESTAVOVÁNÍ.....	36
4.2.3 JAKÝ POUŽÍT MATERIÁL.....	37
4.3 ZÁKLADNÍ PRINCIPY, JAK NAVRHOVAT VLASTNÍ MODEL Y.....	38
4.3.1 MODELOVÁNÍ KRYCHLE.....	38
4.3.2 MODELOVÁNÍ KUŽELE	39
4.4 VÝZNAM MODELŮ SLICEFORMS PŘI VÝUCE STEREOMETRIE.....	42
5. JAK NAVRHNOUT MODEL.....	45
5.1 PŘÍPRAVA.....	45
5.2 NAVRHOVÁNÍ V GEONEXTU	46
5.2.1 NÁVRH KRYCHLE	48
5.2.2 NÁVRH KOULE.....	49
5.3 NÁVRHOVÁNÍ V CABRI (KUŽEL).....	51
5.4 EXPORT OBRÁZKŮ.....	56
5.5 LISTY NA VÝSTŘIH	57

6. PRACOVNÍ LISTY	58
6.1 CHARAKTERISTIKA PODLE ZÁSAD KONSTRUKTIVISMU	59
6.2 DALŠÍ PŘÍNOS A VÝZNAM PRACOVNÍCH LISTŮ	61
7. VÝUKA	63
7.1 POPIS 1. POKUSU	64
7.1.1 POPIS PRVNÍ ČÁSTI	64
7.1.2 ZHODNOCENÍ PRVNÍ ČÁSTI	65
7.1.3 POPIS DRUHÉ ČÁSTI	67
7.1.4 ZHODNOCENÍ DRUHÉ ČÁSTI	68
7.1.5 ZÁVĚR 1. POKUSU	69
7.2 POPIS 2. POKUSU	69
7.2.1 PLÁN	69
7.2.2 POPIS 1. ČÁSTI	70
7.2.3 ZÁVĚR 1. ČÁSTI	70
7.2.4 POPIS 2. ČÁSTI	72
7.2.5 ZÁVĚR 2. ČÁSTI	73
7.3 SHRNUÍ A DOPORUČENÍ K VÝUCE	73
8. ZÁVĚR	75
POUŽITÁ LITERATURA	77
SEZNAM PŘÍLOH	79

1. ÚVOD

Jak již z názvu této práce vyplývá, zaměřila jsem se na možnost využít modely „Sliceforms“ k rozvoji prostorové představivosti. Prostorová představivost, ale i představivost vůbec, je v životě člověka velmi důležitým prvkem. Nicméně mám pocit, že dosavadní výuka této naléhavě potřebě neodpovídá a učitelé se tomuto tématu moc nevěnují. Jistě je i mnoho důležitějších témat v matematice, ale to není důvod k tomu, mít před prostorovou představivostí zavřené oči. Možná je to také tím, že zatím nevíme, jak žáky efektivně vést při objevování trojrozměrného prostoru. Na druhou stranu, jako obrana učitelů, může sloužit fakt, že nejprve je nutné za každou cenu splnit předepsané Osnovy. Pravda, při takovém tlaku má učitel trochu svázané ruce. Proto často s látkou spěchá, nutí žáky pracovat třeba i na něčem, co je nebaví. Důležité hlavně je, aby uměli. Ovšem to, že jim látka byla předložena jak jídlo na talíři, je často věc vedlejší. Není se pak čemu divit, že žáci považují výuku za nátlakovou, stresovou a že je nebaví. O tom ostatně vypovídá i mnoho mezinárodních výzkumů.

Nežli chyby napravovat, vždy je lepší jim předcházet. Proto z řad didaktiků a řady výzkumných ústavů vznikají nové vzdělávací plány a obnovují se věrné myšlenky pedocentrismu. Jako kritérium úspěšnosti člověka se konečně začíná považovat nikoli množství vědomostí, ale to, zda je dokáže v životě použít a aplikovat i v různých situacích. Je to dobrý začátek, ale rozhodující krok musí udělat každý učitel, neboť ten přichází s žáky do bezprostředního kontaktu. Proto když se mi do rukou dostala brožura Johna Sharpa s modely „Sliceforms“ určenými k vystřihnutí a sestavení, začaly se v mé hlavě rodit myšlenky vytvořit něco podobného také pro žáky. Samozřejmě jsem nechtěla, aby jim toto téma bylo předloženo jako obvykle, ale v duchu nových změn. Tedy tak, aby byly nuceni vlastnosti modelů sami objevovat. Aby práce, kterou tomu věnují, měla hmotný výsledek, byla zábavná a mohli při ni uplatňovat a rozvíjet i jiné dovednosti nežli jen smysl pro trojrozměrný prostor. Pro tento účel jsme připravily pracovní listy, na jejichž základě by žáci měli být schopni model sami navrhnout a následně sestavit. Zda jsou žáci tohoto schopni, jsem ověřovala ve výuce, jejíž průběh popisuji i s fotodokumentací.

Myslím, že tato práce by mohla přispět nejen žákům, ale také učitelům. Věřím jim, že za stohy sešitů na opravování už nemají čas vymýšlet nové věci, které by odpovídaly současným změnám. Proto zpracovávám toto téma i s podrobným popisem navrhování modelů v geometrickém programu. Přikládám i listy přímo určené k okopírování na barevný papír a následnému sestavení.

2. SITUACE MATEMATIKY JAKO VYUČOVACÍHO PŘEDMĚTU

2.1 KRIZE

Již ze zpráv o výzkumu TIMSS (Palečková, [20]), zaměřeného na zkoumání úrovně vědomostí a dovedností v oblasti matematiky a přírodovědných předmětů, je patrné, že matematika na 2. stupni ZŠ není příliš oblíbená. Přestože žáci 8. ročníků dosáhli v matematickém testu velmi dobrého umístění (13. místo z 38 zúčastněných), procento těch, kteří uvedli, že mají rádi matematiku, patří stále v mezinárodním srovnání mezi nejnižší (v roce 1995 to bylo 49 %, v roce 1999 pak 55 %). Navíc porovnáme-li výsledky našich žáků v letech 1995 a 1999 v jednotlivých oblastech matematiky, zjistíme, že v roce 1999 došlo ke statisticky významnému zhoršení v geometrii, v algebře a v úlohách z oblasti zlomků a práce s čísly. Jakkoli se na první pohled zdá, že otázka žákovské obliby předmětu je ve srovnání s výsledky testů méně významnou problematikou, opak je pravdou. Obliba předmětu je přímo svázána se studijní motivací a nepochybně vypovídá o charakteru výuky daného předmětu.

Podobné výsledky vypovídající o určité krizi v našem vzdělávání, potvrdil i výzkum PISA (ÚIV, [21]), který byl na rozdíl od tradičních výzkumů zaměřen na zjišťování vědomostí a dovedností potřebných pro uplatnění žáků v pracovním, v osobním a v občanském životě. Patnáctiletí žáci prokázali průměrnou úroveň matematické gramotnosti, tedy toho, jak jsou schopni aplikovat matematické postupy na různé situace běžného života, v nichž mnohdy není matematická úloha na první pohled zřejmá. Na našich školách je tradičně kladen velký důraz na osvojování vědomostí a na procvičování rutinních dovedností, což se ukázalo jako nedostačující. Mnohým žákům totiž činilo potíže v neobvykle zadaných úlohách známé prvky aktivně vyhledat.

Tak jak byla naznačena krize matematiky jako celku, následně pak geometrie, potom nemůže překvapit i nízká úroveň ve stereometrii. Hejný ([3], s. 390) píše následující:

„Úroveň stereometrických představ je podle názorů učitelů na velmi nízké, případně průměrné úrovni.“

Pedagog, kterému jde o pozitivní rozvoj celé osobnosti dítěte, se musí nad takovými výsledky zhrozit. Je nutné položit si otázku: Proč je tomu tak? Kde se stala chyba? Z pedagogické psychologie víme, že duševní vývoj člověka ovlivňují nejen jeho vnitřní determinanty, ale i vnější prostředí. A právě ono, jako učitelé, můžeme nejsnáze ovlivňovat a měnit. Proto v případě negativních výsledků žáků (nejen jejich znalostí, ale právě i jejich přístupu a oblíbenosti, vztahu k matematice) je téměř samozřejmé hledat chybu ve vlastním přístupu, činnosti, metodě a snaze učitele. První kritiky do vlastních řad se objevily již na konci 19. století.

2.2 KRITIKA

S odkazem na kořeny v 19. století začali nejsilněji prosazovat reformní myšlenky ve 20. letech 20. století představitelé Hnutí nové výchovy. Společná východiska těchto snah byla kritika tradiční školy a nový postoj k dítěti. Základní body kritiky staré, tradiční školy, která měla těžiště vně dítěte, v učiteli, v učebnici, jen ne v bezprostřední aktivitě dítěte, jsou podle Kubínové tyto ([6], s. 9):

- „- *Mechanický způsob učení spočívající v pouhém ukládání látky do paměti žáků, kteří v tomto procesu zůstávali pouze pasivními příjemci.*
- *Škola je zcela ovládána učitelem a učební látkou, která je stanovena shora schválenými osnovami a učebnicemi.*
- *Škola nebere zřetel na žáka, na jeho individualitu, jeho potřeby a zájmy a ani se je nesnaží objevovat.*
- *Koncepce vyučovacího obsahu školy je strnulá, jsou užívány uniformní vyučovací metody.*
- *Škola hodnotí výsledky své práce dogmatickými měřítky vzdělání a kultury.“*

Uvedu i názor S. Kovalikové ([5], s. 6), podle které jsou „*kurikulární, výukové i strukturální rysy americké školy prakticky totožné s pruským modelem*“, přičemž „*vyučovací tradice tohoto modelu vychází z vysoce organizovaného vojenského výcviku kadetů a jeho obsah sahá až ke katechismu středověkého náboženství (jedna správná odpověď z jediného pramene, z jediného úhlu pohledu).*“ Stejná autorka uvádí kritiku tradiční školy ve smyslu určitých předsudků. Ty jsou následující:

- Všichni žáci se učí stejným způsobem
- Včerejší kurikulum vyhovuje i dnes
- Výklad vede k vědomostem žáků
- Cílem vzdělávání je osvojení si znalostí a dovedností
- Učebnice jsou základem kurikula i výuky
- Stačí změnit jeden prvek systému

Ačkoli jsou první úvahy staré přes osmdesát let, jak je vidět ve srovnání s těmi moderními, nepozbývají nic na své aktuálnosti ani v dnešní době. Sami si vzpomeňme na svá školní léta. Většina vyučovacích hodin měla velmi podobný průběh (úvod, opakování předchozího, učitel vysvětlil novou látku pomocí učebnice, procvičování příkladů z učebnice, opakování) i formu (frontální výuku), byly nám jen předkládány informace, které jsme se museli naučit, přičemž naučení se spíše chápalo jako osvojení informací. Jediný požadavek učitele od nás byl, abychom uměli, nikoli rozuměli. Pravda, měli jsme mnoho znalostí, uměli jsme hodně, naše poznatky však byly mnohdy formální, plno činností jsme dělali neradi a nebavily nás (stejně jako dnešní žáky 8. ročníků). Nebyl dán prostor pro rozvoj našich schopností, kromě schopnosti posilovat memorováním naši paměť, nebyly rozvíjeny naše komunikační schopnosti, schopnost řešit problémy, umět si obhájit svůj názor (pozor však na přecenění tohoto výchovného aspektu; myslím totiž, že mnoho vychovatelů v duchu idejí nové výchovy nyní učí děti bránit svůj názor za každou cenu, umět ho prosadit téměř vždy a všude, aniž by bylo také učeno respektovat názor ostatních).

Právě problematikou formálních a neformálních znalostí se zabývají naši přední odborníci v oblasti didaktiky matematiky prof. RNDr. Milan Hejný a prof. RNDr. František Kuřina, což jen potvrzuje předchozí slova o aktuálnosti a obnově snah o nový pohled na zkvalitnění vzdělávacího procesu. Formalismus chápou ([4], s. 121) jako „*nemoc kognitivní struktury. Nemoc formalismu je nejvážnější didaktický problém současného vyučování matematice.*“ Pokud mluvíme v této souvislosti o nemoci, či bacilu, můžeme pro názornost rozšířit myšlenku o paralelu mezi úlohou učitele a úlohou lékaře. Jak dále autoři píší ([4], s. 122), „...*Často si učitel tuto skutečnost neuvědomuje a místo toho, aby hledal, jak formalismem napadený organismus léčit,*

ukazuje žákovi, jak se to má správně počítat, a nabádá žáka k větší péči. Jestliže ani zvýšené žákovo úsilí nevede k úspěchu, pak se příčina najde ve špatném genetickém vybavení žáka: nebyly mu dány „buňky na matematiku“. Ale lékař přeci také nemůže pacienta, kterého bolí kyčel a nemůže chodit, nabádat k chůzi a ukazovat mu, jak má chodit. Nemůže po zjištění, že pacientovi chození ani po názorné ukázce nejde, konstatovat, že někteří lidé hold mají klouby dobré, jiné špatné, s tím se nic nenadělá.

„Termín „formální“ nesouvisí s tím, zda je znalost správná nebo nesprávná“ (Hejný, Kuřina [4], s. 124). Nýbrž jedná se o chybu v poznávacím procesu. V poznávacím procesu člověk obvykle nejdříve porozumí několika konkrétním příkladům, všímá si, co mají společného, a dochází tak k obecnějším a abstraktnějším poznatkům. Podle stejných autorů [4] poznávací proces prochází etapami separovaných a univerzálních modelů, v nichž si žák vytváří základní konkrétní představy o budoucí znalosti. Konkrétní představy jsou východiskem a nutným předpokladem pro budoucí porozumění abstraktní znalosti, pro její včlenění do kognitivní struktury žáka. Jestliže se ve vyučování etapám modelů nevěnuje dostatečný čas a abstraktní znalost je žákovi předkládána příliš brzy, nemůže žák včlenit novou vědomost do sítě již připravených konkrétních poznatků a patřičně spojit a strukturovat poznatky. Potom je nucen uchopit ji pomocí memorování, avšak znalost pak funguje jen jako izolovaný paměťový údaj.

V geometrii se nemoc formalismu nejčastěji projevuje na objektech: žák má o daném objektu (čtverci, trojúhelníku, krychli, jehlanu...) jen chudou nebo deformovanou představu. „Běžné je, že žáci často znají pouze „pěkné“ modely útvarů a těles – ty, které mají typický tvar a polohu zdůrazňující vertikální a horizontální směry. Méně typické modely žák nezná.“ (Hejný, Kuřina [4], s. 134). Je to mimo jiné i tím, že žáci jsou odkázáni na obrázky v učebnicích, které tento nejčastější pohled nabízejí. Žákům není dán prostor pro vlastní manipulaci s modely, čímž by nejen při jejich konstrukci, ale i pohybováním a natáčením, mohli modely pozorovat z různých pohledů.

Proč ale učitelé nevěnují budování představ pojmů a abstrakcí dostatečný čas už nyní? Protože doposavad fungují dva odporující si cíle vyučování. A to naučit žáky rozumět učivu a splnit náročné osnovy. Učitel tak má pocit, že na nic není čas, nemůže

tedy zařadit do výuky metody, které ačkoli jsou hravé, poutavé, zábavné, efektnější, jsou i časově náročné na realizaci i přípravu (což je druhá stránka věci; mnoho učitelů se ani nechce zdržovat). Raději proto aktivitu žáků přebírají na sebe, stejně jako bohužel i moment objevu. Ptám se ale, když nemáme čas udělat to dobře nyní, kdy budeme mít čas chyby napravit ?

Také Kuřina s Hejným se domnívají [4], že mnohem efektivnější než reedukace formalismu, je samozřejmě jeho prevence, tzn. věnování dostatečné pozornosti etapám modelů. Jsou přesvědčeni, že nadějná cesta k útlumu formálnosti vede přes zvýraznění prvků konstruktivního přístupu učitelů matematiky k vyučování.

2.3 NOVÉ POJETÍ VÝUKY

Vážným nedostatkem v práci školy, jak již bylo řečeno, je její jednostranná orientace na měřitelné výkony, na nácvik řešení úloh, které lze očekávat u zkoušek. Výuka postrádá studium souvislostí, podceňuje porozumění a ukazuje pouze, jak se co řeší, nikoli proč. Proto právě zde je nebezpečí formalismu aktuální.

2.3.1 ZÁKLADNÍ VÝCHODISKA

Již zmíněné Hnutí nové výchovy za základní východisko považovalo „*nový postoj k dítěti, který vychází z Rousseauovy myšlenky, že život a učení jsou jen dvě stránky téhož procesu, které se od sebe nedají oddělovat*“ (Kubínová [6], s 9). Tato myšlenka se zároveň stala jedním z východisek pro uplatňování projektů a projektové metody v konkrétním vyučování. Je tedy zapotřebí uvažovat o dítěti jako o adresátovi všeho toho, proč zde učitel a škola jsou. Podobně smýšlel Dewey, který, jak známo, přirovnal dítě ke slunci, kolem kterého se všechno točí. Ve vyučování pak „*nejde o matematiku pro všechny, ale o matematiku pro každého*“ (Hejný, Kuřina [4], s.156). Stejný názor má i Kovalíková [5], podle které by cílem měly být takové výukové postupy, jenž umožní všem žákům nový přístup k dokonalému zvládnutí. Zatím se dostávalo takové pozornosti spíše výjimečným a nadaným dětem. Ale odlišnou výuku od té tradiční

si nezaslouží pouze ty děti, které potřebují podnítit pozornost a usměrnit svůj zájem a energii. I ti ostatní chtějí mít bezvadného učitele a učit se něco zajímavého.

Znakem nového přístupu tedy je, že respektuje zákony přirozeného vývoje dítěte, tedy i jeho poznávacího procesu. Protože podle Kovalikové ([5], s. 49) formální poznání může být způsobeno tím, že „*mozek dítěte dostává informaci, která vyžaduje zpracování na úrovni, již mozek zatím nedosáhl.*“ Výsledkem je nedostatek pochopení a neschopnost látku „strávit“. Takové úkoly žáci často vzdají. Nebo pod tlakem učitelů a rodičů látku nějakým způsobem zvládnout, se ji naučí nazpaměť.

Další snahou je podle Kubínové [6] uvolnění vnitřních sil dítěte a rozvinutí tvořivé a své odpovědnosti si vědomé osobnosti. Postoj k dítěti je založen na pochopení, respektu, lásce a trpělivosti, přijetí dítěte takového, jaké skutečně je; tzn. že je mu dán prostor pro vyjádření vlastního názoru a v matematice pak pro vlastní řešení (nikoli striktně podle postupu učitele). Je dán prostor spontánnímu projevu a tvoření. Tím je ale prioritně nutná změna pozice žáka ve škole, čili změna z pasivního přejímání hotových poznatků od učitele nebo z učebnice, na aktivní tvoření, při kterém žák sám hledá odpovědi a řešení. Předpokladem k činnosti je bezprostřední zájem a samostatné zkušenosti žáka. K tomu je ale nutná jeho vnitřní motivace, kterou může učitel podporovat volbou různorodých vyučovacích metod.

Důležité je usilovat o rozvoj schopností (nevycházet z přesvědčení, že rozvojem znalostí pak automaticky žák dospěje i k rozvoji schopností), neurychlit proces nabývání znalostí a snažit se vyvolat ve vědomí dítěte radostný okamžik objevu. V dobrém vyučování vede učitel žáky k samostatnému odhalování nových myšlenek, chce dopřát také jim ten příjemný pocit z vlastního objevu. Protože „*ve vědě nerozhoduje většina, ale pravda, ukrytá v podstatě jevu, který zkoumáme. Učitel nabádá nespokojené, aby hledali pro svůj názor pádné argumenty.*“ (Hejný, Kuřina [4], s. 65). Proto jde především o rozvíjení a pěstování schopnosti samostatného a kritického myšlení. Bude-li výuka součástí lidské kultury, bude-li účinně pomáhat řešit i problémy každodenní praxe, bude matematika užitečná. Zároveň smysluplná, bude-li pěstovat zvědavost, klást otázky a přispívat ke kritickým postojům, bude-li rozvíjet potřebné

pracovní návyky žáků a studentů, může mít i ráz hry; neměla by být však drezúrou, ale tvořivou prací. Navíc „žák, který se sám pídí po tom, „jak to vlastně je“, nemocí formalismu netrpí“ (Hejný, Kuřina [4], s.131).

Je třeba si uvědomit, že člověk není pařez, z kterého jiný může vydlabat sochu. Každý člověk vytváří sám sebe, podle okolností; učitel však může tyto okolnosti vhodně nastavit, nemůže však donutit slyšícího, aby poslouchal, či myslícího, aby myslel. Může mu ovšem dát poutavou práci, která zaujme mysl druhého, může motivovat žáky a pomoci navodit v nich chuť objevovat a poznávat na základě vlastních zkušeností.

2.3.2 ZÁSADY NĚKTERÝCH NOVÝCH PŘÍSTUPŮ

Základní východiska nového přístupu, která jsou v souladu s výsledky výzkumu lidského mozku a vývojovými charakteristikami dětí, definuje již zmiňovaná S. Kovaliková, která zavádí nové řešení v podobě integrované tematické výuky. Jak zmiňuje ve svém díle ([5], s. 18), pro efektivní výuku je nutná přítomnost „osmi složek, které jsou potřebné pro vytvoření mozkově kompatibilního prostředí, v němž se mohou zlepšit výkony jak dětí, tak dospělých.“ Složky jsou následující:

- nepřítomnost ohrožení
- smysluplný obsah
- možnost výběru
- přiměřený čas
- obohacené prostředí
- spolupráce
- okamžitá zpětná vazba
- dokonalé zvládnutí

Ačkoli model integrované tematické výuky je složitým procesem (opírá se o celoroční témata, k nimž se vztahují podtémata), přesto je zde uvádím, neboť si myslím, že jsou v mnohém inspirací pro změnu ve vzdělávání. Totiž právě dnes nám také jde o průnik tří oblastí; výukových postupů, přípravu kurikula a výzkum mozku.

Zároveň je ale důležité zdůraznit, že při použití programu integrované tématické výuky musí být splněno všech osm výše zmiňovaných složek, jinak tento model ztroskotá.

Podobné myšlenky se objevily již dříve u klasiků jako jsou J. Piaget a J. Dewey, kteří položili základy pro tzv. didaktický konstruktivismus. Pomocí takového přístupu lze naklonit k dětem jakoukoli výuku, tedy i svět matematiky. Vyžaduje aktivitu žáků, která je účinnější a pro učení efektivnější. Učitel motivuje a podněcuje žáky, aby formulovali vlastní nápady, názory, námitky, nepředkládá žákům poznatky jako hotová fakta, ale žáci si sami vytvářejí vlastní představy a budují si vlastní poznatkovou strukturu. Při dobře vedeném konstruktivním přístupu je omezeno riziko formalismu, neboť poznávací kritéria jsou vnitřní povahy: vhled, porozumění, použití.

Desatero konstruktivismu v bodech podle Hejného a Kuřiny [4]:

- 1) Aktivita
- 2) Řešení úloh a problémů, hledání souvislostí
- 3) Konstrukce poznatků v mysli poznávajícího člověka
- 4) Vytváření poznatků na základě zkušeností
- 5) Podnětné prostředí pro tvořivost
- 6) Interakce ve třídě, diskuse, argumentace, hledání důkazů
- 7) Různé druhy reprezentací a strukturální budování matematického světa
- 8) Komunikace ve třídě a pěstování různých jazyků matematiky
- 9) Vzdělávací proces zahrnuje porozumění matematice, zvládnutí matematického řemesla a aplikaci matematiky
- 10) Formální poznání vzniká zejména v transmisivním, nebo instruktivním vyučování

2. 4 KONKRÉTNÍ NÁPRAVA VZDĚLÁVACÍHO KURIKULA

I samotní didaktikové sebekriticky přiznávají, že většinu matematických poznatků, které škola učí, stejně převážná část populace nepoužije. O tyto poznatky ve výuce matematiky totiž nejde především, jde spíše o „vytváření kladného poměru k poznání reality a o příspěvek matematiky k rozvoji kognitivních schopností žáků, o jejich

osobnostní zrání.“ (Hejný, Kuřina [4], s. 156). Kdyby totiž šlo pouze o získání numerických výsledků, matematika by skutečně ztratila na významu, neboť výsledky můžeme snadněji a rychleji získat pomocí počítačů. Jak tvrdí V. Sýkora [17] z katedry matematiky a didaktiky matematiky PF UK v Praze, škola je vystavena tlaku rodičů, kteří požadují v duchu inzerátů angličtinu a počítače. Dovednost řešit kvadratickou rovnici ale nikdo nehledá. Proto učitelé musí umět vysvětlit, že právě matematika jako žádný jiný předmět učí logicky myslet, řešit problémy, plánovat svoji práci, argumentovat, zobrazovat, pracovat se symbolikou, s formálním jazykem, s daty a s informacemi. To jsou věci, které potřebuje každý i v nematematických situacích. Pokud se matematikům nepodaří o takovém přínosu přesvědčit ostatní, nejen rodiče, ale i žáky samotné, nepodaří-li se v nich vybudovat zájem o tento předmět, potom skutečně bude pokračovat tendence k úpadku tohoto předmětu a růstu jeho neoblíbenosti.

2.4.1 STANDARDY

Že právě matematika patří k obávaným a veřejností často kritizovaným předmětům si je vědoma i Jednota českých matematiků a fyziků, která chce proto její výuku už na základních školách obměnit v souladu se světovými trendy. Od roku 1992 začíná úsilí této organizace o vyhotovení standardů. Podle nich [1] byl prvním pracovním výstupem širokého kolektivu pracovníků, který se ustavil na počátku 1993, Návrh evaluačních standardů z matematiky pro základní a střední školy, který vyšel v nakladatelství Prometheus na sklonku r.1994 a počátkem r.1995 byl rozeslán k připomínkovému řízení na většinu základních a středních škol v ČR. Prakticky jednomyslně bylo akceptováno toto východisko: „*nepostihovat metodiku výuky, nepředepisovat časový harmonogram ani dotaci jednotlivých partií. Všechny tyto faktory jsou zcela ponechány v kompetenci vyučujících, respektive příslušné předmětové komise a v konečné fázi ředitele školy. Záměrem standardů tedy není předepisovat, jak má škola učit, ale popsat, jaké znalosti by měl absolvent daného typu školy mít*“ (Fuchs [1], s. 5). V tomto duchu pak lze chápat i požadované výstupy o deset let později vydaného RVP, na němž se členové Jednoty též podíleli.

Standardy obsahují výčet požadovaných znalostí či dovedností a k nim zároveň několik typových příkladů, které jsou ukazatelem požadované hloubky osvojení.

U krychle, kvádra, hranolu a jehlanu se zejména jedná o tyto cíle:

- načrtnout a narýsovat těleso ve volném rovnoběžném promítání
- znát vlastnosti stěn, dvojic stěn, hran, dvojic hran (u hranolu a jehlanu též podstav a pláště)
- načrtnout i narýsovat jejich síť; složit ze sítě model; poznat, zda daný obrazec je sítí onoho tělesa
- umět poznat a vyznačit tělesové a stěnové úhlopříčky, stejně tak je i vypočítat pomocí Pythagorovy věty a goniometrických funkcí (podobně i výšku a hrany jehlanu)
- znát, umět aplikovat při řešení konkrétních úloh vzorec pro výpočet povrchu a objemu
- charakterizovat (podle podstavy) pravidelné a nepravidelné hranoly; chápat krychli a kvádr jako speciální případy hranolu

U rotačních těles jsou ve Standardech zmiňovány tyto cíle:

- načrtnout těleso ve volném rovnoběžném promítání
- načrtnout a narýsovat síť, popsat podstavu a plášť válce
- určit výšku, poloměr podstavy, u kužele i stranu (pomocí Pythagorovy věty i goniometrických funkcí)
- umět použít vzorec pro výpočet povrchu a objemu při řešení úloh (u koule je jako jediný požadován právě tento výstup)

U geometrických zobrazení například tyto:

- intuitivně chápat pojem shodnosti geometrických útvarů
- popsat osovou, středovou souměrnost
- poznat osově, středově souměrné útvary

2.4.2 CO NA TO UČEBNICE

Mezi jedny z nejčastěji používaných učebnic pro výuku matematiky na základních školách bezesporu patří řada učebnic Odvárko – Kadleček vydané v nakladatelství Prometheus a učebnice od Aleny Šarounové a kol. vydané ve stejném nakladatelství. Učebnice se věnují jednotlivým tématům v souladu s Učebními osnovami pro 1. až 9. ročník Vzdělávacího programu Základní škola, schválenými MŠMT v roce 1996.

Podle Osnov [18] je do 6. ročníku zařazeno opakování z 1. stupně. Žák by měl umět vymodelovat síť kvádrů a krychle, vymodelovat kvádr a krychli z dané sítě, měl by poznat a umět nakreslit souměrný útvar, určit osu souměrnosti (4. ročník). Dále pak vypočítat povrch kvádrů a krychle sečtením obsahů jejich podstav a stěn, mít představu o objemu tělesa (např. pomocí různých stavebnic), sestrojít a číst jednoduché grafy v soustavě souřadnic (5. ročník). Kromě opakování geometrie je zde tématem osová souměrnost, úhel a jeho velikost, trojúhelník a objem a povrch kvádrů a krychle. Učebnice Odvárko – Tkadleček [7] se věnuje sítím kvádrů a krychle; přes síť a obsah jejích částí je odvozen povrch krychle a kvádrů, pro rozvoj představivosti si má žák představit skládání sítě. Až po několika úkolech žák dostává radu k překreslení a složení sítě; poprvé tak dostává prostor pro vlastní tvorbu (na str. 64/4). Oproti tomu učebnice od Šarounové [14] více nabádá k sestrojení modelu kvádrů i krychle, k vyrobení krabičky. Objevují se i úkoly, které mají za cíl představit si vyříznuté těleso (krychle z kvádrů – str. 77/7), či úkol vyrobit modely těles, které vzniknou rozříznutím kvádrů. Pro lepší názornost jsou používány pomocné obrázky těles umístěných v prostoru do čtvercové sítě.

Podle Osnov [18] by měl žák v 7. ročníku získat poznatky i o jiných hranolech (základnou je rovnoběžník, trojúhelník nebo lichoběžník); tzn. sestrojít jejich síť a vypočítat povrch i objem. Dalším tématem je shodnost a středová souměrnost.

Do 8. ročníku je zařazen kruh, kružnice a válec. Šarounová [15] se věnuje zpočátku obsahu kruhu (odvozuje vzorec) a jeho částí, sestrojení pláště kužele

(pomocí Pythagorovy věty spočítat stranu). Poté přechází k válci, např. žáci mají určit rozměry válce z jeho půdorysu a nárysu, vypočítat objem a povrch. Využití Pythagorovy věty ve stereometrii je věnována zvláštní kapitola na str. 42-45.

V 9. ročníku se žák seznamuje se dalšími tělesy, tématem tedy je jehlan, kužel a koule. V učebnici [8] najdeme úkoly, které nabádají k sestrojení sítě kuželu i jehlanu, načrtnutí tělesa, k představě kuželu jako rotujícího trojúhelníku, či koule jako rotujícího kruhu. Šarounová [16] opět požaduje po žákovi zjistit rozměry jehlanu z půdorysu a nárysu. Většina úloh je věnována aplikaci vzorce pro výpočet povrchu a objemu (často ve spojení s hustotou či hmotností tělesa).

Analýza obsahu učebnic ukázala, že dané učebnice odpovídají požadavkům Standardů. Nejčastěji je pozornost věnována výpočtům povrchů a objemů těles. Klasická zadání „je dán jehlan s rozměry...“ jsou někdy nahrazena objekty z běžného života. Tak např. častým zástupcem jehlanu je stan, těžítka, pyramida. Zástupcem kuželu bývají věžičky, šampusky, dopravní kužele, květináče. Koule je představována jako planety, akvárium, naběračka, míč, plynojem, dělová koule. Válec jako krabička olejovek, sloupec desetikorun, plechovky, koryta. Pokud má žák počítat povrch, či objem kvádrů a krychle, nejčastěji počítá množství spotřebované tapety či plochu omítky, nebo objem krabičky, koše, tvárnic... Naopak úkolům, které by mohly více rozvíjet představivost žáka, je pozornosti věnováno méně. Chybí např. úkoly typu: „Jaké těleso vznikne sestavením této sítě,“ nebo „Jaký útvar vznikne, pokud dané těleso rozřízne určitá rovina“... Právě Šarounová [16] v rozšiřujících cvičeních (v tzv. Herně) doporučuje zahrát si na architekta a sestavit modely těles, navrhnout stavbu, nakreslit ji v rovnoběžném promítání a narýsovat její půdorys, nárys a bokorys. Nicméně pokud už je kladen požadavek na zhotovení tělesa, jde pouze o model vzniklý sestrojením a sestavením sítě tělesa. Jakoby jiná možnost zhotovení modelu neexistovala. Navíc ve stereometrii není zahrnuto a využito téma souměrnosti. Chybí rozšíření souměrných útvarů z planimetrie i do stereometrie.

2.4.3 RVP

Zmiňované učebnice také byly zhotoveny většinou kolem roku 1997, tudíž jejich autoři mohli na dané požadavky Standardů reagovat. Nicméně přijetím Rámcově vzdělávacího programu pro základní školu (dále již RVP) došlo ke změně v některých cílových výstupech, myslím že v pozitivním smyslu konstruktivního přístupu. V RVP [19] je důraz kladen na získání klíčových kompetencí, a to k učení, k řešení problémů, komunikativní, sociální a personální, občanské, pracovní.

Vzdělávací obsah vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace je rozdělen na čtyři tematické okruhy. Jsou to Číslo a proměnná, poté Závislosti, vztahy a práce s daty, dále Geometrie v rovině a v prostoru. V této oblasti se požadavky standardů (tedy i učebnic) i RVP shodují. Důležitou součástí jsou Nestandardní aplikační úlohy a problémy, jejichž řešení může být do značné míry nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, ale při němž je nutné uplatnit logické myšlení. Zároveň by tyto úlohy měly prolínat všemi tematickými okruhy v průběhu celého základního vzdělávání. Tento okruh je jakousi novinkou oproti standardům. Očekávané výstupy tohoto okruhu:

- „žák užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předkládaných nebo zkoumaných situací
- žák řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí“ (VÚP [19], s. 25)

Učivo tohoto okruhu zahrnuje mimo jiné logické a netradiční geometrické úlohy. Při učení se dovednostem bychom se mohli inspirovat od integrované výuky S. Kovalikové, při níž se dovednosti vyučují, jak vyplývají z obsahu (a ten je řízen kurikulem). Podle ní ([5], s. 148) se dovednosti „učí tehdy, když se jejich užitečnost stane zjevnou“. V našem případě, jde-li nám především o rozvoj prostorové představivosti, nemá smysl učit se o řezech v tělesech, aniž by je žáci k něčemu nepotřebovali (stejně jako jsou většinou příklady na obsah plochy předkládány v souvislosti s potřebou tuto plochu natřít).

Ačkoli jsou RVP obecnější než Standardy (výstupem je určitá kompetence, avšak i těžko definovatelná, nikoli konkrétní typ příkladů), přesto lze díky okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy vypořádat mezi nimi konkrétní rozdíl. Žák by se měl naučit řešit i úlohy na prostorovou představivost, avšak této oblasti se již zmiňované učebnice dostatečně nevěnují. Navíc nyní stojí před učiteli velký úkol, jak tyto obecné kompetence převést na konkrétní učivo, je jejich úkolem spolupracovat a vytvořit konkrétní ŠVP. Podle článku z Učitelských novin [17] právě Jednota českých matematiků a fyziků jako jediná úzce oborově zaměřená organizace získala prostředky na realizaci pražského projektu Podíl učitele matematiky 2. stupně ZŠ na tvorbě ŠVP, který chce seznámit učitele nejen s metodami a formami práce, ale také s tím, jak projektovat výuku. Také Václav Sýkora z katedry matematiky a didaktiky matematiky PF UK v Praze je názoru (UN [17], s. 13), že „...matematika se stává formativním předmětem, více než jiný rozvíjí určité obecné dovednosti. Musíme rozvíjet ty klíčové kompetence, které potřebuje každý člověk, jinak nám budou hodiny v učebním plánu ubývat...“. Kurz tvorby ŠVP se zaměřuje na několik témat a jedním z cílů jsou také „nové způsoby geometrického modelování“, zmiňuje dále V. Sýkora.

2.4.4 MOŽNÉ ŘEŠENÍ

Jedním ze způsobů, jak rychle reagovat na dané změny a nové požadavky kladené na žáka, je doplnit „mezery“ v cílových výstupech pomocí jiných zdrojů než jsou učebnice. Zde se nabízí možnost využít různých projektů, problémových situací, či samostatných prací. Právě proto se věnuji v této práci tvorbě modelů „Sliceforms“, při jejichž navrhování či manipulaci je člověk nucen využít prostorovou představivost. Rozvoj právě této schopnosti je jedním z očekávaných výstupů RVP, kterému ale v učebnicích není věnováno dostatek pozornosti. Zároveň je toto téma zpracováno v podobě pracovních listů pro žáky, ve smyslu samostatné práce jako prostředku k rozvoji samostatnosti, tvořivosti a schopnosti řešit problémy.

3. PŘEDSTAVIVOST A TVOŘIVOST

V minulých letech se mezi matematiky často hovořilo o poklesu úrovně znalostí geometrie a zejména o nižší úrovni prostorové představivosti, což potvrzují výzkumy. Možná že to souvisí s vývojem společnosti, s rozvojem matematických disciplín, z nichž řada je nově zařazována do školské matematiky (např. základy statistiky a finanční matematiky), a také s rozvojem výpočetní techniky. S potřebou zařazování nového učiva při současném snižování počtu hodin matematiky nastala nutnost vypouštění jiného, což potkalo právě geometrii a především stereometrii¹. Grafické možnosti počítačů byly považovány za natolik soběstačné, že například vytlačily deskriptivní geometrii ze středních a částečně vysokých škol. Vývoj společnosti a výpočetní techniky změnil i strukturu dětských hraček a her, takže ubylo konstrukčních her, např. klasické stavebnice z kostek a objevila se řada „konzumních“ počítačových her. Ale v posledních letech se naopak ukazuje, že školská geometrie i stereometrie opět nabývá své důležitosti a vážnosti.

3.1 PŘEDSTAVIVOST

V psychologickém slovníku ([2], s. 464) je uváděna představivost (imagination) jako *„schopnost vytvářet představy; liší se v množství a souhlasnosti s realitou, je předpokladem tvořivé činnosti, zvláště v situacích problémových“*. Dále ([2], s. 365) *„Obrazotvornost (imagination) je rozlišována od fantazie jako schopnost tvorby obrazů, představ či idejí využitelných v praktické činnosti člověka. Obrazivost (imagery) je představivost, která je zdrojem myšlení a tvoření“*, nebo jinak *„myšlení v obrazech“*, či *„plodná inteligence“*. Za její znaky je označována: *„spontánnost, novost, názornost, též doplňování a sdružování vzpomínkových představ“*.

¹ Podle [20] došlo k přesunutí učiva z dřívějšího 5. - 8. ročníku do 6. - 9. ročníku ZŠ a k snížení časové dotace z pěti vyučovacích hodin týdně na čtyři. Co se týká geometrie, tak bylo výrazně zredukováno rýsování. Do 6. ročníku přešlo z 1. stupně učivo o úhlu a jeho velikosti, obsah obrazce a povrch tělesa včetně sítí, objem kvádra a krychle. Ze 7. ročníku byla zcela vyřazena výuka shodných zobrazení otáčení a posunutí (ponechána byla pouze osová a středová souměrnost). Do 8. ročníku byly posunuty tematické celky kruh, kružnice, válec a konstrukční úlohy. Do 9. ročníku byly zařazeny výpočty povrchů a objemů jehlanu a kužele, podobnost a její užití v praxi.

Autoři ([2], s. 365) také rozlišují reprodukční představivost (resp. obrazivost), ve smyslu „*vytváření představ na základě slovního popisu, textu, náčrtku apod.*“, a tvůrčí, jako „*vytváření úplně nových, originálních obrazů na základě spojování představ či různých jejich částí dříve získaných.*“

3.1.1 PŘEDSTAVIVOST A JEJÍ VÝZNAM V ŽIVOTĚ ČLOVĚKA

Perný [9] se domnívá, že v literatuře, ale někdy i mezi matematickou veřejností, se chápe představivost více méně geometricky, pouze jako schopnost vybavovat si obrazy těles nebo geometrických útvarů, které mají určité vlastnosti. To je pojetí příliš úzké. Psychologické pojetí představivosti je podstatně širší a vztahuje se většinou k roli, kterou představivost sehrává v životě člověka.

Také podle mne je představivost významným faktorem úrovně úspěšnosti člověka ve společnosti. Člověk se liší od zvířat mimo jiné právě svou představivostí. Dovede uvažovat do budoucna, vynalézat a objevovat. To, čemu říkáme kulturní vývoj, je ve své podstatě vývojem lidské představivosti. Vznik vědy i umění lze připsat schopnosti představit si názorně budoucnost, předvídat, co se může stát, a připravit se na to. Myslím, že člověk může stvořit cokoli, co si jen dokáže představit. Hranice lidských možností (intelektu) ohraničuje pouze to, jak rozvíjí a užívá svých představ. Také pro mnoho filosofů je představivost v lidském životě důležitá, ať pozitivně, či negativně. V prvním případě je nezastupitelná jinými psychickými procesy. Již v antice si to uvědomil Aristoteles, v jehož pojetí je představivost spojovacím článkem mezi vnímáním a myšlením. Naopak v platónské filosofii je představivost považována za matoucí element, jenž zamlžuje či přímo znemožňuje dosažení skutečného, pravého poznání. I mnozí další myslitelé došli k závěru (např. Schopenhauer), že svět nelze poznat skutečně takový jaký je sám o sobě, ale pouze na základě představ poznávajícího subjektu.

Stejně tak i podle Půlpána [12] je významnou složkou poznávacího procesu názorné postižení poznávané reality a vytvoření si představ o ní. Takovéto intuitivní, neformální pochopení souvislostí je základem pro porozumění a představivost v něm hraje základní

roli. Toto intuitivní pochopení pojmů často postačuje k zajištění dobré úrovně při jejich aplikaci a u mnoha matematických pojmů se také u většiny populace s takovou úrovní spokojujeme. Pokud tedy má „*představivost vliv na možnosti rozvoje a uplatnění člověka ve společnosti, nesmí škola zanedbat žádné možnosti k rozvíjení představivosti u žáků*“ (Půlpán [12], s. 10).

3.1.2 MATEMATICKÁ PŘEDSTAVIVOST

Výzkumem i teorií o představivosti v matematice a zvláště pak prostorovou představivostí se zabývá v publikaci „*Tvořivost k rozvoji prostorové představivosti*“ J. Perný. Podle něho [9], má velmi blízko k chápání matematické představivosti jako speciální schopnosti Gardnerovo pojetí rozmanitých inteligencí (Gardner rozeznává sedm druhů inteligence; kromě logicko-matematické např. jazykovou, prostorovou, hudební, kinestetickou, ...) nebo Koščovo pojetí matematických schopností. Podle něho a zjištění řady psychologů, je nutno v matematické schopnosti rozlišovat tyto základní složky:

- a) numerický faktor – uplatňující se v manipulaci s číselnými daty
- b) prostorový faktor – důležitý nejen v geometrii, ale i v aritmetice, např. při správném hodnocení číslic v pozičním zápisu čísla, při členění plochy v písemných výpočtech
- c) verbální faktor – uplatňující se hlavně při řešení slovně formulovaných příkladů
- d) faktor usuzování – má hlavní podíl na pamětném počítání
- e) faktor všeobecné inteligence – tvoří pozadí všech mentálních, tedy i matematických úkonů a který úzce souvisí především s faktorem usuzování

Perný dále uvádí ([9], s. 38), že v Koščově „*Psychologii matematických schopností*“ je uvedeno Verdelinovo vymezení pojmu matematická schopnost jako „*schopnost chápat povahu matematických (a podobných) úloh, znaků, metod a důkazů; naučit se je, udržet si je v paměti a reprodukovat je, kombinovat je s jinými úlohami, znaky, metodami a důkazy; a používat je při řešení matematických (a podobných) úloh*“.

3.1.3 GEOMETRICKÁ PŘEDSTAVIVOST

Připomenu zde poučení, že „*vidění v matematice je nutno se učit, že vidění nelze oddělit od vědění*“ (Půlpán [12], s.13). Proto je velmi důležité vidět geometrické souvislosti v typických pohledech, je to složka chápání geometrie jako jazyka matematiky. Kromě toho je třeba dát prostor i pro netypická zobrazování, aby se tento jazyk rozšiřoval, resp. aby pojem nabýval širšího významu (toho je možno docílit tvořivostí).

Perný vymezuje geometrickou představivost mimo jiné na základě díla „Rozvoj prostorové představivosti žáků“ od D. Jirotkové jako schopnost či dovednost:

- a) poznávat geometrické útvary a jejich vlastnosti
- b) abstrahovat z reálné skutečnosti – konkrétních objektů jejich geometrické vlastnosti a vidět v nich geometrické útvary v jejich čisté podobě
- c) na základě rovinných obrazů si představit geometrické útvary v nejrůznějších vzájemných vztazích a to i v takových, v nichž nemohou být předvedeny pomocí hmotných modelů geometrických útvarů
- d) mít zásobu představ geometrických útvarů a schopnost vybavovat si jejich nejrůznější podoby
- e) představit si geometrické útvary a vztahy mezi nimi i na základě jejich popisu

Geometrická představivost není člověku vrozena, ale je to dovednost, kterou se musí učit. Protože „*bez geometrické představivosti není možná technická tvořivost, bez obrazotvornosti není možná tvorba něčeho nového*“ (Půlpán [12], s. 11), je to dovednost důležitá a potřebná v mnoha povoláních. A je právě jedním z úkolů školy, aby geometrickou představivost systematicky rozvíjela. Zároveň v případě geometrie, kdy abstraktní matematické pojmy reprezentujeme jejich hmotnými modely (obrázky), má učitel zdánlivě ztíženou úlohu. Svět geometrie může pouze přiblížit či navodit. Proto je třeba mít na paměti, že „*do geometrického světa můžeme někoho vést jen na kus cesty, můžeme ho přivést jen před jeho brány, rozhodující krok však musí učinit sám.*“ (Půlpán [12], s.13)

3.1.4 PROSTOROVÁ PŘEDSTAVIVOST

Hejný ([3], s. 353) chápe prostorovou představivost jako „*něco, co nám umožňuje vidět to, co ještě není – tedy vytvářet si představy geometrických objektů a jejich rozmístění; umět v představě s těmito objekty manipulovat.*“

Perný [9] opět odkazuje na D. Jirotkovou a prostorovou představivost chápe jako intelektovou schopnost, či dovednost vybavovat si:

- a) dříve viděné – vnímané objekty v trojrozměrném prostoru a vybavit si jejich vlastnosti, polohu a prostorové vztahy
- b) dříve nebo v daném momentě viděné – vnímané objekty v jiné vzájemné poloze, než v jaké byly nebo jsou skutečně vnímány
- c) objekt v prostoru na základě jeho rovinného obrazu
- d) neexistující reální objekt v 3-rozměrném prostoru na základě jeho slovního popisu

Dualisté hovoří „*o dvou systémech reprezentací – o verbálním a obrazovém kódu, které souvisí s lokalizací příslušných funkcí v hemisférách mozku. Prostorová inteligence pak u nich bývá „protipólem“ inteligence jazykové*“ (Perný [9], s. 42).

Podle stejného autora je proto nutné respektovat úroveň vývoje žáka a pro kvalitní provedení určité vizuálně-prostorové operace je třeba omezit vizuální informaci jen na to, co je pro danou úroveň potřeba. Také je možné na vyšší úrovni vizuální či vizuálně-prostorovou operaci nahradit logickým zdůvodněním.

Zároveň zde připomenu výzkum o dvou mozkových hemisférách, jehož autorem je americký neurofyziolog Roger Wolcott Sperry, který za něj získal Nobelovu cenu za fyziologii a lékařství. Podle [22] společně se svými spolupracovníky objevil, že oblast činnosti levé hemisféry mozku se zaměřuje spíše na intelektuální činnosti. Pravá hemisféra mozku se zase obecně zaměřuje na uměleckou, tvůrčí a emocionální činnost. Podobně i Gardner, který byl připomínán v souvislosti s typy inteligence, kterými se rozumí (Kovalíková [5], s. 62) „*soubor schopností řešit problém*“, rozděluje odpovědnost každé z hemisfér k určité inteligenci. Kovalíková zmiňuje jeho rozdělení

následovně: Levá hemisféra – inteligence logicko-matematická, jazyková, tělesně-pohybová (u praváků). Pravá hemisféra – inteligence hudební a prostorová.

Sperry rovněž odhalil, že když je levá hemisféra mozku aktivní, pravá hemisféra přejde do jakéhosi uvolněného, skoro až meditativního stavu. Nastane-li obrácená situace, tedy když pracuje pravá hemisféra, přejde do tohoto stavu zase hemisféra levá. Následné experimenty tak ukázaly, že prakticky každý disponuje plnou škálou duševních schopností. Bohužel, díky špatnému způsobu vzdělávání a nesprávným informacím má většina sklon se domnívat, že má vrozené vlohy pouze pro některé oblasti, zatímco pro ostatní již ne. Jenže správněji by naše sebehodnocení mělo znít tak, že se nám doposud podařilo rozvinout jen některé oblasti potenciálních schopností, zatímco ty ostatní jsme z různých důvodů nechali v nečinnosti.

Domnívám se proto, že vhodným přístupem je možné jednak respektovat úroveň žákovy představivosti, ale také tuto úroveň zvyšovat. A to zejména takovými činnostmi, při nichž se aktivují pokud možno obě hemisféry. Jednou z cest je například motorická práce s barevným papírem, při které je nutno zapojit logické myšlení, představivost a fantazii. Přičemž této práci předchází logické zdůvodňování v pracovních listech.

Rozvíjet prostorovou představivost je dobré, zvláště s rostoucími výskyty specifických poruch učení, mimo jiné i z toho důvodu, že vede celkově ke schopnosti orientovat se ve zřetelném prostoru. Při jejím rozvoji se tedy dále také rozvíjí schopnost psát např. vícemístná čísla, či provádět aritmetické operace. Perný [9] se domnívá, že podle moderních trendů je vhodnou formou nejen k rozvíjení prostorové představivosti využití výuky pomocí řešení problémů a problémových situací. Pokud jsou to problémy z oblasti stereometrie, napomáhají i rozvíjení prostorové představivosti. K řešení těchto problémových situací, které jsou nestandardní, musí totiž respondenti přistupovat tvořivým způsobem. Proto zde uvedu i několik slov o tvořivosti.

3.2 TVOŘIVOST

Jak píše Perný [9], tak vzhledem k tomu, že pro rozvíjení prostorové představivosti jsou používány netradiční úlohy a problémy, které vyžadují od řešitelů tvořivý přístup, přispívá naopak i toto řešení problémů k rozvoji tvořivosti. Ta se ve vyučovacím procesu rozvíjí právě záměrným navozováním tvořivé aktivity žáků, například prostřednictvím tvořivých situací, řešení problémů apod.

Někteří lidé spojují tvořivost pouze s určitým druhem činností, jako umění, hudba, či věda. Tvořivost je ale jev společenský, projevující se každodenně. Proto zvláště ve škole, kde se děti mohou naučit leccemu, bychom k rozvoji tvořivosti měli dát prostor. Domnívám se, že tuto možnost dává i matematika, i když její charakter, jak se mnohým zdá, vyžaduje spíše konvergentní logické myšlení a algoritmické řešení s přesným výsledkem. I v tomto předmětu je však možné uplatnit divergentní myšlení, řešit problémy, kterých je v tomto předmětu víc než dost, a uplatňovat cestu vlastního objevování.

3.2.1 CO JE TVOŘIVOST

Podle psychologického slovníku ([2], s. 631) je tvořivost (creativity) vymezena jako „*schopnost, pro niž jsou typické takové duševní procesy, které vedou k nápadům, řešením, koncepcím, uměleckým formám, teoriím či výrobkům, jež jsou jedinečné a neotřelé*“. Dále pak ([2], s. 336) divergentní neboli tvořivé myšlení je „*myšlenkové úsilí objevit nové vztahy, nové řešení problémů, novou metodu, teorii či vytvořit umělecké dílo*“.

V pedagogickém slovníku ([11], s. 253) je tvořivostí chápána „*duševní schopnost vycházející z poznávacích i motivačních procesů, v níž ovšem hrají důležitou roli též inspirace, fantazie, intuice. Projevuje se nalézáním takových řešení, která jsou nejen správná, ale současně nová, nezvyklá, nečekaná*“. Tvořivost podporuje ([11], s. 254) „*vysoká inteligence, otevřenost novým zkušenostem, iniciativa ve vytváření řádu, pružnost v usuzování, potřeba seberealizace*“. Tvořivost naopak tlumí: „*direktivní*

řízení, stereotypy, tendence ke konformitě“. Dále pro tvůrčí (tvořivé) myšlení, jako specifického druhu myšlení, je typické: „*vysoká motivovanost, vytrvalost, odpovědnost; schopnost inspirovat se různými podněty, dovednost spojovat poznatky z rozdílných oborů...*“

3.2.2 TVOŘIVOST VE VYUČOVÁNÍ MATEMATICE

Myslím, že nejen podle Perného [9] dosud převládal názor, že se v matematice tvořivost příliš neuplatňuje. V současnosti je rozvíjení tvořivosti a tvořivých matematických schopností založeno na dvou základech. Prvním je rozdělení poznávacího procesu na konvergentní a divergentní, druhým je rozdělení procesů řešení problémů na algoritmické a heuristické. Cílem současné výuky matematiky je zvýšit podíl tvořivých činností a heuristických postupů, na úkor konvergentních a algoritmických. Nejen proto, aby žáci lépe chápali matematiku, měli ji rádi a byli silněji motivováni (viz výzkum TIMSS), ale i proto, aby se formovaly tvořivé matematické schopnosti, které mohou být základem pro tvořivé řešení životních a pracovních problémů. Řešení problémů je komplexní činnost využívající postupy algoritmické, heuristické a činnostní. Z toho vyplývá, že ve výuce matematiky by se měly uplatňovat komplexní problémy, kde se tyto procesy střídají, jako je tomu například v projektech a samostatných pracích.

Zakladatelem heuristického vyučování matematiky jako metody tvůrčího řešení problémů je G. Polya. Perný připomíná M. Zelinu, autora publikace *Tvořivost v matematice*, který založil heuristické vyučování matematiky na schématu DITOR:

- D - definuj problém, dáváme žákům jen podněty
- I - informuj se o problému, analyzuj ho, vedeme k samostatné práci
- T - tvoř řešení, vedeme k více alternativám řešení
- O - ohodnot' vytvořená řešení a vyber nejvhodnější, vedeme k hodnocení
- R - realizuj řešení prakticky, zápisem apod. vyvozujeme poučení z postupů i z chyb

Univerzální využití této metody ilustruji na příkladu modelu krychle. Ten chceme sestavit jako model „Sliceforms“, přičemž nás k tomu navádí pracovní list s těmito otázkami, či instrukcemi:

D - Co je to krychle? Kde se setkáte s krychlí ve světě kolem nás?

I - Co potřebujete znát k návrhu modelu „Sliceforms“ a na jakých principech modely fungují? Žák řeší problém různých možností řezů v krychli

T - Jaké lze pro návrh použít roviny? Jakou variantu rovin bys zvolil a proč?

O - Podle jakých rovin je návrh nejúspěšnější?

R - Nakresli takový řez, navrhni a sestav model

Jak známe z hodin pedagogiky a psychologie, tvořivost podpoříme ve škole tím, že udržujeme povzbudivý kontakt se žáky, kladně odměníme každý tvůrčí výkon žáka, definujeme žákům cíle jejich snažení, tolerujeme neúspěchy, dopřejeme žákům dostatek volnosti a svobodného prostoru, umožníme komunikaci mezi žáky při tvorbě, odstraníme brzdivé momenty (strach z chyby, emoce, stres) atd.

3.2.3 PRŮZKUM UŽITÍ TVOŘIVOSTI VE VÝUCE MATEMATIKY NA ZŠ

Perný ve svých závěrech z průzkumu užití tvořivosti ve výuce matematiky na ZŠ došel k závěru, že jsou upřednostňovány projekty časově kratší, které integrují více nebo většinu předmětů. Orientační průzkum ukázal, že projektová metoda jako forma tvořivé činnosti je na školách používána spíše mladšími, případně studujícími pedagogy. Většina z nich si projekty sama vytváří, protože dosavadní nabídka již zpracovaných projektů je stále poměrně malá. Dle vyjádření některých učitelů s delší praxí se zdá, že nepoužívání projektů je ovlivněno určitým stereotypem v jejich práci. Jak průzkum také ukázal, ke zlepšení situace by napomohlo, kdyby učitelé měli možnosti širší nabídky již zpracovaných projektů. Za největší pozitiva projektového vyučování učitelé považují možnost integrace předmětů, přiblížení se reálnému životu, pestrost výuky a zvýšení aktivity a tvořivosti žáků, možnost diferenciací žáků podle zájmu a schopností. Upozorňují i na nevýhody, zejména časovou a organizační náročnost pro učitele, či obavu o nesplnění stanovených učebních osnov.

Předchozí výsledky jsou dalším důvodem, proč se věnuji tomuto tématu. Nejen že projektem či samostatnou prací žáků (s náročnou přípravou učitele) může učitel rychleji reagovat na nové požadavky ve vzdělávání dětí, ale již zpracované téma přispěje k širší nabídce problémových úloh. Myslím, že již zpracované téma může ulehčit práci učitelům, kteří jej mohou použít v souladu s moderními trendy ve výuce respektující zásady vlastního objevování.

4. MODELÝ SLICEFORMS



Obrázek č. 1

Obrázek „Sliceforms“ modelu zdaleka neukazuje jejich plnou krásu. Skutečná kvalita může být oceněna pouze při jejich tvoření a fyzickém držení. Díky stavění z tenkých řezů jsou modely lehké, navíc pohledy dovnitř, do jejich nitra a vzájemné působení barev i stínů dávají těmto modelům téměř magické vlastnosti.

4.1 CO JSOU TO SLICEFORMS MODELÝ

Již v 19. století dánský matematik Olaus Henrici vynalezl typ modelu geometrického povrchu, který zobrazuje povrch na základě řezů. Ačkoli tyto modely vytvořené pomocí řezů mají dlouhou historii, jejich možnosti nebyly dosud plně využity. Teprve John Sharp² začal tyto modely popularizovat. Jeho publikace vzbudila zájem i u mě. Podle něho [13], ale i mých vlastních zkušeností, není k zhotovení modelů, či dokonce navrhování vlastních originálních útvarů zapotřebí velké matematické průpravy. Důležitá je představivost v trojrozměrném prostoru. Studium a zkoumání modelů „Sliceforms“ jsou nepochybně znamenitou pomůckou k rozvoji právě tohoto smyslu.

Třírozměrný tvar a povrch je definován či navržen dvěma křížícími se soubory rovnoběžných řezů (plátů). Tyto řezy jsou do sebe zabudovány pomocí vystřižených brázd, jakýchsi průřezů v každém z nich. Brázdy tak fungují jako určité panty a důsledkem toho mohou oba soubory řezů navzájem měnit svou polohu; resp. mohou měnit velikost úhlu, který svírají. Pohybem z jedné extrémní pozice do druhé, kdy se úhel sevření mění z 0° na 180° , povrch modelu prodělává mnoho různých, ale přesto si příbuzných tvarů. Použitím různých barev řezů v každém směru (souboru), řezy vytvoří model, který působí velmi přitažlivě a neočekávaně.

² John Sharp nazval takovéto modely „Sliceforms“. Napsal několik názorných publikací, věnujících se tomu, jak vyrobit „Sliceforms“ modely kvadrik (kvadratických ploch), povrchů rotačních těles, válcových ploch a mnohostěnů. Některé dokonce zahrnují také software k navržení řezů modelů.

Téměř všechny „Sliceforms“ modely jsou navrženy tak, aby když jsou soubory řezů v pravém úhlu, povrch, který definují, přijímá požadovaný tvar tělesa. Většina z povrchů, které vytvářejí nejvíce působivé „Sliceforms“ modely, mají velký stupeň symetrie. Samozřejmě tato symetrie také zajišťuje, že mnoho řezů si jsou tvarem podobné nebo dokonce stejné, takže čas potřebný k narýsování všech řezů je zredukován. V publikaci od J. Sharpa bylo hned šest z osmi modelů navrženo pomocí dvou kolmých rovin symetrie. Např. model hyperbolického paraboloidu, známý také pod označením „koňský hřbet“, má ale pouze jednu rovinu symetrie. Jsou ale i povrchy, kde rovinu symetrie nenajdeme vůbec, takže všechny řezy má potom různé (takový byl jeden model z publikace).

Na rozdíl od toho, co by mohlo být nazváno „normální“ matematické modely, žádná část z povrchu útvaru není reprezentovaná plochou papíru. Povrch útvaru je vždy definován jen hranami řezů. Někdy se zdá, že překvapivě málo ze skutečných útvarů lze opravdu přeměnit na model, a tak i tato mylná představa nepochybně zvyšuje celkovou přitažlivost těchto modelů.

Na závěr představení mě napadá motivace pro ty, co dobře ovládají a rozumí počítačovému programování a geometrii v souřadnicovém systému. Určitě je totiž možné využít nebo navrhnout počítačový program, který by vytvořil řezy přímo pomocí rovnic ploch. Byl by to sice náročný proces, ale otevřel by dveře k objevování nových povrchů a zajímavých modelů. Avšak i bez jakýchkoli znalostí o programování může být počítač dobrým pomocníkem, jak se stal také pro mě. Může být jednoduše využit jako kreslicí nástroj, neboť v kreslicích programech je jednoduché kopírovat řezy a poté je v kompletních souborech vytisknout na vhodně barevný arch papíru. Jak navrhovat modely v takovém programu uvádím dále v kapitole č. 5.

4.2 JAK SESTAVIT MODEL

4.2.1 VYSTŘIHOVÁNÍ

Nejdříve je nutno vystříhnout všechny řezy vybraného modelu pečlivě podél jejich obrysu. Ač se to tak možná nejeví, vystřihování je jednou z nejdůležitějších činností při tvorbě modelů „Sliceforms“. I ten nejlépe navržený model nemusí získat požadovaný tvar, pokud budou řezy špatně vystřiženy. Je proto důležité stříhat velmi pečlivě, přesně podle obrysu, protože to je přesně ten tvar, který je zapotřebí k vytvoření dané plochy.

Brázdy jsou definitivně brázdami a nikoli prostými zářezy. Brázda se skutečně musí vystříhnout, nikoli jen nastříhnout. Nic se však nesmí přehánět, čili šířka brázdy by měla odpovídat tloušťce papíru. Pokud by byla brázda příliš úzká, nešel by do ní dát jiný řez (resp. šel, ale brázda by nefungovala jako pant). Pokud by byla zase příliš široká, řez, jenž má v ní být zasunut, by vypadával. Stejně jako je důležité pečlivě vystříhnout šířku brázdy, je důležité dbát na přesné dodržení její hloubky a dále nepokračovat do barevného prostoru. Pokud by totiž byly brázdy vystřižené delší než mají být, řez patřící do oněch brázd by šel zasunout hlouběji než je požadováno (řez by z tělesa více vyčníval, než ostatní). V opačném případě tomu bude naopak. Chyba v krátkém střihu, je však lepší nežli stříhnout příliš daleko; vždy totiž lze ještě stříhnout dál, ale nikdy střih nejde vrátit zpět.

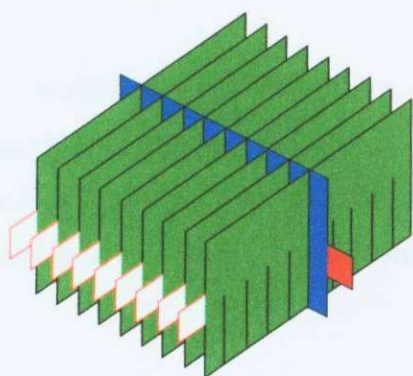
Každá sobě si odpovídající dvojice řezů se setkává přesně v jejich středu. I když toto není nutným pravidlem. Teoreticky je jen nutné, aby součet délek vystřižených brázd v obou řezech v místě, kde se setkávají, byl roven výšce modelu v daném průsečíku těchto řezů. Nejjednodušeji je toho dosaženo, jsou-li odpovídající si dvojice brázd nastřiženy do středu každého z řezů. Právě tyto obavy z dobrého zvládnutí tohoto problému, týkajícího se chybné délky průřezu, nestojí nikomu za tu námahu a cenu být originální.

4.2.2 SESTAVOVÁNÍ

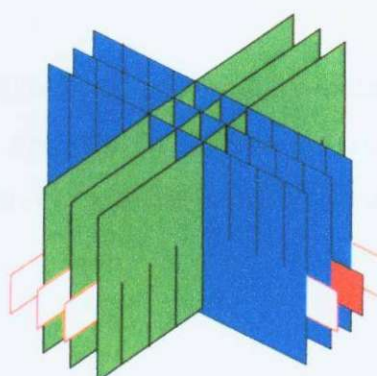
Pro uvědomění si toho, na jaké místo který řez patří, se řezy označují písmenem X nebo Y a číslem. X-řezy jsou charakterizovány tím, že brázdy mají nastřižené „odspoda“, zatímco u všech Y-řezů je tomu naopak, tedy „odshora“ řezu. Číselné označení pak určuje pořadí každého řezu v souboru (např. řez X3 je třetím řezem v souboru všech X-řezů). Ano, podobnost tohoto označení s označováním v soustavě souřadné není náhodná. Pokud si totiž představíme půdorysný pohled na model, jednotlivé řezy vytvářejí mřížku. Pokud bychom model umístili do I. kvadrantu počínaje od nuly, dostaneme názvy jednotlivých řezů. J. Sharp pro označení každého řezu použil jakási poutka, která se měla odstříhnout po sestavení modelu. Já však řezy označuji popisem v blízkosti každého řezu, neboť se domnívám, že konstruovat ještě navíc poutka je zbytečná práce a navíc z tvaru řezu je dobře poznat, kam patří. Malá nejistota vede k větší pozornosti a více nutí představovat si zhotovený model a umístění řezu v něm. Popřípadě lze vše vyřešit drobným označením tužkou přímo v řezu, nejlépe někde uprostřed, kde to nebude vidět.

Poté, co jsou všechny řezy vystřižené, je nutné najít prostřední X-řez a Y-řez. A to je právě ten díl, kterým začíná kterákoli metoda sestavování. První metoda je znázorněna na obrázku č.2. Všechny Y-řezy (zelené) se umístí do středního X-řezu (modrý) v jejich prostřední brázdě. Potom se otočí celý model podstavou vzhůru a ostatní X-řezy se postupně přidávají po jednom střídavě z každé strany od středu směrem ven.

Druhá metoda je znázorněna na obrázku č. 3. Do prostředního X-řezu se umístí pouze tři střední Y-řezy a poté se model přetočí podstavou vzhůru. Přidají se odpovídající X-řezy z každé strany od středního X-řezu. Po tomto kroku jsou tak zabudovány tři řezy v každém směru. Střídavým přidáváním X-řezů a Y-řezů z každé strany od středu směrem ven se model dostaví. Tato metoda se mi osvědčila více, neboť řezy se lépe zasouvají, ostatní se tolik „nekvedlají“, jako v prvním případě, kde všechny Y-řezy drží zpočátku pohromadě jeden X-řez. Při sestavování lze samozřejmě začínat i prostředním Y-řezem.



Obrázek č.2 – První metoda sestavování
(převzato z publikace [13], s. 3)



Obrázek č.3 – Druhá metoda sestavování
(převzato z publikace [13], s. 3)

Zvláště při této činnosti člověk pociťuje různorodé emoce. Pokud se sestavování daří bez problémů, člověk hodnotí svou činnost radostí z postupně vznikajícího díla. Jestliže však řezy padají, či se nedaří je dobře zasunout, je to ta pravá chvíle otestovat si svou trpělivost, cílevědomost a motivaci dokončit započaté dílo. Chce to vytrvalost, zvlášť u prvních skládání. Ovšem po překonání obtíží a zhotovení modelu je autor odměněn příjemným pocitem. Tím, že překonal další překážku, že stvořil něco nového, že výtvar je poutavý na pohled, že ta práce skutečně za něco stála.

4.2.3 JAKÝ POUŽÍT MATERIÁL

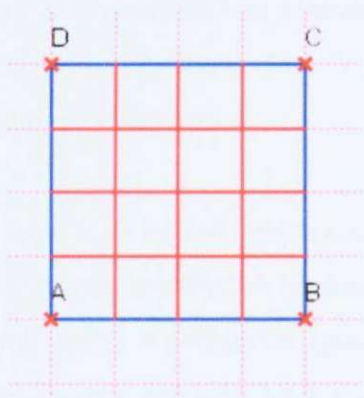
Brožura od Johna Sharpa byla tištěna na křehkém bílém kladívkovém papíře, na němž byly vytištěny barevné řezy. Pro vlastní modely výběr materiálu není nikterak omezen. Lze sestavovat modely z čtvrtky, kartonu, ...snad i ze dřeva, či plechu. Pouze je nutné otestovat, jak široko mají být brázdy vystřižnuté (vyříznuté, vypilované). Když má brázda správnou šířku, modelem je možno pohybovat v obou směrech, ale řezy se nerozpadnou. Větší trvanlivost modelů zajistí trvanlivý materiál, je lepší tvrdší a tužší papír. Já používám barevné kreslicí kartony 180g/m².

4.3 ZÁKLADNÍ PRINCIPY, JAK NAVRHOVAT VLASTNÍ MODELY

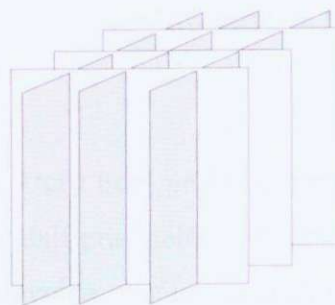
Každý řez musí mít přesně správný tvar a velikost, aby byl vytvořen požadovaný povrch. Technika modelování „Sliceforms“ je opravdu jen hledáním pracovních postupů a metod, jak přesně nakreslit každý z řezů. Pro začátek je nejlepším útvarem, na němž lze vysvětlit tento postup, krychle.

4.3.1 MODELOVÁNÍ KRYCHLE

Pokud budeme navrhovat krychli podle rovin symetrie, které obsahují střední příčku podstavy (nikoli úhlopříčku), všechny řezy jsou identické a každý je čtvercový. Půdorys by vypadal jako na obrázku č. 4. Všechny čáry tvořící mřížku jsou budoucími řezy, ale hrany definované úsečkami AB, BC, CD a DA nemůžou být pro model užity. Neprotínají se s žádnými jinými řezy a tudíž by nemohly být nikterak upevněny.



Obrázek č.4 – Půdorys krychle
(převzato z publikace [13], s. 4)



Obrázek č. 5 – Zhotovený model krychle
(převzato z publikace [13], s. 4)

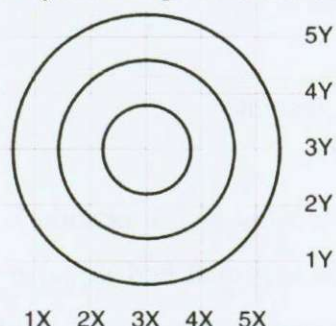
Tato krychle pak bude vymodelována pouze třemi řezy v každém směru. Jak by vypadal zhotovený model lze vidět na obrázku č. 5. Zatímco toto číslo je postačující pro demonstraci principu, není dostačující pro vytvoření skutečně líbivého modelu. Lepších výsledků je dosaženo u symetrických modelů z lichého počtu řezů než při sudém počtu řezů. Střední řez pak vytváří rovinu symetrie. Asi nejvhodnější je vyrovnávat sedm nebo devět řezů v každém směru.

Krychle, touto cestou představená, má lehce stanovitelný povrch její horní i spodní podstavné plochy, ale boční stěny si musíme více představovat, dokonce čtyři svislé hrany na modelu neexistují vůbec. Podobné stěny často mají různé povrchové úpravy (srovnej podstavnu a boční stěnu krychle) a také právě pro tuto vlastnost jsou modely přitažlivé. Zvláště u modelů, kde povrchy jsou více ploché než zakřivené, je více nutné si představovat, co není dáno. U zakřivených ploch se představivost spíše uplatňuje při jejich navrhování, protože taková tělesa nabízejí různé tvary řezů.

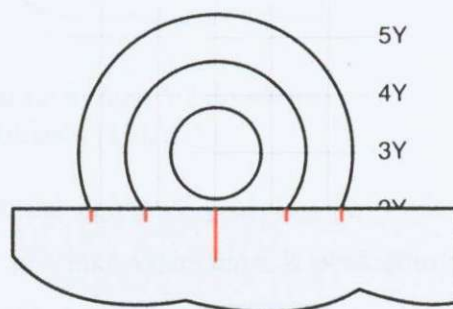
4.3.2 MODELOVÁNÍ KUŽELE

Kužel je takové těleso, jehož podstava je v pravém úhlu k ose tělesa a je proto vhodným modelem k ilustraci toho, jak navrhnout tvary křivočarých řezů. Tento vzorový příklad má pouze pět řezů v každém souboru. Avšak princip zůstává opět stejný. Popis této metody, kterou nazývám „bodová“, je pro matematické laiky a spíše odpovídá úrovni žáků na základní škole. Je tomu ale záměrně tak, protože právě pro ně je toto téma zpracováváno. V podstatě nejde o nic jiného, nežli o přenášení bodů z půdorysu do nárysu.

Nejprve se začíná podstavou. Tou je kruh, který není problém narýsovat. Poté se přidají menší soustředné kružnice, které odpovídají pravidelně rozmístěným průřezům rovnoběžných s podstavou (podobně jako vrstevnice – dále používám tento pojem). V ukázkovém příkladu jsou takto přidány dvě; poloměr nejmenší je roven r , druhé kružnice $2 \cdot r$ a třetí $3 \cdot r$. Tyto kružnice je vhodné umístit do souměrné čtverečkové mřížky. Každá příčka této mřížky odpovídá svislému řezu skrz kužel (viz obrázek č. 6)



Obrázek č. 6 – Půdorys kužel
(převzato z publikace [13], s. 5)

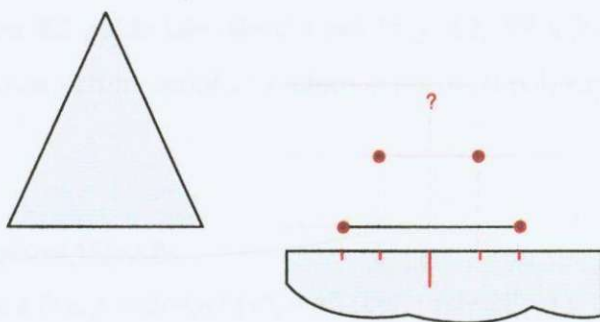


Obrázek č.7 – Zjišťování bodů řezu Y2
(převzato z publikace [13], s. 5)

Střední řezy X3 a Y3 jsou rovnoramenné trojúhelníky a musí být identické. Ostatní řezy jsou hyperboly. Avšak není důležité vědět co je hyperbola k tomu, aby byla v tomto případě zkonstruována. Její tvar je získán bod po bodu zakreslováním a přenášením vzdáleností z plánu.

K nakreslení řezu Y2 lze dospět například přiložením rovně střiženého kusu papíru podél přímky Y2 na plánek a označením všech míst, kde kružnice protínají onen papírek (tedy přímku Y2). Pro názornější představu slouží obrázek č. 7. V podstatě jde o získání (změření) vzdáleností jednotlivých kružnic od střední osy v místě, kde daný řez protíná těleso. Toho lze samozřejmě docílit také pomocí kružítko, či pravítka.

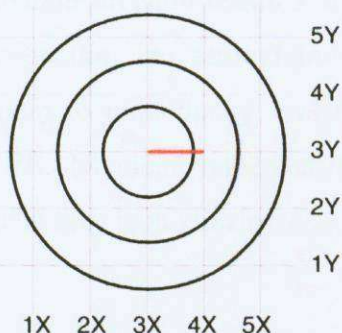
K zjištění, v jaké jsou tyto body výše, je nutno nakreslit nárys kužele a sestrojit v něm rovnoběžky se základnou v takové výšce, v jaké jsou vedeny patřičné vrstevnice (s využitím podobnosti budou i tyto přímky pravidelně od sebe vzdáleny). Papírek se použije k vyznačení středové osy a ostatních bodů, které odpovídají průnikům řezu s vrstevnicemi v půdorysu. Dva body, které vznikly průnikem největší kružnice leží na vrstevnici s nulovou výškou, zobrazí se tedy na základnu. Další dva body vzniklé průnikem s prostřední vrstevnicí, se přenesou na prostřední vrstevnici do nárysu. Získají se tak čtyři body, které leží na okrajích řezu (viz obrázek č.8)



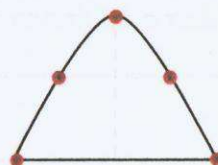
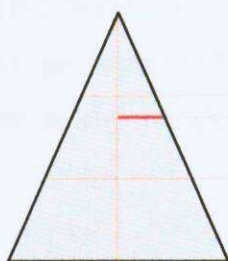
Obrázek č.8 – Přenášení bodů řezu Y2 do nárysu
(převzato z publikace [13], s. 5)

Z obrázku č.7 je vidět, že řez Y2 neprotíná nejmenší kružnici. To je hlavně proto, že nejvyšší bod řezu je v nižší výšce než je výška vrstevnice. K přesnému nakreslení řezu je však zapotřebí nejvyšší bod zakreslit. Nastává problém, jak ho najít. Poloměr kružnice, která by se dotýkala řezu Y2 má červenou barvu. Poloměr je roven, jak je

vidět z obrázku č. 9, přesně vzdálenosti mezi dvěma řezy. Její poloměr je tedy poloměrem vodorovného řezu kužele ve výšce nejvyššího bodu řezu 2Y. Opět je zapotřebí zjistit, v jaké je tento bod výšce. K tomu slouží nárys, na němž lze snadno zjistit, v jaké výšce má kužel onen zjištěný poloměr. V té výšce pak už jen stačí nakreslit rovnoběžku se základnou. Nejvyšší bod tohoto řezu je bod, kde tato čára protíná hlavní osu kužele (viz obrázek č.10)



Obrázek č.9 – Vyznačený poloměr
(převzato z publikace [13], s. 6)



Obrázek č.10 – Zjištění nejvyššího bodu řezu Y2
(převzato z publikace [13], s. 6)

Když se těchto pět bodů spojí jednou čarou, sjednotí se v hladkou křivku dávající obrys danému řezu. Bylo toho dosaženo bez vědomí toho, že je to tvar hyperboly. A to podle návodu Johna Sharpa [13]. Nejspíš pět bodů není dost k tomu, aby vznikla hladká křivka, proto je potřeba podobně narýsovat více vrstevnic a zopakovat několikrát celý proces. Tvar řezu Y2 může také sloužit pro řezy X2, Y4 a X4, neboť jsou stejné. Řez Y1 lze zkonstruovat užitím podobné metody a poslouží pak stejně dobře i pro tvary řezů Y5, X1 a X5.

Základní kroky bodové metody:

- 1) Narýsovat půdorys a tvary vodorovných řezů (tzv. vrstevnice) s využitím podobnosti
- 2) Umístit mřížku (každá přímka odpovídá svislému řezu skrz těleso) – často je výhodnější přehodit pořadí těchto prvních dvou kroků
- 3) Nárys (vyznačit přímky odpovídající výškám jednotlivých vrstevnic)
- 4) Z půdorysu přenést vzdálenosti od střední osy určitého X-řezu (či Y-řezu) se všemi vrstevnicemi, které řez protíná, na jejich nárys
- 5) Spojit přenesené body (čím více vrstevnic, tím více bodů)

Tato výše popsaná metoda není samozřejmě jediná. Lze například využít znalosti z analytické geometrie a tvary řezů vypočítat. Předpokladem pro použití této metody je geometrický program, který dovede zakreslit křivku definovanou pomocí její rovnice. Pokud máme danou rovnici kuželové plochy, není problém spočítat průnik této plochy s rovinami, které vytváří řezy. Pokud je kuželová plocha vytvořena například rotující přímkou kolem osy z , pak použijeme pro jeden soubor řezů roviny rovnoběžné s rovinou určenou osami x a z , pro druhý soubor pak s rovinou určenou osami x a y . K výpočtům lze samozřejmě použít opět matematické programy, například Derive. Princip je jednoduchý, avšak nevhodný pro naše účely využít modely „Sliceforms“ na ZŠ. Nicméně nabízí další možnosti tvorby různých modelů, například kvadrik, jejichž řezy jsou kuželosečky.

4.4 VÝZNAM MODELŮ SLICEFORMS PŘI VÝUCE STEREOMETRIE

Hlavní důvod, proč si myslím, že je vhodné zařadit do výuky práci s modely „Sliceforms“, je jejich pozitivní vliv na rozvoj prostorové představivosti. Tu je vhodným přístupem možné rozvíjet u každého žáka. Přestože dispozice žáků mohou být různé, šanci mají podle mne všichni. Rozvoj prostorové představivosti je zároveň prvním krokem ve stereometrii, proto je důležité toto téma nepodceňovat (připomenutí, že poznání by mělo vycházet ze zkušenosti). Jak uvádí Hejný [3], druhým krokem je kalkulativní stereometrie (např. zjišťování vlastností těles, měření objemů a povrchů, vzdáleností v tělese a na jeho povrchu) a třetím teoretická stereometrie (rovinná souměrnost, vzájemná poloha rovin, kolmost, úhel v prostoru, axiomatizace poznatků...). K rozvoji prostorové představivosti přispívá učivo o geometrickém tělese (hry s kostkami, modelování tělesa podle předlohy, kreslení tělesa,...), sítích těles (vytváření sítí, konstrukce těles ze sítě..), pohybů těles (odvalování těles), také geometrie povrchu těles (pohyb po hranách těles, pohyb po povrchu těles), kombinatorická geometrie těles (vybarvování hran, stěn těles, kombinatorické hry), prostorová bludiště a nakonec řezy těles (krychle, hranol, hranatá tělesa, oblá tělesa).

Prvním krokem ve výuce stereometrie je tedy vytvoření představy geometrického tělesa. Aby si žák mohl co nejlépe vytvořit představu krychle (její tzv. univerzální

model), je třeba mu dát prostor poznat více separovaných modelů krychle. Takže se potřebuje seznámit s co nejvíce různými tvary, či modely těles, věnovat pozornost různým pohledům na tělesa a manipulovat s nimi. Ale právě nedostatečná vybavenost může být na mnohých školách problém, proto modely „Sliceforms“ mohou tyto nedostatky částečně napravit.

Žák by měl řešit i ostatní úlohy na rozvoj prostorové představivosti (sítě, pohyby, povrch těles, řezy atd.). Přitom je dobré vracet se k předmětné skutečnosti, se snahou ji minimalizovat. Postupně tak dochází k přechodu od předmětného k abstraktnímu. Hejnýho názor je ([3], s. 360), že u řezů těles „*je návrat k předmětné realitě už nereálný*“. Zde si dovoluji oponovat a zvýraznit další přednost modelů „Sliceforms“. Právě i v této, jakoby nejvyšší fázi prostorové představivosti, lze totiž také žákům pomoci skutečným modelem. To může více přispět k jejímu rozvoji, neboť pojem řez tělesa se může v žákovy mysli rodit od konkrétní zkušenosti a několika separovaných modelů řezů - tj. konkrétních tvarů řezů - přes univerzální model až k abstraktnímu poznání. Zároveň je třeba ale podotknout, že podstata výuky řezů těles je středoškolská. Nicméně už na ZŠ je přeci možné dělat propedeutické úlohy, přičemž obtížnost úkolů může být kompenzována jejich poutavostí.

Pokud si žák vytvoří představu geometrického tělesa, postupně si uvědomuje a pojmenovává určité jevy a souvislosti v tělesech (hrany, kolmost), postupuje přes zjišťování povrchu, objemu a vzdáleností až k teoretické stereometrii. Samozřejmě asi není dobré postupovat striktně podle nějakých bodů, ale je třeba nabídnout žákům různorodost a provázanost témat. Ti pak mohou lépe pochopit a propojit si souvislosti, konstruovat poznatky podle vlastních možností. Modely „Sliceforms“ nabízejí možnost konstrukce poznatků téměř ze všech oblastí stereometrie. Kromě řezů těles také geometrii povrchu tělesa (pohyb po povrchu tělesa, kterým se zjišťují ostatní řezy), ale i modelování tělesa, také některá témata z kalkulační (početní) stereometrie a teoretické stereometrie.

Navíc touto technikou jdou sestrojít i modely, které nejsou tak běžné. Spektrum těles se tak rozšiřuje, což může umožnit lepší idealizaci pojmu. A výsledkem toho je objevení a sestrojení těles, které nemusí mít vždy ve skutečnosti svůj vzor.

Další přednost těchto modelů vidím v tom, že při činnosti s nimi dochází k zapojení více smyslů. Při snaze respektovat heslo „být co nejvíce při tom“, uplatňují žáci zrak, hmat, vidí pohyb a mohou sluchem lépe dopomoci k postavení zhotoveného modelu do požadovaného tvaru (soubory řezů, když se dostávají do vzájemně kolmé polohy a postavují se na hranu papíru, nepatrně zachrastí). Navíc, z výzkumu mozku uváděného S. Kovalikovou [5] vyplývá pro tento způsob výuky příznivý výsledek, protože to, co děláme, si zapamatujeme z 80 %, ale co vidíme pouze z 15 % a dokonce co slyšíme jen z 10 %.

Domnívám se, že výše uvedené přednosti práce s modely „Sliceforms“ odpovídají charakteru geometrie, kterou Kuřina a Hejný ([4], s. 71) definují jako: „*umění vidět, umění sestřít, umění dokazovat a umění abstrahovat*“. Podle nich je také zapotřebí žákům umožnit, aby získali zkušenosti např. s tím, že některé cesty nevedou k řešení, ale i s tím, že mohou formulovat vlastní hypotézy. Takovým způsobem v nich můžeme podporovat schopnost poznávat krásu, sílu a užitečnost matematiky, a tím přispívat k tomu, aby měli tuto disciplínu rádi. Myslím, že modely „Sliceforms“ jsou jedním z takovýchto způsobů.

5. JAK NAVRHNOUT MODEL

Jak navrhovat modely, respektive jejich řezy, jsem teoreticky zmínila v předchozí kapitole. Jak navrhovat jednotlivé řezy, konkrétně v programu Geonext, popřípadě Cabri, bude obsahem této kapitoly. V programu Geonext jsem navrhovala všechny modely až na model kužele. S programem jsem se musela seznamovat sama, proto konstrukce vycházejí z mé zkušenosti a nepopírám, že by nebylo možné navrhnout je jiným způsobem. Přesto si myslím, že je učitel (či kdokoli) může využít při navrhování vlastního modelu, pokud nechce využít hotových návrhů v „listech na výstřih“ uváděných v příloze, nebo i pro skromné seznámení s programem. Také může nechat pracovat na počítači samotné děti, pro něž by takový způsob návrhu dále prohluboval schopnosti využít počítač v matematice a více přispíval k zařazení tématu modelů „Sliceforms“ jako projektového vyučování.

S programem jsem byla celkem spokojená, nicméně nepopírám, že je možné pro návrh všech modelů použít jiný kreslicí, či geometrický program, např. Cabri. Program Geonext má však tu výhodu, že si jej může bezplatně opatřit každý, kdo by měl o něho zájem. Další podrobnosti o programu, stejně jako možnost jeho stáhnutí, lze nalézt na této internetové adrese: <http://home.pf.jcu.cz/~kubuda01/>.

5.1 PŘÍPRAVA

Nejdříve vybereme model a rozhodneme o tom, jaké zvolíme k návrhu řezné roviny a kolik jich bude v každém souboru. Potom pomocí představivosti či náčrtku zjistíme, jaký geometrický tvar budou jednotlivé řezy mít. V této přípravné fázi je dobré si uvědomit a s využitím souměrnosti tělesa zjistit, jaké řezy budou shodné tvarem, či dokonce i nastříhnutými brázdami (tady se právě osvědčuje výhoda metody vystřihávání brázd vždy do poloviny výšky tělesa v místě brázdy). Někdy stačí jen navrhnout jeden soubor řezů (např. X-řezy), neboť všechny řezy z druhého souboru (např. Y-řezy) jsou s nimi shodné i v navrhnutí brázd - je tomu tak např. u modelu krychle, kvádrů se čtvercovou podstavou, či koule. Takže zjistíme, kolik tedy vlastně bude zapotřebí navrhnout různých řezů. Skupinky stejných řezů je dobré si zapsat

(např. u modelu koule o 9 řezech v každém souboru platí, že řezy $X1=X9=Y1=Y9$, $X2=X8=Y2=Y8$, $X3=X7=Y3=Y7$, $X4=X6=Y4=Y6$, $X5=Y5$. Proto tedy stačí navrhnout 5 různých řezů).

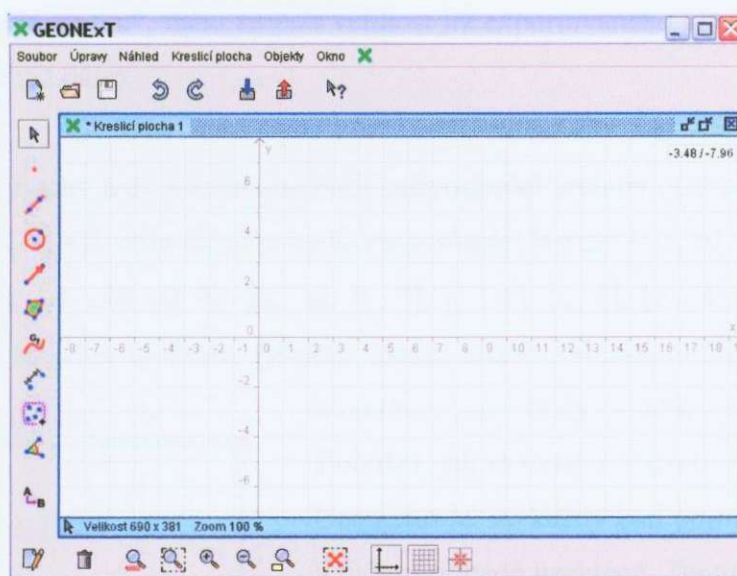
Pokud se liší některé X-řezy a Y-řezy pouze brázdami, nikoli tvarem, také je to výhodná vlastnost ve smyslu rychlejšího a snadnějšího navrhnutí. Například v pravidelném čtyřbokém jehlanu, opět o 9 řezech (v případě, kdy všechny řezné roviny jsou rovnoběžné s rovinami, které jsou určeny osou tělesa a střední příčkou podstavy, nikoli její úhlopříčkou), jsou stejně jako v kouli díky souměrnosti shodné řezy od prostředního ke kraji (číselně 1 a 9, 2 a 8, 3 a 7, 4 a 6). Ovšem řez $X1$ a $Y1$ se liší brázdami (na rozdíl od koule). Nicméně, pokud narýsujeme tvar řezu $X1$, můžeme ho využít pro náčrtek $Y1$. Geonext nabízí totiž možnost „zdvojit kreslicí plochu“ (a to touto cestou: hlavní panel – okno – zdvojit kreslicí plochu). V programu Cabri jsem takovou funkci neobjevila, ale přesto lze využít shodných vlastností v některých řezech. A to následovně: návrh pozastavíme v okamžiku, kdy narýsujeme poslední shodný objekt, poté soubor uložíme např. pod název $X2$ a stejný soubor uložíme znovu pod jiným názvem (např. $Y2$), tentokrát ovšem pomocí příkazu „uložit jako“.

5.2 NAVRHOVÁNÍ V GEONEXTU

Po uvědomění si základních vlastností modelu tělesa můžeme přistoupit k vlastní práci v kreslicím programu. V Geonextu si v novém souboru, bez rozdílu jaké navrhujeme těleso, upravíme kreslicí plochu tím, že zobrazíme „mřížku“ a „soustavu souřadnou“ (cesta: hlavní panel - kreslicí plocha – mřížku zobrazit/skrýt a kreslicí plocha – soustavu souřadnou zobrazit/skrýt). Rýsovat řezy do soustavy souřadné se mi zdá výhodné a přehledné. Ještě je výhodné upravit si hustotu mřížky (cesta: hlavní panel – kreslicí plocha – vlastnosti kreslicí plochy – v záložce „mřížka“ upravit hustotu mřížky na $x = 1$ a $y = 1$ – potvrdit pomocí „použít“) a rozmezí souřadnic (cesta: panely nástrojů – kreslicí plocha – vlastnosti kreslicí plochy – v záložce „souřadnicová soustava“ upravit u každé z os počet bodů na jednotku asi tak na 25 bodů – potvrdit pomocí „použít“). Polohu soustavy souřadné na připravené kreslicí ploše si ještě můžeme upravit pomocí „posunout viditelnou plochu“ (taktéž najdeme v panelu

„kreslicí plocha“, či pod ikonkou červeného křížku v dolní části obrazovky). Jak vypadá takto připravená kreslicí plocha lze vidět na obrázku č.11.

Jednotlivé body můžeme zobrazovat přímo zadáváním jejich souřadnic (cesta: hlavní panel – objekty – body – bod $[x;y]$ – zadat souřadnice a potvrdit pomocí „použít“), nebo lépe aktivovat rýsování bodů (po levé straně na liště, nebo touto cestou: hlavní panel – objekty – body – bod) a poté ještě zaktivovat „Přichytit bod na mřížku“ poklepem na poslední ikonku v dolní části obrazovky (či cestou: kreslicí plocha – přichytit bod na mřížku); aktivaci poznáme tím, že mřížka zčervená. Poté již označujeme body přímo myší, přičemž v pravém horním rohu se zobrazují souřadnice.



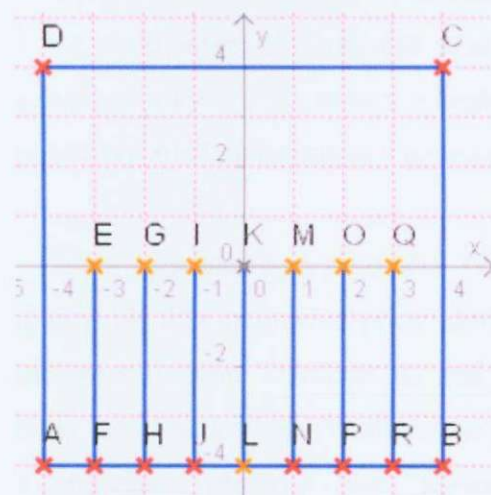
Obrázek č.11 – Pohled na upravenou kreslicí plochu

V „objektech“ na hlavním panelu nalezneme i ostatní příkazy k rýsování. Vhodné je ty objekty, které používáme často, přemístit do lišty nástrojů a využívat jejich ikonky (lištu změníme následovně: hlavní panel – úpravy – nastavení – změnit lištu nástrojů – zde označíme položky, vložíme a potvrdíme pomocí „použít“). V dalším popisu proto budu používat už jen názvy objektů. Pro získání základních zkušeností popíši dále konstrukci tří modelů. Další modely, myslím si, není problém analogickým způsobem navrhnout.

5.2.1 NÁVRH KRYCHLE

Navrhujeme model krychle o 7 řezech v každém souboru. Tuto informaci využijeme k uvědomění si, kolik brázd bude třeba naznačit a jak k tomu využít přichystanou souřadnicovou soustavu v kreslicí ploše. Pokud máme tedy 7 řezů, čili i 7 od sebe pravidelně vzdálených brázd, je dobré zvolit stranu čtverce (řez krychle) 8 dílků. Potom totiž body, reprezentující vrcholy nebo kraje úseček znázorňující brázdy, budou přímo body upevněné v mřížce (resp., budou mít celočíselné souřadnice). Nemusíme se ani rozpakovat nad tím, jakou skutečnou velikost mají řezy mít, neboť velikost výsledného obrázku lze změnit přinejmenším dvěma způsoby. Jednak můžeme upravit „počet bodů na jednotku“, nebo změnit velikost již exportovaného obrázku (doporučuji toto, konkrétně viz dále).

Do kreslicí plochy tedy vyznačíme body znázorňující vrcholy čtverce (např. $[-4, -4]$, $[4, -4]$, $[4, 4]$, $[-4, 4]$), dále dvojice bodů znázorňující brázdy ($[-3, 0]$, $[-3, -4]$, $[-2, 0]$, $[-2, -4]$, $[-1, 0]$, $[-1, -4]$, $[0, 0]$, $[0, -4]$, $[1, 0]$, $[1, -4]$, $[2, 0]$, $[2, -4]$, $[3, 0]$, $[3, -4]$). Potřebné body spojíme úsečkami (postup: hlavní panel – objekty – přímky – úsečka –



Obrázek č.12 – Návrh řezu krychle

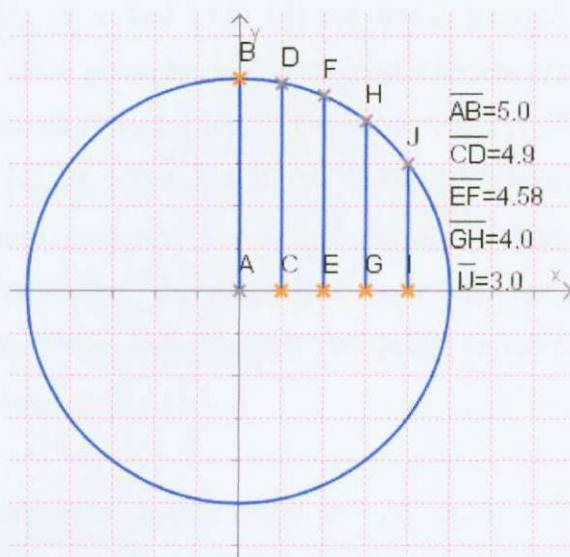
klikneme na body, které chceme spojit). Bohužel, jak je vidět z obrázku č.12, nevýhodou Geonextu je, že každý bod pojmenovává, což je v našem případě nechtěné. Tentokrát jde sice jen o názvy bodů, v jiném návrhu je však nepotřebných objektů ve výsledném obrázku daleko více. Proto nepotřebné objekty skryjeme (hlavní panel – objekty – vlastnosti objektu – označíme objekt a zatrhneme „skrýt objekt“).

5.2.2 NÁVRH KOULE

Budeme navrhovat model koule, která má 9 řezů v každém souboru. K tomu nám postačí tedy navrhout 5 různých řezů (bylo psáno v kapitole 5.1), proto si upravenou kreslicí plochu ještě čtyřikrát zdvojíme (postup: okno – zdvojit kreslicí plochu). Začneme tím největším, neboť pomocí něho objevíme poloměry kružnic ostatních. Stejně jako v případě krychle o 7 řezech jsme volili rozměr strany 8, i nyní v modelu o 9 řezech volíme jeho rozměr 10 (opět nám to pomůže k přesnějšímu zakreslení brázd, které budou odpovídat přímkám v mřížce). Skutečný rozměr kružnice není třeba řešit (velikost výsledného obrázku jde měnit). Poloměr prostředního a zároveň největšího kruhu bude tedy 5.

Zvolme bod v počátku jako střed kružnice a bod $[0, 5]$, objektem „kružnice“ ji narýsujeme. Pokud si nyní představíme, že jednotlivé přímký mřížky jsou půdorysem řezů skrz kouli, není problémem si představit, kde se nám ostatní poloměry zobrazují. Ano, poloměrem druhé největší kružnice je vzdálenost mezi body, které zjistíme jako průnik přímký $x = 1$ s osou x a kružnicí. Tento poloměr odpovídá řezům X_4, X_6, Y_4 a Y_6 . Poloměrem třetí největší kružnice je vzdálenost mezi body, které zjistíme jako průnik přímký $x = 2$ s osou x a kružnicí (jedná se o řezy X_3, X_7, Y_3 a Y_7). Zbývající poloměry zjistíme analogicky pomocí přímký $x = 3$ a $x = 4$.

Nyní zjistíme dané poloměry (viz obrázek č.13). Vyznačíme body $[1, 0], [2, 0], [3, 0], [4, 0]$ a pomocí objektu „kolmice“ narýsujeme přímký kolmé v těchto bodech na osu x (postup: klikneme na bod a na osu). Pomocí objektu „průsečík“ vyznačíme body ležící na kružnici v místě, kde je protínají kolmice (postup: klikneme na kružnici a příslušnou přímkou). Nyní již máme definované ostatní poloměry jako úsečky (na obrázku č. 12 jsou zobrazeny pomocí objektu „úsečka“ a přímký jsou skryty). Takže lze změřit jejich velikost jako vzdálenost mezi dvěma body (postup: objekty – vzdálenost mezi body). Učiníme takto ve všech čtyřech případech a získáme tyto další poloměry: $r_2 = 4,9, r_3 = 4,58, r_4 = 4, r_5 = 3$. Poloměry lze samozřejmě zjistit také podle Pythagorovy věty (možno ověřit).



Obrázek č. 13 – Vyznačené poloměry v prostředním řezu

Ted', stále v největším řezu, vyznačíme brázdy. Pokud jsme tak ještě neučinili, tak pomocí objektu „úsečka“ spojíme body, které také zároveň určují všech pět poloměrů (i ten největší). Další čtyři zbývající brázdy je možné narýsovat několika způsoby. Nejprve vyznačíme body $[-1, 0]$, $[-2, 0]$, $[-3, 0]$, $[-4, 0]$. Poté:

- jako v předchozím případě pomocí kolmic v těchto bodech zjistíme průsečíky, potom spojíme body v úsečky
- nebo body (průsečíky s kružnicí a kolmic) lze vyznačit využitím osové souměrnosti tak, že aktivujeme bod v osové souměrnosti (postup: objekt – body – bod v osové souměrnosti) a kliknutím na bod (např. průsečík přímky $x = 1$ a kružnice) a osu y přeneseme bod (dostaneme tak průsečík přímky $x = -1$ a kružnice). Takto přeneseme všechny čtyři body a spojíme s předchozími vyznačenými.

V poslední fázi je třeba odstranit nepotřebné objekty. Provedeme to stejným způsobem jako u krychle (skryjeme všechna označení bodů, změřené vzdálenosti, které jsme si někde samozřejmě poznamenali, dále všechny kolmice). Výsledným obrázkem má být kružnice o poloměru 5 s devíti vyznačenými brázdami).

Pokud jsme zvládli toto, není problém postup zopakovat pro ostatní kružnice, které budou mít jiný poloměr. Pro jistotu popíšeme druhý největší řez:

Vyznačíme bod $[0, 0]$ a bod $[4,9, 0]$; ten nutně pomocí objektu „bod $[x;y]$ “. Souřadnice 4,9 značí délku poloměru této kružnice. Objektem „kružnice“ ji narýsujeme. Nyní už jen pracujeme na rýsování brázd. Označíme body $[1, 0]$, $[2, 0]$, $[3, 0]$, $[4, 0]$ a rovnou také $[-1, 0]$, $[-2, 0]$, $[-3, 0]$, $[-4, 0]$. Ve všech těchto bodech vedeme kolmice na osu x . Pomocí objektu „průsečík“ označíme průsečíky těchto kolmic a kružnice. Spojíme příslušné průsečíky s vyznačenými body na ose x tak, aby úsečky reprezentovaly brázdy. V poslední úpravě skryjeme nepotřebné objekty (všechna pojmenování a kolmice).

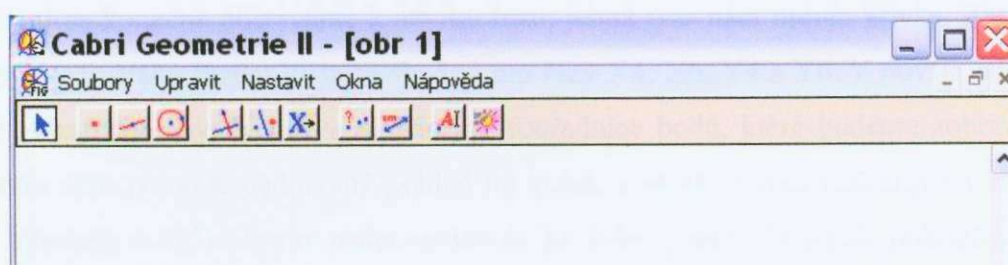
Třetí řez zcela analogicky, jediný rozdíl je v poloměru, tedy místo bodu $[4,9, 0]$ vyznačíme $[4,58, 0]$. Stejně tak v následujících řezech princip zůstává stejný, jen se kvůli menšímu poloměru zmenšuje i počet vyznačených brázd.

Pokud si chceme ušetřit práci s rýsováním brázd, je možné v čase, kdy jsme narýsovali první kolmice v největší kružnici, zdvojit kreslicí plochu čtyřikrát až v tomto okamžiku (ne vždy se ale kolmice také přenesou do jiných oken).

5.3 NÁVRHOVÁNÍ V CABRI (KUŽEL)

S navrhováním modelů v Geonextu nastal problém při návrhu kužele. Snažila jsem se ho navrhovat pomocí „bodové metody“, tedy přenášení bodů z půdorysu do nárysu, protože vychází z představivosti, nikoli z abstraktního používání rovnic a umění tyto rovnice počítat. Navíc v případě, že by měli kužel navrhovat samotní žáci, se mi tato druhá metoda zdá pro ně značně nevhodná. Myslím, že první metoda nemusí být pro nikoho problém. Stačí jen, abychom našli několik souřadnic náležející příslušnému řezu (také nás k tomu navádí pracovní list) a body pak proložili křivku (tuto metodu lze navíc použít i při „ručním“ návrhu). Protože jsem ale v programu Geonext příkaz k proložení kuželosečky několika body nenašla, zkusila jsem návrh v Cabri Geometrie II Plus. Postup konstrukce byl v mnohém podobný jiným návrhům, takže je skoro možné předchozí postupy návrhů použít i v programu Cabri. Oproti Geonextu má ovšem nevýhody v tom, že se nedají body zobrazovat pomocí zadávání jejich souřadnic (alespoň já jsem toto neobjevila) a výsledné obrázky se hůře exportují.

Příprava návrhu je stejná. Budeme navrhovat kužel s výškou 10 a poloměrem 5 (jako jednotka slouží vzdálenost mezi body v mřížce) o devíti řezech v každém souboru. Musíme proto navrhnout pět různých tvarů řezů (neuvažujeme rozdíl v brázdách mezi X-řezy a Y-řezy). Přichystáme si nový soubor. Jak vypadá horní lišta v otevřeném souboru, v níž jsou ikonky pro jednotlivé funkce programu, je možno vidět na obrázku č. 14. Při používání ikonky odkáží na její pořadí. Pokud poklepeme na ikonku, rozbálí se nabídka objektů či funkcí, které ikonka nabízí. Z nich pak vybereme potřebné.

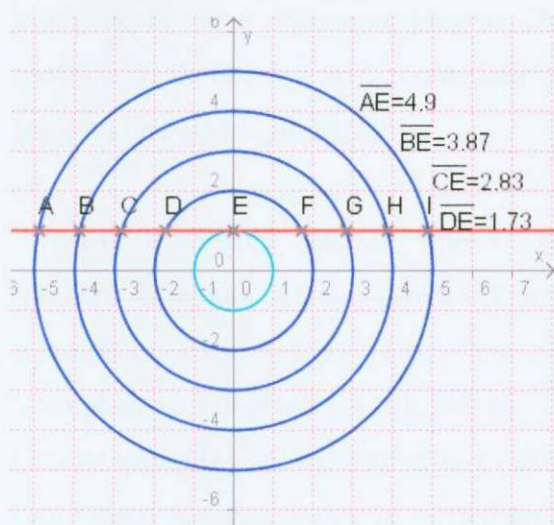


Obrázek č. 14 – Zobrazení lišty po otevření nového souboru

Zobrazíme osy (postup: poslední ikonka v horní liště). Návrh prostředního řezu je jednoduchý. Jedná se o trojúhelník s výškou 10 a stranou 10. Označíme její vrcholy, konkrétně body $[-5, 0]$, $[5, 0]$, $[0, 10]$, poklepem kurzoru v příslušném místě v soustavě souřadné. Využijeme toho, že v bodech, které leží na souřadných osách, se zobrazí informace „na této značce stupnice“. Body spojíme úsečkou (postup: třetí ikonka – úsečka – klikneme na body, které se mají spojit). Nyní využijeme výhodu takto zvoleného rozměru kužele, neboť místa uvnitř trojúhelníku, kde končí (resp. začínají) brázdy, lehce nalezneme (připomenou, že brázdy navrhujeme do středu výšky řezu v místě, kde je brázda). Jedná se totiž o celočíselné body. Pro jejich návrh si pomůžeme zobrazením mřížových bodů (postup: poslední ikonka - mřížové body). Poté vyznačíme body $[-4, 1]$, $[-3, 2]$, $[-2, 3]$, $[-1, 4]$, $[0, 5]$, $[1, 4]$, $[2, 3]$, $[3, 2]$, $[4, 1]$. Do tohoto místa je návrh prostředního řezu shodný jak pro X-řez tak i pro Y-řez. Proto je v tomto okamžiku vhodné vytvořit si dva takovéto soubory (soubor nyní uložíme pod názvem X5 a poté ještě jednou příkazem „uložit jako“, ale pod názvem Y5). V souboru X5 budeme pokračovat rýsováním brázd vedoucích odspoda. Tedy vyznačíme s použitím „na této značce stupnice“ body $[-4, 0]$, $[-3, 0]$, ..., $[3, 0]$, $[4, 0]$. Poté spojíme vždy dva

body určující brázdu v úsečku (postup: třetí ikonka - úsečka). Obrázek je skoro již hotový, jenom ho upravíme tím, že skryjeme nepotřebné objekty. V tomto případě se jedná pouze o označení bodů (nikoli však písmenkem jako v Geonextu, ale pouze červenou tečkou), které lze v návrhu tolerovat, a mřížových bodů (postup: poslední ikonka – zobrazit/skrýt – poklepeme na objekty, které chceme skrýt). V souboru Y5 budeme postupovat téměř stejným způsobem. S využitím mřížových bodů označíme body na stranách trojúhelníka, konkrétně $[-4, 2]$, $[-3, 4]$, ..., $[3, 4]$, $[4, 2]$. Poté spojíme příslušné dva body v úsečku, skryjeme nepotřebné objekty a uložíme.

Nyní se konečně dostáváme k návrhu řezu, jehož tvar nám určuje křivka. Začneme druhým největším řezem, tvarem shodný pro řezy X4, X6, Y4 a Y6. V novém souboru opět zobrazíme osy. Nejdříve si zjistíme souřadnice bodů, které budeme zobrazovat. K tomu nám pomůže půdorysný pohled na kužel, v němž je znázorněno pět vrstevnic (viz obrázek č. 15). Tento počet vrstevnic je volen proto, že jejich poloměry jsou celočíselné. Podle postupu uvedeného v kapitole 3.4.2 tedy vyznačíme do mřížky všechny vrstevnice, které v nárysu odpovídají rovnoběžkám s osou x ve výškách 0, dále 2, 4, 6 a 8. Pokud bychom si je v nárysném pohledu označili pořadovými čísly podle vzrůstající výšky, pak body A a I leží na vrstevnici č.1. Jedná se tedy o osu x, čili jejich y-ová souřadnice (výška vrstevnice) je 0. Zbývá zjistit x-ovou souřadnici (tj. vzdálenost bodu od osy y). Pokud si děláme pomocný obrázek na papíře, můžeme ji spočítat pomocí Pythagorovy věty, jako $\sqrt{5^2 - 1^2} = 4,9$. Nebo lze využít program a jeho funkci



„změřit vzdálenost“ (obrázek č.15 je dělán v Geonextu). Souřadnice bodu H zjistíme podobně: y-ová souřadnice je 2 (výška 2. vrstevnice) a x-ová vzdálenost je rovna $\sqrt{4^2 - 1^2}$, čili 3,87. Další x-ové souřadnice ostatních bodů jsou $\sqrt{3^2 - 1^2} = 2,83$ a $\sqrt{2^2 - 1^2} = 1,73$.

Obrázek č. 15 – Půdorys kužele s vrstevnicemi

Protože jsem nenašla možnost navrhovat body pomocí souřadnic, našla jsem možná trochu krkolomný způsob řešení. Bod o určitých souřadnicích vyznačíme tak, že na ose x zobrazíme bod ve vzdálenosti rovnající se x -ové souřadnici bodu. Analogicky také na ose y . V těchto bodech na osách vedeme kolmice a jejich průnikem je hledaný bod. Celé to provedeme následovně:

Nejdříve musíme x -ovou souřadnici napsat jako číslo (postup: předposlední ikonka – čísla – na ploše mimo kreslicí oblast poklepem na myš vytvoříme rámeček, kam napíšeme číslo udávající x -ovou souřadnici). Takto hned vytvoříme čtyři rámečky pro čísla: 4,9, 3,87, 2,82 a 1,73. Poté nanese tyto délky na osu x (postup: 5. ikonka – nanést délku – poklepnout na délku, pak na osu x). Ve třech bodech, kromě nejvzdálenějšího od počátku, vytvoříme kolmice k ose x (postup: pátá ikonka – kolmice – klikneme na bod a na osu). Protože y -ové souřadnice mají celočíselné hodnoty, nanese je normálním způsobem kliknutím na osu. Vyznačíme tak body $[0, 2]$, $[0, 4]$, $[0, 6]$, $[0, 8]$, přičemž v prvních třech vytvoříme také kolmice. Nyní zhotovíme průsečíky odpovídající souřadnicím bodů F , G , H (postup: 2. ikonka – průsečík – klikneme postupně na dvě kolmice, které určují tento průsečík). Body máme vyznačené, stačí se totiž zabývat body jen v jedné polovině tvaru řezu (např. jako my v I. kvadrantu) a využít souměrnosti podle osy y . Než ale budeme body zobrazovat v osové souměrnosti, je dobré už nyní skrýt nepotřebné objekty, aby se tyto nepřenesly také. Skryjeme kolmice, skryjeme i body na ose x (ty můžeme dokonce smazat: klikneme na ně a stiskneme klávesu Delete). Body zobrazíme v osové souměrnosti (postup: 6. ikonka – osová souměrnost – klikneme na bod, pak na osu y). Úsečkou spojíme body $[-4,9, 0]$, $[4,9, 0]$.

Nyní využijeme výhodu oproti Geonextu a budeme prokládat kuželosečku (postup: 4. ikonka – kuželosečka – klikneme na pět bodů; tento počet je vždy nutný k proložení kuželosečky). Tvar řezu již máme zhotoven, zbývá vytvořit brázdy. Vyznačíme devět bodů $[-4, 0]$, $[-3, 0]$, ..., $[3, 0]$, $[4, 0]$ a v nich zhotovíme kolmice. Určíme průsečíky kolmic s křivkou a nakonec najdeme středy výšek řezu v místech, kde jsou brázdy (postup: 5. ikonka – střed úsečky – klikneme na průsečík kolmice s křivkou a průsečík kolmice s osou x). Dále skryjeme nepotřebné kolmice. Předchozí postup,

jak nalézt začátky a konce brázdy, lez zredukovat pouze na konstrukci v jedné polovině řezu (např. v I. kvadrantu), protože po naleznutí středů, můžeme využít osovou souměrnost. V tomto okamžiku je návrh připraven pro X-řez i Y-řez. Proto provedeme dvojí uložení (např. X4 a Y4).

Podobně jako u prostředního řezu vyznačíme v každém souboru brázdy. U X-řezu spojíme body na ose x s body zjištěnými jako středy úseček. Opět lze využít osovou souměrnost. Skryjeme nepotřebné objekty a uložíme. U Y-řezu spojíme body zjištěné jako středy úseček s body definovanými jako průsečíky kolmic a kuželosečky. Také skryjeme nepotřebné objekty a uložíme. Návrh druhého největšího řezu je hotový.

Další řez, který má označení X3, X7, Y3 a Y7, zhotovíme naprosto stejným způsobem. Lišit se bude akorát v souřadnicích bodů. Ty zjistíme třeba opět pomocí Pythagorovy věty. Výsledkem jsou body $[-4,58, 0]$, $[-3,46, 2]$, $[-2,24, 4]$, $[0, 6]$, $[2,24, 4]$, $[3,46, 2]$, $[4,58, 0]$. Ty vyznačíme dříve popisovaným způsobem pomocí nanesení délky, kolmic a průsečíků. Proložíme křivku. Zjistíme body definující brázdy. Uložíme např. jako X3 a podruhé jako Y3. V každém souboru vyznačíme brázdy.

Druhý nejmenší řez označen jako X2, X8, Y2 a Y8 navrhne analogicky. Body určující křivku jsou $[-4, 0]$, $[-2,65, 2]$, $[0, 4]$, $[2,65, 2]$, $[4, 0]$ a je jich právě pět. U nejmenšího řezu můžeme z našeho obrázku zjistit zatím jen tři body $[-3, 0]$, $[0, 2]$, $[3, 0]$, což je pro určení kuželosečky málo. Proto si přidáme ještě jednu vrstevnici. V půdorysu bude odpovídat kružnici o poloměru 4,5. Protože vzdálenost jedné jednotky v půdorysu odpovídá dvěma jednotkám v nárysu, tato vrstevnice je ve výšce 1. X-ovou souřadnici vzniklého bodu (průsečíku této vrstevnice s přímkou mřížky odpovídající poslednímu řezu, tedy přímce $y = 4$) zjistíme jako $\sqrt{4,5^2 - 4^2} = 2,06$. Díky souměrnosti útvaru jsme tak zjistili tyto dva další body $[-2,06, 1]$, $[2,06, 1]$. Další konstrukci si myslím, není třeba popisovat.

5.4 EXPORT OBRÁZKŮ

Pokud máme navrženy všechny potřebné tvary řezů, je čas využít velkou přednost Geonextu, kterou je export obrázků ve formátu „png“. Přesto doporučuji, kromě exportovaných obrázků, mít je uložené ještě v souboru „gxt“. V něm je lze totiž kdykoli dále upravovat, ale exportem se miní pouze výstupní obrázek. Před samotným exportem každé okno s obrázkem zmenšíme až skoro k hranicím řezu, aby byl obrázek tvarově co možná nejmenší a umožnil jeho lepší umístování na stránku v programu Word. Kromě této úpravy odstraníme ještě mřížku a soustavu souřadnou (opět poklepem na ikonky, či stejnou cestou přes panel nástrojů, jako jsme je aktivovali). Export každého aktivního okna vytvoříme takto: hlavní panel – soubor – exportovat – PNG. Doporučuji si pro každý model vytvořit samostatnou složku a do ní si řezy exportovat pod jejich názvy.

V případě návrhů v programu Cabri jsem objevila dvě cesty, jak obrázky uložit do dokumentu ve Wordu. První je primitivní, neboť stačí obrázek stisknutým tlačítkem a pohybem myši umístit do rámečku a ten zkopírovat do stránky ve Wordu. Tuto metodu ale nedoporučuji, neboť se často v obrázku změní parametry. Druhým způsobem, jak mít obrázky uložené, je použití funkce Print Screen a ukládání jako obrázek v programu malování či kreslení v příslušenství počítače. Zde záleží na nainstalované verzi tohoto programu, neboť některé nabízejí ukládání obrázků pouze ve formátu „bmp“. Některé však i v „jpg“ či „png“, které jsou výrazně menší. Postupujeme následovně: Obrázek si zobrazíme, stiskneme klávesu Print Screen, poté kopírujeme pomocí kláves Ctrl+C. Otevřeme kreslicí soubor a vložíme obrázek pomocí Ctrl+V. Pokud je příliš veliký, je možné ho v kreslicím programu oříznout a uložit znovu do nového souboru. Právě kvůli problematickosti při exportu v Cabri se mi zdá vhodnější využívat při většině návrhů Geonext a Cabri použít v krajním případě.

S takto exportovanými obrázky můžeme nakládat dle potřeby. Buď je vložit do pracovního listu, či vytvořit listy určené k vystřihování. V druhém případě je vhodné umísťovat X-řezy na stejnou stránku, či stránky (záleží na velikosti řezů) a Y-řezy na jinou, či jiné stránky. A to z toho důvodu, že k dosažení poutavosti modelů je vhodné

vytisknout X-řezy na papír jiné barvy nežli Y-řezy. Barevnost modelů ale není nijak omezena, takže model může být vícebarevný.

Exporty vkládáme do stránky Wordu jako obrázky ze souboru. Pokud ve „Formátu obrázku“ (nabídka se rozbalí kliknutím pravého tlačítka na aktivní obrázek) upravíme jeho pozici na „za textem“, či „před textem“, s obrázkem můžeme hýbat a vhodně ho umisťovat na stránce. Pod záložkou „velikost“ pak můžeme upravit i ji (např. všechny řezy můžeme zvětšit na 150 % původní velikosti). Až se nám podaří umístit, nakopírovat a upravit obrázky dle našeho přání, přidáme k obrázkům jejich popis. Pak stačí už jen vytisknout, začít stříhat a stavět.

5.5 LISTY NA VÝSTŘIH

Již zhotovené listy na výstřih lze nalézt v příloze. Ty pak stačí pouze nakopírovat na barevný papír a hned je možné stříhat a sestavovat. Většinou má každý model dva listy, jeden pro X-řezy, druhý pro Y-řezy. Pro některé modely (např. koule) stačí pouze list jeden, neboť všechny X-řezy jsou naprosto totožné včetně brázd s Y-řezy. Domnívám se, že je to výhodné pro učitele, neboť si bez práce (vlastního navrhování) může vyhotovit alespoň jeden názorný model. Další pozitivum těchto listů vidím v tom, že mohou sloužit i pro žáky, ať už z jakýchkoli důvodů (individuální schopnosti, zařazení tématu do nižšího ročníku, časová náročnost). Pokud budou děti pracovat s pracovními listy a jejich cílem nebude navrhnout vlastní model, je možné jim dát alespoň takto model k sestavení.

6. PRACOVNÍ LISTY

O nové výchově, která postavila dítě do centra zájmu a požadovala, aby učení bylo zaměřeno na získávání zkušeností, jež jsou výsledkem samostatného, živého a bezprostředního kontaktu dítěte se světem, bylo psáno již dosti. Zároveň téměř všude tam, kde byla zdůrazňována spontánnost dítěte a individuálního přístupu k jeho výchově a vzdělání, se projeví i snahy o integraci učebních celků a projektového uspořádání látky. Podle Kubínové [6] není vnitřní proměna školy myslitelná právě bez změny rolí jednotlivých subjektů ve vyučování. Jde jen o to najít vzdělávací strategie, které tuto změnu nabízí. Jednou takovou může být samostatná práce či projekt (při jeho řešení se mění navyklé tradiční postoje, jeho účastníci vstupují do nových rolí a osvojují si přitom nové vzorce chování i nové kompetence). Tyto metody lze chápat jako vzdělávací strategie založené na aktivním přístupu žáka k vlastnímu učení. Přitom však je třeba zdůraznit, jak tvrdí Kubínová ([6], s. 45), že se jedná spíše o „komplementární doplněk dalších strategií vyučování, který umožňuje prohlubovat a rozšiřovat kvalitu učení a vyučování“. Právě proto jsem pro představení modelů „Sliceforms“ a práci s nimi zvolila formu samostatné práce a heuristického³ objevování pomocí pracovních listů.

Pracovní listy jsou navrženy se snahou přispět k rozvíjení prostorové představivosti žáků při jejich vypracovávání. Jak bylo řečeno v kapitole 4.4, při práci s modely „Sliceforms“ jsou žáci vedeni skrz mnoho témat ve stereometrii. Proto se mi zároveň jeví vhodné je použít k opakování a upevnění znalostí o vlastnostech těles (nicméně je možné je použít i při zavádění – nedokáží odhadnout), neboť při jiném, novém a neobvyklém modelu tělesa jsou žáci nuceni opět o vlastnostech přemýšlet, aplikovat poznané na nové modely a rozšiřovat, či upevňovat své znalosti a postřehy. Přitom je dodržena zásada aktivní činnosti žáka. Mohu tedy říci, že pracovní listy jsou tvořeny s respektem zásad konstruktivistického přístupu a s inspirací v některých zásadách integrované výuky. Jak bylo řečeno, odpovídají i novým požadavkům kladeným v RVP – tedy kromě rozvoje prostorové představivosti také aplikace a kombinace poznatků a dovedností z různých tematických a vzdělávacích oblastí. Konkrétní pracovní listy

³ Heuristika - „řešení úloh na zkušenosti založenými příp. intuitivními postupy; heuristikou odhalená pravidla lze algoritmizovat pro získání nových poznatků či řešení jiných úloh“ (Hartl, [2], s. 187)

jsou umístěny v příloze. Dále popíši několik charakteristik, které jsem si při vypracování kladla za cíl. Následující vyplývají ze zásad definovaných Hejným a Kuřinou v části 2.3.2.

6.1 CHARAKTERISTIKA PODLE ZÁSAD KONSTRUKTIVISMU

- Aktivita a samostatnost: Žák vypracovává pracovní list sám, je nucen aktivně se podílet na vypracování a při zodpovídání otázek samostatně přemýšlet, vytvářet představy, aplikovat dosavadní znalosti, uvědomit si, co zná a co může použít. Matematika je v tomto případě chápána jako tvořící se proces, nikoli výsledek aktivity.
- Tvorba poznatku: Žák je nucen hledat souvislosti s již známými věcmi, řeší problémové úlohy, dokazuje a obhazuje jejich platnost. Zároveň by měl být žák nakonec schopen i vyvodit sám zobecnění (do šedých rámečků; výsledkem zobecnění je i schopnost aplikovat znalosti o konstrukci jednoho modelu tělesa na model jiný). Poznátky tak vznikají v mysli žáka, takže se jedná o jeho individuální konstrukty
- Využití zkušeností: Žák je využívá při práci na řešení úloh (zkušenosti z jednoho pracovního listu může přenést na jiný), při konkrétní manipulaci s modely, či jejich názornými ukázkami (model má učitel). Pokud jsou žákům modely představeny, manipulaci je vhodné využít jen při problémových situacích. Bez ní totiž jsou nuceni si více představovat. Nicméně nejde ani v tomto případě o poznávání a pamětné učení postupů, jak navrhnout model. Žáci jsou postupně vedeni otázkami k samostatnému objevu.
- Podnětné prostředí: To je zaručeno několika aspekty; jednak při reprodukční tvořivosti, kdy je snahou žáka dosáhnout identických produktů (například učitel zadá navrhnout model jehlanu). Ale také tehdy, pokud je mu dán prostor pro aktivní tvořivost, tzn. že žák může navrhnout nové produkty na základě osvojených principů. Také sociální klima ve třídě je pro tvořivost příznivé, neboť žák za neúspěch není trestán, tudíž by se neměl bát a být stresován z možné chyby. Pokud chybuje, tak model nepůjde sestavit, názorně tak vidí vlastní chybu a může se

z ní poučit a uvést vše do pořádku (např. s radou učitele a jako domácí úkol). Hmotného výsledku (modelu) by měl být schopen každý žák. Problém při navrhování může žák kompenzovat pečlivou prací na vystřihování a sestavování, takže je mu dána šance prosadit se a ocenit své dovednosti. Učitel by měl takového žáka podpořit, doporučit spolupráci s jiným žákem a spolupracovat na návrhu s tím, že lze pro návrhy identických řezů využít kopírku. V posledním případě může učitel takovému žákovi návrh opatřit například okopírováním „listu na vystřih“.

- Interakce: Žáci si mohou radit a diskutovat o problému (modely mohou navrhovat ve dvojicích – např. jeden žák rýsuje X-řezy a druhý Y-řezy), mohou obhajovat své způsoby návrhů vůči jiným, mohou se vždy přihlásit s jiným řešením. Tím je nastavena pozitivní sociální interakce a komunikace ve třídě a naopak odstraněn stres při výuce.
- Strukturování poznatků: Při opakované práci dochází ke strukturování poznatků o modelech „Sliceforms“, od dílčích zkušeností (názorný velký model, který má učitel), přes zodpovídání otázek (heuristické objevování zákonitostí a možností modelů), po vlastní návrh. Žákům je také dána možnost pracovat s různými druhy reprezentace (krychle, koule, jehlan...). Proto se rozvíjí struktura jednak co do hloubky poznatků, tak i do jejich šířky.
- Uplatnění hledisek vzdělávacího procesu: Všechna tři hlediska vzdělávacího procesu jsou zde, myslím, uplatněna. Jedná se o porozumění matematice (pochopení zákonitostí v modelech, jak fungují, jak se sestaví...), zvládnutí matematického řemesla (algoritmus návrhu; např. co vše je třeba si uvědomit při návrhu - stejné řezy, počet,...) a aplikace matematiky.
- Boj proti formalismu: Při této výuce se nejedná vyloženě o transmisivní ani o instruktivní vyučování, i když některé prvky jsou i zde zastoupeny; např. předání základních informací učitelem o tom, co to je řez, jak se řezy označují v modelech atd., také každý pracovní list obsahuje určité instrukce. Nicméně jsou instruovány tak, aby podstatné kroky a aktivita byla vždy na straně žáka.

6.2 DALŠÍ PŘÍNOS A VÝZNAM PRACOVNÍCH LISTŮ

- Spojení logiky a prostorového vidění: Vycházím z Hejného ([3], s. 377), podle něhož je možno řezy konstruovat „*viděním - žák situaci prostorově vidí a rýsováním uskutečňuje viděné*“ nebo „*rozvažováním - žák situaci prostorově nevidí, ale konstrukci může logicky zdůvodnit*“. První způsob je pro rozvoj představivosti lepší, ale není dobré podceňovat schopnost analýzy logickou cestou. Ta je dobrá v těžších situacích. Proto je dobré pěstovat ji také na lehčích případech. Je proto důležité pracovat při vyučování řezů individuálně vzhledem ke schopnostem žáků, aby i ti, co vidí, byli občas nuceni použít logické uvažování. Myslím, že pracovní listy nabízejí obojí. Je totiž dána možnost žákovi, který „vidí“ řezy hned, ale nedovede k jejich konstrukci aplikovat dosavadní poznatky a shrnout, co by mohl potřebovat a využít k jejich navržení. Stejně jako jinému, který je postupným logickým zdůvodňováním veden k představivosti.
- Podpora tvořivosti: Učitel žáky motivuje a definuje cíl jejich snažení (např. sestavit model jehlanu). Žákům je tak pro jeho splnění dopřán dostatek volnosti a svobody (je na něm, jak si práci zorganizuje, aby dosáhl cíle). Po zbytek času jsou většinou žáci vedeni, díky působivosti modelů, vnitřní motivací a touhou zvládnout něco podobného sami. Po určitých zkušenostech si žáci mohou dávat také cíle sami (mohou navrhovat své modely). Je umožněna komunikace žáků ve třídě, s důrazem na divergentní myšlení je ohodnocena jakákoli nová cesta objevu. To také odstraňuje strach z chyby.
- Možnost rozvoje různých myšlenkových operací: Kromě již zmiňované konkrétní manipulace a zobecnění, tato práce také rozvíjí analýzu i syntézu. Pokud má žák před sebou list, na němž jsou zobrazeny jednotlivé řezy a má za úkol si představit, co vznikne po sestavení, jedná se spíše o syntetizující proces. Pokud si naopak představuje, jak dané těleso rozřezává a jaké tvary jednotlivé řezy budou mít, pak se může rozvíjet analytické myšlení.
- Práce obou mozkových hemisfér: Pokud nejdříve nahradí žák vizuálně-prostorovou představu logickým zdůvodněním pomocí listu, pomůže jakoby levá hemisféra té pravé, která zatím není své činnosti (tj. představy) schopna. Nicméně při práci s modely se žáci věnují obecně činnostem, na které se zaměřují obě hemisféry.

Pravou uvádí do činnosti představivost, barva, dimenze, či komplexní souvislosti. Levou pak logika, počítání a motorické reakce.

- Integrace předmětů: Dochází k současnému využití dovedností z několika předmětů, zejména matematiky a výtvarné výchovy. Pokud je žákům umožněn návrh modelů pomocí nějakého geometrického programu na počítači, dochází i k smysluplnému využití výpočetní techniky pro matematiku. Navíc při hodině výtvarné výchovy, kdy žáci modely vystřihují a sestavují, jim učitel může pustit zajímavou nahrávku a využít tak času k dalšímu zapojení jiného vyučovacího předmětu.
- Zásada postupnosti: Nejprve jsou vlastnosti modelu (a tím i těles, které modely zobrazují) představovány na krychli, jako základním a nejjednodušším modelu. Pak jsou rozšířeny na kvádr a ostatní tělesa. Domnívám se, že tak jako dítě nejdříve získává zkušenosti s prostorovými útvary při hře s kostkami, tak je nutné začít získávat první zkušenosti právě na krychli a postupovat k dalším hrám. Slovo hra uvádím záměrně, neboť i při práci s modely „Sliceforms“ platí určitá pravidla jako ve hře - hráč, tedy žák, zažívá různé pocity, k dosažení výsledku se musí snažit sám, ze svého neúspěchu nemůže vinit nikoho jiného a naopak, musí překonat nástrahy a může pocítit vítězství. Zároveň jako každá hra se i zde musí trénovat a vymýšlet nejlepší strategie.
- Usnadnění práce jiným učitelům: Vyhотовené pracovní listy lze nakopírovat a použít při výuce kýmkoli. Stejně tak se může jakýkoli učitel inspirovat a zhotovit vlastní.

7. VÝUKA

Je několik způsobů, jak použít tyto pracovní listy, konkrétní podoba výuky s nimi závisí na vůli učitele. Jednou z možností je, aby učitel zařadil pracovní listy určitého tělesa vždy za probíranou látku (každý žák má svým jménem podepsanou vlastní složku, měl by mít možnost nahlédnout do předchozích listů, zejména si zopakovat potřebné zákonitosti na první straně a vlastní vyvozené závěry). V tomto případě se tak mohou žáci s těmito modely setkávat v celém průběhu výuky na 2. stupni ZŠ. Přestože některé vlastnosti těles by měly děti znát již v 5. a 6. třídě, doporučuji začít až v 7. ročníku. Zejména kvůli nárokům kladených na žáka ve smyslu samostatné práce, četby textu, porozumění zadání a otázce. Myslím, že v 6. třídě nejsou děti pro práci s pracovními listy ještě zralé. (Ovšem jedna žákyně přiznala, že její bratr z 3. třídy dovedl vystříhnout a složit model krychle. Takže není problém, pro rozvoj jemné motoriky, soustředěnosti a trpělivosti, použít hotové návrhy k sestavení i u mladších žáků.)

Při další možnosti může být naopak téma „Sliceforms“ použito jako jeden dlouhodobější tématický celek po sobě jdoucích několika hodin. Například u končících ročníků k celkovému opakování stereometrie. Já sama se však přikláním k první variantě, protože děti si modelů „Sliceforms“ užijí průběžněji a o to více.

Také jsem v průběhu tvoření došla k závěru, že téma lze použít ve smyslu projektu, či jako druh vícehodinové samostatné práce. Oba přístupy jsou v souladu s konstruktivistickým, stejně i s možností integrace několika předmětů. G. Petty ([10], s. 213) vyjadřuje projekt či samostatnou práci jako *„úkol anebo série úkolů, které mají žáci plnit – většinou individuálně, ale někdy i ve skupinách. Žáci se mohou často více méně sami rozhodovat, jak, kde, kdy a v jakém sledu budou úkoly provádět. Projekty mívají zpravidla otevřenější konec než samostatné práce.“* Podobně také Kubínová ([6], s.73) na základě svých přímých zkušeností charakterizuje žákovský projekt jako *„přechod od myšlenky k činu, který se uskutečňuje na žákovu zodpovědnost a má zcela konkrétní výstup“*. Přitom dále požaduje, aby žákovský projekt:

- „byl částí učiva, jejíž osvojení směřuje k dosažení určitého cíle
- se vyznačoval otevřeností v procesu učení

- *byl sestaven tak, že program učení není před prováděním projektu do všech jednotlivostí pevně stanoven, takže žáci nemohou projektem projít jako programem fixním a shora daným*
- *vznikal a byl realizován na základě žákovské zodpovědnosti*
- *souvisel s mimoškolní skutečností, vycházel z prožitku žáků*
- *vedl ke konkrétním výsledkům“*

Takto chápanou výuku s důrazem na aplikaci dovedností z různých oborů lze opět pojmout více způsoby. Můžeme dát žákům naprostou samostatnost v rozhodování a zodpovědnost za své činy, nebo jejich činnost více usměrňovat. První způsob, s důrazem na samostatnost rozhodování, velký prostor pro vlastní volbu a možnou spolupráci ve dvojicích, jsem použila při první výuce.

7.1 POPIS 1. POKUSU

Výuka byla rozdělena na dvě dvouhodinové vyučovací jednotky, opakující se po týdně. Konala se na ZŠ Nerudova v Českých Budějovicích ve třídě u paní učitelky Mgr. Dagmar Markové při hodinách výtvarné výchovy. První dvouhodinová práce proběhla dne 21.3.2006, přítomno bylo 25 dětí. Její průběh byl následující.

7.1.1 POPIS PRVNÍ ČÁSTI

V úvodu jsem představila modely „Sliceforms“. Pomocí velkého modelu pravidelného čtyřbokého jehlanu jsem žáky seznámila s tím, co je to řez, X-řez, Y-řez, číselným označením řezů, vlastnostmi rovin, podle kterých jsou řezy navrženy.... V podstatě se toto téma shodovalo s šedou tabulkou na úvodním pracovním listu. Všechny tyto „definice“ měli potom žáci vyplnit do úvodního listu. Na některé měli ovšem přijít sami. Například pro názorné vyjádření zákonitosti o hloubce nastřižených brázd jsem zhotovila na dvě barevné čtvrtky různě nastřižené, černým fixem obtažené brázdy. Kdo potřeboval, mohl si potom pro pomůcku přijít. Žákům bylo v tomto úvodu

totiž sděleno, že mohou využívat kromě svých náčrtků také jakékoliv mnou zhotovené pomůcky. Mou radu pak jen v nouzi.

Poté jsem rozdala některé malé modely, aby měli žáci pro názorné poznávání základních vlastností konkrétní model k dispozici. Seznámila je s cílem práce asi takto: „Dnes byste měli dokázat navrhnout a příště sestavit model, na který si troufnete a který si budete chtít udělat.“ Záměrem bylo, aby si žáci práci sami naplánovali, časově rozvrhli a přijali zodpovědnost za svěřený úkol. Navíc vidina sestaveného modelu se mi zdála dosti motivační.

Dala jsem instrukce pro práci s pracovními listy a rozdala je. Nejprve se měli žáci seznámit se zákonitostmi pomocí listů. Ty obsahovaly kromě úvodní strany list číslo 1 až 4, tedy modely krychle a kvádrů. Mohli pracovat sami či ve dvojicích (sledovaný záměr byl ten, že při diskusi si lépe uvědomí a formulují myšlenku).

Po vypracování pracovních listů měli žáci přistoupit k navrhování. Pro to jsem měla na barevných čtvrtkách nakopírovanou mřížku⁴, která usnadní rýsování návrhu. Děti si mohly vybrat, jaké barvy chtějí kombinovat. Zároveň se žáci měli sami rozhodnout, jaký model budou tvořit, zda budou pokračovat ve dvojici a každý navrhne část modelu (s možností, že další část se okopíruje), nebo se rozdělí. Pokud by kdokoli potřeboval k navrhnutí tělesa příslušný pracovní list (např. koule), mohl si jej opět vzít z učitelského stolu.

7.1.2 ZHODNOCENÍ PRVNÍ ČÁSTI

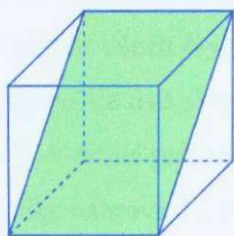
Při reflexi první dvouhodinové výuky jsem našla tyto chyby:

- Rozdání modelů; jiné tvary modelů sváděly ke snaze navrhnout tyto, takže to snížilo nutnost představovat si nepřítomné. Žáci si s modely spíše hráli. Navíc, jiný učitel by těžko vytvořil tolik modelů.

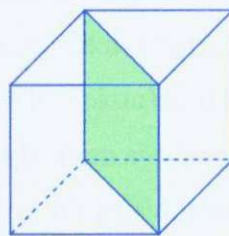
⁴ Z programu Geonext jsem si vytvořila export kreslicí plochy, kde byla zobrazena pouze mřížka (upravila jsem rozmezí souřadnic na 50 a hustotu mřížky na 1 – popis v kapitole 5.2). Export jsem vložila do prázdné stránky ve Wordu, vytisknula a okopírovala na barevné papíry

- Většina žáků se hlásila o mou radu a nerespektovali možnost poradit se s jinými žáky.
- Vyřčený cíl o navrhnutí modelů byl asi brzký. K plánování práce se mnoho žáků nedostalo, většina z nich naopak chtěla modely navrhovat ihned, aniž by žáci měli listy vypracované, ale také aniž by pochopili podstatu navrhování (má snaha, aby vzali odpovědnost za práci do vlastních rukou, se moc nevyplatila). Troufali si, aniž by měli před konstrukcí jakýkoli respekt z neznámého a neobjeveného. Vůbec nikdo nevyužil i jiné pracovní listy přímo vedoucí k návrhu modelů. Nicméně ten, kdo vyplnil všechny čtyři listy, potom téměř sám (s mou malou pomocí) navrhl model.

Konkrétní pracovní listy bych zhodnotila takto: V pracovním listu č.1 (příloha č.2) byl pro mnohé velkým problémem nakreslit řez v krychli, přestože měli náčrtek jednoho takového řezu na tabuli. Objevila se při tomto úkolu jedna zajímavost. Žáci, když měli určit tvar řezu roviny skrz krychli, často chybovali v úhlopříčném řezu. Pět z nich zakreslili obrázek č. 16 a označili řez jako obdélník, ale zároveň zakreslili také obrázek č. 17 a označili řez jako čtverec.



Obrázek č. 16 – Řez krychlí



Obrázek č.17 – Řez krychlí

Pracovní list č.2 (příloha č.3) vyplnili téměř všichni žáci bez problémů. Krychli navrhli i s brázdami většinou dobře. Nejlépe dopadl pracovní list č. 3 (příloha č.4). Závěr v šedém rámečku, že počet řezů závisí na počtu brázd, zformulovali skoro všichni, kdo jej vyplnili. Naopak nejproblematictější byl pracovní list č. 4 (příloha č.5), který mnoho žáků nestihlo vůbec vyplnit. Při navrhování kváдру jedna dvojice žáků navrhla délku brázd u X-řezů delší nežli je polovina výšky tělesa v místě, kde je brázda, a u Y-řezu tuto brázdou patřičně zkrátil. Ostatní vyznačovali délku brázd do poloviny výšky tělesa v daném místě.

Dvojice děvčat se sama k zodpovězení některých otázek rozhodla použít matematické tabulky, kde jsou jednotlivá tělesa nakreslena. Hodně dětí navrhovalo jehlan, kouli a krychli. Jeden žák (tentýž, co vyznačil odlišně brázdy v kvádru) navrhl zcela vlastní těleso (viz příloha č. 29, foto č.1a č.2). Při navrhování jehlanu většinou dobře objevili, že stačí narýsovat prostřední řez a ostatní zjistí tak, že pravidelně zkracují výšku. Tuto pravidelnost také odhalili a použili (někteří s mou pomocí). Někdo si vzal čtvrtky domů, aby návrh dokončil.

7.1.3 POPIS DRUHÉ ČÁSTI

Výuka pokračovala ve stejné třídě dne 28. 3. 2006. Protože cílem bylo vystříhnout a sestavit navržený model, který většina dětí stihla udělat minule či dodělat doma, příprava na výuku nemusela být téměř žádná. Pouze jsem pročetla pracovní listy a prohlédla navrhnuté modely. Zjistila, komu návrh činil problém a kdo tuto práci zvládl naopak bez problémů. Ti, kteří navrhovali jehlan, měli návrh v pořádku. Také žák, který zhotovil vlastní originální model. Stejně tak všichni ti, kteří věnovali dostatek času vypracování všech čtyř pracovních listů. Naopak z těch žáků, kterým dělal návrh potíže jsem vytvořila dvě skupinky žáků. V první byli ti, co se pokoušeli o krychli nebo kvádr (3 žáci), v druhé pak projektanti koule (4 žákyně). Také jsem si připravila CD-přehrávač a opatřila nahrávku „Toulky českou minulostí“, která mi přišla jako vhodné zpestření při činnosti. Dále jsem si na tabuli připravila náčrtek řezu krychlí s vyznačenými brázdami.

Na začátku jsem připomenula cíl hodiny, konkrétně „stříhat a sestavit model“. Doporučila, jak řezy vystříhávat a pomocí náčrtku na tabuli vysvětlila, že je důležité brázdy nikoli jen nastříhnout, ale skutečně vystříhnout jakýsi vlásek, odpovídající šířce papíru. Opět jsem s sebou měla velký model pravidelného čtyřbokého jehlanu, na němž jsem ukázala metodu sestavování. Také jsem si s sebou vzala několik barevných čtvrtků.

Protože k sestavení modelu je nutné mít v první řadě jeho správný návrh, zhodnotila jsem před všemi práci v předchozích hodinách. Jmenovitě pochválila žáky, kteří práci

zvládli a také jmenovala žáky, kterým navrhování činilo potíže. Poté jsem vyzvala dva žáky, o nichž jsem věděla, že problému rozumí, aby pomohli každé jedné problémové skupince dokončit návrhy krychle (první skupinka) a koule (druhá skupinka). Sama jsem se pak mohla věnovat žákyni, která minulou práci zcela nezvládla.

Jakmile žáci přestali diskutovat, pustila jsem přehrávač. Každý měl co dělat, někdo ještě navrhoval, někdo navrhoval další model, jiní stříhali a sestavovali. Ti, kteří si pomáhali s návrhem ve dvojici, si šli s paní učitelkou Markovou návrhy nakopírovat na školní kopírce.

7.1.4 ZHODNOCENÍ DRUHÉ ČÁSTI

Ve třídě panovala velmi pěkná pracovní atmosféra, kterou jsem zdokumentovala (viz příloha č. 29, foto č.3 a č.4). Některé žákyně si model zkusily sestavit již doma, avšak model jim nešel dobře složit, neboť špatně nastříhovaly brázdy. Stejný problém měl také jeden žák přímo v hodině, ačkoli jsem nutnost pečlivosti vystřihování několikrát zdůrazňovala. Model mu nešel moc dobře sestavit. Nicméně se sám přiznal, že práci podcenil a nevystříhal všechny brázdy a některé jen nastříhl. Z chyby se poučil a škodu si snadno opravil. Při vystřihovávání měl nepatrný problém také ten, kdo měl veliké nůžky. Někdo stihl sestavit model a začal navrhovat další (dvě žákyně a jeden žák pracovali na velkém jehlanu).

Protože práce děti bavila a mnozí z nich začali navrhovat další modely (barevných papírů s mřížkou jsem měla připraveno dosti), takže nestihli vše dokončit, rozhodly jsme se s paní učitelkou ještě ponechat toto téma na další týden. Další důvodem bylo i to, že v tuto dobu chyběl velký počet žáků. Obě jsme také toužily uspořádat z hotových modelů výstavku. Některé výsledky práce i s jejich projektanty lze vidět v příloze č. 29 (foto č. 5 a č. 6).

7.1.5 ZÁVĚR 1. POKUSU

Přes všechny prvotní nesnáze ve třídě panovala příjemná atmosféra a děti práce bavila. Asi čtyři žáci se mě dokonce ptali, kde se dají takové barevné papíry sehnat, protože si chtěli vytvářet vlastní modely i mimo školní výuku. Nechuť pracovat pomocí pracovních listů byla dle mého názoru způsobena tím, že se jednalo o hodinu výtvarné výchovy, kde jsou žáci zvyklí na určitou manuální činnost a jsou přesvědčeni asi o tom, že v takových hodinách není třeba logicky uvažovat. Nicméně tyto mé závěry potvrdila i diskuse se žáky v další závěrečné hodině. Proto jsem možnost práce s modely a pracovními listy pozměnila a vytvořila plán dalšího vyučování.

7.2 POPIS 2. POKUSU

Tentokrát jsem se odklonila od snahy přiblížit dětem „Sliceforms“ pomocí samostatného objevování s důrazem na samostatnost a vlastní rozhodování o činnosti. Spíše jsem se orientovala na řízené objevování žáků, opět však se stejným cílem – pomocí pracovních listů, jako hlavního nástroje vlastního objevování, dospět k návrhu a sestavení modelu. Také jsem zkusila pro srovnání s předchozím pokusem zapojit děti o rok starší.

7.2.1 PLÁN

1.hodina - Protože zatím nejsou žáci zvyklí (nebo alespoň nebyli ti, s kterými jsem měla tu zkušenost já) pracovat v hodinách i s jinými tématy, než přísluší k danému oboru, rozhodla jsem se zařadit úvodní hodinu do matematiky. Žáci dostanou pracovní list číslo 1 až 3, které je reálné v jedné vyučovací hodině vyplnit. Téma bude pro hodinu matematiky oživením, zatímco ve výtvarné výchově to bohužel bylo naopak.

2. hodina - Dohotovení prvních pracovních listů a výběr konkrétních modelů, které budou všichni navrhovat pomocí dalších listů. Je dobré, kdyby měl učitel také model ve větším provedení. Pracovní list je nabízen jako možnost pomoci. Pokud někdo bude

hned vědět, jak na to, může navrhovat, ale přebírá za své rozhodnutí odpovědnost. Pro snížení rizika, že návrh nemusí mít dobře, je tedy dobré, když bude svůj nápad konzultovat s učitelem. Pokud je však schopný reálně uvažovat o svých schopnostech, naopak má v tomto případě dostatek času pro to, aby navrhl model dle svých vlastních představ (např. s vyříznutým tělesem). Tvořivosti se meze nekladou.

3. a 4. hodina – Ve výtvarné výchově dokončit návrhy, stříhat a sestavovat, přičemž opět mohou něco poslouchat.

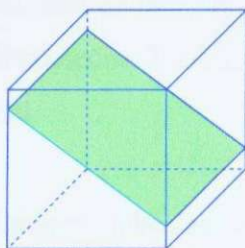
7.2.2 POPIS 1. ČÁSTI

První hodina se konala ve třídě 8.C opět na ZŠ Nerudova, tentokrát u paní učitelky Mgr. Miluše Raabové dne 11.4.2006. Přítomno bylo 20 dětí. Potřebovala jsem pracovní listy (pro každého sepnuté spínkou), velký model jehlanu a pomůcku pro názorné odvození hloubky nastřižených brázd. Děti jsem seznámila s cílem jejich práce (navržením a sestavením vlastního modelu), ale také nutností objevit, na jakých principech modely fungují. Základní zákonitosti a vlastnosti modelů jsem představila žákům sama, ovšem i s jejich pomocí. Velkou pozornost jsem věnovala definování „řezu“, jejich označení a podobnosti tohoto označení s půdorysným pohledem na model a jim známou soustavou souřadnou. Upozornila jsem je na rozdíl mezi X-řezy a Y-řezy, čímž jsme došli k pojmu „brázdy“. S použitím názorné pomůcky vlastnost týkající se hloubky nastřižených brázd odvodili žáci sami. Po tomto úvodním, asi 15 minut dlouhém, seznámení, jsem žákům rozdala pracovní listy a dala pokyn k jejich vypracování, včetně úvodní strany. Po zbytek hodiny žáci pracovali zcela sami a soustředili se na vypracování odpovědí. Také bylo nutné nakreslit řez krychlí na tabuli a občas někomu zodpovědět dotaz.

7.2.3 ZÁVĚR 1. ČÁSTI

S touto hodinou jsem byla celkem spokojená, i když bylo vidět, že je to pro žáky zcela nová látka a jsou si značně nejistí. Zdálo se, jako by jim chvíli trvalo, nežli se

začnou orientovat v trojrozměrném prostoru. Právě proto si myslím, že je vhodné, věnovat pozornost kreslení řezů krychlí v listě číslo 1 (příloha č.2), i když je to časově náročnější. Ani jednou se nevyskytl případ mylného určení tvaru úhlopříčného řezu, který naopak o rok mladší žáci označili při jednom pohledu jako čtverec, při jiném jako obdélník (viz dříve obrázky č. 16 a 17). Protože je úkol položen takto: „nakreslete rovinu, která rozdělí krychli na dva shodné útvary“; objevovala se značně početná řešení. Pro lepší znázornění rozdílů mezi počtem řešení chlapců a dívek uvádím průměrná čísla. Chlapci zakreslili průměrně 7,9 různých řezů krychlí, zatímco dívky pouze 6,5. To jsou také podstatně rozdílná čísla, nežli v sedmém ročníku, kde chlapci znázornili průměrně 4,75 řezů krychle a dívky 7,1. Z předchozí analýzy vyplývá, že starší chlapci jednoznačně vedou v představivosti o řezech krychlí (odvažují se ale napsat i jiných těles). Zatímco dívky znají pouze klasické řezy a není velkého rozdílu mezi dívkami o rok mladšími, chlapci jsou schopní vymyslet i netradiční řezy. Právě tito žáci kreslili i roviny podobné té na obrázku č. 18. Takových případů bylo pět, zatímco v 7. ročníku pouze jedna dvojice chlapců. Dva chlapci zvolili dokonce řez tvořící kosočtverec. V dalším úkolu uváděli kolmost rovin jako hlavní důvod, proč volit určité roviny k vytvoření řezů modelu.



Obrázek č. 18 – Řez krychlí

V pracovním listu č.2 (příloha č.3) téměř většina načrtla řez krychlí i s brázdami (chybu měli čtyři žáci). A to vlastně, na rozdíl od 7. ročníku, neměli na pomoc konkrétní předlohu modelu. U většiny byl také správný závěr o počtu brázd a řezů při navrhování krychle. V dalším úkolu, týkající se tvaru prostředního řezu i v jiných tělesech, chybovalo dost žáků, neboť špatně porozuměli textu o tom, jaké roviny vytváří řez. Byly definovány takto: roviny kolmé k sobě a zároveň k podstavě tělesa. V šesti případech se ale objevilo, že řezem kužele či válce je kruh.

Pracovní list č.3 (příloha č.4) stihlo jen několik žáků, proto jsem se rozhodla zodpovědět ho následující hodinu společně (s radou a vysvětlením těch, kteří už jej měli hotový). Protože jsem navíc při kontrole vypracovaných listů objevila některé nejasnosti, rozhodla jsem se je zopakovat a ujasnit na začátku další hodiny. Stejně jako společně zodpovědět úkoly, v kterých byl problém. Z tohoto důvodu vidím jako dobré, mít nejdříve jednu vyučovací hodinu a podchytit tak nejasnosti hned v úvodu, nežli nechat pracovat žáky dvě hodiny samotné bez hlubší kontroly.

7.2.4 POPIS 2. ČÁSTI

Další část, zahrnující tři vyučovací hodiny, se konala ihned další den. Na začátku první jsem zhodnotila minulou hodinu. Zopakovala jsem, jak asi měly být vyplněny věty z úvodní stránky, v kterých se nejčastěji chybovalo. Vysvětlila problém z prvního listu, kdy žáci těžko chápali, co znamená navrhnout model pomocí určité roviny souměrnosti. V listu č.2 pak věnovala pozornost tomu (i s náčrtem na tabuli), jak vhodně využít mřížku k návrhům. Po názorném zjištění, jak vypadají roviny kolmé na sebe a zároveň k podstavě tělesa, žáci již bez potíží určili řezy u ostatních těles. Třetí pracovní list jsme pak vypracovali společně. Po této části jsem dala prostor pro dotazy. Nikdo však možnost nevyužil neměl.

Nyní následoval okamžik rozhodnutí, jaké těleso budou žáci chtít dělat. Pro jejich větší motivaci jsem ukázala některé mé modely. Pro model koule, jehlanu a válce jsem nabídla pracovní list. Krychli a kvádr by měli zvládnout bez pracovního listu. Také jsem dala prostor pro vlastní nápady, což využil žák, který navrhl krychli s „odříznutou částí“ (viz příloha č.30 , foto č.7). Většina se rozhodla pro kouli, pět žáků pro jehlan. Válec nechtěl nikdo. Téměř vždy se oba žáci sedící v jedné lavici rozhodli pro tentýž model. Všichni, až na originálního tvůrce, chtěli pracovní list. Dala jsem jim pokyn, aby v pracovních listech vynechali otázky bloku A, které se mi jevily po obsáhlém úvodu jako zbytečné (navíc dvě možnosti, jak navrhovat jehlan, jsme si řekli společně ústně již na začátku). Do konce této hodiny každý věděl, na jakém principu řezy tělesa sestojí. To považuji za úspěch. Samozřejmě pracovní listy slouží jako určité vodítko pro žáky a zároveň jako kontrola jejich uvažování. Často totiž žáci potřebovali ještě radu, o kterou

se hlásili, přičemž vyhovět každému se dalo stihnout. Navíc jsem se ještě věnovala dvěma žákyním, které minulou hodinu chyběly (společně jsme rovnou začaly odvozovat návrh koule). Myslím, že je dobré, když má učitel zhotoven model, který žáci navrhnou, protože může konkrétně na něm leccos ukázat a pomoci jim ve správném pohledu na těleso.

Po této hodině následovala dvouhodinová výuka výtvarné výchovy, opět s paní učitelkou Mgr. Dagmar Markovou. Na začátku již všichni žáci navrhovali svá tělesa na barevné papíry s mřížkou (viz příloha č.30, foto č.8). Během těchto dvou hodin stříhali a většina i model sestavila, takže koncepce čtyř hodin je reálná. Problém s dokončením měla děvčata, která stavěla kouli z 13 řezů v každém souboru, nebo chlapci navrhující jehlan v dvojnásobném měřítku, kteří nechtěli využít kopírky (okopírované listy jsou tmavé a to se jim nelíbilo).

7.2.5 ZÁVĚR 2. ČÁSTI

Žáci byli šikovní. Paní učitelka dokonce rozdávala jedničky do žákovských knížek. Myslím, že o rok starší žáci jsou více vytrvalí a schopní se déle soustředit. Zvláště mě překvapili svou precizní prací někteří chlapci (viz příloha č.30, foto č.9 a č.10). Řekla bych, že pro tvoření modelů jsou šikovnější, zatímco u mladšího ročníku se mi zdála šikovnější děvčata (do práce měla větší chuť). Nicméně pro vlastní originální model se v každé třídě rozhodl vždy pouze jeden chlapec.

7.3 SHRUTÍ A DOPORUČENÍ K VÝUCE

S takto provedeným druhým pokusem jsem byla spokojena. To, že pokusy byly prováděny v matematických třídách nebylo záměrné. Důvod této volby plynul z příznivého rozvrhu a možností paní učitelek. Zastávám názor, že modely je možné použít i v běžné třídě, neboť přeci každé dítě si zaslouží, abychom se snažili o jeho rozvoj, pokud možno poutavou formou. Možná to bude jen časově náročnější. Pokud by výuka měla mít formu jednorázové vyučovací strategie, tak jako jsem ji prováděla já,

pak bych doporučovala konstruovat ji podle popisu druhého pokusu. Čili nejdříve zařadit jednu úvodní hodinu do matematiky, kde žáci stihnou vyplnit první dva až tři listy (čtvrtý jsem z tohoto pokusu vyřadila, zdál se mi již zbytečný). Poté je dobré, když učitel vypracované listy zkontroluje a další hodinu (také v matematice) ujasní pochybnosti. Určitě je dobré, při takto jednorázovém použití tohoto tématu, ponechat dětem prostor pro vlastní výběr modelu. Nicméně vrchol snažení, samozřejmě kromě vlastních originálních konstrukcí, vidím v návrhu kužele. Ten ale doporučuji až po určitých zkušenostech. Například po takto absolvovaných čtyřech hodinách a jednom zhotoveném modelu, bych po čase přinesla do třídy pracovní list kužele (navíc je v úvodu hádanka, jaký že to model bude vlastně předmětem činnosti).

Také se osvědčilo dávat dětem instrukce. Jsou na to z dosavadní výuky bohužel zvyklí. Možná ale bylo chybou, že prostor pro vlastní plánování práce byl dán mladším žákům, protože ještě ani v sedmé třídě nebyli schopni reálně uvažovat o svých schopnostech. Zda by toho byli schopni žáci osmých ročníků? To je možným tématem už jiných pokusů...

Domnívám se, že pracovní listy dokáží přinutit děti být v hodině aktivní, učitelé zajistí individuální přístup a respekt úrovně žakových schopností. Samozřejmě je nutná občasná rada učitele, ale žák se o ní přihlásí, až když ji potřebuje. Myslím, že právě tato forma výuky eliminuje ten okamžik, kdy by učitel žákům zbytečně prozradil něco, na co jsou schopni přijít sami. Pokud jim poradí, měl by také radit v tom duchu, aby žákovi radost z objevu neupíral. Přijmeme-li předpoklad, že ten, kdo uvažuje o modelech „Sliceforms“ a dokáže je i navrhnout, určitým způsobem zapojuje, podněcuje, či rozvíjí svou prostorovou představivost, tak toho bylo při výuce dosaženo. Pokusy výuky také přispěly k přeformulování některých otázek a pasáží v pracovních listech, aby byly pro žáky více pochopitelné. Nutno ovšem podotknout, že nebylo možné vyzkoušet všechny pracovní listy. Nicméně ostatní jsem se snažila vytvořit v podobném duchu.

8. ZÁVĚR

Při ponoření se do tématu modelů „Sliceforms“ se dveře jejich možností otvíraly téměř samy. Čím více jsem jich zhotovila, tím více mě napadaly nové a nové myšlenky, jak by mohly další tvary vypadat. Srovnám-li první zhotovený model s tím posledním, je vidět, že modely kromě rozvoji představivosti přispívají i k rozvoji tvořivosti, zručnosti a trpělivosti. Myslím, že se mi široké použití těchto modelů podařilo dostatečně doložit. Při svých nápadech jsem však musela mít na paměti, pro koho jsou modely určeny. Nicméně tento fakt je možno vzít jako další impuls k vytváření a navrhování nových modelů, k zhotovení programu, který by na základě definování plochy vytvořil jednotlivé řezy. Toho se mě nepodařilo dosáhnout.

Nicméně se mi podařilo navrhnout několik modelů, se kterými se žáci seznamují na základní škole. Stejně tak vypracovat několik pracovních listů, které žáky vedou k vlastnímu objevování. Jejich použitelnost jsem ověřila ve výuce, z které mám dobrý pocit, neboť žáci byli tématem nadšení, práce je bavila a všichni dokázali model navrhnout i sestavit. Své nadšení jsem tak předala dále, protože někteří si modely vytvářeli i ve svém volném času.

Pro usnadnění návrhů modelů jsem používala geometrický program, s nímž jsem se sama seznámila. Nepopírám, že bych poznala všechny možnosti programu, ale pro mou činnost byly dostačující. Abych pomohla i jiným, své zkušenosti s návrhy jsem podrobně popsala. Taktéž se mi podařilo z daných návrhů pomocí exportů vytvořit listy, které po okopírování lze použít k sestavování. Výsledkem je tak práce podobná publikaci od Johna Sharpa. Na rozdíl od ní však obsahuje modely těles, které jsou využitelné žáky základní školy (nikoli kvadriky). Také dává díky pracovním listům možnost ponořit se do tématu pomocí vhodných otázek. Ty souvisejí kromě prostorové představivosti také s aplikací ostatních matematických poznatků. Myslím, že se mi tak vhodně podařilo propojit matematiku s výtvarnou výchovou, tedy předměty, které rozvíjí tvůrčí dovednosti žáků. Nepodařilo se mi však do výuky, a to vidím jako další výzvu do budoucna, zapojit výpočetní techniku. Myslím totiž, že i samotní žáci by si modely mohli navrhovat s její pomocí.

V teoretické části jsem se, možná až trochu příliš, věnovala právě nutnosti změn ve vzdělávání a novým postojům k němu, neboť byly pro mou činnost hlavní inspirací. Považuji je za důležitý krok a celou práci bych proto zakončila touto drobnou úvahou na toto téma. Myslím si totiž, že podobně jako Koperník a Galileo dali první podnět ke zbourání představy, že Země je středem vesmíru, a započali postupné odstraňování tradiční doktríny, stejně tak by si každý učitel měl zahrát na tyto myslitele a nebát se bojovat proti tradiční škole. Dnes máme oproti předchozím jednu výhodu; nemusíme se bát, že by nás za to někdo upálil. Naopak, pokud se spojíme, a každý začneme u sebe, můžeme to dotáhnout daleko. Vždyť tento boj trvá již pěknou řadu let. Už jsou nastaveny, dá se říci příznivě, kurikulární dokumenty. Také vědecké výzkumy o způsobu učení a využívání lidského mozku značně pokročily. Chybí už jen několik článků, obávám se říci však těch nejdůležitějších, aby se skládanka lepší vize našeho vzdělávání mohla stát skutečností. S přístupem, že chyba není prvotně v žákovi, ale v nás, můžeme dosáhnout svých cílů. Pokud už volíme takovou formu, že jsme to my, kdo seznamují žáky s učivem, kdo vybíráme jejich předmět činností, tak to dělejme zodpovědně. Pokud na to nemáme odvahu, nemusíme to vzdávat. Naopak, ponechme iniciativu na dětech samých. Téměř jakákoli látka může být podána formou vycházející ze zkušenosti, může být hravá. Když budou mít děti možnost volby, určitě si zvolí takovou variantu. Pokud je rozhodování ponecháno nám, nestydíme se za naše dětské projevy, za euforii z objevu, za radost z tvůrčího konání a ukažme toto všechno i dětem. Tak jako chceme po dětech, aby se nebály neúspěchu, nebojme se i my. Jednu z četných možností, jak splnit předešlé, jsem se snažila zpracovat v této práci. Možná se někdo pousměje nad skromným pokusem, pro jiného může být inspirací, někdo dokonce toto téma zařadí do své výuky. Pokud nic z předchozího se nepovede, vím jistě, že jedno ano. Alespoň jedna budoucí učitelka už začala touto prací nad vlastní osobou, přístupem k dětem, matematikou a vzděláváním uvažovat.

POUŽITÁ LITERATURA

- [1] Fuchs, E., Hrubý, D. a kol.: Standardy a testové úlohy z matematiky pro základní školu a nižší ročníky víceletých gymnázií, Praha: Prometheus, 2000.
- [2] Hartl, P., Hartlová, H.: Psychologický slovník, Praha: Portál, 2000.
- [3] Hejný, M. a kol.: Teória vyučovania matematiky 2, Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľství, 1990.
- [4] Hejný, M., Kuřina, F.: Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování, Praha: Portál, 2001.
- [5] Kovalíková, S., Olsenová, K.: Integrovaná tematická výuka – model, Kroměříž: Spirála, 1995.
- [6] Kubínová, M.: Projekty ve vyučování matematice, cesta k tvořivosti a samostatnosti. Kapitoly z didaktiky matematiky, Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2002.
- [7] Odvárko, O., Kadleček, J.: Matematika pro 6. ročník základní školy. Opakování z aritmetiky a geometrie, Praha: Prometheus, 1997.
- [8] Odvárko, O., Kadleček, J.: Matematika pro 9. ročník základní školy. Jehlan, kužel, koule, finanční matematika, Praha: Prometheus, 1997.
- [9] Perný, J.: Tvořivost k rozvoji prostorové představivosti, Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2004.
- [10] Petty, G.: Moderní vyučování, Praha: Portál, 1996.
- [11] Průcha, J., Walterová, E., Mareš, J.: Pedagogický slovník, Praha: Portál, 1998.
- [12] Půlpán, Z., Kuřina, F., Kebza, V.: O představivosti a její roli v matematice, Praha: Academia, 1992.
- [13] Sharp, J.: Sliceforms. Mathematical models from paper sections, Norfolk, England: Tarquin Publications, 2005.
- [14] Šarounová, A. a kol.: Matematika pro 6. ročník základní školy, 2. díl, Praha: Prometheus, 1997.
- [15] Šarounová, A. a kol.: Matematika pro 8. ročník základní školy, 1. díl, Praha: Prometheus, 1999.
- [16] Šarounová, A. a kol.: Matematika pro 9. ročník základní školy, 2. díl, Praha: Prometheus, 2000.

- [17] Učitel'ské noviny, číslo 9/2006, Praha: Gnosis, spol. s r.o.
- [18] Učební osnovy pro 1. až 9. ročník základní školy, Matematika, Vzdělávací program Základní škola, Praha: Fortuna, 1996.
- [19] Výzkumný ústav pedagogický v Praze: Rámcově vzdělávací program pro základní vzdělávání (se změnami provedenými k 1.9.2005), Praha, 2005.

ELEKTRONICKÉ ZDROJE

- [20] Palečková, J., Tomášek, V.: Posun ve znalostech čtrnáctiletých žáků v matematice a přírodních vědách, Zpráva o výsledcích mezinárodního výzkumu TIMSS, ÚIV, Praha 2001. [online]. URL:<<http://www.uiv.cz/clanek/43/214>>
- [21] Ústav pro informace ve vzdělávání: Tisková zpráva. [online]. URL:<[http://old.uiv.cz/index.php?CATG\[\]=mezinarodni_projekty;CATG\[\]=pisa;DOC=_pisa_tiskova_zprava.xml](http://old.uiv.cz/index.php?CATG[]=mezinarodni_projekty;CATG[]=pisa;DOC=_pisa_tiskova_zprava.xml)>
- [22] URL:< <http://psychologie.doktorka.cz/skryte-tvurci-schopnosti-mozku/>>, poslední aktualizace 12.11.2003, [cit.20.3.2006].

SEZNAM PŘÍLOH

PRACOVNÍ LISTY:

Příloha č. 1 – úvodní pracovní list

Příloha č. 2 – pracovní list č. 1

Příloha č. 3 – pracovní list č. 2

Příloha č. 4 – pracovní list č. 3

Příloha č. 5 – pracovní list č. 4

Příloha č. 6 – pracovní list č. 5/1

Příloha č. 7 – pracovní list č. 5/2

Příloha č. 8 – pracovní list č. 6/1

Příloha č. 9 – pracovní list č. 6/2

Příloha č. 10 – pracovní list č. 7

Příloha č. 11 – pracovní list č. 8/1

Příloha č. 12 – pracovní list č. 8/2

Příloha č. 13 – pracovní list č. 9

Příloha č. 14 – pracovní list č. 10

Příloha č. 15 – pracovní list č. 11

Příloha č. 16 – pracovní list č. 12

Příloha č. 17 – pracovní list č. 13

LISTY NA VÝSTŘIH:

Příloha č. 18 – krychle

Příloha č. 19 – válec

Příloha č. 20 – jehlan

Příloha č. 21 – koule

Příloha č. 22 – kužel

Příloha č. 23 – zkosená krychle

Příloha č. 24 – vyříznutý jehlan do krychle

Příloha č. 25 – vyříznutá půlkoule do krychle

Příloha č. 26 – vyříznutý půlválec do krychle

Příloha č. 27 – „cylindr“

Příloha č. 28 – „co dokáží úhlopříčky“

FOTODOKUMENTACE:

Příloha č. 29 – fotografie ze 7.C (čísla 1 až 6)

Příloha č. 30 – fotografie z 8.C (čísla 7 až 10)

Třída:

Projektant:



**Projektante milý
Popřemýšlej chvíli
Co je třeba vědět
Nežli začneš stavět**



- ✓ Řezy, které mají brázdy nastřižené „odspoda“, se označují jako
- ✓ Řezy, které mají brázdy nastřižené „odshora“, se označují jako
- ✓ Kromě toho jsou řezy označeny také
- ✓ Souborem řezů se rozumí
- ✓ Když má těleso požadovaný tvar, soubory řezů jsou
- ✓ Počet řezů v každém souboru bývá nejčastěji
- ✓ Brázdami v řezu se rozumí
- ✓ Jaké musí být výšky řezů v místě, kde se řezy protínají?.....
- ✓ Jak hluboko musí být nastřiženy brázdy?

.....

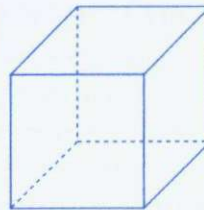
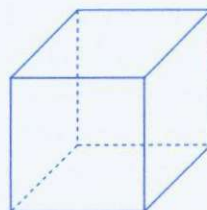
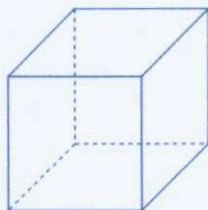
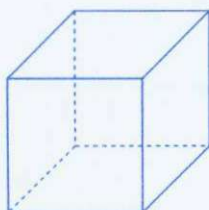
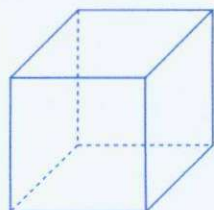
Pracovní list č. 1

1) Napiš, co je to krychle?

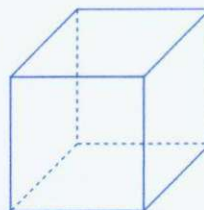
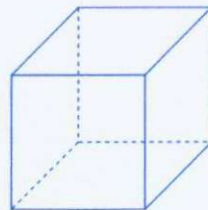
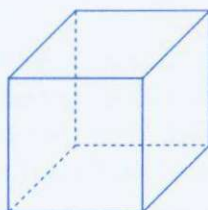
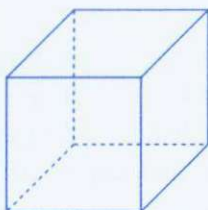
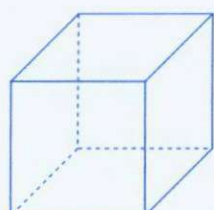
2) Popřemýšlej, kde bychom takový tvar našli ve světě kolem nás? Napiš své nápady

.....

3) Zde je několik obrázků stále stejné krychle (ze stejného pohledu). **Vyznač do krychle všechny možné způsoby, jak ji rozříznout, aby vznikly vždy dvě shodné části** (Pro každý způsob rozříznutí použij jinou krychli. Použij obrázků, kolik potřebuješ)



a)..... b)..... c)..... d)..... e).....



f)..... g)..... h)..... i)..... j).....

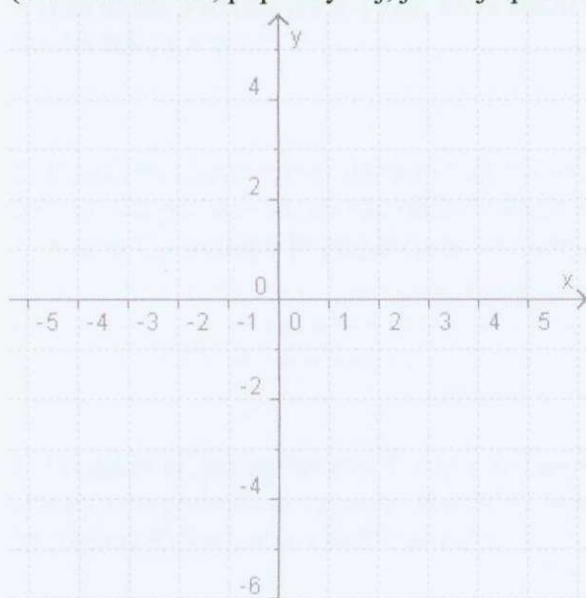
4) Pod každý způsob rozříznutí **napiš do 1.řádku, jaký geometrický tvar má řez**, který v krychli vytvoří Tebou zakreslená rovina (tzv. rovina symetrie). Do **2. řádku napiš, jaký tvar by měly další řezy**, které by vytvořily roviny rovnoběžné s tou zakreslenou.

5) Ze všech obrázků řezů **vyber dvojice** těch, které bys mohl použít pro sestavení modelu metodou „Sliceforms“ (Jeden obrázek řezu reprezentuje např. všechny X-řezy, neboť ostatní X-řezy jsou s ním rovnoběžné. Druhý obrázek řezu pak všechny Y-řezy). Pomocí písmenek **napiš všechny takové dvojice obrázků a zdůvodni**, proč jsi zvolil právě ty:

6) Vyber nyní dvojice těch obrázků řezů, které nejenže jdou použít k sestavení tělesa, ale mají ještě tu vlastnost, že všechny X-řezy a Y-řezy by byly stejné tvarem i rozměry (stačilo by tedy navrhnout pouze jeden tvar řezu, a protože by ostatní byly shodné, tak ho pouze několikrát nakopírovat). **Napiš písmenka obrázků**, na které jsi tyto řezy zakreslil:.....

Pracovní list č. 2

1) Navrhneš model krychle o straně 8 (dílků). Zkus ho tedy navrhnout pomocí jednoho tvaru řezu. **Načrtni do mřížky, jak bude tento řez vypadat a vyznač v něm i brázdy.** (než budeš črtat, popřemýšlej, jak nejlépe mřížku využít)



Lze návrh, i s vyznačenými brázdami, skutečně provést pomocí jednoho tvaru řezu? Vždyť u X-řezů vedou brázdy „odspoda“ a u Y-řezů „odshora“? Či je to jedno? **Vysvětli:**

.....

Zodpověz tyto otázky: Kolik jsi vyznačil brázd ?

Uvažuj, že náčrtek je X-řez; kolik do něj strčíš Y-řezů?

Uvažuj, že náčrtek je Y-řez; kolik do něj strčíš X-řezů?

Kolik budeš potřebovat řezů tohoto tvaru k sestavení této krychle?

Zformuluj závěr pro nejjednodušší model krychle:

Nejjednodušší návrh krychle je pomocí tvaru řezu. Pokud v něm zvolím brázd, potom k sestavení potřebuji kusů tohoto řezu.

2) Představ si, že nyní navrhuješ i jiná tělesa. Zvolíš oba soubory řezných rovin tak, aby byly kolmé na sebe a zároveň k podstavě tělesa¹ (pokud ji má). **Doplň** na tečky u názvů těles, **jaký tvar by mohl mít prostřední X-řez a Y-řez** v těchto modelech. (Klidně znázorni náčrtem):

a) KVÁDR (čtvercová podstava)

b) KVÁDR (obdélníková podstava)

c) VÁLEC

d) KOULE

e) KUŽEL

f) JEHLAN (pravidelný, čtyřboký).....

3) **Napiš, jaká tělesa z předchozí úlohy budou mít i ostatní řezy shodné s prostředním a proč?**

¹ způsob návrhu podle těchto rovin, se objevuje i v dalších úlohách; pokud není řečeno jinak

Pracovní list č. 3

A.

1) Podívej se pozorně na tento X-řez s rozměry 8 a 10. Všechny ostatní X-řezy v modelu jsou shodné.

Napiš kolik potřebuješ Y-řezů, abys mohl sestavit model tělesa a proč?.....

.....

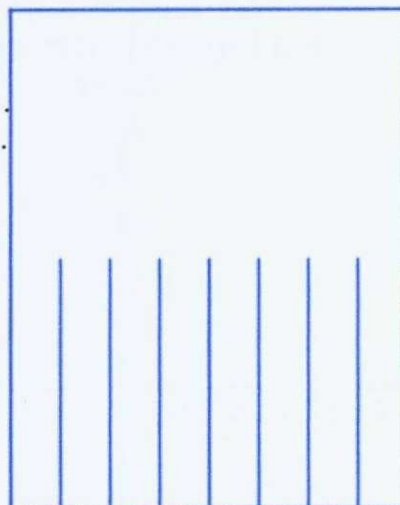
2) Pokud by zhotoveným tělesem měl být kvádr se čtvercovou podstavou, co vše můžeš napsat o Y-řezech. **Co nejlépe je popiš** (tvar, rozměry, počet):

.....

.....

.....

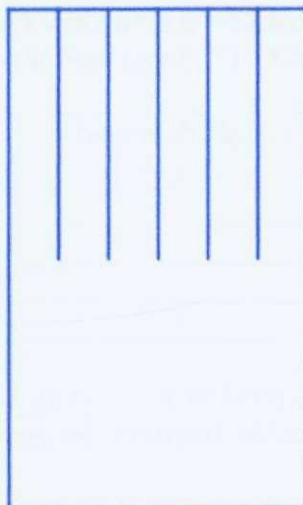
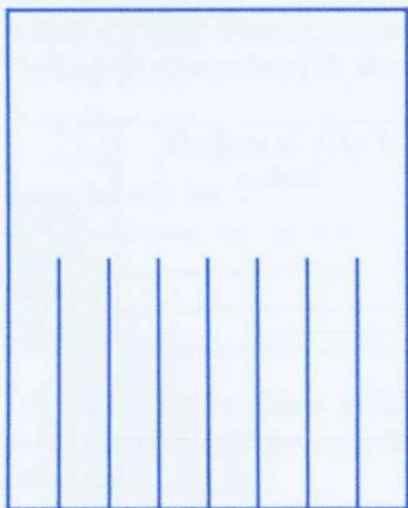
3) Představ si, jak by takový Y-řez v daném kvádru se čtvercovou podstavou vypadal. **Kolik** by potom muselo být těchto X-řezů, aby vznikl takový kvádr?



X-řez

B. Další model:

Všechny X-řezy vypadají takto: Všechny Y-řezy vypadají takto:



1) Abys mohl sestavit model, X-řezů musí být.....a Y-řezů musí být

2) Pokud výška řezů je 10 cm a vzdálenost mezi jednotlivými brázdami je 1 cm, jaké budou rozměry sestaveného tělesa?

Načrtni ho i s rozměry:

Zformuluj závěr platný pro konstrukci modelu kvádrů:

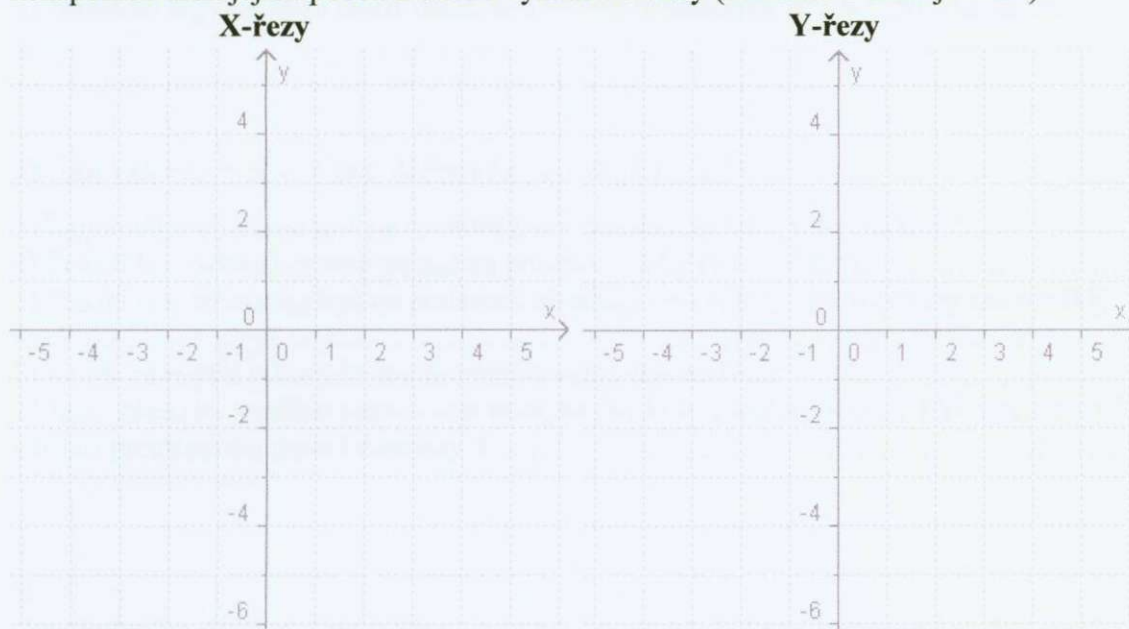
Počet X-řezů závisí na počtu

Počet Y-řezů závisí na počtu

Pracovní list č. 4

1) **Navrhni stejný model kvádru jako předchozí** (tedy se stejnými rozměry jako v úl. B), **ale tak, aby X-řezy a Y-řezy měly jiné rozměry nežli v předchozí úloze.**

Jak vypadají všechny X-řezy narysuj do první mřížky, Y-řezy do druhé. Také nezapomeň určit jejich počet. Do řezů vyznač i brázdy (měřítko: 1 dílek je 1 cm).



Počet všech X-řezů

Počet všech Y-řezů.....

2) Opět si představ, že navrhuješ i jiná tělesa. Modely navrhuješ ze sedmi pravidelně vzdálených řezů v každém souboru. U každého tělesa uvažuj o tom, jaké X-řezy v něm budou shodné, jaké Y-řezy v něm budou shodné a také o tom, budou-li shodné některé X-řezy s Y-řezy (tvarem, nemusí být vyříznutými brázdami). **Doplň do tabulky všechny dvojice takových shodných řezů** (např. $X_1=X_7$, $X_3=X_5$)

	Dvojice shodných X-řezů	Dvojice shodných Y-řezů	Shodné X-řezy a Y-řezy
Válec			
Kužel			
Koule			
Jehlan ²			

3) U jakého tělesa z předchozího úkolu bude k navržnutí potřeba **narýsovat nejmenší počet různých řezů** (uvažuj, že je můžeš kopírovat, otáčet, převracet)? **Odpověď zdůvodni:**

Zformuluj závěr týkající se počtu různých řezů v jakémkoli modelu:

Počet různých řezů závisí

.....

² Pravidelný, čtyřboký jehlan

Pracovní list č. 5/1

A.

1) Co je válec? Popiš ho co nejpřesněji a načrtni ho

.....

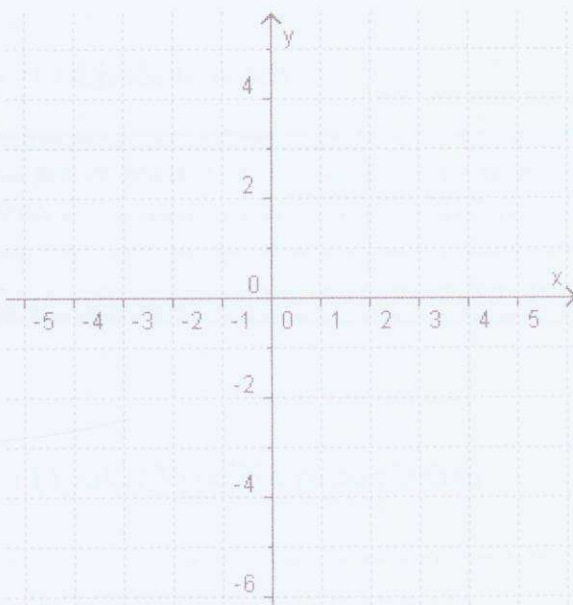
2) Napiš co nejvíce těles tvaru válce, se kterými se můžeme setkat v přírodě, doma, apod.:

.....

Je dán válec ($r = 5$, $v = 14$). Zodpověz následující otázky:3) Když válec rozřízne rovina rovnoběžná s podstavou, jaký **tvar** má řez?.....4) Pokud ho rozřízne rovina kolmá na podstavu, jaký **tvar** má řez?.....5) Pokud tato rovina kolmá na podstavu obsahuje osu válce, jaké **rozměry** má vzniklý řez?6) Kolik **různých** takových rovin umožní vznik tohoto řezu?

7) Jaké těleso by vzniklo sestavením řezů, kdyby byly všechny X-řezy i Y-řezy totožné s tímto prostředním (urči i rozměry)?:.....

B.

Prostřední řez už znáš. Ostatní řezy jsou tvořeny rovnoběžnými rovinami vzdálenými od sebe 1 (dílek). **Napiš do teček odpovědi na otázky** (můžeš si pomoci obrázkem do mřížky³)1) Jaký **tvar** mají všechny řezy?.....2) Jaké **rozměry** má největší z nich?.....3) Mají řezy nějaký rozměr **stejný**? Jaký?4) **Kolik** bude všech X-řezů?.....5) **Kolik** bude všech Y-řezů?.....6) Kolik bude v modelu **různých** X-řezů?7) Kolik bude v modelu **různých** Y-řezů?8) Budou se X-řezy a Y-řezy se stejným číslem v něčem **lišit**? V čem?.....9) Kolik bude nutno navrhnout **různých tvarů řezů** (další řezy můžeš kopírovat)?

³ NÁPOVĚDA: Do mřížky můžeš narýsovat tvar půdorysu. Každá příčka mřížky odpovídá svislému řezu skrz těleso (tedy půdorysu jednotlivých řezů). Řezy si označ ($X_1, X_2, \dots, Y_1, Y_2, \dots$). A uvažuj, co představují tyto vyznačené úsečky. Pokud stále nevíš, zvedni ruku...

Pracovní list č. 5/2

C.

Stále stejný válec ($r = 5$, $v = 14$, jednotkou jsou dílky).

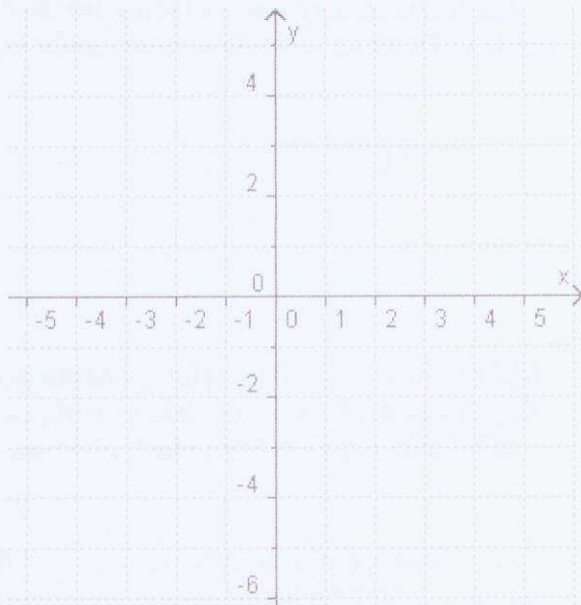
1) Jeden rozměr každého řezu znáš (je to výška). **Popiš**, jak bys mohl zjistit i druhé rozměry dalších řezů:

2) Pokud byl pro Tebe předchozí úkol obtížný, použij nápovědu z cvičení B.

3) V půdorysu válce (v mřížce) **vyznač** barevně půdorys 2. největšího řezu, jinou barvou 2. nejmenšího řezu. **Zjisti** tento jejich rozměr v cm:

4) **Ověř výpočtem** velikost druhého nejmenšího řezu (v cm). Počítej v dílkách, pak převed' na cm, když víš, že 1 dílek je $\frac{2}{3}$ cm. Nevíš-li, viz nápověda⁴)

5) **Zformuluj závěr** pro návrh modelu válce s jakýmikoli rozměry:



*Pokud zvolím řezů v každém souboru, potom musím navrhnoutrůzných tvarů řezů. Rozměry prostředního řezu jsou
Rozměry ostatních řezů zjistím*

D.

Příklad pro „rychlíky“:

Vrať se k zadání C. Jaký řez má rozměry 8 a 14 dílků? **Vypočti a napiš všechna označení tohoto řezu**⁵:

⁴ NÁPOVĚDA: Podívej se na úsečku, určující půdorys řezu $X_2=X_8=Y_2=Y_8$. Když spojíš kraje této úsečky se středem kružnice, vznikne trojúhelník. Jednu jeho stranu, máš spočítat, délku ostatních dvou stran zkus zjistit z obrázku (jako počet čtverečků). Umíš už vypočítat délku té třetí (ve čtverečkách)? Učiň tak a převed' na cm. Pokud stále nevíš, zvedni ruku.

⁵ NÁPOVĚDA: Nejprve vypočti, jak je řez daleko od prostředního

Pracovní list č. 6/1

A.

1) Co je jehlan? **Popiš a načrtni:**

.....

.....

2) Představ si pravidelný čtyřboký jehlan. **Načrtni v něm roviny symetrie** (roviny, které rozříznou těleso na dva shodné útvary). Zkus přijít na všechny možnosti, každou načrtni do jiného obrázku:

a)

b)

c)

d)

3) Uvažuj, podle jakých rovin symetrie (a ostatních s nimi pravidelně rovnoběžných) bys navrhoval model takového jehlanu. Zkus přijít na obě možnosti. **Do teček napiš označení obrázků**, na které jsi tyto roviny zakreslil. Dále napiš **tvár prostředního řezu a tvár ostatních řezů**.

1. možnost – roviny Prostřední řez je Ostatní řezy jsou

2. možnost – roviny Prostřední řez je Ostatní řezy jsou

B.

Je dán pravidelný čtyřboký jehlan (strana $a = 10$, $v = 10$). K návrhu použij tu možnost, kdy roviny symetrie obsahují osu tělesa a střední příčku podstavy (ostatní řezy vzniknou průnikem tělesa a rovin rovnoběžných s těmito rovinami symetrie). **Zodpověz následující otázky:**

1) Použiješ-li 9 řezů v každém souboru, jaká bude **vzdálenost** mezi jednotlivými řezy?

.....

2) Jaký **tvár** má prostřední řez? Zjisti jeho **rozměry** (pomoz si náčrtem):

.....

.....

3) Jaký **tvár** budou mít ostatní řezy? Víš už nyní nějaký jejich **rozměr** (napiš jaký)?

.....

4) Když použiješ 9 řezů v souboru, kolik bude **různých X-řezů**?

Kolik bude **různých Y-řezů**?

5) Popřemýšlej, zda budou některé X-řezy shodné s Y-řezy; uvažuj o tvaru (rozměrech), nikoli odkud jsou nastříženy brázdy. **Napiš** všechny skupinky **shodných řezů** (např.

$X_1=Y_1=X_9$ apod.):

.....

6) Kolik musíš nutně k sestavení tělesa navrhnout **řezů tvarově různých**?

Pracovní list č. 6/2

C. Stále stejný jehlan ($a = 10$ dílků, $v = 10$ dílků)

- 1) Prostřední řez již znáš. Nyní si představ také ostatní řezy. Zjisti, jaké vlastnosti (rozměry a velikosti) budou **u všech řezů shodné**:.....
- 2) Co se naopak v každém řezu **mění**?
- 3) **Popiš**, jak bys zjistil tvar druhého největšího řezu (mřížku máš k dispozici)

.....

.....

- 4) Pokud si nejsi jistý předchozí odpovědí, přečti si nápovědu⁶.

- 5) Urči **výšku** (v dílkách) druhého největšího řezu:.....

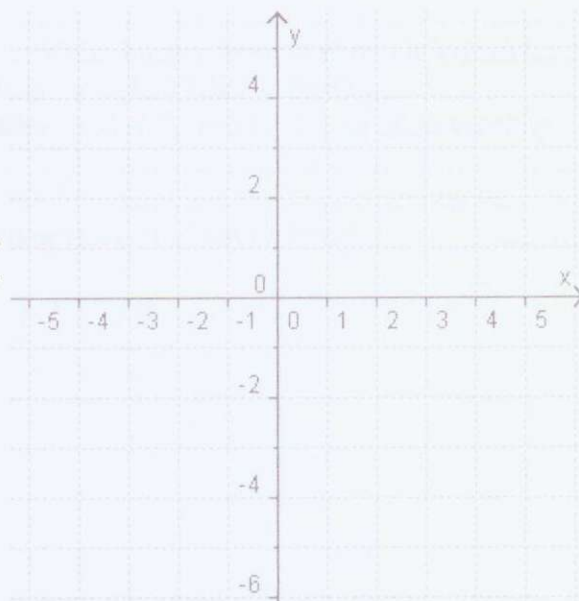
.....

- 6) Urči, jakou **výšku** (dílkách) bude mít nejmenší řez? (Pokud byl i předchozí úkol pro Tebe obtížný, použij nápovědu⁷ a zpětně zodpověz otázky)

.....

.....

.....



- 7) Pokud jsi ještě nenačrtl **druhý největší řez do mřížky**, udělej tak nyní (či ho ve změti čar barevně obtáhni). Potom si připomeň, jaké vlastnosti musí splňovat brázdy a jak lze toho snadno dosáhnout. **Narýsuj brázdy do tohoto řezu, pokud by to byl X-řez.**

- 8) Zformuluj závěr pro návrh modelu pravidelného čtyřbokého jehlanu, pokud zvolíš pro definování řezů roviny symetrie, které obsahují osu tělesa a střední příčku podstavy:

Pokud zvolím řezů v každém souboru, potom musím navrhnoutrůzných tvarů řezů. Rozměr prostředního řezu zjistím
Ostatních řezy zjistím

⁶ NÁPOVĚDA: Představ si prostřední řez a to, jak jsou ostatní s ním rovnoběžné. Připomeň si, které části prostředního řezu jsou stejné i pro jiné řezy a které se naopak mění. Nelze proto využít tento prostřední řez také pro návrh ostatních řezů? Např. lze narýsovat prostřední řez do mřížky, využít společných částí a dál ho upravit

⁷ NÁPOVĚDA: Víš, že máš 5 různě vysokých řezů. Pokud jsou řezy pravidelně od sebe vzdáleny, jsou přeci pravidelně od sebe vzdáleny i tyto výšky (to plyne z podobnosti v trojúhelníku). Uvědom si tedy, jaký bude rozdíl mezi výškami sousedních řezů. Pokud zjistíš tento rozdíl, snadno určíš výšku jakéhokoli řezu

Pracovní list č. 7

Je dána koule ($r = 5$ dílků). Model bude mít lichý počet řezů v každém souboru

A.

- 1) **Kolik** je možností, jak vytvořit prostřední řez ?
- 2) Jaký geometrický **tvar** má prostřední řez?
- 3) Jaký má tento řez **rozměr**?
- 4) Všechny řezy jsou od sebe vzdáleny 1 dílek. **Kolik** bude mít model X-řezů?
A **kolik** bude mít model Y-řezů?
- 5) Kolik bude v modelu různých X-řezů?..... Kolik bude v modelu různých Y-řezů?.....
- 6) Budou se X-řezy a Y-řezy se stejným číslem v něčem lišit? V čem?.....
- 7) Ze všech X-řezů i Y-řezů **vytvoř skupinky** shodných řezů (vyčerpěj takto všechny řezy. Např.: $X_1=X_9=Y_1=Y_9$, apod.):
- 8) Kolik tedy potřebuješ k sestavení modelu navrhnout **různých** řezů?

B.

- 1) Chceš-li navrhnout i zbývající řezy, **jaké údaje** o nich musíš zjistit?
- 2) **Popiš**, jak bys tyto údaje zjistil:

- 3) **Vyznač** poloměry ostatních řezů do mřížky. Nevíš-li, použij nápovědu⁸
- 4) **Zjisti** poloměr nejmenšího řezu:.....

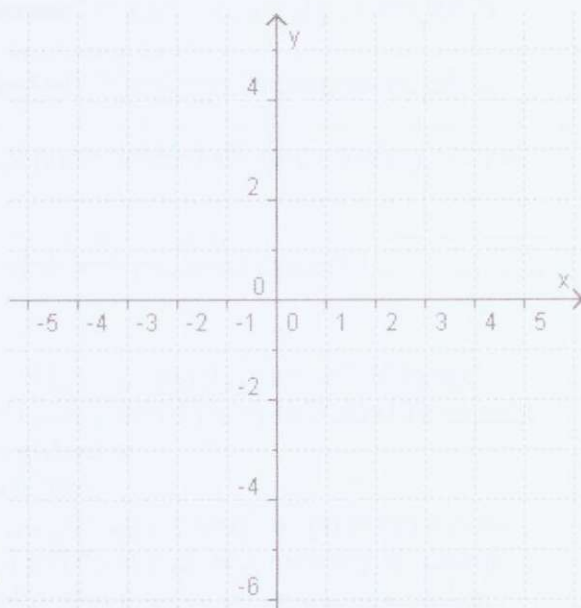
- 5) Předchozí odpověď ověř výpočtem. (počítej v dílkách, pak převed' na cm, když 1 dílek je $\frac{2}{3}$ cm. Je tu nápověda⁹)

- 6) **Zformuluj závěr** pro navrhnutí modelu koule s jakýmkoli poloměrem:

Pokud zvolím řezů v každém souboru, potom musím navrhnoutrůzných tvarů řezů. Rozměr prostředního řezu jeRozměry ostatních řezů zjistím

⁸ NÁPOVĚDA: Do mřížky můžeš narýsovat tvar prostředního řezu (půdorys koule). Každá přímka mřížky odpovídá svislému řezu skrz těleso, tedy i skrz tento prostřední řez. Označ si tyto přímky jako řezy ($X_1, X_2, \dots, Y_1, Y_2, \dots$). A uvažuj, kde je vyznačen průměr koule, zároveň tedy průměr největšího řezu. Co představují další vyznačené úsečky? Pokud stále nevíš, zvedni ruku...

⁹ NÁPOVĚDA: Podívej se na poloměr tohoto řezu jako na úsečku, když spojíš kraje této úsečky se středem kružnice, vznikne trojúhelník. Jednu jeho stranu, poloměr, máš spočítat, délku ostatních dvou stran zkus zjistit z obrázku (jako počet čtverečků). Umíš už vypočítat délku té třetí (ve čtverečkách)? Učiň tak a převed' na cm. Pokud stále nevíš, zvedni ruku.



Pracovní list č. 8/1

Název tělesa, kterým se dnes budeme zabývat, najdi ve větě. „*Na trávníku želva leží, kdo ví, možná taky běží.*“

A.

- 1) **Načrtni** toto těleso. **Napiš**, kde se ve světě kolem nás s tímto tělesem můžeme setkat.
- 2) **Kolika způsoby** můžeš rozříznout toto těleso, aby vznikly dva shodné útvary?
- 3) **Kolik** tedy má těleso rovin souměrnosti?
- 4) Jaký **tvár řezu** vytvoří rovina souměrnosti?

B.

Navrhuj **kužel s výškou 10 a poloměrem 5** (dílků). V každém souboru je **9 řezů**.

- 1) Jaká bude vzdálenost, mezi jednotlivými řezy?
- 2) Zopakuj, jaký tvar má prostřední řez: Jaké má **rozměry**?
- 3) Napiš, **jaké označení** mají řezy, které vytvoří rovina souměrnosti?
- 4) Budou v souboru **X-řezů** nějaké řezy **shodné**? Pokud ano, napiš pomocí jejich označení, jaké to budou (např. $X_1 = X_9$):
- 5) Budou v souboru **Y-řezů** nějaké řezy **shodné**? Pokud ano, napiš pomocí jejich označení, jaké to budou:
- 6) Budou některé **X-řezy tvarově** (neuvažuj proto brázdy) **shodné s Y-řezy**? Pokud ano, napiš tyto shodné řezy:
- 7) Kolik tedy musíš navrhnout tvarově různých řezů pro tento model?

C.

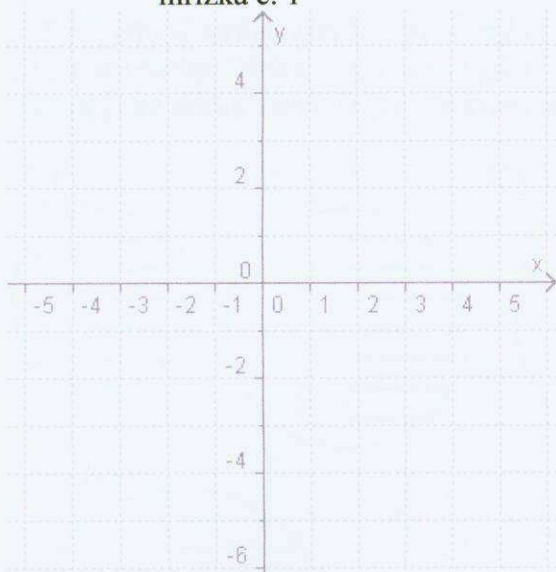
Nyní navrhuješ ostatní řezy (stále kužel; $v = 10$, $r = 5$, má 9 X-řezů a 9 Y-řezů). Budeme postupovat tak, že body z půdorysu přenášíme do nárysu. Pokud Tě napadá jiný způsob, jak zjistit tvary ostatních řezů, přihlas se.

- 1) **Nakresli** svou představu o tvaru ostatních řezů:
- 2) Na další straně máš připraveny mřížky. Do mřížky č.1 **narýsuj** půdorys tohoto kužele, do druhé jeho **nárys** (vhodně využij mřížku a zachovej rozměry, tj. dílky)
- 3) Vzpomeň si na zeměpisné mapy a vlastními slovy napiš, co jsou to vrstevnice:
- 4) Použij 5 pravidelně vzdálených vrstevnic (neuvažuj bod vrcholu, takže těleso rozdělíš na pět stejně vysokých dílů). Nejprve **je narýsuj** do nárysu (2. mřížka). První je na ose x, označ jí číslem 1, poté narýsuj 4 další a označ je postupně čísla.
- 5) Těchto pět vrstevnic **přenes** do půdorysu i s jejich číselným označením (nápopěda¹⁰)
- 6) Jaká je **vzdálenost** (v dílkách) mezi vrstevnicemi v nárysu?.....A v půdorysu?.....
- 7) Při pohledu na oba obrázky zjistí, v jaké výšce jsou jednotlivé kružnice: **Doplň tyto výšky** na tečky: kružnice č.1, k. č. 2....., k. č. 3....., k. č. 4 a k. č. 5.....?

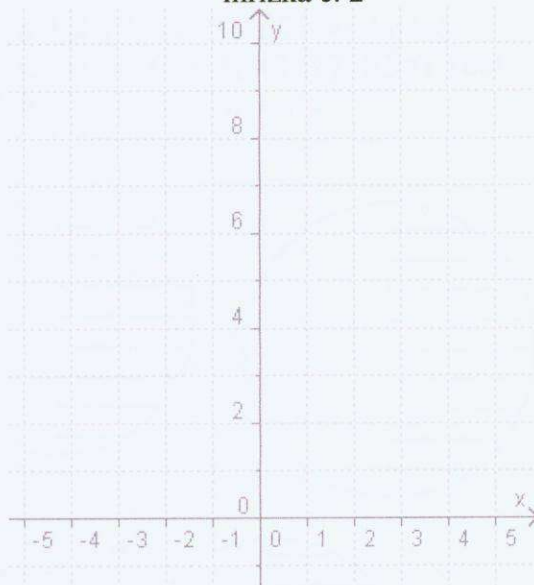
¹⁰ NÁPOVĚDA: První už máš (tj. již znázorněný půdorys). Pro konstrukci dalších si představ, jak na povrchu kužele spojuješ čarou body se stejnou výškou odpovídající výšce, v které je vrstevnice. Poté si představ, jak se na díváš ze shora na těleso a uvažuj, jaký geometrický tvar vrstevnice vytvoří. Nezapomeň, že jsou všechny podobné a pravidelně vzdálené)

Pracovní list č. 8/2

mřížka č. 1



mřížka č. 2

**D. Navrhujes druhý největší řez:**

1) Napiš všechna označení tohoto řezu:

2) Pohlédni na půdorys. Přímky v mřížce vyznačují půdorys jednotlivých řezů; takže osa x představuje řez X5 a osa y řez Y5. Takto podobně **označ** přímky představující další X-řezy. **Barevně vyznač** druhý největší.

3) V půdorysu si všimni průsečíků tohoto řezu se všemi vrstevnicemi. **Označ** je postupně devíti písmenky od A do I.

4) Je před tebou úkol zobrazit body A až I do soustavy souřadné v nové mřížce (pak budeš znát 9 bodů řezu a lehce je spojíš). V nové mřížce leží A a I na ose x. Uvaž, jak je daleko od osy x a jak je vysoko bod E.

Napiš jeho souřadnice:.....

5) **Popiš**, jak bys zjistil a přenesl další body (můžeš využít cokoli: pravítko, kružítko):

.....

6) Předchozí odpověď porovnej s nápoředou¹¹. Pokud jsi dospěl k jinému řešení, ři máš nejasnosti, přihlas se. Když je vše v pořádku, přenes všechny body a spoj je řarou (pro lepší zjištění y-ových souřadnic se vrat' k úkolu C7). Nakonec si připomeň vlastnost konstrukce brázď a vyznač je.

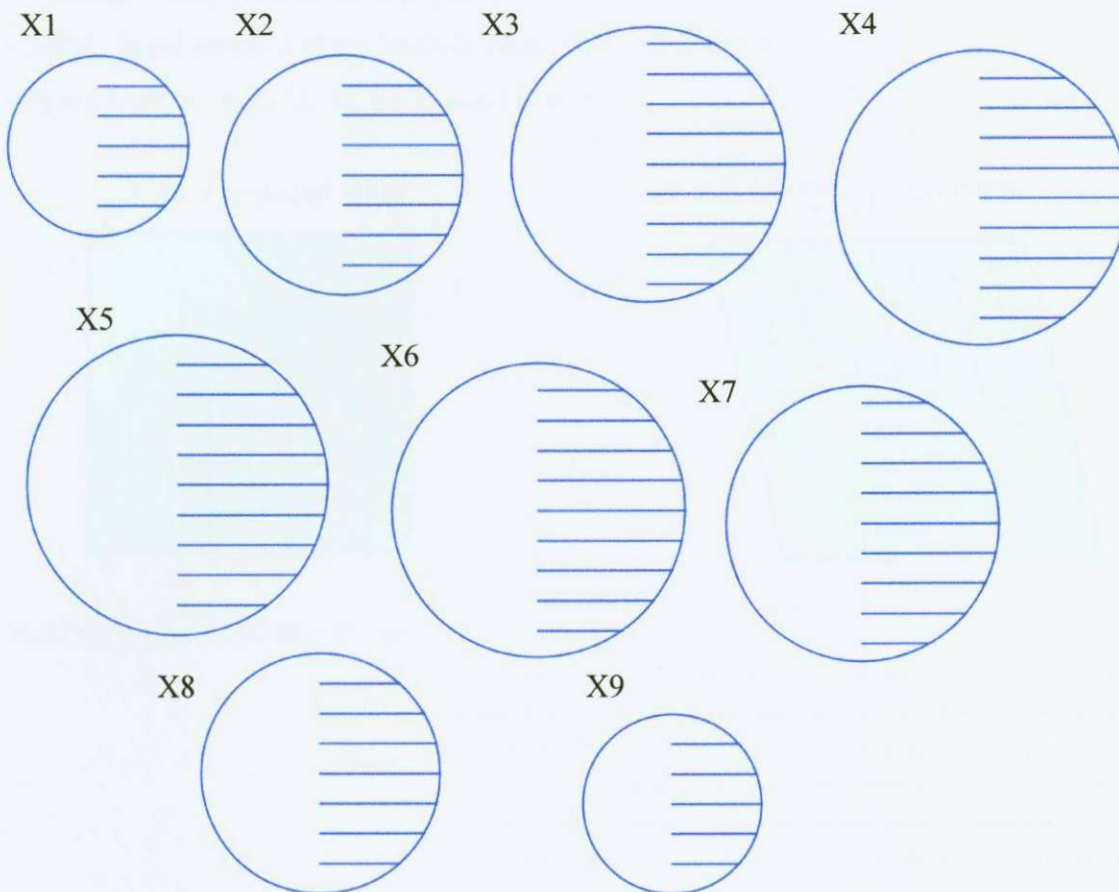
¹¹ NÁPOVĚDA: Do mřížky vyznač všechny vrstevnice, tedy rovnoběžky s osou x ve výškách 0, dále 2, pak 4, 6 a 8. Body A a I leží na vrstevnici ř.1 (=přímka x), znáš tedy jejich y-ovou souřadnici (výška vrstevnice). Zbývá zjistit x-ovou souřadnici (tj. vzdálenost bodu od osy y). Tu můžeš změřit pravítkem, ři přenést v kružítku. Stačí znát jeden bod, s využitím souměrnosti podle osy y, zjistíš i druhý. Bod H přenesese podobně: y-ová souřadnice je 2 (výška 2.vrstevnice) a x-ovou vzdálenost z půdorysu přenes do nové mřížky na 2. přímku (vrstevnici). Bod B je obraz bodu H v osové souměrnosti podle osy y.

Pracovní list č. 9

A.

1) Prohlídni si následující X-řezy. Řezy číslo 1 a 9, 2 a 8, 3 a 7, 4 a 6 jsou shodné. Zároveň všechny X-řezy jsou stejné jako Y-řezy, tzn. že $X_1=Y_1$, $X_2=Y_2$, $X_3=Y_3$ atd.

Napiš, jaké těleso vznikne po sestavení modelu.....



2) **Napiš**, podle kterého řezu můžeš zjistit, jaký má vzniklé těleso rozměr?

3) Nyní **urči**, jaký má vzniklé těleso rozměr (do obrázku můžeš psát, rýsovat..)

4) Pokud jsou tyto obrázky v poměru 3:5 ke skutečnosti, jaký je skutečný rozměr tělesa?

B.

Příklady pro „rychlíky“:

1) Vymysli co nejvíce útvarů, které, když budou rotovat kolem svého středu, vytvoří kruh:.....

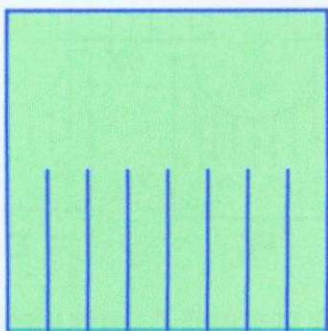
2) Jaké rozměry by měl čtverec rotující kolem svého středu, aby opsal prostřední řez koule s poloměrem 6 cm?

Pracovní list č. 10

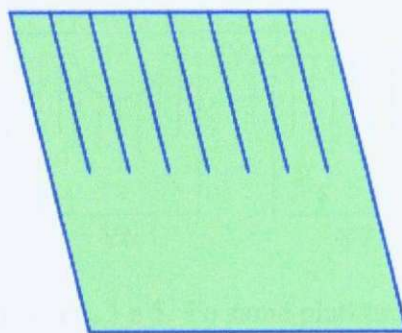
1) Jak bude vypadat model tělesa, který vznikne sestavením těchto řezů, když víš toto:

- všechny X-řezy jsou stejné a je jich 7
- všechny Y-řezy jsou stejné a je jich 7
- dolní i horní strana u všech řezů (X-řezu i Y-řezu) je 8 cm
- výška každého řezu (X-řezu i Y-řezu) je 8 cm

X-řezy vypadají takto



Y-řezy vypadají takto



Načrtni a popiš zde toto těleso:

.....

.....

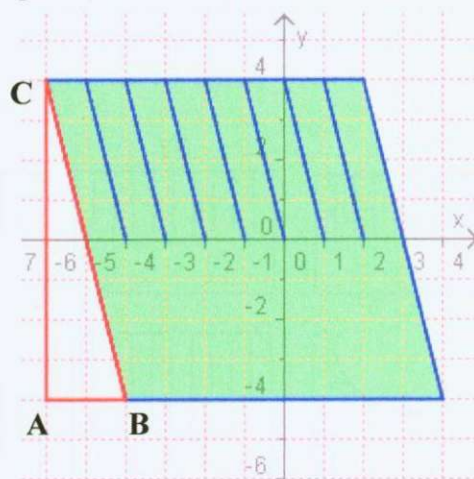
.....

.....

.....

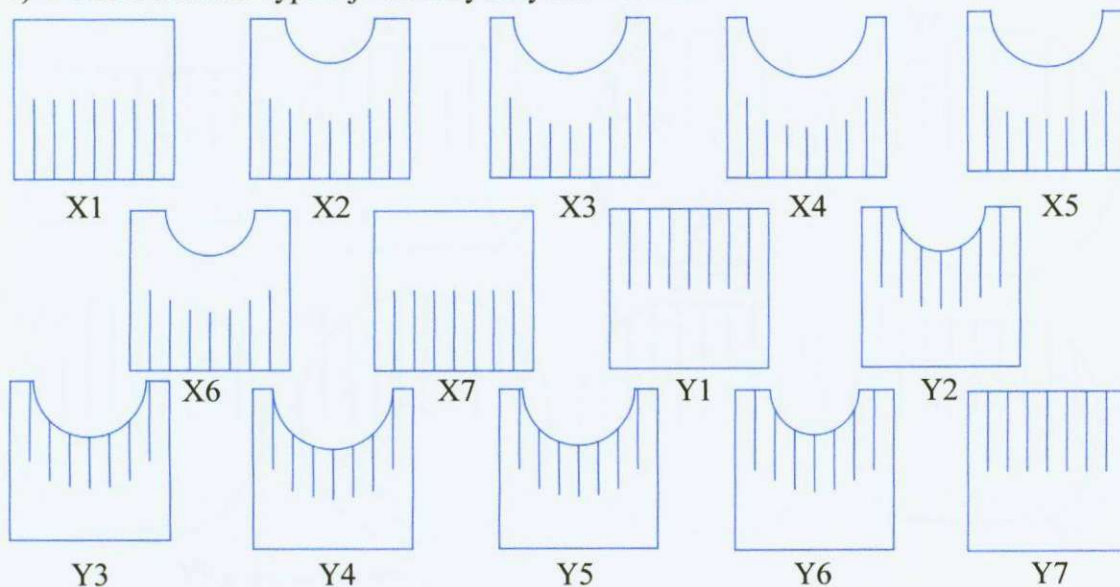
.....

2) Pomocí obrázku **vypočti** úhel takového „naklopení“, když víš, že $\angle BCA = 14^\circ$



Pracovní list č. 11

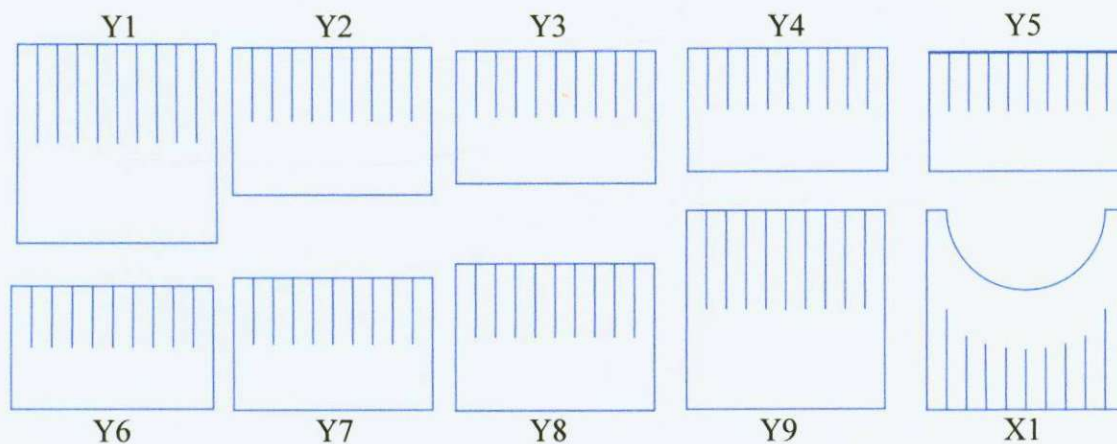
1) V tomto modelu vypadají všechny řezy následovně:



V souboru všech X-řezů jsou shodné tyto dvojice 1 a 7, 2 a 6, 3 a 5. To samé platí pro soubor Y-řezů. Zároveň jsou shodné X1 a Y1, X2 a Y2, atd. **Představ si, jak sestavuješ tento model a popiš ho co nejvýstižněji:**

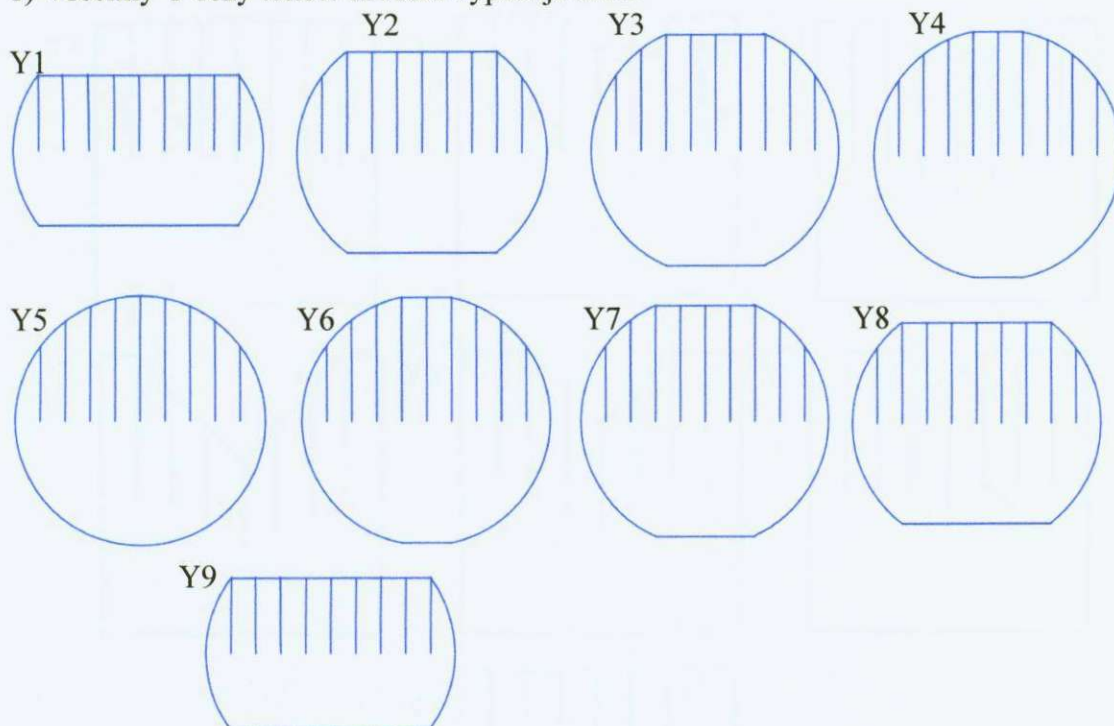
2) V tomto modelu vypadají řezy takto. V souboru Y-řezů jsou shodné dvojice 1 a 9, 2 a 8, 3 a 7, 4 a 6. X-řezy jsou všechny shodné s X1 (Kolik jich musí být? **Napiš:**)
Představ si, jak sestavuješ tento model a popiš ho co nejvýstižněji. Načrtni:

.....
.....
.....
.....
.....



Pracovní list č. 12

1) Všechny Y-řezy tohoto modelu vypadají takto:



Řezy číslo 1 a 9, 2 a 8, 3 a 7, 4 a 6 jsou shodné. Zároveň všechny X-řezy jsou stejné jako Y-řezy, tzn. že $X_1=Y_1$, $X_2=Y_2$, $X_3=Y_3$ atd.

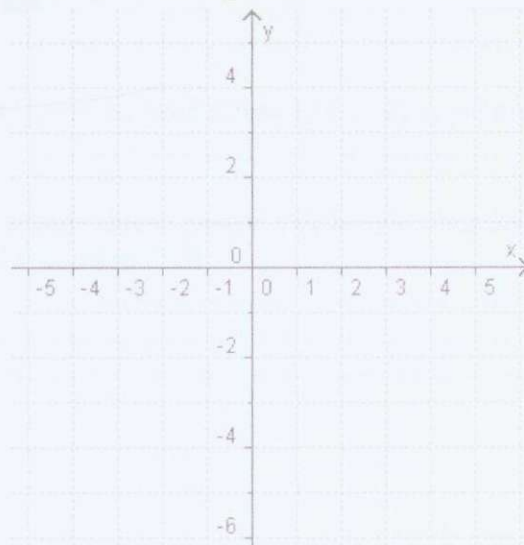
Rozhodni, zda tento model vůbec půjde sestavit. Svou odpověď zdůvodni:

.....

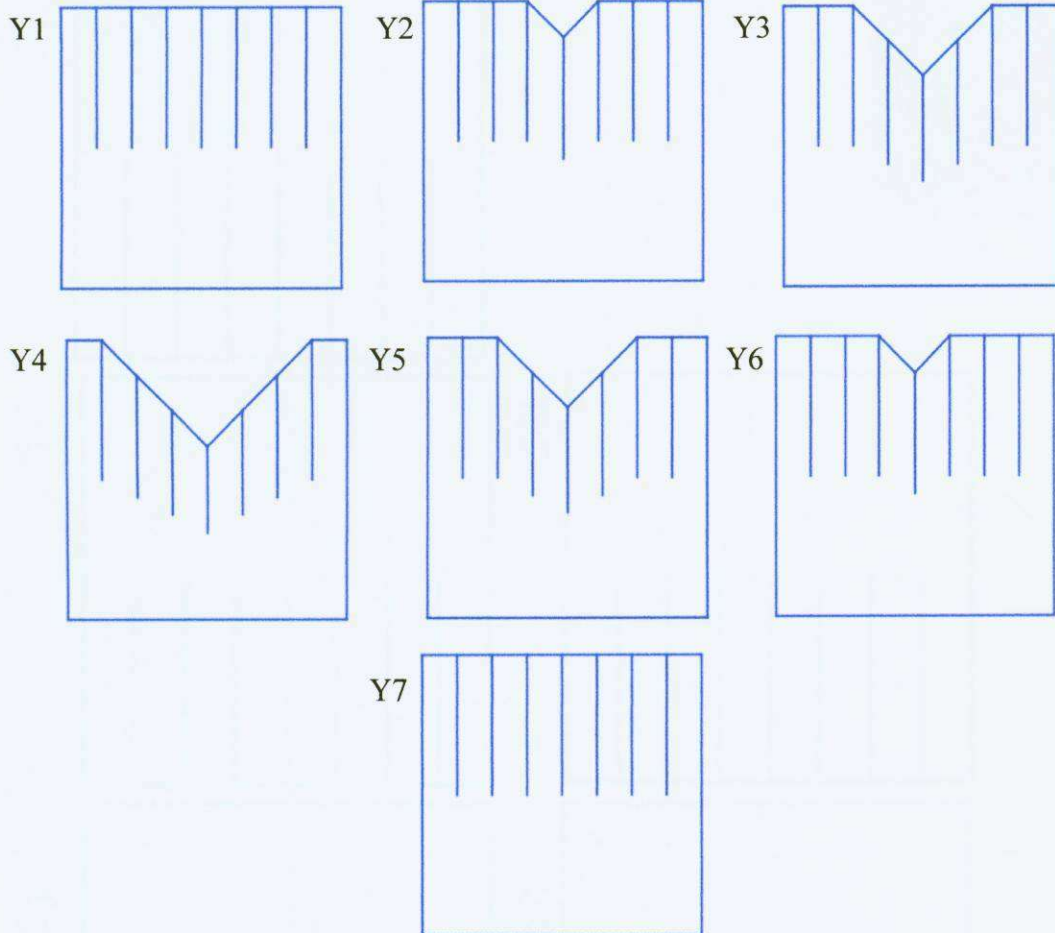
.....

.....

2) Pokus se **vymyslet jiný model**, jehož konstrukce je založena na předchozím principu. Popiš model (načrtni). Do mřížky nakresli prostřední řez, také vyznač, jak budou vypadat i ostatní řezy:



Pracovní list č. 13



1) Prohlédni si následující Y-řezy. Řezy číslo 1 a 7, 2 a 6, 3 a 4 jsou shodné. Zároveň všechny X-řezy jsou stejné jako Y-řezy, tzn. že $X1=Y1$, $X2=Y2$, $X3=Y3$ atd.

Jaké těleso vznikne sestavením řezů?

.....

2) Když si představíš složený model, poznáš, **jaké těleso je do něj vepsáno?** Napiš své tvrzení:

3) Pomocí rozměrů charakterizuj vepsané těleso, pokud víš, že tyto obrázky jsou zmenšeny vzhledem ke skutečnosti v poměru 7:10

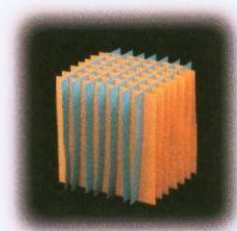
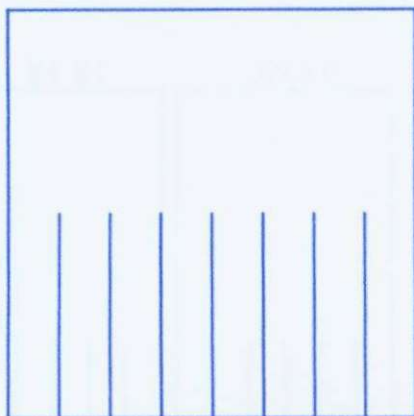
.....

.....

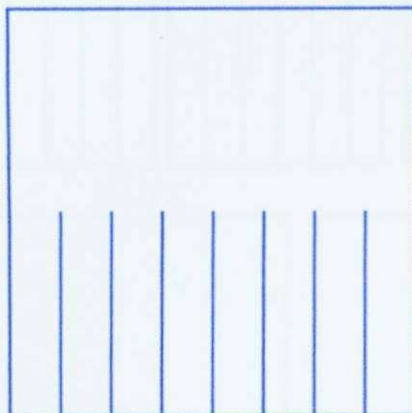
.....

KRYCHLE, X-ŘEZY (Y-ŘEZY TOTOŽNÉ)

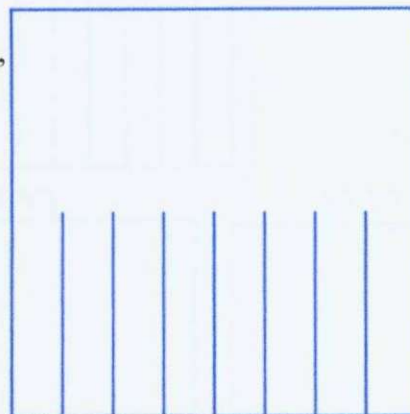
X1,
Y1



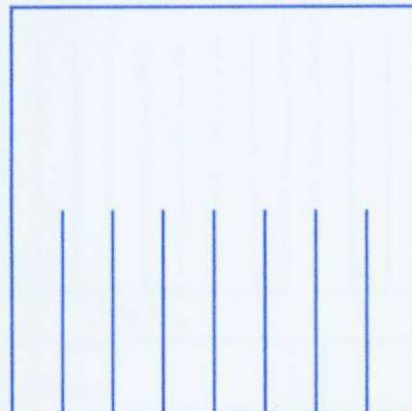
X2,
Y2



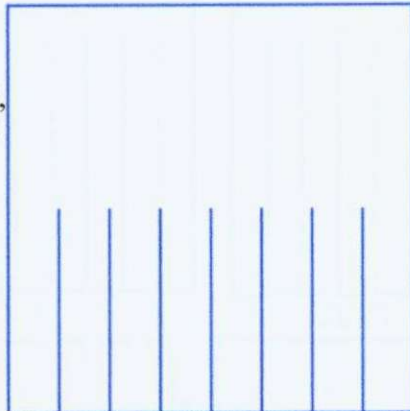
X3,
Y3



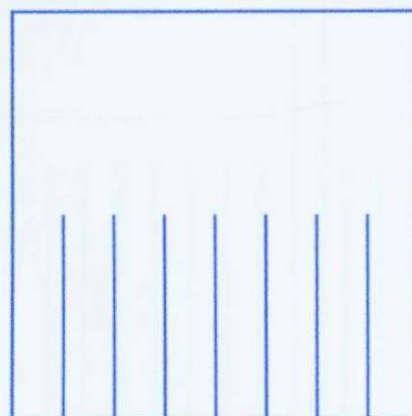
X4,
Y4



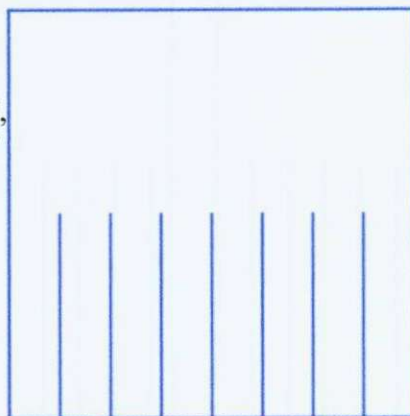
X5,
Y5



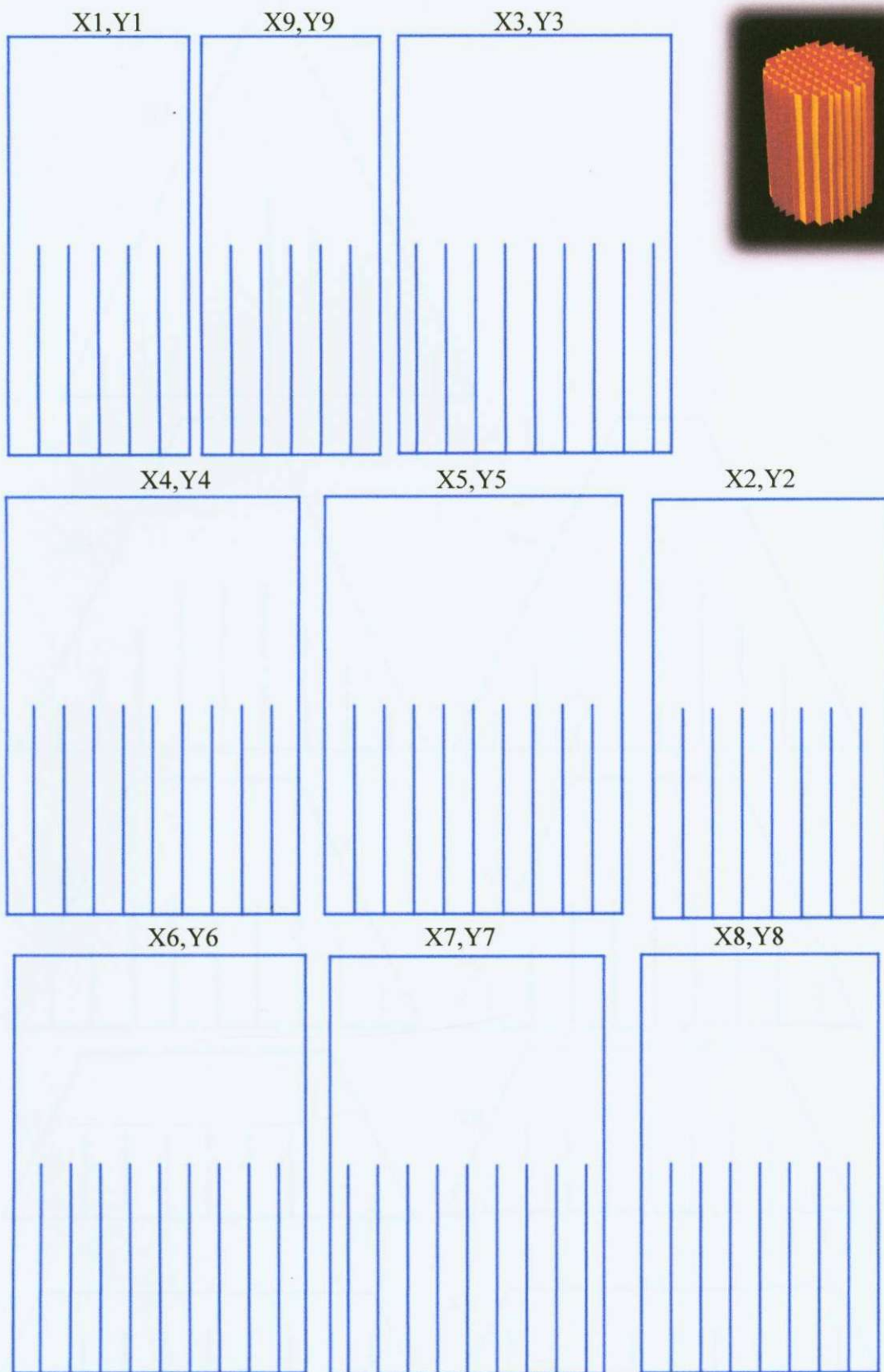
X6,
Y6



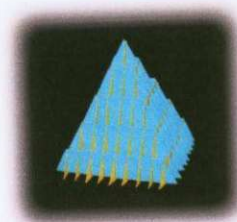
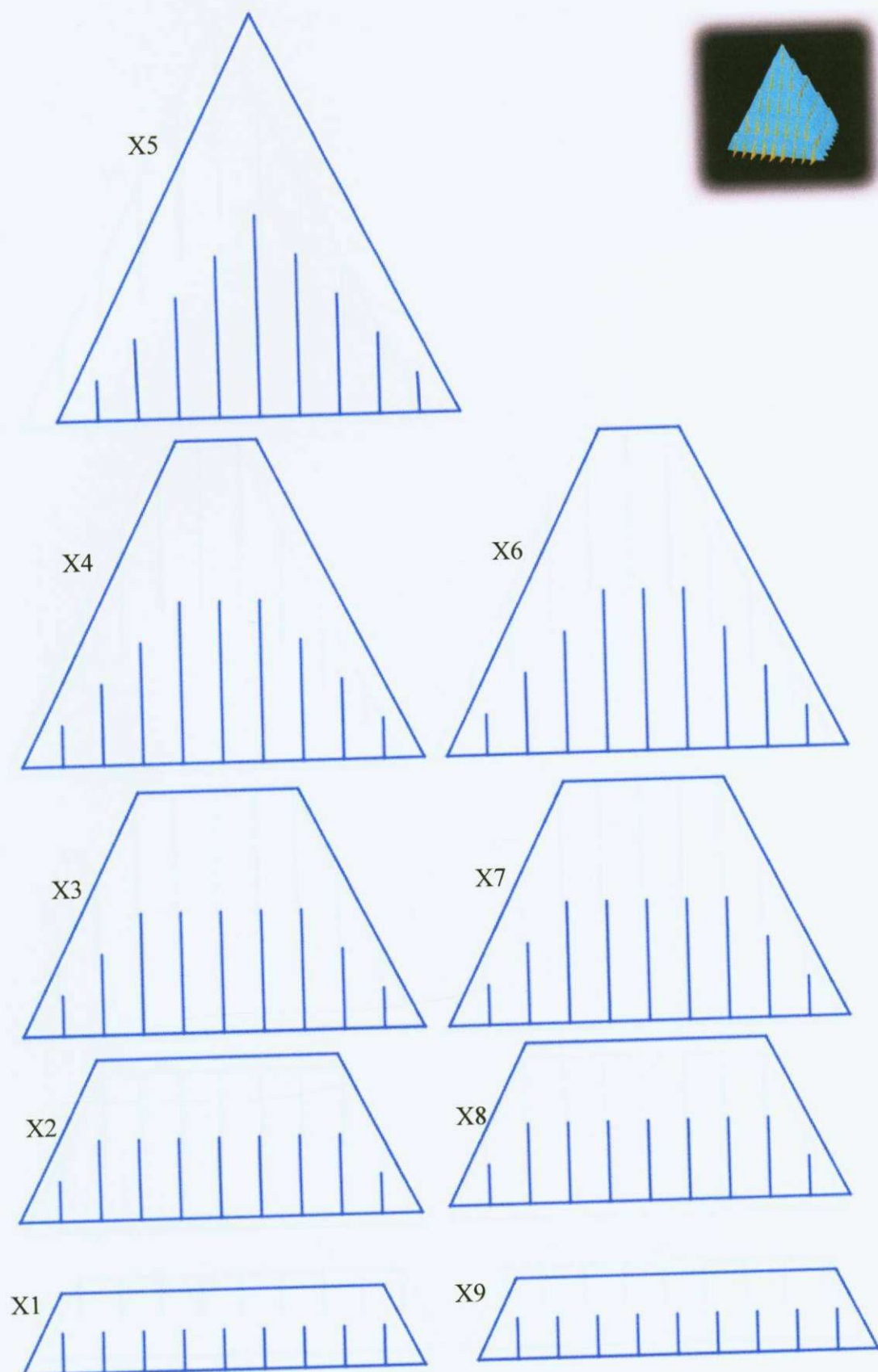
X7,
Y7



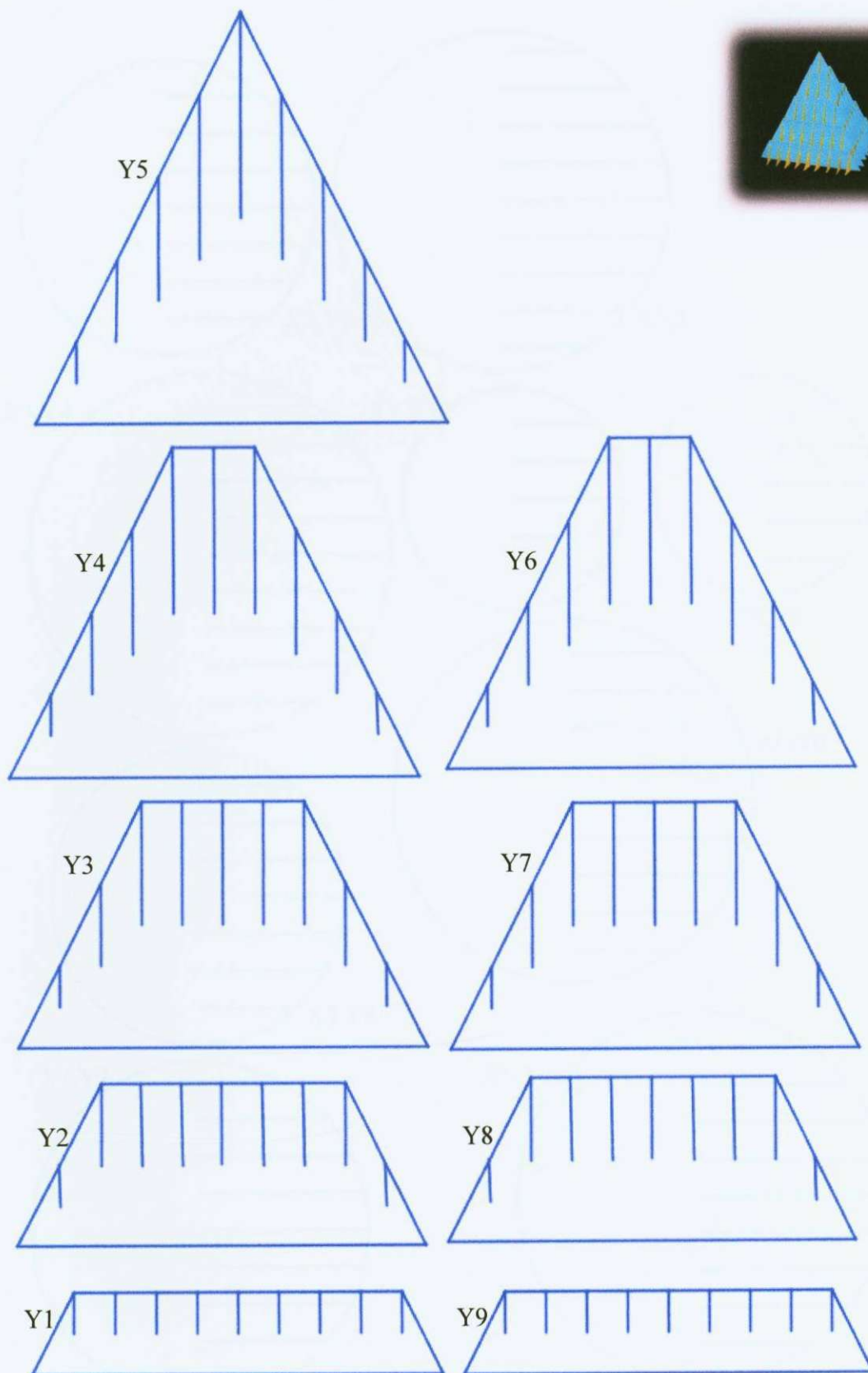
VÁLEC, X-ŘEZY (Y-ŘEZY TOTOŽNÉ)



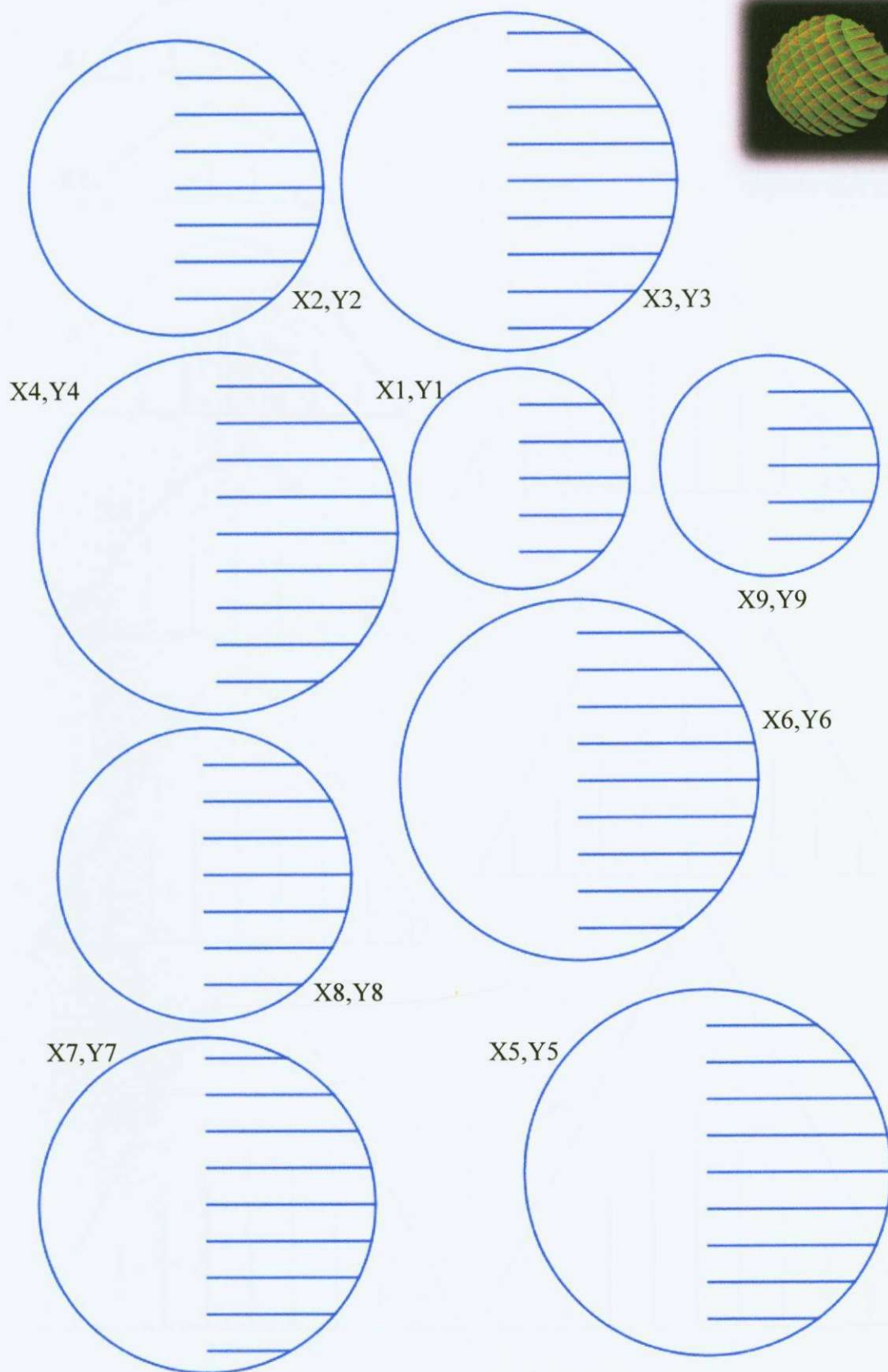
JEHLAN (PRAVIDELNÝ ČTYŘBOKÝ), X-ŘEZY



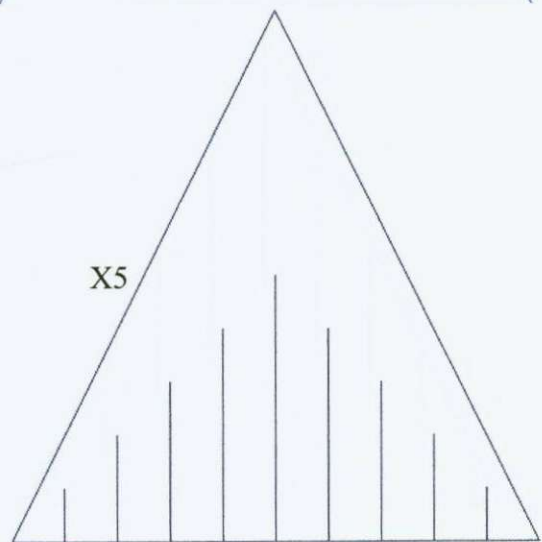
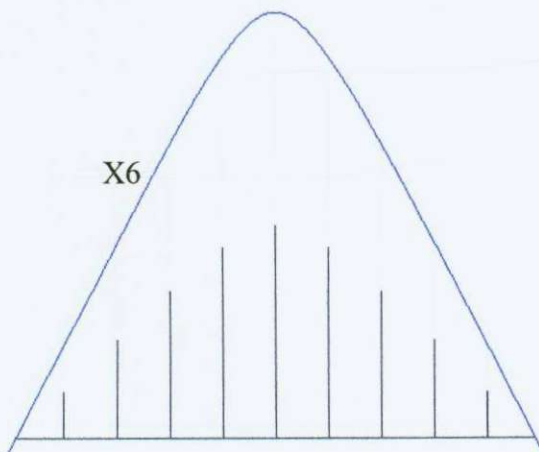
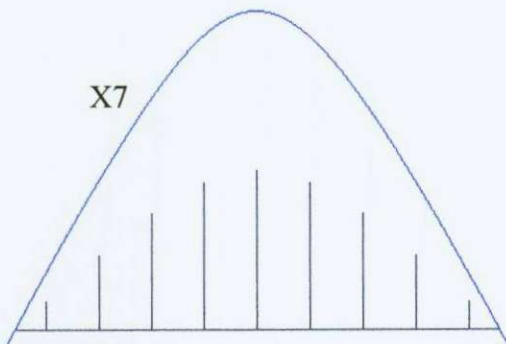
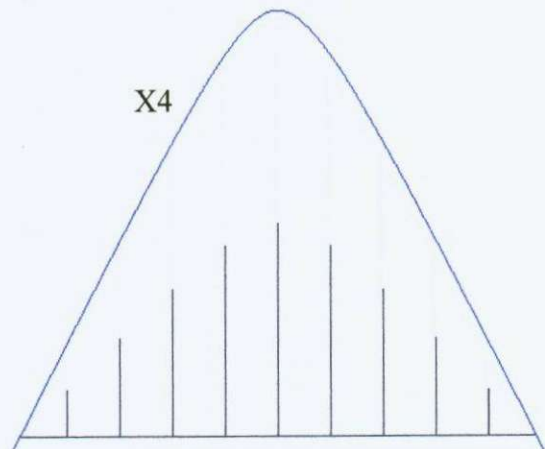
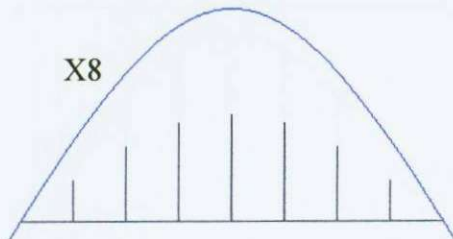
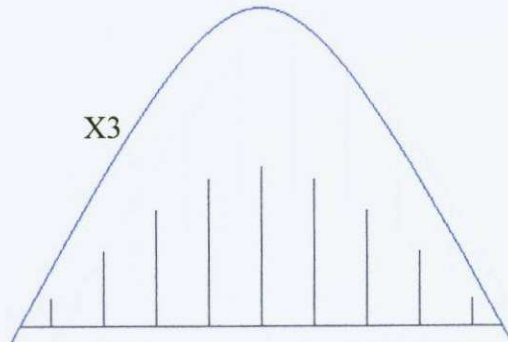
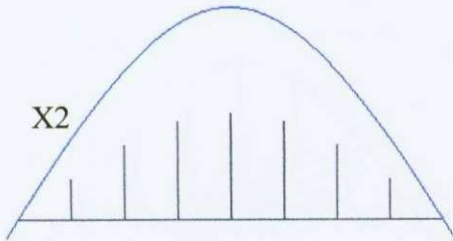
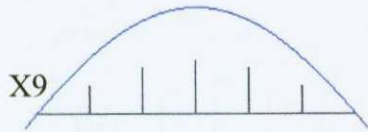
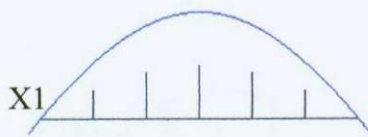
JEHLAN (PRAVIDELNÝ ČTYŘBOKÝ), Y-ŘEZY



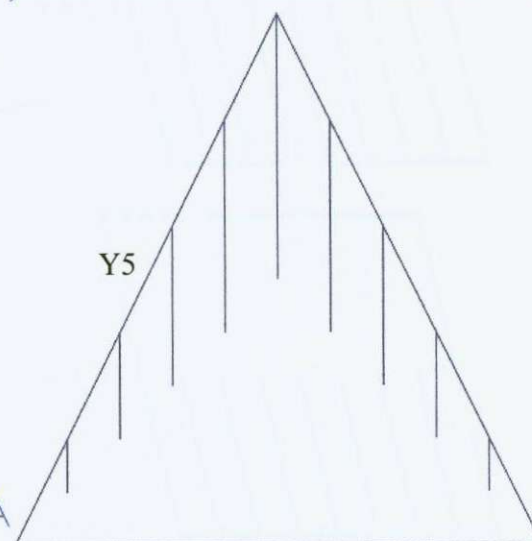
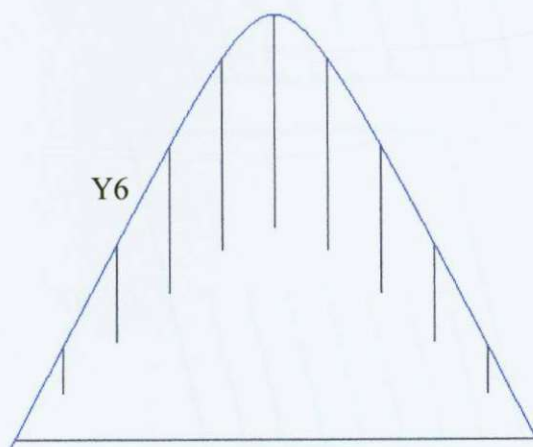
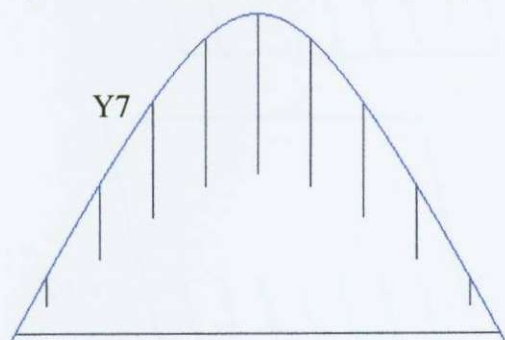
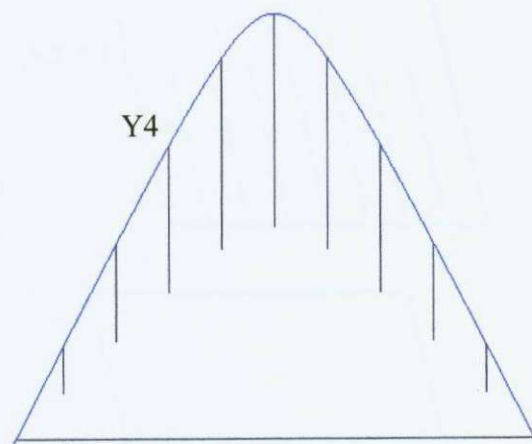
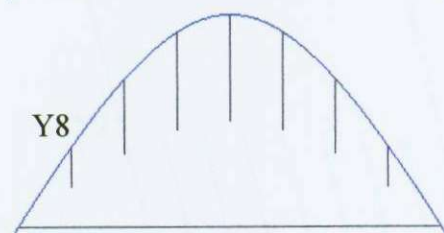
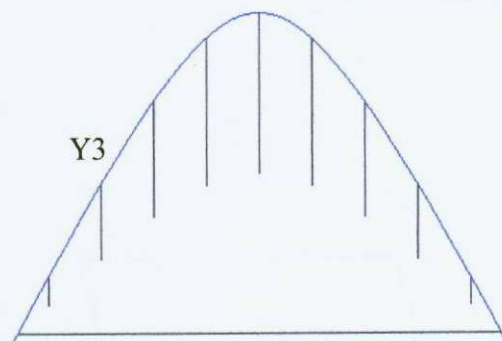
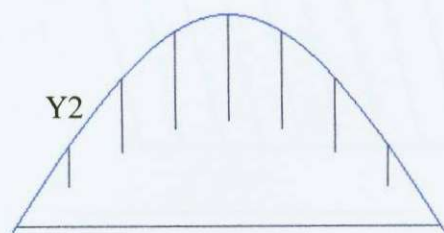
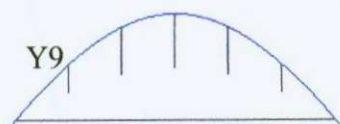
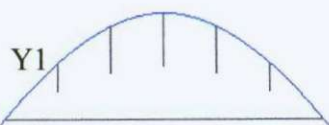
KOULE, X-ŘEZY (Y-ŘEZY TOTOŽNÉ)



KUŽEL, X-ŘEZY

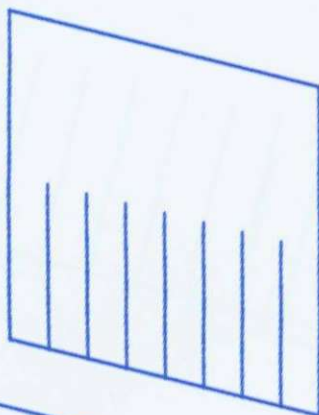


KUŽEL, Y-ŘEZY

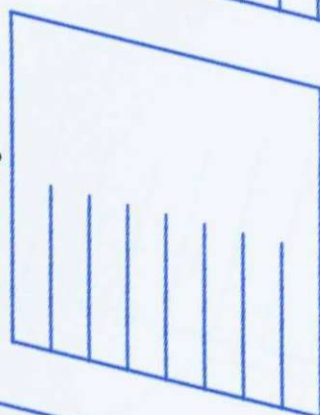


ZKOSENÁ KRYCHLE, X-ŘEZY (Y-ŘEZY JSOU TOTOŽNÉ)

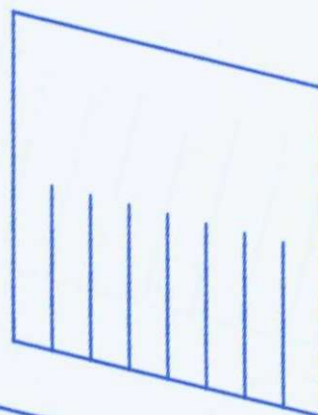
X1,Y1



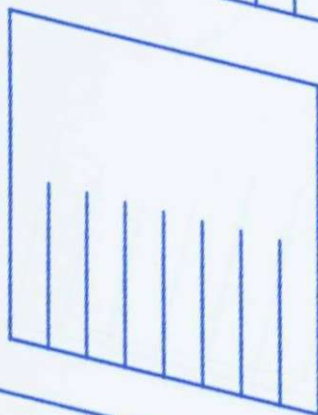
X2,Y2



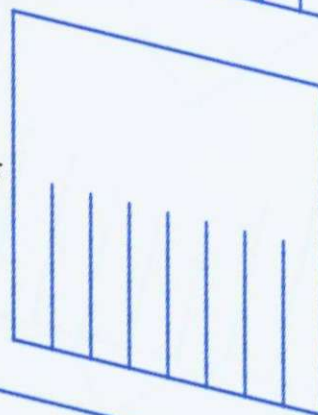
X3,Y3



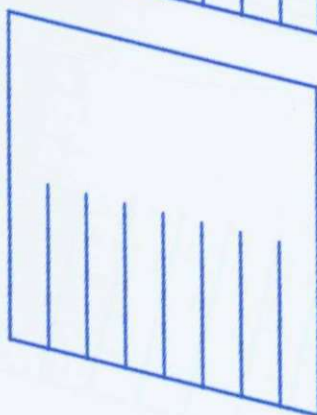
X4,Y4



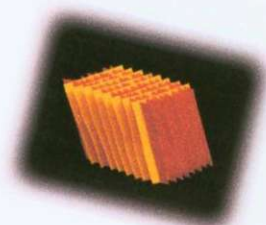
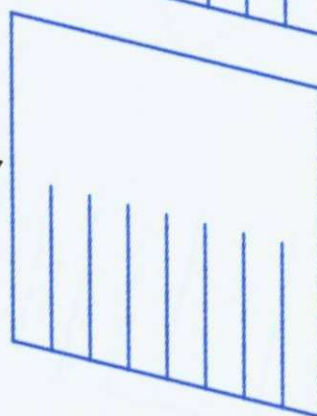
X5,Y5



X6,Y6

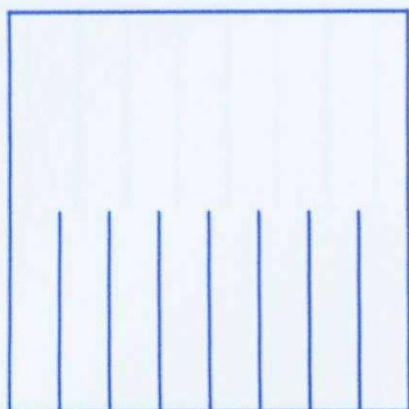


X7,Y7

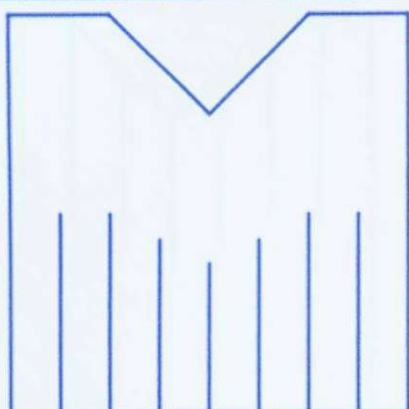


KRYCHLE – VYŘÍZNUTÝ JEHLAN, X-ŘEZY

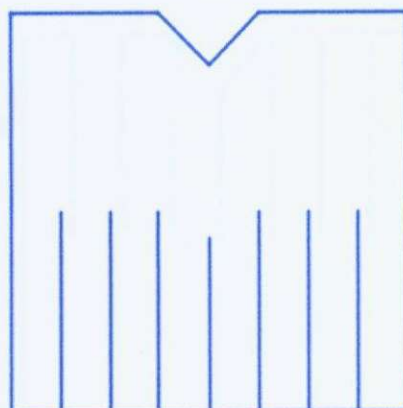
X1



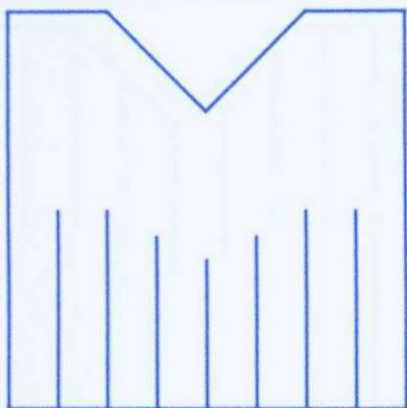
X3



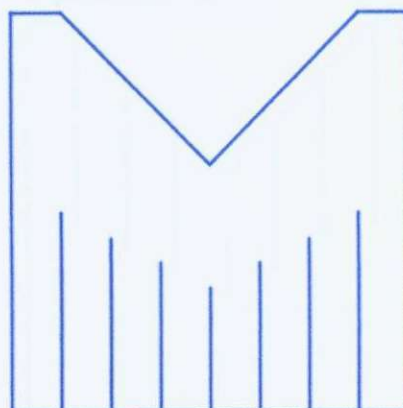
X2



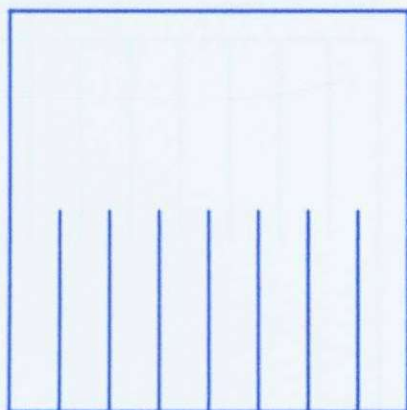
X5



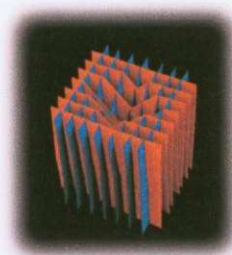
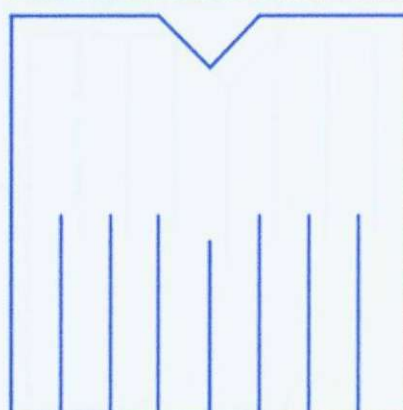
X4



X7

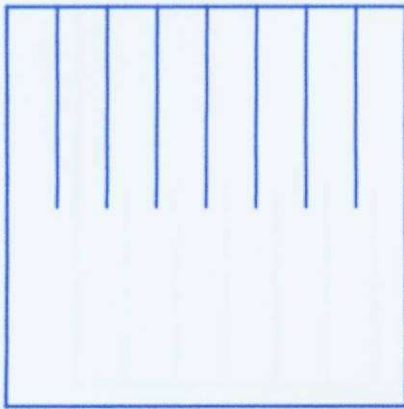


X6

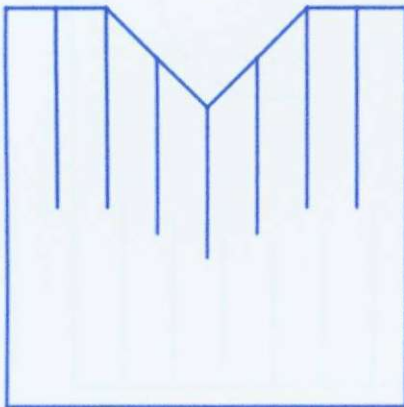


KRYCHLE – VYŘÍZNUTÝ JEHLAN, Y-ŘEZY

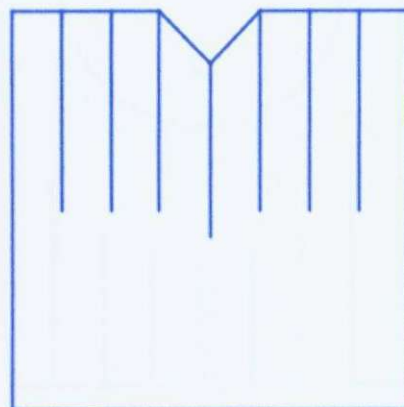
Y1



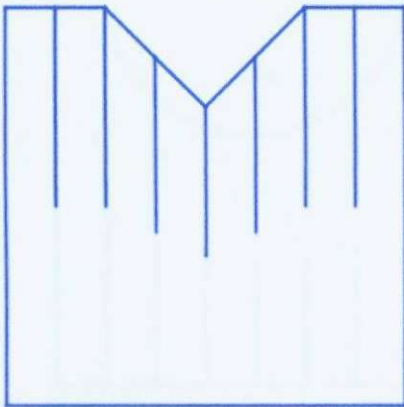
Y3



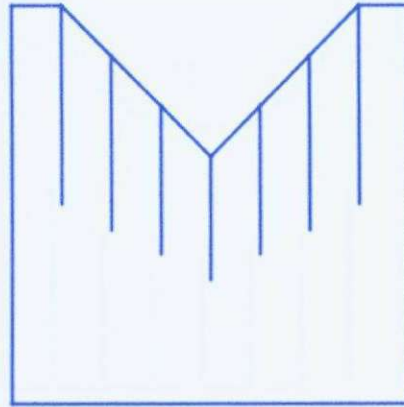
Y2



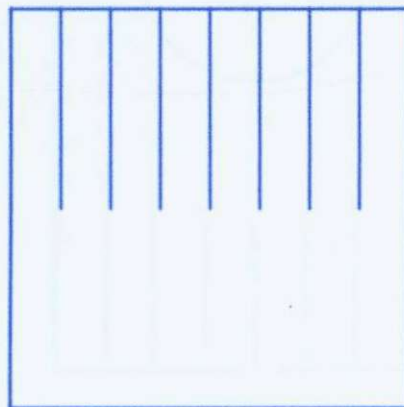
Y5



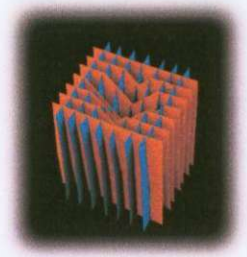
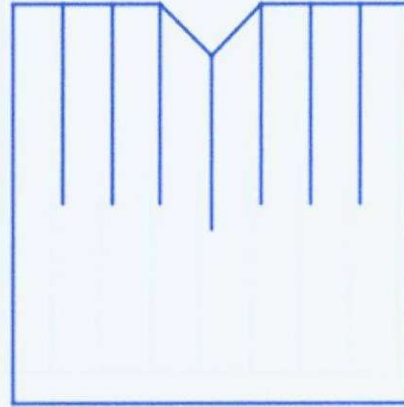
Y4



Y7

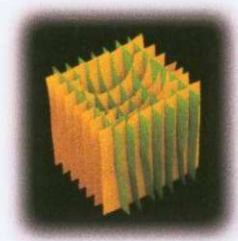
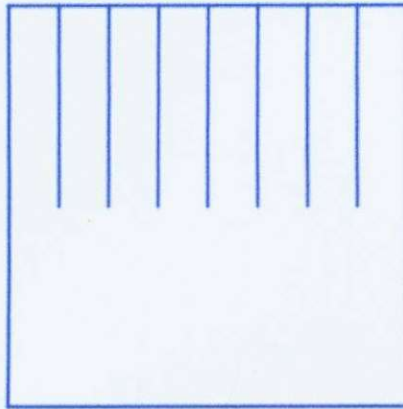


Y6

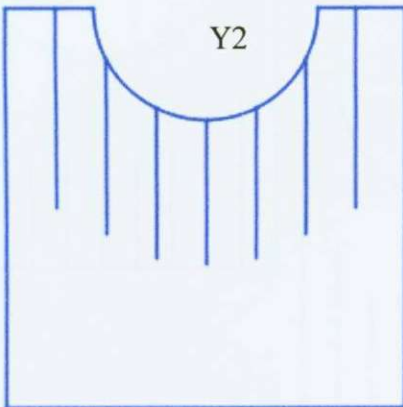


KRYCHLE – VYŽÍZNUTÁ PŮLKOULE, Y-ŘEZY

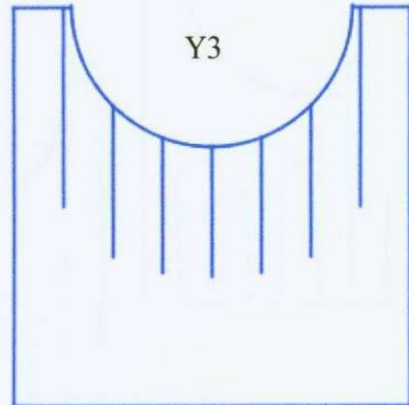
Y1



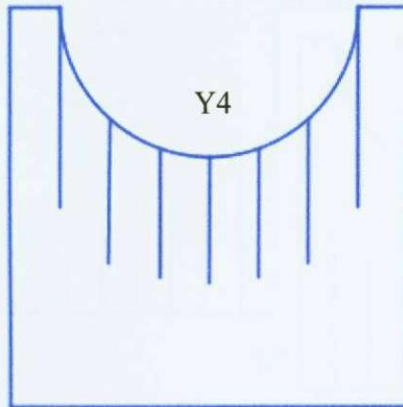
Y2



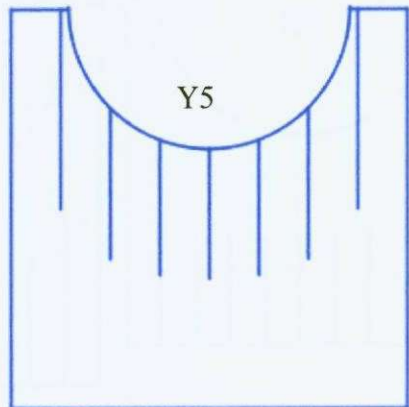
Y3



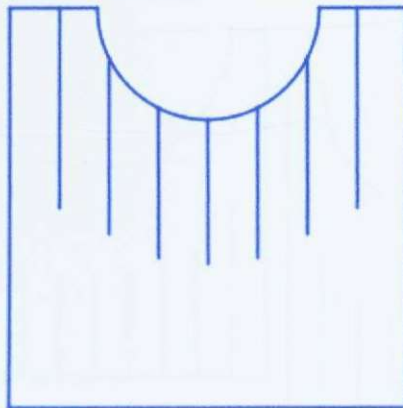
Y4



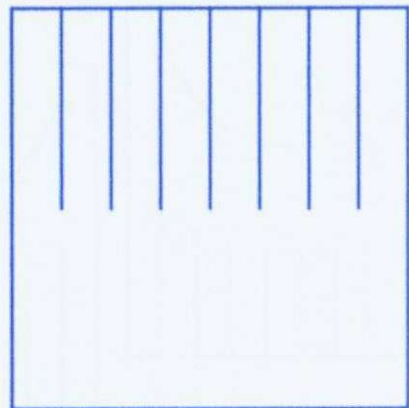
Y5



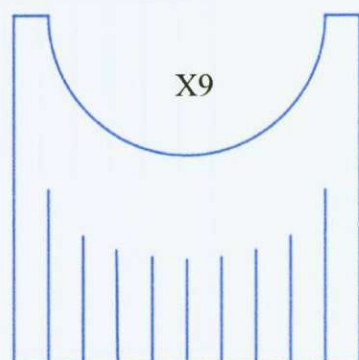
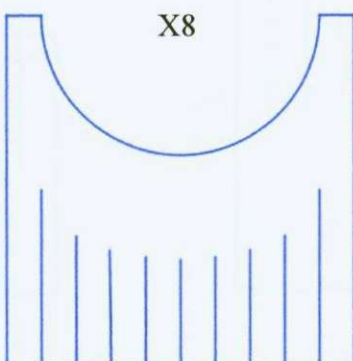
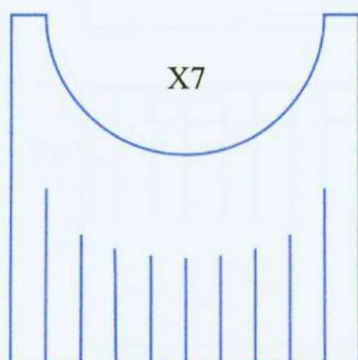
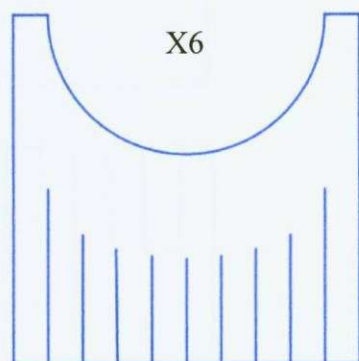
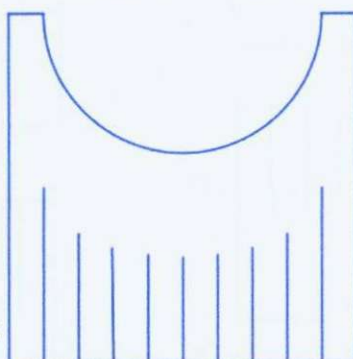
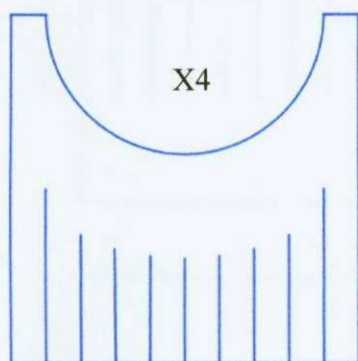
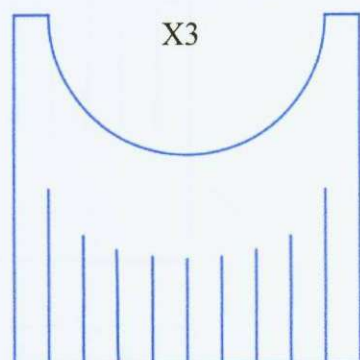
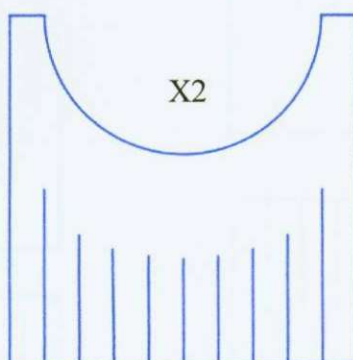
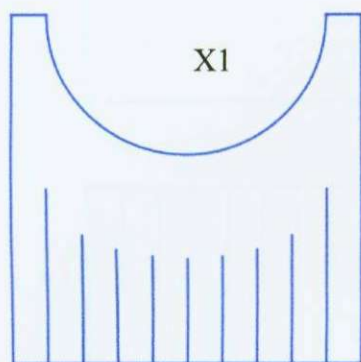
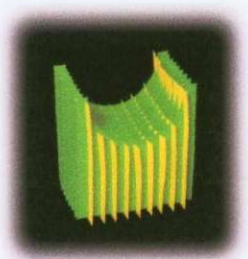
Y6



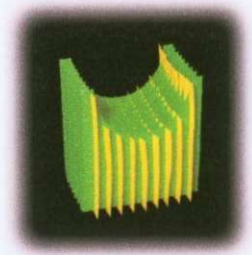
Y7



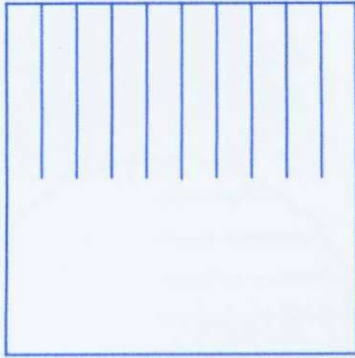
KRYCHLE – VYŘÍZNUTÝ PŮLVÁLEC, X-ŘEZY



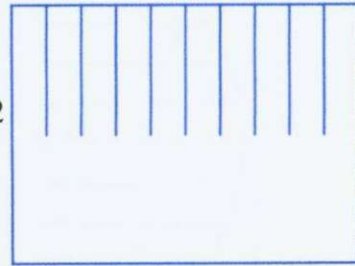
KRYCHLE – VYŘÍZNUTÝ PŮLVÁLEC, Y-ŘEZY



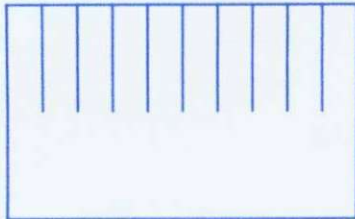
Y1



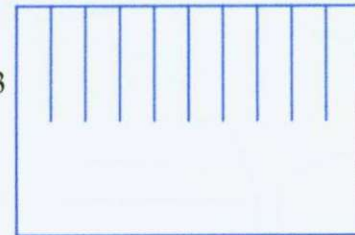
Y2



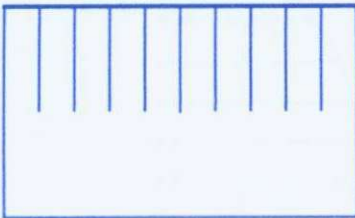
Y4



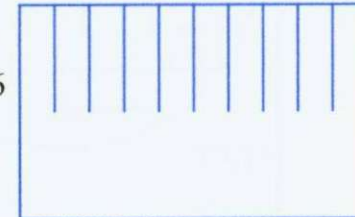
Y3



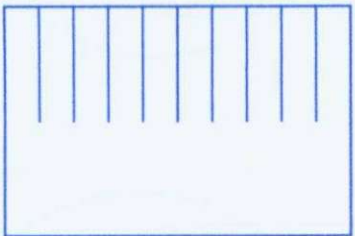
Y5



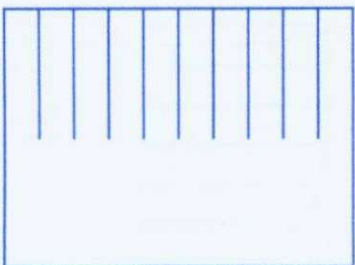
Y6



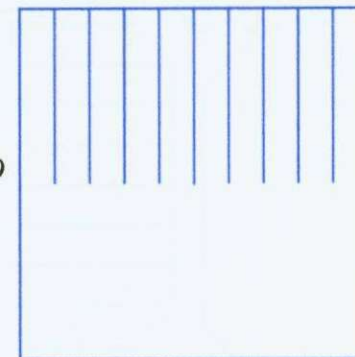
Y7



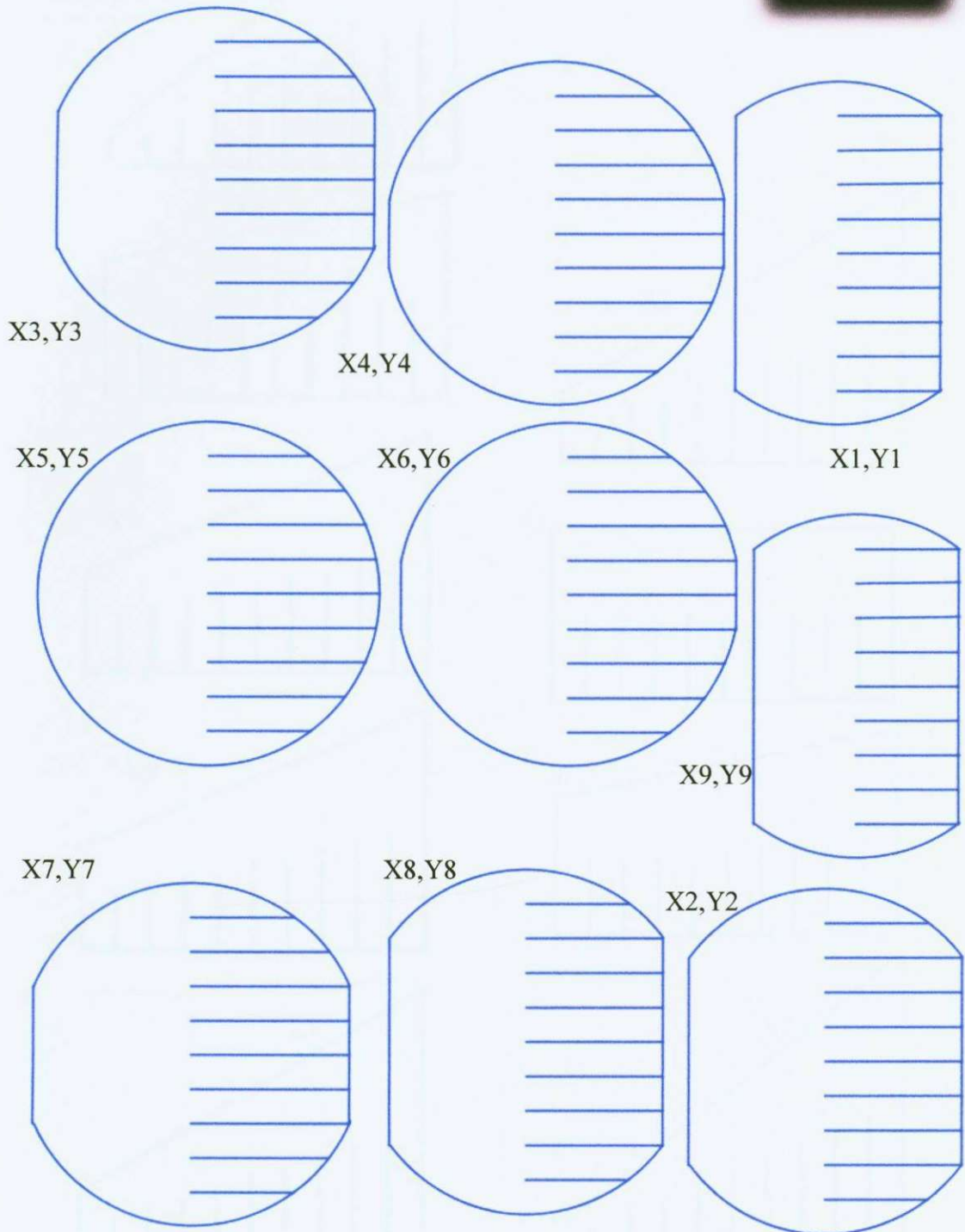
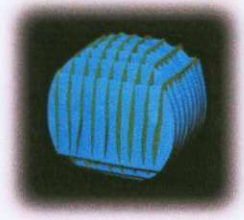
Y8



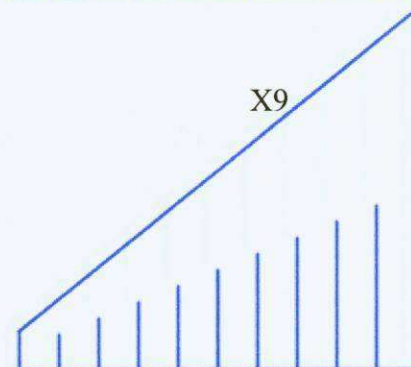
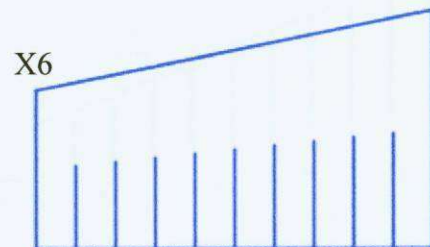
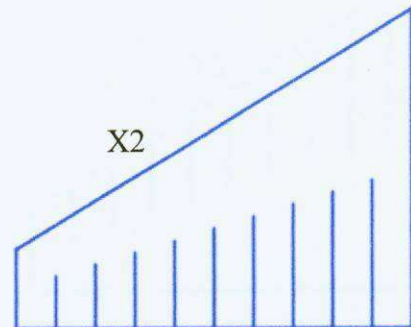
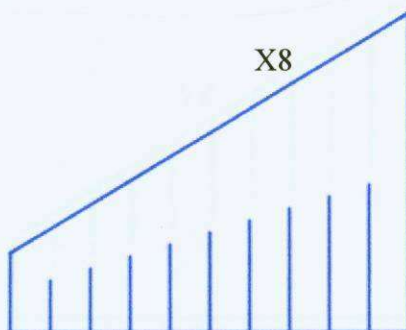
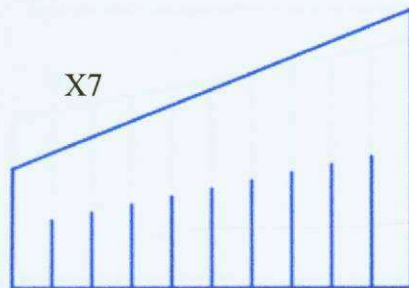
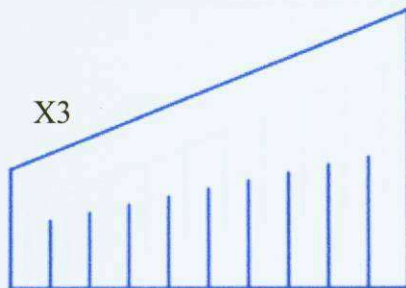
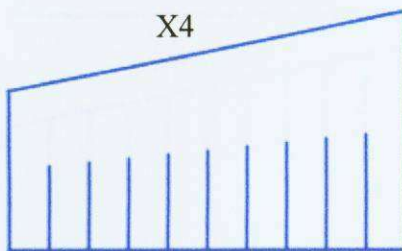
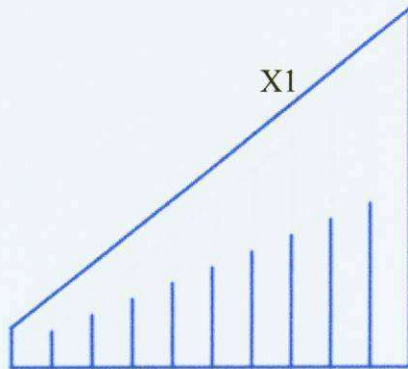
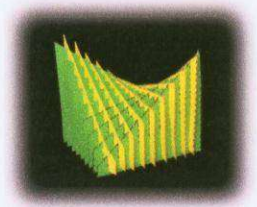
Y9



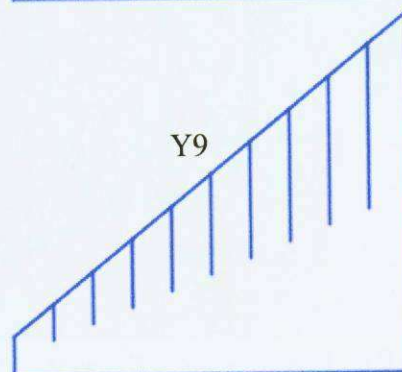
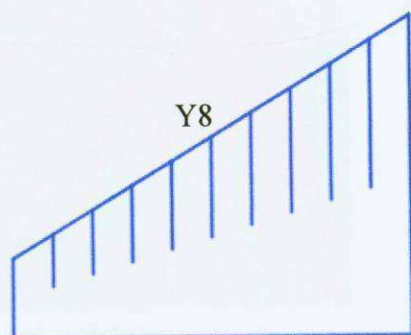
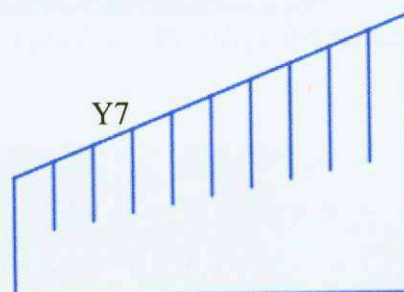
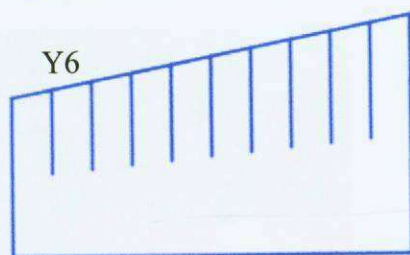
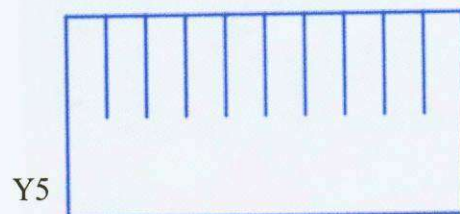
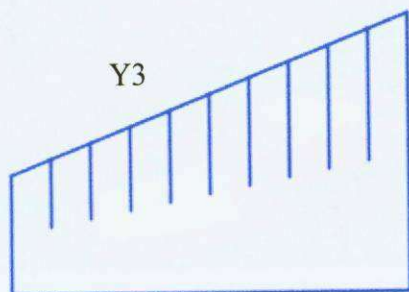
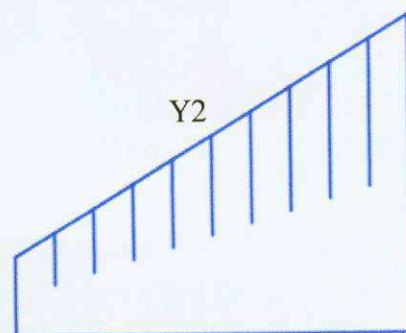
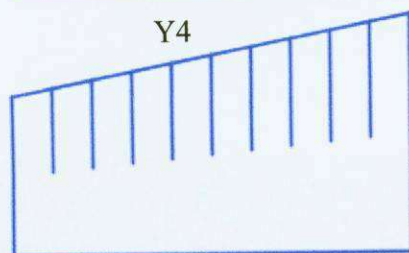
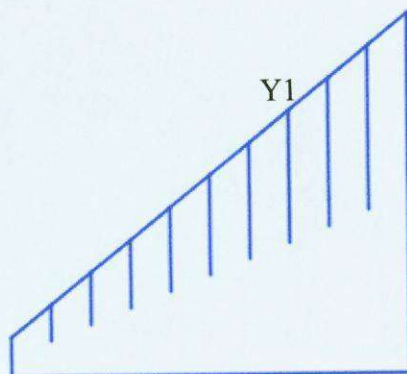
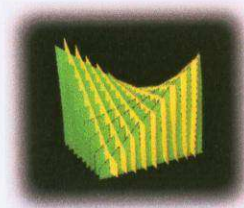
„CYLINDR“, X-ŘEZY (Y-ŘEZY TOTOŽNÉ)



„CO DOKÁŽÍ ÚHLOPŘÍČKY“, X-ŘEZY



„CO DOKÁŽÍ ÚHLOPŘÍČKY“, Y-ŘEZY



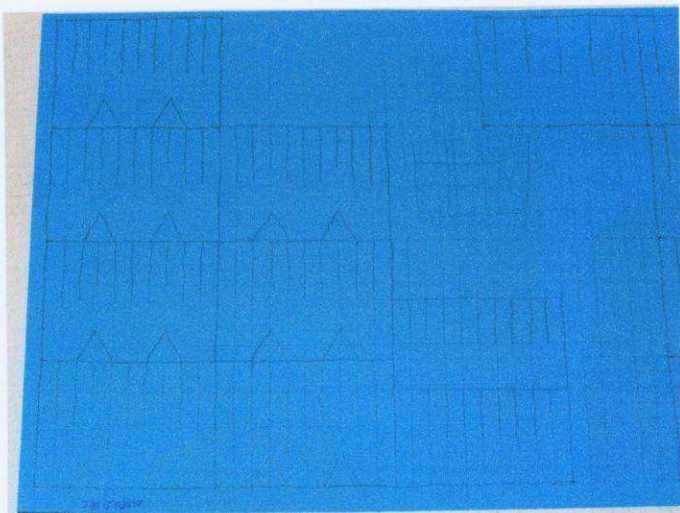


Foto č. 1 – Návrh originálního modelu

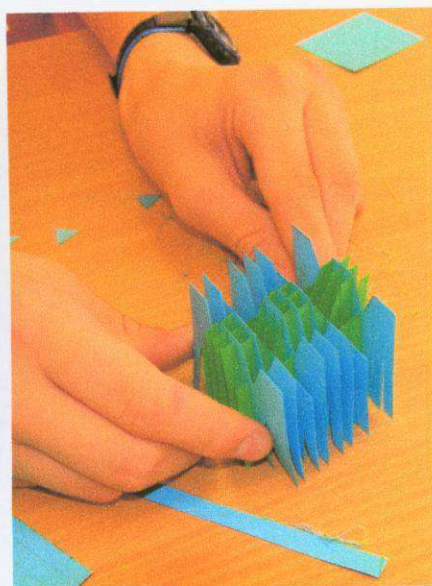


Foto č. 2 – Výsledný model



Foto č. 3 – Pracovní atmosféra v 7.C



Foto č. 4 – Pracovní atmosféra v 7.C

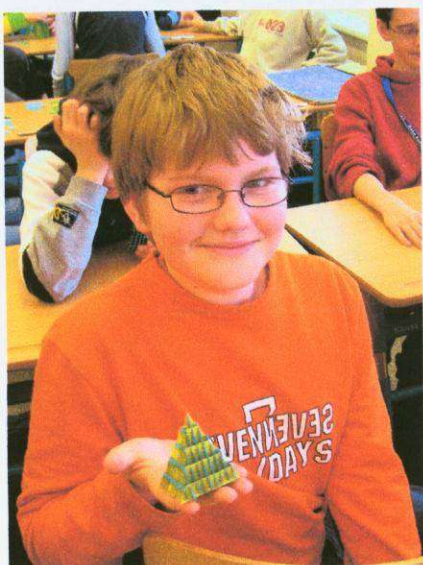


Foto č. 5 – Žákův výsledek práce

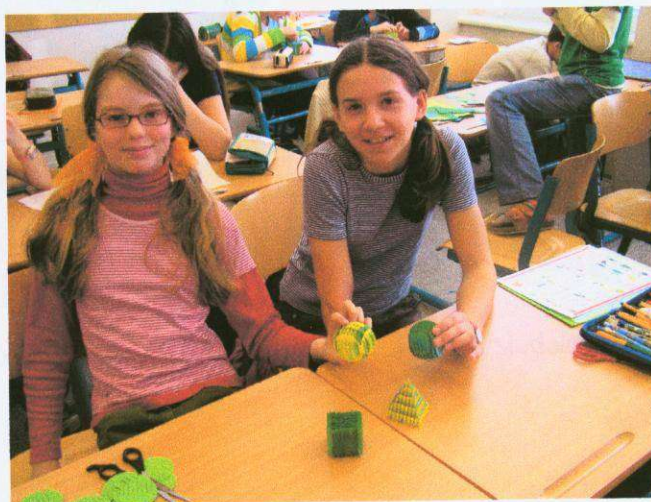


Foto č. 6 – Výsledky práce děvčat ze 7.C

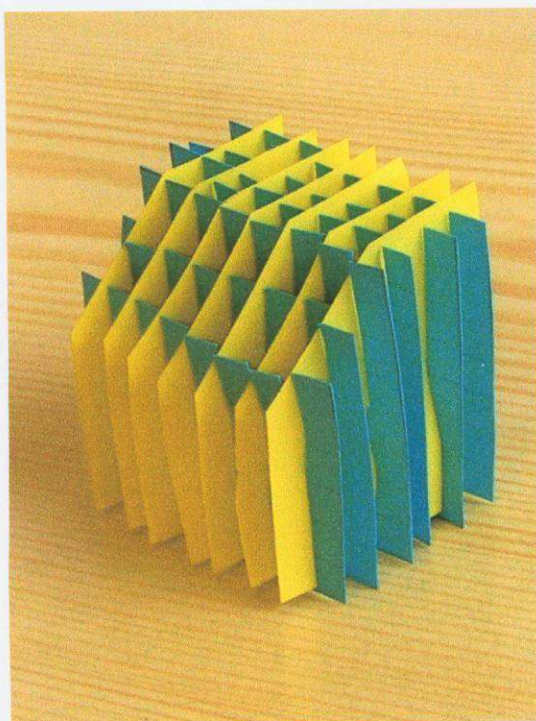


Foto č. 7 - Originální model krychle

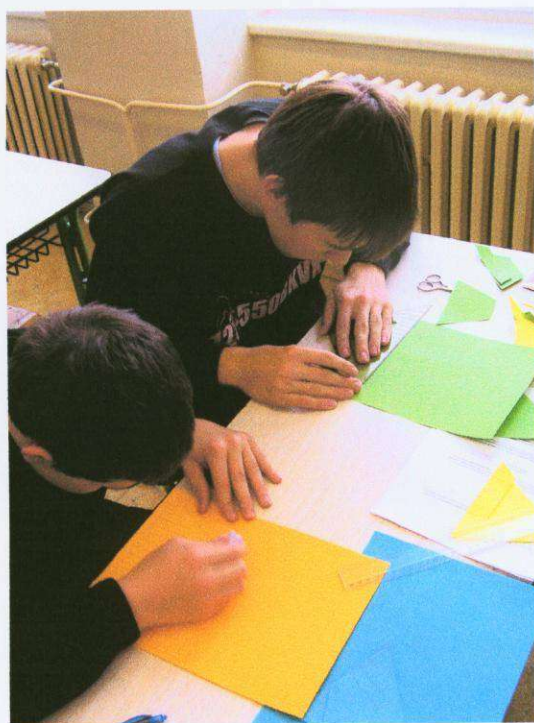


Foto č. 8 – Navrhování modelů



Foto č. 9 – Precizní práce některých chlapců z 8.C



Foto č. 10 – Výsledek práce